

基于 Heisenberg 模型的 skyrmion 研究

杜治纬, 孙晓晨, 陶润恺, 王金银, 曾祥东

复旦大学物理系

2016 年 6 月 15 日



Heisenberg Model

- Why?



Heisenberg Model

- Why?
- Hamilton 量:

$$\mathcal{H} = - \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j - H_z \sum_i s_i^z$$

其中 $\mathbf{s}_i \in \mathbb{R}^3$, $|\mathbf{s}_i| = 1$
并且满足

$$J_{ij} = \begin{cases} J, & \text{若 } i, j \text{ 近邻;} \\ 0, & \text{其他情况} \end{cases}$$



Heisenberg Model

- Why?
- Hamilton 量:

$$\mathcal{H} = - \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j - H_z \sum_i s_i^z$$

其中 $\mathbf{s}_i \in \mathbb{R}^3$, $|\mathbf{s}_i| = 1$
并且满足

$$J_{ij} = \begin{cases} J, & \text{若 } i, j \text{ 近邻;} \\ 0, & \text{其他情况} \end{cases}$$

- 给出平面点阵的一个随机分布
- 选择一个自旋 \mathbf{s}_i
- 随机生成另一个自旋矢量 \mathbf{s}'_i , 计算翻转带来的 ΔE , 得到 **翻转概率** P
- 生成一个 $[0, 1)$ 之间的随机数, 若小于 P , 则将 \mathbf{s}_i 翻转为 \mathbf{s}'_i
- 重复步骤 2 ~ 4. 遍历整个点阵, 将它记为一个 **MCS**. 进行若干 MCS 后, 认为体系达到稳态
- 在最后的若干 MCS 中作系综平均, 计算各物理量



Skyrmion & DM Interaction

- 一种拓扑激发态 (T. Skyrme, 1962)
- 元激发 or 准粒子

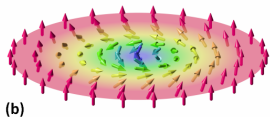
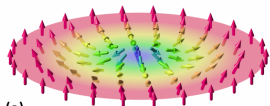


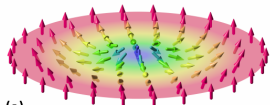
图 1: 二维 skyrmion 的示意图¹

¹图片来源: https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_skyrmion

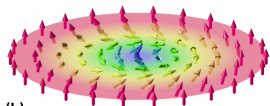
Skyrmion & DM Interaction

- 一种拓扑激发态 (T. Skyrme, 1962)
- 元激发 or 准粒子
- DM 相互作用: 空间对称性破缺
- Hamilton 量:

$$\mathcal{H}_{\text{DM}} = \mathbf{D}_{12} \cdot (\mathbf{s}_1 \times \mathbf{s}_2)$$



(a)



(b)

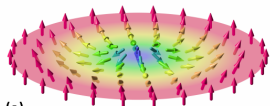
图 1: 二维 skyrmion 的示意图¹

¹图片来源: https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_skyrmion

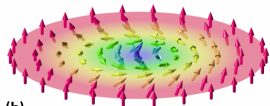


Skyrmion & DM Interaction

- 一种拓扑激发态 (T. Skyrme, 1962)
- 元激发 or 准粒子



(a)



(b)

- DM 相互作用: 空间对称性破缺
- Hamilton 量:

$$\mathcal{H}_{\text{DM}} = \mathbf{D}_{12} \cdot (\mathbf{s}_1 \times \mathbf{s}_2)$$

- 总 Hamilton 量:

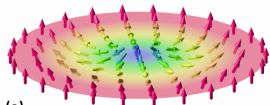
$$\mathcal{H}_{\text{total}} = J + D + H$$

图 1: 二维 skyrmion 的示意图¹

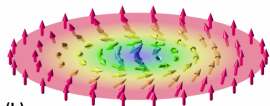
¹图片来源: https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_skyrmion

