

# Slutrapport Optik TIF091/096 -

bestämning av brytningsindex för luft och våglängd för en laser  
med hjälp av en Michelson-interferometer

Linus Brink

mail: brinkl@student.chalmers.se

Oscar Stommendal

mail: oscarsto@student.chalmers.se

2022-11-24

## Sammandrag

I denna studie användes en så kallad Michelson-interferometer för att dels ta reda på brytningsindex för luft,  $n$  och dels ta reda på våglängden  $\lambda$  för en HeNe-laser. Michelson-interferometern använder enkla optiska komponenter och används mest för att mäta mycket små avstånd genom att studera interferensmönstret från en laser som skjuts genom interferometern. Laserns våglängd kunde beräknas genom studera antalet skiftningar i interferensmönstret som konsekvens av att den optiska längden (sträckan ljuset färdas) ändrades. Medelvärdet från samtliga mätningar över våglängden för lasern var  $\lambda = 632,4 \pm 1,52\text{ nm}$ , vilket ligger väl inom felsmärgen från tillverkarens antydda våglängd för lasern på 632,8 nm. Vad gäller  $n$  modifierades interferometerns grundutförande genom att lägga till en luftcell med tillhörande vakuumpump. Genom att minska trycket i luftcellen och samtidigt, återigen, studera antalet skiftningar i interferensmönstret kunde brytningsindex beräknas. Det resulterade brytningsindexet som resultatet visade var  $n = 1,000274 \pm 7,4 \cdot 10^{-6}$ , vilket efter hänsynstagande till speciella omständigheter vid detta experiment också ligger väl inom felsmärgen för tidigare beräknade värden på  $n$ .

*Nyckelord:* *Michelson-interferometer, brytningsindex, optisk längd, interferens.*

Civilingenjörsprogrammet i Teknisk fysik  
Chalmers tekniska högskola  
412 96 Göteborg, Sverige

# Innehåll

<b>1 Inledning</b>	<b>1</b>
<b>2 Teori</b>	<b>1</b>
<b>3 Metod och försöksuppställning</b>	<b>3</b>
3.1 Bestämning av brytningsindex för luft . . . . .	3
3.1.1 Feluppskattning av parametrar . . . . .	5
3.2 Bestämning av våglängden för en laser . . . . .	5
3.2.1 Feluppskattning av parametrar . . . . .	7
<b>4 Resultat</b>	<b>7</b>
4.1 Brytningsindex för luft . . . . .	7
4.2 Våglängd för en laser . . . . .	8
<b>5 Diskussion</b>	<b>8</b>
5.1 Bestämning av brytningsindex för luft . . . . .	8
5.2 Beräkning av våglängd för laser . . . . .	9
<b>6 Slutsatser</b>	<b>10</b>
<b>Referenser</b>	<b>10</b>
<b>A Övriga resultat</b>	<b>11</b>
<b>B Övriga bilder</b>	<b>11</b>
<b>C PYTHON-kod</b>	<b>13</b>
<b>D Labblogg</b>	<b>17</b>

# 1 Inledning

När ljus färdas genom ett medium och plötsligt går till ett annat kommer ljuset dels att brytas och dels att ändra sin hastighet. Brytningsindex är ett tal  $n$  som relaterar ljushastigheten i vakuum  $c$  till ljushastigheten i det aktuella mediet  $v$  [1]. Detta kan matematiskt beskrivas enligt

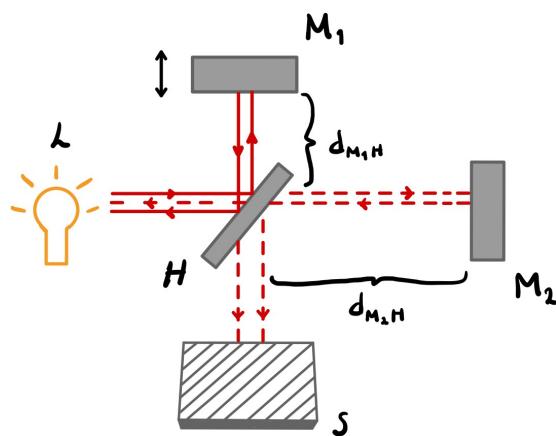
$$n = \frac{c}{v} \quad (1)$$

För att bestämma brytningsindex för luft kan man använda en så kallad Michelson-interferometer. En interferometer är ett instrument som använder interferens (det vill säga samverkan mellan vågor) till att mäta exempelvis avstånd med mycket hög precision. Just Michelson-interferometern är uppkallad efter Albert Michelson och Edward Morley, vilka 1887 försökte bevisa förekomsten av en eter, ett ämne som förr troddes finnas överallt ute i världssymden. Denna interferometer består av relativt enkla optiska komponenter så som speglar och en laser [2][3].

Syftet med denna studie är tvådelat. Studien ämnar till att, med en Michelson-interferometer, dels bestämma luftens brytningsindex och dels bestämma våglängden för en laser.

## 2 Teori

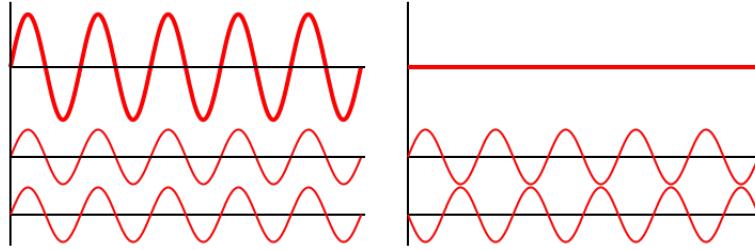
I försöket används som bekant en Michelson-interferometer vars princip visas i figur 1 nedan. Ljuskällan  $L$  (en laser eller lampa till exempel) sänder ut ljus mot en halvreflekterande spegel  $H$  som transmitterar ena halvan och reflekterar andra mot den rörliga spegeln  $M_1$  respektive den stationära spegeln  $M_2$ . Dessa speglar sänder sedan tillbaka ljuset mot mitten som återigen passerar  $H$  för att slutligen nå skärmen  $S$  där ett interferensmönster visualiseras [4].



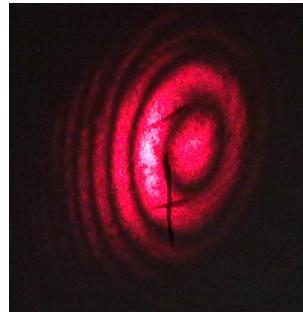
Figur 1: Principen för en Michelson-interferometer (ej skalenlig).

Genom att flytta den rörliga spegeln  $M_1$  kan sättet som vågorna interfererar (se nästa stycke) med varandra förändras. Om speglarna  $M_1$  och  $M_2$  initialt är lika långt ifrån den halvreflekterande spegeln  $H$ , det vill säga  $d_{M_1 H} = d_{M_2 H}$ , och  $M_1$  förflyttas  $\pm\lambda/4$  från  $H$  kommer ljuset som går mot  $M_1$  färdas  $\pm\lambda/2$  längre och således hamna ur fas med den andra vågen med  $\pm\pi$  radianer. Om interferensmönstret på skärmen  $S$  studeras när läget för  $M_1$  ändras kan våglängden  $\lambda$  för ljuset således bestämmas [4].

Att ljusvågorna interfererar med varandra betyder att de samverkar. Denna samverkan kan vara både konstruktiv och destruktiv, vilket visas i figur 2 nedan. I det första fallet har vågorna samma fas och amplituden på den resulterande vågen blir dubbelt så stor som de två ursprungliga vågorna. Detta kallas för konstruktiv interferens (vågorna ”adderas” med varandra). I det andra fallet är vågorna förskjutna  $\pi$  radianer och när de samverkar blir det total utsläckning, det vill säga helt svart. Detta kallas istället för destruktiv interferens (som om de ”subtraheras” från varandra). Fenomenet kring interferens leder till ett så kallat interferensmönster, vilket nämnades ovan, med växlande ljusa och mörka områden, se figur 3 nedan [5].



