ECE2-Colle 12

20/01/21

1 Intégration

Convergence absolue : définition de la convergence absolue, une intégrale absolument convergente est convergente.

2 Complément sur les variables aléatoires réelles

Complément sur l'indépendance : indépendance de variables aléatoires quelconques, indépendance mutuelle, lemme des coalitions. Méthode pour étudier le minimum, le maximum de deux variables aléatoires indépendantes quelconques.

Complément sur l'espérance, la variance : linéarité de l'espérance (pour des variables aléatoires quelconques), espérance du produit de deux variables aléatoires indépendantes quelconques ; généralisation au cas de n variables mutuellement indépendantes. Variance de la somme de deux variables aléatoires indépendantes quelconques ; généralisation au cas de n variables mutuellement indépendantes. Croissance de l'espérance.

Rappels et compléments sur les variables aléatoires à densité : définition de variable aléatoire à densité, définition d'une densité. Expression de la fonction de répartition à partir d'une densité, régularité de la fonction de répartition (Proposition 7). Caractérisation des fonctions de répartition des variables à densité. Caractérisation des densités.

Exemples de transferts : déterminer la fonction de répartition d'une transformation affine d'une variable aléatoire à densité, déterminer la fonction de répartition de l'exponentielle d'une variable aléatoire à densité.

3 Méthodes à maîtriser

- Savoir déterminer la nature d'une intégrale impropre d'une fonction de signe quelconque en étudiant la convergence absolue.
- Savoir montrer que deux variables aléatoires quelconques sont/ne sont pas indépendantes. Savoir montrer que des variables aléatoires quelconques sont/ne sont pas mutuellement indépendantes.
- Savoir étudier le min et max de deux variables aléatoires quelconques, de deux variables aléatoires à densité.
- Savoir justifier qu'une variable aléatoire est/n'est pas à densité.
- Savoir montrer qu'une fonction donnée est la fonction de répartition d'une variable à densité. Savoir montrer qu'une fonction donnée est une densité d'une variable à densité.
- Sur des exemples simples, savoir déterminer la fonction de répartition, une densité de fonctions d'une variable aléatoire à densité ($aX+b$, e^X, ...).

4 Questions de cours

- Définitions : convergence absolue, variable à densité , densité d'une variable à densité.
- Théorèmes : caractérisation des fonctions de répartition des variables à densité, caractérisation des densités.