

## 第二章 线性规划 & 单纯形法-引入

### **Linear Programming (LP)** **& Simplex Method (SM)**

方奇志 OUC-MATH

什么是 **线性规划**?

## 例1.线性规划例-生产计划

某工厂在计划期内要安排生产I,II两种产品，已知生产单位产品所需的设备台时和原料A、B的消耗量如下表。

该工厂每生产一件产品I可获利2元，每生产一件产品II可获利3元，问应如何安排生产计划能使该厂获利最多？

	I	II	
设备	1	2	8台时
原材料A	4	0	16 kg
原材料B	0	4	12 kg
利润	2	3	

该问题用线性规划模型来描述：

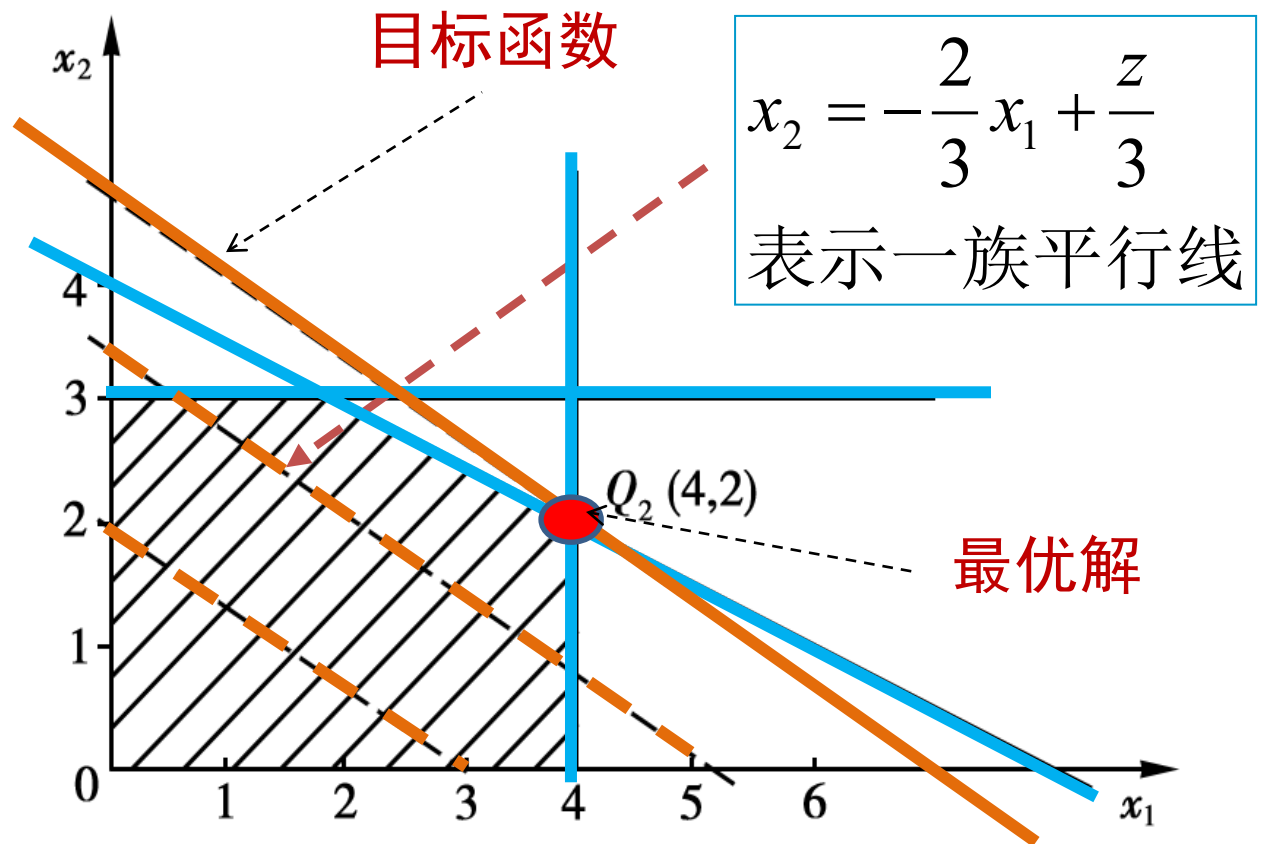
设产品I,II产量分别为 $x_1$ ,  $x_2$ ,

利润用 $z$ 表示：

	I	II	
设备	1	2	8台时
原材料A	4	0	16 kg
原材料B	0	4	12 kg
利润	2	3	

$$\max z = 2x_1 + 3x_2$$

$$s.t. \begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 4x_1 \leq 16 \\ 4x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$



