

Kumpulan

RUMUS TEKNIK

K.GIECK



UNDANG-UNDANG NO. 7 TAHUN 1987
tentang
HAK CIPTA

Pasal 44

- (1) Barangsiapa dengan sengaja dan tanpa hak mengumumkan atau memperbanyak suatu ciptaan atau memberi izin untuk itu, dipidana dengan pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 100.000.000,- (seratus juta rupiah).
- (2) Barangsiapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam ayat (1), dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 50.000.000,- (limapuluhan juta rupiah).

KUMPULAN

R
620.002
Gie
k

RUMUS TEKNIK

oleh
K. Gieck

14

Cetakan pertama



PT PRADNYA PARAMITA

JAKARTA

Perpustakaan Nasional : katalog dalam terbitan (KDT)

GIECK, K

Kumpulan rumus teknik / oleh K. Gieck ;
terjemahan Inggris oleh J. Walters ; penerjemah,
R. Slamet Brotodirejo, Heryanto Slamet. —
Jakarta : Pradnya Paramita, 1989.

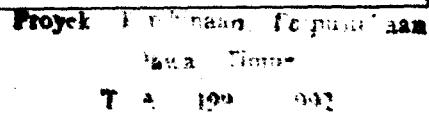
xi, 330 hlm. ; 14 cm.

Edisi Inggris ke-6 tahun 1985.

ISBN 979-408-229-5.

I. Teknik, Ilmu - Rumus. I. Judul. II Walters, J.
III. Brotodirejo, R. Slamet. IV. Slamet, Heryanto.

620.002.12



KUMPULAN RUMUS TEKNIK

Oleh : K. Gieck

Terjemahan Inggris oleh: J. Walters B.Sc (eng), C Eng., M.I. Mech.E.

Judul asli : A Collection of Technical Formulae

Edisi Pengetahuan tahun 1985 dari edisi ke-66.

Diindonesian oleh: R. Slamet Brotodirejo

Heryanto Slamet

© Gieck Verlag, Heilbronn/N. West Germany

© Hak Cipta edisi bahasa Indonesia oleh :

PT Pradnya Paramita

Jl. Bunga 8 - 8A

Jakarta 13140

Anggota IKAPI

© Hak Cipta dilindungi oleh undang-undang

Cetakan pertama : Th. 1989

Dicetak oleh : N.V. Sapdodadi

SP. 228-27.SP/PP/VII/1989

Kata pengantar

Maksud dari kumpulan rumus-rumus teknik ini adalah untuk menyediakan sebuah pedoman yang ringkas, jelas dan mudah digunakan untuk menelaah rumus-rumus teknik dan matematik yang lebih penting.

Setiap pokok persoalan yang berbeda telah digabungkan dengan sebuah huruf besar. Rumus-rumus yang berbeda-beda telah dielompokan di bawah huruf-huruf kecil yang sesuai serta diberi nomor yang berurutan. Metode ini memungkinkan untuk memberi tanda kepada rumus-rumus yang digunakan dalam setiap perhitungan khusus.

Kata pengantar

Edisi Revisi Keenam

Untuk edisi ke-6 telah diperluas dan disempurnakan.

Sebuah Bab baru mengenai STATISTIK telah dimasukkan, mengingat pentingnya perkembangan dalam hubungannya dengan distribusi kemungkinan pengawasan kualitas dan keandalan.

Transformasi-transformasi Fourier dan Laplace telah ditambahkan dalam Bab yang disebut ARITMATIKA bersama dengan sebuah Bab mengenai pecahan-pecahan sebagian.

K. Gieck

M I L I K
PERPUSTAKAAN DAERAH
JAWA TIMUR

Nomor : 52-866 /PD/ P 11992

Tanggal : 9/ 1992

BERITA PENERBIT

Kumpulan Rumus Teknik disusun secara ringkas dan padat, merangkum semua rumus yang menjadi pedoman dalam menyelesaikan soal-soal teknik. Buku ini merupakan dasar yang dapat digunakan untuk mempelajari dan menganalisis lebih lanjut rumus-rumus teknik.

Penyajian buku ini diusahakan sesuai dengan buku aslinya. Hanya karena alesan teknis diberikan halaman-halaman tambahan.

Semoga buku ini bermanfaat bagi para pemakainya.

Jakarta, Juli 1989

Pradnya Paramita

DAFTAR ISI

Satuan	A
Luas	B
Ilmu ukur ruang	C
Aritmatika	D
Fungsi lingkaran	E
Ilmu ukur analisa	F
Statistik	G
Hitungan diferensial	H
Hitungan integral	J
Statika	K
Kinematika	L
Dinamika	M
Hidrolik	N
Panas	O
Kekuatan	P
Bagian dari mesin	Q
Teknik produksi	R
Teknik listrik	S
Fisika radiasi	T
Ilmu kimia	U
Tabel	Z

Referensi Negi DS, DIN dan VDE

- BS - British Standards Institution
(Alamat: 2 Park St., LONDON W 1 A 2 BS)
- DIN - Deutsches Institut fur Normung
(Alamat: D-1000 BERLIN 30, Postfach 1107)
- VDI - Verein Deutscher Ingenieure
(Alamat: D-4000 DUESSELDORF 1, Postfach 1139)

Metode Penyajian dan Penggunaan Satuan-satuan

Sebagian besar persamaan-persamaan dengan jelas mengemukakan hubungan-hubungan fisik yang mereka terangkan dan tetap berlaku tanpa mengindahkan sistem satuan-satuan yang digunakan, asal saja mereka itu dalam keadaan tetap.

Beberapa persamaan berasal dari pengalaman dan pengamatan, dan satuan-satuan yang diambil harus digunakan dalam rumus untuk memperoleh hasil yang besar; hal ini sebagian besar dapat dijumpai dalam Bab Q dan Bab R.

Untuk selanjutnya ditetapkan penggunaan cara penulisan Stroud pada waktu menghitung dengan rumus-rumus, yaitu kuantitas dan satuan kedua-duanya ditulis sebagai pengganti suatu simbol yang ditentukan dan perhitungan selanjutnya melibatkan cara pengetaran penempatan angka-angka dan satuan-satuan bersama-sama.

Sebagai contoh, ambillah persamaan 123: $t = \frac{s}{v}$

Jika s (jarak) = 2.8 meter
 v (kecepatan) = 8 meter/detik

maka $t = \frac{2.8 \text{ meter} \times \text{detik}}{8 \text{ meter}}$

sehingga $t = 0.35 \text{ detik (waktu)}$
tanpa satuan meter

Di sini jelas bahwa t akan mempunyai satuan waktu, bilamana tidak demikian, maka menjadi nyata, bahwa suatu kesalahan telah dibuat, dan pekerjaan penyelesaian soal itu perlu diteliti.

Sebagai alat bantu dalam banyak kejadian, diambil satuan-satuan yang telah diketahui sebelumnya, dengan menggunakan tanda singkatan "EU" (= Example-Unit) yang berarti: satuan contoh.

Bilamana nilai-nilai berbentuk angka (numerik) dan satuan-satuan termasuk di dalam perhitungan-perhitungan, maka ekuivalen-ekuivalen atau definisi-definisinya sebaiknya ditulis sedemikian rupa, sehingga mereka itu tidak memiliki ukuran (tanpa dimensi) dan bernilai 1,0. Dalam bentuk seperti ini mereka kadang-kadang disebut sebagai "Ikatan kesatuan" (Unity Brackets) dan penggunaannya dapat dikerjakan dengan tiga cara:

dengan satuan tetap,

persamaan a 6

$$1 \text{ km} = 10^3 \text{ m} \quad \text{didapat } 1 = \left[\frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} \right]$$

persamaan a 62

$$12 \text{ in} = 1 \text{ ft} \quad \text{didapat } 1 = \left[\frac{1 \text{ ft}}{12 \text{ in}} \right]$$

persamaan a 90

$$778.6 \text{ ft lbf} = 1 \text{ Btu} \quad \text{didapat } 1 = \left[\frac{778.6 \text{ ft}}{1 \text{ Btu}} \right]$$

misalnya, untuk mengubah 14.7 lbf/in^2 ke lbf/ft^2

$$14.7 \frac{\text{lbf}}{\text{in}^2} = 14.7 \frac{\text{lbf}}{\text{in}^2} \left[\frac{12 \text{ in}}{1 \text{ ft}} \right]^2 = 14.7 \times 144 \frac{\text{lbf}}{\text{ft}^2} = 2117 \frac{\text{lbf}}{\text{ft}^2}$$

dalam konversi di antara berbagai sistem satuan,

persamaan a 36

$$1 \text{ N} = 0.102 \text{ kgf} \quad \text{didapat } 1 = \left[\frac{0.102 \text{ kgf}}{1 \text{ N}} \right]$$

persamaan a 65

$$1 \text{ m} = 3.281 \text{ ft} \quad \text{didapat } 1 = \left[\frac{1 \text{ m}}{3.281 \text{ ft}} \right]$$

persamaan a 110

$$1 \text{ Btu/lb} = 0.556 \text{ kcal/kg} \quad \text{didapat } 1 = \left[\frac{0.556 \text{ kcal/lb}}{1 \text{ kg Btu}} \right]$$

Misalnya, untuk mengubah 1000 kgf/cm^2 ke satuan S.I.,

$$\begin{aligned} 1000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} &= 1000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \left[\frac{9.81 \text{ N}}{1 \text{ kgf}} \right] \left[\frac{10^4 \text{ cm}^2}{1 \text{ m}^2} \right] \left[\frac{1 \text{ MN}}{10^6 \text{ N}} \right] \\ &= 98.1 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

dalam penggunaan definisi-definisi:

1 lbf adalah besar gaya di mana sebuah massa sebesar 1 lb diberi percepatan sebesar 32.174 ft/s^2 .

$$1 \text{ lbf} = 1 \text{ lb} \times 32.174 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2} \quad \text{menjadi } 1 = \left[\frac{32.174 \text{ lb ft}}{1 \text{ s}^2 \text{ lbf}} \right]$$

Dengan cara yang sama, Satuan Newton ditetapkan oleh persamaan

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \times \frac{1 \text{ m}}{\text{s}^2} \quad \text{yang menjadi } 1 = \left[\frac{1 \text{ N s}^2}{1 \text{ kg m}} \right]$$

$$\text{dan } 1 \text{ kgf} = 1 \text{ kg} \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{didepat } 1 = \left[\frac{9.81 \text{ kg m}}{1 \text{ kgf s}^2} \right]$$

Sebagai contoh, untuk mendapatkan gaya dalam ukuran satuan S.I. dimana sebuah massa sebesar 3 lb diberi percepatan sebesar 2.5 ft/s^2 kerjakanlah sebagai berikut :

$$F = m a, \text{ persamaan m 1.}$$

$$F = 3 \text{ lb} \times 2.5 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2} \left[\frac{0.4536 \text{ kg}}{1 \text{ lb}} \right] \left[\frac{1 \text{ m}}{3.281 \text{ ft}} \right] \left[\frac{1 \text{ N s}^2}{1 \text{ kg m}} \right]$$

$$= \frac{3 \times 2.5 \times 0.4536}{3.281} \text{ N} = 1.036 \text{ N}$$

yang mana merupakan satuan gaya.

