

# ECE2-Semaine 11

01/12/2021

## 1 Cours

### 1.1 Couples de variables aléatoires discrètes

**Variable aléatoire fonction d'un couple de variables aléatoires discrètes :** cas général : loi de  $g(X, Y)$ , théorème de transfert. Loi d'une somme, stabilités de lois binomiales indépendantes par somme, stabilité de lois de Poisson indépendantes par somme, linéarité de l'espérance. Loi du produit, espérance du produit de deux variables aléatoires indépendantes. Loi du min et du max : méthode et étude sur des exemples.

**Variance et covariance :** définition de la covariance, formule de Koenig-Huygens. Linéarité à gauche et à droite, symétrie. Lien avec la variance, variance d'une somme de deux variables non nécessairement indépendantes, cas des variables indépendantes. Coefficient de corrélation linéaire, le coefficient de corrélation linéaire est toujours dans  $[-1, 1]$ , caractérisation des couples pour lesquels le coefficient de corrélation linéaire vaut 1 ou  $-1$ .

### 1.2 Applications linéaires

**Applications linéaires :** définition et caractérisation des applications linéaires, endomorphisme, si  $f \in \mathcal{L}(E, F)$  alors  $f(0_E) = 0_F$ .  $\mathcal{L}(E, F)$  est un espace vectoriel, la composée d'applications linéaires est linéaire, puissance d'un endomorphisme. Isomorphisme, automorphisme, la bijection réciproque d'un isomorphisme est linéaire.

**Noyau et image :** définition du noyau d'une application linéaire, c'est un sous-espace vectoriel de l'espace de départ. Noyau et injectivité. Définition de l'image, c'est un sous-espace vectoriel de l'espace d'arrivée. Image et surjectivité.

**Rang d'une application linéaire :** définition du rang d'une application linéaire en dimension finie; l'image d'une base donne une famille génératrice de l'image.

## 2 Méthodes à maîtriser

1. Connaître par coeur les lois usuelles : loi, espérance, variance.
2. Savoir trouver la loi de  $XY$ ,  $X + Y$ ,  $\max(X, Y)$ ,  $\min(X, Y)$ .
3. Savoir justifier l'existence et déterminer  $\text{Cov}(X, Y)$ ,  $V(X + Y)$ ,  $\rho(X, Y)$ .
4. Savoir déterminer si une application est linéaire ou non, est un endomorphisme.
5. Savoir déterminer une base du noyau et de l'image d'une application linéaire et en déduire si elle est injective ou surjective.

## 3 Questions de cours

- Définitions : covariance, coefficient de corrélation linéaire, application linéaire, rang d'une application linéaire.
- Formule de Koenig-Huygens pour la covariance. Existence et expression de la variance d'une somme (proposition 10). Caractérisation de la linéarité. Caractérisation de l'injectivité avec le noyau.