# 例2.线性规划例-食谱问题

我们人体每天需要一定量的两种维生素， $V_c$  和  $V_b$ 。这些维生素可以分别从牛奶和鸡蛋中得到。

	牛奶	蛋	日需求量
VC	2	4	40
VB	3	2	50
单价	3	2.5	

维生素	奶(g)中含	蛋(g)中含	每日需求
$V_c$ (mg)	2	4	40
$V_b$ (mg)	3	2	50
单价 (US\$)	3	2.5	

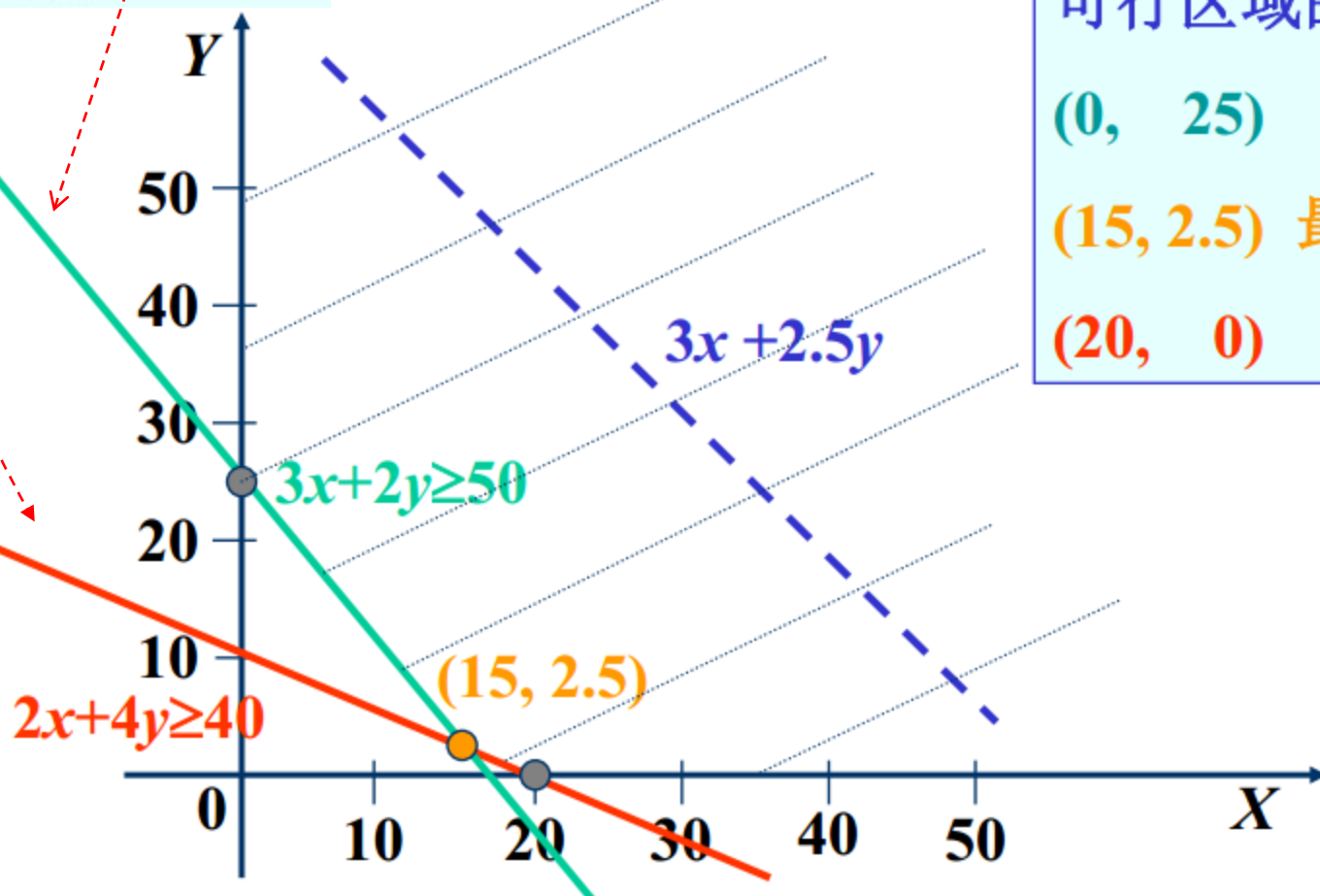
需要确定每天喝奶的量  $x$  和吃蛋的量  $y$ 。目标是以最低可能的花费购买这些食物，而满足最低限度的维生素需求量。

