МКР 2 | III вар.

① Однорідні системи лінійних рівнянь. Теорема про фундаментальну систему розв'язків.

Однорідна система лінійних рівнянь — система лінійних рівнянь, кожне рівняння якої має нульові вільні члени.

Завжди сумісна (є нульовий розв'язок)

Якщо є нетривіальний розв'язок: $R <$ числа невідомих

Якщо лише тривіальний розв'язок: $R =$ число розв'язків.

Фундаментальна сист. розв'язків — базис системи розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь.

Якщо ранг $= r$ і кількість змінних $= n$, то ФСР склад. з $n-r$ розв'язків.

② Обчислити визначник:

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ -\frac{2}{3}I \\ -\frac{5}{3}I \\ -\frac{4}{3}I \end{matrix} = \begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 0 & 7 & \frac{16}{3} & \frac{28}{3} \\ 0 & 10 & \frac{34}{3} & \frac{46}{3} \\ 0 & 8 & \frac{23}{3} & \frac{38}{3} \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -\frac{10}{7}II \\ -\frac{8}{7}II \end{matrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 0 & 7 & \frac{16}{3} & \frac{28}{3} \\ 0 & 0 & \frac{26}{7} & 2 \\ 0 & 0 & \frac{11}{7} & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ -\frac{11}{26}III \end{matrix} = \begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 0 & 7 & \frac{16}{3} & \frac{28}{3} \\ 0 & 0 & \frac{26}{7} & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{15}{13} \end{vmatrix}.$$

$\triangle = 3 \cdot \cancel{4} \cdot \frac{\cancel{26}^{2}}{\cancel{7}} \cdot \frac{15}{\cancel{13}} = 6 \cdot 15 = 90$

(3) $a_1 = (1; 2; 3; -4)$

$a_2 = (2; 3; -4; 1)$

$a_3 = (2; -5; 8; -3)$

$a_4 = (5; 26; -9; -12)$

$a_5 = (3; -4; 1; 2)$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & -5 & 26 & -4 \\ 3 & -4 & 8 & -9 & 1 \\ -4 & 1 & -3 & -12 & 2 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ -2I \\ -3I \\ +4I \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & -9 & 16 & -10 \\ 0 & -10 & 2 & -24 & -8 \\ 0 & 9 & 5 & 8 & 14 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -10II \\ +9II \end{matrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & -9 & 16 & -10 \\ 0 & 0 & 92 & -184 & 92 \\ 0 & 0 & -76 & 152 & -76 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ +\frac{19}{23}III \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & -1 & -9 & 16 & -10 \\ 0 & 0 & 92 & -184 & 92 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

a_1, a_2, a_3 базис

$a_4 = 5a_1 + 2a_2 - 2a_3$

$a_5 = a_2 + a_3 - a_1$

(4)

$$6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1$$
$$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3$$
$$3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 + 0 = -7$$
$$9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & -2 & 1 & 0 & -7 \\ 9 & 6 & 1 & 3 & 2 & 2 \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ -\frac{1}{2}I \\ -\frac{1}{2}I \\ -\frac{3}{2}I \end{array} = \left(\begin{array}{ccccc|c} 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{9}{2} & 0 & -\frac{3}{2} & -\frac{15}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{13}{2} & 0 & -\frac{5}{2} & \frac{1}{2} \end{array}\right) \begin{array}{l} \\ \\ +\frac{3}{2}II \\ +\frac{13}{3}II \end{array}$$

$$= \left(\begin{array}{ccccc|c} 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{34}{3} \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 6 & 4 & 5 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} & 0 & \frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} & \frac{34}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$$-\frac{1}{3}x_5 = \frac{34}{3} \Rightarrow x_5 = -34$$

$$\frac{3}{2}x_3 + \frac{1}{2}\cdot(-34) = \frac{5}{2} \Rightarrow x_3 = \frac{\frac{5}{2}+\frac{34}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\overset{13}{\cancel{39}}\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}\cdot\cancel{3}} = 13$$

$x_2, x_4 = 0$

$$6x_1 + 0 + \overbrace{5\cdot 13}^{65} + 0 + \overbrace{3\cdot(-34)}^{-102} = 1$$

$$6x_1 = 1 + 102 - 65$$

$$6x_1 = 38$$

$$x_1 = \frac{38}{6}.$$