Figur 2: Principen för interferens. När de två vågorna underst till vänster läggs ihop bildas en våg med större amplitud (konstruktiv interferens). På liknande sätt släcker de två vågorna till höger ut varandra (destruktiv interferens). Figur från [6].



Figur 3: Ett typiskt interferensmönster, som kommer från att vågorna växelvis interfererar konstruktivt och destruktivt.

Mer generellt säger man att det är den optiska längden som ändras när man flyttar speglarna. I fallet ovan med Michelson interferometern motsvarar den optiska längden

$$2 \cdot n_{\text{medium}} \cdot d_{M_1 H} \text{ och } 2 \cdot n_{\text{medium}} \cdot d_{M_2 H} \quad (2)$$

det vill säga två multiplicerat med längden till respektive spegel multiplicerat med brytningsindexet för mediumet vilket ljuset färdas genom [7]. Den optiska längden kan ses som den sträcka som ljuset ”tror” att det färdats. Om brytningsindexet ändras kommer antalet våglängder som får plats på samma sträcka  $d$  också att ändras eftersom våglängden i ett medium ändras enligt

$$\lambda_m = \frac{\lambda}{n} \quad (3)$$

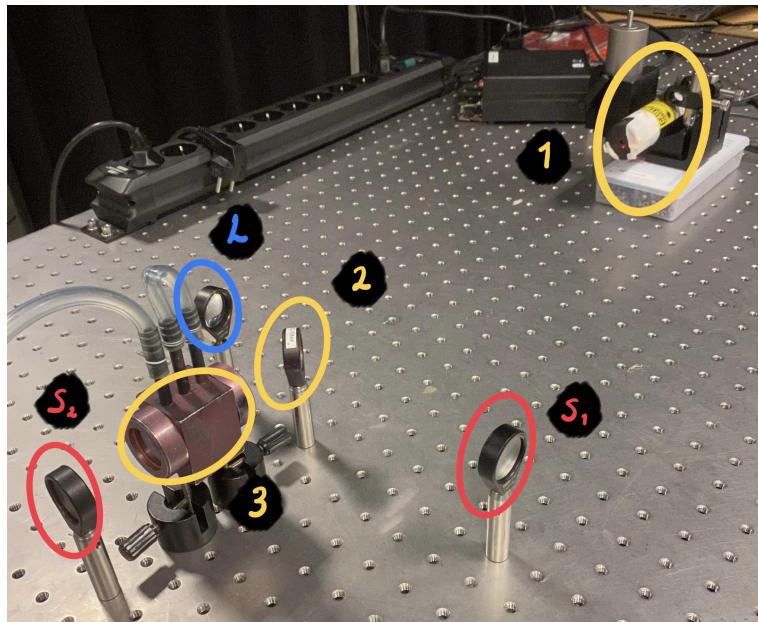
där  $\lambda_m$  är våglängden i mediumet och  $\lambda$  är våglängden i vakuum ( $n = 1$ ) [8]. Om  $n$  blir större blir våglängden i mediumet mindre och det får plats fler våglängder på sträckan  $d$ . Detta skulle då få ljuset att ”tro” att det färdats en längre sträcka än vad det egentligen har.

### 3 Metod och försöksuppställning

Med hjälp av text och bild beskrivs i detta avsnitt metoderna och försöksuppställningarna vilka användes för att bestämma brytningsindex för luft och våglängden för en laser.

#### 3.1 Bestämning av brytningsindex för luft

För att mäta luftens brytningsindex användes en Michelson-interferometer i sitt grundut-förande, med ett par tillägg. En luftcell (3 – se numrering i figur 4 nedan) av längd  $\ell$  placerades mellan den halvreflekterade spegeln (2), modell BSW10 och spegeln  $S_2$  (båda speglar av modell PF10-03-P01). Luftcellen anslöts sedan till en vakuumpump (denna syns ej i figuren nedan, men finns i figur 8 i appendix B). Precis som teorin förklarar kommer rörelse av speglarna  $S_1$  eller  $S_2$  göra att ljuset från lasern (1) färdas olika långt (den optiska längden ändras) och således skapas ett skiftande interferensmönster på skärmen, vilken konstruerades genom att tejp vita papper på väggen bortanför linsen  $L$  (syns inte heller i denna figur (se figur 9 i appendix B). Linsen var konvex (från linskit LSB04-A) och användes helt enkelt för att fokusera (förstora) ljuset och göra interferensmönstret enklare att urskilja.



Figur 4: Uppställningen som används för att bestämma luftens brytningsindex är i grunden en Michelson-interferometer. Här har en luftcell (3) lagts till för att ändra den optiska längden samt en lins  $L$  för att samla ljuset och på så sätt bättre kunna se interferensskiftingarna.

I detta fall användes dock inte speglarnas rörelse, utan just brytningsindexet för luften för att orsaka skiftningar i mönstret. Om den optiska längden för en stråle ändras med totalt en våglängd kommer det att ha skett en hel skiftning i interferensmönstret. Detta är enkelt att inse; om den skulle ändras totalt en halv våglängd, åker ju den ena strålen en halv våglängd längre än den andra vilket leder till att de hamnar i ofas med  $\pi$  i fasskillnad (det blir alltså destruktiv interferens). Går den istället en våglängd längre är fasskillnaden  $2\pi$  och vågorna interfererar konstruktivt igen.

Den optiska längden för luftcellen är

$$D = 2 \cdot n \cdot \ell,$$

där faktorn 2 (enligt teorin) kommer från att ljuset reflekteras och således går genom cellen två gånger. Genom att pumpa ut luft ur luftcellen förändras brytningsindex i cellen, vilket gör att den optiska längden längs denna sträcka ändras enligt

$$\Delta D = 2 \cdot \ell \cdot \Delta n. \quad (4)$$

Från det som förklaras ovan inses att om  $D$  ändras  $m \cdot \lambda$  så erhålls  $m$  skiftningar i interferensmönstret. Ekvation 4 kan då skrivas om genom att sätta  $\Delta D = m \cdot \lambda$ ;

$$m \cdot \lambda = 2 \cdot \ell \cdot \Delta n \iff \Delta n = \frac{m \cdot \lambda}{2 \cdot \ell}. \quad (5)$$

Sedan ansattes att brytningsindexet för luft beror linjärt på trycket och på grund av att alla brytningsindex är givna vid atmosfärtryck  $p_0$  fås

$$n_{luft}(p_0) = n_{vakuum} + C \cdot p_0, \quad (6)$$

där  $C$  är en okänd konstant och  $n_{vakuum} = 1$  är brytningsindex för vakuum. Detta bör rimligen gälla eftersom brytningsindex för alla gaser är mycket nära det för vakuum då trycket  $p = 0$ . En förändring av trycket  $\Delta p$  ger alltså en ändring i brytningsindex  $\Delta n$  enligt  $\Delta n = C \cdot \Delta p$ . Detta kan sättas in i ekvation 5 och leder till en omskrivning enligt

$$C \cdot \Delta p = \frac{m \cdot \lambda}{2 \cdot \ell} \iff C = \frac{m \cdot \lambda}{2 \cdot \Delta p \cdot \ell},$$

vilket i sin tur kan implementeras i ekvation 6 enligt

$$n_{luft} = 1 + \frac{m \cdot \lambda \cdot p_0}{2 \cdot \Delta p \cdot \ell}. \quad (7)$$

