

~~Інженерно-технічна~~ Екзаменувальна робота

з предмету „Алгебра та геометрія”

студента І курсу

групи 1ПС-11

Раніше та комп'ютерні та кібернетичні

Київського національного університету

ім. Тараса Шевченка

Федір Ангел Володимирович

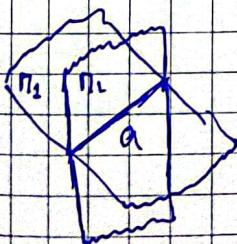
білет № 11

13.12.2022

1) В'язка плосчин

В'язка плосчин - плоскість, що проходить через одну пряму.

Наприклад, 2 плоскості Π_1, Π_2 з



Вони загальні рівняння $a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0$ та

$a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$

Тоді $\vec{n}_1 = \{a_1, b_1, c_1\}$, $\vec{n}_2 = \{a_2, b_2, c_2\}$, $\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$.

$\exists \alpha, \beta : \alpha \neq 0, \beta \neq 0, \alpha^2 + \beta^2 \neq 0$.

Тоді можемо скласти рівняння

$$\alpha(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) + \beta(a_2x + b_2y + c_2z + d_2) = 0$$

Це рівняння називається рівнянням "б'язки плосчин", якщо

припустити, що α, β з коекспресіями при набігах $\neq 0$.

~~Можна~~ ~~Можна~~ ~~Можна~~

$\forall \Pi_m$, що проходить через $\alpha, \exists \alpha, \beta : \Pi_m$ симбіотична з Π_h

② Система гравитации Штурма. Их также называют системой Штурма

$$f(x) - \text{многочлен}, \quad \text{MCD}(f(x), f'(x)) = 1.$$

Система гравитации Штурма — упорядоченная система гравиций многочленов $f_0(x), f_1(x) \dots f_s(x)$.

Условия:

1) $f_0(x) = f(x)$

2) Остальные многочлены не мат гравиции нулю

3) Каждый член системы многочленов не мат общих корней

4) При $x=2$ — гравиции нулю ~~$f_i(2)$~~ ($0 \leq i \leq s$), то

$f_{i-1}(2) \neq f_{i+1}(2)$ — различны знаки

Приближение систем гравитации Штурма

Две залоговые MCD наименших степ. алгоритм Евклида не

помогут избавить заменой Сепаро с помощью залогов

1) $f_0(x) = f(x) \quad f_1(x) = f'(x)$

$$f_0(x) = g_1(x) + r_1(x)$$

$$f_1(x) = d - r_1(x)$$

$$f_0(x) = g_2(x) + r_2(x) - f_2(x)$$

2) $f_2(x) = g_2(x) \quad f_3(x) = r_2(x)$

$$f_3(x) = -r_2(x)$$

$$f_3(x) = g_3(x) + r_3(x) - f_3(x)$$

3) $f_3(x) = f_3(x)g_3(x) + r_3(x)$

$$f_3(x) = f_3(x)g_3(x) - f_4(x)$$

4) $f_4(x) = g_4(x) + r_4(x)$

$$f_4(x) = g_4(x)f_4(x) - f_5(x)$$

$$5) f_4(x) = g_5(x) f_5(x) + r_5(x)$$

$$\text{Прич. } r_5(x) \neq \text{const} \Rightarrow f_4(x) = -r_5(x)$$

$$f_4(x) = g_5(x) f_5(x) - f_6(x).$$

Гайдыра иншем жынысін шығарып.

③ Мисалынан жоғында $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$ беріліб: $\bar{a} = \{5; 2; -1\}$,
 $\bar{b} = \{4; 4; -3\}$; $\bar{c} = \{4; 5; -4\}$

$$(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}) = \begin{vmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 4 & 4 & -3 \\ 4 & 5 & -4 \end{vmatrix} = 5 \cdot 4 \cdot (-4) + 2 \cdot (-3) \cdot 4 + (-1) \cdot 4 \cdot 5 - (-1) \cdot 4 \cdot 4 - 2 \cdot 4 \cdot (-4) - 5 \cdot (-3) \cdot 5 = -80 - 24 - 20 + 16 + 32 + 75 = -1$$

④ Оңа ғалст матрицин және оның ортасынан

$$A = \left(\begin{array}{cccc|ccc} 3 & 3 & -4 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow[2]{\begin{array}{l} R_1 \leftarrow R_1 - R_2 \\ R_3 \leftarrow R_3 - R_2 \\ R_4 \leftarrow R_4 - R_2 \end{array}} \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 1 & -4 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{array}{l} R_1 \leftarrow R_1 / 6 \\ R_2 \leftarrow R_2 / 6 \end{array}} \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 1 & -4 & -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{array}{l} R_1 \leftarrow R_1 - R_2 \\ R_3 \leftarrow R_3 - R_2 \\ R_4 \leftarrow R_4 - R_2 \end{array}} \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & -\frac{23}{6} & -\frac{17}{6} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{\begin{array}{l} R_1 \leftarrow R_1 - 4R_2 \\ R_3 \leftarrow R_3 - 4R_2 \\ R_4 \leftarrow R_4 - 3R_2 \end{array}} \left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & -\frac{23}{6} & -\frac{17}{6} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \times \left(\begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 - R_2}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 1 & -\frac{4}{3} & -1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{26}{3} & 6 & -\frac{5}{3} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{19}{3} & 4 & -\frac{2}{3} & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{-R_3 + R_4}$$

$$\xrightarrow{R_2 \rightarrow R_2 - R_1}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 1 & -\frac{4}{3} & -1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{53}{6} & \frac{32}{3} & -\frac{5}{3} & \frac{1}{6} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{11}{2} & \frac{23}{6} & -\frac{2}{3} & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \times \frac{6}{53}$$

$$\xrightarrow{R_3 \rightarrow R_3 - R_1}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 1 & -\frac{4}{3} & -1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{32}{53} & -\frac{10}{53} & \frac{1}{53} & \frac{6}{53} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{11}{2} & \frac{23}{6} & -\frac{2}{3} & 0 & 1 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{+(-\frac{11}{2}III)}$$

$$\xrightarrow{R_4 \rightarrow R_4 - \frac{1}{159}R_3}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 1 & -\frac{4}{3} & -1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{32}{53} & -\frac{10}{53} & \frac{1}{53} & \frac{6}{53} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{159} & \frac{59}{159} & \frac{41}{159} & -\frac{53}{159} & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{(-159)}$$

$$\xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 - R_2}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 1 & -\frac{4}{3} & -1 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{32}{53} & -\frac{10}{53} & \frac{1}{53} & \frac{6}{53} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{59}{159} & \frac{43}{159} & \frac{99}{159} & -\frac{159}{159} \end{array} \right) \xrightarrow{+IV}$$

$$\xrightarrow{*(-\frac{1}{6})IV}$$

$$\xrightarrow{*\frac{32}{53}III}$$

$$\xrightarrow{R_1 \rightarrow R_1 - R_2}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 1 & -\frac{4}{3} & 0 & -\frac{146}{5} & 43 & 99 & -159 \\ 0 & 1 & \frac{1}{6} & 0 & \frac{59}{6} & -7 & -\frac{32}{3} & \frac{13}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 41 & -30 & -69 & 111 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{59}{159} & \frac{43}{159} & \frac{99}{159} & -\frac{159}{159} \end{array} \right) \xrightarrow{*(\frac{4}{3})III}$$

$$\xrightarrow{*(-\frac{1}{6})III}$$

$$\xrightarrow{det}$$

$$= \left(\begin{array}{cccc|ccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -7 & 3 & 2 & -11 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & -2 & -5 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 41 & -30 & -69 & 111 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -59 & 43 & 99 & -159 \end{array} \right) \xrightarrow{-II}$$

$$\xrightarrow{2} \left(\begin{array}{cccc|ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 5 & 12 & -19 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & -2 & -5 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 41 & -30 & -69 & 111 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -59 & 43 & 99 & -159 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \left(\begin{array}{cccc} -7 & 5 & 12 & -19 \\ 3 & -2 & -5 & 8 \\ 41 & -30 & -69 & 111 \\ -59 & 43 & 99 & -159 \end{array} \right)$$

При записки уисі езакемейткінің рөзғар 3056 б'елгес
даттың барынан правель алғадан чындық дәрбешенесе.