# ECE2-Colle 21

**06/04/22**

## 1 Cours

### 1.1 Convergence et approximation

**Loi faible des grands nombres :** inégalité de Markov, inégalité de Bienaymé-Tchebychev, loi faible des grands nombres.

**Convergence en loi :** une suite de v.a.r $(X_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge en loi vers une v.a.r X si en tout réel $x$ où $F_X$ est continue on a : $\lim_{n\to+\infty} F_{X_n}(x) = F_X(x)$. Critère de convergence pour les suites de v.a.r à valeurs dans $\mathbb{Z}$ qui converge vers une v.a.r à valeurs dans $\mathbb{Z}$. Convergence des $\mathscr{B}\left(n, \frac{\lambda}{n}\right)$ vers une $\mathscr{P}(\lambda)$. Théorème central limite et conséquence. Exemples d'approximation : approximation des lois de Poisson, approximation des lois binomiales.

### 1.2 Estimation

**Estimation ponctuelle :** échantillon, estimateur. Biais, estimateur sans biais, estimateur asymptotiquement sans biais. Risque quadratique, décomposition biais-variance. Estimateur convergent, condition suffisante de convergence. Exemple de la moyenne empirique : biais, risque quadratique, convergence.

**Estimation par intervalle de confiance :** intervalle de confiance, utilisation de l'inégalité de Bienaymé-Tchebytchev pour obtenir un intervalle de confiance. Intervalle de confiance asymptotique, utilisation du Théorème Central Limite pour obtenir un intervalle de confiance asymptotique.

## 2 Méthodes à maîtriser

1. Savoir utiliser les inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebychev.
2. Savoir montrer qu'une suite de variables aléatoires converge en loi.
3. Savoir montrer qu'une suite de variables aléatoires discrètes à valeurs dans $\mathbb{Z}$ converge en loi vers une variable aléatoire discrète à valeurs dans $\mathbb{Z}$.
4. Comprendre les notions d'estimation, d'estimateur.
5. Savoir déterminer le biais d'un estimateur.
6. Savoir déterminer le risque quadratique d'un estimateur.
7. Savoir montrer qu'un estimateur est sans biais et convergent.
8. Savoir déterminer un intervalle de confiance avec l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev.
9. Savoir déterminer un intervalle de confiance avec le théorème central limite

## 3 Questions de cours

- Définitions : échantillon, estimateur, intervalle de confiance, intervalle de confiance asymptotique, biais, risque quadratique, estimateur asymptotiquement sans biais, estimateur convergent.
- Théorèmes/propriétés : décomposition biais-variance du risque quadratique, condition suffisante de convergence.
- Moyenne empirique : définition, biais, risque quadratique, convergence.