



UNIVERZITET U NOVOM SADU  
FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA  
U NOVOM SADU



Marko Jocić

# **Segmentacija digitalne slike i izdvajanje obeležja bazirana na geometrijskim oblicima linearnog fazi prostora**

ZAVRŠNI RAD  
- Master akademske studije -

Novi Sad, 2012.



## **ZADATAK DIPLOMSKOG-MASTER RADA**

Predstaviti novi model i algoritam za segmentaciju regiona i izdvajanje osobina sa 2D slika koje sadrže neprecizne regione. Koristiti neuronske mreže za aproksimaciju nepreciznih regiona kao fazi poligona čije su ivice reprezentovane nizom fazi tačaka u linearnom fazi prostoru. Izvršiti specifikaciju fazi prostorne relacije i fazi topološke relacije kojima se modeluju odnosi između više nepreciznih regiona na slici.

Implementirati predstavljene modele, algoritme, prostorne relacije i topološke relacije. Prilagoditi rešenje tako da je moguće izvršiti kompoziciju više različitih relacija upotrebom logičkih operatora. Implementaciju izvršiti u programskom jeziku C#.

Verifikovati implementirano rešenje na DICOM medicinskim slikama.



# SADRŽAJ

PREDGOVOR.....	1
1. UVOD.....	3
2. OSNOVNI POJMOVI I DEFINICIJE.....	5
2.1. ANALIZA SLIKE.....	5
2.1.1. Digitalna slika - definicija, osobine i vrste.....	5
2.1.2. Modeli boja.....	6
2.1.3. Formati digitalnih slika i metode kompresije.....	8
2.1.4. Analize slike u medicini.....	9
2.1.4.1. Motivacija za korišćenje analize slike u medicini.....	9
2.1.4.2. DICOM standard.....	10
2.2. VEŠTAČKE NEURONSKE MREŽE.....	12
2.2.1. Osnovni elementi i pojmovi VNM.....	13
2.2.2. Obučavanje VNM.....	14
2.2.3. Arhitekture, strukture i topologije VNM.....	14
2.2.3.1. Jednoslojni perceptron.....	15
2.2.3.2. Višeslojni perceptron.....	16
2.2.3.3. Rekurentna mreža.....	18
2.2.3.4. Hopfildova mreža.....	19
2.2.3.5. Kohonenova mapa.....	20
2.3. FAZI SKUPOVI I FAZI LOGIKA.....	22
2.3.1. Fazi skup.....	22
2.3.1.1. Osobine fazi skupova.....	23
2.3.1.2. Osnovne operacije nad fazi skupovima.....	24
2.3.2. Fazi logika.....	25
2.3.2.1. Definicija fazi logike.....	25
2.3.2.2. Lingvističke varijable.....	25
2.3.3. Fazi relacija.....	26
2.3.4. Linearni fazi prostor.....	26
3. SPECIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA ANALIZU MEDICINSKIH SLIKA.....	28
3.1. Segmentacija regiona slike bazirane na poligonu u linearnom fazi prostoru.....	28
3.1.1. Fazi poligon u $\mathbb{R}^2$ linearnom fazi prostoru.....	28
3.1.2. Algoritam za segmentaciju i izdvajanje osobina.....	31

3.2. Fazi prostorne relacije između fazi regiona.....	41
3.2.1. Osnovni koncepti modela fazi prostornih relacija.....	42
3.2.2. Definicije fazi prostornih relacija.....	44
3.2.3. Kompozicija fazi prostornih relacija.....	55
3.2.4. Mera pripadnosti fazi poligona fazi prostornoj relaciji.....	57
3.2.5. Implementacija fazi prostornih relacija.....	58
3.3. Fazi topološke relacije između fazi regiona.....	61
3.3.1. Specifikacija fazi topoloških relacija.....	61
3.3.2. Implementacija fazi topoloških relacija.....	74
4. VERIFIKACIJA.....	75
4.1. Primer segmentacije i izdvajanja osobina sa medicinskih DICOM 2D slika.....	75
4.2. Primeri upotrebe fazi prostornih relacija.....	76
4.3. Primer upotrebe fazi topoloških relacija.....	80
5. ZAKLJUČAK.....	81
PREGLED KORIŠĆENIH SKRAĆENICA.....	83
LITERATURA.....	85

## PREDGOVOR

Analiza digitalnih slika predstavlja veoma aktuelno polje istraživanja, kako u oblasti računarskih nauka, tako i u raznim oblastima industrije. Razvijene su mnoge tehnike koje automatizuju zadatak analize slike, a neke od njih su segmentacija i izdvajanje osobina.

U medicini, slike predstavljaju fundamentalan alat i koriste se za dijagnozu, klinička istraživanja i učenje. Na ovim slikama je često potrebno izdvojiti određene regione od interesa i izračunati neke njihove geometrijske osobine za potrebe dijagnoze. Međutim, ovi regioni su često neprecizni, što je uzrokovano samim osobinama regiona i njegovim nepreciznim rubom, rezolucijom digitalne slike, šumovima na slici, kao i kvalitetom uređaja koji je napravio sliku.

Iz ovoga sledi motivacija za korišćenje fazi prostornih objekata za modelovanje nepreciznih regiona. Svaki neprecizni region predstavlja se linearnim fazi poligonom u linearnom fazi prostoru.

Takođe, važne informacije za zadatke prepoznavanja i interpretacije slike doleze od prostornog rasporeda nepreciznih regiona na slikama, posebno kada se nalaze u složenim sredinama, kao što su npr. medicinske slike. Zbog ovoga uvedeni su pojmovi fazi prostornih i fazi topoloških relacija.

Za analizu su korišćene DICOM slike, jer DICOM predstavlja međunarodni standard za medicinske slike.

Tekst rada sastoji se iz pet poglavlja.

U prvom poglavlju data su uvodna razmatranja o analizi digitalne slike, kao i motivaciji za korišćenje fuzi pristupa u analizi medicinskih slika.

U drugom poglavlju data je teorijski osnov o digitalnoj slici, DICOM standardu, neuronskim mrežama, fazi skupovima i fazi logici.

Treće poglavlje predstavlja specifikaciju i implementaciju sistema za analizu medicinskih slika. Predstavljen je algoritam za segmentaciju i izdvajanje obeležja baziran na linearnom fazi poligonu. Zatim definisane su fazi prostorne relacije, kao i fazi topološke relacije.

U četvrtom poglavlju prikazani su rezultati rada, u primeru analize DICOM medicinskih slika. Dat je primer izračunavanja dijametra izdvojenog nepreciznog regiona, dva primera korišćenja fazi prostornih relacija, kao i jedan primer fazi topološke relacije.

U petom poglavlju data su zaključna razmatranja i predlozi pravaca daljih istraživanja.

Na kraju rada nalazi se pregled korišćenih skraćenica u radu, literatura, biografija i ključna dokumentacijska informacija. Bibliografija sadrži bibliografske jedinice koje su

direktno pomenute u radu. U radu je usvojen IEEE stil citiranja referenci.

Zahvaljujem se svim članovima komisije koji su svojim korisnim sugestijama doprineli da rad bude jasniji i pregledniji.

Posebnu zahvalnost dugujem Đorđu Obradoviću i Zori Konjović, a nesebičnu pomoć tokom izrade pojedinih delova ovog rada.

Takođe se zahvaljujem verenici, roditeljima i prijateljima na razumevanju i podršci.

Novi Sad, 2012.

Marko Jocić



## 1. UVOD

Analiza slika podrazumeva izdvajanje relevantnih informacija sa slika, pretežno digitalnih, a korišćenjem tehnika obrade digitalnih slika pomoću računara. Analiza slika pomoću računara podrazuiva kvantitativnu i kvalitativnu analizu 2D ili 3D digitalnih slika. Ova oblast sadrži polja kao što su računarska/mašinska vizija (eng. *computer/machine vision*) i medicinska analiza slika i umnogome se oslanja na tehnike prepoznavanja šablona, segmentacija slike, digitalne geometrije i obrade signala.

Analiza slika pomoću računara se koristi kada je potrebno da računar automatski prouči sliku kako bi se izvukle korisne informacije i doneli zaključci na brži i efikasniji način nego što to može da uradi čovek. Analiza digitalnih slika se stalno širi i napreduje, a primene je našla u skoro svim oblastima nauke i industrije, kao što su: medicina, mikroskopija, astronomija, robotika, daljinska detekcija, bezbednost, metalografija...

Neke od važnijih metoda za analizu slika su segmentacija (eng. *image segmentation*) i izdvajanje osobina (eng. *feature extraction*). Segmentacija je proces deljenja digitalne slike na segmente u cilju uprošćavanja reprezentacije slike u oblik koji ima više smisla (u odnosu na domensku oblast) i koji je lakše analizirati. Tačnije, segmentacija je proces dodeljivanja oznake svakom pikselu na slici tako da pikseli koji imaju istu oznaku dele određene vizuelne karakteristike (boja, intenzitet, tekstura, itd). Kada se primenjuje na veći broj slika, tipično u medicini, izdvojene konture dobijene segmentacijom slike se koriste za pravljenje 3D modela uz pomoć određenih interpolacionih algoritama. Izdvajanje osobina je u suštini specijalna vrsta smanjivanja dimenzionalnosti, odnosno preslikavanje ulaznih podataka koji su često preobimni i redundantni na manji skup osobina (koji se naziva i vektor osobina).

Neki od pristupa za segmentaciju slika uključuju korišćenje metode potpornih vektora (eng. *SVM – support vector machine*), veštačkih neuronskih mreža (eng. *ANN – artificial neural network*), kao i metode bazirane na regionima i konturama.

Jedna od fundamentalnih osobina digitalne slike jeste da je ona zapravo numerička reprezentacija dvodimenzionalne slike, odnosno da je predstavljena konačnim skupom digitalnih vrednosti, koji se nazivaju pikseli i čiji broj na slici zavisi od rezulucije slike (fiksiran broj redova i kolona piksela) [1]. Pikseli su najmanji individualni deo slike, što znači da je sama digitalna slika diskretizovana pomoću konačnog broja piksela, a to podrazumeva gubitak informacija, odnosno određenu meru nepreciznosti podataka.

U idealnom slučaju, računar bi bilo potrebno obezbediti potpuno tačne podatke kako bi njihovo izračunavanje, obrada i analiza bila potpuno korektna i tačna [2]. Međutim, u praksi ovi uslovi veoma često nisu ispunjeni, što rezultuje netačnim, odnosno nesigurnim ulaznim podacima gde upotreba klasičnih algoritama i matematičkih aparata ne daje zadovoljavajuće rezultate.

Prilikom modelovanja prostornih podataka i algoritama koji ih obrađuju, javljaju se dva glavna problema. Prvi se odnosi na činjenicu da granice između unutrašnjosti i spoljašnjosti

objekta, ili generalno granice između regiona često nisu tačno određene. Drugi problem je to što se modelovanje prostornih objekata oslanja na Euklidski prostor i geometriju, odnosno na aritmetiku beskonačne preciznosti. Ovo je u direktnom konfliktu sa činjenicom da su računari sistemi sa konačnom preciznošću [3]. Na primer, presečna tačka dve linije mora biti zaokružena na najbližu koordinatu koja odgovara rezoluciji slike. Ovo neizbežno prouzrokuje ne samo numeričke greške, već naročito topološke greške. Jedan od pristupa ovom problemu jeste prihvatanje ove neodređenosti i nadogradnja postojećih modela i algoritama kako bi bilo moguće upravljati ovakvim podacima. Ovakav pristup se zasniva na upotrebi fazi logike i fazi skupova [4]. Prethodni radovi [navesti] predstavljaju jednostavne ali efikasne modele nepreciznih prostornih podataka baziranih na fazi skupovima.

Relacije između prostornih objekata predstavljaju važan aspekt formalne teorije o prostornim podacima. Ove relacije su prvobitno bile formulisane za idealne regione, ne uzimajući u obzir već spomenute nesavršenosti u podacima kao što su neodređenost i nepreciznost u modelu prostornih objekata, odnosno regiona. Moguć pristup ovom problemu podrazumevao bi korišćenje fazi prostornih relacija.

Pored relacija među prostornim objektima, kao logična se nameće i upotreba topoloških predikata. Predikati izračunavanja topoloških relacija među objektima su veoma važni za prostorne baze podataka [3]. Zbog već navedenih problema, odnosno same prirode digitalne slike koja podrazumeva određenu količinu neodređenosti i nepreciznosti, i ovde se klasične metode proširuju fazi pristupima.

Korišćenjem fazi prostornih i topoloških relacija za opis nepreciznih prostornih objekata i odnosa između tih objekata, kao i korišćenje već postojećeg znanja, dobija se mogućnost automatskog prepoznavanja određenih regiona na slici. Radovi [3] [5] se bave sličnom tematikom i predlažu neka od mogućih rešenja ovog problema.

Tehnike i metode zasnovane na fazi su se u praksi pokazale kao veoma dobre u analizi medicinskih slika. Na primer, u mnogim realnim primerima radiološke prakse, automatizovana i inteligentna analiza slika kao i njihovo tumačenje je prihvaćena kao jedan od ključnih delova procedure zadatka dijagnoze. U većini slučajeva, najvažniji korak predstavljaju segmentacija i detektovanje relevantnih regiona (u medicini često nazvani kao "mase"). Ove mase su karakterizovane svojim položajem, veličinom, oblikom, teksturom, itd. Zbog velikih varijacija u veličini i obliku u kojima se mase mogu pojaviti, lošeg kontrasta određenih regiona (masa), odnosno uopšteno zbog nepreciznih podataka na slici, u ovom radu se predlaže upotreba fazi prostornih objekata i relacija [6].

U radu je predstavljen i implementiran model nepreciznih regiona, kao i algoritam za izdvajanje ovih regiona uz pomoć veštačke neuronske mreže. Takođe su prikazane i implementirane osnovne fazi prostorne i topološke relacije među objektima.

## 2. OSNOVNI POJMOVI I DEFINICIJE

### 2.1. ANALIZA SLIKE

Analiza digitalne slike je jedna od oblasti trenutno veoma aktuelnog polja u računarskim naukama zvanog *computer vision*. Computer vision obuhvata metode dobavljanja, obrade, analize i razumevanje slike i, u principu, više-dimenzionalnih podataka iz realnog sveta u cilju da se proizvedu simboličke ili numeričke informacije [7]. Suština razvoja ovog polja je da se nadmaši sposobnost ljudskog vida pomoću elektronske spoznaje i razumevanja slike.

Činjenica da su računari sistemi sa konačnom preciznošću nameće ograničenje da se slika koja se obrađuje mora na neki način diskretizovati, i tako nastaje digitalna slika. Digitalna slika je numerička reprezentacija dvodimenzionalne slike, odnosno predstavljena je konačnim skupom digitalnih vrednosti, koji se nazivaju pikseli i čiji broj na slici zavisi od rezolucije slike (fiksiran broj redova i kolona piksela). Tipično se pikseli se čuvaju u računarskoj memoriji kao raster, odnosno dvodimenzionalni niz ili matrica celih brojeva. Ove vrednosti se često transformišu ili čuvaju u kompresovanom obliku, što zavisi od korišćenog formata datoteke digitalne slike. Ovi formati predstavljaju standardizovane načine organizovanja i čuvanja digitalnih slika. Neki od najpoznatijih formata su JPEG, TIFF, RAW, PNG, BMP, GIF, ali postoji i mnoštvo drugih koji se koriste u zavisnosti od potreba.

#### 2.1.1. Digitalna slika - definicija, osobine i vrste

Pre definisanja digitalne slike, potrebno je definisati i pojam analogne slike, kako bi se uočile glavne razlike. Matematički model slike kao funkcije dva prostorna parametra se pokazao kao veoma koristan način kako opisivanja slike, tako i definisanja operacija nad njima.

**Definicija 2.1** Analogna slika je 2D slika  $F(x,y)$  čiji prostorni parametri  $x$  i  $y$  imaju beskonačnu preciznost i čija svaka prostorna tačka  $(x,y)$  ima beskonačnu preciznost u intenzitetu [1].

**Definicija 2.2** Digitalna slika je 2D slika  $I[r,c]$  predstavljena diskretnim 2-dimenzionalnim uzoraka intenziteta, gde je svaki uzorak predstavljen korišćenjem konačne preciznosti [1].

Na osnovu sadržaja koji se nalazi na mogućim prostornim koordinatama slike, odnosno pikselima, razlikuje se nekoliko vrsta digitalne slike:

- *grayscale* – monohromatska digitalna slika  $G[r,c]$  sa samo jednom vrednošću intenziteta po pikselu.
- *multispectral* – 2D slika  $M[x,y]$  čiji svaki piksel sadrži vektor vrednosti intenziteta.

Ukoliko je slika u boji, onda ovaj vektor uobičajeno ima tri elementa, po jedan za svaku boju (pogledati poglavlje 2.1.2.).

- *binary* – digitalna slika gde svaki piksel ima vrednost 0 ili 1.
- *labeled* – digitalna slika  $L[r,c]$  gde je svaka vrednost piksela predstavljena kao simbol iz ograničenog alfabeta. Vrednost ovog simbola obeležava ishod neke odluke donete za taj piksel.

Još jedna veoma važna osobina digitalne slike jeste rezulucija.

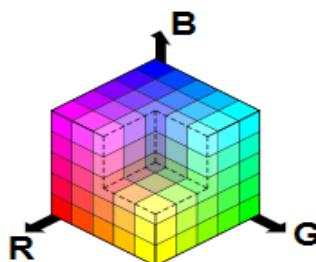
**Definicija 2.3** Formalno, pojam rezulucije se odnosi na preciznost senzora koji vrši merenje. Koncept rezulucije digitalne slike predstavlja broj dostupnih piksela, odnosno proizvod broja piksela u redu i koloni [1].

Da bi se individualnom pikselu slike moglo pristupiti, na neki način ga obraditi ili ga koristiti u matematičkoj formuli, neophodno je koristiti koordinatni sistem. Postoji više koordinatnih sistema koji se koriste za ovu potrebu, a neki od češće korišćenih su:

- rasterski orijentisan čije koordinate  $[0,0]$  se nalaze u gornjem-levom uglu slike.
- Dekartov koordinatni okvir sa  $[0,0]$  koordinatama u donjem-levom uglu slike.
- Dekartov koordinatni okvir sa  $[0,0]$  koordinatama u centru slike.

### 2.1.2. Modeli boja

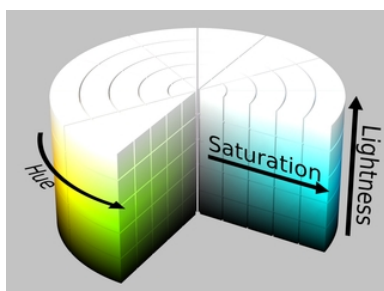
Postoje i različiti modeli boja kojima se opisuje svaki piksel pri formiranju slike. Model boja je apstraktni matematički model koji opisuje na koji način se boje mogu prikazati kao -torke brojeva, tipično sa tri ili četiri vrednosti, odnosno komponente boje. Jedan od najpoznatijih i prvih korišćenih modela boja je tzv. RGB model (RGB – *red green blue*), gde se svaka boja opisuje aditivnim mešanjem intenziteta tri osnovne boje – crvene, zelene i plave. Na slici 2.1 je prikazan koordinatni sistem RGB modela boja.



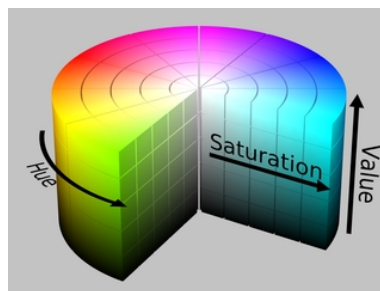
Slika 2.1: Koordinatni sistem  
RGB modela boja

U štampačima se često sreće upotreba modela boja koji se zasniva na sličnom pristupu kao RGB, ali umesto aditivnog mešanja boja koristi se supstraktivno mešanje boja. Ovaj model se zove CMYK (*cyan magenta yellow black*) i ima crnu boju kao četvrtu komponentu koja poboljšava prikazivanje nekih tamnijih nijansi boja.

Postoje i modeli boja koji ne koriste kubični koordinatni sistem za reprezentaciju boje u prostoru boja kao RGB. Ovi modeli koriste cilindrični koordinatni sistem za predstavljanje boja i razvijeni su sa ciljem da budu intuitivniji i perceptivno relevantiji od RGB modela. Dva najviše korišćena ovakva modela su HSL (*hue saturation lightning*) i HSV (*hue saturation value*) i oni se uglavnom koriste u odabiračima boja u softveru za obradu slika. Na slikama 2.2 i 2.3 su prikazani cilindrični koordinatni sistemi HSL i HSV modela boja.



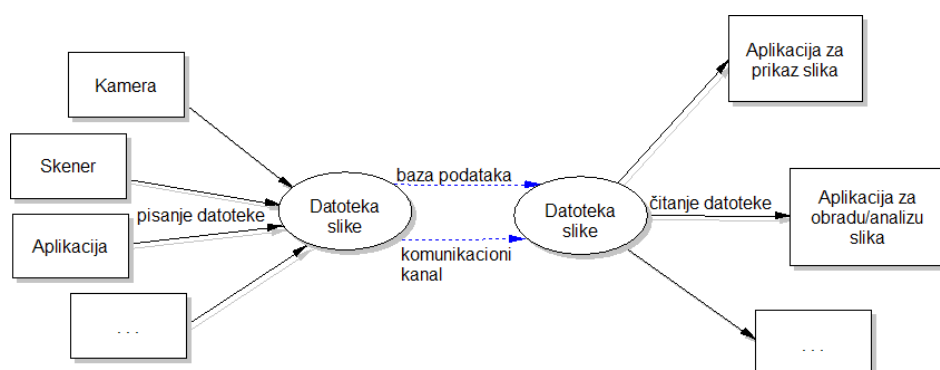
Slika 2.3: Koordinatni sistem HSL  
modela boja



Slika 2.2: Koordinatni sistem HSV  
modela boja

### 2.1.3. Formati digitalnih slika i metode kompresije

Digitalne slike su široko rasprostranjene i korišćene u mnogim sferama nauke, industrije i svakodnevnog života, i zbog toga je bilo neophodno razviti standardizovane formate kako bi se omogućio pristup, obrada i analiza različitim hardverima i softverima. Uprošćena skica ove situacije je data na slici 2.4.



