

Модульні контрольні роботи
студента I курсу
факультету комп'ютерних наук та кібербезпеки
групи ІПС-11
Дубини Андрія

III вар.

① Еліпс та його властивості:

Еліпс — множина точок, ^{площини} сума відстаней від яких до фокусів більша за відстань між фокусами.
Загальне рівняння $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Ексцентриситет $e = \frac{c}{a} < 1$

Директриси $x = \pm \frac{a}{e}$

Розкати руху еліпса утворює одиницю кута $\alpha = 0.3$ з горизонталлю

Рівняння дотичної $\frac{x_0 x}{a^2} + \frac{y_0 y}{b^2} = 1$

④ $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 18x + 226y + 209 = 0$

$A=9 \quad B=12 \quad C=16 \quad D=-9 \quad E=113 \quad F=209$

$\Delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} = AC - B^2 = 144 - 144 = 0$ — параболічного

півоборота $12ty^2 - 7t - 12 = 0$

$\tan t = \frac{4}{3}$

$\sin = \frac{4}{5} \quad \cos = \frac{3}{5}$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{5}x' - \frac{4}{5}y' \\ y = \frac{4}{5}x' + \frac{3}{5}y' \end{cases}$$

$$9\left(\frac{3}{5}x' - \frac{4}{5}y'\right)^2 + 24\left(\frac{3}{5}x' - \frac{4}{5}y'\right)\left(\frac{4}{5}x' + \frac{3}{5}y'\right) + 16\left(\frac{4}{5}x' + \frac{3}{5}y'\right)^2 - 18\left(\frac{3}{5}x' - \frac{4}{5}y'\right) + 226\left(\frac{4}{5}x' + \frac{3}{5}y'\right) + 209 = 0$$

$$x'^2 \left(\frac{9 \cdot 9 + 24 \cdot 12 + 16 \cdot 16}{25} \right) + y'^2 \left(\frac{9 \cdot 16 - 24 \cdot 12 + 16 \cdot 9}{25} \right) +$$

$$+ x' \left(\frac{-54 + 904}{5} \right) + y' \left(\frac{72 + 648}{5} \right) + 209 = 0$$

$$25x'^2 + 120x' + 150y' + 209 = 0$$

$$(5x' + 12)^2 + 150y' + 209 - 289 = 0$$

$$(5x' + 12)^2 + (150y' - 80) = 0$$

$$25(x' + 12)^2 + 150\left(y' - \frac{8}{15}\right) = 0$$

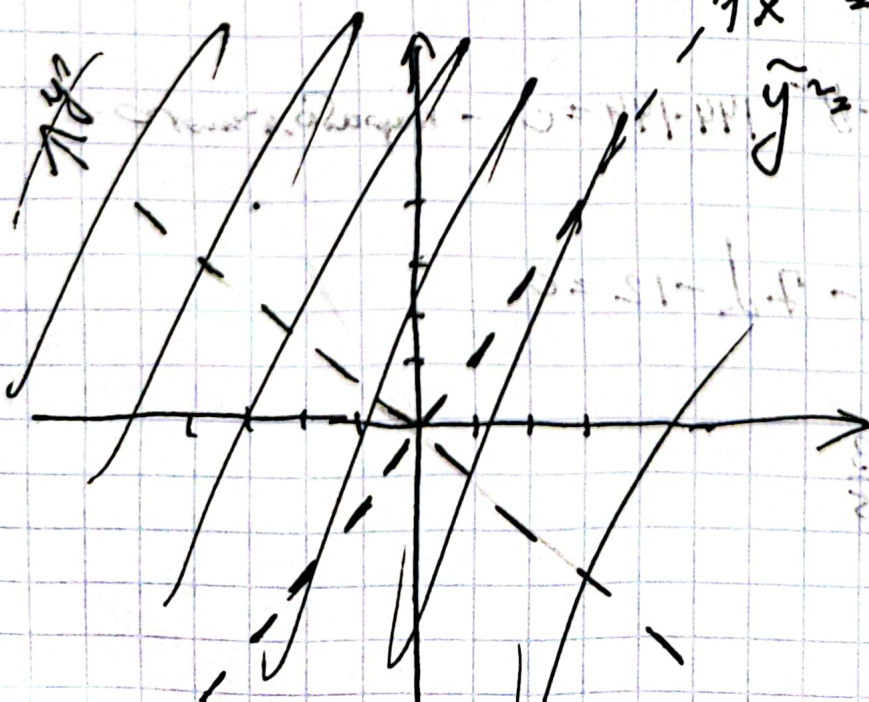
$$\begin{cases} x' = \tilde{x} - 12 \\ y' = \tilde{y} + \frac{8}{15} \end{cases}$$