Kuantitas Dasar dan Satuan Dasar pada Ukuran Sistem Internasional

dasar Kuantitas nama	simbol (<i>huruf italic</i>)	dasar satuan nama	simbol (<i>huruf tegak</i>)
panjang	<i>l</i>	meter	m
massa	<i>m</i>	kilogram	kg
waktu	<i>t</i>	detik	s
arus listrik	<i>I</i>	ampere	A
suhu absolut	<i>T</i>	kelvin	K
Jumlah zat	<i>n</i>	mol	mol
intensitas cahaya	<i>I_v</i>	candela	cd

(Satuan lama diletakkan dalam ikatan [])

Daftar simbol

Ruang dan waktu

- α, β, γ sudut
 Ω sudut masif
 b, B lebar
 d, D diameter (diagonal)
 h, H tinggi
 L panjang
 p jarak
 r, R jari-jari
 s jangkauan, perimter
 t ketebalan
 U, U' keliling
 A luas, penampang-lintang
 A_m permukaan yang ditimpakkan bulan
 A_b luas permukaan
 V isi
 t waktu
 v kecepatan linear
 ω kecepatan sudut
 a percepatan linear
 α percepatan sudut
 g percepatan gravitasi

Fenomena periodik dan kaitannya

- T periode
 f frekuensi
 n kecepatan putar
 ω frekuensi sudut
 λ panjang gelombang
 c kecepatan cahaya

Mekanika

- m massa
 ρ kerapatan
 F gaya, gaya langsung

- f σ tegangan utama (direct stress)
 q, τ tegangan geser (shear stress)
 p tekanan normal
 ϵ memanjang, regangan
 E modulus elastis (modulus young)
 G modulus kekakuan (modulus geser)
 M momen tahanan (bengkok)
 T momen torsi, momen puntir
 Z modulus seksi
 Q gaya geser, beban geser
 V reaksi vertikal
 W berat atau beban, usaha
 w beban terbagi rata
 I momen inersia, momen kedua pada luas
 I_p momen inersia polar
 J konstanta torsi
 Z modulus seksi
 μ koefisien friksi selip
 μ_0 koefisien friksi statis
 μ_q koefisien friksi daya dugung (bantalan) radial
 μ_t koefisien friksi daya dugung (bantalan) longitudinal
 f koefisien friksi gelinding
 η kekentalan (viskositas) dinamis
 ν kekentalan (viskositas) kinematis

- P tenaga/daya
 η efisiensi

Panas

- T suhu absolut
 t suhu
 α koefisien linear dari pemuaian
 γ koefisien kubik dari pemuaian
 Φ arus panas atau aliran
 φ kerapatan aliran panas
 q besaran panas per satuan massa
 Q kuantitas panas
 c_p panas spesifik pada tekanan kapstan
 c_v panas spesifik pada volume tetap
 γ perbandingan c_p terhadap c_v
 R konstanta gas
 λ konduktivitas panas
 α koefisien pemindahan panas
 k koefisien pancaran/transmisi panas
 C konstanta radiasi
 v volume spesifik

Listrik dan magnet

- I arus
 J kerapatan arus
 V , tegangan
 U_q tegangan sumber

- R perlawan (resistansi)
 G konduktansi
 Q kuantitas listrik (isi)
 C kapasitansi
 D perpindahan dielektrika
 H kekuatan medan listrik
 Φ fluks magnet
 B induksi magnet
 L induktansi
 H kekuatan medan magnet
 Θ sirkulasi medan magnet
 V tegangan magnet
 R_m resistansi magnet
 A konduktansi magnet
 δ panjang celah udara
 α koefisien suhu resistansi
 γ konduktivitas
 ρ resistivitas
 ϵ permitivitas
 ϵ_0 permitivitas absolut
 ϵ_r permitivitas relatif
 N jumlah lilitan
 μ permeabilitas
 μ_0 permeabilitas absolut
 μ_r permeabilitas relatif
 P jumlah pasangan kutub
 z jumlah pengantar
 Q kualitas, angka-angka baik-buruk
 δ sudut rugi
 Z impedansi
 X reaktansi
 P_s daya semu (samar)
 P_q daya reaktif
 C_M konstanta momen

Radiasi sinar dan elektromagnet yang berkaitan

- I_e intensitas pencer (radiant)
- I_v intensitas cahaya
- Φ_e daya pencer, fluks pencer
- Φ_v fluks cahaya
- Q_e energi pencer
- Q_v kuantitas sinar
- E_e iradiansi
- E_v luminasi
- H_e pencahayaan pencer (radiant exposure)
- H_v pencahayaan sinar (light exposure)
- L_e radiansi
- L_v luminasi
- c kecepatan sinar
- n indeks refraktif (pembiasan)
- f panjang titik api
- D daya refraktif (pembiasan)

SATUAN

A 1

Kelipatan desimal dan pecahan pada satuan

da = deca = 10^1	d = deci = 10^{-1}
h = hecto = 10^2	c = centi = 10^{-2}
k = kilo = 10^3	m = milli = 10^{-3}
M = mega = 10^6	μ = micro = 10^{-6}
G = giga = 10^9	n = nano = 10^{-9}
T = tera = 10^{12}	p = pico = 10^{-12}
P = peta = 10^{15}	f = femto = 10^{-15}
E = exa = 10^{18}	a = atto = 10^{-18}

Satuan panjang

	m	μm	mm	cm	dm	km
a 1	1 m =	1	10^6	10^3	10^2	10^{-3}
a 2	1 μm =	10^{-6}	1	10^{-3}	10^{-4}	10^{-9}
a 3	1 mm =	10^{-3}	10^3	1	10^{-1}	10^{-6}
a 4	1 cm =	10^{-2}	10^4	10	1	10^{-5}
a 5	1 dm =	10^{-1}	10^5	10^2	10	10^{-4}
a 6	1 km =	10^3	10^9	10^6	10^5	1

Satuan panjang (sambungan)

	mm	μm	nm	[\AA] ¹⁾	pm	[m \AA] ²⁾
a 7	1 mm =	1	10^3	10^6	10^7	10^{10}
a 8	1 μm =	10^{-3}	1	10^3	10^4	10^7
a 9	1 nm =	10^{-6}	10^{-3}	1	10	10^3
a 10	[1 \AA] =	10^{-7}	10^{-4}	10^{-1}	.1	10^3
a 11	1 pm =	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^3
a 12	[1 m \AA] =	10^{-10}	10^{-7}	10^{-4}	10^{-3}	10

Satuan luas

	m^2	μm^2	mm^2	cm^2	dm^2	km^2
a 13	1 m^2 =	1	10^{12}	10^6	10^4	10^{-6}
a 14	1 μm^2 =	10^{-12}	1	10^{-6}	10^{-8}	10^{-18}
a 15	1 mm^2 =	10^{-6}	10^6	1	10^{-2}	10^{-12}
a 16	1 cm^2 =	10^{-4}	10^8	10^2	1	10^{-10}
a 17	1 dm^2 =	10^{-2}	10^{10}	10^4	10^2	10^{-8}
a 18	1 km^2 =	10^6	10^{18}	10^{12}	10^{10}	1

1) $\text{\AA} = \text{\AAngstr\"om}$ 2) $1 \text{ m\AA} = 1 \times 10^{-10} \text{ m}$

A 2

SATUAN

Satuan volume				
	m ³	mm ³	cm ³	dm ³
1 m ³ =	1	10 ⁶	10 ³	10 ³
1 mm ³ =	10 ⁻⁶	1	10 ⁻³	10 ⁻⁶
1 cm ³ =	10 ⁻⁶	10 ³	1	10 ⁻³
1 dm ³ =	10 ⁻³	10 ⁶	10 ³	1
1 km ³ =	10 ⁹	10 ¹⁸	10 ¹⁵	10 ¹²

a 19
a 20
a 21
a 22
a 23**Satuan massa**

	kg	mg	g	dt	t = Mg
1 kg =	1	10 ⁶	10 ³	10 ⁻²	10 ⁻³
1 mg =	10 ⁻⁶	1	10 ⁻³	10 ⁻⁸	10 ⁻⁹
1 g =	10 ⁻³	10 ³	1	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶
1 dt =	10 ²	10 ⁸	10 ⁶	1	10 ⁻¹
1 t = 1 Mg =	10 ³	10 ⁹	10 ⁶	10	1

a 24
a 25
a 26
a 27
a 28**Satuan waktu**

	s	ns	μs	ms	min
1 s =	1	10 ⁹	10 ⁶	10 ³	16·66×10 ⁻³
1 ns =	10 ⁻⁹	1	10 ⁻³	10 ⁻⁶	16·66×10 ⁻¹²
1 μs =	10 ⁻⁶	10 ³	1	10 ⁻³	16·66×10 ⁻⁹
1 ms =	10 ⁻³	10 ⁶	10 ³	1	16·66×10 ⁻⁶
1 min =	60	60×10 ⁶	60×10 ³	60×10 ³	1
1 h =	3600	3·6×10 ¹²	3·6×10 ⁹	3·6×10 ⁶	60
1 d =	86·4×10 ³	86·4×10 ¹²	86·4×10 ⁹	86·4×10 ⁶	1440

a 29
a 30
a 31
a 32
a 33
a 34
a 35**Satuan gaya (juga gaya gravitasi)**

	N ²⁾	kN	MN	[kgf]	[dyn]
1 N =	1	10 ⁻³	10 ⁻⁶	0·102	10
1 kN =	10 ³	1	10 ⁻³	0·102×10 ³	10 ⁸
1 MN =	10 ⁶	10 ³	1	0·102×10 ⁶	10 ¹¹

a 36
a 37
a 381) 1 dm³ = 1 l = 1 liter2) 1 N = 1 kg m/s² = 1 Newton**SATUAN**

A 3

Satuan tekanan

	Pa	N/mm ²	bar	[kgf/cm ²]	[torr]
a 39 1 Pa = 1 N/m ² =	1	10 ⁻⁶	10 ⁻⁵	1·02×10 ⁻⁵	0·0075
a 40 1 N/mm ² =	10 ⁶	1	10	10·2	7·5×10 ³
a 41 1 bar =	10 ⁵	0·1	1	1·02	750
a 42 [1 kgf/cm ² = 1 at] =	98100	9·81×10 ⁻²	0·981	1	736
a 43 [1 torr] ¹⁾ =	133	0·133×10 ⁻³	1·33×10 ⁻³	1·36×10 ⁻³	1

Satuan usaha

	J	kW h	[kgf m]	[kcal]	[hp h]
a 44 1 J ²⁾ =	1	0·278×10 ⁻⁶	0·102	0·239×10 ⁻³	0·378×10 ⁻⁶
a 45 1 kW h =	= 3·60×10 ⁶	1	367×10 ³	860	1·36
a 46 [1 kgf m] =	9·81	2·72×10 ⁻⁶	1	2·345×10 ⁻³	3·70×10 ⁻⁶
a 47 [1 kcal] =	4186·8	1·16×10 ⁻³	426·9	1	1·58×10 ⁻³
a 48 [1 hp h] =	= 2·65×10 ⁶	0·736	0·27×10 ⁶	632	1

Satuan tenaga

	W	kW	[kgf m/s]	[kcal/h]	[hp]
a 49 1 W ³⁾ =	1	10 ⁻³	0·102	0·860	1·36×10 ⁻³
a 50 1 kW =	1000	1	102	860	1·36
a 51 [1 kgf m/s] =	9·81	9·81×10 ⁻³	1	8·43	13·3×10 ⁻³
a 52 [1 kcal/h] =	= 1·16	1·16×10 ⁻³	0·119	1	1·58×10 ⁻³
a 53 [1 hp] =	= 736	0·736	75	632	1

Satuan massa untuk batu permata1 karat = 200 mg = 0·2×10⁻³kg = 1/5000 kg**Satuan keindahan untuk logam-logam mulia**24 karat ± 1000·00 % 18 karat ± 750·00 %
14 karat ± 583·33 % 16 karat ± 333·33 %**Satuan suhu**

$$a 57 T = \left(\frac{t}{9C} + 273\cdot15 \right) K = \frac{5}{9} \times \frac{T_R}{K} \text{ titik didih air pada } \begin{cases} 373\cdot15 & 100 \\ 212 & 67\cdot67 \end{cases}$$

$$a 58 T_R = \left(\frac{t_F}{9F} + 459\cdot67 \right) \text{ Rank = } \frac{9}{5} \times \frac{T}{K} \text{ Rank } \begin{cases} 760 & \text{torr} \\ 273\cdot15 & 0 \end{cases} \begin{cases} 32 & 491\cdot67 \\ 0 & \end{cases}$$

$$a 59 t = \frac{5}{9} \left(\frac{t_F}{9F} - 32 \right) ^\circ C = \left(\frac{T}{K} - 273\cdot15 \right) ^\circ C$$

$$a 60 t_F = \left(\frac{5}{9} \times \frac{t}{9C} + 32 \right) ^\circ F = \left(\frac{T_R}{K} - 459\cdot67 \right) ^\circ F$$

T, T_R, t dan t_F adalah suhu dengan skala Kelvin, Celcius, Fahrenheit
absol. no 0 -273·15 -459·67 0

1) 1 torr = 1/760 atm = 1·033·22 mbar = 1 mm Hg pada t = 0^oC

2) 1 J = N m = 1 W s Perputaran

Jawa Timur

T. A. 1991 / 1992

A 4

SATUAN

**Perubahan Satuan
Inggris-Amerika ke dalam satuan metrik**

Satuan Panjang

	in	ft	yd	mm	m	km
1 in	= 1	0.08333	0.02778	25.4	0.0254	-
1 ft	= 12	1	0.3333	304.8	0.3048	-
1 yd	= 36	3	1	914.4	0.9144	-
1 mm	= 0.03937	3281×10^{-6}	1094×10^{-6}	1	0.001	10^{-6}
1 m	= 39.37	3.281	1.094	1000	1	0.001
1 km	= 39370	3281	1094	10^6	1000	1

Satuan luas

	sq in	sq ft	sq yd	cm ²	dm ²	m ²
1 sq in	= 1	6.944×10^{-3}	0.772×10^{-3}	6.452	0.06452	64.5×10^{-5}
1 sq ft	= 144	1	0.1111	929	9.29	0.0929
1 sq yd	= 1296	9	1	8361	83.61	0.8361
1 cm ²	= 0.155	1.076×10^{-3}	1.197×10^{-4}	1	0.01	0.0001
1 dm ²	= 15.5	0.1076	0.01196	100	1	0.001
1 m ²	= 1550	10.76	1.196	10000	100	1

Satuan isi

	cu in	cu ft	cu yd	cm ³	dm ³	m ³
1 cu in	= 1	5.786×10^{-4}	2.144×10^{-5}	16.39	0.01639	1.64×10^{-6}
1 cu ft	= 1728	1	0.037	28316	28.32	0.0283
1 cu yd	= 46656	27	1	764555	764.55	0.7646
1 cm ³	= 0.06102	3532×10^{-8}	1.31×10^{-6}	1	0.001	10^{-6}
1 dm ³	= 61.02	0.03532	0.00131	1000	1	0.001
1 m ³	= 61023	35.32	1.307	10^6	1000	1