Slika 2.4: Više uređaja ili aplikacija prave, koriste ili konvertuju digitalnu sliku. Potreban je standardizovan format datoteke slike kako bi ovi procesi bili produktivniji i efikasniji.

Nažalost (ili srećom) postoji veliki broj različitih formata u upotrebi. Ono što većina formata ima zajedničko jeste da svaka datoteka digitalne slike ima deo koji predstavlja zaglavlje i deo koji predstavlja podatke. Zaglavlje je neophodno kako bi datoteka sama obezbedila osnovne podatke o sebi alatkama za obradu slika. Ovi podaci uglavnom podrazumevaju dimenzije slike, tip, vreme nastanka, neku vrstu naslova, a mogu sadržati i tabelu korišćenih boja za interpretiranje vrednosti piksela. Što se tiče samih podataka slike, neki od formata mogu se koristiti samo za određene vrste slika kao što su monohromatske ili binarne. Ipak, danas se u daleko većoj meri koriste i više su rasprostranjeni oni formati koji podržavaju veći broj vrsti slika i osobina slika.

Većina formata omogućava kompresiju podataka slike tako da nisu sve vrednosti piksela direktno enkodovane. Kompresija slike može smanjiti količinu potrebne memorije za čuvanje slike do 30% ili čak 3% njene sirove količine memorije (kada se koristi direktno enkodovanje) u zavisnosti od potrebnog kvaliteta i korišćenog metoda. Kompresija može biti *lossless* (bez gubitaka kvaliteta) ili *lossy* (sa gubicima kvaliteta, ali nekad nevidljivih ljudskim okom).

**Definicija 2.4** Metod kompresije slike je *lossless* ukoliko postoji metod dekompresije

koji precizno može da povрати (tačno u svaki bit) originalnu sliku pre kompresije. U suprotnom, metod kompresije je *lossy*.

Neki od najčešće korišćenih formata su [1]:

- *run-coding* – efikasna šema kodiranja za binarne ili *labeled* slike, jer ne samo da smanjuju potreban memorijski prostor, već mogu ubrzati i neke operacije nad slikama. Često se koristi za kompresiju kao sastavni deo drugih standardnih formata.
- *PGM: Portable Grey Map* – jedan od najjednostavnijih formata za čuvanje i razmenu slika. Zaglavlje slike i podaci o vrednostima piksela su enkodovane sa ASCII.
- *GIF: Graphics Interchange Format* – osmišljen od strane CompuServe, Inc. Korišten da se enkoduje veliki broj slika na Internetu i u bazama podataka. Za enkodovanje boje se koristi samo 8 bita, odnosno maksimum od 256 raspoloživih boja, koje su često dovoljne za slike koje se prikazuju na računaru, a dostupna je i kompaktnija opcija koja nudi samo 16 boja.
- *TIFF: Tag Image File Format* – veoma opšt i veoma kompleksan format korišćen na svim popularnim platformama i često u skenerima. Podržava od 1 do 24 bita za definisanje boje piksela.
- *JPEG* – skoriji standard razvijen od strane Joint Photographic Experts Group. Glavna svrha je da omogući praktičnu kompresiju visoko kvalitetnih nepokretnih slika u boji. JPEG šema kodiranja je orijentisana prema tokovima tako da dozvoljava hardversko kodiranje i dekodiranje slike u realnom vremenu. Ovaj standard je nezavisan od kodnog sistema boja, što je velika prednost. Kompresija se vrši upotrebom diskretne kosinusne transformacije, koju zatim prati *Huffman*-ovo kodiranje.

### 2.1.4. Analize slike u medicini

#### 2.1.4.1. Motivacija za korišćenje analize slike u medicini

Slike predstavljaju fundamentalan alat u medicini i koriste se za dijagnozu, klinička istraživanja i učenje. Trenutno postoji nekoliko tehnika za snimanje slika u svrhu određivanja dijagnoze pacijenata: rendgenski snimci (eng. *X-ray images*), računarska tomografija (eng. *Computed Tomography – CT*), magnetna rezonanca (eng. *Magnetic Resonance Imaging – MRI*), pozitronska emisiona tomografija (eng. *Positron Emission Tomography – PET*), ultrazvuk (eng. *ultrasonography*), itd [8].

Zadatak dijagonoze generiše velike količine podataka u vidu slika koje moraju biti čuvane za buduće procene. Srećom, većina tehnika pravi digitalne slike, koje se efikasnije skladište i koriste pomoću računarskih sistema [9]. Dijagnostičke i terapijske potrebe za

radiološkim snimanjem se ubrzano povećavaju. Ovaj porast je posledica potrebe za bržim, tačnijim, jeftinijim i manje invanzivnim lečenjima. U velikom broj radioloških praksi, tehnike automatizovane i inteligentne analize i razumevanja slika su prihvaćene kao suštinski deo procedure. Ove tehnike obuhvataju segmentaciju slike, računarski podržanu dijagnozu (eng. *computer-aided diagnosis*) i detekciju. U oblasti prognoze i lečenja raka, automatizovani i inteligentni algoritmi predstavljaju veliki udeo u tržištu i široko su rasprostranjeni.

Algoritmi mašinskog učenja podupiru algoritme i softver koji čini računarski podržane dijagnoze, prognoze i lečenja mogućim. Mašinsko učenje može da automatski identifikuje kompleksne šablone i time pomogne radiolozima da donose odluke bazirane na radiološkim podacima kao što su konvencionalni radiografi, CT, MRI ili PET slike. U većini primena, performanse automatskog sistema za detekciju i dijagnozu baziranih na mašinskom učenju su se pokazali uporedivim sa performansama dobro obučenog i iskusnog radiologa.

#### 2.1.4.2. DICOM standard

DICOM – *Digital Imaging and Communications in Medicine* – međunarodni standard za medicinske slike i njima relevantne informacije (ISO 12052). Definiše formate medicinskih slika za razmenu, zajedno sa potrebnim podacima i kvalitetom za kliničku upotrebu. DICOM je implementiran u skoro svakom radiološkom, kardiološkom i radioterapijskom uređaju (rendgen, CT, MRI, ultrazvuk), sa sve većom upotrebom i u uređajima drugih medicinskih domena kao što je oftamologija i zubarstvo. Sa desetinama hiljada uređaja koji ga koriste, DICOM je jedan od najšire rasprostranjenih standarda na za razmenu poruka u zdravstvu u celom svetu. Trenutno su u upotrebi bukvalno milijardu DICOM slika za potrebe kliničke nege. Od njegovog objavljivanja 1993. godine, DICOM je napravio revoluciju u radiološkoj praksi, omogućavajući zamenu rendgenskog snimka potpuno digitalnim tokom rada. Kako je Internet postao platforma za aplikacije konzumiranja informacija, DICOM je omogućio naprednim aplikacijama koje koriste medicinske slike da “promene lice kliničke medicine” [10].

DICOM se odnosi na pet osnovnih oblasti aplikacija: upravljanje porukama na mreži, upravljanje tumačenjem poruka na mreži, upravljanje štampanjem preko mreže, upravljanje procedurama koje obuhvataju slike na mreži, upravljanje eksternim skladišnim medijima. On predstavlja kompletnu specifikaciju elemenata koji su neophodni za uspostavljanje interoperabilnosti između biomedicinskih kompjuterskih sistema koji rade sa slikama. Ovaj standard je tokom vremena proširivan i unapređivan na modularni način da bi bio u mogućnosti da podržava nove aplikacije i radi sa novim tehnologijama. Interfejs koji ovaj standard nudi drugim informacionim sistemima omogućava zajedničko upravljanje informacijama o pacijentu, proceduri i rezultatima koje su povezane sa medicinskom slikom.

Medicinska slika u DICOM standardu je definisana sa [11]:



- vrednostima svojih piksela i njihovim karakteristikama
- ravnima koje čine digitalnu sliku (*image planes*)
- širinom/visinom slike
- karakteristikama nijansi sive i/ili ostalih boja
- karakteristikama specifičnim za dati modalitet slike (parametri sa kojima je vršena akvizicija slike i informacije specifične za stvaranje slike)

Slika može da nastane prilikom skeniranja slike, ali takođe može da bude rezultat grafičke obrade jedne ili grupe više slika. Ako je slika nastala na neki drugi način ona se naziva izvedena slika (eng. *derived image*). Jedna vrsta izvedenih slika je slika koja je nastala kompresijom koristeći neku od tehnika kompresije mirne slike. Medicinske slike mogu da se predstavljaju u jednom frejmu (jedna slika) ili u više frejmova (niz slika). Kada medicinska slika sadrži više frejmova, oni su sekvencijalno poređani i sadrže zajedničke osnovne karakteristike (broj ravni, reprezentacija boje, dimenzije i sl.).

Za reprezentaciju vrednosti piksela DICOM standard propisuje korišćenje 8-bitnih i 16-bitnih vrednosti za *grayscale* slike, odnosno 24-bitne i 48-bitne vrednosti za RGB slike. Takođe, definisan je i veliki broj zajedničkih metapodataka za sve slike, kao i zasebni metapodaci u zavisnosti od vrste slike. Samo neki od tih metapodataka su (za kompletan skup pogledati [12]):

- *Institution Name* – ime institucije gde je napravljena slika
- *Institution Address* – adresa institucije
- *Referring Physician's Name* – ime odgovornog lekara
- *Study Description* – opis slike
- *Manufacturer's Model Name* – ime modela uređaja
- *Body Part Examined* – deo tela koji se pregleda/snima
- *Slice Thickness* – debljina slajsa, odnosno razdaljina između dve uzastopne slike
- *kVp* – maksimalna voltaža rendgenske cevi
- X-ray Tube Current – jačina struje rendgenske cevi
- *Software Versions(s)* – verzija softvera
- *Distance Source to Detector* – udaljenost od izvora do detektora
- *Distance Source to Patient* – udaljenost od izvora do pacijenta

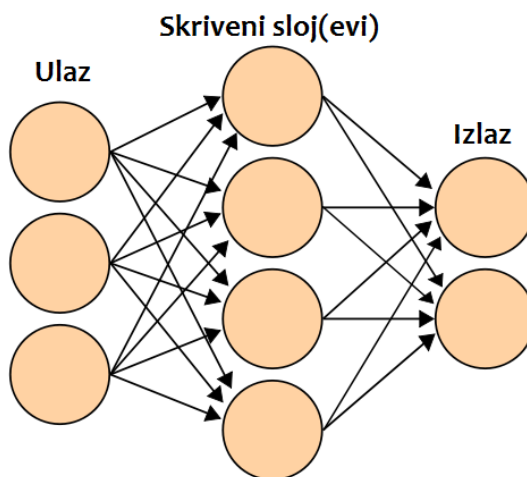
- *Table Height* – visina stola

## 2.2. VEŠTAČKE NEURONSKE MREŽE

Veštačke neuronske mreže (eng. *Artificial Neural Networks* – *ANN*) oponašaju biološke mehanizme procesiranja informacija. Tipično su dizajnirane da vrše nelinearno mapiranje nekog skupa ulaza na skup izlaza. VNM pokušavaju da postignu performanse bioloških sistema koristeći guste međusobne veze između jednostavnih procesnih elemenata analogno biološkim neuronima. VNM uče na osnovu iskustva i imaju sposobnost generalizacija na osnovu prethodno naučenih primera. Menjaju svoje ponašanje kao odgovor na okolinu, i idealne su u slučajevima gde potrebni algoritam mapiranja nije poznat i gde se zahteva tolerantnost prema neispravnim/nepotpunim ulaznim podacima [13]. VNM nude određene prednosti u odnosu na neke konvencionalne pristupe i algoritme, a one podrazumevaju sposobnost generalizacije, paralelizam, distribuiranu memoriju, redundantnost i učenje.

VNM se sastoje od elektronskih procesnih elemenata (neurona) koji su povezani na određeni način. Ova povezanost se može predstaviti u formi usmernog grafa gde je svaki procesni element predstavljen kao čvor, a svaka usmerena linija kao veza (sinapsa) između dva čvora. Neophodno je naglasiti da je smer protoka signala, odnosno informacija označen smerom strelice na ovoj liniji [14]. Ponašanje obučene VNM zavisi od težina, koje predstavljaju jačinu veze između dva procesna elementa. Tipična struktura VNM je prikazana na slici 2.5. Prvi sloj predstavlja ulazne neurone, koji preko sinapsi šalju podatke drugom, odnosno skrivenom sloju neurona, koji ih zatim opet preko svojih sinapsi šalju izlaznom sloju. Složeniji sistemi imaju više skrivenih slojeva, kao i povećan broj neurona u ulaznom i izlaznom sloju. Svaka sinapsa ima svoju težinu, koja predstavlja parametar u manipulisanju podacima tokom izračunavanja.

Vrednosti težina u vezama između neurona su povezane sa konceptom obučavanja neuronske mreže. Ovo obučavanje je zapravo učenje po primeru i predstavlja verovatno najbitniji proces kako bi mreža funkcionisala na željeni način. Ogromna prednost VNM je da za rešavanje problema nije potreban dobro definisan algoritamski proces preslikavanja ulaza na izlaz. Radije, sve što je potrebno da većinu VNM je skup reprezentativnih primera željenog preslikavanja, odnosno mapiranja, na osnovu kojih se mreža prilagođavaja menjajući vrednosti težina sinapsi. Dodatno, VNM su robusne u smislu da će verovatno dati zadovoljavajuće izlazne vrednosti iako na ulazu dobije vrednosti koje nikad pre nije “videla” (npr. ulaz sa šumom). Inherentna sposobnost da se nosi pošumljenim i nejasnim šablonima predstavlja veoma važnu prednost u odnosu na tradicionalna algoritamska rešenja. Moć pristupa problemima pomoću VNM ne leži obavezno u eleganciji samog rešenja, već radije u sposobnosti generalizacije mreže da *pronađe svoj rešenje* za određene probleme uz date samo primere željenog ponašanja [14].



Slika 2.5: Tipična struktura veštačke neuronske mreže

Veštačke neuronske su našle raznovrsnu upotrebu u velikom broju problema, uključujući adaptivnu kontrolu, optimizaciju, medicinsku dijagnozu, donošenje odluka, kao i u obradi signala i informacija, uključujući prepoznavanje i obradu govora. VNM su se pokazale kao veoma pogodne za procesiranje senzorskih podataka, posebno za izdvajanje osobina i automatsko prepoznavanje signala i više-dimenzijskih objekata. Prepoznavanje šablona se, ipak, izdvojilo kao najveća primena VNM jer struktura mreže odgovara zadacima koje biološka neuronska mreža obavlja uspešno, a prepoznavanje šablona je dobar primer gde biološki sistemi nadmašuju tradicionalne pristupe veštačke inteligencije zasnovane na pravilima [13].

### 2.2.1. Osnovni elementi i pojmovi VNM

Kao što je već rečeno, veštačka neuronska mreža se sastoji od skupa jednostavnih procesnih jedinica koje međusobno komuniciraju slanjem signala preko težinskih veza. Mogu se izdvojiti određeni aspekti i elementi ovog paralelnog distribuiranog modela [15]:

- skup procesnih jedinica, odnosno neurona
- stanje aktivacije  $y_k$  za svaku procesnu jedinicu, koje odgovara vrednosti izlaza te jedinice
- veze između procesnih jedinica. Generalno svaka veza je definisana težinom  $w_{jk}$  koja određuje efekat signala jedinice  $j$  na jedinicu  $k$

- pravilo propagacije, koje određuje efektivnu vrednost ulaza  $s_k$  jedinice na osnovu njenih spoljašnjih ulaza
- aktivaciona funkcija  $F_k$ , koja određuje novi nivo aktivacije na osnovu efektivnog ulaza  $s_k(t)$  i trenutnog nivoa aktivacije  $y_k(t)$
- prag aktivacije  $\theta_k$  za svaku procesnu jedinicu
- metod skupljanja informacija, odnosno pravilo obučavanja
- okruženje unutar koga sistem VNM funkcioniše i koje generiše ulazne signale i ukoliko je potrebno i signale greške

### 2.2.2. Obučavanje VNM

Kako bi neuronska mreža za određene skupove ulaznih podataka generisala željene izlazne vrednosti, neophodno ju je prethodno konfigurisati. Postoji različiti postupci za podešavanje jačina veza, odnosno težina između neurona. Jedan način je podesiti težine eksplicitno, koristeći *a priori* znanje. Drugi način podrazumeva “obučavanje” neuronske mreže snabdevajući je obučavajućim skupom podataka i tako uzrokovati promene u težini prema nekom pravilu obučavanja.

Postoje dve glavne kateogrije načina obučavanja neuronskih mreža:

- *Nadgledano ili asocijativno učenje* – VNM se obučava ulaznim vrednostima i njima odgovarajućim, odnosno željenim izlaznim vrednostima. Ove parove ulazno-izlaznih vrednosti može obezbediti neki eksterni učitelj, ili sistem koji sadrži samu mrežu (samonadgledano učenje).
- *Nenadgledano učenje ili samoorganizacija* – izlazne procesne jedinice se obučavaju da odgovaraju na klastere šablona u ulaznim podacima. Sistem bi sam trebao da otkrije statistički istaknute osobine u ulaznim podacima. Za razliku od nadgledanog učenja, ovde ne postoji *a priori* skupa kateogrija u koji šabloni trebaju biti klasifikovani, već radije bi sistem sam morao razviti svoju reprezentaciju ulaznih stimulansa

### 2.2.3. Arhitekture, strukture i topologije VNM

Na osnovu načina na koji su procesni elementi povezani i na koji način informacije propagiraju kroz mrežu, razlikuju se dve osnovne topologije VNM:

- *Feed-forward VNM* – gde je tok podataka od ulaza ka izlazu striktno jednosmeran.

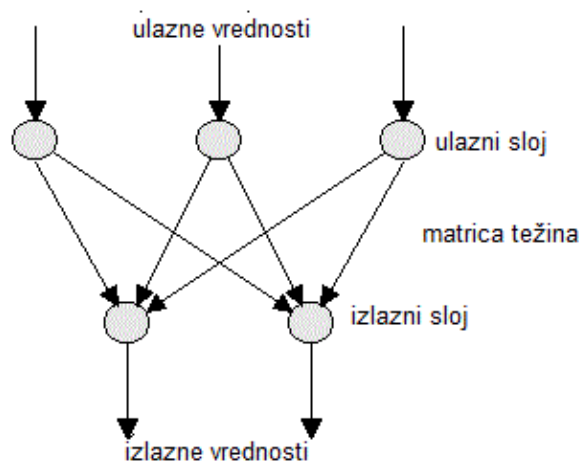
Procesiranje podataka može biti obavljano preko više slojeva procesnih jedinica, ali ne postoje povratne veze, odnosno ne postoje veze koje povezuju izlaze procesnih jedinica na ulaze drugih procesnih jedinica u istom ili prethodnom sloju. Primeri ove mreže su jednoslojni perceptron, višeslojni perceptron i Kohonenova mapa

- *Rekurentne VNM* – za razliku od feed-forward mreža, imaju povratne veze i dinamičke osobine ovih mreža su veoma važne. Primeri ove mreže su klasična rekurentna mreža, Hopfildova mreža i Kohonenova mapa

### 2.2.3.1. Jednoslojni perceptron

Jednoslojni perceptron je jednoslojna feed-forward mreža, odnosno ima samo ulazni i izlazni sloj, bez skrivenih slojeva i bez povratnih veza. Prvi ga je uveo F. Rosenblatt 1958 godine [16]. Ime “jednoslojni” se odnosi zapravo na izlazni sloj, odnosno na samo jedan sloj veza od ulaza do izlaza, iako ne postoje skriveni međuslojevi. Dakle, ovo je jednostavna neuronska mreža koja ima samo binarne vrednosti ulaza i izlaza (0 ili 1). Obučava se nadgledanim procesom obučavanja i ova mreža može da rešava osnovne logičke probleme, kao što su I (AND) ili ILI (OR). Takođe se koristi i u svrhe klasifikacije šablona. Komplikovanije logičke operacije, kao što je ekskluzivno ILI (XOR) ne mogu biti rešene pomoću jednoslojnog perceptrona.

Na slici 2.6 je dat primer jednoslojnog perceptrona sa 3 ulazna neurona i 2 izlazna neurona i njihovim međusobnim vezama.

