Activité 0.1 – L'analyse dimensionnelle

Objectifs de la séance :

- > Comprendre la notion d'équation homogène
- > Réaliser de l'analyse dimensionnelle

Contexte : En physique, une relation est correcte si elle est homogène : les membres de droites et de gauche de l'égalité doivent être exprimé avec la même unité.

→ Comment vérifier que les deux côté d'une égalité sont bien exprimés dans la même unité?

1 – Les puissances négatives

Document 1 - Puissance négative

Une puissance indique combien de fois on répète une multiplication. ($3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$)
Une puissance **négative** correspond à une division par une puissance. $\left(5^{-2} = \frac{1}{5^2}\right)$

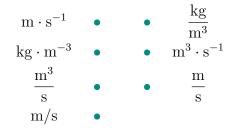
On a les mêmes règles de calculs avec les unités. $\left(\frac{1}{s}=s^{-1}, \quad m^{-3}=\frac{1}{m^3}\right)$

Document 2 - Multiplication d'unité

Quand on multiplie deux unités entre elles, la multiplication est indiquée par un point médian \cdot

- \rightarrow Exemple: kW · h = kW × h
- 1 Relier les valeurs égales entre elles.

2 — Relier les unités égales entre elles.



2 – Opérations et unités

Document 3 - Calcul d'une unité

Si une grandeur est le produits de plusieurs grandeurs, son unité est le produit des unités de ces grandeurs.

De même si une grandeur est le quotient de plusieurs grandeurs.

→ Exemple : Une vitesse $v = \frac{d(\mathbf{m})}{\Delta t(\mathbf{s})}$ s'exprime en $\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}$, c'est-à-dire en \mathbf{m}/\mathbf{s} ou $\mathbf{m} \cdot \mathbf{s}^{-1}$.

Pour additionner ou soustraire deux grandeurs, elles doivent être de même unités. Le résultat du calcul s'exprime dans les même unités que les grandeurs additionnées ou soustraites.

- → Exemple : La masse d'une molécule d'eau $\rm H_2O$ est la somme de la masse des atomes qui la compose $m_{\rm H_2O}=2\times m_H+m_O=2\times 1.7\times 10^{-27}\,\rm kg+26.7\times 10^{-27}\,\rm kg=30.1\times 10^{-27}\,\rm kg$
- 3 Sans calcul, déterminer l'unité du membre de gauche de l'égalité.

| Grandeur | Unité |
|--|-------|
| Longueur $L = L_1(\mathbf{m}) + L_2(\mathbf{m}) + L_3(\mathbf{m})$ | |
| Fréquence $f = \frac{1}{T(s)}$ | |
| Concentration massique $c = \frac{m(\text{kg})}{V(\text{m}^3)}$ | |
| Intensité du courant $I = \frac{R_1(\Omega)}{R_1(\Omega) + R_2(\Omega)} \times I_1(A)$ | |

3 – Homogénéité

Document 4 - Relation homogène

Une relation entre grandeurs ne peut être correcte que si elle est homogène. C'est-à-dire si les membres à droite et à gauche de l'égalité s'exprime avec les même unités.

Toute égalité entre deux grandeurs qui ne peuvent pas s'exprimer avec les mêmes unités est donc forcément fausse. On dit qu'elle n'est pas homogène. Vérifier l'homogénéité d'une équation c'est faire de l'analyse dimensionnelle.

4 — Calculer les unités des grandeurs des deux côtés de l'égalité des relations suivantes. Barrer les relations qui ne sont pas homogènes.

$$v = \frac{f}{d}$$

$$m = m_1 \times m_2$$

$$m = c_m \times V$$

$$F = G \times \frac{m_1 \times m_2}{d^2}$$

$$v = f \times d$$

$$V_0 = \frac{c_{m,1}}{c_{m,0}} V_1$$

Données: unités des différentes grandeurs

| Grandeur | Unité | Grande |
|----------------|-------------------------|----------------|
| f | s ⁻¹ (ou Hz) | \overline{F} |
| \overline{d} | m | \overline{G} |
| \overline{m} | kg | \overline{V} |

| Grandeur | Unité | G |
|----------|---|---|
| F | $kg \cdot m \cdot s^{-2} \text{ (ou N)}$ | |
| G | $\mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$ | |
| V | L | |

| Grandeur | Unité |
|----------------|----------------------------------|
| c_m | $kg \cdot L^{-1}$ |
| t | S |
| \overline{v} | $\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ |