ЛО/3

1453. $\begin{pmatrix} 15 & -11 & 5 \\ 20 & -15 & 8 \\ 8 & -7 & 6 \end{pmatrix}$

а) $v_1 = 2e_1 + e_2 + e_3$

$v_2 = e_1 + 2e_2 + e_3$

$v_3 = -e_1 + e_2 + 2e_3$

$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$

$\varphi_1 = \begin{vmatrix} -17 & 6 & -17 \\ 22 & -23 & 29 \\ -5 & 2 & -5 \end{vmatrix}$

1456 Припустимо, φ - лінійне перетворення від векторного простору V до самого себе. Якщо φ зводить усі вектори в V до множення того самого скаляра a, то φ - скалярне множ.

Нехай x - ненульов. вектор у V, а β - скаляр, що $\varphi(x) = \beta x$, $\beta = a$

$\varphi(x) = \varphi(x_1 v_1 + x_2 v_2 + \ldots + x_n v_n)$

$x_1 \varphi(v_1) + x_2 \varphi(v_2) + \ldots + x_n \varphi(v_n)$ - лінійність φ

$x_1 a v_1 + x_2 a v_2 + \ldots x_n a v_n$ - припущення

$a(x_1 v_1 + x_2 v_2 + \ldots + x_n v_n) = ax$

Тому будь яке лінійне перетворення φ, яке зводить усі вектори у векторному просторі до множення того самого скаляра, має бути скалярним множенням

1458 Щоб довести, що набір лін. перетвор. n-вимірного простору утвор. лін. простір відносно додавання та скаляр. добутку треба показати:

1) ~~[illegible]~~ замкнення щодо скалярного множення: якщо T є лінійн. перетворенням n-вимірного простору, n є скаляром, то cT також є лінійним перетворенням n-вимірного простору

2) Комутативність: $T_1 + T_2 = T_2 + T_1$ для $\forall T$ n-вимірного простору

3) Асоціативність: $(cd)T = c(dT)$ для $\forall T$ n-вимірного простору

~~4)~~ Розмірність цього вект. простору $= n^2$.

1439

а) 1. Замкнення по додаванню: y_1 і y_2 - два вектори в образі φ. Тоді $\exists$ вектори v_1 і v_2 такі що $\varphi(v_1) = y_1$ і $\varphi(x_2) = y_2$

2. Замкнення щодо множення: нехай y - вектор в образі φ, а c - скаляр. Тоді в L існує вектор x такий, що $\varphi(x) = y$

3. Містить Θ: зобр. φ завжди містить Θ, т.я. $\varphi(\theta) = 0$.

Тому φL є підпростором R_n.

б) 1. замик. щодо ~~[illegible]~~ скаляр. множ.: нехай x - вектор у $\varphi^{-1} L$, а c - скаляр. Тоді $\varphi(x)$ знаходиться в L.

2. Містить Θ: прообраз $\varphi^{-1} L$ завжди містить Θ, оск. $\varphi^{-1}(\theta) = 0$

Тому $\varphi^{-1} L$ є підпрост. R_n.