

## 1 Intégration

**Intégration sur un segment (rappels) :** existence de primitives d'une fonction continue sur un intervalle, intégrale d'une fonction continue sur un segment, propriétés de l'intégrale, extension aux fonctions continues par morceaux. Techniques de calcul : primitives usuelles, intégration par parties, changement de variable.

**Intégrale impropre en  $\pm\infty$  :** définition d'intégrale impropre d'une fonction continue sur  $[a, +\infty[$  ou  $]-\infty, b]$  (définition de convergence/ divergence); exemples de référence : critère de convergence des intégrales de Riemann en  $+\infty$ , convergence de  $\int_0^{+\infty} e^{-\lambda t} dt$  avec  $\lambda > 0$ .

**Intégrale impropre en un point fini :** définition d'intégrale impropre d'une fonction continue sur  $]a, b[$  ou  $]a, b]$  (définition de convergence/ divergence); exemples de référence : critère de convergence des intégrales de Riemann en  $0^+$ , convergence de  $\int_0^1 \ln(t) dt$ .

**Extension au cas des fonctions ayant un nombre fini de discontinuités :** intégrale doublement impropre : définition d'intégrale impropre d'une fonction continue sur  $]a, b[$  (définition de convergence/ divergence), extension aux fonctions ayant un nombre fini de discontinuités sur  $]a, b[$ , propriétés de l'intégrale (linéarité, positivité, relation de Chasles). Utilisation des primitives usuelles, des changements de variable et de l'intégration par parties pour étudier une intégrale impropre : il est interdit d'utiliser ces techniques directement sur l'intégrale impropre; il faut impérativement se ramener à une intégrale d'une fonction continue sur un segment puis passer à la limite.

**Intégrales de fonctions positives :** convergence des intégrales de fonctions continues positives, critère de comparaison pour les intégrales de fonctions continues positives, critère de négligeabilité et d'équivalence pour les intégrales de fonctions continues positives.

## 2 Méthodes à maîtriser

- Savoir calculer une intégrale sur un segment avec une intégration par parties, un changement de variable, une primitive.
- Appliquer les techniques ci-dessus à l'étude d'intégrales impropres.
- Savoir étudier une intégrale plusieurs fois impropre.
- Savoir déterminer la nature d'une intégrale impropre d'une fonction continue positive en utilisant les critères de comparaison, négligeabilité, équivalence.

## 3 Questions de cours

- Primitives usuelles, intégrales impropres de référence.
- Définition d'une intégrale impropre convergente/divergente
- Critères de comparaison pour les intégrales de fonctions continues positives.