ECE2-Semaine 8

21/11/2022 au 25/11/2022

1 Cours

1.1 Séries

Séries à termes positifs : critère de comparaison des séries à termes positifs (majoration par le terme général d'une série convergente / minoration par le terme général d'une série divergente). Comparaison : critère de négligeabilité des séries à termes positifs ; cas particulier de la comparaison avec une série de Riemann. Comparaison : critère d'équivalent des séries à termes positifs ; cas particulier de la comparaison avec une série de Riemann.

Séries à termes quelconques : convergence absolue, la convergence absolue implique la convergence.

1.2 Variables aléatoires discrètes (révisions)

Généralités : variable aléatoire discrète, fonction de répartition, loi, loi de $g(X)$ pour X une variable aléatoire réelle discrète et g une fonction définie sur $X(\Omega)$.

Moments : espérance, linéarité de l'espérance, théorème de transfert. Moment d'ordre supérieur, variance, formule de Koenig-Huygens.

Lois usuelles : loi certaine, loi de Bernoulli, loi binomiale , loi uniforme , loi géométrique , loi de Poisson. Espérance et variance des lois usuelles. Expérience aléatoire de référence de la loi Bernoulli, binomiale , uniforme et géométrique.

1.3 Couples de variables aléatoires discrètes

Loi conjointe : loi du couple, système complet d'évènements associé à un couple (aparté sur les séries doubles : convergence absolue des séries doubles).

Lois conditionnelles : lois conditionnelles de X sachant $[Y = y]$ et de Y sachant $[X = x]$.

Lois marginales : lois marginales, calcul avec la formule des probabilités totales.

2 Méthodes à maîtriser

1. Savoir déterminer la nature d'une série à termes positifs en utilisant les critères de comparaison (majoration/-minoration, négligeabilité ou équivalence), notamment en comparant avec des séries de Riemann.
2. Savoir montrer qu'une série à termes quelconques est convergente en utilisant la convergence absolue.
3. Connaître par coeur les lois usuelles : loi, espérance, variance.
4. Savoir déterminer la loi d'une variable aléatoire discrète donnée.
5. Savoir justifier l'existence de l'espérance, la variance d'une variable donnée.
6. Savoir utiliser le théorème de transfert.
7. Sur des exemples simples, savoir déterminer la loi d'un couple à partir de l'expérience aléatoire, à partir de la loi marginale de X et des lois conditionnelles de Y sachant $[X = x]$ pour tout $x \in X(\Omega)$.
8. Sur des exemples simples, savoir trouver les lois conditionnelles et les lois marginales à partir de la loi du couple.
9. Sur des exemples simples, savoir trouver la loi marginale de X en connaissant la loi de Y et les lois conditionnelles de X sachant $[Y = y]$ pour tout $y \in Y(\Omega)$.

3 Questions de cours

- Séries de référence (géométriques, géométriques dérivées premières et secondes, exponentielles, Riemann). Critère de convergence des séries de Riemann.
- Théorème de Transfert, Formule Koenig-Huygens.
- Lois usuelles : loi, espérance, variance et expérience de référence.