

ECE2-Semaine 9

17/11/2021

1 Cours

1.1 Variables aléatoires discrètes (révisions)

Généralités : variable aléatoire discrète, fonction de répartition, loi, loi de $g(X)$ pour X une variable aléatoire réelle discrète et g une fonction définie sur $X(\Omega)$.

Moments : espérance, linéarité de l'espérance, théorème de transfert. Moment d'ordre supérieur, variance, formule de Koenig-Huygens.

Lois usuelles : loi certaine, loi de Bernoulli, loi binomiale, loi uniforme, loi géométrique, loi de Poisson. Espérance et variance des lois usuelles. Expérience aléatoire de référence de la loi Bernoulli, binomiale, uniforme et géométrique.

1.2 Couples de variables aléatoires discrètes

Loi conjointe : loi du couple, système complet d'évènements associé à un couple (aparté sur les séries doubles : convergence absolue des séries doubles).

Lois conditionnelles : lois conditionnelles de X sachant $[Y = y]$ et de Y sachant $[X = x]$.

Lois marginales : lois marginales, calcul avec la formule des probabilités totales.

Indépendance : indépendance de deux variables aléatoires, loi du couple et lois conditionnelles pour un couple de variables aléatoires discrètes indépendantes. Indépendance mutuelle, lemme des coalitions.

2 Méthodes à maîtriser

1. Connaître par coeur les lois usuelles : loi, espérance, variance.
2. Savoir déterminer la loi d'une variable aléatoire discrète donnée.
3. Savoir justifier l'existence de l'espérance, la variance d'une variable donnée.
4. Savoir utiliser le théorème de transfert.
5. Savoir déterminer la loi d'un couple à partir de l'expérience aléatoire, à partir de la loi marginale de X et des lois conditionnelles de Y sachant $[X = x]$ pour tout $x \in X(\Omega)$.
6. Savoir trouver les lois conditionnelles à partir de la loi du couple.
7. Savoir trouver les lois marginales grâce à la loi du couple.
8. Savoir trouver la loi marginale de X en connaissant la loi de Y et les lois conditionnelles de X sachant $[Y = y]$ pour tout $y \in Y(\Omega)$.
9. Savoir montrer que deux variables aléatoires discrètes sont/ne sont pas (mutuellement) indépendantes.

3 Questions de cours

- Formule des probabilités totales.
- Définition : loi conjointe, lois conditionnelles, indépendance mutuelle d'une famille finie de variables aléatoires discrètes.
- Lois usuelles : loi, espérance, variance et expérience de référence.