Satuan massa

	dram	oz	lb	g	kg	Mg
1 dram	= 1	0.0625	0.003906	1.772	0.00177	1.77×10^{-6}
1 oz	= 16	1	0.0625	28.35	0.2832	28.3×10^{-6}
1 lb	= 256	16	1	453.6	0.4531	4.53×10^{-4}
1 g	= 0.5643	0.03527	0.002205	1	0.001	10^{-6}
1 kg	= 564.3	35.27	2.205	1000	1	0.001
1 Mg	= 564.4×10^3	35270	2205	10^6	1000	1

bersambung ke A 5

SATUAN

A 5

Ilanjutan dari A 4**Satuan kerja**

	ft lb	kgf m	J = W s	kW h	kcal	Btu
a 85	1 ft lb	= 1	0.1383	1.356	376.8×10^{-9}	324×10^{-6}
a 86	1 kgf m	= 7.233	1	9.807	2.725×10^{-6}	2.344×10^{-3}
a 87	1 J = 1 W s	= 0.7376	0.102	1	277.8×10^{-9}	239×10^{-6}
a 88	1 kW h	= 2.655×10^6	367.1×10^3	3.6×10^6	1	860
a 89	1 kcal	= 3.087×10^3	426.9	4187	1.163×10^{-3}	1
a 90	1 Btu	= 778.6	107.6	1055	293×10^{-6}	0.252

Satuan tenaga

	hp	kgf m/s	J/s = W	kW	kcal/s	Btu/s
a 91	1 hp	= 1	76.04	745.7	0.7457	0.1782
a 92	1 kgf m/s	= 13.15×10^{-3}	1	9.807	9.807×10^{-10}	2.344×10^{-3}
a 93	1 J/s = 1 W	= 1.341×10^{-3}	0.102	1	10^{-3}	239×10^{-6}
a 94	1 kW	= 1.341	102	1000	1	0.239
a 95	1 kcal/s	= 5.614	426.9	4187	4.187	1
a 96	1 Btu/s	= 1.415	107.6	1055	1.055	0.252

Satuan lainnya

a 97	1 mil	= 10^{-3} in				= 0.0254 mm
a 98	1 sq mil	= 10^{-6} sq in				= 645.2 μm^2
a 99	1 yard	= 3 ft				= 0.914 m
a 100	1 Mil Inggris	= 1760 yds				= 1609 m
a 101	1 mil (nautical)	laut				= 1852 m
a 102	1 mil geografik					= 7420 m
a 103	1 ton panjang	= 2240 lb				= 1.016 Mg
a 104	1 ton pendek (US)	= 2000 lb				= 0.9072 Mg
a 105	1 ton panjang	= 2240 lb				= 9.96 MN
a 106	1 ton pendek (US)	= 2000 lb				= 9.00 MN
a 107	1 imperial gallon					= 4.546 dm ³
a 108	1 US gallon					= 3.785 dm ³
a 109	1 BTU/ft ³	= 9.547 kcal/m ³				= 39.964 kJ/m ³
a 110	1 BTU/lb	= 0.556 kcal/kg				= 2.327 kJ/kg
a 111	1 lbf/ft ²	= 4.882 kgf/m ²				= 47.8924 N/m ²
a 112	1 lbf/in ² (p.s.i.)	= 0.0703 kgf/cm ²				= 0.6896 N/cm ²
a 113	1 chain	= 22 yds				= 20.11 m
a 114	1 Hundredweight (GB) (cwt)	= 112 lbf				= 498 kN
a 115	1 Quarter (GB)	= 28 lbf				= 124.5 kN
a 116	1 Stone (GB)	= 14 lbf				= 62.3 kN

LUAS

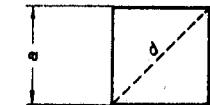
B 1

bujur sangkar

$$b\ 1 \quad A = a^2$$

$$b\ 2 \quad a = \sqrt{A}$$

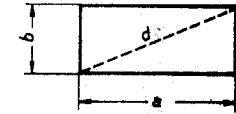
$$b\ 3 \quad d = a\sqrt{2}$$



empat persegi panjang

$$b\ 4 \quad A = a b$$

$$b\ 5 \quad d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

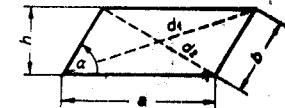


jajaran-genjang

$$b\ 6 \quad A = a h = a b \sin \alpha$$

$$b\ 7 \quad d_1 = \sqrt{(a + h \cot \alpha)^2 + h^2}$$

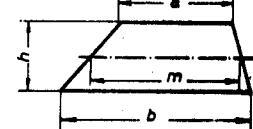
$$b\ 8 \quad d_2 = \sqrt{(a - h \cot \alpha)^2 + h^2}$$



trapesium

$$b\ 9 \quad A = \frac{a + b}{2} h = m h$$

$$b\ 10 \quad m = \frac{a + b}{2}$$

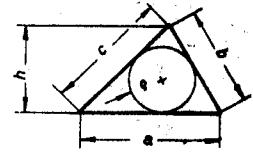


segitiga

$$b\ 11 \quad A = \frac{a \cdot h}{2} = q s$$

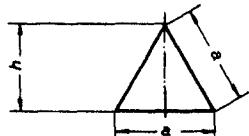
$$b\ 12 \quad = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$b\ 13 \quad s = \frac{a + b + c}{2}$$



B₂**LUAS**

Segitiga sama sisi



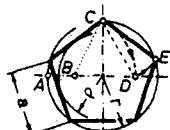
$$A = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}$$

b 14

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

b 15

Segi lima (pentagon)



$$A = \frac{5}{8} r^2 \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$$

b 16

$$a = \frac{1}{2} r \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$$

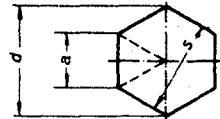
b 17

$$\varphi = \frac{1}{4} r \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$$

b 18

konstruksi:
 $\overline{AB} = 0.5 r$, $\overline{BC} = \overline{BD}$, $\overline{CD} = \overline{CE}$

Segi enam (heksagon)



$$A = \frac{3}{2} a^2 \sqrt{3}$$

b 19

$$d = 2a$$

b 20

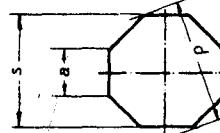
$$= \frac{2}{\sqrt{3}} s \approx 1.155 s$$

b 21

$$s = \frac{\sqrt{3}}{2} d \approx 0.866 d$$

b 22

Segi delapan (oktagon)



$$A = 2as \approx 0.83s^2$$

b 23

$$= 2s\sqrt{d^2 - s^2}$$

b 24

$$a = s \tan 22.5^\circ \approx 0.415s$$

b 25

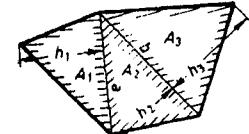
$$s = d \cos 22.5^\circ \approx 0.924d$$

b 26

$$d = \frac{s}{\cos 22.5^\circ} \approx 1.083s$$

b 27

Segi banyak (poligon)



$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

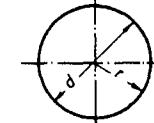
b 28

$$= \frac{a_1 h_1 + a_2 h_2 + a_3 h_3}{2}$$

b 29

LUAS**B**₃

Lingkaran

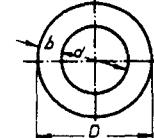


$$b 30 \quad A = \frac{\pi}{4} d^2 = \pi r^2$$

$$b 31 \quad \approx 0.785 d^2$$

$$b 32 \quad U = 2\pi r = \pi d$$

Anulus

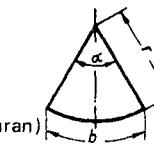


$$b 33 \quad A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$$

$$b 34 \quad = \pi (d + b)b$$

$$b 35 \quad b = \frac{D - d}{2}$$

Sektor lingkaran



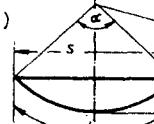
$$b 36 \quad A = \frac{\pi}{360^\circ} r^2 \alpha = \frac{a}{2} r^2$$

$$b 37 \quad = \frac{b r}{2}$$

$$b 38 \quad b = \frac{\pi}{180^\circ} r \alpha$$

$$b 39 \quad a = \frac{\pi}{180^\circ} r \alpha \quad (\bar{a} = \text{adi dalam lingkaran})$$

Busur lingkaran



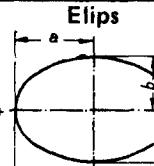
$$b 40 \quad s = 2r \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$b 41 \quad A = \frac{h}{6s} (3h^2 + 4s^2) = \frac{r^2}{2} (\bar{a} - \sin \alpha)$$

$$b 42 \quad r = \frac{h}{2} + \frac{s^2}{8h}$$

$$b 43 \quad h = r(1 - \cos \frac{\alpha}{2}) = \frac{s}{2} \tan \frac{\alpha}{4}$$

b 44 lihat rumus b 39



$$b 45 \quad A = \frac{\pi}{4} D b = \pi a b$$

$$b 46 \quad U = \pi \frac{D + b}{2}$$

$$b 47 \quad = \pi(a+b) \left[1 + \frac{1}{4} \lambda^2 + \frac{1}{64} \lambda^4 + \frac{1}{256} \lambda^6 + \dots \right]$$

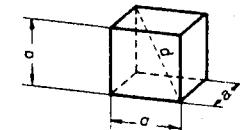
$$\frac{25}{16384} \lambda^8 + \dots \text{ karenanya } \frac{a-b}{a+b}$$

Kubus

c 1 $V = a^3$

c 2 $A_o = 6a^2$

c 3 $d = \sqrt{3}a$



Kuboit

c 4 $V = abc$

c 5 $A_o = 2(ab + ac + bc)$

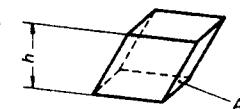
c 6 $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$



Paralelepipedum

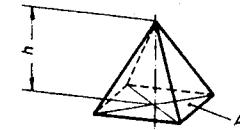
c 7 $V = A_1 h$

(prinsip Cavalieri)



Piramid

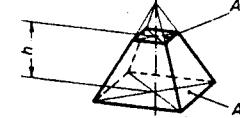
c 8 $V = \frac{A_1 h}{3}$

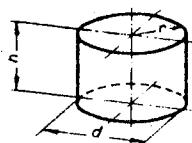


Piramid terguncang

c 9 $V = \frac{h}{3} (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 A_2})$

c 10 $\approx h \frac{A_1 + A_2}{2}$

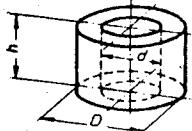


C₂**ILMU UKUR RUANG****Silinder**

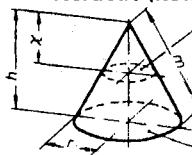
$$V = \frac{\pi}{4} d^2 h$$

$$A_m = 2\pi r h$$

$$A_o = 2\pi r (r + h)$$

Silinder kosong

$$V = \frac{\pi}{4} h (D^2 - d^2)$$

Kerucut (konus)

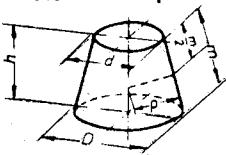
$$V = \frac{\pi}{3} r^2 h$$

$$A_m = \pi r m$$

$$A_o = \pi r (r + m)$$

$$m = \sqrt{h^2 + r^2}$$

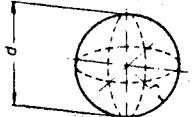
$$A_2 : A_1 = r^2 : h^2$$

Kerucut terpancing

$$V = \frac{\pi}{12} h (D^2 + Dd + d^2)$$

$$A_m = \frac{\pi}{2} m (D + d) = 2\pi p h$$

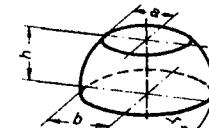
$$m = \sqrt{\left(\frac{D-d}{2}\right)^2 + h^2}$$

