Activité 0.4 – L'analyse dimensionnelle

Objectifs :

- Comprendre la notion d'équation homogène et réaliser de l'analyse dimensionnelle

Contexte : En physique, une relation est correcte si elle est **homogène :** les membres de droites et de gauche de l'égalité doivent être exprimé avec la même **unité.**
→ **Comment vérifier que les deux côté d'une égalité sont bien exprimés dans la même unité ?**

1 Les puissances négatives

Document 1 – Puissance négative

Une puissance indique combien de fois on répète une multiplication. ($3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$)
Une puissance **négative** correspond à une division par une puissance. $\left(5^{-2} = \dfrac{1}{5^2}\right)$

On a les mêmes règles de calculs avec les unités. $\left(\dfrac{1}{\mathrm{s}} = \mathrm{s}^{-1}, \quad \mathrm{m}^{-3} = \dfrac{1}{\mathrm{m}^3}\right)$

Document 2 – Multiplication d'unité

Quand on multiplie deux unités entre elles, la multiplication est indiquée par un point médian ·

- *Exemple :* $\mathrm{kW} \cdot \mathrm{h} = \mathrm{kW} \times \mathrm{h}$

1 — Relier les valeurs égales entre elles.

4^{-2} •	• $\dfrac{1}{10}$
25^{-1} •	• $0{,}04$
10^{-1} •	• $\dfrac{1}{4^2}$
	• $0{,}10$

2 — Relier les unités égales entre elles.

$\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$ •	• $\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
$\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$ •	• $\mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{s}^{-1}$
$\dfrac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$ •	• $\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
$\mathrm{m/s}$ •	

2 Opérations et unités

Document 3 – Calcul d'une unité

Si une grandeur est le produits de plusieurs grandeurs, son unité est le produit des unités de ces grandeurs.
De même si une grandeur est le quotient de plusieurs grandeurs.

- *Exemple :* Une vitesse $v = \dfrac{d(\mathrm{m})}{\Delta t(\mathrm{s})}$ s'exprime en $\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, c'est-à-dire en $\mathrm{m/s}$ ou $\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$.

Pour additionner ou soustraire deux grandeurs, elles doivent être de même unités.
Le résultat du calcul s'exprime dans les même unités que les grandeurs additionnées ou soustraites.

▸ *Exemple :* La masse d'une molécule d'eau H_2O est la somme de la masse des atomes qui la compose $m_{H_2O} = 2 \times m_H + m_O = 2 \times 1{,}7 \times 10^{-27}\,\text{kg} + 26{,}7 \times 10^{-27}\,\text{kg} = 30{,}1 \times 10^{-27}\,\text{kg}$

3 — Sans calcul, déterminer l'unité du membre de gauche de l'égalité.

Grandeur	Unité
Longueur $L = L_1(\text{m}) + L_2(\text{m}) + L_3(\text{m})$	
Fréquence $f = \dfrac{1}{T(\text{s})}$	
Concentration massique $c = \dfrac{m(\text{kg})}{V(\text{m}^3)}$	
Intensité du courant $I = \dfrac{R_1(\Omega)}{R_1(\Omega) + R_2(\Omega)} \times I_1(\text{A})$	

3 Homogénéité d'une relation

Document 4 – Relation homogène

Une relation entre grandeurs ne peut être correcte que si elle est **homogène.** C'est-à-dire si les membres à droite et à gauche de l'égalité s'exprime avec les **même unités.**

Toute égalité entre deux grandeurs qui ne peuvent pas s'exprimer avec les mêmes unités est donc forcément **fausse.** On dit **qu'elle n'est pas homogène.** Vérifier l'homogénéité d'une équation c'est faire de **l'analyse dimensionnelle.**

L'homogénéité permet de **retrouver** la relation entre trois grandeurs en regardant l'unité de la grandeur que l'on cherche à calculer.

▸ *Exemple :* Pour calculer la masse molaire (en $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$), à partir d'une masse (g) et d'une quantité de matière (mol), il faut diviser la masse par la quantité de matière pour avoir une égalité homogène.

$$M\left(\frac{\text{g}}{\text{mol}}\right) = \frac{m(\text{g})}{n(\text{mol})}$$

4 — Donner l'égalité qui permet de calculer une distance $d(\text{m})$ à partir d'un temps $t(\text{s})$ et d'une vitesse $v(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$.

. . . .

. . . .

5 — Donner l'égalité permettant de calculer une concentration molaire $c(\text{mol} \cdot \text{L}^{-1})$ à partir d'une concentration massique $c_m(\text{g} \cdot \text{L}^{-1})$ et d'une masse molaire $M(\text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$.

. . . .

. . . .