1430 $\begin{pmatrix} 6 & -5 & -3 \\ 3 & -2 & -2 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

$$|A-\lambda E| = \begin{pmatrix} 6-\lambda & -5 & -3 \\ 3 & -2-\lambda & -2 \\ 2 & -2 & -\lambda \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 1-\lambda & -5 & -3 \\ 1-\lambda & -2-\lambda & -2 \\ 0 & -2 & -\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1-\lambda & -5 & -3 \\ 0 & 3-\lambda & 1 \\ 0 & -2 & -\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda) \begin{vmatrix} 3-\lambda & 1 \\ -2 & -\lambda \end{vmatrix} =$$

$$= (1-\lambda)\left((3-\lambda)\cdot(-\lambda) + 2\right) - 1\cdot(-2) = (1-\lambda)(\lambda-1)(\lambda-2) =$$

$$= (\lambda-1)(\lambda+1)(\lambda-2) = 0 \qquad \lambda - \lambda^2 - 1 + \lambda$$

$\lambda_2 = 1$

$\lambda_1 = -1$

$\lambda_3 = 2$

$\lambda_1 =$

$$A - \lambda_1 E = A - E \begin{pmatrix} 5 & -5 & -3 \\ 3 & -3 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix} - III \quad \begin{pmatrix} 5 & -5 & -3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} -5II \\ \\ -2II \end{matrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad x_2 - b_1 \quad x_1 - b_1.$$

$c_1 = (-1, 1, 0)$

λ_2

$$A - \lambda_2 E = A + E \begin{pmatrix} 7 & -5 & -3 \\ 3 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} -2II \\ -III \\ \end{matrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} -II \\ \\ -2II \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -4 & 2 \\ 0 & -4 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix} \quad x_1, x_3 - b.u.$$

c_2

λ_3

$A - \lambda_1 E = A - 2E = \begin{pmatrix} 4 & -5 & -3 \\ 3 & -4 & -2 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix} \sim$

$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ \cancel{0} & \cancel{2} & \cancel{-2} \end{pmatrix}$

x_2 - б.н.

$C_3(2, -1, 1)$

1481 $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

$A - \lambda E = \begin{pmatrix} 1-\lambda & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-\lambda & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1-\lambda & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1-\lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - \lambda^3 - 12\lambda^2 + 28\lambda - 16 =$

$= -4(\lambda-1)^2 \cdot (\lambda+2)$

$\lambda_1 = 1$ (кр. 3)

$\lambda_2 = -2$ (кр. 1)

$\lambda_1 = 1$

$A - \lambda_1 E = A - E = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

x_1	x_2	x_3	x_4
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	0	1

$e_1 = (1, 1, 0, 0)$

$e_2 = (1, 0, 1, 0)$

$e_3 = (1, 0, 0, 1)$

$\lambda_2 = -2$

$A - \lambda_2 E = A + 2E = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & -8 \\ 1 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $e_4 = (1, -1, -1, -1)$

1483
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A-\lambda = \begin{pmatrix} -\lambda & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\lambda & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -\lambda & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -\lambda \end{pmatrix} = \lambda^4 - 2\lambda^2 + 1 = (\lambda^2-1)^2$$

$\lambda = 1$

$$A - \lambda E = A - E = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{-1} & \cancel{0} \\ \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$c_1 = (1, 0, 0, 1)$
$c_2 = (0, 1, 1, 0)$
$c_3 = (0, -1, 1, 0)$
$c_4 = (-1, 0, 0, 1)$

1500 L – інваріантний підпростір лін. перетворення φ, а V – векторний простір, на якому діє φ.

$\varphi(av + bw) = \varphi(a\varphi(u) + b\varphi(t)) = \varphi(a\varphi(u) + b f(t)) =$
$= a\varphi(u) + b\varphi(t) \in \varphi L$.

Тому $\varphi(L)$ замкнуто відносно додавання та ск. множення $\varphi(\varphi(L)) \subseteq \varphi(L)$. Нехай довільний $\in \varphi(\varphi(L))$. Тоді існує вектор y в L, що $\varphi(y) = y$ оскільки L – інваріантний відносно φ. Оскільки $y \in L$, маємо $\varphi(y) \in \varphi(L) \Rightarrow y \in \varphi(L)$.
Отже, $\varphi(L)$ є інваріантним