

Continuitate şi derivabilitate

Ex. 1. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funcţia definită prin

$$f(x) = \frac{x^2 e^x - e^{2x} - 1}{e^x} + 2022, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor afirmaţii:

- ☐ **A** $f'(0) = f''(0) = 0$;
- ☐ **B** 0 nu este punct de extrem local al funcţiei f ;
- ☐ **C** Funcţia f' este strict monotonă;
- ☐ **D** 0 este punct de extrem global al funcţiei f'' .

Ex. 2. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funcţia definită prin

$$f(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ e^x & e^{-x} \end{vmatrix}, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor afirmaţii:

- ☐ **A** f este ori de câte ori derivabilă pe \mathbb{R} ;
- ☐ **B** f este bijectivă;
- ☐ **C** Derivata $f^{(2021)}$ este concavă;
- ☐ **D** Derivata $f^{(2022)}$ este convexă.

Ex. 3. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funcţia definită prin

$$f(x) = |x + (1 - x)i|, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor afirmaţii:

- ☐ **A** f este continuă;
- ☐ **B** f este monotonă;
- ☐ **C** f are un singur punct de extrem global;
- ☐ **D** f este concavă.

Ex. 4. Fie $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funcţiile definite prin

$$f(x) = \min\{-x, 0\} \quad \text{şi} \quad g(x) = [f(x)]^4, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor afirmaţii:

- ☐ **A** f este continuă şi g este derivabilă;
- ☐ **B** f este convexă şi concavă pe $(-\infty, 0)$;
- ☐ **C** g este convexă şi concavă pe $(0, +\infty)$;
- ☐ **D** Un număr real x_0 este punct de extrem al funcţiei f dacă şi numai dacă el este punct de extrem al funcţiei g .

Ex. 5. Fie $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funcţiile definite prin

$$f(x) = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \quad \text{şi} \quad g(x) = (\operatorname{arctg} x) + 2022, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Stabiliţi valoarea de adevăr a următoarelor afirmaţii:

- ☐ **A** f şi g sunt strict monotone;
- ☐ **B** Graficele funcţiilor f şi g au aceleaşi asimptote;
- ☐ **C** Ecuaţia $f(x) = g(x)$ nu are soluţii în \mathbb{R} ;
- ☐ **D** Inecuaţia $f(x) < g(x)$ are o infinitate de soluţii în \mathbb{R} ;