

МКР

3 теорії алгоритмів та мат. логіки
студентка ІІС-21

Рубанюк Анастасія

Задачі 10

① Алгоритм обчислює різницю між максимальним та
мінімальним елементом

Інваріант чекує: на початку встановлена ініціалізація
 $\maxval > \text{більші інших елементів}$, а $\minval < \text{більші інших}$
елементів

Ініціалізація: на початку масив має $A[0], \dots, A[n]$; і
є максимальний та мінімальний елементи масиву
(до ~~задовільні~~ присвоєння першої перевірки). Твердження
є справедливим

Збереження: після кожного ітерації \maxval та \minval зберігаються
та максимальне значення порівнюється з поточним $A[i]$.

Якщо $\maxval < A[i]$, то $\maxval > A[i]$, та
безпідставне більшість присвоєння та інваріант зберігається.
В іншому випадку значення \maxval та \minval поміняються
без змін, і інваріант все одно зберігається.

Завершення. ~~Можливо~~ Алгоритм завершує роботу після ініціалізації,
тоді при проходженнях всього масиву. Так як порівняння
з \maxval та \minval , а також присвоєння більшість
які виконуються ітерації, то в кінці може $\maxval > \text{більші}$
інших елементів і $\minval < \text{більші інших елементів}$. Алгоритм
зупиняється коректно

Основна операція - порівняння, виконується $2(n-1)$ разів.

Клас ефективності - лінійний $O(n)$

$$\textcircled{2} \quad T(n) = 3T(n-1), \quad n \geq 1, \quad T(1) = 4$$

$$T(n-1) = 3(3T(n-2)), \quad T(n) = 3^2 T(n-2)$$

$$T(n-2) = 3(3(3T(n-3))), \quad T(n) = 3^3 T(n-3)$$

$$T(n) = 3^k T(n-k)$$

$$k = n-1:$$

$$T(n) = 3^{n-1} (T(n-(n-1))) = 3^{n-1} (T(1)) = 3^{n-1} \cdot 4 = \\ = 12 \cdot 3^{(n-2)}$$

$$\textcircled{3} \quad T(n) = 4T(n/2) + \sqrt{n}$$

$$a = 4 \quad b = 2 \quad f(n) = \sqrt{n}$$

$$n^{\log_b a} = n^2 = \Theta(n^2)$$

$$f(n) = O(n^{\log_b a - \varepsilon}), \quad \text{je } \varepsilon = 1,5$$

Максимум бинарного I

$$T(n) = \Theta(n^2)$$

АЛГОРИТМИ ТА СКЛАДНІСТЬ 23/24. СЕМЕСТР І. Модуль 1. Задачі 10

1. Розгляньте алгоритм

АЛГОРИТМ *SomeTask* ($A[0..n - 1]$)

```
1 // Вхідні дані: масив з  $n$  дійсних чисел  $A[0..n - 1]$ 
2  $minval \leq A[0]$ 
3  $maxval \leq A[0]$ 
4 for  $i \leq 1$  to  $n - 1$  do
5   if  $A[i] < minval$ 
6     then  $minval \leq A[i]$ 
7   if  $A[i] > maxval$ 
8     then  $maxval \leq A[i]$ 
9 return  $maxval - minval$ 
```

Що може обчислювати алгоритм? Визначте інваріант циклу і за його допомогою покажіть коректність алгоритму. Якою є основна операція алгоритму та скільки разів вона виконується в процесі його виконання? До якого класу ефективності належить цей алгоритм?

2. Способом зворотних підстановок знайдіть розв'язок і вкажіть асимптотичну оцінку рекурентного співвідношення

$$T(n) = 3T(n - 1) \text{ при } n > 1, \quad T(1) = 4.$$

(Обов'язково всі дії розписати.)

3. За допомогою основної теореми знайдіть точні асимптотичні оцінки рекурентного співвідношення

$$T(n) = 4T(n/2) + \sqrt{n}.$$