

ECE2-Colle 18

09/03/22

1 Cours

1.1 Compléments sur les variables aléatoires réelles

Voir programme précédent.

1.2 Fonctions numériques de deux variables réelles

Généralités : fonctions numériques de deux variables, exemple des fonctions polynomiales. Applications partielles. Représentation graphique, ligne de niveau.

À partir de maintenant, toutes les fonctions seront définies sur \mathbb{R}^2 .

Continuité : distance euclidienne, propriétés de la distance euclidienne. Continuité en un point, continuité sur \mathbb{R}^2 , opérations sur les fonctions continues, composition avec une fonction continue d'une variable réelle. Exemple de référence : les fonctions polynomiales de deux variables sont continues sur \mathbb{R}^2 .

Fonction de classe C^1 sur \mathbb{R}^2 : dérivées partielles d'ordre 1 en un point, fonctions dérivées partielles d'ordre 1. Fonction de classe C^1 sur \mathbb{R}^2 , opérations sur les fonctions de classe C^1 sur \mathbb{R}^2 , composition avec une fonction de classe C^1 d'une variable réelle. Exemple de référence : les fonctions polynomiales de deux variables sont de classe C^1 sur \mathbb{R}^2 . Classe C^1 sur \mathbb{R}^2 implique continue sur \mathbb{R}^2 . Gradient, DL d'ordre 1 au voisinage d'un point.

Fonction de classe C^2 sur \mathbb{R}^2 : dérivées partielles d'ordre 2 en un point, fonctions dérivées partielles d'ordre 2. Fonction de classe C^2 sur \mathbb{R}^2 , opérations sur les fonctions de classe C^2 sur \mathbb{R}^2 , composition avec une fonction de classe C^2 d'une variable réelle. Exemple de référence : les fonctions polynomiales de deux variables sont de classe C^2 sur \mathbb{R}^2 . Classe C^2 sur \mathbb{R}^2 implique classe C^1 sur \mathbb{R}^2 . Lemme de Schwarz, Hessienne, DL d'ordre 2 au voisinage d'un point.

2 Méthodes à maîtriser

1. Étude de variables à densité : voir programme précédent.
2. Savoir justifier la continuité, le caractère C^1 ou C^2 d'une fonction de deux variables définie sur \mathbb{R}^2 .
3. Savoir calculer les dérivées partielles d'ordre 1, le gradient d'une fonction de deux variables.
4. Savoir calculer les dérivées partielles d'ordre 2, la hessienne d'une fonction de deux variables.

3 Questions de cours

- Définitions : distance euclidienne, continuité en un point, dérivées partielles d'ordre 1 et 2 en un point, fonction de classe C^1 , de classe C^2 , gradient, hessienne.
- Propositions : propriétés de la distance euclidienne, théorème de Schwarz.