

Nom :  
Prénom :

**Interro 1 le 13/09/2021.**

**Question 1.** Donner la définition de *point fixe*.

**Exercice 1.** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par :

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n}.$$

On note  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}_+$  par

$$\forall x \geq 0, f(x) = \sqrt{1 + x}.$$

1. Étudier les variations de  $f$ .
2. Montrer que  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est croissante.

**Réponses.**

Nom :  
Prénom :

**Interro 1 le 13/09/2021.**

**Question 1.** Énoncer le théorème de *l'inégalité des accroissements finis*.

**Exercice 1.** Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par :

$$u_0 = 0 \quad \text{et} \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$$

où  $f$  est la fonction définie sur  $\mathbb{R}_+$  par

$$\forall x \geq 0, f(x) = \frac{x^2 + 1}{2}.$$

1. Dresser le tableau de variations de  $f$ .
2. Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq u_n \leq 1$ .

**Réponses.**