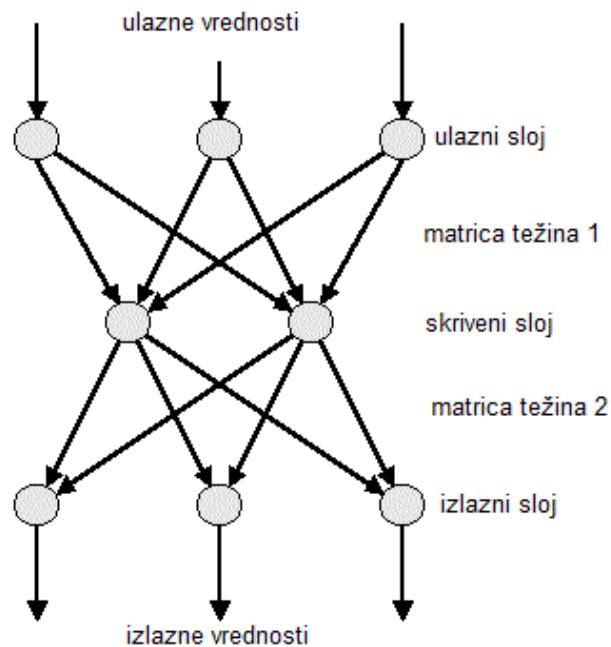


Slika 2.6: Primer jednoslojnog perceptrona

### 2.2.3.2. Višeslojni perceptron

Višeslojni perceptron predstavlja višeslojnu feed-forward mrežu, odnosno to je proširen jednoslojni perceptron koji ima jedan ili više slojeva neurona između ulaznog i izlaznog sloja. Uveli su ga M. Minsky i S. Papert 1969. godine [17]. Zbog svoje proširene strukture, višeslojni perceptron može da rešava složenije probleme, kao i složenije logičke operacije, uključujući i ekskluzivno ILI (XOR). Ovakva VNM se obučava nadgledanim procesom obučavanja.

Slika 2.7 prikazuje primer višeslojnog perceptrona sa jednim skrivenim slojem između ulaznog i izlaznog sloja.



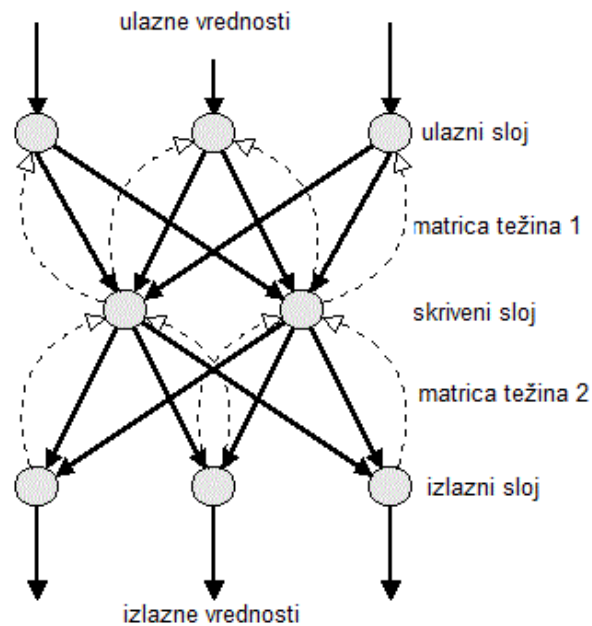
Slika 2.7: Primer višeslojnog perceptrona

### 2.2.3.3. Rekurentna mreža

Rekurentna VNM ima sličnu strukturu kao višeslojni perceptron uz dodatak povratnih veza, i koristi nadgledani backpropagation algoritam za obučavanje i jedna je od najmoćnijih vrsta neuronskih mreža. Uveli su je G.E. Hinton, E. Rumelhart i R.J. Williams 1986. godine

[18] i najviše se koristi za rešavanje složenih logičkih operacija, klasifikaciju šablona i analizu govora.

Primer rekurentne mreže je prikazan na slici 2.8.

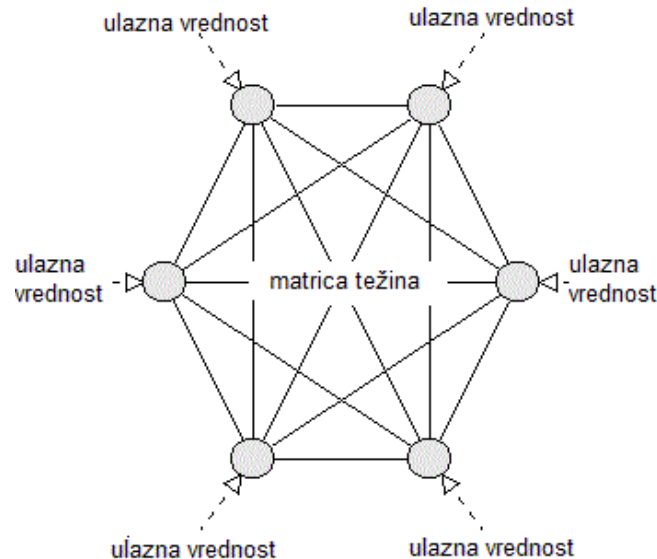


Slika 2.8: Primer rekurentne neuronske mreže

### 2.2.3.4. Hopfildova mreža

Hopfildova mreža je predložena 1982. godine od strane fizičara J.J. Hopfielda [19] i pripada vrsti neuronskih mreža koje se nazivaju “termodinamički modeli”. Ovo je primer rekurentne mreže i sastoji se skupa neurona gde su svi neuroni međusobno povezani i ne postoji razlika između ulaznih i izlaznih neurona. Obučavanje ove mreže vrši se nenadgledanom metodom obučavanja (delta pravilo ili simulirano kaljenje) i glavnu primenu nalazi u čuvanju, prepoznavanju i asocijaciji šablona, kao i u problemima optimizacije.

Primer Hopfildove mreže dat je na slici .



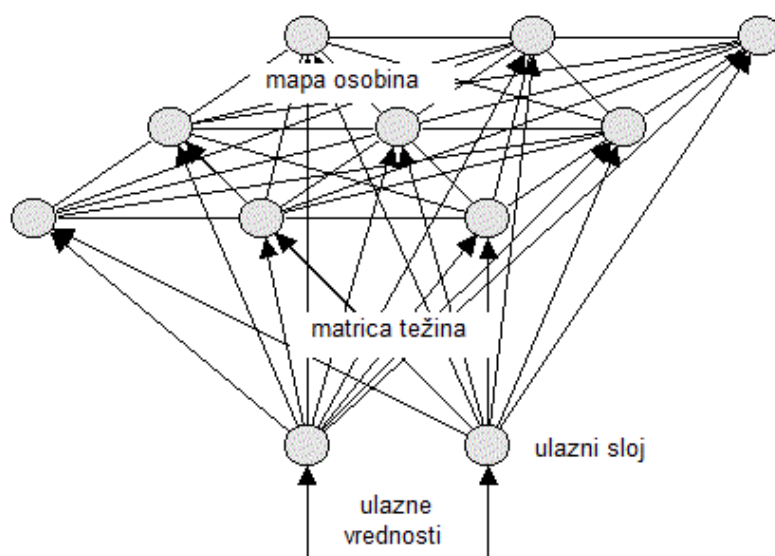
Slika 2.9: Primer Hopfieldove mreže

#### 2.2.3.5. Kohonenova mapa

Ukoliko je potrebno simulirati proces učenja u ljudskom mozgu, verovatno najvažniji tip neuronske mreže je Kohonenova mapa, poznata i kao samoorganizujuća mapa (SOM). Osmislio ju je finski profesor Teuvo Kohonen 1982. godine [20]. Suština ovog tipa neuronskih mreža leži u mapi osobina, sloju neurona koji sam sebe organizuje prema određenim ulaznim vrednostima. Kohonenove mape se obučavaju nenadgledanim metodom obučavanja, a mogu biti i feed-forward i rekurentne vrste. Primenuju se u klasifikaciji šablona, problemima optimizacije i u raznim simulacijama.

Na slici 2.10 je prikazan primer Kohonenove mape.





Slika 2.10: Primer Kohonenove/samoorganizujuće mape

## 2.3. FAZI SKUPOVI I FAZI LOGIKA

Pri razvoju i analizi složenih sistema konvencionalni matematički aparati često nailaze na velike probleme. Ovo se odnosi na činjenicu da ljudsko rasuđivanje može da koristi koncepte i znanje koji nemaju dobro definisane, oštre granice. Dakle, potrebno je uvesti novi koncept koji će omogućiti da računari rasuđuju na način koji je bliži ljudskom rasuđivanju. Ovo je prvi uradio Lofti Zadeh 1964. godine kada je objavio prvi rad o fazi (rasplinutim) skupovima [4]. Iako je dobijao oštre kritike iz akademskih krugova zbog nedovoljne matematičke rigoroznosti, Zadeh je nastavio da proširuje temelje fazi skupova, odakle se rađaju fazi logika, višenivovsko fazi odlučivanje, fazi relacije sličnosti, fazi ograničenja, itd.

Upotreba fazi logike se pokazala kao veoma pogodna za složene sisteme koje je teško ili nemoguće modelovati konvencionalnim matematičkim aparatom, za sisteme kojima upravljaju ljudi-eksperti i koji koriste ljudska opažanja kao ulaze. Takođe, ovaj pristup je našao svoju primenu i u sistemima koji su inherentno neodređeni, npr. u biheviorističkim i društvenim naukama.

### 2.3.1. Fazi skup

Fazi (rasplinuti) skup je nadskup klasičnog skupa i on predstavlja skup sa neodređenom granicom. Element fazi skupa može da pripada skupu delimično sa određenim stepenom i skup nema tačno određene granice.

Fazi skup je definisan funkcijom pripadnosti (eng. *membership function*) koja mapira objekte u relevantnom domenu na njima odgovarajuće vrednosti pripadnosti skupu.

**Definicija 2.5** Neka je  $X$  neprazan skup koji nazivamo univerzalnim skupom. Fazi skup  $A \subset X$  određen je funkcijom pripadnosti:

$$\mu_A: X \rightarrow [0,1]$$

gde je  $\mu_A(x)$  stepen pripadnosti  $x$  skupu  $A$ .

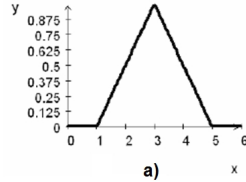
Odnosno, fazi skup  $A$  se može predstaviti kao skup uređenih parova:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\}$$

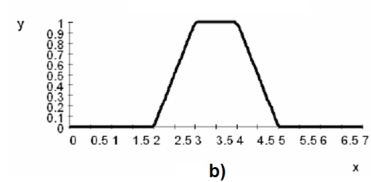
Zbog svoje jednostavnosti, tipične funkcije pripadnosti koje se koriste su: trougaona, trapezoidna, gausovska, generalisano zvono i sigmoidna. Izgledi i definicije ovih funkcija prikazani su na slici 2.11.

## 2. OSNOVNI POJMOVI I DEFINICIJE

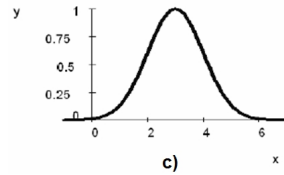
$$\text{triangarmf}(x, c, h) = \max\left(\min\left(\frac{h-c+x}{h}, \frac{c+h-x}{h}\right), 0\right)$$



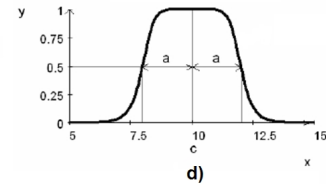
$$\text{trapmf}(x, a, b, c, d) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$$



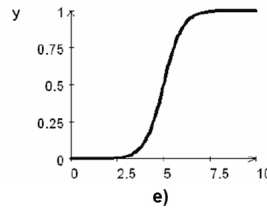
$$\text{gaussmf}(x, c, s) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2 \cdot s^2}}$$



$$\text{gbellmf}(x, a, b, c) = \frac{1}{\left|\frac{x-c}{a}\right|^{2 \cdot b} + 1}$$



$$\text{sigmf}(x, a, c) = \frac{1}{e^{-a(x-c)} + 1}$$



Slika 2.11: Tipične funkcije pripadnosti: a) trougana, b) trapezoidna, c) gausovska, d) generalisano zvono, e) sigmoidna

### 2.3.1.1. Osobine fazi skupova

Potpura (eng. *support*) fazi skupa  $A$  je klasičan skup koji sadrži sve elemente skupa  $A$  za koje je stepen pripadnosti različit, odnosno veći od 0.

$$\text{supp}(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\}$$

Jezgro (eng. *core*) fazi skupa  $A$  je klasičan skup koji sadrži sve elemente skupa  $A$  za koje je stepen pripadnosti jednak 1.

$$\text{core}(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) = 1\}$$

Granica (eng. *boundary*) fazi skupa  $A$  je klasičan skup koji sadrži sve elemente skupa  $A$  za koje je stepen pripadnosti veći od 0 i manji od 1.

$$\text{bnd}(A) = \{x \in X \mid 0 < \mu_A(x) < 1\}$$

Visina (eng. *height*) fazi skupa  $A$  definisana je kao maksimalna vrednost funkcije pripadnosti. Skup  $A$  naziva se *normalan* ako je njegova visina jednaka 1, a *subnormalan* ukoliko je ta vrednost manja od 1.

Fazi skup je konveksan ako i samo ako za  $\forall x, y \in X$  i  $\forall \lambda \in [0, 1]$  važi:

$$\mu_A(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \min(\mu_A(x), \mu_A(y))$$

Fazi skupa  $A$  je *fazi broj* ako je fazi skup konveksan, normalan, ako jezgro potpunog skupa ima samo jednu vrednost i ako je funkcija pripadnosti deo-po-deo kontinualna.

### 2.3.1.2. Osnovne operacije nad fazi skupovima

Operacije nad fazi skupovima predstavljaju generalizaciju operacija nad klasičnim skupovima. Postoji više od jedne moguće generalizacije, ali najviše korišćene su tzv. *standardne operacije nad fazi skupovima*.

Prazan skup:  $\mu_{\emptyset} \equiv 0$ .

Osnovni (univerzalni) skup:  $\mu_X \equiv 1$ .

Identitet između dva skupa:  $A = B \Leftrightarrow \mu_A(x) = \mu_B(x) \forall x \in X$ .

Podskup:  $A \subset B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \forall x \in X$ .

Unija:  $\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \forall x \in X$ .

Presek:  $\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \forall x \in X$ .

Komplement:  $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \forall x \in X$ .

$\alpha$ -rez fazi skupa je klasičan skup  ${}^{\alpha}A$  koji sadrži sve elemente univerzalnog skupa  $X$  čiji je stepen pripadnosti u  $A$  veći ili jednak nekoj vrednosti  $\alpha$ :

$$A_{\alpha} = \{x \in X \mid \mu_A(x) \geq \alpha, \alpha \in [0, 1]\}$$

### 2.3.2. Fazi logika

Fazi (rasplinuta) logika je razvijena nad teorijom fazi skupova i predstavlja nadskup konvencionalne (Bulovske) logike koja je proširena tako da podržava koncept parcijalne istinitosti – istinitosne vrednosti između “potpune istine” i “potpune neistine”. Odnosno, za razliku od klasične logike u kojoj iskazi mogu imati vrednosti “tačno” i “netačno”, rasplinuta logika pruža analitički aparat kojim se mogu modelovati iskazi čija istinitosna vrednost može pripadati kontinualnom prelazu od tačnog ka netačnom.

#### 2.3.2.1. Definicija fazi logike

Ako *fazi izraz* definišemo kao formulu gde fazi iskaz može da ima istinitosne vrednosti iz intervala  $[0,1]$ , odnosno  $f:[0,1] \rightarrow [0,1]$ .

*Fazi logika* je logika predstavljena fazi izrazom koji zadovoljava sledeće:

- istinitosne vrednosti, 0 i 1, i varijable  $x_i$  ( $\in[0,1]$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ ) su fazi izrazi
- ako je  $f$  fazi izraz, onda je  $\sim f$  (ne  $f$ ) fazi izraz
- ako su  $f$  i  $g$  fazi izrazi,  $f \wedge g$  i  $f \vee g$  su takođe fazi izrazi

#### 2.3.2.2. Lingvističke varijable

Dok promenljive u matematici obično imaju numeričke vrednosti, u primeni fazi logike često se koriste nenumeričke lingvističke varijable kako bi se olakšalo izražavanje pravila i činjenica. Ovaj koncept je uveden jer su konvencionalne tehnike sistemske analize interno nepogodne za rad sa sistemima baziranim na ljudskom načinu rasuđivanja, percepcije i emocija.

*Lingvistička varijabla* je “varijabla čije vrednosti su reči ili rečenice prirodnog ili veštačkog jezika”. Svakoju lingvističkoju varijabli se može dodeliti jedna ili više lingvističkih vrednosti koje su, za uzvrat, povezane sa numeričkom vrednošću mehanizmom funkcija pripadnosti.

Lingvistička varijabla se može predstaviti petorkom  $(x, T(x), U, G, M)$  gde su:

- $x$ : ime promenljive
- $T(x)$ : skup lingvističkih termova koji mogu da budu vrednosti varijable
- $U$ : univerzani skup koji definiše karakteristike varijable
- $G$ : sintaksna gramatika koja proizvodi termove u  $T(x)$
- $M$ : semantička pravila koja mapiraju termove iz  $T(x)$  na fazi skupove nad  $U$

Fazi lingvistički termini se često sastoje od dva dela: *fazi predikata* (primarnog termina – skup, star, visok, itd.) i *fazi modifikatora* (eng. *hedge* – veoma, slično, u manjoj meri, skoro, itd.). Fazi modifikator formira kompozitni lingvistički termin od primarnog termina i koristi se da promeni značenje predikata [21]. Ovi modifikatori mogu biti: fazi istinitosni kvalifikatori (*sasvim tačno, veoma tačno, većinom netačno, itd.*) ili fazi kvantifikatori (*mnogi, poneki, većina, svi, itd.*).

### 2.3.3. Fazi relacija

Fazi relacija predstavlja generalizaciju klasične relacije tako što omogućuje parcijalnu pripadnost i opisuje relaciju koja važi između dva ili više objekata. Može da modeluje situaciju kada su veze između objekata manje ili više “jake”, i ove relacije se mogu međusobno komponovati [22].

Fazi relacija  $R$  je mapiranje Dekartovog proizvoda  $X \times Y$  na interval  $[0,1]$ , gde je intenzitet mapiranja izražen funkcijom pripadnosti relacije  $\mu_R(x,y)$ :

$$\mu_R : A \times B \rightarrow [0,1]$$

$$R = \{((x,y), \mu_R(x,y)) \mid \mu_R(x,y) \geq 0, x \in A, y \in B\}$$

**Kompozicija fazi relacija** – dve fazi relacije  $R$  i  $S$  definisane su nad skupovima  $A, B$  i  $C$ :  $R \subseteq A \times B, S \subseteq B \times C$ . Kompozicija  $S \circ R = SR$  relacija  $R$  i  $S$  izražena je relacijom  $A$  na  $C$ , a može biti definisana na više načina.

*Max-min kompozicija:*

$$\text{za } (x,y) \in A \times B, (y,z) \in B \times C,$$

$$\mu_{S \circ R}(x,z) = \max[\min(\mu_R(x,y), \mu_S(y,z))] = \vee [\mu_R(x,y) \wedge \mu_S(y,z)]$$

*Max-proizvod kompozicija:*

$$\text{za } (x,y) \in A \times B, (y,z) \in B \times C,$$

$$\mu_{S \circ R}(x,z) = \max[\min(\mu_R(x,y) \cdot \mu_S(y,z))] = \vee [\mu_R(x,y) \cdot \mu_S(y,z)]$$

### 2.3.4. Linearni fazi prostor

Definicija i osnovni koncepti linearnog fazi prostora uvedeni su u radovima [23] [24] i oni predstavljaju osnovu za modelovanje nepreciznog fazi poligona.

**Definicija 2.6** *Fazi tačka*  $P \in \mathbb{R}^2$ , označena kao  $\tilde{P}$ , definisana je svojom funkcijom

pripadnosti  $\mu_P \in F^2$ , gde skup  $F^2$  sadrži sve funkcije pripadnosti  $u: \mathbb{R}^2 \rightarrow [0,1]$  koje zadovoljavaju sledeće uslove:

- i)  $(\forall u \in F^2) (\exists_1 P \in \mathbb{R}^2) u(P) = 1$ ,
- ii)  $(\forall X_1, X_2 \in \mathbb{R}^2) (\forall \lambda \in [0,1]) u(\lambda X_1 + (1-\lambda)X_2) \geq \min(u(X_1), u(X_2))$ ,
- iii) Funkcija  $u$  je gornje semi-kontinualna
- iv)  $\alpha$ -rez  $[u]^\alpha = \{X \mid X \in \mathbb{R}^2, u(X) \geq \alpha\}$  funkcije  $u$  je konveksan

Tačka  $P$  iz  $\mathbb{R}^2$  sa funkcijom pripadnosti  $\mu_P(P) = 1$  će se označavati kao  $P$  ( $P$  je zapravo jezgro fazi tačke  $\tilde{P}$ ), a funkcija pripadnosti tačke  $\tilde{P}$  će se označavati kao  $\mu_P$ . Sa  $[P]^\alpha$  označva se  $\alpha$ -rez fazi tačke (skup u  $\mathbb{R}^2$ ).

**Definicija 2.7**  $\mathbb{R}^2$  linearni fazi prostor je skup  $H^2 \subset F^2$  svih funkcija pripadnosti koje pored osobina datih u definiciji 5.1, zadovoljavaju i sledeće uslove:

- i) Simetričnost u odnosu na jezgro  $S \in \mathbb{R}^2$   
 $(\mu(S) = 1)$ ,  
 $\mu(V) = \mu(M) \wedge \mu(M) \neq 0 \Rightarrow d(S, V) = d(S, M)$ ,  
gde je  $d(S, M)$  uobičajena udaljenost u  $\mathbb{R}^2$ .
- ii) Inverzno-linearna opadajuća udaljenost tačaka od jezgra:  
Ako  $r \neq 0$ , onda  $\mu_S(V) = \max(0, 1 - d(S, V) / |r_s|)$ ,  
ako  $r = 0$ , onda  $\mu_S(V) = 1$  ako je  $S = V$   
ili  $\mu_S(V) = 0$  ako je  $S \neq V$ ,  
gde je  $d(S, V)$  udaljenost između tačke  $V$  i jezgra  $S$  ( $V, S \in \mathbb{R}^n$ ) i  $r \in \mathbb{R}$  je konstantno.