	牛奶 $x$	蛋 $y$	日需求 量
VC	2	4	40
VB	3	2	50
单价	3	2.5	

食谱问题可用  
线性规划描述:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Min} & 3x + 2.5y \\
 \text{s.t.} & \left\{ \begin{array}{l} 2x + 4y \geq 40 \\ 3x + 2y \geq 50 \\ x, y \geq 0. \end{array} \right.
 \end{array}$$

$$x, y \geq 0.$$

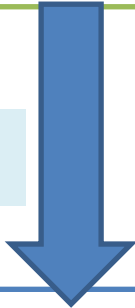


**(20, 0)**

运筹学工作者参与建立关于何时出现最大利润（或者最小费用）的计划，或者安排，早期被称为 **Programs**.

求最优计划或安排的问题，称作 **Programming** 问题.

**如果：**用数学语言描述由如下特点

- 
1. 决策变量（多个）
  2. 约束条件：决策变量的线性不等式（或等式）
  3. 目标函数：决策变量的线性函数
- 称作线性规划（**Linear Programming**）

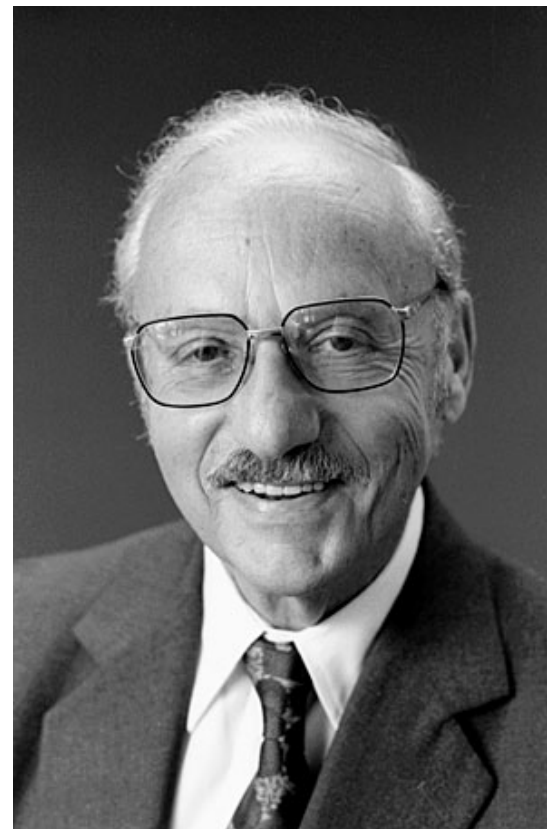


更复杂的线性规划 **如何求解？**

# 线性规划 —— 求解? —— 里程碑!

George Bernard Dantzig (丹齐格)  
(1914-2005)

1947年在美国五角大楼工作，Dantzig 常常被空军要求去解实际的计划问题：分配空军的人力、经费、飞机和其他资源。他给这些问题建立了线性规划模型 (Linear Programming)，并提出了著名的：



**单纯形法 (Simplex Method)**

**Dantzig (丹齐格) 其人?**

- 丹齐格—1946年获柏克莱的博士学位。
- 二战中断学业— 美国空军总部统计控制的战斗分析处主任，处理供应链的补给和管理人员和物资。
- 1952—兰德公司任研究数学家，实行线性规划。
- 1960—在母校教授计算机科学，运筹学中心主任。

1966—Stanford大学任职

● 其他杰出工作：推进很多领域的发展：分解论、灵敏度分析、互补主元法、大系统最优化、非线性规划和不确定规划。*SIAM Journal on Optimization*1991年创刊号是献给他的。

