

# ECE2-Semaine 5

04/11/20

## 1 Cours

### 1.1 Séries

**Séries à termes quelconques :** convergence absolue, la convergence absolue implique la convergence.

### 1.2 Variables aléatoires discrètes (révisions)

**Généralités :** variable aléatoire discrète, fonction de répartition, loi, loi de  $g(X)$  pour  $X$  une variable aléatoire réelle discrète et  $g$  une fonction définie sur  $X(\Omega)$ .

**Moments :** espérance, linéarité de l'espérance, théorème de transfert. Moment d'ordre supérieur, variance, formule de Koenig-Huygens.

**Lois usuelles :** loi certaine, loi de Bernoulli, loi binomiale, loi uniforme, loi géométrique, loi de Poisson. Espérance et variance des lois usuelles. Expérience aléatoire de référence de la loi Bernoulli, binomiale, uniforme et géométrique.

### 1.3 Couples de variables aléatoires discrètes

**Loi conjointe :** loi du couple, système complet d'événements associé à un couple (aparté sur les séries doubles : convergence absolue des séries doubles).

**Lois conditionnelles :** lois conditionnelles de  $X$  sachant  $[Y = y]$  et de  $Y$  sachant  $[X = x]$ .

**Lois marginales :** lois marginales, calcul avec la formule des probabilités totales.

**Indépendance :** indépendance de deux variables aléatoires, loi du couple et lois conditionnelles pour un couple de variables aléatoires discrètes indépendantes. Indépendance mutuelle, lemme des coalitions.

## 2 Méthodes à maîtriser

1. Savoir montrer qu'une série à termes quelconques est convergente en utilisant la convergence absolue.
2. Savoir montrer qu'une variable aléatoire discrète possède une espérance.
3. Savoir reconnaître les lois usuelles d'après leur loi ou par l'expérience de référence.
4. Savoir déterminer la loi d'une variable aléatoire discrète donnée.
5. Savoir utiliser le théorème de transfert.
6. Savoir déterminer la loi d'un couple à partir de l'expérience aléatoire, à partir de la loi marginale de  $X$  et des lois conditionnelles de  $Y$  sachant  $[X = x]$  pour tout  $x \in X(\Omega)$ .
7. Savoir trouver les lois conditionnelles à partir de la loi du couple.
8. Savoir trouver les lois marginales grâce à la loi du couple.
9. Savoir trouver la loi marginale de  $X$  en connaissant la loi de  $Y$  et les lois conditionnelles de  $X$  sachant  $[Y = y]$  pour tout  $y \in Y(\Omega)$ .
10. Savoir montrer que des variables aléatoires discrètes sont/ne sont pas (mutuellement) indépendantes.

## 3 Questions de cours

- Lois usuelles discrètes : certaine, uniforme, Bernoulli, binomiale, géométrique, Poisson.
- Formule des probabilités totales.
- Définition : loi conjointe, lois conditionnelles, indépendance mutuelle d'une famille finie de variables aléatoires discrètes.