Bola

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{6} \pi d^3$$

$$\approx 4 \cdot 189 r^3$$

$$A_o = 4\pi r^2 = \pi d^2$$

ILMU UKUR RUANG**C₃****Daerah bola**

$$c_{26} V = \frac{\pi}{6} h (3a^2 + 3b^2 + h^2)$$

$$c_{27} A_m = 2\pi r h$$

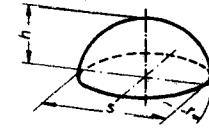
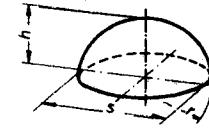
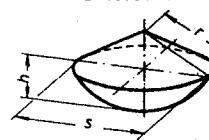
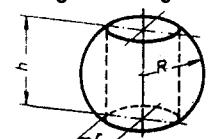
$$c_{28} A_o = \pi (2rh + a^2 + b^2)$$

$$c_{29} V = \frac{\pi}{6} h (\frac{3}{4}s^2 + h^2)$$

$$= \pi h^2 (r - \frac{h}{3})$$

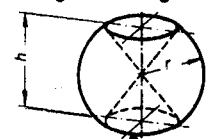
$$c_{30} A_m = 2\pi r h$$

$$c_{31} = \frac{\pi}{4} (s^2 + 4h^2)$$

**Segmen bola****Sektor bola****Bola dengan lubang silinder**

$$c_{34} V = \frac{\pi}{6} h^3$$

$$c_{35} A_o = 2\pi h (R + r)$$

Bola dengan lubang kerucut

$$c_{36} V = \frac{2}{3} \pi r^2 h$$

$$c_{37} A_o = 2\pi r \left(h + \sqrt{r^2 - \frac{h^2}{4}} \right)$$

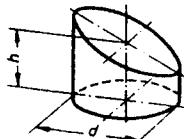
C 4**ILMU UKUR RUANG****Torus**

$$V = \frac{\pi^2}{4} D d^3$$

$$A_o = \pi^2 D d$$

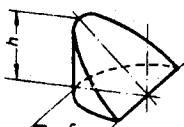
c 38

c 39

Irisan silinder

$$V = \frac{\pi}{4} d^2 h$$

c 40

Angula

$$V = \frac{2}{3} r^2 h$$

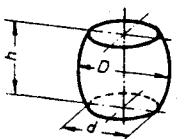
c 41

$$A_m = 2 r h$$

c 42

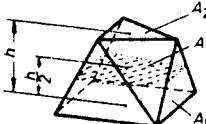
$$A_o = A_m + \frac{\pi}{2} r^2 + \frac{\pi}{2} r \sqrt{r^2 + h^2}$$

c 43

Gentong (barrel)

$$V \approx \frac{\pi}{12} h (2 D^2 + d^2)$$

c 44

Prismoida

$$V = \frac{h}{6} (A_1 + A_2 + 4 A)$$

c 45

rumus ini dapat digunakan untuk perhitungan-perhitungan yang menyangkut benda-benda masif dalam gambar C1...C3 dan juga bola serta bagian-bagiannya.

ARITMATIKA**Pangkat dan akar****D 1****Aturan untuk pangkat dan akar**

umum

contoh dengan angka

d 1	$p a^n \pm q a^n = (p \pm q) a^n$	$3a^4 + 4a^4 = 7a^4$
d 2	$a^m a^n = a^{m+n}$	$a^8 \times a^4 = a^{12}$
d 3	$a^m/a^n = a^{m-n}$	$a^8/a^2 = a^{8-2} = a^6$
d 4	$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$	$(a^3)^2 = (a^2)^3 = a^{2 \times 3} = a^6$
d 5	$a^{-n} = 1/a^n$	$a^{-4} = 1/a^4$
d 6	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	$\frac{a^3}{b^3} = \left(\frac{a}{b}\right)^3$
d 7	$p\sqrt[n]{a} \pm q\sqrt[n]{a} = (p \pm q)\sqrt[n]{a}$	$4\sqrt[3]{x} + 7\sqrt[3]{x} = 11\sqrt[3]{x}$
d 8	$\sqrt[n]{a b} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[4]{16 \times 81} = \sqrt[4]{16} \times \sqrt[4]{81}$
d 9	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{n}}$	$\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{4} = 2$
d 10	$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[m]{a^m}$	$\sqrt[6]{a^8} = \sqrt[3]{a^4}$
d 11	$\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = a^{\frac{m}{n}}$	$\sqrt[4]{a^3} = \left(\sqrt[4]{a}\right)^3 = a^{\frac{3}{4}}$
d 12	$\sqrt{-a} = i\sqrt{a}$	$\sqrt{-9} = i\sqrt{9} = 3$

tidak dapat dipakai untuk $\sqrt{(-2)^2} = \pm 2$, atau $(\sqrt{-2})^2 = -2$.
perhitungan khusus
Eksponen dari pangkat dan akar harus merupakan besaran yang tidak berdimensi!

Persamaan kuadrat (persamaan pangkat dua)

d 13	Bentuk normal $x^2 + px + q = 0$
d 14	Penyelesaian $x_1 ; x_2 = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$
d 15	Aturan Vieta $p = -(x_1 + x_2); q = x_1 \cdot x_2$

d 16	Perhitungan berulang-ulang (iteratif) untuk akar ke-n Jika $x = \sqrt[n]{A}$, maka $x = \frac{1}{n} \left[(n-1)x_0 + \frac{A}{x_0^{n-1}} \right]$
------	--

ARITMATIKA

Pangkat, Akar – Teorema Binomial

D 2

Ilanjutan dari D1

Di mana x_0 adalah nilai perkiraan pendahuluan dari x .

Dengan memasukan nilai x yang didapat sebagai nilai baru dari x_0 secara berulang-ulang, maka ketelitian dari harga x berangsur-angsur meningkat.

Perluasan ungkapan aljabar umum

$$d\ 17 \quad (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$d\ 18 \quad (a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$d\ 19 \quad (a + b)^n = a^n + \frac{n}{1} a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2} b^2 + \dots + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \times 2 \times 3} a^{n-3} b^3 + \dots b^n$$

$$d\ 20 \quad (a + b + c)^2 = a^2 + 2ab + 2ac + b^2 + 2bc + c^2$$

$$d\ 21 \quad (a - b + c)^2 = a^2 - 2ab + 2ac + b^2 - 2bc + c^2$$

$$d\ 22 \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$d\ 23 \quad a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$d\ 24 \quad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$d\ 25 \quad a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2} b + a^{n-3} b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

Teori Binomial

$$d\ 26 \quad (a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \binom{n}{3} a^{n-3} b^3 + \dots$$

$$d\ 27 \quad \binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)}{1 \times 2 \times 3 \dots k}$$

$$d\ 28 \quad (a + b)^4 = 1a^4 + \frac{4}{1} a^{4-1} b + \frac{4 \times 3}{1 \times 2} a^{4-2} b^2 + \frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3} a^{4-3} b^3 + b^4 \\ = a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4a b^3 + b^4$$

Penyelesaian dengan diagram

d 29 koefisien – segitiga Pascal

$(a + b)^0$		1					
$(a + b)^1$			1	1			
$(a + b)^2$		1		2	1		
$(a + b)^3$		1	3	3	1		
$(a + b)^4$	1	4	6	4	1		
$(a + b)^5$	1	5	10	10	5	1	
$(a + b)^6$	1	6	15	20	15	6	1

Berlanjut dengan setiap baris dimulai dan diakhiri dengan angka 1. Angka kedua dari awal dan kedua dari akhir, harus merupakan nilai eksponen, dan angka-angka lainnya adalah jumlah dari angka-angka sebelah kiri dan kanan yang berada langsung di atasnya.

ARITMATIKA

Perluasan pecahan bagian dari fungsi-fungsi rasional

D 3

Ilanjutan dari D2

Eksponen: Penjumlahan dari eksponen a dan b untuk setiap faktor yang berbeda adalah sama dengan eksponen n binomial. Apabila pangkat dari a berkurang maka pangkat dari b akan bertambah.

Tanda: $(a+b)$ adalah selalu positip.

$(a-b)$ adalah positip pada awalnya dan berubah dari faktor ke faktor.

Contoh:

$$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5$$

$$(a - b)^5 = +a^5 - 5a^4 b + 10a^3 b^2 - 10a^2 b^3 + 5ab^4 - b^5$$

Pecahan yang tepat untuk fungsi rasional

$$y(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \dots + b_n x^n} \quad n > m$$

Koefisien a_i , b_i dapat berupa nyata atau kompleks. Apabila n_1 adalah nol-nol denominator $Q(x)$, maka bentuk dengan faktor dari $y(x)$ adalah:

$$d\ 33 \quad y(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x)}{a(x - n_1)^{k_1} \cdot (x - n_2)^{k_2} \dots (x - n_q)^{k_q}}$$

dimana nol nyata atau nol kompleks dari $Q(x)$ dapat terjadi $k_1, k_2 \dots k_q$ kali; a adalah faktor konstan.

Perluasan pecahan parsial

Untuk mempermudah penggunaan $y(x)$, misalnya untuk integrasi, perluasan $y(x)$ menjadi pecahan-persamaan seringkali lebih cocok.

$$d\ 34 \quad y(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{A_{11}}{x - n_1} + \frac{A_{12}}{(x - n_1)^2} + \dots + \frac{A_{1k_1}}{(x - n_1)^{k_1}} + \\ + \frac{A_{21}}{x - n_2} + \frac{A_{22}}{(x - n_2)^2} + \dots + \frac{A_{2k_2}}{(x - n_2)^{k_2}} + \dots + \\ + \frac{A_{q1}}{x - n_q} + \frac{A_{q2}}{(x - n_q)^2} + \dots + \frac{A_{qk_q}}{(x - n_q)^{k_q}}$$

nol-nol kompleks terjadi dalam pasangan-pasangan (penafsiran bilangan kompleks) bila $Q(x)$ mempunyai nilai koefisien yang nyata. Untuk perluasannya, pasangan-pasangan ini menjadi pecahan bagian yang nyata. Apabila dalam d 33, jumlah

ARITMATIKA

Logaritma

D 4

Ilanjutan dari D3

angka yang nol $n_2 = \bar{n}_1$ (\bar{n}_1 adalah penafsiran kompleks pada n_1) dan apabila, karena terjadinya pasangan-pasangan itu $k_1 = k_2 = k$, maka pecahan bagian dari d 34 dengan konstanta $A_{11} \dots A_{2k2}$ dapat digabungkan dalam pecahan parsial berikut ini:

$$d\ 35 \quad \frac{B_{11}x + C_{11}}{x^2 + ax + b} + \frac{B_{12}x + C_{12}}{(x^2 + ax + b)^2} + \dots + \frac{B_{1k}x + C_{1k}}{(x^2 + ax + b)^k}$$

Untuk mendapatkan konstanta-konstanta A_{11} ke A_{qkq} seperti juga B_{11} , C_{11} ke B_{1k} , C_{1k} koefisien-koefisien pangkat yang sama dalam x pada persamaan di sebelah kiri, dapat dibandingkan dengan koefisien-koefisien di sebelah kanan, setelah diubah di dalam penyebut (denominator) bersama $Q(x)$.

Contoh:

$$y(x) = \frac{2x - 1}{(x+1-21)(x+1+21)(x+1)^2} = \frac{2x - 1}{Q(x)} = \frac{B_{11}x + C_{11}}{x^2 + 2x + 5} + \frac{A_{q1}}{x+1} + \frac{A_{q2}}{(x+1)^2}$$

$$\frac{2x - 1}{Q(x)} = \frac{B_{11}x(x+1)^2 + C_{11}(x+1)^2 + A_{q1}(x+1)(x^2 + 2x + 5) + A_{q2}(x^2 + 2x + 5)}{Q(x)}$$

$$2x - 1 = (A_{q1} + B_{11})x^3 + (3A_{q1} + A_{q2} + 2B_{11} + C_{11})x^2 + \\ + (7A_{q1} + 2A_{q2} + B_{11} + 2C_{11})x + 5A_{q1} + 5A_{q2} + C_{11}$$

Perbandingan koefisien-koefisien antara ruas kiri dan ruas kanan.

$$B_{11} = -1/2; \quad C_{11} = 1/4; \quad A_{q1} = 1/2; \quad A_{q2} = -3/4.$$

Apabila terdapat angka-angka nol tunggal n , maka konstanta $A_{11}, A_{21} \dots A_{q1}$ dari persamaan d 34 dapat dihasilkan dengan:

$$d\ 36 \quad A_{11} = P(n_1)/Q'(n_1); \quad A_{21} = P(n_1)/Q'(n_1); \dots A_q = P(n_q)/Q'(n_q)$$

Umum		
sistem	berdasarkan log	istilah
d 37	\log_a	a
d 38	$\log_{10} = \lg$	10
d 39	$\log_e = \ln$	e
d 40	$\log_2 = \text{ld}$	2

Simbol di dalam $\log_a x = b$ dapat disebut **a** dasar
x lawan logaritma
b logaritma (log)

Rumus untuk perhitungan logaritma

$$d\ 41 \quad \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$d\ 42 \quad \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$d\ 43 \quad \log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

$$d\ 44 \quad \log_a \sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \cdot \log_a x$$

Persamaan eksponensial

$$d\ 45 \quad a^x = b \quad | \quad a = e^{x \ln a}$$

$$d\ 46 \quad \text{sehingga } x = \frac{\log b}{\log a} \quad | \quad a = \sqrt[n]{b}$$

Konversi logaritma

$$d\ 47 \quad \lg x = \frac{\lg e \times \ln x}{\lg e} = 0.434294 \times \ln x$$

$$d\ 48 \quad \ln x = \frac{\lg x}{\lg e} = 2.302585 \times \lg x$$

$$d\ 49 \quad \text{ld } x = 1.442695 \times \ln x = 3.321928 \times \lg x$$

Dasar logaritma biasa $e = 2.71828183 \dots$

Kunci logaritma umum dari ribuan angka

d 50	$\lg 0.01 = -2.$	atau $8. \dots -10$
d 51	$\lg 0.1 = -1.$	atau $9. \dots -10$
d 52	$\lg 1 = 0.$	
d 53	$\lg 10 = 1.$	
d 54	$\lg 100 = 2.$	dst

Catatan: Lawan logaritma selalu harus merupakan sebuah kuantitas tanpa dimensi.

