

ECE2-Semaine 4

10/10/2022 au 14/10/2022

1 Cours

1.1 Espaces vectoriels

Espaces vectoriels : loi de composition interne /loi de composition externe, définition d'espace vectoriel, règles de calcul, exemples de référence \mathbb{R}^n , $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$, $\mathbb{R}_n[x]$. Combinaison linéaire.

Sous-espaces vectoriels : définition, caractérisation, un sous-espace vectoriel de E est un espace vectoriel et contient 0_E . Exemples de sous-espaces vectoriels des espaces vectoriels de référence. Sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs, notation Vect, définition d'une famille génératrice, manipulation de Vect. Méthode pour déterminer une famille génératrice d'un ensemble décrit par des équations linéaires ou paramétriquement. Méthode pour trouver un système d'équations à partir d'une famille génératrice.

1.2 Famille de vecteurs

Familles génératrices : définition; on ne change pas le caractère générateur d'une famille en changeant l'ordre des vecteurs, en ajoutant à cette famille des nouveaux vecteurs, en multipliant un des vecteurs par un scalaire non nul, retirant de la famille un vecteur qui s'écrit comme combinaison linéaire des autres.

Familles libres : définition de famille libre/liée, ex de familles liées : famille contenant le vecteur nul, contenant plusieurs fois le même vecteur etc. . . , ex de familles libres : famille d'un vecteur non nul, de deux vecteurs non colinéaires, famille de polynômes échelonnée; on ne change pas le caractère libre d'une famille en changeant l'ordre des vecteurs, en retirant un vecteur à la famille, un multipliant un vecteur par un scalaire non nul, en ajoutant un vecteur qui n'est pas combinaison linéaire des autres.

Bases : définition, cardinal d'une base et lien avec la dimension, cardinal d'une famille libre/génératrice, coordonnées dans une base, base canonique des espaces vectoriels de référence.

Rang : rang d'une famille de vecteurs, opérations préservant le rang, rang d'une matrice, opérations préservant le rang, caractérisation de l'inversibilité par le rang.

2 Méthodes à maîtriser

1. Savoir montrer qu'un vecteur est/n'est pas combinaison linéaire de vecteurs donnés en résolvant un système.
2. Savoir montrer qu'un ensemble est un espace vectoriel ou un sous-espace vectoriel avec la caractérisation des sous-espaces vectoriels.
3. Savoir montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel en en déterminant une famille génératrice.
4. Savoir décrire un sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs à l'aide d'équations.
5. Savoir manipuler la notation Vect.
6. Savoir montrer qu'une famille est génératrice, libre / liée, est une base.
7. Savoir trouver une base d'un espace vectoriel donné.
8. Savoir déterminer les coordonnées d'un vecteur dans une base donnée.
9. Savoir déterminer le rang d'une famille de vecteurs, d'une matrice.

3 Questions de cours

- Définitions : combinaison linéaire, sous-espace vectoriel, sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs, famille libre/liée, famille génératrice, base, coordonnées dans une base.