Element tog prostora se predstavlja kao uređeni par  $\tilde{S} = (S, r_s)$ , gde je  $S \in \mathbb{R}^2$  jezgro skupa  $\tilde{S}$ , i  $r_s \in \mathbb{R}$  je udaljenost od jezgra za koju vrednost funkcije pripadnosti postaje 0. U daljem kontekstu parametar  $r_s$  će se zvati fazi poluprečnik potpore.

**Definicija 2.8** Neka je  $H^2$  linearan fazi prostor i neka je  $f$  linearna kombinacija fazi tačaka  $\tilde{A}$  i  $\tilde{B}$ . Fazi skup  $\widetilde{AB}$  je fazi linija ukoliko važi

$$\widetilde{AB} = \bigcup_{u \in [0,1]} f(\tilde{A}, \tilde{B}, u).$$

Analogno fazi tački, fazi linija može biti predstavljena kao par dve fazi tačke. Fazi linija je minimalno proširenje precizne linije definisane dvema diskretnim tačkama.

### 3. SPECIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA ANALIZU MEDICINSKIH SLIKA

#### 3.1. Segmentacija regiona slike bazirane na poligonu u linearnom fazi prostoru

U ovom poglavlju predloženo je rešenje za detektovanje i segmentaciju regiona (u medicini često nazivani kao “masa”) na DICOM slikama. Masa se odlikuje svojom lokacijom, veličinom, oblikom, granicama. Radiolozi se oslanjaju na ove osobine prilikom pregleda, jer su one čvrsto povezane klasifikacijom mase (npr. da li je benigna ili maligna). Generalno je prihvaćeno da je detekcija masa izazovniji problem od detekcije mikrokalcifikacija (u mamogramima), ne samo zbog velikih varijacija u veličini i obliku u kojem se mase pojavljuju, već i zato što su mase često prikazane lošim kontrastom [6]. Dakle, zbog različitih oblika i veličina regiona, lošeg kontrasta, i uopšteno nepreciznih podataka na medicinskim slikama, predlaže se upotreba fazi prostornih objekata za predstavljanje ovih regiona.

##### 3.1.1. Fazi poligon u $\mathbb{R}^2$ linearnom fazi prostoru

**Definicija 3.1** Neka je  $H^2$  linearni fazi prostor i neka je  $\tilde{A} = \{\tilde{A}_1 \dots \tilde{A}_n\}$  uređen skup fazi tačaka  $\tilde{A}_i \in H^2$ . Onda je *linearna fazi putanja*  $s(\tilde{A})$  definisana kao

$$s(\tilde{A}) = \bigcup_{i=1}^{n-1} \overline{A_i A_{i+1}}$$

**Napomena.** Ako je  $X \in \mathbb{R}^2$ , onda je funkcija pripadnosti  $\mu_{s(\tilde{A})}$  linearne fazi putanje  $s(\tilde{A})$  data kao

$$\mu_{s(\tilde{A})}(X) = \max_{i=1}^{n-1} \mu_{\overline{A_i A_{i+1}}}(X)$$

**Definicija 3.2** Neka je  $H^2$  linearni fazi prostor i neka je  $\tilde{A} = \{\tilde{A}_1 \dots \tilde{A}_n\}$  uređen skup fazi tačaka  $\tilde{A}_i \in H^2$ . Onda je *zatvorena linearna fazi putanja*  $c(\tilde{A})$  definisana kao

$$c(\tilde{A}) = s(\tilde{A}) \cup \overline{A_n A_1}$$



**Napomena.** Ako je  $X \in \mathbb{R}^2$ , onda je funkcija pripadnosti  $\mu_{c(\tilde{A})}$  zatvorene linearne fazi putanje  $c(\tilde{A})$  data kao

$$\mu_{c(\tilde{A})}(X) = \max\{\mu_{s(\tilde{A})}(X), \mu_{\overline{A_n A_1}}(X)\}$$

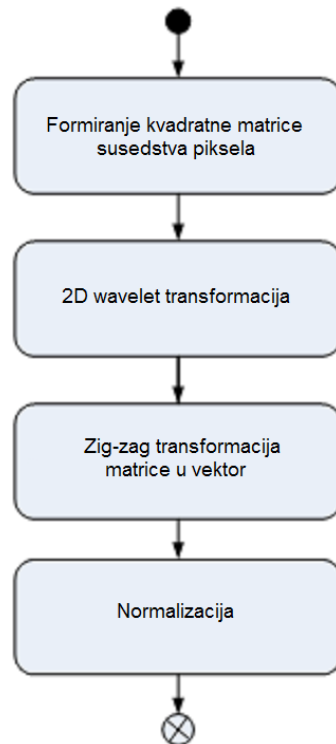
**Definicija 3.3** Neka je  $H^2$  linearni fazi prostor i neka je  $\tilde{A} = \{\tilde{A}_1 \dots \tilde{A}_n\}$  uređen skup fazi tačaka  $\tilde{A}_i \in H^2$ . Onda je *linearni fazi poligon*  $p(\tilde{A})$  definisan kao

$$\mu_{p(\tilde{A})}(X) = \begin{cases} 1 & \text{ako je } X \text{ unutar poligona } c(\tilde{A})^0 \\ \mu_{c(\tilde{A})}(X) & \text{u suprotnom} \end{cases},$$

gde je  $c(\tilde{A})^0$  jezgro fazi skupa  $c(\tilde{A})$ .

#### 3.1.2. Algoritam za segmentaciju i izdvajanje osobina

U cilju vršenja segmentacije i izdvajanja osobina sa slike, prvobitno je potrebno za svaki piksel napraviti njemu odgovarajući vektor osobina (eng. *feature vector*). Pravljenje vektora osobina se sastoji iz četiri koraka i oni su predstavljeni na slici 3.1 pomoću dijagrama aktivnosti. Ovi koraci su: formiranje kvadratne matrice susedstva piksela, 2D wavelet transformacija, zig-zag algoritam za transformaciju matrice u vektor i konačno normalizacija vektora osobina.

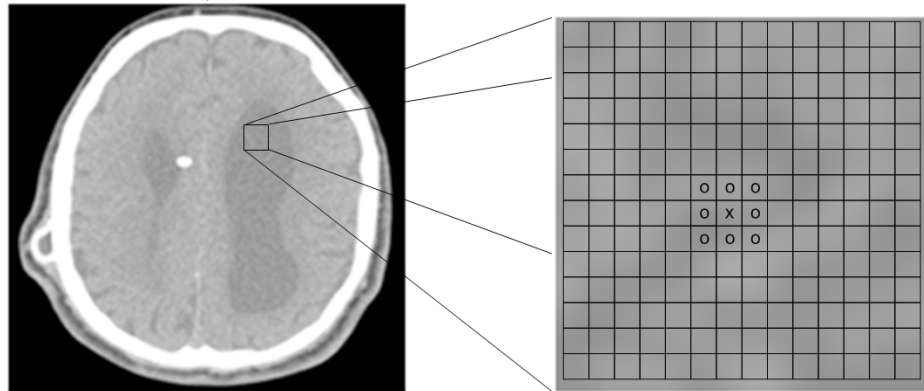


Slika 3.1: Dijagram aktivnosti pravljenja vektora osobina

Glavni parametar za formiranje modela piksela i njegovog susedstva je dimenzija matrice. Najčešće su to kvadratne matrice manjih dimenzija, npr.  $3 \times 3$ , gde centralna tačka predstavlja zadati piksel, a sve ostale oko nje njegovo susedstvo. Slika 3.2 prikazuje primer  $3 \times 3$  matrice za predstavljanje piksela (označen kao  $x$ ) i njegovih susednih piksela (označeni kao  $o$ ).

### 3. SPECIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA ANALIZU MEDICINSKIH SLIKA

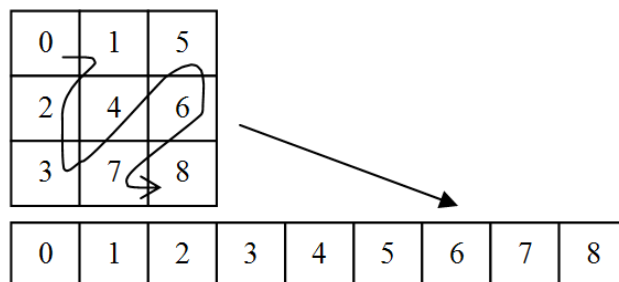
---



Slika 3.2: Primer 3x3 susedstva piksela

Drugi korak u formiranju vektora osobina piksela je primena 2D wavelet transformacije. U ovom rešenju se koristi Haar wavelet [25].

Zatim, korišćenjem zig-zag algoritma, dobijena 2D matrica se transformiše u vektor. Slika 3.3 prikazuje primer 3x3 matrice i njoj odgovarajućeg vektora.

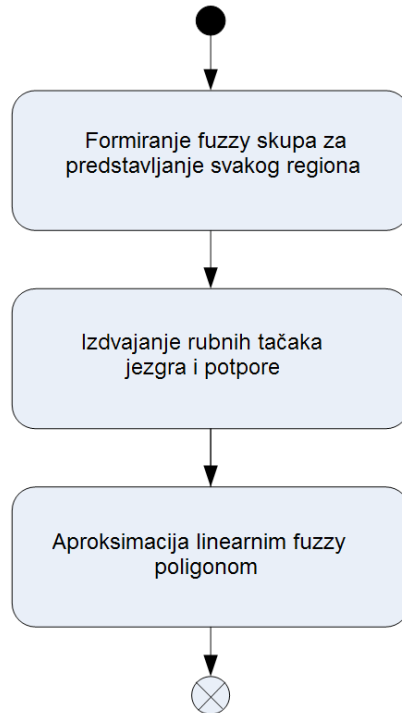


Slika 3.3: Zig-zag algoritam za transformaciju matrice u vektor

Nakon ove transformacije, vrednosti vektora su normalizovane (svedene na vrednosti od 0 do 1) i to predstavlja poslednji korak u formiranju reprezentacije piksela zajedno sa njegovim susedstvom.

Sada kada je svaki piksel predstavljen svojim vektorom osobina, mogu se vršiti segmentacija i izdvajanje osobina. Glavni koraci algoritma za segmentaciju i izdvajanje

osobina su prikazani dijagramom aktivnosti na slici 3.4.

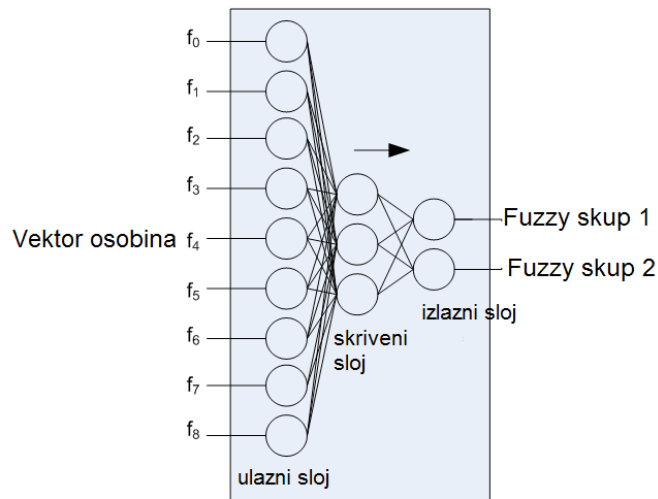


Slika 3.4: Algoritam za segmentaciju i izdvajanje osobina

Prva faza modelovanja regiona nepreciznih granica je kreiranje fazi skupa čija funkcija pripadnosti mapira skup vektora osobina piksela na interval  $[0,1]$ . Za tu svrhu iskorišćen je dvoslojni perceptron sa sigmoidalnom aktivacionom funkcijom neurona. Ova neuronska mreža ima jedan skriveni sloj između ulaznog i izlaznog i on sadrži samo tri neurona. Broj ulaznih neurona odgovara broju elemenata vektora osobina ( $f_0 \dots f_8$ ), a broj izlaznih neurona predstavlja broj različitih fazi regiona. Slika 3.5 prikazuje opisanu veštačku neuronsku mrežu.

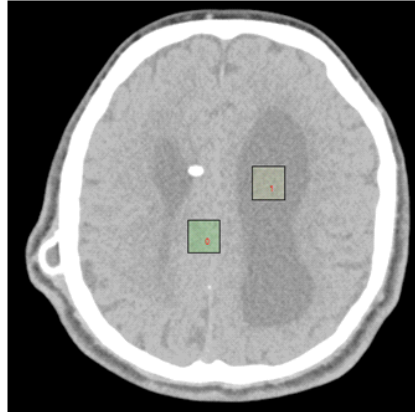
### 3. SPECIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA ANALIZU MEDICINSKIH SLIKA

---



Slika 3.5: Feed-forward neuronska mreža sa odgovarajućim mapiranjem ulaza na izlaze

Skup obučavanja za neuronsku mrežu sastoji se iz piksela koji pripadaju određenom fazi regionu (označeni pomoću odgovarajućeg pravouganka) i piksela koji ne pripadaju ovom fazi regionu (odnosno pripadaju drugom fazi regionu). Primer medicinske slike sa dva pomenuta pravouganka, gde svaki pravouganik predstavlja bazu za fazi region, prikazan je na slici 3.6.

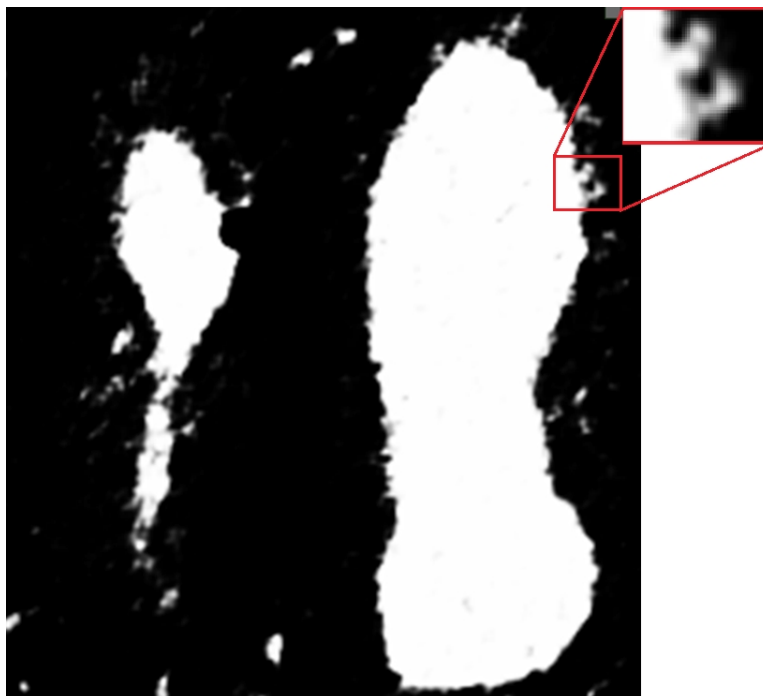


Slika 3.6: Baze dva fuzzy regiona

Slika 3.7 prikazuje reprezentaciju izlaza na prvom izlaznom neuronu, i ona odgovara fazi skupu regiona 1. Bela boja označava piksela koji sigurno pripadaju regionu 1, odnosno čija je vrednost funkcije pripadnosti ovog regiona jednaka 1. Suprotno, crna boja predstavlja piksele koji sigurno ne pripadaju regionu 1, odnosno čija je vrednost funkcije pripadnosti ovog regiona jednaka 0. Siva boja označava delimičnu pripadnost, gde intenzitet sive boje od bele do crne predstavlja vrednost funkcije pripadnosti regiona 1, od 1 do 0.

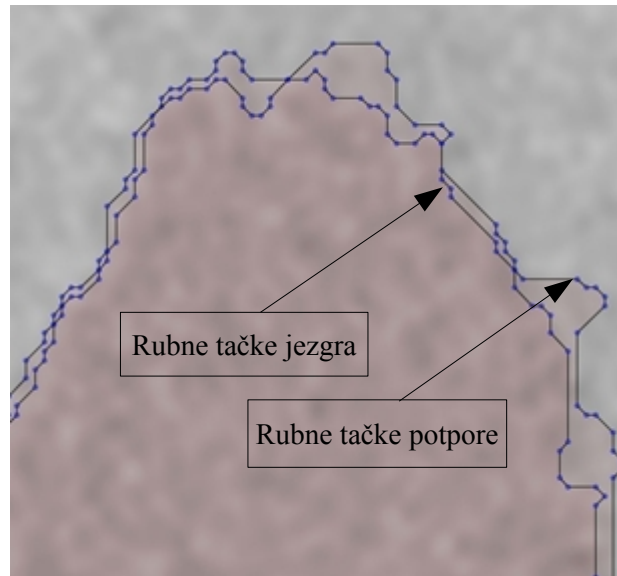
### 3. SPECIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA ANALIZU MEDICINSKIH SLIKA

---



Slika 3.7: Fuzzy skup koji predstavlja region 1

Sledeći korak u segmentaciji slike je izdvajanje rubnih tačaka jezgra i potpore. Svaka rubna tačka jezgra predstavlja centar zatvorene linearne fazi putanje. Odgovarajući poluprečnik potpore se računa kao maksimalni broj tako da je potpora fazi tačaka potpuno unutar potpore originalnog fazi skupa.



Slika 3.8: Rubne tačke jezgra i potpore

Slika 3.8 prikazuje deo rubnih tačaka jezgra i potpore fazi skupa prikazanog na slici 3.7.

Poslednji korak segmentacije slike predstavlja aproksimacija fazi poligonom. Za svaki rubnu tačku jezgra se računa maksimalan mogući poluprečnik tako da se ne seče sa granicom potpore fazi skupa. Kada se izračuna ovaj poluprečnik, pravi se fazi tačka sa centrom na mestu rubne tačke jezgra i izračunatim poluprečnikom. Listing 3.1 prikazuje pseudo-kod koji izvršava ovu proceduru.

---

```
za svaku tačku P u skup rubnih tačaka jezgra uradi
    izračunaj maksimalan poluprečnik R tako da se
        ne seče sa rubom potpore
    napravi fazi tačku
        sa centrom u tački P i poluprečnikom R
```

Listing 3.1: Procedura aproksimacije linearnim fuzzy poligonom

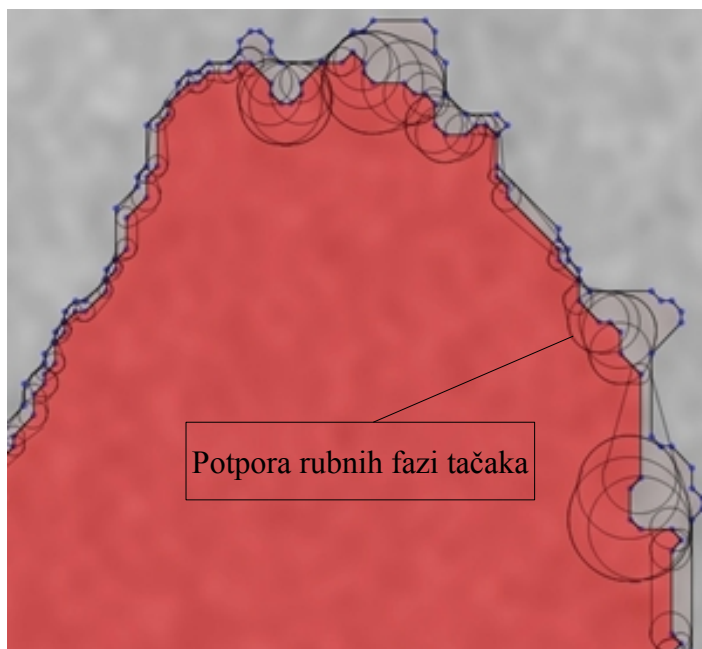
---

Slika 3.9 prikazuje aproksimaciju regiona 1 linearnim fazi poligonom.



### 3. SPECIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA ANALIZU MEDICINSKIH SLIKA

---



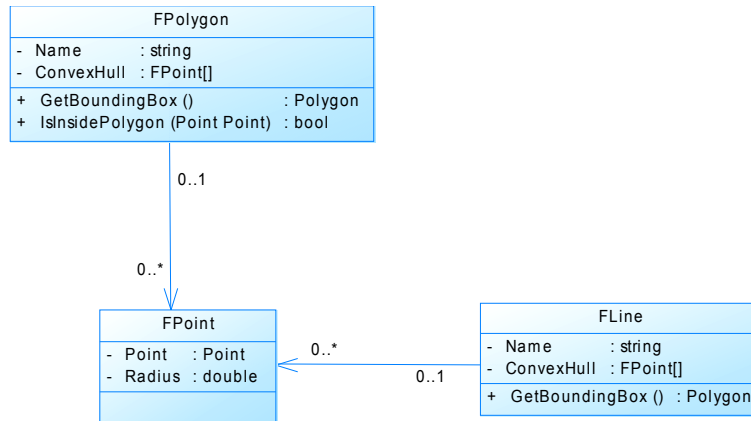
Slika 3.9: Aproksimacija regiona linearnim fuzzy poligonom

Model linearnog fazi poligona i ostalih koncepata linearnog fazi prostora implementirani su u programskom rešenju kao deo paketa *Entity.Fazi*, a UML dijagram klasa ovog paketa prikazan je na slici 3.10.

