

# 省选模拟试题

\_noname

2018 年 1 月 12 日

# announcement

题目名称	Discrete Mathematics	Advanced Mathematics	Mathematical Analysis
源程序文件名	discrete.c/cpp/pas	advanced.c/cpp/pas	analysis.c/cpp/pas
输入文件名	discrete.in	advanced.in	analysis.in
输出文件名	discrete.out	advanced.out	analysis.out
时间限制	1s	1s	4s
内存限制	512MB	512MB	512MB
测试点数目	10	20	20
每个测试点分值	10	5	5
是否有部分分	否	否	否
题目类型	传统题	传统题	传统题
是否有附加文件	无	无	无

## 1 hint

本套试题使用`lemon`评测，C/C++的long long使用`%lld`输出。

C++的编译命令为`g++ %s.cpp -o %s -m32 -Wl,-stack=800000000 -O2 -std=c++11`

C的编译命令为`gcc %s.c -o %s -m32 -Wl,-stack=800000000 -O2`

欢迎大家虐场。欢迎大家暴力AC。

请不要在考试时间内走来走去。

题目顺序与难度无关。

希望大家心存梦想。

祝大家WC和省选顺利。

## 2 backgrounds

LYC是中关村文理学院一名普通的大一新生，他希望拿到4.00的GPA，他决定好好学习天天向上。

为了达成这一目标，他在每门课上认真听讲以赚取平时分，认真复习，争取考试拿满分，如果拿不到，他会找老师和助教求情看能不能给自己一个满分。他甚至因为在ACM区域赛中被队友们拖累，没有拿到第一，只有3.99的GPA，而放弃了这4个学分。

因为两次ACM而导致一门体育课的公假，从而导致了体育课被扣了2分，他很愤怒的选择了中期退课来保证自己的GPA。

学习的过程不总是一帆风顺，为了他所修的总学分要达到他的预期（200分），他不能退掉太多的课，所以他还是遇到了一些小小的困难。

## 3 Discrete Mathematics

### 3.1 backgrounds

离散数学课上老师正在讲平面图染色问题，LYC作为expert student需要出一道课后习题，此时他想到了一个绝妙的idea。

可是因为LYC需要认真听讲，没有办法想这道题怎么做，只好把题目丢给了你，并请你帮忙。

### 3.2 content

二维平面上有 $n$ 条直线，每条直线用两个坐标均为整数的点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 给出。

保证没有三条直线交于一个点。保证没有两条直线重合。保证这些直线至少存在一个交点。

对于两个不同的交点，如果它们在同一条直线上，且它们之间没有其他交点，那么我们称这两个交点相邻。

现在要求对所有交点染色，要求任意两个相邻的交点的颜色都不同，问最少要用多少种颜色来染色。

多组数据。

### 3.3 input format

从discrete.in中读入

第一行一个整数 $T$ ，表示有 $T$ 组数据，接下来依次给出每组数据。

对于每组数据，第一行一个整数 $n$ 。接下来 $n$ 行，每行四个整数 $x_1, y_1, x_2, y_2$ ，表示一条直线。

### 3.4 output format

输出到discrete.out

对于每组数据输出一行，表示最少需要使用的颜色的数量。

### 3.5 sample input

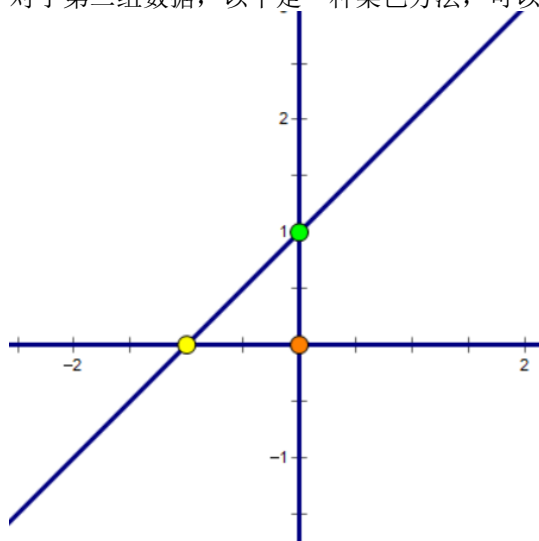
```
2
2
0 0 0 1
0 0 1 1
3
0 0 0 1
0 0 1 0
-1 0 0 1
```