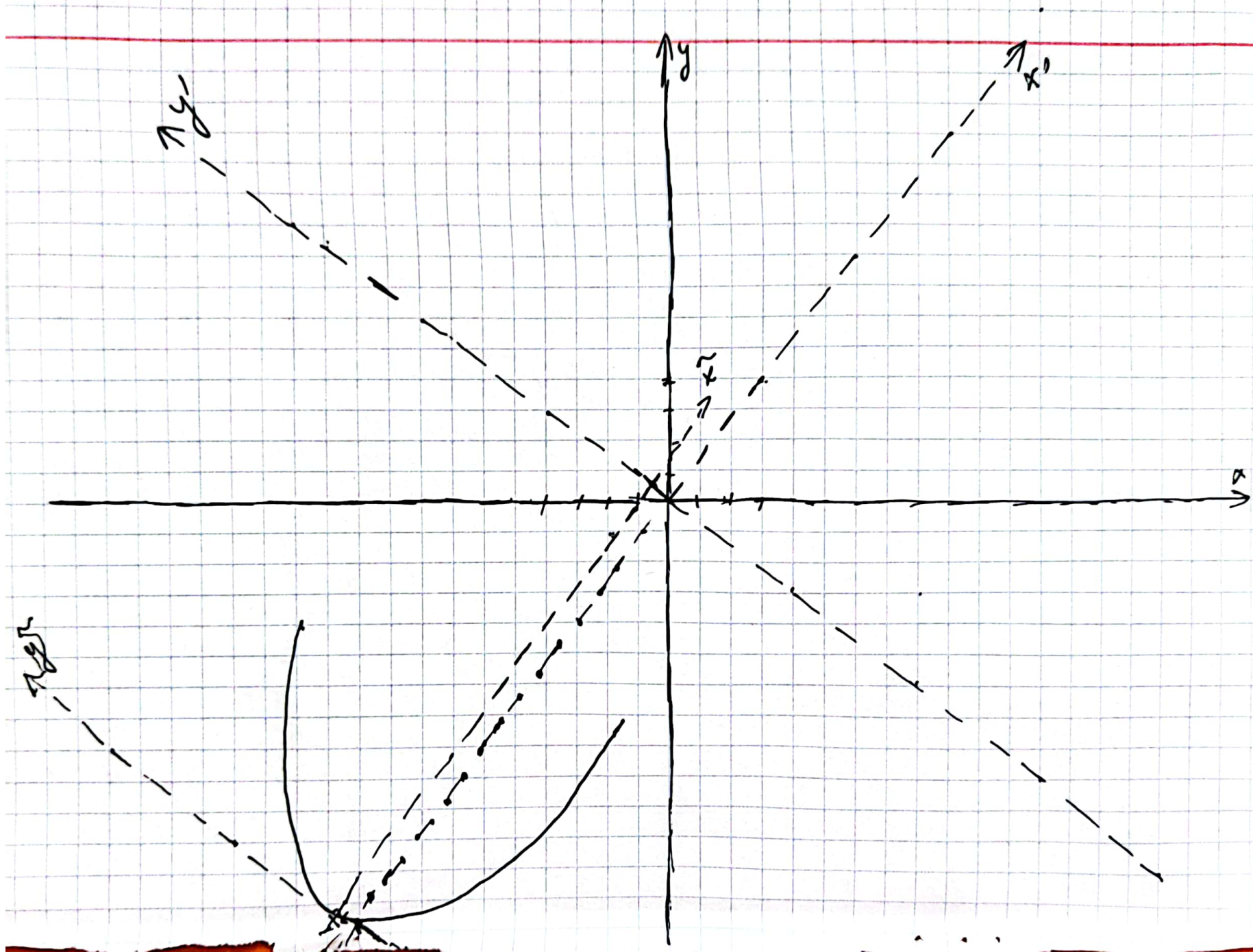
$$25\tilde{x}^2 + 150\tilde{y} = 0$$

$$\tilde{x}^2 + 6\tilde{y} = 0$$

$$\tilde{x}^2 = -6\tilde{y}$$

$$\tilde{y} = -\frac{1}{6}\tilde{x}^2$$





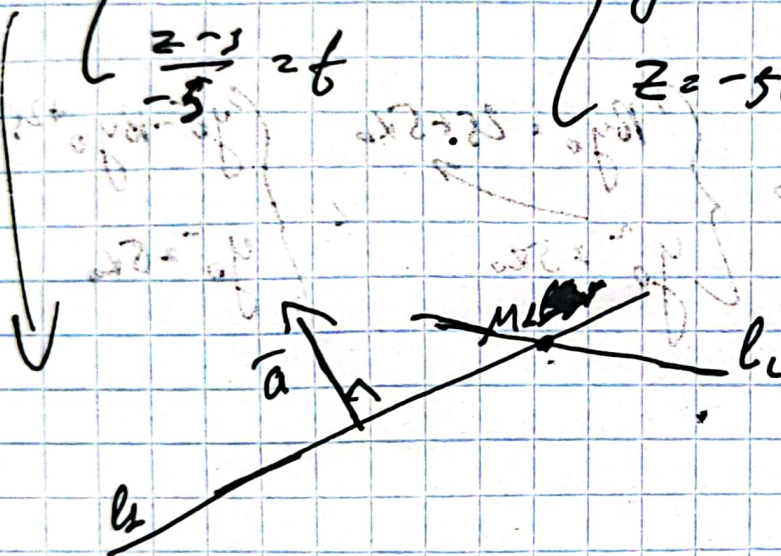
② $M(-1; 2; -3) \text{ и } (x_0, y_0, z_0)$

плоскость $\perp a = \{6; -2; -3\}$

параметрически $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{-5}$

$$l_1 \begin{cases} \frac{x+1}{3} = t \\ \frac{y+1}{2} = t \\ \frac{z-3}{-5} = t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3t - 1 \\ y = 2t - 1 \\ z = -5t + 3 \end{cases}$$



$$M_0(3t+1; 2t-1; -5t+3)$$

$$\overline{M_1 M_0} = \{3t+2; 2t-1; -5t+6\}$$

$$(\overline{M_1 M_0}, \vec{a}) = 0 \quad (\text{вектор } \perp)$$

$$18t + 12 - 4t + 6 + 15t - 18 = 0$$

$$29t = 0 \Rightarrow t = 0$$

$$M_0(1; -1; 3)$$

$$\overline{M_1 M_0} = \{2; -3; 6\} = \{m; n; p\}$$

$$\frac{x-x_0}{m} = \frac{y-y_0}{n} = \frac{z-z_0}{p}$$

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+3}{6}$$

③ $A(5; 9)$

$y^2 = 5x$ рівняння хорди, що з'єднує точку A з початком координат

$$y^2 = 5x \Rightarrow p = \frac{5}{2}$$

$$y y_0 = p(x + x_0)$$

$$y y_0 = \frac{5(5 + x_0)}{2}$$