Klasa *FPoint* implementira koncept fazi tačke, gde je jedan njen atribut klasična diskretna tačka u prostoru koja predstavlja centar fazi tačke, a drugi je poluprečnik potpornog skupa.

Klasa *FLine* implementira fazi liniju, odnosno minimalno proširenje klasične linije. Određena je sa tačno dve fazi tačke, ali takođe i ima svoj konveksni omotač. Moguće je izračunati granični okvir fazi linije pozivanjem metode *GetBoundingBox()* vraća klasični poligon sa četiri tačke (zapravo pravouganik) kao povratnu vrednost.

Konačno, klasa *FPolygon* implementira koncept linearnog fazi poligona. On je jednoznačno određen uređenim skupom fazi tačaka i ima svoj konveksni omotač. Moguće je izračunati granični okvir fazi poligona metodom *GetBoundingBox()*, koja vraća pravouganik kao povratnu vrednost.



Slika 3.10: Dijagram klasa modela fuzzy prostornih objekata

### 3.2. Fazi prostorne relacije između fazi regiona

Prostorni raspored objekata na slikama obezbeđuje važne informacije za zadatke prepoznavanja i interpretacije, posebno kada se objekti nalaze u složenim sredinama, kao što su npr. medicinske slike. Veze između objekata se mogu delimično opisati terminima kao što su “levo od”, “iznad”, “na razdaljini od 20cm”, ali je neophodno napomenuti da ovi koncepti često mogu biti dvosmisleni i teško precizno definisani, iako su ljudskim bićima prirodni i intuitivni. Jasno je da pristup “jeste ili nije” vodi do nezadovoljavajućih rezultata u većini situacija, čak i onih manje složenih [26]. Stoga, kao rešenje nameće se korišćenje fazi koncepta i relacija. Fazi pristup postaje sve interesantniji kada se u obzir uzme nepreciznost na slikama. Ovaj pristup ima više prednosti [27]:

- omogućava predstavljanje nepreciznosti koja je inherentna u samoj definiciji koncepta
- omogućava upravljanje nepreciznosti koja je povezana sa ekspertskim znanjem u dotičnom domenu
- čini adekvatan okvir za predstavljanje znanja i zaključivanje, time smanjivajući semantički rasep između simboličkih koncepta i numeričkih informacija

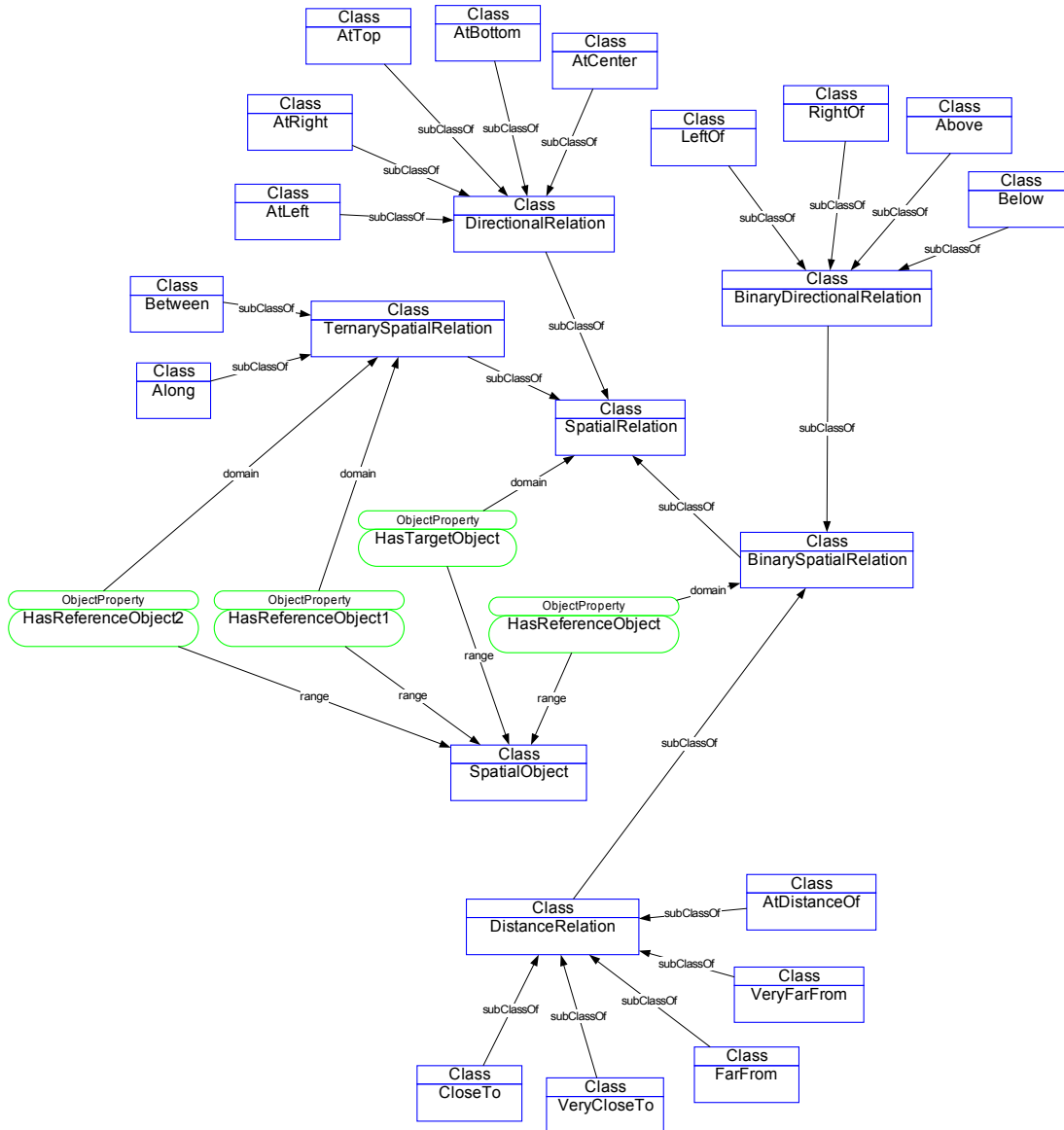
**Definicija 3.4** Neka je  $P$  dvodimenzionalna matrica kojom se reprezentuje digitalna slika. Za fazi skup  $F$  kažemo da je *fazi prostorna relacija* ako je funkcija pripadnosti  $\mu_F$  takva da preslikava svaki element  $P[i,j]$  matrice  $P$  na interval  $[0,1]$ .

$$\mu_F(P[i, j]): P \rightarrow [0,1]$$

#### 3.2.1. Osnovni koncepti modela fazi prostornih relacija

Osnovni koncepti modela fazi prostornih relacija (slika 3.11) su:

- *SpatialRelation* – prostorna relacija
- *SpatialObject* – prostorni objekat (region, u ovom rešenju predstavljeni fazi poligon)
- *ReferenceSystem* – referentni sistem u kome je opisana prostorna relacija (jedna prostorna relacija može biti opisana na više načina, u zavisnosti iz kog ugla se posmatraju objekti)
- *TargetObject* – instanca *SpatialObject*. Predstavlja ciljni objekat, odnosno objekat na koga se odnosi prostorna relacija
- *ReferenceObject* – instanca *SpatialObject*. Predstavlja referentni objekat u odnosu na kog se posmatra relacija ka ciljnom objektu
- *DirectionalRelation* – proširenje *SpatialRelation*. Omogućuje modelovanje unarne prostorne relacije položaja ciljnog objekta na slici, npr. “na levoj strani slike”, “na vrhu slike”, “u centru slike”, itd.
- *BinarySpatialRelation* – proširenje *SpatialRelation*. Omogućava modelovanje binarnih prostornih relacija, odnosno relacije između referentnog i ciljnog objekta.
- *DistanceRelation* – proširenje *BinarySpatialRelation*. Predstavlja koncept koji modeluje udaljenost ciljnog objekta od referentnog. Neke od mogućih vrednosti su “(veoma) blizu”, “(veoma) daleko”, “na udaljenosti od ...”
- *BinaryDirectionalRelation* – proširenje *BinarySpatialRelation*. Predstavlja koncept koji modeluje položaj ciljnog objekta u odnosu na referentni objekat, npr. “levo od”, “ispod”, “iznad”, itd.
- *TernarySpatialRelation* – proširenje *SpatialRelation*. Omogućava modelovanje ternarnih prostornih relacija između ciljnog i dva referentna objekta.
- *TernaryDirectionalRelation* – proširenje *TernarySpatialRelation*. Predstavlja koncept koji modeluje položaj ciljnog objekta u odnosu na dva referentna objekta, npr. “između”, “uzduž”.



Slika 3.11: Osnovni koncepti modela fuzzy prostornih relacija predstavljeni ontologijom

#### 3.2.2. Definicije fazi prostornih relacija

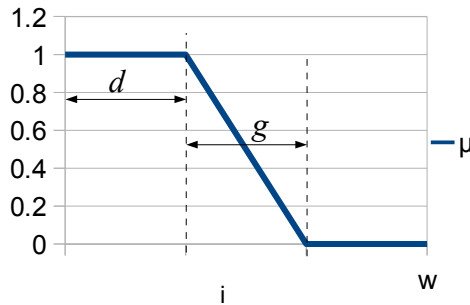
Nakon predstavljenih osnovnih koncepata modela fazi prostornih relacija, možemo definisati i same fazi prostorne relacije. Na osnovu vrste fazi prostorne relacije razlikujemo:

Slede definicije fazi prostornih relacija vrste **DirectionalRelation**.

**Definicija 3.5** Neka je  $P$  dvodimenzionalna matrica kojom se reprezentuje digitalna slika, čija širina i visina su definisane sa  $w$  i  $h$ . Ako je svaki piksel  $P[i,j]$  određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , onda se vrednost funkcije pripadnosti fazi prostorne relacije *AtLeft* (“na levoj strani slike”) za svaki piksel slike računa kao:

$$\mu_{AtLeft, d, g}(P[i, j]) = \begin{cases} 1 & \text{ako } i \leq d \\ 1 - (i - d) / g & \text{ako } d < i \leq d + g \\ 0 & \text{ako } i > d + g \end{cases}$$

gde je  $d$  konstanta koja definiše meru jezgra skupa (granicu na  $x$  osi slike do koje je vrednost funkcije pripadnosti maksimalna), a  $g$  konstanta koja definiše meru rasplnutosti skupa. Grafički prikaz funkcije pripadnosti fuzzy prostorne relacije *AtLeft* je dat na slici 3.12.

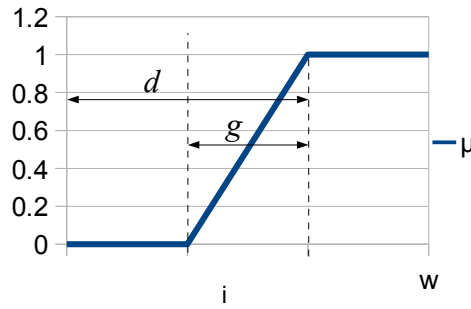


Slika 3.12: Funkcija pripadnosti fuzzy prostorne relacije *AtLeft*

**Definicija 3.6** Neka je  $P$  dvodimenzionalna matrica kojom se reprezentuje digitalna slika, čija širina i visina su definisane sa  $w$  i  $h$ . Ako je svaki piksel  $P[i,j]$  određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , onda se vrednost funkcije pripadnosti fazi prostorne relacije *AtRight* (“na desnoj strani slike”) za svaki piksel slike računa kao:

$$\mu_{AtRight,d,g}(P[i,j]) = \begin{cases} 0 & \text{ako } i < d - g \\ (i - (d - g)) / g & \text{ako } d - g \leq i < d \\ 1 & \text{ako } i \geq d \end{cases}$$

gde je  $d$  konstanta koja definiše meru jezgra skupa (granicu na  $x$  osi slike od koje je vrednost funkcije pripadnosti maksimalna), a  $g$  konstanta koja definiše meru rasplnutosti skupa. Grafički prikaz funkcije pripadnosti fuzzy prostorne relacije *AtRight* je dat na slici 3.13.



Slika 3.13: Funkcija pripadnosti fuzzy prostorne relacije *AtRight*

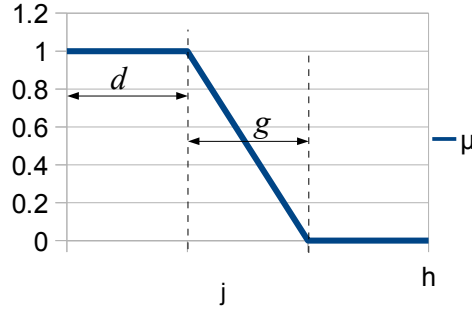
**Definicija 3.7** Neka je  $P$  dvodimenzionalna matrica kojom se reprezentuje digitalna slika, čija širina i visina su definisane sa  $w$  i  $h$ . Ako je svaki piksel  $P[i,j]$  određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , onda se vrednost funkcije pripadnosti fazi prostorne relacije *AtTop* ("na gornjoj strani slike") za svaki piksel slike računa kao:

$$\mu_{AtTop,d,g}(P[i,j]) = \begin{cases} 1 & \text{ako } j \leq d \\ 1 - (j - d) / g & \text{ako } d < j \leq d + g \\ 0 & \text{ako } j > d + g \end{cases}$$

gde je  $d$  konstanta koja definiše meru jezgra skupa (granicu na  $y$  osi slike od koje je vrednost funkcije pripadnosti maksimalna), a  $g$  konstanta koja definiše meru rasplnutosti skupa. Grafički prikaz funkcije pripadnosti fuzzy prostorne relacije *AtTop* je dat na slici 3.14.

### 3. SPECIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA ANALIZU MEDICINSKIH SLIKA

---

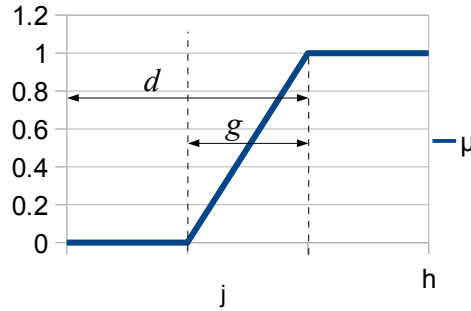


Slika 3.14: Funkcija pripadnosti fuzzy prostorne relacije *AtTop*

**Definicija 3.8** Neka je  $P$  dvodimenzionalna matrica kojom se reprezentuje digitalna slika, čija širina i visina su definisane sa  $w$  i  $h$ . Ako je svaki piksel  $P[i, j]$  određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , onda se vrednost funkcije pripadnosti fazi prostorne relacije *AtBottom* (“na donjoj strani slike”) za svaki piksel slike računa kao:

$$\mu_{AtBottom, d, g}(P[i, j]) = \begin{cases} 0 & \text{ako } j < d - g \\ (j - (d - g)) / g & \text{ako } d - g \leq j < d \\ 1 & \text{ako } j \geq d \end{cases}$$

gde je  $d$  konstanta koja definiše meru jezgra skupa (granicu na  $y$  osi slike od koje je vrednost funkcije pripadnosti maksimalna), a  $g$  konstanta koja definiše meru rasplnutosti skupa. Grafički prikaz funkcije pripadnosti fuzzy prostorne relacije *AtBottom* je dat na slici 3.15.



Slika 3.15: Funkcija pripadnosti fuzzy prostorne  
relacije *AtBottom*

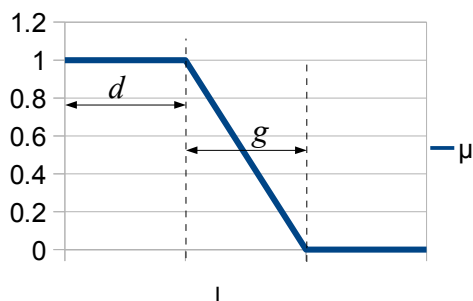
**Definicija 3.9** Neka je  $P$  dvodimenzionalna matrica kojom se reprezentuje digitalna slika, čija širina i visina su definisane sa  $w$  i  $h$ . Ako je svaki piksel  $P[i, j]$  određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , onda se vrednost funkcije pripadnosti fazi prostorne relacije *AtCenter* (“u sredini slike”) za svaki piksel slike računa kao:

$$\mu_{AtCenter, d, g}(P[i, j]) = \begin{cases} 1 & \text{ako } i^2 + j^2 \leq d^2 \\ 1 - (l - d)/g & \text{ako } d^2 < (i^2 + j^2) \leq (d + g)^2 \\ 0 & \text{ako } j > (d + g)^2 \end{cases}$$

gde je  $l$  razdaljina piskela  $P[i, j]$  od centra slike.  $d$  je konstanta koja definiše meru jezgra skupa (poluprečnik kruga unutar koga je funkcija pripadnost maksimalna), a  $g$  konstanta koja definiše meru rasplnutosti skupa. Grafički prikaz funkcije pripadnosti fuzzy prostorne relacije *AtCenter* je dat na slici 3.16.



### 3. SPECIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA ANALIZU MEDICINSKIH SLIKA



Slika 3.16: Funkcija pripadnosti fuzzy prostorne relacije *AtCenter*

Neki primeri ovih fazi prostornih relacija su prikazani na slici 3.17.

**Napomena.** Za prikazivanje i intuitivnije shvatanje funkcija pripadnosti prostornih relacija korišćene su crno-bele slike sa nijansama sive boje. Fazi skup koji definiše prostornu fazi relaciju je zapravo 2-dimenzionalna matrica, gde je za svaki piksel na slici izračunata njoj odgovarajuća vrednost funkcije pripadnosti. Ove vrednosti iz intervala  $[0,1]$  se zatim skaliraju na celobrojni interval  $[0,255]$  (8-bitna reprezentacija intenziteta boje), što predstavlja intenzitet sive boje piksela. Bela boja označava maksimalnu pripadnost, crna boja minimalnu pripadnost, a siva boja delimičnu pripadnost.



Slika 3.17: Primeri *DirectionalRelation* relacija: a) *AtTop*, b) *AtCenter*

Slede definicije fazi prostornih relacija vrste ***BinaryDirectionalRelation***.

**Definicija 3.10** Neka je  $P$  dvodimenzionalna matrica kojom se reprezentuje digitalna slika, čija širina i visina su definisane sa  $w$  i  $h$ . Neka je svaki piksel  $P[i,j]$  slike određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , i neka je  $\tilde{p}$  linearni fazi poligon u linearnom fazi prostoru  $H^2$ . Za poligon  $\tilde{p}$  definišemo dve tačke:  $maxTop$  (tačka sa najmanjom vrednosti  $j$  koordinate),  $maxBottom$  (tačka sa najvećom  $j$  vrednosti koordinate). Ako je svaki piksel  $P[i,j]$  određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , onda se vrednost funkcije pripadnosti fazi prostorne relacije *LeftOf* (“levo od”) za svaki piksel slike u odnosu na poligon  $\tilde{p}$  računa kao:

$$\mu_{LeftOf, g}(\tilde{p}, P[i, j]) = \begin{cases} 1 & \text{ako } j_{maxTop} \leq j \leq j_{maxBottom} \wedge i < left(i, \tilde{p}) \\ 1 - \frac{g * \arccos(\theta)}{\pi} & \text{ako } (j < j_{maxTop} \vee j > j_{maxBottom}) \wedge i < left(i, \tilde{p}) \\ 0 & \text{u suprotnom} \end{cases}$$

gde funkcija  $left(i, \tilde{p})$  vraća *minimalnu* vrednost  $i$  koordinate tački poligona  $\tilde{p}$  čije su vrednosti  $j$  koordinate jednake  $j$  koordinati tačke  $P[i,j]$ . Vrednost  $\theta$  predstavlja ugao koji tačka  $P[i,j]$  zaklapa sa tačkom  $maxTop$  (ako  $j < j_{maxTop}$ ), odnosno tačkom  $maxBottom$  (ako  $j > j_{maxBottom}$ ), a konstanta  $g$  predstavlja meru rasplnutosti skupa.

**Definicija 3.11** Neka je  $P$  dvodimenzionalna matrica kojom se reprezentuje digitalna slika, čija širina i visina su definisane sa  $w$  i  $h$ . Neka je svaki piksel  $P[i,j]$  slike određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , i neka je  $\tilde{p}$  linearni fazi poligon u linearnom fazi prostoru  $H^2$ . Za poligon  $\tilde{p}$  definišemo dve tačke:  $maxTop$  (tačka sa najmanjom vrednosti  $j$  koordinate),  $maxBottom$  (tačka sa najvećom  $j$  vrednosti koordinate). Ako je svaki piksel  $P[i,j]$  određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , onda se vrednost funkcije pripadnosti fazi prostorne relacije *RightOf* (“desno od”) za svaki piksel slike u odnosu na poligon  $\tilde{p}$  računa kao:

$$\mu_{RightOf, g}(\tilde{p}, P[i, j]) = \begin{cases} 1 & \text{ako } j_{maxTop} \leq j \leq j_{maxBottom} \wedge i > right(i, \tilde{p}) \\ 1 - \frac{g * \arccos(\theta)}{\pi} & \text{ako } (j < j_{maxTop} \vee j > j_{maxBottom}) \wedge i > right(i, \tilde{p}) \\ 0 & \text{u suprotnom} \end{cases}$$

gde funkcija  $right(i, \tilde{p})$  vraća *maksimalnu* vrednost  $i$  koordinate tački poligona  $\tilde{p}$  čije su vrednosti  $j$  koordinate jednake  $j$  koordinati tačke  $P[i,j]$ . Vrednost  $\theta$  predstavlja ugao koji tačka  $P[i,j]$  zaklapa sa tačkom  $maxTop$  (ako  $j < j_{maxTop}$ ), odnosno tačkom  $maxBottom$  (ako  $j > j_{maxBottom}$ ), a konstanta  $g$  predstavlja meru rasplnutosti skupa.