Genom att notera antalet skiftningar  $m$  i interferensmönstret när trycket ändras, gav ekvation 7 luftens brytningsindex. Flera mätningar på antalet skiftningar  $m$  vid olika ändringar av lufttrycket  $\Delta p$  utfördes. Ekvation 7 kunde då skrivas om som en rät linje, där  $m$  ges som funktion av  $\Delta p$  enligt

$$m = \frac{2 \cdot \ell \cdot (n_{luft} - 1)}{\lambda \cdot p_0} \cdot \Delta p \iff m = k \cdot \Delta p + M, \quad (8)$$

där konstanten  $k = 2 \cdot \ell \cdot (n_{luft} - 1) / (\lambda \cdot p_0)$  är linjens lutning och  $M$  är skärningen med y-axeln vilken i teorin ska vara 0. Efter varje mätning samlades mätvärdena i en EXCEL-fil och när tillräckligt många mätningar utförts användes linjär regression på de uppmätta datapunkterna i PYTHON för att bestämma värdet på  $k$ . Detta ger slutligen

$$n_{luft} = 1 + \frac{k \cdot \lambda \cdot p_0}{2 \cdot \ell}. \quad (9)$$

Laserns (HeNe, modell Melles Griot 05-LLR-811) våglängd  $\lambda$  var given, längden på luftcellen  $\ell$  mättes med en linjal och lufttrycket  $p_0$  erhölls genom att koppla membranpumpen till en dator och använda ett LABVIEW-program (se figur 10 appendix B).

En mätning gick till som så att LABVIEW-programmet startades någon sekund innan lufttrycket började ändras. Sedan ändrades detta under tiden som interferensskiftningarna räknades manuellt (se figur 11 i appendix B för ett exempel på hur interferensmönstret kunde se ut). Mätningen avslutades då ett visst sedan innan bestämt antal skiftningar hade passerat och LABVIEW plottade då en graf över tryckets förändring (se figur 12 i appendix B) och från denna lades värdena för trycket in i en EXCEL-fil som tidigare nämnts. Här beräknades  $\Delta p$  genom att studera mätvärdena och ta ett medelvärde för några punkter i början samt slutet (där trycket hade stabiliserat sig kring en start/slutpunkt) och subtrahera dessa.

### 3.1.1 Feluppskattning av parametrar

En feluppskattning gjordes med användning av två olika metoder. För att få en uppfattning om felet för värdet på  $k$  skrevs ett PYTHON-script (se appendix C). För att feluppskatta  $k$  krävdes en uppskattning av felen på  $m$  och  $\Delta p$ , vilka antogs vara normalfördelade med  $\sigma = 0,05$  respektive  $\sigma = 50 \text{ Pa}$  då detta inte var givet. Detta ger ett maximalt fel (variationsbredd) på  $\approx 0,15$  respektive  $\approx 150 \text{ Pa}$  då ungefär 99,7 % av värdena ligger inom dessa intervall (enligt normalfördelningen). I PYTHON-scriptet användes sedan en **for**-loop för att beräkna värdet på  $k$  genom linjär regression, där det för varje iteration adderades ett tal inom den antagna felmarginalen ovan samtidigt som ett  $k$ -värdet beräknades och sparades i en lista. Efter **for**-loopen beräknades sedan maximala felet för  $k$  genom att ta  $(k_{\max} - k_{\min})/2$ , vilket sedan användes som spridningsmått på  $k$ . Detta gjordes också för  $M$ -värdet i regressionen.

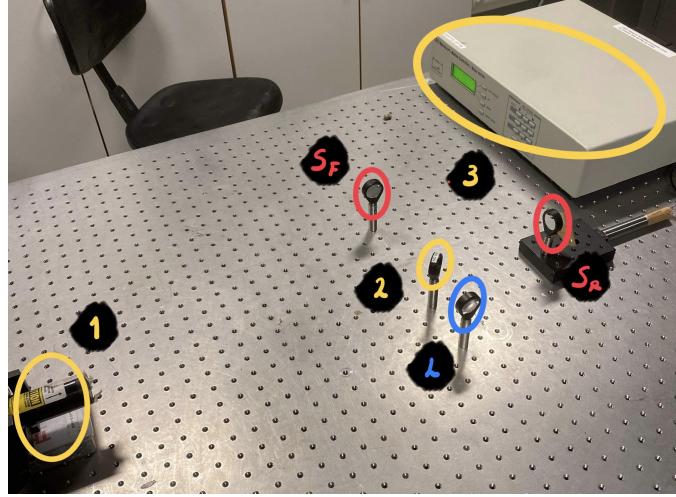
För att slutligen beräkna felet i  $n$  användes felfortplantningsformeln

$$\Delta y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \Delta x_i \quad (10)$$

på ekvation 9. Här är  $y = n$ ,  $f$  är funktionen som används för att beräkna  $n$ , det vill säga ekvationen och  $\Delta x_i$  felet för  $k$ ,  $p_0$  (hälften av felmarginalen för  $\Delta p$ , då denna är en subtraktion mellan två värden med samma felmarginal som  $p_0$ ) och  $\ell$  i detta fall, då våglängden  $\lambda$  inte hade någon känd felmarginal.

## 3.2 Bestämning av våglängden för en laser

I den andra delen av denna studie ska våglängden för en specifik laser mäts. Detta görs med Michelson-interferometern i dess grundutförande, se figur 5 med numrering och namn på komponenter ovan (detta är som inledningen nämnde en av de primära tillämpningarna för en sådan). Genom att ändra avståndet,  $a$ , mellan den halvreflektante spegeln (2) med en längd  $\Delta D$  och således läget för spegeln  $S_R$ , ändras den optiska längden. Detta orsakade skiftningar i interferensmönstret på skärmen där detta visualiseras (denna konstruerades på samma sätt som i första delen av studien). På samma sätt som då brytningsindexet för luft bestämdes användes också en konvex lins  $L$  av för att fokusera och tydliggöra (förstora) detta mönster på skärmen.



Figur 5: Uppställningen som användes för att bestämma en lasers våglängd är en Michelson-interferometer i sitt grundutförande, med lasern (1), den halvreflekterande spegeln (2) och de två speglarna  $S_F$  och  $S_R$  (jämför med figur 1 i teorin). Här används och en lins  $L$  för fokusera interferensmönstret och en rörelsekontrollerande för att ändra läget på den rörliga spegeln  $S_R$ .

Som avsnitt 3.1 förklarade leder en ändring med totalt en våglängd  $\lambda$  i den optiska längden  $d = 2 \cdot n \cdot a$  till en hel cykel i interferensmönstret, det vill säga

$$\Delta d = 2 \cdot n \cdot \Delta D = \lambda \iff m = 1. \quad (11)$$

Men istället för att ändra brytningsindexet  $n$  för att bestämma just detta för luft ändrades nu avståndet  $a$  för att ändra  $d$ . I detta försök användes värdet 1 för  $n$  då detta antogs vara konstant för luften i rummet under hela experimentet. Ekvation 11 kan då formuleras om enligt

$$\frac{2 \cdot 1 \cdot \Delta D}{\lambda} = m \iff \lambda = \frac{2 \cdot \Delta D}{m}, \quad (12)$$

där  $\lambda$  är den sökta våglängden och  $m$  antalet skiftningsindex i interferensmönstret. Denna ekvation användes för att mäta våglängden för ljuset, genom att observera antalet skiftningsindex i interferens  $m$  då läget för spegeln  $S_R$  ändras  $\Delta D$ . Lasern vars våglängd ska bestämmas är av typ HeNe (röd, modell Melles Griot 05-LLR-811).

