1.2.3 Repere psihogenetice în predarea - învăţarea Matematicii în şcoală

Comunicarea dintre profesor şi elev în actul didactic se face pornind de la niveluri diferite de dezvoltare a gândirii. Structura logico - formală a gândirii matematice, proprie profesorului, este încheierea unei întregi evoluţii – acesta a atins deja stadiul inteligenţei cristalizate. De asemenea, ceea ce se oferă într-un manual de Matematică sau într-o culegere de probleme, reprezintă schematizarea proceselor de gândire matematică ajunse în stadiul deplinei maturităţi. Ori, şcolaritatea acoperă (în medie) o perioadă (de la 6 - 7 la 18 - 19 ani) marcată de anumite stadii de dezvoltare a gândirii, cum ar fi:

- *stadiul operaţiilor concrete* - specific ciclului primar,
- *un stadiu intermediar* - specific ciclului gimnazial

şi

- *un stadiu al operaţiilor formale* – specific ciclului liceal.

În consecinţă, profesorul nu poate rămâne cantonat în propria sa logică (de adult), el trebuie să-şi înscrie lecţia, mesajul său în vocabularul şi în formele de gândire proprii elevului căruia îi predă, căci (niciodată) logica celui care ştie (predă) nu este aceeaşi cu logica celui care învaţă. Cel care ştie - în cazul nostru, profesorul - este tentat să prezinte lucrurile în formă finită, condensată, mai ales deductivă, în timp ce, cel care învaţă (elevul) preferă procedeul inductiv, segmentarea materiei în paşi mici, cu reveniri asupra părţilor mai dificile.

Există apoi, în fiecare clasă, ritmuri diferite de asimilare a cunoştinţelor matematice, după cum există şi nivele diferite de inteligenţă şcolară şi sârguinţă (motivaţie pentru învăţarea Matematicii), toate acestea depinzând şi de stadiul de dezvoltare a inteligenţei generale, dar şi al inteligenţelor specifice ale elevilor. Piaget vorbeşte de stadiul *inteligenţei senzoriomotorii,* care acoperă primii doi ani de viaţă. Până la 6 - 7 ani predomină *gândirea în imagini*, numită de acelaşi autor „*preoperatorie*”. În acest stadiu de dezvoltare gândirea copilului este cantonată în concret şi în actual; ea acumulează informaţii prin percepţie, dar aceste informaţii rămân fragmentare şi disparate, în sensul că nu se coordomează şi nu se combină. În medie, pe la 6 - 7 ani se remarcă indicii unui demers logico - sistematic, adică, la această vârstă, copilul devine capabil să combine, pe plan mintal, doi sau mai mulţi biţi de informaţie, pentru a forma o concluzie.

Ciclul gimnazial se situează într-un stadiu intermediar - numit de unii autori *stadiu preformal* - în care întâlnim foarte multe decalaje, în sensul că: o parte din elevi se menţin încă la nivelul operaţiilor concrete, în timp ce alţii au atins deja stadiul gândirii formale. Tot în acest stadiu, gândirea la Matematică (abstractă) apare mai devreme decât la alte discipline şcolare (**de exemplu,** la studiul disciplinelor socio - umane), şi aceasta deoarece cerinţele instrucţiei prin Matematică (programele şcolare) sunt astfel concepute încât ele merg cu un pas înaintea dezvoltării intelectuale a elevilor şi capătă contururi concrete nu atât în funcţie de stadiul deja atins în gândire, ci de zona proximei dezvoltări a inteligenţei elevului.

De exemplu: întâlnim foarte des elevi de clasa a VI - a sau a VII - a care ştiu foarte bine să prezinte rezolvări la diverse exerciţii / probleme sau să facă o demonstraţie (şi la Algebră şi la Geometrie), dar, în schimb, nu pot să gândească, să analizeze un fenomen social (la Istorie, Geografie sau Constituţie / Cultură civică), decât să îl reproducă (uneori cuvânt cu cuvânt) după manual sau caiet.

Aceasta nu înseamnă, însă, că în ideea dezvoltării mai rapide a gândirii elevilor profesorul poate „*sări*” în predare cu mulţi paşi înainte. Legităţile construcţiei psihogenetice impun ca în formarea noilor noţiuni matematice şi operaţii mintale să se pornească de la suporturi concrete, obiectuale, adică predarea Matematicii în şcoală să se sprijine pe un puternic aparat intuitiv.

Pentru eficientizarea activităţii sale profesorul are nevoie în permanenţă de o validare a acestei activităţi. Acest lucru se face printr-un dialog continuu cu clasa, pentru a vedea ce şi cum gândesc elevii, ce le este mai uşor de înţeles şi unde anume întâmpină dificultăţi, dacă modul de transmitere a cunoştinţelor de către el este accesibil, sau nu, fiecărui elev. Modul cum gândeşte elevul reprezintă un indicator pentru acţiunile ulterioare ale profesorului. Dar, capul elevului nu este „*transparent*” pentru a înlesni profesorului o „*lectură perceptivă*” directă a actelor mintale, adică pentru a vedea ce şi cum gândeşte elevul. Nici cele mai avansate tehnici electronice de examinare optică a funcţionării creierului uman nu ne spun ce anume şi cum anume gândeşte omul, de aceea profesorul are nevoie, în permanenţă, de o exteriorizare a actului mintal al elevului, sub forma unor acţiuni materiale sau materializate. În acest context, simpla comunicare verbală nu se dovedeşte a fi suficientă la anumite vârste, iar în cazul noţiunilor noi şi dificile, apar greutăţi în înţelegere (din partea elevilor) la orice vârstă.