**Definicija 3.12** Neka je  $P$  dvodimenzionalna matrica kojom se reprezentuje digitalna slika, čija širina i visina su definisane sa  $w$  i  $h$ . Neka je svaki piksel  $P[i,j]$  slike određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , i neka je  $\tilde{p}$  linearni fazi poligon u linearnom fazi prostoru  $H^2$ . Za poligon  $\tilde{p}$  definišemo dve tačke:  $maxLeft$  (tačka sa najmanjom vrednosti  $i$  koordinate),  $maxRight$  (tačka sa najvećom  $i$  vrednosti koordinate). Ako je svaki piksel  $P[i,j]$  određen

### 3. SPECIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA ANALIZU MEDICINSKIH SLIKA

---

svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , onda se vrednost funkcije pripadnosti fazi prostorne relacije *Above* (“iznad”) za svaki piksel slike u odnosu na poligon  $\tilde{p}$  računa kao:

$$\mu_{Above,g}(\tilde{p}, P[i, j]) = \begin{cases} 1 & \text{ako } i_{maxLeft} \leq i \leq i_{maxRight} \wedge j < above(j, \tilde{p}) \\ 1 - \frac{g * \arccos(\theta)}{\pi} & \text{ako } (i < i_{maxLeft} \vee i > i_{maxRight}) \wedge j < above(j, \tilde{p}) \\ 0 & \text{u suprotnom} \end{cases}$$

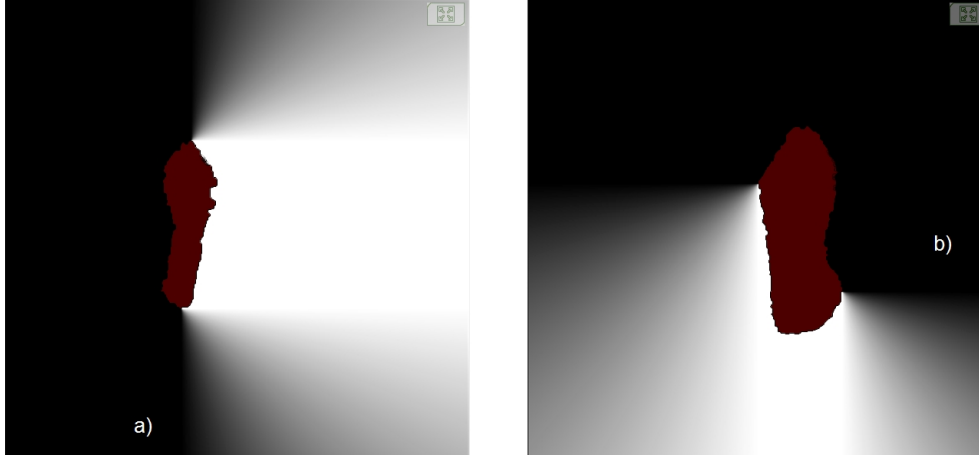
gde funkcija  $above(j, \tilde{p})$  vraća *minimalnu* vrednost  $j$  koordinate tački poligona  $\tilde{p}$  čije su vrednosti  $i$  koordinate jednake  $i$  koordinati tačke  $P[i, j]$ . Vrednost  $\theta$  predstavlja ugao koji tačka  $P[i, j]$  zaklapa sa tačkom  $maxLeft$  (ako  $i < i_{maxLeft}$ ), odnosno tačkom  $maxRight$  (ako  $i > i_{maxRight}$ ), a konstanta  $g$  predstavlja meru rasplinitosti skupa.

**Definicija 3.13** Neka je  $P$  dvodimenzionalna matrica kojom se reprezentuje digitalna slika, čija širina i visina su definisane sa  $w$  i  $h$ . Neka je svaki piksel  $P[i, j]$  slike određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , i neka je  $\tilde{p}$  linearni fazi poligon u linearnom fazi prostoru  $H^2$ . Za poligon  $\tilde{p}$  definišemo dve tačke:  $maxLeft$  (tačka sa najmanjom vrednosti  $i$  koordinate),  $maxRight$  (tačka sa najvećom  $i$  vrednosti koordinate). Ako je svaki piksel  $P[i, j]$  određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , onda se vrednost funkcije pripadnosti fazi prostorne relacije *Below* (“ispod”) za svaki piksel slike u odnosu na poligon  $\tilde{p}$  računa kao:

$$\mu_{Below,g}(\tilde{p}, P[i, j]) = \begin{cases} 1 & \text{ako } i_{maxLeft} \leq i \leq i_{maxRight} \wedge j > below(j, \tilde{p}) \\ 1 - \frac{g * \arccos(\theta)}{\pi} & \text{ako } (i < i_{maxLeft} \vee i > i_{maxRight}) \wedge j > below(j, \tilde{p}) \\ 0 & \text{u suprotnom} \end{cases}$$

gde funkcija  $below(j, \tilde{p})$  vraća *maksimalnu* vrednost  $j$  koordinate tački poligona  $\tilde{p}$  čije su vrednosti  $i$  koordinate jednake  $i$  koordinati tačke  $P[i, j]$ . Vrednost  $\theta$  predstavlja ugao koji tačka  $P[i, j]$  zaklapa sa tačkom  $maxLeft$  (ako  $i < i_{maxLeft}$ ), odnosno tačkom  $maxRight$  (ako  $i > i_{maxRight}$ ), a konstanta  $g$  predstavlja meru rasplinitosti skupa.

Neki primeri ovih fazi prostornih relacija su prikazani na slici 3.18.



Slika 3.18: Primeri *BinaryDirectionalRelation* relacija: a) *RightOf*, b) *Below*

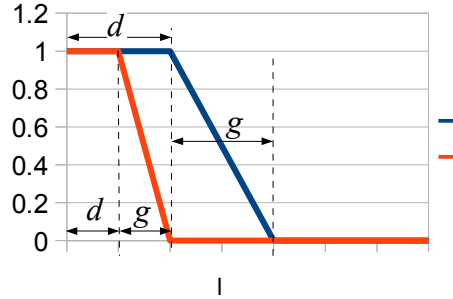
Slede definicije fazi prostornih relacija vrste ***DistanceRelation***.

**Definicija 3.14** Neka je  $P$  dvodimenzionalna matrica kojom se reprezentuje digitalna slika, čija širina i visina su definisane sa  $w$  i  $h$ . Neka je svaki piksel  $P[i,j]$  slike određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , i neka je  $\tilde{p}$  linearni fazi poligon u linearnom fazi prostoru  $H^2$ . Tada je  $l$  razdaljina između tačke  $P[i,j]$  i poligona  $\tilde{p}$ , a vrednost funkcije pripadnosti fazii prostorne relacije *(Very)CloseTo* “(veoma) blizu” za svaki piksel slike u odnosu na poligon  $\tilde{p}$  računa kao:

$$\mu_{CloseTo,d,g}(\tilde{p}, P[i, j]) = \begin{cases} 1 & \text{ako } l \leq d \\ 1 - (l - d)/g & \text{ako } d < l \leq d + g \\ 0 & \text{ako } l > d + g \end{cases}$$

gde je  $d$  konstanta koja definiše meru jezgra skupa (udaljenost tačke od poligona do koje je vrednost funkcije pripadnosti maksimalna), a  $g$  je konstanta koja definiše meru rasplinitosti skupa. Vrednosti konstanti  $d$  i  $g$  za relaciju *VeryCloseTo* su manje nego za relaciju *CloseTo*. Grafički prikaz funkcije pripadnosti fuzzy prostornih relacija *CloseTo* i *VeryCloseTo* je dat na slici 3.19.

### 3. SPECIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA ANALIZU MEDICINSKIH SLIKA

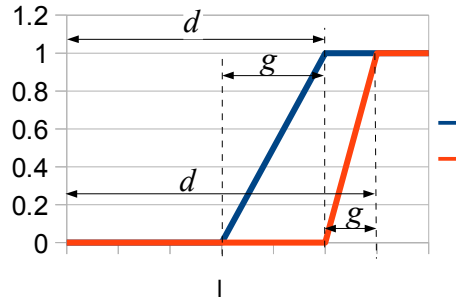


Slika 3.19: Funkcija pripadnosti fuzzy prostornih relacija *CloseTo* (plava linija) i *VeryCloseTo* (crvena linija)

**Definicija 3.15** Neka je  $P$  dvodimenzionalna matrica kojom se reprezentuje digitalna slika, čija širina i visina su definisane sa  $w$  i  $h$ . Neka je svaki piksel  $P[i,j]$  slike određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , i neka je  $\tilde{p}$  linearni fazi poligon u linearnom fazi prostoru  $H^2$ . Tada je  $l$  razdaljina između tačke  $P[i,j]$  i poligona  $\tilde{p}$ , a vrednost funkcije pripadnosti fazi prostorne relacije *(Very)FarFrom* (“(veoma) daleko od”) za svaki piksel slike u odnosu na poligon  $\tilde{p}$  računa kao:

$$\mu_{FarFrom, d, g}(\tilde{p}, P[i, j]) = \begin{cases} 1 & \text{ako } l > d \\ (l - (d - g)) / g & \text{ako } d - g < l \leq d \\ 0 & \text{ako } l < d - g \end{cases}$$

gde je  $d$  konstanta koja definiše meru jezgra skupa (udaljenost tačke od poligona od koje je vrednost funkcije pripadnosti maksimalna), a  $g$  je konstanta koja definiše meru rasplinitosti skupa. Vrednosti konstanti  $d$  i  $g$  za relaciju *VeryFarFrom* su veće nego za relaciju *FarFrom*. Grafički prikaz funkcije pripadnosti fuzzy prostornih relacija *FarFrom* i *VeryFarFrom* je dat na slici 3.20.



Slika 3.20: Funkcija pripadnosti fuzzy prostornih  
relacija *FarFrom* (plava linija) i *VeryFarFrom*  
(crvena linija)

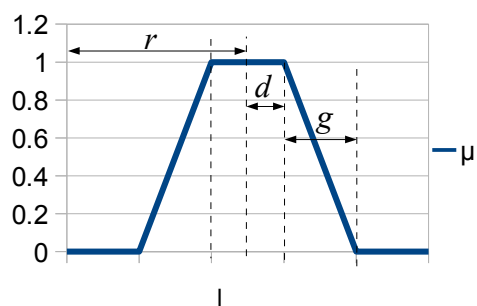
**Definicija 3.16** Neka je  $P$  dvodimenzionalna matrica kojom se reprezentuje digitalna slika, čija širina i visina su definisane sa  $w$  i  $h$ . Neka je svaki piksel  $P[i,j]$  slike određen svojim koordinatama  $i$  i  $j$ , i neka je  $\tilde{p}$  linearni fazi poligon u linearnom fazi prostoru  $H^2$ . Tada je  $l$  razdaljina između tačke  $P[i,j]$  i poligona  $\tilde{p}$ , a vrednost funkcije pripadnosti fazi prostorne relacije *AtDistanceOf* ("na razdaljini od") za svaki piksel slike u odnosu na poligon  $\tilde{p}$  računa kao:

$$\mu_{AtDistanceOf, d, g}(\tilde{p}, P[i, j], r) = \begin{cases} 1 & \text{ako } r-d < l \leq r+d \\ 1 - (l - (r+d)) / g & \text{ako } r+d < l \leq r+d+g \\ (l - (r-d-g)) / g & \text{ako } r-d-g < l \leq r-d \\ 0 & \text{u suprotnom} \end{cases}$$

gde je  $r$  parametar relacije i predstavlja željeno rastojanje. Konstanta  $d$  predstavlja meru jezgra skupa (dozvoljeno odstupanje od željenog rastojanja, a gde je vrednost funkcije pripadnosti maksimalna), a  $g$  je konstanta koja definiše meru rasplinitosti skupa. Grafički prikaz funkcije pripadnosti fuzzy prostorne relacije *AtDistanceOf* dat je na slici 3.21.

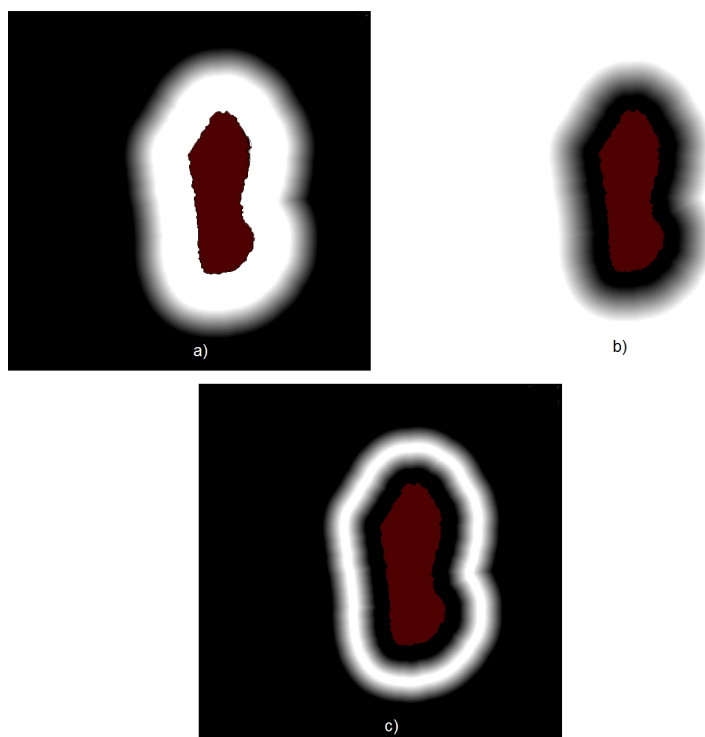
### 3. SPECIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA ANALIZU MEDICINSKIH SLIKA

---



Slika 3.21: Funkcija pripadnosti fuzzy prostorne relacije *AtDistanceOf*

Primeri ovih fazi prostornih relacija su prikazani na slici 3.22.



Slika 3.22: Primeri *DistanceRelation* relacija: a) *CloseTo*, b) *FarFrom*, c) *AtDistanceOf*

### 3.2.3. Kompozicija fazi prostornih relacija

Pojedinačne fazi prostorne relacije je moguće komponovati korišćenjem logičkih operatora i tako dobijati kompleksne fazi prostorne relacije. Logički operatori za kompoziciju relacija se definišu kao:

**Definicija 3.17** Neka su definisane dve fazi prostorne relacije  $F$  i  $G$ . *AND* (konjukcija) je binarni operator koji vrši kompoziciju relacija  $F$  i  $G$ , tako da se vrednost funkcije pripadnosti za svaki piksel  $P[i,j]$  računa kao minimum vrednosti funkcije pripadnosti fazi prostornih relacija  $F$  i  $G$  za piksel  $P[i,j]$ , odnosno:

$$\text{AND}(\mu_F(P[i, j]), \mu_G(P[i, j])) = \min(\mu_F(P[i, j]), \mu_G(P[i, j]))$$

Primer konjukcije dve fazi prostorne relacije prikazan je na slici 3.23.



Slika 3.23: Primer konjukcije dve fuzzy prostorne relacije

**Definicija 3.18** Neka su definisane dve fazi prostorne relacije  $F$  i  $G$ . *OR* (disjunkcija) je binarni operator koji vrši kompoziciju relacija  $F$  i  $G$ , tako da se vrednost funkcije pripadnosti za svaki piksel  $P[i,j]$  računa kao maksimum vrednosti funkcije pripadnosti fazi prostornih relacija  $F$  i  $G$  za piksel  $P[i,j]$ , odnosno:

$$\text{OR}(\mu_F(P[i, j]), \mu_G(P[i, j])) = \max(\mu_F(P[i, j]), \mu_G(P[i, j]))$$

Primer disjunkcije dve fazi prostorne relacije prikazan je na slici 3.24.



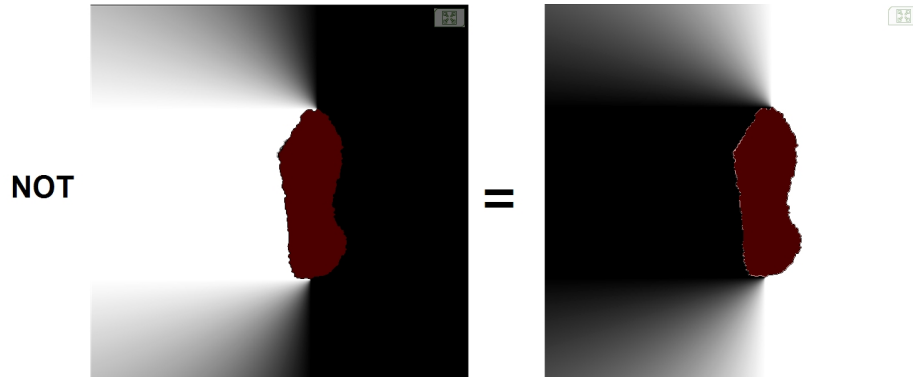


Slika 3.24: Primer disjunkcije dve fuzzy prostorne relacije

**Definicija 3.19** Neka je definisana fazi prostorna relacija  $F$ . *NOT* (komplement) je unarni operator koji vrednost funkcije pripadnosti za svaki piksel  $P[i,j]$  računa kao komplementarnu vrednost funkcije pripadnosti fazi prostorne relacije  $F$  za piksel  $P[i,j]$ , odnosno:

$$\text{NOT}(\mu_F(P[i, j])) = 1 - \mu_F(P[i, j])$$

Primer komplementa fazi prostorne relacije je prikazan na slici 3.25.



Slika 3.25: Primer komplementa fuzzy prostorne relacije

**Definicija 3.20** Neka su definisane dve fazi prostorne relacije  $F$  i  $G$ . *SUBTRACT* (razlika) je binarni operator koji vrši kompoziciju relacija  $F$  i  $G$ , tako da se vrednost funkcije pripadnosti za svaki piksel  $P[i,j]$  računa kao minimum vrednosti funkcije pripadnosti fazi prostornih relacije  $F$  i komplementa fazi prostorne relacije  $G$  za piksel  $P[i,j]$ , odnosno:

$$\text{SUBTRACT}(\mu_F(P[i, j]), \mu_G(P[i, j])) = \min(\mu_F(P[i, j]), 1 - \mu_G(P[i, j]))$$

Primer razlike dve fazi prostorne relacije prikazan na slici .



Slika 3.26: Primer razlike dve fuzzy prostorne relacije

### 3.2.4. Mera pripadnosti fazi poligona fazi prostornoj relaciji

U dosadašem razmatranju, definisane su funkcije pripadnosti fazi prostornih relacija i njihovih kompozicija u odnosu na jednu tačku (piksel) slike. Zatim je za svaki piksel na slici izračunata njena vrednost funkcije pripadnosti i tako je dobijena 2-dimenzionalna matrica sa svim vrednostima funkcije pripadnosti u svim pikselima. Ovo je omogućilo kompoziciju više fazi prostornih relacija pomoću logičkih operatora, kao i intuitivno predstavljanje relacija crno-belim slikama mapiranjem realnog intervala  $[0,1]$  na diskretni interval  $[0,255]$ . Međutim, logično je da postoji potreba i za nalaženje mere u kojoj neki fazi poligon pripada definisanoj fazi prostornoj relaciji.