ARITMATIKA

Kombinasi, permutasi

D 5

Permutasi

Suatu seleksi atau susunan yang diatur r , dari jumlah n hal dikatakan sebagai "permutasi" dari n hal dengan mengambil r pada suatu saat.

Jumlah dari permutasi ini dapat ditunjukkan oleh:

$$d\ 55 \quad P_r^n = n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1), \quad n \geq r$$

jika $r = n$, akan didapat

$$P_n^n = P_n = n(n-1)(n-2)\dots 1 = n!^{**}$$

Contoh: Untuk $n = 3$ hal a, b, c dapat dipermutasi antara satu hal dengan yang lainnya (yaitu 3 pada satu saat) dengan 6 langkah berikut ini:

$$\begin{array}{lll} abc & bac & cab \\ acb & bca & cba \end{array} \quad \text{di sini } r = n = 3$$

$$d\ 56 \quad P_3 = 3! = 1 \times 2 \times 3 = 6.$$

Keadaan khusus: jumlah permutasi dari n hal yang keseluruhan merupakan penggabungan n_1 bentuk pertama, n_2 bentuk lain dan, n_r dari sebuah bentuk ke- r , adalah:

$$d\ 57 \quad P_{n,r} = \frac{n!}{n_1! \times n_2! \times \dots \times n_r!}$$

Contoh: $n = 3$ hal a, a, b dapat dipermutasikan dengan 3 langkah berikut ini:

$$aab \quad aba \quad baa \quad \text{di sini } n = 3, n_1 = 2, n_2 = 1$$

$$P_{3,2} = \frac{3!}{2! \times 1!} = \frac{1 \times 2 \times 3}{1 \times 2 \times 1} = 3.$$

Kombinasi

Suatu seleksi r dari n hal tanpa memperdulikan susunannya dikatakan "kombinasi" dari n hal dengan mengambil r pada suatu saat.

Jumlah kombinasi ini dapat ditunjukkan oleh

$$d\ 58 \quad C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}^{**}$$

*) $n!$ diucapkan " n faktorial"

**) Simbol biasa untuk koefisien binomial (lihat d 27)

lanjutan dari D5

Contoh: Untuk $n = 3$ hal di mana a, b, c digabungkan, hanya memberikan satu kombinasi abc . Di sini $n = 3, r = 3$.

$$\text{Sehingga } C_3^3 = \binom{3}{3} = \frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3} = 1.$$

Tabel di halaman D6 membandingkan kombinasi-kombinasi dan permutasi-permutasi (dengan atau tanpa pengulangan hal).

ARITMATIKA

Permutasi, kombinasi

D 6

Kombinasi dan permutasi (Penjelasan lihat D5)

<p>d 59</p> <p>d 60</p> <p>d 61</p> <p>d 62</p> <p>d 63</p>	<p>Jumlah Kombinasi tanpa pengulangan, tanpa mempedulikan letak keadaan hal</p> <p>Rumus</p> $C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{(n)^{*}}{r} = \frac{n(n+1)\cdots(n+r-1)}{r!}$ <p>Penjelasan simbol</p> <p>Pemberi</p> <p>C Kemung- o n</p> <p>n Perhi- t o h Jumlah kemung- kinan</p> <p>Catatan</p>	<p>d 64</p> <p>d 65</p> <p>d 66</p> <p>d 67</p> <p>d 68</p>	<p>Jumlah permutasi tanpa pengulangan dengan memperhatikan keadaan hal</p> <p>$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{(n)^{*}}{r!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!}$</p> <p>C Jumlah kemungkinan Kombinasi n: Jumlah hal yang ditentukan r: Jumlah hal yang dipilih dari hal-hal yang ditentukan n</p> <p>r = 3 hal a, b, c</p> <table border="1"> <tr> <td>' ab</td> <td>ac</td> <td>aa</td> <td>ab</td> <td>ac</td> <td>aa ab ac</td> </tr> <tr> <td>' bc</td> <td>.</td> <td>bb</td> <td>bc</td> <td>ca</td> <td>ba bb bc ca cb cc</td> </tr> <tr> <td>' cc</td> <td>.</td> <td>cc</td> <td>.</td> <td>.</td> <td>.</td> </tr> </table> <p>$w C_2^3 = \binom{3+2-1}{2} = \binom{4}{2} = \frac{3!2!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!2!} = 6$</p> <p>sebagai contoh ab dan ba merupakan kombinasi sama</p> <p>w : dengan pengulangan</p>	' ab	ac	aa	ab	ac	aa ab ac	' bc	.	bb	bc	ca	ba bb bc ca cb cc	' cc	.	cc	.	.	.	<p>d 69</p> <p>d 70</p> <p>d 71</p> <p>d 72</p> <p>d 73</p>	<p>Jumlah permutasi tanpa pengulangan dengan memperhatikan keadaan hal</p> <p>$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{(n)^{*}}{r!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!}$</p> <p>P Nomor pernyataan permutasi</p> <p>r = 2 hal dipilih dari 3 hal yang ditentukan n</p> <table border="1"> <tr> <td>' ab</td> <td>ac</td> <td>aa</td> <td>ab</td> <td>ac</td> <td>aa ab ac</td> </tr> <tr> <td>' bc</td> <td>.</td> <td>bb</td> <td>bc</td> <td>ca</td> <td>ba bb bc ca cb cc</td> </tr> <tr> <td>' cc</td> <td>.</td> <td>cc</td> <td>.</td> <td>.</td> <td>.</td> </tr> </table> <p>$w P_2^3 = \binom{3}{2}! = \frac{3!2!}{(3-2)!} = \frac{3!}{1!2!} = 9$</p> <p>sebagai contoh ab dan ba permutasi yang berbeda</p> <p>* perhitungan menurut ke d 27</p>	' ab	ac	aa	ab	ac	aa ab ac	' bc	.	bb	bc	ca	ba bb bc ca cb cc	' cc	.	cc	.	.	.
' ab	ac	aa	ab	ac	aa ab ac																																				
' bc	.	bb	bc	ca	ba bb bc ca cb cc																																				
' cc	.	cc	.	.	.																																				
' ab	ac	aa	ab	ac	aa ab ac																																				
' bc	.	bb	bc	ca	ba bb bc ca cb cc																																				
' cc	.	cc	.	.	.																																				

ARITMATIKA

Determinan dan persamaan linear

D 7

Determinan orde kedua

$$d 63 \quad \begin{array}{l} a_{11} x + a_{12} y = r_1 \\ a_{21} x + a_{22} y = r_2 \end{array} \quad D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} - a_{21} a_{12}$$

masukkan kolom r sebagai pengganti kolom x

$$d 64 \quad \begin{array}{l} r_1 & a_{12} \\ r_2 & a_{22} \end{array} = r_1 a_{22} - r_2 a_{12} \quad D_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & r_1 \\ a_{21} & r_2 \end{vmatrix} = r_2 a_{11} - r_1 a_{21} \\ x = \frac{D_1}{D} \quad y = \frac{D_2}{D} \end{array}$$

Determinan orde ketiga (aturan sarus)

$$\begin{array}{l} a_{11} x + a_{12} y + a_{13} z = r_1 \\ a_{21} x + a_{22} y + a_{23} z = r_2 \\ a_{31} x + a_{32} y + a_{33} z = r_3 \end{array}$$

$$d 66 \quad D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} a_{31} + a_{13} a_{21} a_{32} - a_{13} a_{22} a_{31} - a_{11} a_{23} a_{32} - a_{12} a_{21} a_{33}$$

masukkan kolom r untuk kolom x

$$d 67 \quad D_1 = \begin{vmatrix} r_1 & a_{12} & a_{13} & r_1 & a_{12} \\ r_2 & a_{22} & a_{23} & r_2 & a_{22} \\ r_3 & a_{32} & a_{33} & r_3 & a_{32} \end{vmatrix} = r_1 a_{22} a_{33} + a_{12} a_{23} r_3 + a_{13} r_2 a_{32} - a_{13} a_{22} r_3 - r_1 a_{23} a_{32} - a_{12} a_{21} a_{33}$$

tentukan D_2 dan D_3 dengan cara yang sama pada penggantian kolom y dan z oleh kolom r:

$$x = \frac{D_1}{D}, \quad y = \frac{D_2}{D}, \quad z = \frac{D_3}{D}$$

lanjutan di D8

ARITMATIKA

Determinan dan persamaan linear

D 8

Determinan yang lebih besar dari orde ke-2:

(Aturan Sarrus, lihat D7, dapat digunakan untuk determinan-determinan dari orde yang lebih besar daripada orde ke-3). Dari penjumlahan atau pengurangan perkalian-perkalian yang sesuai dari dua baris atau kolom, dapat diusahakan untuk mendapatkan nilai-nilai nol. Kembangkanlah determinan dengan memulai dari baris atau kolom yang memiliki jumlah nol terbesar. Bolak-baliklah tanda-tanda faktor dengan mulai dari a_{11} sebagai +.

Contoh:

d 69

$$\begin{array}{cccc|c} a_{11}^+ & a_{12}^- & a_{13}^+ & 0^- \\ \cdots a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24}^+ \\ \cdots a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34}^- \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 0^+ \end{array}$$

Pengembangan pada kolom ke-4:

d 70

$$a_{24} \left| \begin{array}{ccc|c} a_{11}^+ & a_{12}^- & a_{13}^+ & 0^- \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34}^- \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 0^+ \end{array} \right| - a_{34} \left| \begin{array}{ccc|c} a_{11}^+ & a_{12}^- & a_{13}^+ & 0^- \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24}^+ \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 0^+ \end{array} \right|$$

Pengembangan lebih luas sebagai:

d 71

$$D = a_{24} \left(a_{11} \left| \begin{array}{cc|c} a_{32} & a_{33} & -a_{12} \\ a_{42} & a_{43} & a_{11} a_{32} \end{array} \right| - a_{12} \left| \begin{array}{cc|c} a_{31} & a_{33} & a_{11} \\ a_{41} & a_{43} & a_{11} a_{32} \end{array} \right| + a_{13} \left| \begin{array}{cc|c} a_{31} & a_{32} & a_{11} \\ a_{41} & a_{42} & a_{11} a_{32} \end{array} \right| \right) - a_{34} \left(\dots \right)$$

Untuk membentuk determinan $D_1, D_2 \dots$ (lihat D7), masukkan kolom r untuk yang pertama, kedua, ... dari D , dan buatlah evaluasi dengan cara yang sama seperti untuk D .

Untuk determinan pada order ke n , dapatkan $u_{1 \dots n}$ dari rumus:

d 72

$$u_1 = \frac{D_1}{D}, \quad u_2 = \frac{D_2}{D}, \quad \dots \quad u_n = \frac{D_n}{D}$$

Catatan: Untuk determinan dari orde ke- n teruskanlah hingga mendapatkan determinan pada orde ke-3.

ARITMATIKA

Deret

D 9

Deret hitung

Urutan 1, 4, 7, 10 dan seterusnya disebut deret hitung. (Selisih antara dua bilangan terdekat adalah konstan).

Rumus:

d 73

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

d 74

$$s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) = a_1 n + \frac{n(n - 1)d}{2}$$

Angka tengah deret hitung (arithmatic mean):

Setiap bilangan dari deret hitung adalah angka tengah deret hitung a_m dari bilangan-bilangan terdekat a_{m-1} dan a_{m+1} . Maka, bilangan ke- m adalah

d 75

$$a_m = \frac{a_{m-1} + a_{m+1}}{2} \quad \text{untuk } 1 < m < n$$

(misalnya, dalam deret di atas)

$$a_3 = \frac{4 + 10}{2} = 7$$

Deret ukur

Urutan 1, 2, 4, 8 dan seterusnya disebut sebuah deret ukur (Hasil bagi dari dua bilangan terdekat adalah konstan).

Rumus:

d 76

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

d 77

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} = \frac{q \cdot a_n - a_1}{q - 1}$$

Angka tengah deret ukur (geometric mean):

Setiap bilangan dari deret ukur adalah angka tengah deret ukur a_m dari bilangan-bilangan terdekat a_{m-1} dan a_{m+1} .

Maka bilangan ke- m adalah

d 78

$$a_m = \sqrt[n]{a_{m-1} a_{m+1}} \quad \text{untuk } 1 < m < n$$

(misalnya dalam deret di atas)

$$a_3 = \sqrt[2]{2 \times 8} = 4$$

Untuk deret ukur tidak terhingga ($n \rightarrow \infty$; $|q| < 1$) berlaku perumusan berikut ini:

d 79

$$a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 ; \quad s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = a_1 \frac{1}{1 - q}$$

a_1 : bilangan awal

n : jumlah bilangan

a_n : bilangan akhir

s_n : jumlah sampai n bilangan

d : bilangan terdekat

q : hasil bagi dari dua

bilangan terdekat

ARITMATIKA

Deret

D 10

Deret binomial

d 80 $f(x) = (1 \pm x)^a = 1 \pm \binom{a}{1}x + \binom{a}{2}x^2 \pm \binom{a}{3}x^3 + \dots$
 a dapat bernilai positif ataupun negatif, dapat berupa angka bulat atau pecahan.

