



I. هنگام انجام آزمون Z ¹ برای متغیر تصادفی X ، فرض می‌کنیم که واریانس آن (σ^2) مشخص است و هدف آزمون بررسی صحت میانگین آن (μ) است. به این منظور از تعدادی نمونه X_1, X_2, \dots, X_n و رابطه $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{s}$ استفاده می‌کنیم.

(a) در رابطه‌ی فوق منظور از s چیست؟ (۵ نمره)

(b) نمونه‌های گرفته شده باید چه شرایطی داشته باشند؟ (۵ نمره)

(c) متغیر \bar{X} از چه تابع توزیع احتمالی (pdf) تبعیت می‌کند و این فرض بر اساس کدام قضیه استخراج شده است؟ (۱۰ نمره)

(d) متغیر Z از چه تابع توزیعی تبعیت می‌کند؟ (۵ نمره)

(e) پارامتر α چه نوع خطای را نشان می‌دهد؟ (۵ نمره)

(f) چه ارتباطی بین Z و α برقرار است؟ (۵ نمره)

2. متغیر تصادفی X دارای میانگین μ و واریانس $900 = \sigma^2$ است. ۱۰۰ نمونه تصادفی از این توزیع گرفته‌ایم که میانگین آن‌ها ۲۰۰ شده است. به ازای $\alpha = 0.04$ به سوالات زیر پاسخ دهید.

(a) فرضیه $194 = \mu$ را بررسی کنید. آیا رد می‌شود یا خیر؟ (۲۰ نمره)

(b) احتمال $194, \mu \leq 200$, $\bar{X} \geq 200$ چقدر است؟ (۱۵ نمره)

(c) در خصوص فرضیه $194 \leq \mu$ چه نتیجه‌ای می‌گیریم؟ (۵ نمره)

(d) محدوده K را باید به طوری که فرضیه $K \leq \mu$ رد شود اما $\mu = K$ رد نشود. (۲۵ نمره)

| <i>z</i> | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 | .06 | .07 | .08 | .09 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.0 | .5000 | .5040 | .5080 | .5120 | .5160 | .5199 | .5239 | .5279 | .5319 | .5359 |
| 0.1 | .5398 | .5438 | .5478 | .5517 | .5557 | .5596 | .5636 | .5675 | .5714 | .5753 |
| 0.2 | .5793 | .5832 | .5871 | .5910 | .5948 | .5987 | .6026 | .6064 | .6103 | .6141 |
| 0.3 | .6179 | .6217 | .6255 | .6293 | .6331 | .6368 | .6406 | .6443 | .6480 | .6517 |
| 0.4 | .6554 | .6591 | .6628 | .6664 | .6700 | .6736 | .6772 | .6808 | .6844 | .6879 |
| 0.5 | .6915 | .6950 | .6985 | .7019 | .7054 | .7088 | .7123 | .7157 | .7190 | .7224 |
| 0.6 | .7257 | .7291 | .7324 | .7357 | .7389 | .7422 | .7454 | .7486 | .7517 | .7549 |
| 0.7 | .7580 | .7611 | .7642 | .7673 | .7704 | .7734 | .7764 | .7794 | .7823 | .7852 |
| 0.8 | .7881 | .7910 | .7939 | .7967 | .7995 | .8023 | .8051 | .8078 | .8106 | .8133 |
| 0.9 | .8159 | .8186 | .8212 | .8238 | .8264 | .8289 | .8315 | .8340 | .8365 | .8389 |
| 1.0 | .8413 | .8438 | .8461 | .8485 | .8508 | .8531 | .8554 | .8577 | .8599 | .8621 |
| 1.1 | .8643 | .8665 | .8686 | .8708 | .8729 | .8749 | .8770 | .8790 | .8810 | .8830 |
| 1.2 | .8849 | .8869 | .8888 | .8907 | .8925 | .8944 | .8962 | .8980 | .8997 | .9015 |
| 1.3 | .9032 | .9049 | .9066 | .9082 | .9099 | .9115 | .9131 | .9147 | .9162 | .9177 |
| 1.4 | .9192 | .9207 | .9222 | .9236 | .9251 | .9265 | .9279 | .9292 | .9306 | .9319 |
| 1.5 | .9332 | .9345 | .9357 | .9370 | .9382 | .9394 | .9406 | .9418 | .9429 | .9441 |
| 1.6 | .9452 | .9463 | .9474 | .9484 | .9495 | .9505 | .9515 | .9525 | .9535 | .9545 |
| 1.7 | .9554 | .9564 | .9573 | .9582 | .9591 | .9599 | .9608 | .9616 | .9625 | .9633 |
| 1.8 | .9641 | .9649 | .9656 | .9664 | .9671 | .9678 | .9686 | .9693 | .9699 | .9706 |
| 1.9 | .9713 | .9719 | .9726 | .9732 | .9738 | .9744 | .9750 | .9756 | .9761 | .9767 |
| 2.0 | .9772 | .9778 | .9783 | .9788 | .9793 | .9798 | .9803 | .9808 | .9812 | .9817 |
| 2.1 | .9821 | .9826 | .9830 | .9834 | .9838 | .9842 | .9846 | .9850 | .9854 | .9857 |
| 2.2 | .9861 | .9864 | .9868 | .9871 | .9875 | .9878 | .9881 | .9884 | .9887 | .9890 |
| 2.3 | .9893 | .9896 | .9898 | .9901 | .9904 | .9906 | .9909 | .9911 | .9913 | .9916 |
| 2.4 | .9918 | .9920 | .9922 | .9925 | .9927 | .9929 | .9931 | .9932 | .9934 | .9936 |
| 2.5 | .9938 | .9940 | .9941 | .9943 | .9945 | .9946 | .9948 | .9949 | .9951 | .9952 |