### 3.6 sample output

1  
3

### 3.7 sample explanation

对于第二组数据，以下是一种染色方法，可以证明不能使用更少的颜色



### 3.8 constraints

对于所有测试点， $T \leq 10$ 。

对于每条直线， $x_1 = x_2$ 和 $y_1 = y_2$ 不会同时满足，即 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 不是同一个点。

测试点编号	$n$	$ x_1 ,  y_1 ,  x_2 ,  y_2 $
1	$\leq 2$	$\leq 1000$
2	$\leq 3$	$\leq 1000$
3	$\leq 4$	$\leq 1000$
4	$\leq 10$	$\leq 1000$
5	$\leq 100$	$\leq 1000$
6	$\leq 300$	$\leq 1000$
7	$\leq 10000$	$\leq 10^9$
8	$\leq 10000$	$\leq 10^9$
9	$\leq 100000$	$\leq 10^9$
10	$\leq 100000$	$\leq 10^9$

## 4 Advanced Mathematics

### 4.1 backgrounds

LYC在复习高等代数的时候，在老师的讲课PPT上看到了一道思考题。令他惊讶的是，这道题他居然不会做！

当时距离老师的下一次答疑时间还有两天，他不希望自己过这么久才知道这道题怎么做，只好把这道题截图发给你，希望你能尽快帮他做出这道题。

### 4.2 content

某班 **50** 名同学作游戏. 每人给班里其他一些同学发短信. 若 **A, B, C** 三人之间, **A** 只给 **B** 发过短信, **B** 只给 **C** 发过, **C** 只给 **A** 发过, 则称 **A B C** 构成一个 **3-循环**. 问 **50** 名同学发短信, 最多能产生多少个 **3-循环** ?

作为一名志向高远的大学生, LYC还对题目做出了改动, 他认为游戏不应该局限于50个人, 而应该在 $n$ 个人中进行. 同时, LYC还要求你写出解题过程, 也就是说, 你需要给出一组具体的方案。

### 4.3 input format

从advanced.in中读入

共一行, 一个正整数 $n$ , 表示参与游戏的人数

### 4.4 output format

输出到advanced.out

共 $n + 1$ 行, 第一行一个整数 $ans$ , 表示最多能产生的3-循环的个数。

第2行到第 $n + 1$ 行, 每行 $n$ 个数, 若第 $i + 1$ 行第 $j$ 个数为1, 则表示第 $i$ 个人给第 $j$ 个人发过短信, 若为0, 则表示没发过。

注意请保证你的输出中第 $i + 1$ 行第 $i$ 个整数为0

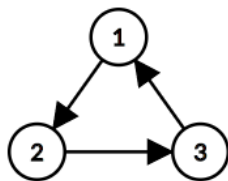
#### 4.5 sample input

3

#### 4.6 sample output

1  
0 1 0  
0 0 1  
1 0 0

#### 4.7 sample explanation



#### 4.8 constraints

对于前10%的数据,  $n \leq 5$

对于前20%的数据,  $n \leq 7$

对于前40%的数据,  $n \leq 200$

对于100%的数据,  $n \leq 2000$

当你的答案和方案全部正确时, 你才能得到全部分数, 本题有special judge。

## 5 Mathematical Analysis

### 5.1 backgrounds

为了保证自己4.0的GPA, LYC会在认为自己会被扣分的时候去找老师和助教求情。然而不幸的是, 数学分析的老师在课堂上说, 如果要求情, 必须在考前去找他。

理科一号楼是中关村文理学院著名的迷宫, 为了防止迷路, LYC决定了解好老师办公室之间的路。但是他忙于复习, 只好找到你来帮忙。

### 5.2 content

理科一号楼有若干条南北向和东西向的走廊, 相同走向且相邻的走廊间隔相同, 且编号相邻 (如走廊1和2相邻), 走廊宽度忽略不计。

任意两条不同走向的走廊相交处都有一间办公室、自习室或实验室, 数学分析这门课有 $n$ 名老师和助教, 每人都有办公室, 可能有多个老师 (助教) 共用一个办公室, 第 $i$ 个老师 (助教) 的办公室位于东西向走廊编号 $x_i$  和南北向走廊编号 $y_i$ 的相交处。第 $i$ 个老师 (助教) 的办公室和第 $j$ 个老师 (助教) 的办公室之间需要了解的路长度为 $|x_i - x_j| + |y_i - y_j|$ 。