Skyrmion & DM Interaction

- 一种拓扑激发态 (T. Skyrme, 1962)
- 元激发 or 准粒子



(a)



(b)

- DM 相互作用: 空间对称性破缺
- Hamilton 量:

$$\mathcal{H}_{\text{DM}} = \mathbf{D}_{12} \cdot (\mathbf{s}_1 \times \mathbf{s}_2)$$

- 总 Hamilton 量:

$$\mathcal{H}_{\text{total}} = J + D + H$$

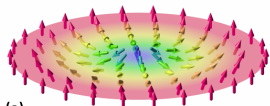
- 三种相互作用的竞争
- 四种不同的相 (低温)
 - Helical, conical, skyrmion, FM

图 1: 二维 skyrmion 的示意图¹

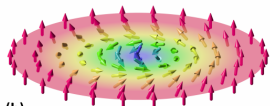
¹图片来源: https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_skyrmion

Skyrmion & DM Interaction

- 一种拓扑激发态 (T. Skyrme, 1962)
- 元激发 or 准粒子



(a)



(b)

图 1: 二维 skyrmion 的示意图¹

- DM 相互作用: 空间对称性破缺
- Hamilton 量:

$$\mathcal{H}_{\text{DM}} = \mathbf{D}_{12} \cdot (\mathbf{s}_1 \times \mathbf{s}_2)$$

- 总 Hamilton 量:

$$\mathcal{H}_{\text{total}} = J + D + H$$

- 三种相互作用的竞争
- 四种不同的相 (低温)
 - Helical, conical, skyrmion, FM
- Skyrmion 密度 (SkD)

$$\phi = \frac{1}{4\pi} \mathbf{s} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{s}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial y} \right)$$

¹图片来源: https://en.wikipedia.org/wiki/Magnetic_skyrmion



Heisenberg Model

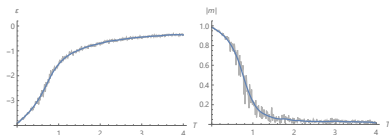


图 2: E 、 $|M|$ 随温度的变化. 点阵大小为 10×10 , 步数为 100 000.



Heisenberg Model

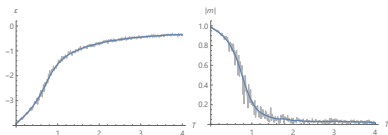


图 2: E 、 $|M|$ 随温度的变化. 点阵大小为 10×10 , 步数为 100 000.

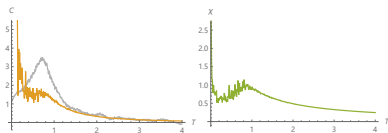


图 3: C 、 χ 随温度的变化. 参数同上.



Heisenberg Model

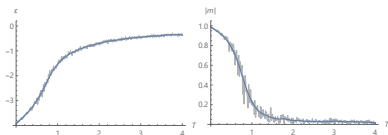


图 2: E 、 $|M|$ 随温度的变化. 点阵大小为 10×10 , 步数为 100 000.

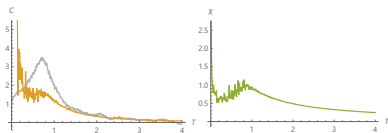


图 3: C 、 χ 随温度的变化. 参数同上.

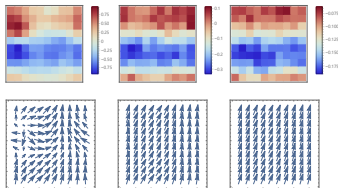


图 4: 铁磁相随模拟步数的演化



Heisenberg Model

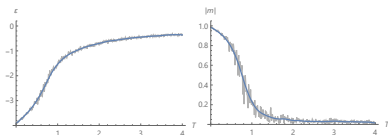


图 2: E 、 $|M|$ 随温度的变化. 点阵大小为 10×10 , 步数为 100 000.

