Дубина Ангеліна

Варіант 6.

$$f(x) = \frac{4x}{4+x^2}$$

1) $D(f) = (-\infty; +\infty)$

$E(f) = [-1; 1]$

2) Парність

$$f(-x) = \frac{4(-x)}{4+(-x)^2} = -\frac{4x}{4+x^2}.$$ Функція непарна, неперіодична

3) Перетин з OY

$$f(0) = \frac{0}{4} = 0.$$ при $x=0$ $y=0$

Перетин з OX

$$f(x) = \frac{4x}{4+x^2} = 0$$

$x=0$. Графік перетинається з OY та OX в $x=0$.

4) Асимптоти

Вертикальних немає

Горизонтальні:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{4x}{4+x^2} = 4\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x^2+4} = 4\lim \frac{o(x^2)}{x^2+4} = 4\cdot 0 = 0$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{4x}{4+x^2} = 4\lim_{x\to\infty}\frac{x}{x^2+4} = 4\lim\frac{o(x^2)}{x^2+4} = 4\cdot 0 = 0.$$

$$\lim_{x\to\infty} = \lim_{x\to-\infty} = 0. \quad - \text{асимптота}$$

5) Проміжки монотонності, екстремум

$$\left(\frac{4x}{4+x^2}\right)' = \frac{4(4+x^2) - (4x)(2x)}{(4+x^2)^2} = \frac{16+4x^2 - 8x^2}{(4+x^2)^2} = \frac{16 - 4x^2}{(4+x^2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 16-4x^2 = 0 \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = 2 \\ x_2 = -2 \end{array} \Big\} \text{точки екстремуму}$$

$f'(x) < 0$ при $x\in(-\infty, -2)$ $\cup(2, +\infty) \Rightarrow$ зростає

$f'(x) > 0$ при $x\in(-2; 2) \Rightarrow$ спадає

6) Точки перегину, інтервали опуклості

$$f''(x) = \frac{4x(16-4x^2)}{(4+x^2)^3} - \frac{8x}{(4+x^2)^2} = \frac{8x(x^2-12)}{(4+x^2)^3}$$

$f''(x) = 0$

$8x(x^2-12) = 0$

$8(x-12)(x+12) = 0$

$8x(x-2\sqrt{3})(x+2\sqrt{3}) = 0$

$x_1 = 0 \qquad x_2 = 2\sqrt{3} \quad x_3 = -2\sqrt{3}$

при $x \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (0; 2\sqrt{3})$ функція опукла

при $x \in (-2\sqrt{3}; 0) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$ функція угнута

7) Графік