Längden  $\Delta D$  var enligt ekvation 12 av liten storleksordning. Därför användes en rörelsekontrollerare (3 i figur 5) (märke Newport, modell ESP301) för att flytta spegeln  $S_R$  och mäta den sträcka den färdas. Denna hade ett tillhörande fäste för att hålla spegeln, vilket också syns i figuren. Sedan utfördes ett antal mätningar genom att anteckna startläget hos spegeln och sedan ändra detta med hjälp av rörelsekontrolleraren tills dess att ett visst antal interferensskiftningsindex hade passerat, då antecknades slutläget och  $\Delta D$  kunde beräknas. En penna tejpades fast på vågtoppen/dalen där mätningen startades för enklare hålla reda på skiftningsindexerna. Denna lösning hjälpte också till med att minimera risken för fel i  $\Delta D$  och  $m$  eftersom den gav möjlighet till justering av vågtoppen/dalen där mätningen slutade, så att denna stämde bäst överens med läget vid starten. Detta upprepades för olika värden på  $m$  och värdena lades sedan in i en EXCEL-fil där  $\lambda$  kunde beräknas som ett medelvärde från mätningarna.

### 3.2.1 Feluppskattning av parametrar

En feluppskattning gjordes även i detta fall, om än lite mer simpel. I detta fall användes felfortplantningsformeln (10) direkt på ekvation 12 ovan, med  $y = \lambda$  och  $\Delta x_i$  lika med felen i  $m$  (antogs vara samma som i försöken med brytningsindex för luft) och  $\Delta D$  vars felmarginal var  $0,2 \mu\text{m}$ . Detta då felmarginalen för rörelsekontrolleraren rimligtvis var den minsta sträcka den kunde mäta, det vill säga  $0,1 \mu\text{m}$  och  $\Delta D$  beräknades som en subtraktion mellan två värden med denna felmarginal (liknande  $p$  i försöket med brytningsindex).

## 4 Resultat

I detta avsnitt presenteras resultaten för de två olika delarna i studien i form av text, tabeller och figurer med korta kommentarer.

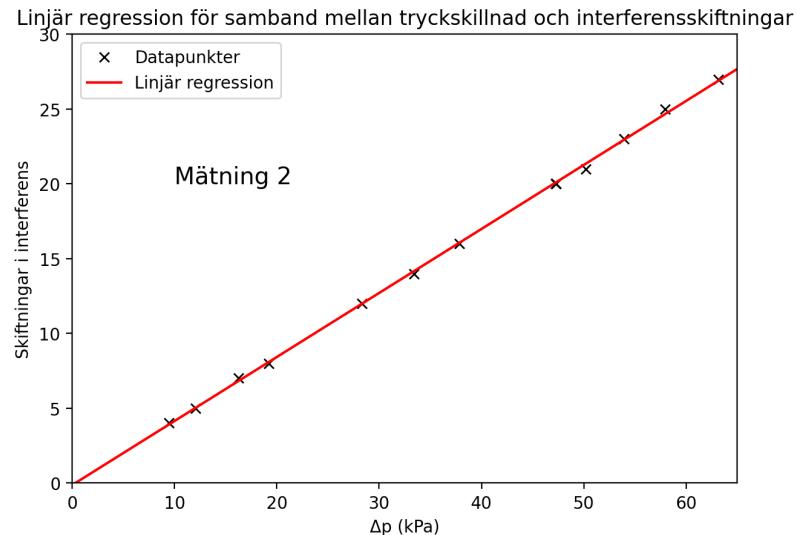
### 4.1 Brytningsindex för luft

Två omgångar av mätningar under två dagar genomfördes (dag 1 – 7 mätpunkter, dag 2 – 13 mätpunkter). Värdet på lufttrycket under dessa två mätomgångar mättes till  $p_0 = 102731 \pm 25 \text{ Pa}$  respektive  $p_0 = 102586 \pm 25 \text{ Pa}$ . Luftcellens längd mättes till  $\ell = 0,05 \pm 0,0005 \text{ m}$  och de andra parametrarna fick följande resultat:

Tabell 1: Resultatet på parametrarna som mättes under mätning 1 och 2 (olika lufttryck).

Parameter	$k (\text{Pa}^{-1})$	$M$	$n$
Mätning 1	$4,17 \cdot 10^{-4} \pm 1,2 \cdot 10^{-5}$	$0,145 \pm 0,326$	$1,000271 \pm 8,4 \cdot 10^{-6}$
Mätning 2	$4,28 \cdot 10^{-4} \pm 4,5 \cdot 10^{-6}$	$-0,138 \pm 0,175$	$1,000278 \pm 3,6 \cdot 10^{-6}$
<b>Medelvärde</b>	$4,23 \cdot 10^{-4} \pm 8,3 \cdot 10^{-6}$	$0,004 \pm 0,250$	$1,000274 \pm 6,0 \cdot 10^{-6}$

Se även figur 6 nedan, vilken visar den linjära anpassningen till mätpunkterna i mätning 2 gjord i PYTHON. Motsvarande graf för mätning 1 kan hittas i appendix A.



Figur 6: Linjär anpassning till mätpunkter efter mätning 2.

## 4.2 Våglängd för en laser

Tabell 2: Värdena på de olika parametrarna som mättes under försöken att bestämma våglängden för en laser.

$m$	$D_{start}$ (μm)	$D_{slut}$ (μm)	$\Delta D$ (μm)	$\lambda$ (nm)
$200 \pm 0,15$	$-58,8 \pm 0,1$	$5,17 \pm 0,1$	$63,9 \pm 0,15$	$639,2 \pm 2,64$
$300 \pm 0,15$	$-49,2 \pm 0,1$	$45,1 \pm 0,1$	$94,3 \pm 0,15$	$628,8 \pm 1,75$
$400 \pm 0,15$	$0,99 \pm 0,1$	$127 \pm 0,1$	$126 \pm 0,2$	$631,1 \pm 1,32$
$500 \pm 0,15$	$0,99 \pm 0,1$	$159 \pm 0,1$	$158 \pm 0,2$	$631,4 \pm 1,05$
$400 \pm 0,15$	$16,1 \pm 0,1$	$142 \pm 0,1$	$126 \pm 0,2$	$631,3 \pm 1,32$
$500 \pm 0,15$	$16,1 \pm 0,1$	$174 \pm 0,1$	$158 \pm 0,2$	$632,4 \pm 1,05$
<b>Medelvärde</b>	—	—	—	$632,4 \pm 1,52$

## 5 Diskussion

Resultaten för beräknandet av brytningsindex och våglängd diskuteras i detta avsnitt.

### 5.1 Bestämning av brytningsindex för luft

För att optimera resultatet genomfördes mätningarna vid så låga tryck som möjligt. Detta på grund av att interferensmönstret var lättare att urskilja ju lägre trycket var, vilket minimerade risken att skiftningar missades. För att eliminera denna risk helt och hållet vid framtida mätningar kan en detektor kopplad till en dator användas för att räkna antalet skiftningar. På så sätt kan även osäkerheten vid sista skiftningen förbättras. Detta var också något som testades i denna studie, dock ansåg vi att skiftningarna i detta fall var enklare att observera och räkna manuellt.

HeNe-lasern som användes för att bestämma brytningsindex har, enligt tillverkaren, våglängden 632,8 nm. Beräknad brytningsindex enligt Cauchy för våglängderna 600 nm och 650 nm är  $1,000\,276\,3$  respektive  $1,000\,275\,8$  [8]. Det resulterade medelvärdet från mätningarna i denna studie gav brytningsindex  $n = 1,000274 \pm 7,4 \cdot 10^{-6}$  (se tabell 1), vilket är inom felmarginen från de beräknade värdena men generellt något under. Försättningarna under mätningen skiljer sig dock närmast inte från varandra. Beräkningen som resultatet jämförs med i detta fall är för temperaturen  $T = 15^\circ\text{C}$ , medan dessa mätningar genomfördes vid en temperatur närmare  $T \approx 20^\circ\text{C}$  [8]. En högre temperatur ger en något lägre densitet, vilket betyder att färre kollisioner sker då ljuset rör sig genom luften. Detta betyder att mätningen i en temperatur närmare  $20^\circ\text{C}$  bör ge ett lägre brytningsindex jämfört med beräkningar för  $15^\circ\text{C}$ , vilket stämmer överens med resultatet.