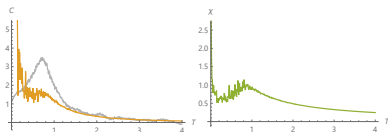


图 3: C 、 χ 随温度的变化. 参数同上.

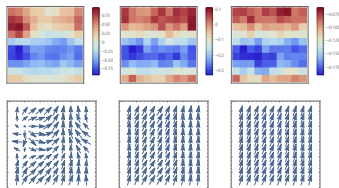


图 4: 铁磁相随模拟步数的演化

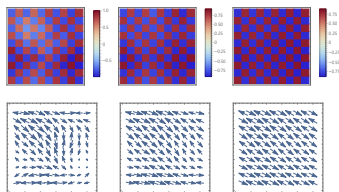


图 5: 反铁磁相随模拟步数的演化



Skyrmion (I)

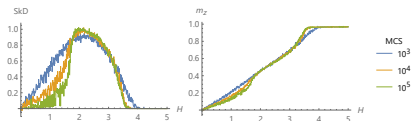


图 6: Skyrmion 密度和磁矩 z 分量随外加磁场的变化



Skyrmion (I)

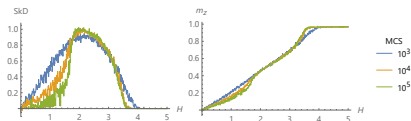


图 6: Skyrmion 密度和磁矩 z 分量随外加磁场的变化

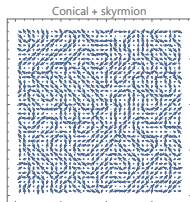


图 7: 受 skyrmion 抑制的锥形相



Skyrmion (I)