● 数学规划学会设立丹齐格奖，1982年起每三年颁给一至两位在数学规划有突出贡献的人。

# Dantzig (丹齐格) 其人?

**Von Neumann Theory Prize**  
in Operational Research in 1975;

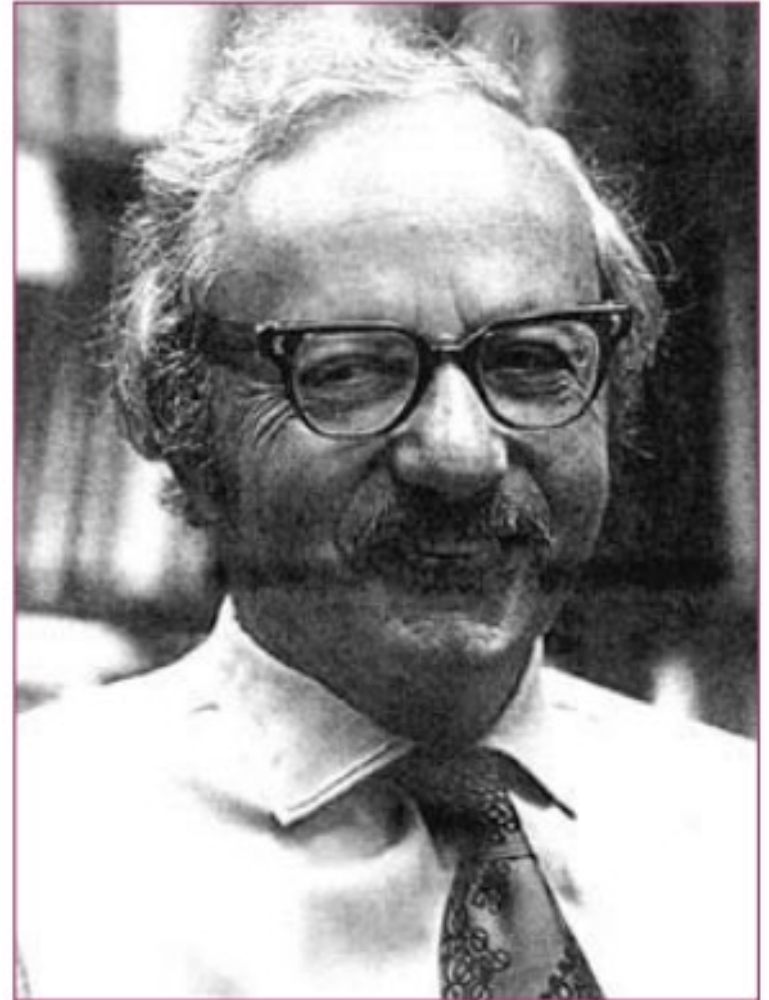
**The National Medal of Science**  
of USA in 1976;

**National Academy of Sciences Award**  
of USA in 1977;

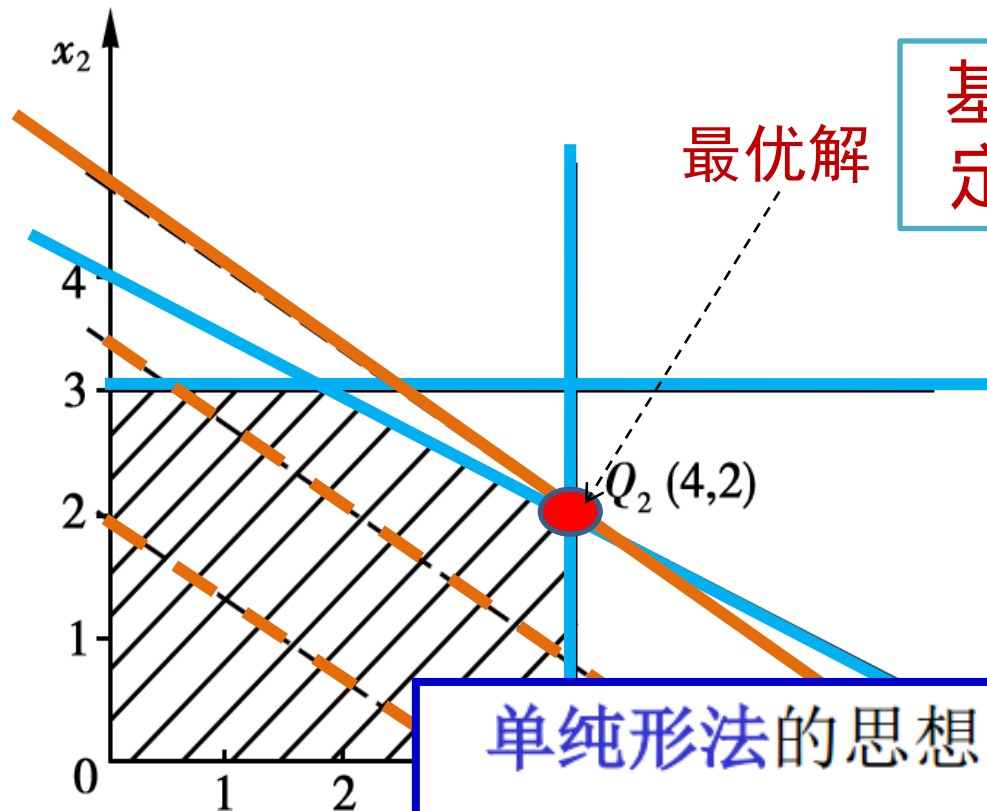
**Harvey Prize**  
in Science and Technology in 1985;