En annan intressant observation kring resultatet är värdet på  $M$ , vilket bestämdes till  $0,004 \pm 0,250$ . Detta ska ju enligt teorin vara 0, vilket intuitivt inses då  $\Delta p = 0$  bör innebära att  $m = 0$ . Att detta ändå hamnar så pass nära det teoretiska värdet pekar återigen på att ett bra resultat har erhållits, vilket också ses ovan på resultatet för  $n$ . Vi kan också se att felet på detta värde (0,250) hamnar inom samma storleksordning som det antagna maximala felet på  $m$  (0,15), vilket visar att detta var en rimlig ansats eftersom felet på  $M$  direkt svarar som ett fel på  $m$  enligt ekvation 8.

Varför mätningarna under de två dagarna skiljer sig åt ganska mycket är svårt att svara på. Inga större förändringar gjordes under dessa dagar, förutom små korrigeringar när det kommer till att utföra mätningen och erhålla värden på framförallt  $\Delta p$ . Detta kan förklara varför resultatet under dag 2 är närmare det sanna värdet på  $n$ , eftersom vi lärde oss av mätningarna och förbättrade dessa därefter. Ett exempel på en sådan korrigering under dag 2 är att trycket försökte justeras i slutet för att hamna så nära startläget (hos vågtoppen/dalen) som möjligt. Detta är annars ett exempel på varför medelvärde är ett kraftfullt verktyg, genom att mäta många gånger och ta medelvärde kommer vi nära det sanna värdet, jämfört med om vi hade nöjt oss efter de första 7 mätningarna (dag 1). Troligen skulle fler mätningar resulterat i att medelvärdet hade konvergerat mot det sanna värdet på  $n$ , under förutsättning att mätningarna fortsatt skulle genomföras korrekt.

Vidare kan en kommentar kring de antagna felen på  $\Delta p$  och  $m$  krävas. Då dessa inte var givna krävdes en ansats för att på så sätt beräkna en felmarginal för  $k$  och således också på  $n$ . I stor mån är dessa bara rena gissningar, med en viss baktanke. För  $\Delta p$  antogs att själva programmet som beräknade  $p$  inte hade någon större felmarginal utan att det istället var den mänskliga faktorn som agerade felkälla, exempelvis då mätningen stannades. Felkällor för detta försöktes dock som metoden nämnde minimeras genom att ta medelvärdet för ett antal punkter i början/slutet av mätningen samt stabilisera trycket kring en start/slutpunkt.

För  $m$  är det det mänskliga ögat som är boven i dramat, när den sista interferensskiftningen ska bestämmas (de som räknats innan är ju definitiva skiftningar). Vi kan helt enkelt inte se exakt när vågtoppen/dalen är på exakt samma ställe som vid startläget. Här hade så klart också en datoriserad lösning (som fungerar) för framtida försök varit bra för att minimera denna felkälla.

## 5.2 Beräkning av våglängd för laser

Medelvärdet på våglängden som erhölls utifrån mätningarna var  $632,4 \pm 1,52 \text{ nm}$  (se tabell 2), vilket är väl inom felmarginen för HeNe-laserens, enligt tillverkaren, våglängd  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ . Den relativ skillnaden även om felmarginen frånses är  $\frac{|632,8 - 632,4|}{632,8} \cdot 100 \approx 0,063\%$ , vilken är mycket liten. Vad som kunde konstateras under mätningarna var att resultatet blev bättre ju fler skiftningar  $m$  som användes, vilket är rimligt eftersom alla skiftningar innan den sista mäts med 100 % säkerhet (så länge det inte är något fel på instrumenten). Om fler skiftningar då användes blev den relativ skillnaden trivialt mindre eftersom det procentuella felet för  $m$  minskar (felmarginalen för denna är ju samma oberoende av antalet skiftningar, här antar vi att den är  $\pm 0,15$  – det procentuella felet blir då mindre med 500 punkter jämfört med exempelvis 100).

Precis som i delen då brytningsindex för luft bestämdes ansattes alltså samma värde för det maximala felet på  $m$ , 0,15. I detta fall har vi svårt att direkt se om detta var ett rimligt värde, men eftersom det visade sig vara en bra uppskattning i mätningen av brytningsindex är det sannolikt en rimlig ansats även i detta försök då räkning av skiftningarna gjordes på samma sätt. För felet för mätningen av  $\Delta D$  antogs denna enbart bero på instrumentet och ansattes vara  $\pm 1 \mu\text{m}$ . Detta är rimligt då övriga felkällor försökte minimeras genom att sätta en markering i mitten av vågdalen/toppen där mätningen börjades och sedan justera i slutet så att denna var på samma position (se metodavsnittet).

Vad gäller metoder för att förbättra resultatet ytterligare, eller minska risk för större fel och felkällor, är implementering av detektor för att räkna skiftningarna, precis som för beräkning av brytningsindex, att rekommendera.

## 6 Slutsatser

Syftet med laborationen var tvådelat, där första delen ämnade till att, med hjälp av en Michelson-interferometer, ta reda på brytningsindex för luft och den andra delen till att hitta en annan tillämpning till samma Michelson-interferometer. Sett till resultaten anses syftet vara uppfyllt med god precision enligt följande slutsatser:

1. Det beräknade brytningsindexet låg inom felmarginal av tidigare, med Cauchy, beräknade värden. Om värdet analyseras vidare konstateras att värdet är något lågt, vilket stämmer överens med temperaturskillnaden.
2. En tillämpning för Michelson-interferometern är att mäta korta avstånd, exempelvis våglängder för lasrar. Den framtagna våglängden utifrån mätningarna låg inom felmarginal av laserns, enligt tillverkaren, våglängd. Om felmarginalen frånses är den relativ skillnaden 0,063 %, vilket tyder på att våglängden som mättes är väldigt nära den faktiska våglängden för lasern.

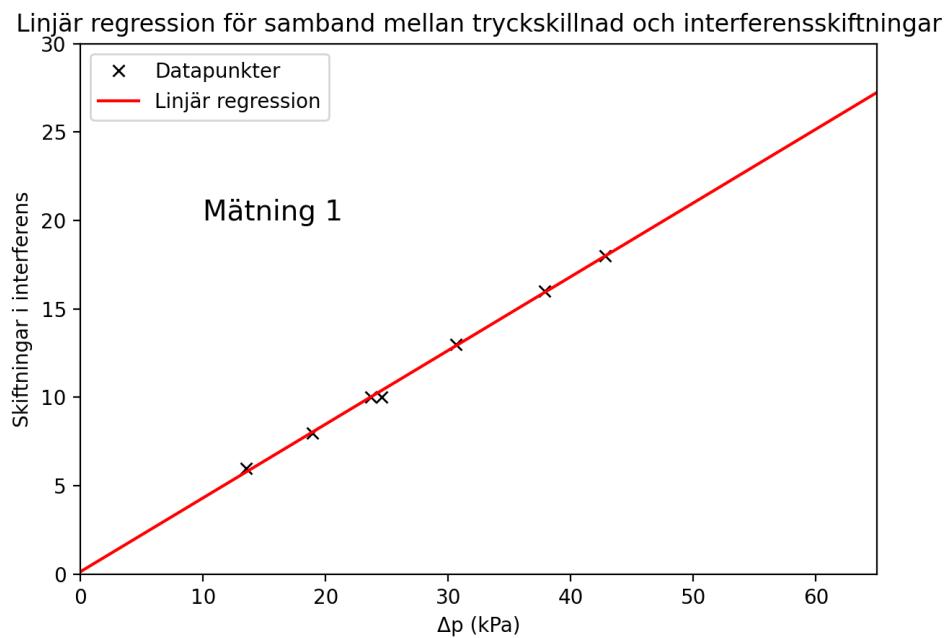
För att förbättra resultaten ytterligare vid framtida mätningar bör en detektor ansluten till en dator användas för att räkna skiftningarna  $m$  istället för att räkna dessa manuellt. Detta skulle eliminera den största felkällan som spelade roll under dessa experiment – den mänskliga faktorn.