Perluasan dari koefisien binomial:

$$\binom{a}{n} = \frac{a(a-1)(a-2)(a-3)\dots(a-n+1)}{1 \times 2 \times 3 \dots n}$$

Contoh:

d 81 $\frac{1}{1 \pm x} = (1 \pm x)^{-1} = 1 \mp x + x^2 \mp x^3 + \dots$ untuk $|x| < 1$

d 82 $\sqrt{1 \pm x} = (1 \pm x)^{\frac{1}{2}} = 1 \pm \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 \pm \frac{1}{16}x^3 - \dots$ untuk $|x| < 1$

d 83 $\frac{1}{\sqrt{1 \pm x}} = (1 \pm x)^{\frac{1}{2}} = 1 \mp \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 \mp \frac{5}{16}x^3 + \dots$ untuk $|x| < 1$

Deret Taylor

d 84 $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 + \dots$

memasukkan $a = 0$ akan menghasilkan deret MacLaurin:

d 85 $f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots$

Contoh:

d 86 $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$ untuk semua x

d 87 $a^x = 1 + \frac{x \ln a}{1!} + \frac{(x \ln a)^2}{2!} + \frac{(x \ln a)^3}{3!} + \dots$ untuk semua x

d 88 $\ln x = 2 \left[\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^5 + \dots \right]$ untuk $x > 0$

d 89 $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} + \dots$ untuk $-1 < x \leq 1$

d 90 $\ln 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \dots$

lanjutan di D 11

ARITMATIKA

Deret

D 11

Deret Taylor (sambungan)

Contoh:

d 91 $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$

d 92 $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$

d 93 $\tan x = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + \dots$ untuk $|x| < \frac{\pi}{2}$

d 94 $\cot x = \frac{1}{x} - \frac{1}{3}x - \frac{1}{45}x^3 - \frac{2}{945}x^5 - \dots$ untuk $0 < |x| < \pi$

d 95 $\arcsin x = x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \times 3}{2 \times 4} \frac{x^5}{5} + \frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6} \frac{x^7}{7} + \dots$ untuk $|x| \leq 1$

d 96 $\arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x$

d 97 $\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} - \dots$ untuk $|x| \leq 1$

d 98 $\text{arccot } x = \frac{\pi}{2} - \arctan x$

d 99 $\sinh x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \frac{x^9}{9!} + \dots$ untuk semua x

d 100 $\cosh x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} + \dots$ untuk semua x

d 101 $\tanh x = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 - \frac{17}{315}x^7 + \dots$ untuk $|x| < \frac{\pi}{2}$

d 102 $\coth x = \frac{1}{x} + \frac{1}{3}x - \frac{1}{45}x^3 + \frac{2}{945}x^5 - \dots$ untuk $0 < |x| < \pi$

d 103 $\text{arsinh } x = x - \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{1 \times 3}{2 \times 4} \frac{x^5}{5} - \frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6} \frac{x^7}{7} + \dots$ untuk $|x| < 1$

d 104 $\text{arcosh } x = \ln 2x - \frac{1}{2} \frac{1}{2x^2} - \frac{1 \times 3}{2 \times 4} \frac{1}{4x^4} - \frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6} \frac{1}{6x^6} + \dots$ untuk $|x| > 1$

d 105 $\text{artanh } x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} + \dots$ untuk $|x| < 1$

d 106 $\text{arcoth } x = \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \frac{1}{7x^7} + \dots$ untuk $|x| > 1$

ARITMATIKA

Deret Fourier

D 12

Fourier series

Umum: Setiap fungsi periodik $f(x)$, yang dapat dibagi lagi ke dalam suatu jumlah terbatas dari interval-interval yang terus menerus di dalam periodenya.

$-\pi \leq x \leq \pi$. dapat diperluas di dalam interval ini, ke dalam deret konvergensi dari bentuk ($x = \omega t$): berikut ini:

$$d107 \quad f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$$

Berbagai koefisien dapat dihitung dengan:

$$d108 \quad a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(x) \cos(kx) dx \quad b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} f(x) \sin(kx) dx$$

dengan indeks $k = 0, 1, 2, \dots, 2, \dots$

Penyederhanaan hitungan untuk koefisien gelombang simetris

Fungsi genap: $f(x) = f(-x)$

$$d109 \quad a_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos(kx) dx$$

dengan indeks $k = 0, 1, 2, \dots$

$$b_k = 0$$

fungsi ganjil: $f(x) = -f(-x)$

$$d111 \quad a_k = 0$$

$$d112 \quad b_k = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \sin(kx) dx$$

dengan indeks $k = 0, 1, 2, \dots$

Fungsi harmonis genap

$$d113 \quad f(x) = f(-x)$$

$$f(x) = -f(x)$$

$$d114 \quad f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

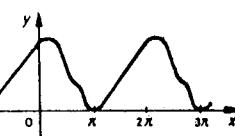
$$f\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$d115 \quad a_k = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cos(kx) dx$$

untuk $k = 1, 3, 5, \dots$

$$b_k = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \sin(kx) dx$$

untuk $k = 1, 3, 5, \dots$



ARITMATIKA

Deret Fourier

D 13

lanjutan dari D 12

$$d116 \quad a_k = 0 \text{ untuk } k = 0, 2, 4, \dots \quad | \quad a_k = 0 \text{ untuk } k = 0, 1, 2, \dots$$

$$d117 \quad b_k = 0 \text{ untuk } k = 1, 2, 3, \dots \quad | \quad b_k = 0 \text{ untuk } k = 2, 4, 6, \dots$$

Tabel perluasan Fourier

$$d118 \quad y = a \text{ untuk } 0 < x < \pi$$

$$d119 \quad y = -a \text{ untuk } \pi < x < 2\pi$$

$$d120 \quad y = \frac{4a}{\pi} \left[\sin x + \frac{\sin(3x)}{3} + \frac{\sin(5x)}{5} + \dots \right]$$

$$d121 \quad y = a \text{ untuk } a < x < \pi - a$$

$$d122 \quad y = -a \text{ untuk } \pi + a < x < 2\pi - a$$

$$d123 \quad y = \frac{4a}{\pi} \left[\cos a \sin x + \frac{1}{3} \cos(3a) \sin(3x) + \frac{1}{5} \cos(5a) \sin(5x) + \dots \right]$$

$$d124 \quad y = a \text{ untuk } a < x < 2\pi - a$$

$$d125 \quad y = f(2\pi + x)$$

$$d126 \quad y = \frac{2a}{\pi} \left[\frac{\pi - a}{2} - \frac{\sin(\pi - a)}{1} \cos x + \frac{\sin 2(\pi - a)}{2} \cos(2x) - \frac{\sin 3(\pi - a)}{3} \cos(3x) + \dots \right]$$

$$d127 \quad y = ax/b \text{ untuk } 0 \leq x \leq b$$

$$d128 \quad y = a \text{ untuk } b \leq x \leq \pi - b$$

$$d129 \quad y = a(x - \pi)/b \text{ untuk } \pi - b \leq x \leq \pi$$

$$d130 \quad y = \frac{4}{\pi} \frac{a}{b} \left[\frac{1}{1^2} \sin b \sin x + \frac{1}{3^2} \sin(3b) \sin(3x) + \frac{1}{5^2} \sin(5b) \sin(5x) + \dots \right]$$

$$d131 \quad y = \frac{ax}{2\pi} \text{ untuk } 0 < x < 2\pi$$

$$d132 \quad y = f(2\pi + x)$$

ARITMATIKA

Deret Fourier

D 14

d133

$$y = \frac{a}{2} - \frac{a}{\pi} \left[\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin(2x)}{2} + \frac{\sin(3x)}{3} + \dots \right]$$

Ilanjutan dari D13

d134

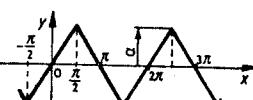
$$y = 2ax/x \quad \text{untuk } 0 \leq x \leq \pi/2$$

d135

$$y = 2a(x-x)/\pi \quad \text{untuk } \pi/2 \leq x \leq \pi$$

d136

$$y = -f(\pi+x)$$



d137

$$y = \frac{8}{\pi^2} a \left[\sin x - \frac{\sin(3x)}{3^2} + \frac{\sin(5x)}{5^2} - \dots \right]$$

d138

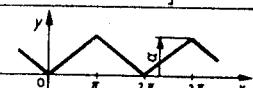
$$y = ax/x \quad \text{untuk } 0 \leq x \leq \pi$$

d139

$$y = a(2\pi-x)/\pi \quad \text{untuk } \pi \leq x \leq 2\pi$$

d140

$$y = f(2\pi+x)$$



d141

$$y = \frac{a}{2} - \frac{4a}{\pi^2} \left[\frac{\cos x}{1^2} + \frac{\cos(3x)}{3^2} + \frac{\cos(5x)}{5^2} + \dots \right]$$

d142

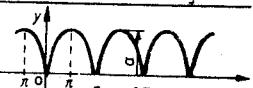
$$y = a \sin x \quad \text{untuk } 0 \leq x \leq \pi$$

d143

$$y = -a \sin x \quad \text{untuk } \pi \leq x \leq 2\pi$$

d144

$$y = f(\pi+x)$$



d145

$$y = \frac{2a}{\pi} - \frac{4a}{\pi} \left[\frac{\cos(2x)}{1 \cdot 3} + \frac{\cos(4x)}{3 \cdot 5} + \frac{\cos(6x)}{5 \cdot 7} + \dots \right]$$

d146

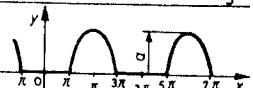
$$y = 0 \quad \text{untuk } 0 \leq x \leq \pi/2$$

d147

$$y = a \sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) \quad \text{untuk } \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$$

d148

$$y = f(2\pi+x)$$



d149

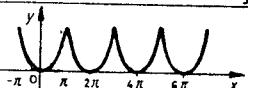
$$y = \frac{2a}{\pi} \left[\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} \cos x + \frac{\cos(2x)}{2^2 - 1} - \frac{\cos(4x)}{4^2 - 1} + \frac{\cos(6x)}{6^2 - 1} - \dots \right]$$

d150

$$y = x^2 \quad \text{untuk } -\pi \leq x \leq \pi$$

d151

$$y = f(-x) = f(2\pi+x)$$



d152

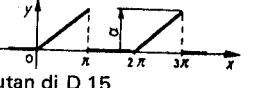
$$y = \frac{\pi^2}{3} - 4 \left[\frac{\cos x}{1^2} - \frac{\cos(2x)}{2^2} + \frac{\cos(3x)}{3^2} - \dots \right]$$

d153

$$y = ax/\pi \quad \text{untuk } 0 \leq x \leq \pi$$

d154

$$y = f(2\pi+x)$$



Ilanjutan di D 15

ARITMATIKA

Transformasi Fourier

D 15

Ilanjutan dari D14

d155

$$y = \frac{a}{4} - \frac{2a}{\pi^2} \left[\frac{\cos x}{1^2} + \frac{\cos(3x)}{3^2} + \frac{\cos(5x)}{5^2} + \dots \right] + \frac{a}{\pi} \left[\frac{\sin x}{1} - \frac{\sin(2x)}{2} + \frac{\sin(3x)}{3} - \dots \right]$$

Umum: Transformasi Fourier $F\{s(t)\}$ yang berlandasan integral Fourier merubah fungsi waktu $s(t)$ ke dalam spectrum berlanjut (kerapatan spectra) $S(\omega)$ sedemikian rupa sehingga frekuensi ω menjadi sesuai dengan kerapatan spectra. $s(t)$ harus mempunyai karakteristik sebagai berikut:

- modah dipisah-pisahkan dalam jumlah interval terbatas yang telah ditentukan.
- mempunyai nilai tertentu pada loncongan $s(t+0)$ dan $s(t-0)$, sehingga nilai ini sama dengan nilai rata-ratanya.

d 156

$$s(t) = \frac{1}{2} [s(t-0) + s(t+0)]$$

d 157

$\int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)| dt$ dr harus merupakan konvergen mutlak

Inversi transformasi Fourier $F^{-1}\{S(\omega)\}$ memberikan fungsi waktu $s(t)$

Definisi

d 159

$$F\{s(t)\} = S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt; \quad i = \sqrt{-1}$$

d 160

$$F^{-1}\{S(\omega)\} = s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega; \quad i = \sqrt{-1}$$

d 161

$$\text{Energi spektra} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} |s(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |S(\omega)|^2 d\omega$$