$$\begin{cases} y y_0 = \frac{25 + 5x_0}{2} \\ y_0^2 = 5x_0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} B y_0 = 25 + 5x_0 \\ y_0^2 = 5x_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_0^2 - B y_0 + 25 = 0 \\ y_0^2 = 5x_0 \end{cases}$$

$$y_0^2 - B y_0 + 25 = 0$$

$$D = (-B)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 324 - 100 = 224$$

$$y_0 = \frac{B \pm \sqrt{224}}{2}, \quad g = \frac{454}{2} = g = 2514$$

$$M_1 \begin{cases} y_{01} = g + 2514 \\ x_{01} = \frac{1}{5} y_{01}^2 \end{cases}$$

$$M_2 \begin{cases} y_{02} = g - 2514 \\ x_{02} = \frac{1}{5} y_{02}^2 \end{cases}$$

$$M_1 M_2 = \frac{x - x_{01}}{x_{02} - x_{01}} = \frac{y - y_{01}}{y_{02} - y_{01}}$$

$$\frac{x - \frac{y_0}{5}}{\frac{y_0}{5} - \frac{y_0}{5}} = \frac{y - 9 - 2\sqrt{14}}{9 - 2\sqrt{14} - 9 - 2\sqrt{14}}$$

$$y_0 = \cancel{137 + 36\sqrt{14} + 18} \quad 81 + 36\sqrt{14} + 18 = 137 + 36\sqrt{14}$$

$$y_0 - y_0 = (y_0 - y_0)(y_0 + y_0) = (-4\sqrt{14}) \cdot 18$$

$$\frac{x - \frac{1}{5}(137 + 36\sqrt{14})}{-\frac{18\sqrt{14}}{5}} = \frac{y - 9 - 2\sqrt{14}}{-4\sqrt{14}}$$

$$\frac{x - \frac{137}{5} - \frac{36\sqrt{14}}{5}}{\frac{18}{5}} = y - 9 - 2\sqrt{14}$$

$$\text{Solving: } \frac{5x - 137 - 36\sqrt{14}}{18} = y - 9 - 2\sqrt{14} \quad | \times 18$$

$$5x - 137 - 36\sqrt{14} - 18y + 162 + 36\sqrt{14} = 0$$

$$5x - 137 - 18y + 162 = 0$$

$$\boxed{5x - 18y + 25 = 0}$$