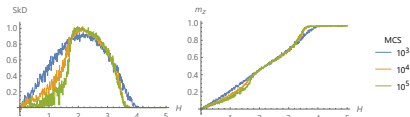


图 6: Skyrmion 密度和磁矩 z 分量随外加磁场的变化

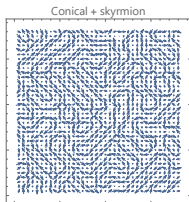


图 7: 受 skyrmion 抑制的锥形相

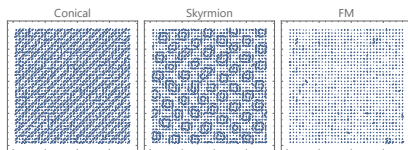


图 8: 磁矩在 xy 平面上的投影

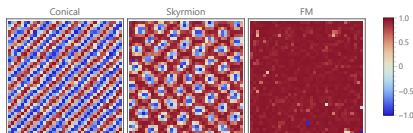


图 9: 磁矩的 z 分量

Conical: $J = 1, H = 0, D = 2.5, T = 0.2$

Skyrmion: $J = 1, H = 2, D = 2.5, T = 0.1$

FM: $J = 1, H = 4, D = 2.5, T = 0.1$



Skyrmion (II) — Vector Diagram

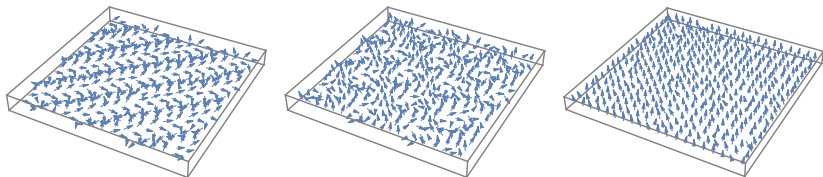


图 10: 从左至右依次为锥形相、skyrmion 相和铁磁相



Skyrmion (III) — Phase Diagram

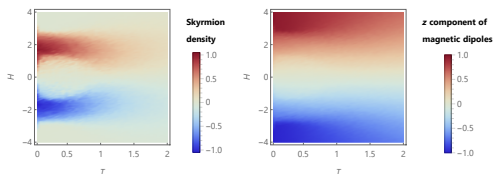


图 11: SkD 与 m_z 随外加磁场 H 和温度 T 的变化



Skyrmion (III) — Phase Diagram

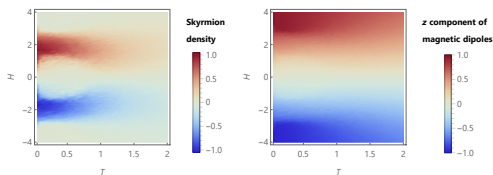


图 11: SkD 与 m_z 随外加磁场 H 和温度 T 的变化

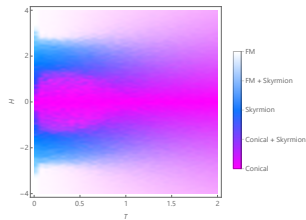


图 12: T - H 相图



Skyrmion (IV) — Ising & XY Limit

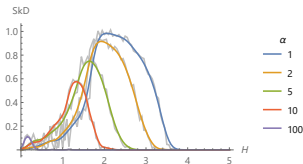


图 13: 趋向 Ising 极限的过程

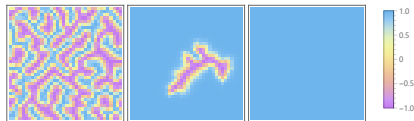


图 14: 类 Ising 情形下的三种相



Skyrmion (IV) — Ising & XY Limit

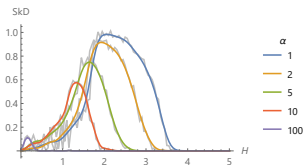


图 13: 趋向 Ising 极限的过程

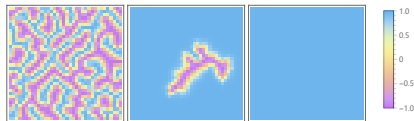


图 14: 类 Ising 情形下的三种相

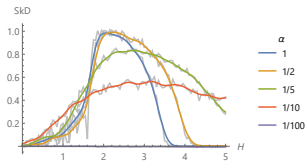


图 15: 趋向 XY 极限的过程

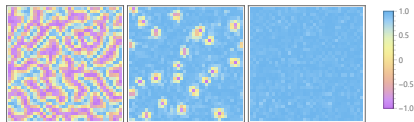


图 16: 类 XY 情形下的三种相



Unsolved Problems

- 理论?



Unsolved Problems

- 理论?
- 低温下热容与磁化率的发散



Unsolved Problems

- 理论?
- 低温下热容与磁化率的发散
- 稳定过程 & “神奇的突跃”

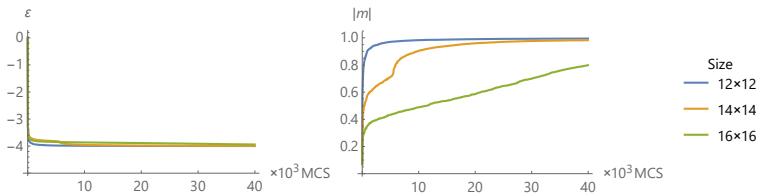


图 17: 平均能量、平均磁矩的演化曲线



Suggestions

● 第 10 组

各种相的稳定性与 Monte Carlo 步数之间的关系并不能明确，且证据不充分；
高温部分，各种相在同一条件下混杂并存并不能明显体现；
未能对能量与磁矩的现实变给出合理解释。

● 第 11 组

从 Hamilton 量到直接提出算法有点突兀，可以适当加入一些公式推导；
没有探讨大型点阵的模拟结果。

● 第 12 组

T 在趋于 0 时，由于涨落，所得热力学量会发散，此外通过差分得到的结果亦不满足热力学第三定律，可见在低温时模拟的可靠性是存疑的；
未明确为何可以合理地使用 36×36 的点阵计算。

● 第 13 组

对材料性质的研究较少；
建议对各向异性指数 α 进行一些数学上的说明，并说明其对热力学量的影响。

● 第 14 组

部分图片过小导致图中一些数据难以看清；
代码部分不妨加入一些注释。



Any questions?

