простір ізоморфні простори ототожнюються

~~Лінійна вектор в просторі~~

Домашня робота №1.

1826. а) $\sin x, \cos x$;

Лінійна незалежність

$\alpha \sin x + \beta \cos x = 0 \quad \Big| \frac{d}{dx}$

$\alpha \cos x - \beta \sin x = 0 \quad \Big| \beta$

$-\alpha \sin x - \beta \cos x = 0 \quad \Big| \alpha \; +$

$\alpha^2 \sin x + \beta^2 \sin x = 0$

$(\alpha^2 + \beta^2) \sin x = \theta(x) \qquad \forall x \in \mathbb{R}$

$\Downarrow$

$\alpha^2 + \beta^2 = 0$

$\alpha = 0 \quad \beta = 0$

1828 б) $\sin x, \cos x, \sin^2 x, \cos^2 x, \ldots, \sin^n x, \cos^n x$ при $n \geq 4$

$\sin^4 x = \frac{1 - \cos^2 2x}{2} \qquad \cos^4 x = \frac{1 + \cos^2 2x}{2}$

$\underbrace{\sin^4 x + \cos^4 x}_{1} - \sin^2 x - \cos^2 x = 0$. – лінійно залежна підсистема

Ви системи лінійно залежна

(1279) $e_1 = (1, 2, -1, -2)$
$e_2 = (2, 3, 0, -1)$
$e_3 = (1, 2, 1, 4)$
$e_4 = (1, 3, -1, 0)$
$x = (7, 14, -1, 2)$

$$T = (e_1|e_2|e_3|e_4)^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ -2I \\ +I \\ +2I \end{matrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ +2II \\ +3II \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ -3III \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$\Rightarrow Rank(e_1, e_2, e_3, e_4) = 4 \Rightarrow$ лінійно незалеж. $\Rightarrow$ утвор. базис

$(e_1\ e_2\ e_3\ e_4 | x)$ $\qquad x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_3 e_3 + x_4 e_4 = x$

$$\left(\begin{matrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 4 & 0 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 7 \\ 14 \\ -1 \\ 2 \end{matrix}\right) \sim \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 2 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 7 \\ 0 \\ 6 \\ 16 \end{matrix}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 6 & 5 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 7 \\ 0 \\ 6 \\ 16 \end{matrix}\right) \sim \left(\begin{matrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{matrix}\middle|\begin{matrix} 7 \\ 0 \\ 6 \\ 34 \end{matrix}\right)$$

$X = (7, 0, 6, 34)$

1281

$e_1 = (1,1,1,1)$ $\qquad e_1' = (1,0,3,3)$

$e_2 = (1,2,1,1)$ $\qquad e_2' = (-2,-3,-5,-4)$

$e_3 = (1,1,2,1)$ $\qquad e_3' = (2,2,5,4)$

$e_4 = (1,3,2,3)$ $\qquad e_4' = (-2,-3,-4,-4)$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & 2 & -3 \\ 3 & -5 & 5 & -4 \\ 3 & -4 & 4 & -4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -3\mathrm{I} \\ -3\mathrm{I} \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow e_1', e_2', e_3', e_4' \text{ — базис}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 & 0 & -3 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & -5 & 5 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & 3 & 3 & -4 & 4 & -4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & -3 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & -2 & 2 & -2 \end{array}\right) \begin{matrix} \\ \\ \\ :2 \end{matrix}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -3 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -2 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \\ x_4' \end{pmatrix}.$$

$x_1 = 2x_1' + x_3' - x_4'$

$x_2 = -3x_1' + x_2 - 2x_3' + 2x_4'$

$x_3 = x_1' - 2x_2 + 2x_3' - x_4'$

$x_4 = x_2' - x_1' + x_3' - x_4'$