Aturan hitung

d 162

$$\text{Peralihan (translasi)} \quad F\{s(t-\tau)\} = S(\omega) e^{-i\omega\tau}; \quad i = \sqrt{-1}$$

d 163

$$\text{Pembelitan (konvolusi)} s_1(t) * s_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(\tau) s_2(t-\tau) d\tau$$

d 164

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} s_2(\tau) s_1(t-\tau) d\tau$$

d 165

$$F\{s_1(t) * s_2(t)\} = S_1(\omega) S_2(\omega)$$

ARITMATIKA

Transformasi Fourier

D 16

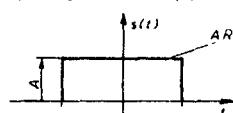
lanjutan dari D15

- d 166 $F\{s(t)\} = S(\omega)$
 d 167 $F\{s(at)\} = \frac{1}{a} S\left(\frac{\omega}{a}\right) \quad a \text{ real} > 0$
 d 168 $F\{s_1(t) + s_2(t)\} = S_1(\omega) + S_2(\omega)$

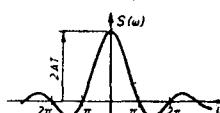
Dengan menggunakan d 159, kerapatan spektra yang telah dihitung diberikan untuk beberapa fungsi waktu yang penting. Penyesuaian antara fungsi waktu dan kerapatan spektra.

d 169 $s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{i\omega t} d\omega ; \quad S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i\omega t} dt$

Fungsi waktu $s(t)$

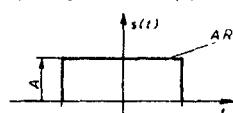


Kerapatan spektra $S(\omega)$



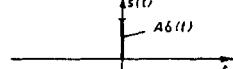
d 170 Fungsi segi empat $A R_T(t)$

$$2AT \sin(\omega T)/(\omega T)$$

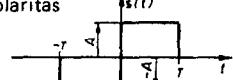


$$S(\omega) = A \quad (\text{kerapatan spektra adalah konstan untuk kelebihan } \omega)$$

d 171 Pulsa Dirac $A \delta(t)$

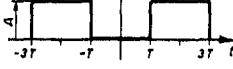


d 172 Fungsi segi empat dengan penggantian polaritas



$$S(\omega) = -j 2AT \frac{\sin^2 \frac{\omega T}{2}}{\frac{\omega T}{2}}$$

d 175



$$S(\omega) = 4AT \cos(2\omega T) \frac{\sin(\omega T)}{\omega T}$$

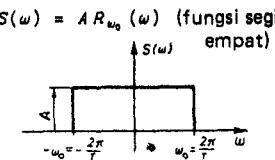
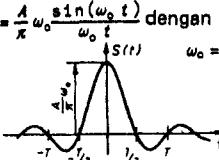
ARITMATIKA

Transformasi Fourier

D 17

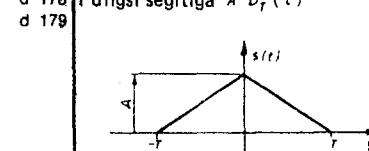
lanjutan dari D16

d 176/177 $s(t) = \frac{A}{\pi} \frac{\sin(\omega_0 t)}{\omega_0 t} \quad \text{dengan } \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$



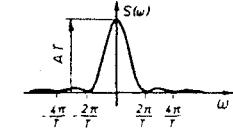
Fungsi waktu $s(t)$

d 178 Fungsi segitiga $A D_T(t)$

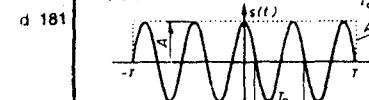


Kerapatan spektra $S(\omega)$

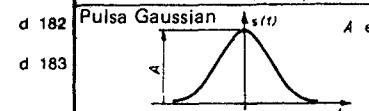
$$S(\omega) = \left(\frac{\sin(\pi\omega/2)}{\pi\omega/2} \right)^2 AT$$



d 180 segi empat yang dimodulasi: $A R_T(t) \cos(\omega_0 t)$ dengan $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{aT}$

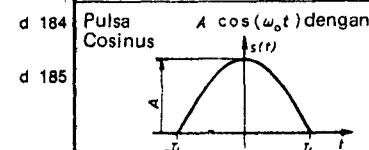


$$S(\omega) = A \frac{\sin T(\omega + \omega_0)}{\omega + \omega_0} + A \frac{\sin T(\omega - \omega_0)}{\omega - \omega_0}$$



d 182 Pulsa Gaussian

$$S(\omega) = \frac{A}{a} \sqrt{\pi} e^{-\frac{\omega^2}{4a^2}}$$



d 184 Pulsa Cosinus

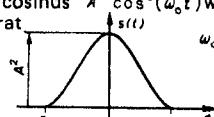
$$S(\omega) = \frac{A T}{\pi} \frac{\cos\left(\frac{T}{4}\omega\right)}{1 - \left(\frac{T}{2\pi}\omega\right)^2}$$

ARITMATIKA

Transformasi Laplace

D 18

- d 186 Pulsa cosinus $A^2 \cos^2(\omega_0 t)$ with kuadrat



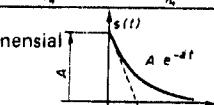
$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

lanjutan dari D17

$$S(\omega) = \frac{A T}{4} \times \frac{\sin(\omega T/4)}{(\omega T/4)} \times \frac{1}{1 - \frac{T^2 \omega^2}{16\pi^2}}$$

- d 188

- d 189



$$S(\omega) = \frac{A}{j\omega + a}$$

Umum: Transformasi Laplace $L\{f(t)\}$ berdasarkan fungsi integral

- d 190

$$F(p) = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt$$

mengubah fungsi waktu $f(t)$, yang mana harus bernilai nol untuk $t < 0$ dan yang seluruhnya harus diberikan untuk $t \geq 0$. ke dalam suatu fungsi gambar. Bagian e^{-pt} di dalam d 190 digunakan sebagai sebuah faktor persiapan untuk menentukan konvergensi integral untuk sebanyak mungkin fungsi waktu, di sini $p = \sigma + i\omega$ dengan $\sigma \geq 0$, adalah variabel kerja yang kompleks. Di daerah gambar ini persamaan diferensial dapat dipecahkan dan proses-proses dengan ciri khas yang tidak periodik (misalnya osilasi) dapat ditangani; sifat (waktu) waktu yang diinginkan akhirnya dapat dicapai dengan cara transformasi inversi di dalam daerah t (lihat D 20).

Definisi

$$L\{f(t)\} = F(p) = \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt \quad L^{-1}\{F(p)\} = f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma_0-i\infty}^{\sigma_0+i\infty} F(p) e^{pt} dp$$

uraian singkat: $f(t) \longleftrightarrow F(p)$

uraian singkat: $F(p) \longleftrightarrow f(t)$

ARITMATIKA

Transformasi Laplace

D 19

lanjutan dari D18

Aturan hitung (aturan operasi)

$$\text{Linearitas} \quad L\{f_1(t) + f_2(t)\} = F_1(p) + F_2(p)$$

$$d 195 \quad L\{c f_1(t)\} = c F_1(p)$$

$$d 196 \quad \text{Translasi} \quad L\{f(t-a)\} = e^{-ap} F(p)$$

$$d 197 \quad \text{Pembelitan} \quad f_1(t) * f_2(t) = \int_0^t f_1(t-\tau) f_2(\tau) d\tau$$

$$d 198 \quad = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau$$

$$d 199 \quad f_1(t) * f_2(t) \longleftrightarrow F_1(p) F_2(p)$$

$$d 200 \quad \text{Transformasi variabel} \quad L\left\{\frac{1}{a} f\left(\frac{t}{a}\right)\right\} = F(a p)$$

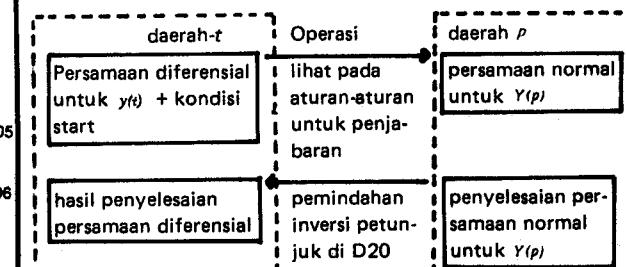
$$d 201 \quad \text{Deferensial} \quad L\{f'(t)\} = p F(p) - f(0^+)$$

$$d 202 \quad L\{f''(t)\} = p^2 F(p) - p f(0^+) - f'(0^+)$$

$$d 203 \quad L\{f^n(t)\} = p^n F(p) - \sum_{k=0}^{n-1} f^{(k)}(0^+) p^{n-k-1}$$

$$d 204 \quad \text{Integral} \quad L\left\{\int_0^t f(t) dt\right\} = \frac{1}{p} F(p)$$

Penerapan transformasi L pada persamaan deferensial skema



Kesukaran penyelesaian persamaan diferensial dialihkan ke transformasi inversi. Hal ini dapat disederhanakan dengan eksansi dari $Y(p)$ ke dalam fraksi-fraksi bagian (lihat D3) atau ke

lanjutan dari D19

dalam fungsi-fungsi bagian yang sedemikian rupa untuk mana di dalam D20 konversi-konversi diberikan kembali ke dalam daerah waktu.

Contoh: $2y' + y = f(t)$; $f(t)$ adalah fungsi start
 $y(0^+) = 2 \Delta$ kondisi start

dengan $\left| \begin{array}{l} \text{d 201} \\ \text{d 205} \end{array} \right. 2p Y(p) - 2y(0^+) + Y(p) = F(p)$
 $\left| \begin{array}{l} \text{d 206} \\ \text{d 207} \end{array} \right. y(t) \xrightarrow{\text{---}} Y(p) = \frac{F(p) + 2y(0^+)}{1+2p} = \frac{1/p + 2y(0^+)}{1+2p}$

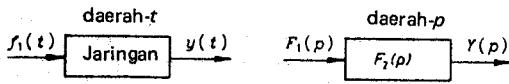
Sesuai dengan $f(t) \xrightarrow{\text{---}} F(p)$ terdapat berbagai macam penyelesaian untuk $y(t)$. [Di sini $f(t)$ dianggap sebagai fungsi langkah. Dalam hal ini menunjuk pada d 213 $F(p) = 1/p$.]

Penerapan $\left| \begin{array}{l} \text{d 3} \\ \text{pada D 3} \end{array} \right. Y(p) = \frac{1}{p(1+2p)} + \frac{2y(0^+)}{1+2p} = \frac{1}{p} - \frac{2}{1+2p} + \frac{2y(0^+)}{1+2p}$

setelah D20 $y(t) = 1 - 2\frac{1}{2}e^{-\frac{t}{2}} + 2 \times 2 \frac{1}{2}e^{-\frac{t}{2}} = 1 - e^{-\frac{t}{2}}$

Penerapan aturan konvolusi (pembelitan) terhadap transformasi $-L$ pada jaringan-jaringan linear.

Fungsi asli adalah $f_1(t)$ dirubah menjadi sebuah responsi $y(t)$ setelah melalui sebuah jaringan. Jaringan ditetapkan dengan fungsi pemindahannya $F_2(p)$. $F_2(p)$ pemindahan inversi $f_2(t)$.



d 208

$$y(t) = f_1(t) * f_2(t) \xrightarrow{\text{---}} Y(p) = F_1(p) \times F_2(p)$$

Untuk jaringan yang ditentukan responsi $y(t)$ tergantung dari $f_1(t)$, $y(t)$ dapat diperoleh dari d 205. Setelah memperoleh $Y(p)$ perhitungan diteruskan pada baris d 206. Seluruh Transformasi inversi ke daerah- t adalah mungkin, jika $F_2(p)$ ditentukan sebagai fungsi rasional fraksi yang wajar p dan bila transformasi $-L$, yaitu $F_1(p)$ ditentukan dalam D 20.

Tabel korelasi

d 210	$F(p) = \int_0^{+\infty} f(t) e^{-pt} dt$; $f(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{C_0-i\infty}^{C_0+i\infty} F(p) e^{pt} dp$		
d 211	dengan $p = i\omega = i2\pi f$; $i = \sqrt{-1}$	daerah - p	daerah - t
d 212	daerah - p	daerah - t	fungsi asli $f(t)$
d 213	transformasi fungsi asli $f(t)$	transformasi Laplace $F(p)$	
d 214			
d 215			
d 216			
d 217			
d 218			
d 219			
d 220			
d 221			
d 222			
d 223			
d 224			
d 225			
d 226			
d 227			
d 228			
d 229			
d 230			
d 231			
d 232			
d 233			
d 234			
d 235			
d 236			
d 237/238			

ARITMATIKA

Bilangan kompleks

D 21

Umum

$$z = r e^{i\varphi} = a + i b$$

a = bagian nyata dari z

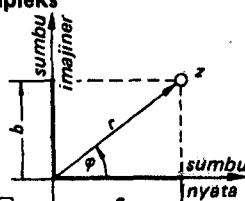
b = bagian imajiner dari z

r = nilai absolut z

= atau modulus z

φ = argumen z

a dan b adalah nyata



d 239

$$i^1 = +i \quad i^{-1} = -i$$

d 240

$$i^2 = -1 \quad i^{-2} = -1$$

d 241

$$i^3 = -i \quad i^{-3} = +i$$

d 242

$$i^4 = +1 \quad i^{-4} = +1$$

d 243

$$\frac{i^6}{i^8} = +1 \quad i^{-6} = -1$$

d 244

dst.

