

ECG2-Semaine 3

03/10/2022 au 07/10/2022

1 Cours

1.1 Comparaison de suites

Négligeabilité : définition de $u_n = o_{n \rightarrow +\infty}(v_n)$, caractérisation des suites $o_{n \rightarrow +\infty}(1)$, caractérisation par la limite du quotient, opération avec les petits $o_{n \rightarrow +\infty}$ (transitivité, combinaison linéaire, produit), croissances comparées.

Équivalence : définition de $u_n \sim_{n \rightarrow +\infty} v_n$, caractérisation par la limite du quotient et lien avec les $o_{n \rightarrow +\infty}$ (Proposition 4), opérations sur les équivalents (symétrie, transitivité, compatibilité avec le produit, l'inverse, les puissances et la valeur absolue), équivalents usuels, lien avec les limites.

1.2 Espaces vectoriels

Espaces vectoriels : loi de composition interne / loi de composition externe, combinaison linéaire, définition d'espace vectoriel, règles de calcul, exemples de référence \mathbb{R}^n , $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$, $\mathbb{R}_n[X]$.

Sous-espaces vectoriels : définition, caractérisation, un sous-espace vectoriel de E est un espace vectoriel et contient 0_E . Exemples de sous-espaces vectoriels des espaces vectoriels de référence. Sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs, notation Vect, définition d'une famille génératrice, manipulation de Vect. Méthode pour déterminer une famille génératrice d'un ensemble décrit par des équations linéaires ou paramétriquement. Méthode pour trouver un système d'équations à partir d'une famille génératrice.

2 Méthodes à maîtriser

1. Savoir montrer que deux suites sont équivalentes ou que l'une est négligeable devant l'autre à l'aide de la définition ou de la caractérisation.
2. Savoir déterminer un équivalent simple d'une suite à l'aide des équivalents usuels, des opérations sur les équivalents.
3. Savoir déterminer un équivalent simple d'une suite par encadrement ou de manière directe (factorisation par le terme dominant, multiplication par la quantité conjuguée, ...).
4. Savoir manipuler les opérations avec les petits o et les équivalents pour déterminer une limite.
5. Savoir montrer qu'un vecteur est/n'est pas combinaison linéaire de vecteurs donnés en résolvant un système.
6. Savoir montrer qu'un ensemble est un espace vectoriel ou un sous-espace vectoriel avec la caractérisation des sous-espaces vectoriels.
7. Savoir montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel en en déterminant une famille génératrice (trouver une famille génératrice d'un ensemble décrit par des équations linéaires ou paramétriquement).
8. Savoir décrire un sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs à l'aide d'équations.
9. Savoir manipuler la notation Vect.

3 Questions de cours

- Définitions : combinaison linéaire, sous-espace vectoriel, sous-espace vectoriel engendré par une famille finie de vecteurs.
- Propositions : caractérisation des sous-espaces vectoriels.