TD8-Indications

Exercice 4.

1. Pour $(i,j) \in \mathbb{N}^* \times N^*$, résoudre le système :

$$\begin{cases} G_1 + G_2 &= i \\ G_1 - G_2 &= j. \end{cases}$$

   En déduire un couple $(i,j) \in \mathbb{N}^* \times N^*$ tel que $P(G_1 + G_2 = i, G_1 - G_2 = j) = 0$.

2. On peut commencer par reconnaître les lois de A et de B.

Exercice 7.

1. Procéder par récurrence en initialisant à $n = 2$.
   - Initialisation : le cas $n = 2$ est un résultat de cours.
   - Hérédité :
     (a) remarquer que $X_1 + \cdots + X_{n+1} = Y + X_{n+1}$ avec $Y = X_1 + \cdots + X_n$;
     (b) montrer que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres ;
     (c) justifier que Y et X_{n+1} sont indépendantes puis conclure.
2. Mêmes indications que pour la question précédente.

Exercice 8.

1. Utiliser la méthode 4 du cours puis utiliser l'indépendance.
2. Utiliser les méthodes 8 et 9 du cours.

Exercice 9. Justifier que

$$\Delta = |\max(X,Y) - \min(X,Y)| = \max(X,Y) - \min(X,Y)$$

puis utiliser la linéarité de l'espérance. On pourra utiliser les résultats de l'exercice précédent.

Exercice 11.

1.
2. (a) Utiliser la formule des probabilités totales.
   (b)
   (c) Faire une disjonction de cas selon les valeurs de U.

Exercice 12.

1. (a) Montrer que $I \hookrightarrow \mathcal{G}(1-(1-p)^2)$ et en déduire la variance.
   (b) Justifier que $G_1G_2 = IS$ et en déduire $E(IS)$. Justifier que $G_1 + G_2 = I + S$ et en déduire $E(S)$. Utiliser la formule de Koenig-Huygen.
   (c) Utiliser la proposition 10.
2. (a) — **Méthode astucieuse.**
      i. Justifier, en utilisant une expérience de référence que A et B suivent des lois binomiales dont on précisera les paramètres.
      ii. Soit C la variable comptant le nombre de tireurs n'ayant touché aucune cible. Montrer que C suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
      iii. Que vaut $A+B+C$? En déduire $\mathrm{Cov}(A, A+B+C)$, $\mathrm{Cov}(B, A+B+C)$ et $\mathrm{Cov}(C, A+B+C)$.
      iv. A l'aide de la bilinéarité de la covariance, en déduire $\mathrm{Cov}(A,B)$ en fonction de $V(A)$, $V(B)$ et $V(C)$.

   — **Méthode calculatoire.** Déterminer la loi conjointe de (A,B) et en déduire $E(AB)$ par transfert. Conclure avec Koenig-Huygens.
3. Utiliser la bilinéarité pour développer $\mathrm{Cov}(G_1 - G_2, G_1 + G_2)$.