



۱. درصد اتلاف بسته^۱ روی مسیریاب (router) اصلی اینترنت یک دانشگاه را به عنوان یک فرایند تصادفی $X(t)$ در نظر بگیرید، که t زمان روز است (۵۵ نمره).

(a) تفاوت عملی بین $X(t, \xi_{\text{Monday}})$ و $X(t = 14 : 00, \xi)$ چیست؟ کدام یک متغیر تصادفی و کدام یک مسیر نمونه^۲ است؟ (۱۰ نمره)

(b) مقادیر $C_{XX}(t_1 = 4 : 00, t_2 = 4 : 01)$ و $C_{XX}(t_3 = 14 : 00, t_4 = 14 : 01)$ را مقایسه کنید. آیا انتظار دارید برابر باشند؟ دلیل خود را توضیح دهید. (راهنمایی: به ازدحام شبکه در ساعات اوج بار و غیروج بار فکر کنید) $C_{XX}(t_1, t_2)$ تابع خودکواریانس^۳ فرایند تصادفی در دو زمان t_1 و t_2 است. (۱۵ نمره).

(c) مقادیر $C_{XX}(14 : 00, 14 : 01)$ و $C_{XX}(14 : 00, 22 : 00)$ را مقایسه کنید. انتظار دارید کدام مقدار کوواریانس بسیار به صفر نزدیکتر باشد و چرا؟ بر اساس پاسخ خود، آیا این فرایند ایستای قوی^۴ است؟ در مورد ایستای ضعیف^۵ چطور؟ پاسخ خود را توجیه کنید (۱۵ نمره).

(d) حال، فرایند دومی، $Y(t)$ ، را به عنوان تعداد کل کاربران فعال متصل به مسیریاب در زمان t تعریف می کنیم. کوواریانس متقابل^۶ $C_{XY}(t_1, t_2)$ را در نظر بگیرید.

در مورد مقدار $C_{XY}(14 : 00, 14 : 00)$ و $C_{XY}(14 : 00, 4 : 00)$ چه انتظاری دارید (صفر، مثبت، منفی)؟ استدلال فیزیکی خود را برای هر دو توضیح دهید (۱۵ نمره).

۲. یک برنامه دچار نشت حافظه است.^۷ حافظه مصرفی آن به صورت $X(t) = At + B$ مدل سازی می شود، که t زمان بر حسب ساعت است. حافظه اولیه B و نرخ نشت A متغیرهای تصادفی مستقل هستند (۴۵ نمره).

$$\begin{aligned} E[A] &= 10 \text{ MB/hr} \\ \text{Var}(A) &= 4 \text{ MB}^2/\text{hr}^2 \\ E[B] &= 100 \text{ MB} \\ \text{Var}(B) &= 2500 \text{ MB}^2 \end{aligned}$$

(a) میانگین حافظه مصرفی $E[X(t)] = \mu_X(t)$ و واریانس $\text{Var}(X(t))$ را به عنوان توابعی از زمان محاسبه کنید. این در مورد رفتار میانگین و عدم قطعیت برنامه چه می گوید؟ (۱۵ نمره)

(b) تابع خودکواریانس $C_{XX}(t_1, t_2)$ را محاسبه کنید. این تابع در مورد «حافظه» یا همبستگی فرایند در طول زمان چه می گوید؟ (۱۵ نمره)

(c) بر اساس پاسخ های شما در بخش (الف) و (ب)، آیا این فرایند ایستای قوی (SSS) است؟ در مورد ایستای ضعیف (WSS) چطور؟ پاسخ خود را توجیه کنید. (۱۵ نمره)

^۱ اتلاف بسته (Packet loss) زمانی رخ می دهد که یک یا چند بسته داده در حال حرکت در شبکه کامپیوتری به مقصد خود نرسند. این یک مشکل رایج در ارتباطات شبکه است.

^۲ Sample Path

^۳ Autocovariance

^۴ Strict-Sense Stationary

^۵ Wide-Sense Stationary

^۶ Cross-Covariance

^۷ نشت حافظه (Memory Leak) نوعی نشت منابع است که زمانی رخ می دهد که یک برنامه کامپیوتری تخصیص های حافظه را به گونه ای نادرست مدیریت کند که حافظه ای که دیگر مورد نیاز نیست، آزاد نشود.