TD8-Indications

Exercice 8.

1. Procéder par récurrence en initialisant à $n = 2$.
   - Initialisation : le cas $n = 2$ est un résultat de cours.
   - Hérédité :
     (a) remarquer que $X_1 + \cdots + X_{n+1} = Y + X_{n+1}$ avec $Y = X_1 + \cdots + X_n$;
     (b) montrer que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres ;
     (c) justifier que Y et X_{n+1} sont indépendantes puis conclure.
2. Mêmes indications que pour la question précédente.

Exercice 9.

1. Utiliser la méthode 4 du cours puis utiliser l'indépendance.
2. Utiliser les méthodes 8 et 9 du cours.

Exercice 10. Justifier que

$$\Delta = |\max(X, Y) - \min(X, Y)| = \max(X, Y) - \min(X, Y)$$

puis utiliser la linéarité de l'espérance. On pourra utiliser les résultats de l'exercice précédent.

Exercice 12.

1.
2. (a) Utiliser la formule des probabilités totales.
   (b)
   (c) Faire une disjonction de cas selon les valeurs de U.

Exercice 13.

1. (a) Montrer que $I \to \mathcal{G}(1 - (1 - p)^2)$ et en déduire la variance.
   (b) Justifier que $G_1 G_2 = IS$ et en déduire $E(IS)$. Justifier que $G_1 + G_2 = I + S$ et en déduire $E(S)$. Utiliser la formule de Koenig-Huygen.
   (c) Utiliser la proposition 10.
2. (a) i. Justifier, en utilisant une expérience de référence que A et B suivent des lois binomiales dont on précisera les paramètres.
   ii. Soit C la variable comptant le nombre de tireur n'ayant touché aucune cible. Montrer que C suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
   iii. Que vaut $A + B + C$? En déduire $\mathrm{Cov}(A + B + C, A + B + C)$ et $\mathrm{Cov}(A + B + C, C)$.
   iv. A l'aide de la bilinéarité de la covariance, développer $\mathrm{Cov}(A + B + C, A + B + C)$ et $\mathrm{Cov}(A + B + C, C)$.
3. Utiliser la bilinéarité pour développer $\mathrm{Cov}(G_1 - G_2, G_1 + G_2)$.