**Nom :**
**Prénom :**

## Interro 3 le 4/10/2021.

**Question 1.** Voir cours.

**Exercice.** Soit $F = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x+y+z+t=0 \quad \text{et} \quad x+2y+3z+4t=0\}$.

1. Soit $(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4$. On a :

$$(x,y,z,t) \in F \iff \left\{\begin{array}{ccccccccc} x & + & y & + & z & + & t & = & 0 \\ x & + & 2y & + & 3z & + & 4t & = & 0 \end{array}\right.$$
$$\iff \left\{\begin{array}{ccccccccc} x & + & y & + & z & + & t & = & 0 \\ & & y & + & 2z & + & 3t & = & 0 \end{array}\right.$$
$$\iff \left\{\begin{array}{ccc} x & = & z+2t \\ y & = & -2z-3t. \end{array}\right.$$

Donc

$$\begin{aligned} F &= \{(z+2t,-2z-3t,z,t) \ ; \ z \in \mathbb{R}, \ t \in \mathbb{R}\} \\ &= \{(z,-2z,z,0)+(2t,-3t,0,t) \ ; \ z \in \mathbb{R}, \ t \in \mathbb{R}\} \\ &= \{z(1,-2,1,0)+t(2,-3,0,1) \ ; \ z \in \mathbb{R}, \ t \in \mathbb{R}\} \\ &= \operatorname{Vect}((1,-2,1,0),(2,-3,0,1)). \end{aligned}$$

La famille $((1,-2,1,0),(2,-3,0,1))$ est donc une famille génératrice de $F$.

2. La famille génératrice ci-dessus est constituée de deux vecteurs non colinéaires. Donc elle est libre.
3. La famille $((1,-2,1,0),(2,-3,0,1))$ est libre et génératrice de $F$ donc c'est une base de $F$. Ainsi $F$ est de dimension 2.

**Nom :**
**Prénom :**

## Interro 3 le 04/10/2021.

**Question 1.** Donner la définition d'une base.

**Exercice.** Soit $F = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid x-y+z+t=0 \quad \text{et} \quad x+3y-z+3t=0\}$.

1. Soit $(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4$. On a :

$$(x,y,z,t) \in F \iff \left\{\begin{array}{ccccccccc} x & - & y & + & z & + & t & = & 0 \\ x & + & 3y & - & z & + & 3t & = & 0 \end{array}\right.$$
$$\iff \left\{\begin{array}{ccccccccc} x & - & y & + & z & + & t & = & 0 \\ & & 4y & - & 2z & + & 2t & = & 0 \end{array}\right.$$
$$\iff \left\{\begin{array}{ccccccccc} x & - & y & + & z & + & t & = & 0 \\ & & 2y & - & z & + & t & = & 0 \end{array}\right.$$
$$\iff \left\{\begin{array}{ccc} x & = & -y-2t \\ z & = & 2y+t. \end{array}\right.$$

Donc

$$\begin{aligned} F &= \{(-y-2t,y,2y+t,t) \ ; \ y \in \mathbb{R}, \ t \in \mathbb{R}\} \\ &= \{(-y,y,2y,0)+(-2t,0,t,t) \ ; \ z \in \mathbb{R}, \ t \in \mathbb{R}\} \\ &= \{y(-1,1,2,0)+t(-2,0,1,1) \ ; \ z \in \mathbb{R}, \ t \in \mathbb{R}\} \\ &= \operatorname{Vect}((-1,1,2,0),(-2,0,1,1)). \end{aligned}$$

La famille $((-1,1,2,0),(-2,0,1,1))$ est donc une famille génératrice de $F$.

2. La famille génératrice ci-dessus est constituée de deux vecteurs non colinéaires. Donc elle est libre.
3. La famille $((-1,1,2,0),(-2,0,1,1))$ est libre et génératrice de $F$ donc c'est une base de $F$. Ainsi $F$ est de dimension 2.