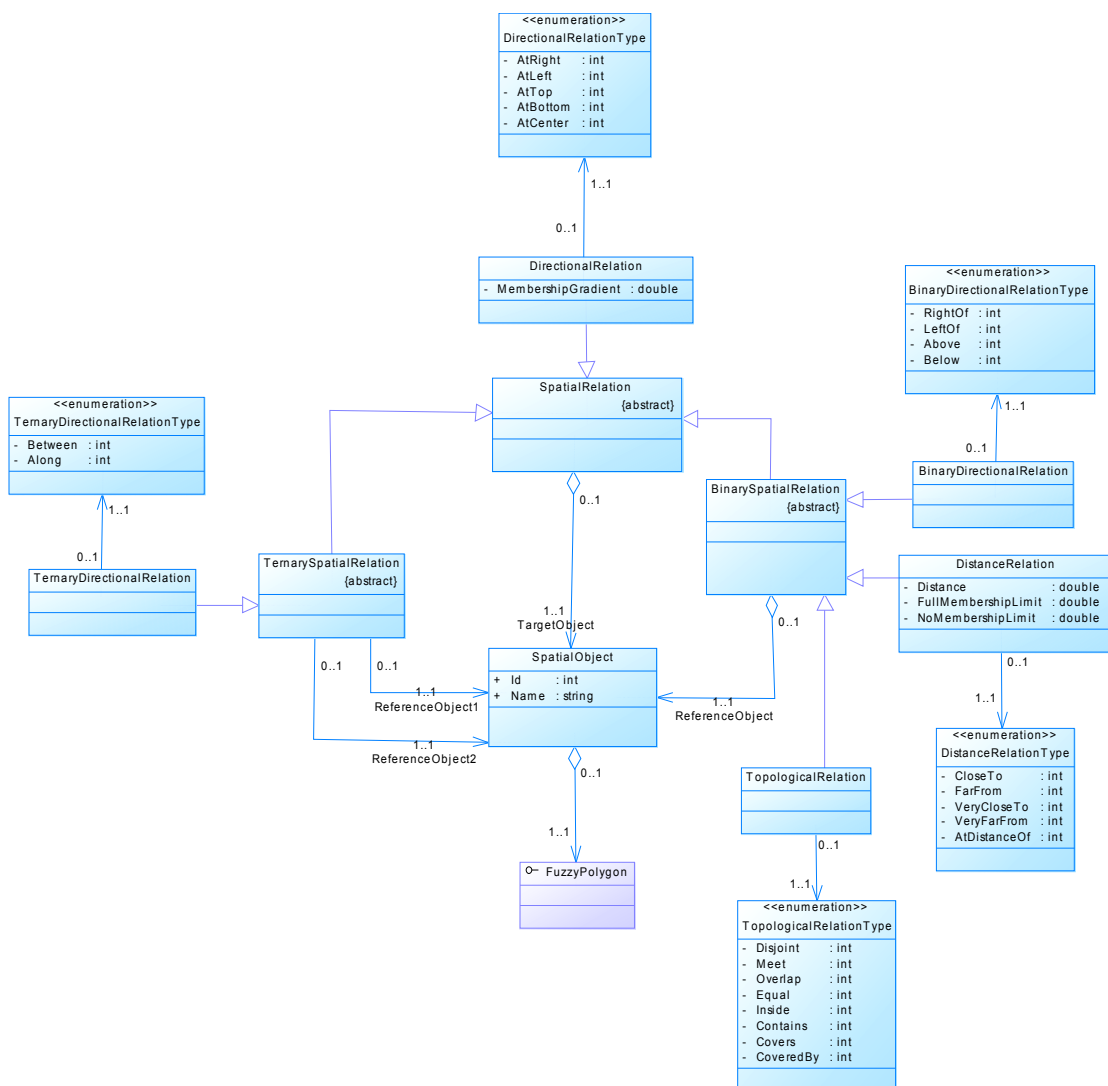
**Definicija 3.21** Neka je  $\tilde{p}$  linearni fazi poligon definisan u linearnom fazi prostoru  $H^2$  i neka je  $F$  fazi prostorna relacija definisana funkcijom pripadnosti  $\mu_F$ . Ako je  $P[i,j]$  element dvodimenzionalne matrice  $P$  koja predstavlja digitalnu sliku, čija su širina i visina predstavljene sa  $w$  i  $h$ . Ako je  $\mu_{\tilde{p}}$  funkcija pripadnosti kojom je definisan linearni fazi poligon  $\tilde{p}$ , onda je *mera pripadnosti poligona  $\tilde{p}$  fazi prostornoj relaciji  $F$*  definisana kao:

$$\mu_F(\tilde{p}) = \frac{\sum_{i=0}^{w-1} \sum_{j=0}^{h-1} \mu_{\tilde{p}}(P[i, j]) * \mu_F(P[i, j])}{\sum_{i=0}^{w-1} \sum_{j=0}^{h-1} \mu_{\tilde{p}}(P[i, j])}$$

### 3. SPECIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA ANALIZU MEDICINSKIH SLIKA

#### 3.2.5. Implementacija fazi prostornih relacija

Implementacija konceptata i definicija fazi prostornih relacija je izvršena u okviru paketa *FaziRelation* prema UML dijagramu klasa prikazanom na slici 3.27.



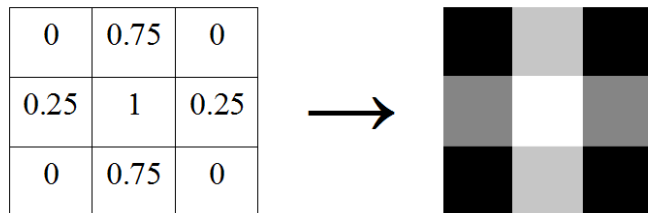
Slika 3.27: Dijagram klasa modela fuzzy prostornih relacija

Kroz prikazane klase i njihove metode, fazi prostorne relacije su implementirane tako što se prilikom njihovog instanciranja mora definisati i tip te relacije, npr. objekat klase *DistanceRelation* se instancira sa parametrom *DistanceRelationType* sa vrednosti *CloseTo*. Takođe, za određene relacije je neophodno obezbediti i referentni objekat (fazi poligon) na koji se odnosi relacija ili neki dodatni parametar koji je potreban za opis odgovarajuće fazi prostorne relacije, npr. za *DistanceRelation* čiji parametar *DistanceRelationType* ima vrednost *AtDistanceOf*, neophodno je specificirati vrednosti *Distance*.

Još jedna veoma važna klasa koja je deo paketa *FaziRelations* je “utility” statička klasa *FaziMembership*. Ova klasa obezbeđuje razne pomoćne metode za lakše korišćenje ostalih klasa koje modeluju fazi prostorne relacije, kao i metode kojima se postojeće relacije mogu međusobno komponovati. Takođe sadrži metodu koja računa vrednost funkcije pripadnosti fazi poligona određenoj fazi prostornoj relaciji.

Metode klase *FaziMembership* su:

- `static Bitmap MembershipToBitmap(double[,] membership)`
  - metoda koja matricu sa vrednostima funkcije pripadnosti za svaku tačku konvertuje u intuitivniji prikaz ovih vrednosti, odnosno na crno-belu sliku sa nijansama sive boje. Primer matrice sa vrednostima funkcije pripadnosti i njoj odgovarajućom rasterskom slikom je prikazan na slici 3.28

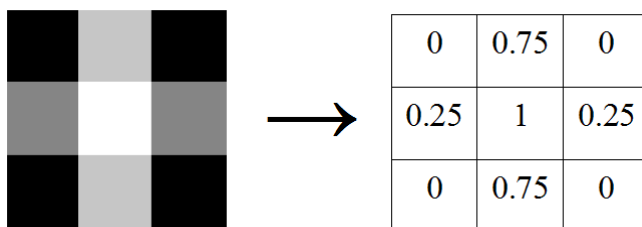


Slika 3.28: *MembershipToBitmap*

- `static double[,] membership BitmapToMembership(Bitmap bmp)`
  - metoda koja crno-belu sliku sa nijansama sive konvertuje u matricu sa vrednostima funkcije pripadnosti za svaku tačku. Primer rasterske slike i njoj odgovarajućom matricom je prikazan na slici 3.29

### 3. SPECIFIKACIJA I IMPLEMENTACIJA SISTEMA ZA ANALIZU MEDICINSKIH SLIKA

---



Slika 3.29: BitmapToMembership

- `static double[,] And(double[,] membership1, double[,] membership2)`
  - metoda koja računa *konjunciju* dve fazi prostorne relacije predstavljene 2-dimenzionalnim matricama, gde svaki element matrice sadrži vrednost funkcije pripadnosti piksela za datu fazi prostornu relaciju
- `static double[,] Or(double[,] membership1, double[,] membership2)`
  - metoda koja računa *disjunkciju* dve fazi prostorne relacije predstavljene 2-dimenzionalnim matricama, gde svaki element matrice sadrži vrednost funkcije pripadnosti piksela za datu fazi prostornu relaciju
- `static double[,] Not(double[,] membership)`
  - metoda koja računa *komplement* fazi prostorne relacije predstavljene 2-dimenzionalnom matricom, gde svaki element matrice sadrži vrednost funkcije pripadnosti piksela za datu fazi prostornu relaciju
- `static double[,] Subtract(double[,] membership1, double[,] membership2)`
  - metoda koja računa *razliku* dve fazi prostorne relacije predstavljene 2-dimenzionalnim matricama, gde svaki element matrice sadrži vrednost funkcije pripadnosti piksela za datu fazi prostornu relaciju
- `static double Calculate(FPolygon fPolygon, double[,] membership)`
  - metoda koja računa vrednost meru pripadnosti fazi poligona  $p$  određenoj fazi prostornoj relaciju  $F$  predstavljenu fazi skupom; vraća vrednost u intervalu  $[0,1]$

### 3.3. Fazi topološke relacije između fazi regiona

Pored standardnih fazi prostornih relacija, potrebno je definisati i fazi topološke relacije između regiona. Ove relacije su veoma važne ukoliko je potrebno imati i znanje kako su dva neprecizna regiona na slici povezana.

#### 3.3.1. Specifikacija fazi topoloških relacija

Binarne topološke relacije u klasičnom Euklidskom prostoru su izučavane veoma intenzivno. Pristup ovom problemu oslanja se na tzv. modelu devet preseka (eng. *9-intersection model*) [28]. Ovaj model je baziran na devet mogućih preseka granice ( $\partial A$ ),

$$\begin{pmatrix} \partial A \cap \partial B \neq \emptyset & \partial A \cap B^o \neq \emptyset & \partial A \cap B^- \neq \emptyset \\ A^o \cap \partial B \neq \emptyset & A^o \cap B^o \neq \emptyset & A^o \cap B^- \neq \emptyset \\ A^- \cap \partial B \neq \emptyset & A^- \cap B^o \neq \emptyset & A^- \cap B^- \neq \emptyset \end{pmatrix}$$

unutrašnjosti ( $A^o$ ) i spoljašnjosti ( $A^-$ ) prostornog objekta sa odgovarajućim komponentama drugog prostornog objekta. Za dva prostorna objekta  $A$  i  $B$  se formira sledeća matrica:

Za ovu matricu postoji  $9^2 = 81$  mogućih različitih kombinacija, ali samo određeni podskup njih ima smisla. Dakle, za dva regiona identifikovano je osam smislenih topoloških predikata: *razdvojeni*, *dodiruju se*, *preklapaju se*, *jednaki*, *unutar*, *sadrži*, *prekriva*, *prekriven*. Ukoliko je presek određene dve komponente objekata prazan skup, taj element matrice dobija vrednost 0, u suprotnom dobija vrednost 1. Na osnovu toga, svakom topološkom predikatu, odnosno relaciji odgovara jedinstvena matrica preseka:

$$\begin{array}{cccc} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{razdvojeni} & \text{dodiruju se} & \text{preklapaju se} & \text{jednaki} \\ \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \text{unutar} & \text{sadrži} & \text{prekriva} & \text{prekriven} \end{array}$$

Ukoliko ovi prostorni objekti predstavljaju zapravo neki region digitalne slike, neophodno je uzeti njihovu nepreciznost u obzir. Pošto su sami objekti (regioni) neprecizni, odnosno njihove granice, unutrašnjost i spoljašnjost nisu precizno definisane, sledi i da su i njihove topološke relacije neprecizne, odnosno da za neke regione nije moguće sa potpunom sigurnošću odrediti njegovu topološku relaciju sa drugim regionom, odnosno da li se npr. dodiruju ili ne dodiruju. Zbog toga je uveden pojam *fazi topološke relacije*. Kao što je prikazano, matrica sa devet preseka ima elemente koji imaju samo dve moguće vrednosti: 0 ili 1. Ovo je potrebno proširiti na interval  $[0,1]$ , korišćenjem fazi regiona i definisanjem njihovih fazi granica, fazi unutrašnjosti i fazi spoljašnjosti.

**Definicija 3.22** *Fazi granica* ( $\partial\tilde{p}$ ) regiona, odnosno linearnog fazi poligona  $\tilde{p}$  predstavlja fazi skup čija je funkcija pripadnosti jednaka funkciji pripadnosti zatvorene linearne fazi putanje koja odgovara poligonu. Za svaku tačku  $P[i,j]$  vrednost funkcije pripadnosti fazi granici se računa kao:

$$\mu_{\partial\tilde{p}}(P[i, j]) = \mu_{c(\tilde{A})}(P[i, j])$$

**Definicija 3.23** *Fazi unutrašnjost* ( $\tilde{p}^o$ ) regiona, odnosno linearnog fazi poligona  $\tilde{p}$  je fazi skup koji je predstavljen kao razlika fazi skupa (koji predstavlja linearan fazi poligon) i njegove fazi granice. Za svaku tačku  $P[i,j]$  vrednost funkcije pripadnosti fazi unutrašnjosti se računa kao:

$$\mu_{\tilde{p}^o}(P[i, j]) = \mu_{\tilde{p}}(P[i, j]) - \mu_{\partial\tilde{p}}(P[i, j])$$

**Definicija 3.24** *Fazi spoljašnjost* ( $\tilde{p}^-$ ) regiona, odnosno linearnog fazi poligona  $\tilde{p}$  je fazi skup koji je predstavljen kao komplement fazi skupa koji odgovara fazi poligonu. Za svaku tačku  $P[i,j]$  vrednost funkcije pripadnosti fazi spoljašnjosti se računa kao:

$$\mu_{\tilde{p}^-}(P[i, j]) = 1 - \mu_{\tilde{p}}(P[i, j])$$

Kada se odrede sve topološke fazi komponente linearnog fazi poligona, one se koriste u formiranju pomenute matrice sa devet preseka. Međutim, sada se umesto klasičnog preseka računa mera koliko se dva fazi skupa presecaju, što je zapravo vrednost u intervalu  $[0,1]$ . Dakle, za dva fazi poligona  $\tilde{p}$  i  $\tilde{r}$  definisana u linearnom fazi prostoru  $H^2$  matrica koja definiše njihovu fazi topološku relaciju se računa kao:

$$\begin{pmatrix} \partial\tilde{p} \cap \partial\tilde{r} & \partial\tilde{p} \cap \tilde{r}^o & \partial\tilde{p} \cap \tilde{r}^- \\ \tilde{p}^o \cap \partial\tilde{r} & \tilde{p}^o \cap \tilde{r}^o & \tilde{p}^o \cap \tilde{r}^- \\ \tilde{p}^- \cap \partial\tilde{r} & \tilde{p}^- \cap \tilde{r}^o & \tilde{p}^- \cap \tilde{r}^- \end{pmatrix}$$

gde je *mera presecanja*  $\cap$  između dva fazi skupa F i G definisana kao:

$$F \cap G = \frac{\sum_{i=0}^{w-1} \sum_{j=0}^{h-1} (1 - |\mu_F(X_{i,j}) - \mu_G(X_{i,j})|) * (\mu_F(X_{i,j}) > 0 \wedge \mu_G(X_{i,j}) > 0))}{\sum_{i=0}^{w-1} \sum_{j=0}^{h-1} (\mu_F(X_{i,j}) > 0 \wedge \mu_G(X_{i,j}))}$$

gde logički izraz  $\mu_F(X_{i,j}) > 0 \wedge \mu_G(X_{i,j}) > 0$  dobija vrednost 1 ako je izraz tačan, odnosno 0 ako je izraz netačan.

### 3.3.2. Implementacija fazi topoloških relacija

Klasa koja implementira fazi topološke relacije je *TopologicalRelation*, i onda je deo paketa *FaziRelation*. Ova klasa sadrži atribut *Type*, koji uzima vrednost topoloških predikata pobrojanih u enumeraciji *TopologicalRelationType*, čija vrednost može biti: *Disjoint*, *Meet*, *Overlap*, *Equal*, *Inside*, *Contains*, *Covers*, *CoveredBy*.

Formiranje komponenti fazi poligona je implementirano kroz javnu metodu *RegionTopologicalComponents*, koja kao parametre ima fazi poligon i dimenzije slike na kojoj se poligon nalazi. Rezultat ove metode je instanca klase *TopologicalComponents*, koja je zapravo tzv. omotačka klasa (eng. *wrapper class*) i ona sadrži sve tri komponente poligona kojima se može pristupiti kroz attribute *Boundary*, *Interior* i *Exterior*.

Izračunavanje mere presecanja dva fazi poligona je implementirano u statičkoj metodi *IntersectionMeasure*, koja kao parametre prima dva fazi skupa u obliku 2-dimenzionalnih matrica čije vrednosti predstavljaju vrednosti funkcije pripadnosti odgovarajućoj topološkoj komponenti fazi poligona. Povratna vrednost ove metode je realan broj u intervalu [0,1].

Kreiranje matrice sa određivanje topološke relacije dva fazi poligona je realizovano u statičkoj metodi *CalculateTopologyMatrix*, čiji parametri su odgovarajuća dva fazi poligona, kao i dimenzije slike na kojoj se nalaze. Ova metoda formira opisanu 3x3 matricu gde vrednost svakog elementa računa pomoću metode *IntersectionMeasure* kojoj se proslede odgovarajuće topološke komponente poligona kao parametri.

Pošto elementi dobijene matrice više nisu diskretne vrednosti 0 ili 1, već realni brojevi u intervalu [0,1], potrebno je izračunati u kojoj meri dobijena topološka relacija dva fazi poligona (predstavljena matricom) pripada topološkim predikatima. Vrednost ove mere je takođe u intervalu [0,1] i određivanje topološkog predikata kome relacija za koga je ova vrednost maksimalna je implementirana metodom *FindBestTopologicalPredicate*, koja kao ulazan parametar prima matricu koja opisuje topološku relaciju.

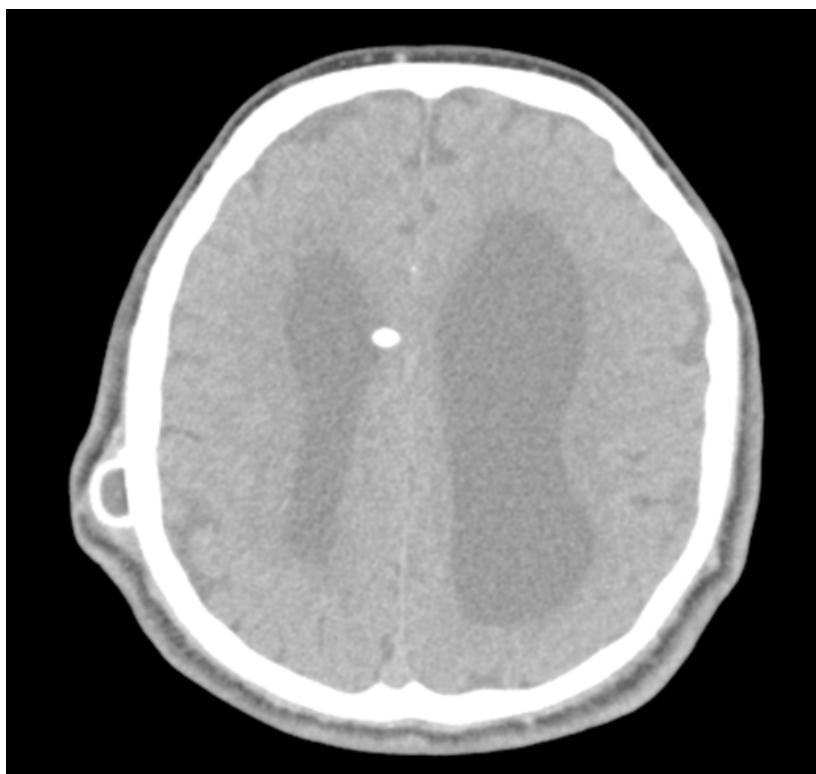


## 4. VERIFIKACIJA

### 4.1. Primer segmentacije i izdvajanja osobina sa medicinskih DICOM 2D slika

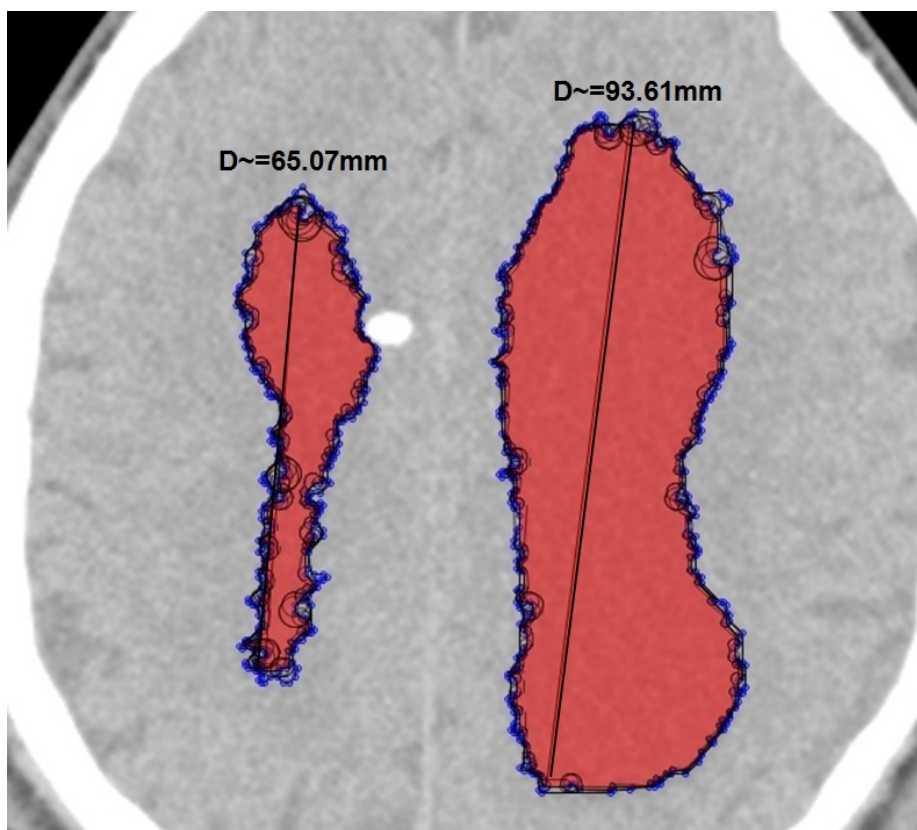
Primenom analize slika u medicini, u svrhu dijagnoze i procene rezultata terapije, često je potrebno odrediti neke geometrijske osobine izdvojenih regiona, gde je dijametar jedan od njih. U radu [23] je predložen algoritam za izračunavanje dijametra konveksnog fazi omotača poligona.

Na slici 4.1 je prikazana medicinska slika koja predstavlja CT snimak ljudske glave. Intuitivno čovek odmah primećuje dva regiona sličnih osobina u središtu slike.



Slika 4.1: CT snimak ljudske glave

Na prikazani CT snimak je primenjen predloženi algoritam za segmentaciju i izdvajanje osobina baziran na linearnom fazi poligonu (poglavlje 3.1.2.). Rezultat algoritma su dva fazi regiona, i za njih je izračunat dijametar, prikazano na slici 4.2.