LYC需要了解一些办公室之间的路, 使得通过这些路可以从任意办公室走到任意其他办公室。

考虑到可能会有老师或助教 $A$ 让LYC帮忙送东西给老师或助教 $B$ , 但LYC不方便带着 $A$ 的东西去其他办公室求情, 所以他必须了解 $A$ 和 $B$ 的办公室之间的路。

但是他事先不知道 $A$ 和 $B$ 是哪位, 所以给了你 $m$ 种可能, 需要你给出对于每种可能, LYC完成全部求情需要了解的路的长度。

注意, 如果有些走廊在不同路中都要经过, 需要计算多次而不是一次。

### 5.3 input format

从analysis.in中输入

共 $n + m + 2$ 行。

第一行一个整数 $n$ , 表示老师和助教的人数

第2 ~  $n + 1$ 行, 第 $i + 1$ 行两个整数 $x_i$ 和 $y_i$ , 表示第 $i$ 个老师或助教的办公室的坐标 (东西向走廊编号 $x_i$ 与南北向走廊编号 $y_i$ 的相交处)

第 $n + 2$ 行一个整数 $m$ , 表示送东西需求的可能数

第 $n + 3$  ~  $n + m + 2$ 行, 第 $n + i + 2$ 行两个整数 $A_i$ 和 $B_i$ , 表示第 $i$ 种可能是老师或助教 $A_i$ 要送东西给 $B_i$

## 5.4 output format

输出到analysis.out

共 $m$ 行，第 $i$ 行一个整数 $ans_i$ ，表示在老师或助教 $A_i$ 要送东西给 $B_i$ 的情况下，LYC完成求情需要了解的路总长 $ans_i$ 米。

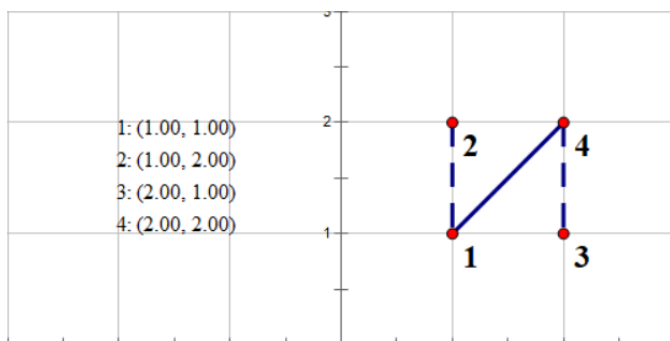
## 5.5 sample input

```
4
1 1
1 2
2 1
2 2
1
1 4
```

## 5.6 sample output

```
4
```

## 5.7 sample explanation



上图是一个可行解：实线表示必须了解的路，虚线表示其他需要了解的路。



## 5.8 constraints

数据编号	n	m	特殊条件
1	$\leq 4$	$= 1$	无
2	$\leq 10$	$\leq 10$	无
3	$\leq 1000$	$\leq 1000$	无
4	$\leq 1000$	$\leq 1000$	无
5	$\leq 5000$	$\leq 1000$	无
6	$\leq 5000$	$\leq 1000$	无
7	$\leq 5000$	$\leq 10^5$	无
8	$\leq 5000$	$\leq 10^5$	无
9	$\leq 2 * 10^4$	$\leq 10^5$	$ x_i ,  y_i  \leq 10$
10	$\leq 2 * 10^4$	$\leq 10^5$	$ x_i ,  y_i  \leq 10$
11	$\leq 5 * 10^4$	$\leq 10$	无
12	$\leq 5 * 10^4$	$\leq 10$	无
13	$\leq 5 * 10^4$	$\leq 10^5$	无
14	$\leq 5 * 10^4$	$\leq 10^5$	无
15	$\leq 10^5$	$\leq 10^5$	无
16	$\leq 10^5$	$\leq 10^5$	无
17	$\leq 1.5 * 10^5$	$\leq 10^5$	无
18	$\leq 1.5 * 10^5$	$\leq 10^5$	无
19	$\leq 2 * 10^5$	$\leq 2 * 10^5$	无
20	$\leq 2 * 10^5$	$\leq 2 * 10^5$	无

对于100%的数据，有 $|x_i|, |y_i| \leq 10^9$ ， $1 \leq A_i, B_i \leq n$ ， $A_i \neq B_i$