## Referenser

- [1] "Brytningsindex," i *Nationalencyklopedin*. [Online]. Tillgänglig: <https://www.ne.se/uppslagsverk/encyklopedi/1%C3%A5ng/brytningsindex> (hämtad 2022-10-25)
- [2] "Michelson-Morleys experiment," i *Nationalencyklopedin*. [Online]. Tillgänglig: <https://www.ne.se/uppslagsverk/encyklopedi/1%C3%A5ng/michelson-morleys-experiment> (hämtad 2022-10-25)
- [3] "Eter," i *Nationalencyklopedin*. [Online]. Tillgänglig: [https://www.ne.se/uppslagsverk/encyklopedi/1%C3%A5ng/eter-\(astronomi\)](https://www.ne.se/uppslagsverk/encyklopedi/1%C3%A5ng/eter-(astronomi)) (hämtad 2022-10-25)
- [4] TSG Physics, "Michelson Interferometer," *Youtube*, 22 jun., 2012, [Video]. Tillgänglig: <https://www.youtube.com/watch?v=j-u3IEgcTiQ>
- [5] "Interferens," i *Nationalencyklopedin*. [Online]. Tillgänglig: <https://www.ne.se/uppslagsverk/encyklopedi/1%C3%A5ng/interferens> (hämtad 2022-10-27)
- [6] Haade, "Interference of two waves," 2010. [Elektronisk bild]. Tillgängling: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Interference\\_of\\_two\\_waves.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Interference_of_two_waves.svg) (hämtad 2022-12-20)
- [7] Jordan Edmunds, "What is Optical Path Length?," *Youtube*, 9 maj., 2012, [Video]. Tillgänglig: <https://www.youtube.com/watch?v=pUYhjt6cYYw>

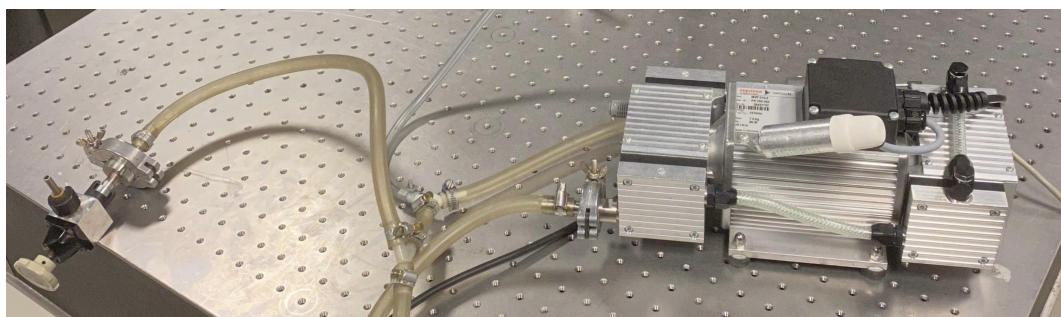
- [8] C. Nordling och J. Österman, Physics Handbook, 9e uppl., Lund, Sverige: Studentlitteratur, 2020.

## A Övriga resultat

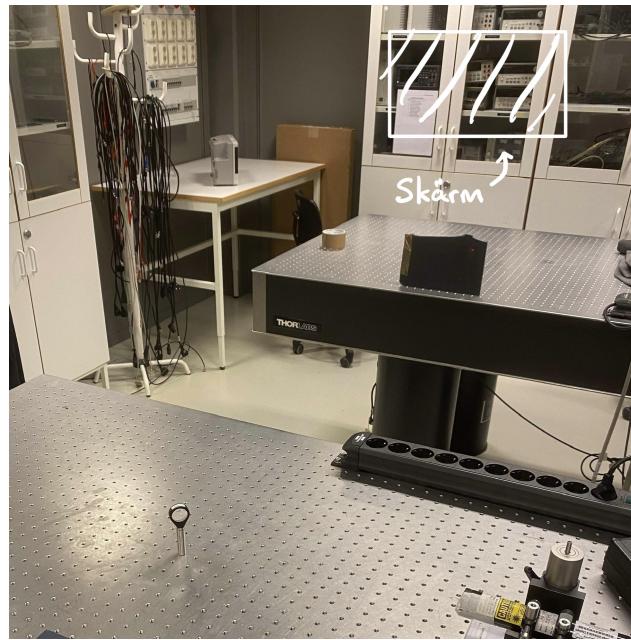


Figur 7: Linjär anpassning till mätpunkter efter mätning 1.

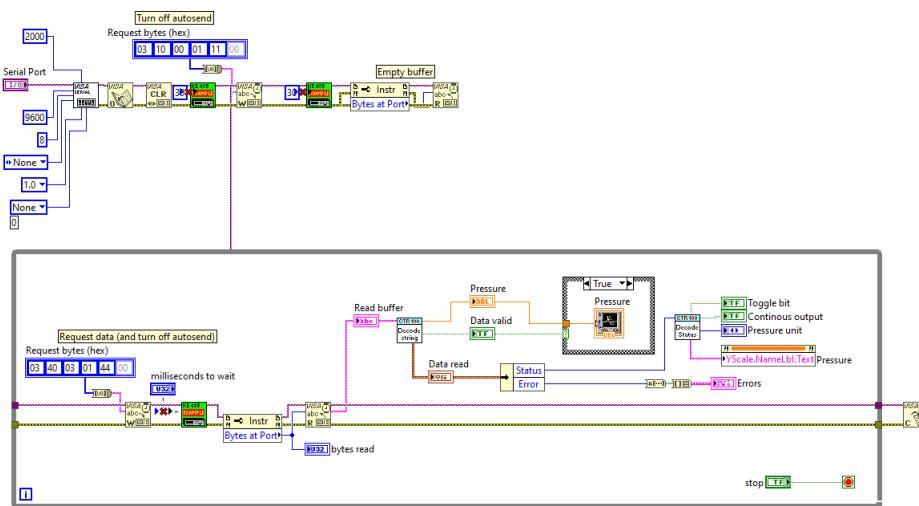
## B Övriga bilder



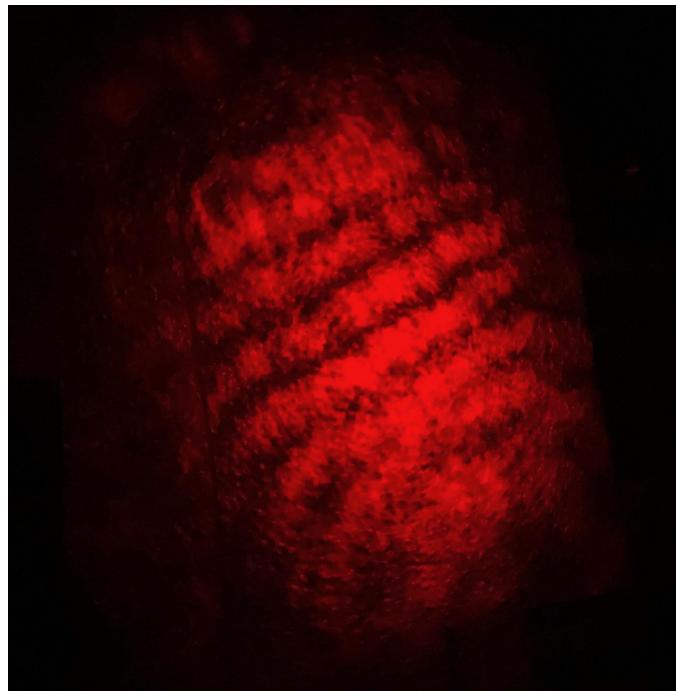
Figur 8: Vakuum-pumpen som användes när brytningsindex för luft bestämdes.



