

# ECG2-Colle 16

06/02/23 au 10/02/23

## 1 Cours

### 1.1 Systèmes différentiels

**Rappels de première année :** solution des équations de la forme  $y' + ay = 0$  avec  $a \in \mathbb{R}$ ; les solutions de  $y'(t) + ay(t) = b(t)$  sont de la forme solution particulier + solution de l'équation homogène; solution des équations différentielles linéaires d'ordre 2 homogènes à coefficients constants.

**Systèmes différentiels :** mise sous forme matricielle, résolution dans le cas où la matrice associée est diagonalisable. Application à la résolution des équations différentielles linéaires d'ordre 2 homogène

**États stables et trajectoires :** définition des états stables, méthode pour les déterminer; trajectoires convergentes/-divergentes, lien entre la nature des trajectoires et le signe des valeurs propres.

### 1.2 Variables aléatoires réelles à densité

**Variables aléatoires à densité :** définition de variable aléatoire à densité, définition d'une densité. Expression de la fonction de répartition à partir d'une densité, caractérisation des fonctions de répartition des variables à densité. Caractérisation des densités.

**Moments d'une variable à densité :** définition des moments, de l'espérance. Théorème de transfert. Définition de la variance, de l'écart-type, formule de Koenig-Huygens. Variable aléatoire centrée, variable aléatoire réduite.

**Lois usuelles :**

- Lois uniformes : fonction de répartition, densité, espérance, variance.  
 $X \hookrightarrow \mathcal{U}([0, 1]) \iff a + (b - a)X \hookrightarrow \mathcal{U}([a, b]).$
- Lois normales : fonction de répartition, densité, espérance, variance.  
Si  $X \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 1)$  alors  $\forall x \in \mathbb{R}, F_X(-x) = 1 - F_X(x).$   
 $X \hookrightarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma^2) \iff aX + b \hookrightarrow \mathcal{N}(a\mu + b, a^2\sigma^2).$   
Loi d'une somme de variables aléatoires mutuellement indépendantes suivant des lois normales.
- Lois exponentielles : fonction de répartition, densité, espérance, variance.

**Exemples de transferts :** déterminer la fonction de répartition d'une transformation affine d'une variable aléatoire à densité, déterminer la fonction de répartition de l'exponentielle, du carré d'une variable aléatoire à densité. Loi de  $-\frac{1}{\lambda} \ln(1 - X)$  pour  $X$  suivant une loi uniforme sur  $[0, 1[$ .

## 2 Méthodes à maîtriser

1. Savoir résoudre une équation linéaire homogène à coefficients constants d'ordre 1 ou 2.
2. Savoir résoudre une équation linéaire non homogène à coefficients constants d'ordre 1 en **étant guidé**.
3. Savoir résoudre un système différentiel dans le cas diagonalisable en **étant guidé**.
4. Savoir déterminer les états stables, des trajectoires divergentes/convergentes.

## 3 Questions de cours

- Définitions : états stables, trajectoires convergentes/divergentes.
- Propositions : solutions des équations de la forme  $y' + ay = 0$  avec  $a \in \mathbb{R}$ .
- Lois usuelles à densité : fonction de répartition, densité, espérance et variance.