# ECE2-Colle 17

**09/02/21**

# 1 Cours

## 1.1 Intégration

**Intégration sur un segment (rappels) :** existence de primitives d'une fonction continue sur un intervalle, intégrale d'une fonction continue sur un segment, propriétés de l'intégrale, extension aux fonctions continues par morceaux. Techniques de calcul : primitives usuelles, intégration par parties, changement de variable.

**Intégrale impropre en $\pm\infty$ :** définition d'intégrale impropre d'une fonction continue sur $[a,+\infty[$ ou $]-\infty,b]$ (définition de convergence/ divergence) ; exemples de référence : critère de convergence des intégrales de Riemann en $+\infty$, convergence de $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-\lambda t}\,dt$ avec $\lambda > 0$.

**Intégrale impropre en un point fini :** définition d'intégrale impropre d'une fonction continue sur $[a,b[$ ou $]a,b]$ (définition de convergence/ divergence) ; exemples de référence : critère de convergence des intégrales de Riemann en $0^+$, convergence de $\displaystyle\int_0^1 \ln(t)\,dt$.

**Extension au cas des fonctions ayant un nombre fini de discontinuités :** intégrale doublement impropre : définition d'intégrale impropre d'une fonction continue sur $]a,b[$ (définition de convergence/ divergence), extension aux fonctions ayant un nombre fini de discontinuités sur $]a,b[$, propriétés de l'intégrale (linéarité, positivité, relation de Chasles).

**Intégrales de fonctions positives :** convergence des intégrales de fonctions continues positives, critère de comparaison pour les intégrales de fonctions continues positives, critère de négligeabilité et d'équivalence pour les intégrales de fonctions continues positives.

**Convergence absolue :** définition de la convergence absolue, une intégrale absolument convergente est convergente.

## 1.2 Compléments sur les variables aléatoires réelles

**Rappels et compléments sur les variables aléatoires à densité :** définition de variable aléatoire à densité, définition d'une densité. Expression de la fonction de répartition à partir d'une densité, régularité de la fonction de répartition. Caractérisation des fonctions de répartition des variables à densité. Caractérisation des densités.

# 2 Méthodes à maîtriser

- Savoir calculer une intégrale sur un segment avec une intégration par parties, un changement de variable, une primitive.
- Appliquer les techniques ci-dessus à l'étude d'intégrales impropres.
- Savoir étudier une intégrale plusieurs fois impropre.
- Savoir déterminer la nature d'une intégrale impropre d'une fonction continue positive en utilisant les critères de comparaison, négligeabilité, équivalence.
- Savoir déterminer la nature d'une intégrale impropre d'une fonction de signe quelconque en étudiant la convergence absolue.
- Savoir justifier qu'une variable aléatoire est/n'est pas à densité. Le cas échéant, déterminer une densité.
- Savoir montrer qu'une fonction donnée est la fonction de répartition d'une variable à densité. Savoir montrer qu'une fonction donnée est une densité d'une variable à densité.

# 3 Questions de cours

- Primitives usuelles, intégrales impropres de référence.
- Définition d'une intégrale impropre convergente/divergente.
- Critères de comparaison pour les intégrales de fonctions continues positives.