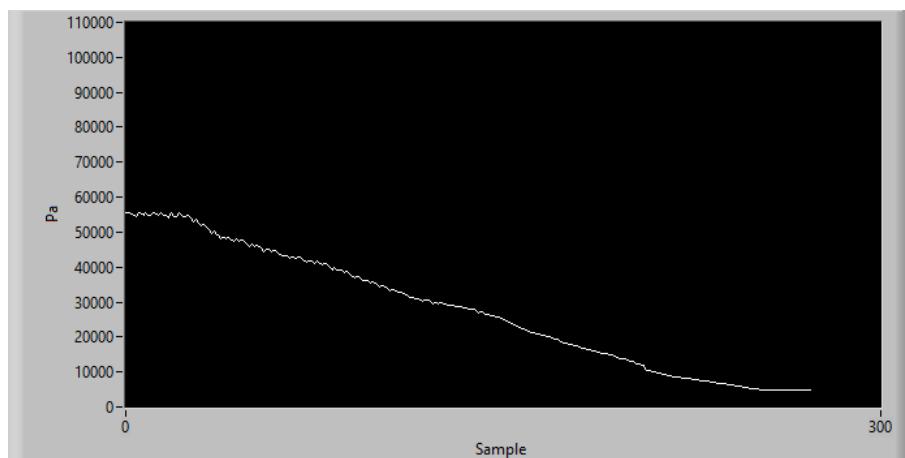
Figur 9: Illustration över skärmen där interferensmönstret visualiseras, vilken i verkligheten var gjord genom att tejpa vita papper på skåpet i figuren.



Figur 10: LABVIEW-programmet som användes för att mäta trycket var givet och behövde inte konstrueras under laborationen.



Figur 11: Exempel på hur interferensmönstret kunde se ut under mätningar.



Figur 12: Exempel över hur grafen över tryckförändringen kunde se ut under försöken att bestämma brytningsindex för luft.

## C PYTHON-kod

```
1 %%#
2 from math import *
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 import statistics
6
7 delta_p1 = np.array([18950, 23716.35, 24554.16, 37865.81, \
8 30598.95, 42775.77, 13506.49])/1000
9 m1 = np.array([8, 10, 10, 16, 13, 18, 6])
```

```

10
11 delta_p2 = np.array([12021.96,9439.955,16238.51,19185.45, \
12     28331.41,33401.54,37846.34,63134.83,57978.28,53905.58, \
13     50175.65,47311.15,47239.09])/1000
14 m2 = np.array([5,4,7,8,12,14,16,27,25,23,21,20,20])
15
16 xvec = np.linspace(0,65,1000)
17 #coeffs = np.polyfit(np.concatenate((delta_p1,delta_p2)), \
18 # np.concatenate((m1,m2)),1)
19
20 #coeffs = np.polyfit(delta_p1,m1,1)
21 coeffs = np.polyfit(delta_p2,m2,1)
22 print(coeffs)
23
24 y = coeffs[0]*xvec*1000 - coeffs[1]
25
26 #plt.plot(np.concatenate((delta_p1,delta_p2)), \
27 # np.concatenate((m1,m2)), 'kx', \
28 #label='Datapunkter')
29
30 plt.figure(1)
31 #plt.plot(delta_p1,m1, 'kx', \
32 #label='Datapunkter')
33 #plt.plot(delta_p2,m2, 'kx', \
34 #label='Datapunkter')
35
36 #plt.plot(xvec,y,'r',label='Linjär regression')
37 plt.text(10,20,"Mätning 2",fontsize=14)
38
39 plt.xlabel('p (kPa)')
40 plt.ylabel('Skiftningar i interferens')
41 plt.title('Linjär regression för samband mellan \
42     tryckskillnad och interferensskiftningar')
43 plt.xlim([0,65])
44 plt.ylim([0,30])
45 plt.legend()
46 plt.show()
47 #%%
48 coeffs1 = np.polyfit(delta_p1,m1,1)
49 coeffs2 = np.polyfit(delta_p2,m2,1)
50
51 k1 = (coeffs1[0]+coeffs2[0])/2
52 print(1 + k1*632.8e-9*102731/(2*0.05))
53
54 n1 = 1 + coeffs1[0]*632.8e-9*102731/(2*0.05)
55 n2 = 1 + coeffs2[0]*632.8e-9*102586/(2*0.05)
56 print(n1,n2)
57
58 print((n1+n2)/2)
59
60 #%%

```

```

61 from math import *
62 import numpy as np
63 import matplotlib.pyplot as plt
64 from scipy.stats import norm
65
66 k_varde = []
67 rep=1000000
68 K=[]
69 M=[]
70
71 for i in range(1,rep):
72     xd=[18950,23716.35,24554.16,37865.81,30598.95, \
73         42775.77,13506.49] + \
74         50*np.random.normal(loc=0.0, scale=1, size=7)
75     yd=[8,10,10,16,13,18,6] + \
76         0.05*np.random.normal(loc=0.0, scale=1, size=7)
77 #xd=[12021.96,9439.955,16238.51,19185.45,28331.41, \
78 # 33401.54,37846.34,63134.83,57978.28,53905.58, \
79 # 50175.65,47311.15,47239.09] + \
80 # 50*np.random.normal(loc=0.0, scale=1, size=13)
81 #yd=[5,4,7,8,12,14,16,27,25,23,21,20,20] + \
82 # 0.05*np.random.normal(loc=0.0, scale=1, size=13)
83 coeffs = np.polyfit(xd,yd,1)
84
85 k = coeffs[0]
86 m = coeffs[1]
87 K.append(k)
88 M.append(m)
89
90 print((max(K)-min(K))/2)
91 print(max(K)-np.mean(K))
92 print(np.mean(K)-min(K))
93
94 print((max(M)-min(M))/2)
95 print(max(M)-np.mean(M))
96 print(np.mean(M)-min(M))
97 mu1, std1 = norm.fit(K)
98 mu2, std2 = norm.fit(M)
99 print(std1,std2)
100
101 #%%
102 plt.figure(2)
103 plt.hist(K, bins=75, density=True, alpha=0.4, color='b')
104 xmin, xmax = plt.xlim()
105 x = np.linspace(xmin,xmax,1000)
106 p = norm.pdf(x, mu1, std1)
107 plt.plot(x, p, 'k', linewidth=2)
108 title1 = "Distributionen av värdet på $\\it{k}$ efter \
109     " + str(rep) + " iterationer"
110 plt.title(title1)
111
```

```

112 plt.text(mu1-4*std1, 65000, "\u03c3 = " + \
113     str(round(std1, 7)) + "\n" + "p\u2080 = 102731 Pa")
114 plt.xticks([mu1-4*std1, mu1-3*std1, mu1-2*std1, mu1-std1, \
115     mu1, mu1+std1, mu1+2*std1, mu1+3*std1, mu1+4*std1], \
116     [ '\u03bc-4\u03c3', '\u03bc-3\u03c3', '\u03bc-2\u03c3', \
117         '\u03bc-\u03c3', '\u03bc', \
118         '\u03bc+\u03c3', '\u03bc+2\u03c3', \
119             '\u03bc+3\u03c3', '\u03bc+4\u03c3'])
120 #%%
121 plt.figure(3)
122 plt.hist(M, bins=75, density=True, alpha=0.4, color='g')
123 ymin, ymax = plt.xlim()
124 y = np.linspace(ymin, ymax, 1000)
125 P = norm.pdf(y, mu2, std2)
126 plt.plot(y, P, 'k', linewidth=2)
127 title2 = "Distributionen av \u00e4rdet p\u00e5 $\\it{M}$$ efter "\
128     + str(rep) + " iterationer"
129 plt.title(title2)
130
131 plt.text(mu2-4*std2, 2.3, "\u03c3 = " + str(round(std2, 3)) + \
132     "\n" + "p\u2080 = 102731 Pa")
133 plt.xticks([mu2-4*std2, mu2-3*std2, mu2-2*std2, mu2-std2, \
134     mu2, mu2+std2, mu2+2*std2, mu2+3*std2, mu2+4*std2], \
135     [ '\u03bc-4\u03c3', '\u03bc-3\u03c3', '\u03bc-2\u03c3', \
136         '\u03bc-\u03c3', '\u03bc', \
137         '\u03bc+\u03c3', '\u03bc+2\u03c3', '\u03bc+3\u03c3', \
138             '\u03bc+4\u03c3'])
139
140 plt.show()
141 # %%