Când nu se poate opera cu obiectele şi fenomenele înseşi, se utilizează *substitute* ale acestora, adică:

- *modele,*
- *machete,*
- *scheme grafice,* etc.,

care să permită „*materializarea*” actului mintal al elevului; chiar transformarea unei expresii matematice prin „*operaţii de condei*” într-una mai simplă echivalează cu o acţiune materializată. Exteriorizarea în acţiuni obiectuale şi în plan verbal uşurează preluarea operaţiei, apoi controlul şi dirijarea procesului instructiv - educativ.

Rezultă din cele de mai sus că profesorul de Matematică trebuie să aibă mereu în vedere, în oferta de cunoştinţe, în ce registru / plan urmează să lucreze efectiv elevul:

- *registrul acţional* (de manipulare obiectuală, adică să construiască un model, să utilizeze o machetă sau un aparat, etc.),
- *registru figural* (să deseneze o figură, să traseze un grafic)

sau

- *registru simbolic* (să folosească o formulă, un raţionament sau principiu matematic).

De exemplu, noţiunea de ecuaţie poate fi predată astfel:

a) *pe baza unui model intuitiv*, utilizând principiul balanţei (o balanţă care îşi echilibrează braţele în anumite condiţii), cum se încearcă predarea - învăţarea acestei noţiuni în clasele V şi VI;

b) *ca o egalitate valabilă pentru anumite valori date variabilelor*, cum se predă / învaţă în clasele VII şi VIII;

c) *ca un predicat logic*, deci ca o propoziţie cu variabilă (variabile), în care apare o singură dată semnul „=” egal…, aşa cum se încearcă predarea - învăţarea acestei noţiuni, într-o versiune modernizată, în clasele de liceu.

Aşa cum am mai precizat, profesorul utilizează, la clasă, limbajul matematic, alcătuit din limbajul natural (al limbii vorbite), la care se adaugă o serie de semne şi simboluri matematice. Semnele şi simbolurile matematice îşi împrumută înţelesurile de la obiectele şi fenomenele matematice pe care le reprezintă. În expresia simplă:

a+2a=3a

nu este vorba de a aduna doar literele din alfabet. Tot aşa, expresia:

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$,

care se vehiculează cu uşurinţă, nu reprezintă doar o formulă matematică pe care elevul trebuie să o „*recite*” la lecţie, la cererea profesorului; ea condensează în sine un raţionament, un mod de gândire, care poate fi oricând refăcut la nevoie. În locul lui a, respectiv b se află potenţial orice număr. În *semnul sau simbolul matematic rămâne transparentă semnificaţia acestuia.* Dacă, însă, ne situăm direct în planul semnelor şi al simbolurilor matematice, într-o etapă mai timpurie de dezvoltare intelectuală a elevilor - sărind peste acţiuni şi obiecte matematice sau modele obiectuale - riscăm să pierdem din vedere această semnificaţie, în sensul că elevii vor şti prezenta formulele, dar nu vor şti opera cu ele în situaţii concrete.

Matematicianul G. Papy (1970) susţine că toate conceptele fundamentale ale Matematicii şcolare de astăzi se află, într-o formă vagă şi imprecisă, în cunoaşterea comună a copiilor. El afirmă că pentru a fi predate aceste „*prenoţiuni*” ele trebuie doar scoase în relief, pornind de la situaţii familiare elevilor pentru a se ajunge la conceptele matematice. Însă, pentru a prezenta noţiunile Matematicii moderne, oferta didactică trebuie să se înscrie în formulele logice şi în vocabularul elevului căruia i se adresează. Când acelaşi profesor de Matematică se adresează la elevi de 12 - 13 ani, pentru a preda elementele de Matematică modernă, el:

- *propune un grafism multicolor,*
- *introduce elementele de joc,*
- *redă foarte multe exemple şi contra - exemple*

şi

- *dă definiţii cu referenţe figurale*.

De exemplu, la introducerea elementelor fundamentale de Geometrie, profesorul dă exemple din clasă, foloseşte creta colorată, etc. Desigur că, la un stadiu mai avansat al dezvoltării intelectuale profesorul se bazează pe transferul de semnificaţii, adică o noţiune matematică se defineşte punând-o în relaţii cu alte noţiuni, care-i împrumută anumite sensuri sau de la care împrumută anumite sensuri. Aceasta presupune deja stadiul operaţiilor propoziţionale. Un exemplu relevant în acest sens l-a constituit, până nu demult, predarea noţiunilor fundamentale de Geometrie, care în gimnaziu a avut (şi mai are încă - aşa cum am precizat mai sus) un foarte puternic spijin intuitiv, pe când în liceu se făcea sub formă axiomatizată, în şi din perspectiva calculului vectorial sau al transformărilor geometrice şi unde intuiţia juca un rol secundar - doar de vizualizare a noţiunilor şi fenomenelor matematice. Dar un exemplu de actualitate este cel al predării - învăţării noţiunii de număr real; în gimnaziu acesta este prezentat într-o formă intuitivă şi incompletă, iar în liceu mulţimea **R** a numerelor reale este descrisă axiomatic, pentru ca în final să fie privită ca o structură algebrică de corp comutativ total ordonat.

Trebuie, însă, să precizăm că oricând, la orice vârstă, o noţiune matematică oricât ar fi de simplă sau de dificilă pentru elevi, este însuşită mai uşor de aceştia dacă, în predarea ei, profesorul le oferă elevilor suporturi concrete, modele obiectuale sau figurate, pentru facilitarea înţelegerii noţiunii respective.