**Silver Medal**  
from the OR Society of Britain in 1986;

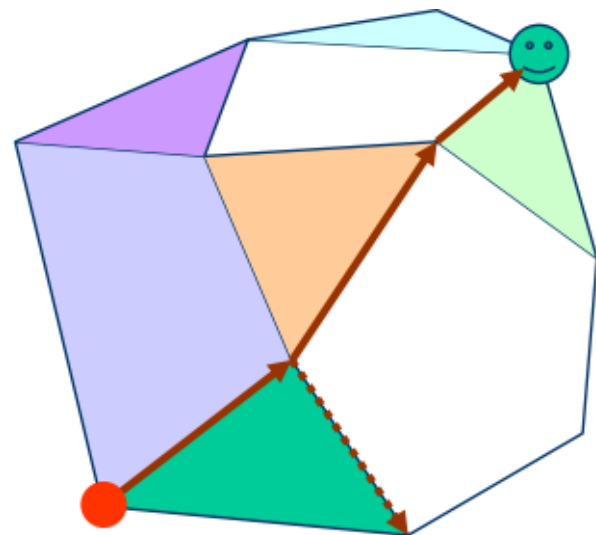
**Special Recognition Award**  
from Math Programming Society in 1994.



**单纯形法** 是个什么样的算法？



基本认识：LP最优解一定可以在极点上达到！



### 单纯形法的思想

- 第一步：找到一个可行解（极点）；
- 第二步：计算该点的判据函数；
- 第三步：若无法改进，退出；
- 第四步：否则选择一条棱，找到另一可行解（极点）；回到第二步。

迭代算法

# 什么是算法?

例如：线性规划问题的一个算法（记为  $\mathcal{A}$ ）：

$\mathcal{A}$  要满足（对于给定问题，经过运算得到结果）：

- 1) 对线性规划的所有实例都适用；
- 2) 对所有实例都能 给出最优解（或说明最优解不存在、或说明可行解不存在）；
- 3) 给出最终答案所需的 时间是可接受的!



# 算法的意义？

2016年，韩国棋手李世石(右)  
与人工智能AlphaGo  
对决中落下第一子



“我真的很吃惊自己输掉了，说不出话来。”李世石无法想象，为何

【速报】AlphaGo 称王！柯洁输掉三番棋最后一场

原创：李康 雷锋网 2017-05-27

还记得那位“围棋大师” AlphaGo吗？这次它输得非常彻底

2017-10-20 7:32:26 来源：威锋网 作者：玩极Carl 麦编：守一 评论：140

“零号机”的又一次胜利！

在今天凌晨才刚刚出版的《AlphaGo》，因为它是史上第一的里程碑。而在这之后，他们

那么这个新版本的AlphaGo 3000万盘比赛作为训练数据

AlphaGo Zero就以100：0的比分完胜对阵李世石的那版AlphaGo。此时它对阵AlphaGo Master的成绩为压倒性的89：11，Master则是上面提到打败柯洁的版本。在之后，它最终以100战全胜的成绩全面超越了AlphaGo Master。

阿尔法围棋（围棋机器人）\_百度百科

<https://baike.baidu.com/item/阿尔法围棋>

深度学习

阿尔法围棋（AlphaGo）是一款围棋人工智能程序。其主要工作原理是“深度学习”。“深度学习”是指多层的人工神经网络和训练它的方法。一层神经网络会把大量矩阵数字作为输入，通...

2017年10月

2017年5月

# ChatGPT，算法领域的“大力出奇迹”

记者 | 吴洋洋

编辑 | 陈 锐

如果技术发展的历史有大小年之分，2022年应该算是人工智能（Artificial AI）历史上的一个“中”型年份——它比不上2012年，那一年，工程师们层神经网络，“深度学习”的概念就此诞生；也比不上2016年，那一年的围棋选手李世石被一个叫AlphaGo的AI打败。



但2022年的人工智能领域绝

4月，一个叫DALL-E 2的模型  
末，一个叫ChatGPT的模型  
天气预报。两个模型都由一家





机器的胜利=算法的胜利

## 第二章内容（知识点逻辑）