```

## D Labblogg

### Labblogg

#### Dag 1:

11:00 Kikar på utrustning.  
11:30 Börjar bygga uppställning.  
12.30 Grunduppställning för interferometern ser ok ut, testar att sätta på lasern, den tar lite tid att värmas upp.  
13.10 Fick uppställningen att fungera och lasrarna att träffa varandra på skärmen med ett litet hemmabygge.  
13.20 Gick på lunch.  
14:00 Återgår. Ansluter pump till uppställning.  
14:45 Har lyckats få igång pump. Genom att skruva på ventilen ser vi hur trycket förändras i Labview.  
15:00 Ser ingen skillnad i ljusintensitet på skärmen vid förändring av tryck. Går förändringen för fort?  
15.30 Insäg att det är ett diffraktionsmönster och att vi behöver förstora punkten för att se ordentligt.  
17:00 Äntligen fått det att se bra ut. Hade stora problem med att få punkterna att ansluta. Bra storlek på diffraktionsmönstret. Syns hyfsat bra.  
17:15 Inleder mätningar. Inser att diffractionen syns mycket tydligare vid lägre tryck. Testar att starta från 30000 och göra 8 hela våglängder. Sparar värden i excelark. Blev rätt upp till femte decimalen.  
17:30 Testar att köra 10 punkter. Får ungefär samma.  
18:45 Testar att köra 16 punkter från 40000. Blir bättre. Börjar närlämma oss även på decimal 6.  
18:15 Testar 13 punkter från 40000. Blir ungefär lika bra som för 16 punkter. År ungefär 0,000003 ifrån värdet som vi förväntar oss. Dock är detta förväntade värde vid 15 grader, gör det någon skillnad? Vid skapande av den formel som vi använder antog vi att den ej spelar roll.  
18:30 Inser från mätningar att trycket håller sig stabilare vid lägre tryck. Testar att börja från 20000 och köra 5 punkter. Blir ganska mycket sämre. Verkar inte göra så mycket att trycket fluktuerar mycket i början så länge man låter den gå lite och ta ett medelvärde av start och sluttryck. Alltså bättre att gå fler punkter.  
18:45 Lägger i mätvärden i matlab.  
19:00 Efter lite googlande verkar det som att en ökning av temperaturen minskar talet vi söker. Mätningarna vi har gjort har hela tiden varit under det förväntade värdet, vilket stämmer överens med detta.  
19:15 Avslutar för dagen.

#### Dag 2:

10:00 Anländer.  
10:15 Försöker mixtra lite med linser ty interferensmönstret vi får inte är jättetydligt.  
10:30 Verkar vara kvaliteten på speglarna, de är relativt smutsiga/har repor. Vi låter det vara. Det var hemskt svårt att få punkterna att sammantfalla, vill inte gå igenom det igen. Syns ändå tydligt när man räknar vågrörelserna. Påbörjar mätningar  
12:00 Har genomfört många mätningar vid olika antal punkter. Upp till och med 27st. Alla värden sparade i Excel. Värdena ser bra ut. Vi nöjer oss.

13:00 Lägger in värden i matlab och kikar lite på felmarginal. Värdet för lutningen blir mycket bra. Ungefär 0,000001 under, vilket skulle vara för en laser med våglängden strax under 750nm vid 15 grader. Eftersom det också är varmare än 15 grader i rummet bör våglängderna minska för samma m, vilket är till vår fördel eftersom våran laser ligger på ungefär 633nm. Inväntar labbhandledare för att se över uppställning samt äta lunch innan vi påbörjar extrauppgift.

15:00 Påbörjar uppställning av extrauppgift. Återigen svårt att få punkterna att sammanfalla.

16:00 Nu fungerar det bra. Gör lite testmätningar.

16:30 Har testat en mätning med  $m=50$ . Fick en längdskillnad på 32560nm, vilket ger en våglängd för lasern på 651,2nm

16:45 Testar att installera en detektor (newport...) och en oscillator och kollar på oscillatorn istället för att titta på väggen.

17:30 Ger bra för kortare mätningar, men krånglar vid längre mätningar.

17:45 Insår att det är för att punkterna hamnar ur fas vid långa mätningar. Blocket som rör sig med spegeln är alltså inte helt rakt. Försöker åtgärda.

18:00 Går bättre, men får en hel del störningar, vilket gör det svårt att räkna ordentligt. Testar att återgå till att räkna mot väggen.

18:30 Testar  $m=200$ . Blev en sträcka från -58750nm till 5170nm, alltså 63920nm. Detta ger en våglängd för lasern på 639,2mm, vilket är väldigt nära 632,8nm.

18:45 Försöker en med 300 punkter. Blir störda av smäll i dörr utanför.

19:00 Försöker igen. Gick från -49230 till 45090, alltså total längd på 94320. Detta ger en våglängd för lasern på 628,8nm.

19:15 Testade en ny mätning på 200 punkter. Blev inte bra ty punkterna gled isär.

19:30 Justerade punkterna. Vi får nu väldigt vreda vågtoppar/dalar. Kan alltså endast se en våg åt gången ish. Vad kan det bero på? Tidigare har vi fått uppemot 10st. Lättare att räkna ifaf. Testar 300 punkter. Blir inte bra. får ett avstånd på 100050nm, istället för 94320 för senaste mätningen. Får en våglängd på lasern på 667nm. Avslutar för dagen.

### Dag 3:

10:45 Allt fungerar bra, punkterna är på samma plats. Vi har fortfarande ett någorlunda "stort" mönster med 2-3 vågdalar åt gången. Vi testar en mätning på 200 punkter igen. Blir det dåligt får vi försöka nå det "lilla" mönstret igen med flertalet vågtoppar och dalar.

11:00. Det blev ett okej värde. Längden blev  $62710 - 990 = 61270\text{nm}$ , vilket ger våglängden 617,2nm.

11:15 Vi testar att fortsätta med ytterliggare 200 punkter för att se om det går. Längden blir istället 126210, vilket ger en våglängd på 631,05nm. Alltså bättre. Det betyder att andra mätningen gav ett för högt värde.

11:30 Testar ytterliggare 100 punkter. Vi får nu längden 158840-990, vilket ger en våglängd på 631,4nm. Det blir alltså bättre och bättre.

11:45 Testar en ny mätning med 200, 200, 100 som förra mätningen. Vi fick justera punkterna igen. Insåg nu att desto mer centerade punkterna är i varandra desto större blir vågtopparna och dalarna. Alltså verkar det bättre att ha större? Det är dessutom enklare att räkna då. Första 200: 625,8nm (78710-16130). Vid 400: 631,25nm (142380-16130). Vid 500: 632,4nm (174230-16130). 600: 636,73nm (207150-16130).

13:00 Har räknat lite på felmarginaler och sådant. Lägger ihop mätvärdena i excel.

14:00 Går hem.