Slika 4.2: Rezultat algoritma za segmentaciju i izdvajanje osobina: dva fuzzy regiona i njihov dijametar

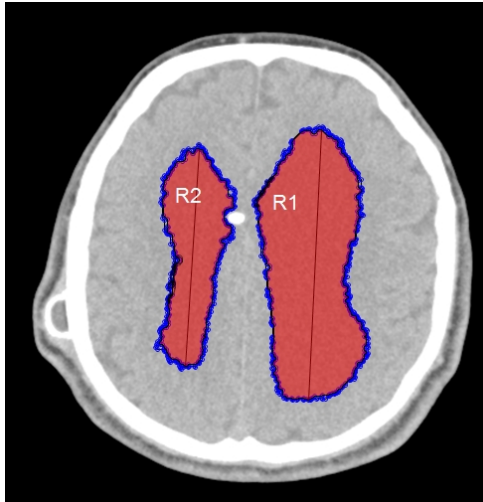
## 4.2. Primeri upotrebe fazi prostornih relacija

Nakon izvršene segmentacije slike, moguće je za izdvojene fazi poligone definisati fazi prostorne relacije. Npr. za jedan fazi poligon (referentni objekat) je moguće definisati fazi prostornu relaciju korišćenjem kompozicija osnovnih implementiranih relacija, i zatim to iskoristiti da se pronađe drugi fazi poligon (ciljni objekat) koji najviše odgovara toj relaciji.

#### 4. VERIFIKACIJA

---

Na slici 4.4 su prikazani izvojeni fazi regioni  $R1$  i  $R2$ . Zatim je za region  $R1$  definisana fazi prostorna relacija  $F$ , tako da je  $F = \text{SUBTRACT}((\text{LeftOf}(R1) \text{ AND } \text{CloseTo}(R1)), \text{VeryCloseTo}(R1))$ . Ovo zapravo opisuje region koji bi trebao da bude “levo od i blizu regiona  $R1$ , ali ne preblizu regiona  $R1$ ”, odnosno ovo bi mogao biti jedan od opisa položaja regiona  $R2$ . Slika 4.4 prikazuje ilustrativan prikaz ove fazi prostorne relacije  $F$ .

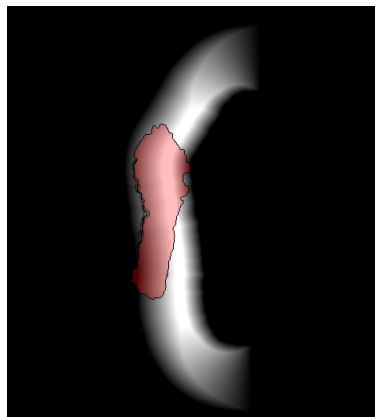


Slika 4.4: Izdvojeni fuzzy regioni  $R1$  i  $R2$



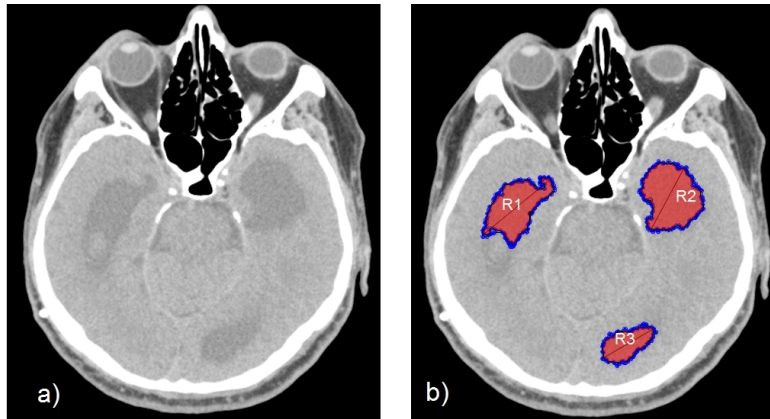
Slika 4.3: Fuzzy prostorna relacija  $F$

Ukoliko se izračuna mera pripadnosti regiona  $R2$  dobijenoj fazi relaciji  $F$ , ona iznosi  $\mu_F(R2) = 0.639$ . Pripadnost regiona  $R2$  relaciji  $F$  može se primetiti i na slici 4.5.

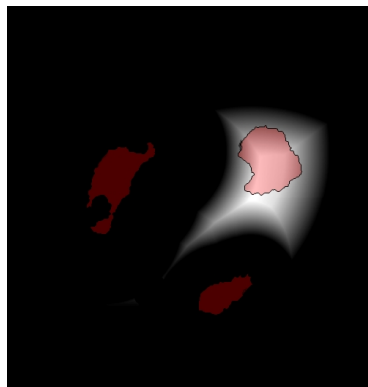


Slika 4.5: Pripadnost regiona  $R2$  definisanoj fuzzy relaciji

Na slici 4.6 je prikazan još jedan primer CT snimka, kao i izdvojeni fazi regioni  $R1$ ,  $R2$  i  $R3$  primenom algoritma za segmentaciju. Za ove regione je definisana fazi prostorna relacija  $G$ : “desno od  $R1$  i daleko, ali ne predaleko od  $R1$ , i iznad  $R3$ , ali ne blizu niti predaleko od  $R3$ ”, odnosno  $G = (RightOf(R1) \text{ AND } Above(R3) \text{ AND } FarFrom(R1) \text{ AND } NOT \text{ VeryFarFrom}(R1) \text{ AND } NOT \text{ CloseTo}(R3) \text{ AND } NOT \text{ VeryFarFrom}(R3))$ .



Slika 4.6: a) CT snimak, b) izdvojeni neprecizni regioni



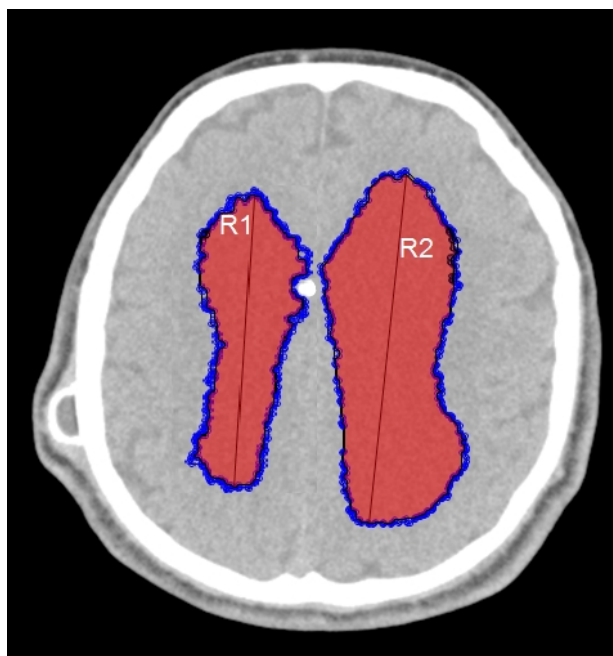
Slika 4.7: Ilustrativni prikaz fuzzy  
prostorne relacije  $G$  i izdvojenih  
regiona

Slika 4.7 predstavlja ilustrativan prikaz definisane fazi prostorne relacije  $G$ , kao i očiglednu pripadnost regiona  $R2$  ovoj relaciji. Izračunata mera pripadnosti za region  $R2$  u je  $\mu_G(R2)=0.78$ .

### 4.3. Primer upotrebe fazi topoloških relacija

Pored definisanja fazi prostornih relacija i izračunavanja koji ciljni objekat joj najviše pripada, moguće je izračunati i topološki predikat koji u najvećoj meri opisuje topološku relaciju između dva fazi objekta.

Na slici 4.8 su prikazani izdvojeni fazi regioni sa CT snimka ljudske glave. Za izdvojene regione  $R1$  i  $R2$  je izračunata karakteristična matrica koja definiše topološku relaciju među njima. Na osnovu ovog je dobijeno da topološki predikat “razdvojeni su” (*Disjoint*) zadovoljava ovu relaciju sa merom  $\sim 0.653$ , a predikat “dodiruju se” (*Meet*) sa merom  $\sim 0.651$ , dok je za sve ostale predikate ova mera jednaka 0.



Slika 4.8: CT snimak glave sa izdvojenim fuzzy regionima

$$\begin{pmatrix} 0.645 & 0 & 0.653 \\ 0 & 0 & 0.56 \\ 0.641 & 0.755 & 0.653 \end{pmatrix}$$

Matrica topološke relacije  
između regiona  $R1$  i  $R2$ s

## 5. ZAKLJUČAK

U radu je predstavljen novi model i algoritam za segmentaciju regiona i izdvajanje osobina sa 2D slika koje sadrže neprecizne regione. Za aproksimaciju nepreciznih regiona kao fazi poligona čije su ivice reprezentovane nizom fazi tačaka u linearnom fazi prostoru iskorišćena je veštačka neuronska mreža.

Takođe su specifikirane i implementirane fazi prostorne relacije i fazi topološke relacije kojima su opisani odnosi među nepreciznim regionima na slici. Fazi prostorne relacije omogućavaju modelovanje odnosa među objektima lingvističkim varijablama kao što su “levo od”, “iznad”, “blizu”, “veoma daleko od”, “u sredini slike”, itd. Takođe, ove osnovne relacije je moguće međusobno komponovati logičkim operatorima (konjunkcija, disjunkcija, razlika, komplement) kako bi se dobile složene prostorne relacije. Implementacijom fazi topoloških relacija moguće je odrediti meru u kojoj određeni topološki predikati predstavljaju relaciju između dva regiona.

Rešenje je implementirano u programskom jeziku C#, a upotreba predstavljenih modela i algoritama je prikazana na DICOM medicinskim 2D slikama.

Jedan od daljih pravaca razvoja trenutnog rešenja bio bi povezivanje sa nekom vrstom baze ekspertskog znanja, gde su lingvističkim varijablama opisane prostorne relacije između raznih regiona (benignih ili malignih) na medicinskim slikama. Ovo bi omogućilo automatsku detekciju regiona, što može biti veoma korisno za dijagnozu u ranim fazama lečenja.

## PREGLED KORIŠĆENIH SKRAĆENICA

Skraćenica	Značenje
UML	<i>Unified Modeling Language</i> - Ujedinjeni jezik modelovanja
SOM	<i>Self-Organizing Map</i> - Samoorganizujuća mapa
TKM	<i>Temporal Kohonen Map</i> - Temporalna Kohonenova mapa
RSOM	<i>Recurrent Self-Organizing Map</i> - Rekurentna samoorganizujuća mapa
BMU	<i>Best Matching Unit</i> - Pobednički neuron
GUI	<i>Graphical user interface</i> - Grafički korisnički interfejs
IDE	<i>Integrated development environment</i> - Integrisano razvojno okruženje
LGPL	<i>GNU Lesser General Public License</i>
SUBP	Sistem za Upravljanje Bazom Podataka
CMS	<i>Content management system</i> - Sistem za upravljanje sadržajem
URI	<i>Uniform resource identifier</i> - Uniformni identifikator resursa
URL	<i>Uniform resource locator</i> - Veb adresa
MVC	<i>Model - View - Controller</i> paradigma
API	<i>Application programming interface</i> - Aplikacioni programski interfejs
JAR	<i>Java archive</i> - Java arhiva
RGB	<i>Red Green Blue (color model)</i> - Crvena Zelena Plava (model boja)

## LITERATURA

- [1] L. G. Shapiro and G. C. Stockman, *Computer vision*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001.
- [2] M. Löffler, *Data Imprecision in Computational Geometry*. BoxPress, 2009.
- [3] M. Schneider, "Finite resolution crisp and fuzzy spatial objects," in *Int. Symp. on Spatial Data Handling*, 2000, p. 5a.
- [4] L. A. Zadeh, "Fuzzy sets," *Information and Control*, vol. 8, pp. 338–353, 1965.
- [5] A. J. Roy and J. G. Stell, "Spatial relations between indeterminate regions," *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 27, pp. 205–234, 2001.
- [6] A. Oliver, J. Freixenet, J. Martí, E. Pérez, J. Pont, E. R. E. Denton, and R. Zwigelaar, "A review of automatic mass detection and segmentation in mammographic images," *Medical Image Analysis*, vol. 14, pp. 87–110, 2010.
- [7] A. Rosenfeld, *Digital picture processing I*. New York: Academic Pr., 1988.
- [8] S. Wang and R. M. Summers, "Machine learning and radiology," *Medical Image Analysis*, vol. 16, pp. 933–951, 2012.
- [9] J. M. Medina, S. Jaime-Castillo, and E. Jiménez, "A DICOM viewer with flexible image retrieval to support diagnosis and treatment of scoliosis," *Expert Systems with Applications*, vol. 39, pp. 8799–8808, 2012.
- [10] "DICOM: About DICOM." [Online]. Available: <http://medical.nema.org/Dicom/about-DICOM.html>. [Accessed: 20-Jun-2012].
- [11] D. Dinu and D. Ivetić, "DICOM overview," presented at the The VII International Symposium "Young People and Multidisciplinary Research," Resita, 2005.
- [12] "The DICOM Standard." [Online]. Available: <http://medical.nema.org/standard.html>. [Accessed: 20-Jun-2012].
- [13] L. C. Jain and N. M. Martin, "Introduction to Neural Networks, Fuzzy Systems, Genetic Algorithms, and their Fusion," *Fusion of Neural Network, Fuzzy System and Genetic Algorithms: Industrial Application*, Lakhmi, CJ and NM Martin (Eds.). CRC Press, USA, 1999.
- [14] J. Freeman and D. M. Skapura, *Neural networks: algorithms, applications, and programming techniques*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1991.
- [15] D. E. Rumelhart, J. McClelland, PDP Research Group, and Parallel Distributed Processing Research Group, *Parallel distributed processing: explorations in the microstructure of cognition. Volume I, Foundations*. Cambridge, Ma.; London: MIT



Press, 1986.

- [16] F. Rosenblatt, "The perceptron: A probabilistic model for information storage and organization in the brain," *Psychological Review*, vol. 65, no. 6, pp. 386–408, 1958.
- [17] M. L. Minsky and S. Papert, *Perceptrons; an introduction to computational geometry*. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1969.
- [18] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and R. J. Williams, "Learning internal representations by back-propagating errors," *Nature*, vol. 323, pp. 533–536, 1986.
- [19] J. J. Hopfield, "Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 79, no. 8, pp. 2554–2558, Apr. 1982.
- [20] T. Kohonen, "Self-organized formation of topologically correct feature maps," *Biological Cybernetics*, vol. 43, no. 1, pp. 59–69, 1982.
- [21] G. J. Klir and B. Yuan, *Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall PTR, 1995.
- [22] D. DuBois and H. M. Prade, *Fuzzy sets and systems: theory and applications*, vol. 144. Academic Pr, 1980.
- [23] Đ. Obradović, Z. Konjović, E. Pap, and N. M. Ralević, "The maximal distance between imprecise point objects," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 170, no. 1, pp. 76–94, May 2011.
- [24] D. Obradovic, Z. Konjovic, E. Pap, and I. J. Rudas, "Modeling and PostGIS implementation of the basic planar imprecise geometrical objects and relations," in *Intelligent Systems and Informatics (SISY), 2011 IEEE 9th International Symposium on*, 2011, pp. 157–162.
- [25] C. K. Chui, *An introduction to wavelets*. Boston: Academic Press, 1992.
- [26] I. Bloch, "Fuzzy relative position between objects in image processing: A morphological approach," *IEEE Transactions On Pattern Analysis And Machine Intelligence*, vol. 21, no. 7, pp. 657–664, 1999.
- [27] C. Hudelot, J. Atif, and I. Bloch, "Fuzzy spatial relation ontology for image interpretation," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 159, no. 15, pp. 1929–1951, 2008.
- [28] M. Egenhofer, "A formal definition of binary topological relationships," in *Foundations of Data Organization and Algorithms*, vol. 367, W. Litwin and H.-J. Schek, Eds. Springer Berlin / Heidelberg, 1989, pp. 457–472.

## BIOGRAFIJA

Marko Jocić je rođen 06.02.1988. godine u Novom Sadu. Osnovnu školu “Petefi Šándor” u Novom Sadu završio je 2003. godine kao najbolji đak generacije. Gimnaziju “Jovan Jovanović Zmaj”, prirodno-matematički smer, završio je 2007. godine. Iste godine se upisao na Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu, odsek Računarstvo i automatika. Školske 2009/2010. godine upisao se na smer Računarske nauke i informatika.

Osnovne akademske studije u trajanju od četiri godine završio je sa prosečno ocenom 9,11. Diplomski rad sa temom “Implementacija kriptovanja u okviru projekta sistema platnog prometa” je odbranio sa ocenom 10. Master akademske studije upisao je školske 2011/2012. godine. Položio je sve ispite predviđene planom i programom sa prosečnom ocenom 10.

Od stranih jezika govori engleski i francuski jezik.



UNIVERZITET U NOVOM SADU • FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA

21000 NOVI SAD, Trg Dositeja Obradovića 6

**KLJUČNA DOKUMENTACIJSKA INFORMACIJA**

Redni broj, <b>RBR</b> :	
Identifikacioni broj, <b>IBR</b> :	
Tip dokumentacije, <b>TD</b> :	monografska publikacija
Tip zapisa, <b>TZ</b> :	tekstualni štampani dokument
Vrsta rada, <b>VR</b> :	diplomski rad - master akademske studije
Autor, <b>AU</b> :	Marko Jocić
Mentor, <b>MN</b> :	doc. dr Đorđe Obradović, docent, FTN Novi Sad
Naslov rada, <b>NR</b> :	Segmentacija digitalne slike i izdvajanje obeležja bazirana na geometrijskim oblicima linearnog fazi prostora
Jezik publikacije, <b>JP</b> :	srpski (latinica)
Jezik izvoda, <b>JL</b> :	srpski (latinica) / engleski
Zemlja publikovanja, <b>ZP</b> :	Srbija
Uže geografsko područje, <b>UGP</b> :	Vojvodina
Godina, <b>GO</b> :	2012
Izdavač, <b>IZ</b> :	autorski reprint
Mesto i adresa, <b>MA</b> :	Novi Sad, Fakultet tehničkih nauka, Trg Dositeja Obradovića 6
Fizički opis rada, <b>FO</b> :	6 / 87 / 16 / 1 / 31 / 0 / 0
Naučna oblast, <b>NO</b> :	Informatika
Naučna disciplina, <b>ND</b> :	Veštačka inteligencija
Predmetna odrednica / ključne reči, <b>PO</b> :	Analiza digitalne slike, linearni fazi prostor, prostorne fazi prostorne relacije, fazi topološke relacije
<b>UDK</b>	
Čuva se, <b>ČU</b> :	Biblioteka Fakulteta tehničkih nauka, Trg Dositeja Obradovića 6, Novi Sad
Važna napomena, <b>VN</b> :	
Izvod, <b>IZ</b> :	U radu je opisana segmentacija digitalne slike i izdvajanja obeležja bazirana na linearnom fazi poligonu. Primena rešenja je prikazana na DICOM medicinskim slikama.
Datum prihvatanja teme, <b>DP</b> :	
Datum odbrane, <b>DO</b> :	
Članovi komisije, <b>KO</b> :	Predsednik: prof. dr Dušan Surla
	Član: prof. dr Zora Konjović
	Mentor: doc. dr Đorđe Obradović
	Potpis mentora



# UNIVERSITY OF NOVI SAD • FACULTY OF TECHNICAL SCIENCES

21000 NOVI SAD, Trg Dositeja Obradovića 6

## KEY WORDS DOCUMENTATION

Accession number, <b>ANO</b> :			
Identification number, <b>INO</b> :			
Document type, <b>DT</b> :	monographic publication		
Type of record, <b>TR</b> :	textual material		
Contents code, <b>CC</b> :	thesis		
Author, <b>AU</b> :	Marko Jocić		
Mentor, <b>MN</b> :	Đorđe Obradović, PhD, Assis prof., FTN Novi Sad		
Title, <b>TI</b> :	Digital Image Segmentation and Feature Extraction based on Geometric Shapes in Linear Fuzzy Space		
Language of text, <b>LT</b> :	serbian (latin)		
Language of abstract, <b>LA</b> :	serbian (latin) / english		
Country of publication, <b>CP</b> :	Serbia		
Locality of publication, <b>LP</b> :	Vojvodina		
Publication year, <b>PY</b> :	2012		
Publisher, <b>PB</b> :	author's reprint		
Publication place, <b>PP</b> :	Novi Sad, Faculty of Technical Sciences, Trg Dositeja Obradovića 6		
Physical description, <b>PD</b> :	6 / 87 / 16 / 1 / 31 / 0 / 0		
Scientific field, <b>SF</b> :	Computer science		
Scientific discipline, <b>ND</b> :	Artificial intelligence		
Subject / Keywords, <b>S/KW</b> :	Digital image analysis, linear fuzzy space, fuzzy spatial relations, fuzzy topological relations		
<b>UDC</b>			
Holding data, <b>HD</b> :	Library of the Faculty of Technical Sciences, Trg Dositeja Obradovića 6, Novi Sad		
Note, <b>N</b> :			
Abstract, <b>AB</b> :	This master thesis presents digital image segmentation and feature extraction based on linear fuzzy poligon. Results are presented on DICOM medical images.		
Accepted by sci. board on, <b>ASB</b> :			
Defended on, <b>DE</b> :			
Defense board, <b>DB</b> :	President:	Dušan Surla, Ph.D. full prof.	
	Member:	Zora Konjović, Ph.D. full prof.	Menthor's sign
	Mentor:	Đorđe Obradović, Ph.D. assis prof	