при n=1 6 – парн

при n=2 12 – парн

при n=3 48 – парн

при n=4 84 – парн

при n=5 130 – парн

парна завжди

221. Домножимо на $(-1)^n$ (з властивості визначника)

224
$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

Якщо n-парне то кількість однакова

Якщо n-непарне то
- непарних: $\frac{1}{2}(n^2-1)$
- парних: $\frac{1}{2}(n^2+1)$

= 60

$$\begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}_{+III \;\; -4III \;\; \;\; -2III} = \begin{vmatrix} 0 & -3 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 7 & -3 & 4 \\ 3 & 8 & -4 & 3 \end{vmatrix}_{\;\; +II} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 \\ -3 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & -3 & 4 \\ 3 & 4 & -4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 3\cdot(-1)^{1+3}\cdot\begin{vmatrix} -3 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 3 \end{vmatrix}\begin{matrix} \\ -2I \\ -2I \end{matrix} = 3\cdot 1\begin{vmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 7 & 0 & -2 \\ 9 & 0 & -3 \end{vmatrix} =$$

$$= 3\cdot 2\cdot(-1)^{2+2}\begin{vmatrix} 7 & -2 \\ 9 & -3 \end{vmatrix} = 3\cdot 2\cdot(-21+18) = 3\cdot 2\cdot(-3) = -18$$

2)1

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix} \begin{array}{l} I-V \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \\ -5I \\ -6I \\ -4I \\ -2I \end{array} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 7 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 & 1 \\ 6 & 7 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} \begin{array}{l} -IV \\ -IV \\ \\ \\ \end{array} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \underline{5}.$$

$\mathcal{N}_3$ част 2

$$\begin{vmatrix} 1 & \dots & 1 & 1 & 1 & 1 \\ a_1 & \dots & a_1 & a_1-b_1 & a_1 \\ a_2 & \dots & a_2-b_2 & a_2 & a_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n-b_n & \dots & a_n & a_n & a_n \end{vmatrix} = a_1\cdot a_2\cdot\ldots\cdot a_n \begin{vmatrix} 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 1-\frac{b_1}{a_1} & 1 \\ 1 & \dots & 1-\frac{b_2}{a_2} & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1-\frac{b_n}{a_n} & \dots & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \left| \begin{matrix} \text{віднімаємо} \\ \text{нагору} \end{matrix} \right| = a_1\cdot a_2\cdot\ldots\cdot a_n \begin{vmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{b_1}{a_1} & 1 \\ 0 & \dots & -\frac{b_2}{a_2} & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{b_n}{a_n} & \dots & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ -\mathrm{I} \\ -\mathrm{I} \\ \\ -\mathrm{I} \end{matrix} =$$

$$= a_1\cdot a_2\cdot\ldots a_n \begin{vmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{b_1}{a_1} & 0 \\ 0 & \dots & -\frac{b_2}{a_2} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{b_n}{a_n} & \dots & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = a_1 a_2 \ldots a_n\cdot(-1) \begin{vmatrix} 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{b_1}{a_1} & 0 \\ 0 & \dots & -\frac{b_2}{a_2} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & -\frac{b_n}{a_n} \end{vmatrix}$$

$$= a_1\cdot a_2\cdot\ldots\cdot a_n\cdot(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\frac{b_1}{a_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{b_2}{a_2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{b_n}{a_n} \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^{\frac{n(n-3)}{2}} \cdot a_1 a_2 \dots a_n \cdot \left(-\frac{b_1}{a_1}\right) \cdot \left(-\frac{b_2}{a_2}\right) \cdot \dots \cdot \left(-\frac{b_n}{a_n}\right) =$$

$$= (-1)^{\frac{n(n-3)}{2}} \cdot (-1)^n \cdot b_1 \cdot b_2 \dots b_n = (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} \cdot b_1 \cdot b_2 \dots b_n .$$

264

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ -x & x & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -x & x & \dots & 0 \end{vmatrix} = -x \cdot (-x) \cdot \dots \cdot (-x) \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^n \cdot x^n \cdot (-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{vmatrix} = (-1)^n \cdot x^n \cdot (-1)^2 \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ \dots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)^n \cdot x^n \cdot (-1)^n \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \\ a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{vmatrix} -(a_0)\,\mathrm{I} =$$

$$= (-1)^{2n} \cdot x^n \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \\ 0 & a_1+a_0 & a_2 & \dots & a_n \end{vmatrix} -(a_1+a_0)\,\mathrm{II} =$$

$$= x^n \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \\ 0 & 0 & a_2+a_1+a_0 & \dots & a_n \end{vmatrix} = x^n \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_n+\dots+a_1+a_0 \end{vmatrix} =$$

$= x^n \cdot 1 \cdot 1 \cdot \ldots \cdot 1 \cdot (a_1 + \ldots a_2 + a_0) = (a_0 + a_1 + \ldots a_1) \cdot x^n$

240)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \ldots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \ldots & n-1 & n & n \\ 3 & 4 & 5 & \ldots & n & n & n \\ \ldots \\ n & n & n & \ldots & n & n & n \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ -\mathrm{I} \\ -\mathrm{II} \\ \ldots \\ -(n-1) \end{matrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \ldots & n-2 & n-1 & n \\ 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 & 0 & 0 \\ \ldots \\ 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = (n \cdot 1) \cdot (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}} =$$

$$= \cancel{\ldots} \; n \cdot (-1)^{\frac{n(n-1)}{2}}$$