Catatan: Dalam teknik listrik huruf i menggantikan huruf j untuk menghindari kekeliruan.

Dalam sistem koordinat Cartesian:

$$d 245 \quad z = a + i b$$

$$d 246 \quad z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + i(b_1 + b_2)$$

$$d 247 \quad z_1 - z_2 = (a_1 - a_2) + i(b_1 - b_2)$$

$$d 248 \quad z_1 \times z_2 = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + i(a_1 b_2 + a_2 b_1)$$

$$d 249 \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + i \frac{-a_1 b_2 + a_2 b_1}{a_2^2 + b_2^2}$$

$$d 250 \quad a^2 + b^2 = (a + i b)(a - i b)$$

$$d 251 \quad \sqrt{a \pm i b} = \sqrt{\frac{a \pm \sqrt{a^2 + b^2}}{2}} \pm i \sqrt{\frac{-a \pm \sqrt{a^2 + b^2}}{2}}$$

dimana $a_1 = a_2$ dan $b_1 = b_2$, maka $z_1 = z_2$

lanjutan di D 22

ARITMATIKA

Bilangan kompleks

D 22

Bilangan kompleks

(sambungan)

Di dalam sistem koordinat polar:

$$d 252 \quad z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi) = a + i b$$

$$d 253 \quad r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$d 254 \quad \varphi = \arctan \frac{b}{a}$$

$$d 255 \quad \sin \varphi = \frac{b}{r} \quad | \quad \cos \varphi = \frac{a}{r} \quad | \quad \tan \varphi = \frac{b}{a}$$

$$d 256 \quad z_1 \times z_2 = r_1 \times r_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2)]$$

$$d 257 \quad \frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2)]$$

$$d 258 \quad z^n = r^n [\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi)] \quad (n > 0 \text{ integral})$$

$$d 259 \quad \sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r} \left| (\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n}) \right|$$

$$d 260 \quad \sqrt[n]{1} = \cos \frac{2\pi k}{n} + i \sin \frac{2\pi k}{n} \quad (\text{satuhan akar ke-}n)$$

dalam rumus d 259 dan d 260 $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$

$$d 261 \quad e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

$$d 262 \quad e^{-i\varphi} = \cos \varphi - i \sin \varphi = \frac{1}{\cos \varphi + i \sin \varphi}$$

$$d 263 \quad |e^{i\varphi}| = \sqrt{\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi} = 1$$

$$d 264 \quad \cos \varphi = \frac{e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}}{2} \quad | \quad \sin \varphi = \frac{e^{i\varphi} - e^{-i\varphi}}{2i}$$

$$d 265 \quad \ln z = \ln r + i(\varphi + 2\pi k) \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

dimana $r_1 = r_2$ dan $\varphi_1 = \varphi_2 + 2\pi k$, maka $z_1 = z_2$

Catatan: φ harus dapat diukur dalam bentuk arc.
 k adalah sembarang bilangan genap

ARITMATIKA

Penerapan dari deret ukur

D 23

Perhitungan bunga majemuk (Compound interest)

d 266

$$k_n = k_0 q^n k$$

d 267

$$n = \frac{\log \frac{k_n}{k_0}}{\log q}$$

$$q = \sqrt[n]{\frac{k_n}{k_0}}$$

Perhitungan bunga tahunan (Annuity interest)

d 268

$$k_n = k_0 q^n - r q \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

d 269

$$r = \frac{(k_0 q^n - k_n)(q-1)}{(q^n - 1)q}$$

d 270

$$n = \frac{\log \frac{r q - k_n(q-1)}{r q - k_0(q-1)}}{\log q}$$

di mana $k = 0$ kita mendapatkan "rumus-rumus pembebasan" (redemption).

Perhitungan deposito

(rumus bank simpanan)

d 271

$$k_n = k_0 q^n + r q \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

d 272

$$r = \frac{(k_n - k_0 q^n)(q-1)}{(q^n - 1)q}$$

d 273

$$n = \frac{\log \frac{k_n(q-1) + r q}{k_0(q-1) + r q}}{\log q}$$

Huruf-huruf

k_0 : modal awal

n : jumlah tahun

k_n : modal setelah n tahun

q : $1 + p$

r : pensiun tahunan

p : suku bunga

(pengambilan kembali)

(misalkan 0,06 pada 6%)

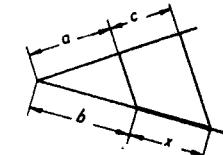
ARITMATIKA

Konstruksi geometri dari ungkapan aljabar

D 24

d 274

$$x = \frac{b c}{a}$$



d 275

$$a : b = c : x$$

x : pembanding ke-4

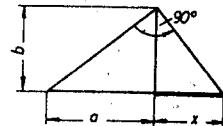
d 276

$$x = \frac{b^2}{a}$$

d 277

$$a : b = b : x$$

x : pembanding ke-3



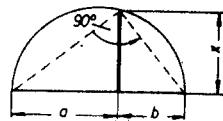
d 278

$$x = \sqrt{a b}$$

d 279

$$a : x = x : b$$

x : pembanding tengah



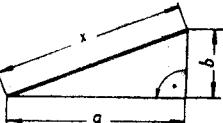
d 280

$$x^2 = a^2 + b^2$$

d 281

$$\text{atau } x = \sqrt{a^2 + b^2}$$

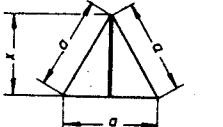
x : hipotenusa dari sebuah ang segitiga siku-siku



d 282

$$x = \frac{a}{2} \sqrt{3}$$

x : ketinggian dari segitiga sama-sisi



d 283

$$x = \frac{a}{2} (\sqrt{5} - 1)$$

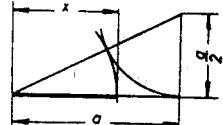
d 284

$$\approx a \cdot 0.618$$

d 285

$$a : x = x : (a-x)$$

x : seksi lebih besar dari garis yang berulang-ulang dibagi lagi (seksi terbaik)



FUNGSI LINGKARAN

Istilah dasar

E 1

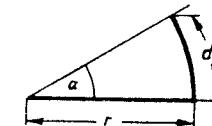
Ukuran melingkar dan ukuran sudut dari sudut datar

Ukuran melingkar

Ukuran melingkar adalah perbandingan jarak d yang diukur sepanjang busur dengan jari-jari r .

Satuan ukuran ini disebut "radian" yang tidak mempunyai dimensi.

$$\alpha = \frac{d}{r} \text{ (rad)}$$



Satuan: rad

Ukuran sudut

Ukuran sudut didapatkan dengan cara membagi sudut yang berada di tengah-tengah lingkaran menjadi 360 bagian yang dikenal sebagai "derajat".

Satuan: °

e 2 A satu derajat dibagi dalam 60 menit (satuan: ')

e 3 a satu menit dibagi dalam 60 detik (satuan: '')

Hubungan antara ukuran melingkar dan ukuran sudut

Bilamana sebuah lingkaran diperhatikan, maka dapat dilihat, bahwa:

$$360 = 2\pi \text{ radian}$$

$$\text{atau } 1 \text{ rad}^{\circ} = 57.2958^{\circ}$$

derajat	0°	30°	45°	60°	75°	90°	180°	270°	360°
radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5}{12}\pi$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
	0	0.52	0.7	1.05	1.31	1.57	3.14	4.71	6.28

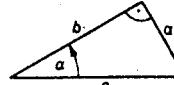
FUNGSI LINGKARAN

Istilah umum

E 2

Segitiga siku-siku

$$e 7 \quad \sin a = \frac{\text{sisi berhadapan}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$



$$e 8 \quad \cos a = \frac{\text{sisi samping}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$e 9 \quad \tan a = \frac{\text{sisi berhadapan}}{\text{sisi samping}} = \frac{a}{b} \quad \cot a = \frac{b}{a} = \frac{\text{sisi samping}}{\text{sisi berhadapan}}$$

Fungsi sudut yang lebih penting

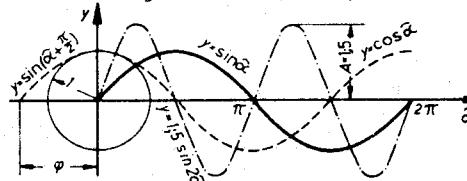
e 10	a	0°	30°	45°	60°	75°	90°	180°	270°	360°
	$\sin a$	0	0,500	0,707	0,866	0,966	1	0	-1	0
	$\cos a$	1	0,866	0,707	0,500	0,259	0	-1	0	1
	$\tan a$	0	0,577	1,000	1,732	3,732	∞	0	∞	0
	$\cot a$	∞	1,732	1,000	0,577	0,268	0	∞	0	∞

Hubungan antara fungsi sinus dan fungsi cosinus

Persamaan dasar

$$e 13 \quad \text{fungsi sinus} \quad y = A \sin(k\alpha - \varphi)$$

$$e 14 \quad \text{fungsi cosinus} \quad y = A \cos(k\alpha - \varphi)$$



= lengkung sinus dengan amplitude $A = 1$ dan $k = 1$
 - - - = lengkung sinus dengan amplitude $A = 1,5$ dan $k = 2$
 - - - - = lengkung cosinus dengan amplitude $A = 1$ dan $k = 1$

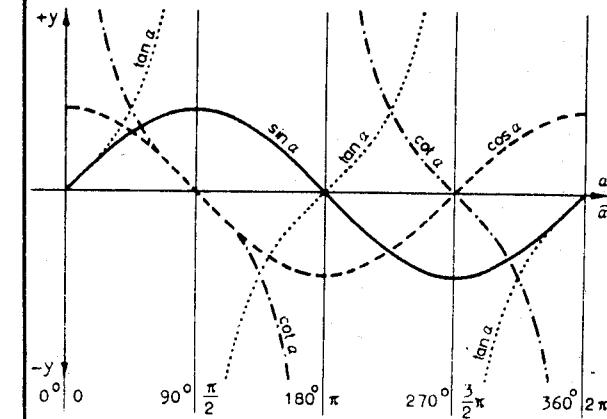
atau lengkung sinus dengan fasa yang besar pada $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

FUNGSI LINGKARAN

Kuadran

E 3

e 15	$\sin(90^\circ - a)$	=	+ $\cos a$	$\sin(90^\circ + a)$	=	+ $\cos a$
e 16	$\cos(")$	=	+ $\sin a$	$\cos(")$	=	- $\sin a$
e 17	$\tan(")$	=	+ $\cot a$	$\tan(")$	=	- $\cot a$
e 18	$\cot(")$	=	+ $\tan a$	$\cot(")$	=	- $\tan a$
e 19	$\sin(180^\circ - a)$	=	+ $\sin a$	$\sin(180^\circ + a)$	=	- $\sin a$
e 20	$\cos(")$	=	- $\cos a$	$\cos(")$	=	- $\cos a$
e 21	$\tan(")$	=	- $\tan a$	$\tan(")$	=	+ $\tan a$
e 22	$\cot(")$	=	- $\cot a$	$\cot(")$	=	+ $\cot a$
e 23	$\sin(270^\circ - a)$	=	- $\cos a$	$\sin(270^\circ + a)$	=	- $\cos a$
e 24	$\cos(")$	=	- $\sin a$	$\cos(")$	=	+ $\sin a$
e 25	$\tan(")$	=	+ $\cot a$	$\tan(")$	=	- $\cot a$
e 26	$\cot(")$	=	+ $\tan a$	$\cot(")$	=	- $\tan a$
e 27	$\sin(360^\circ - a)$	=	- $\sin a$	$\sin(360^\circ + a)$	=	+ $\sin a$
e 28	$\cos(")$	=	+ $\cos a$	$\cos(")$	=	+ $\cos a$
e 29	$\tan(")$	=	- $\tan a$	$\tan(")$	=	+ $\tan a$
e 30	$\cot(")$	=	- $\cot a$	$\cot(")$	=	+ $\cot a$
e 31	$\sin(-a)$	=	- $\sin a$	$\sin(a \pm n \times 360^\circ)$	=	+ $\sin a$
e 32	$\cos(-a)$	=	+ $\cos a$	$\cos(-a)$	=	+ $\cos a$
e 33	$\tan(-a)$	=	- $\tan a$	$\tan(a \pm n \times 180^\circ)$	=	+ $\tan a$
e 34	$\cot(-a)$	=	- $\cot a$	$\cot(-a)$	=	+ $\cot a$



FUNGSI LINGKARAN

Konversi ilmu ukur segitiga

E 4

Identitas dasar

$$\begin{array}{l} e\ 35 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad | \quad \tan \alpha \cot \alpha = 1 \\ e\ 36 \quad 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad | \quad 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \end{array}$$

Jumlah dan selisih sudut-sudut

$$\begin{array}{l} e\ 37 \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \\ e\ 38 \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \\ e\ 39 \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}; \cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot \alpha \cot \beta \mp 1}{\cot \alpha + \cot \beta} \end{array}$$

Jumlah dan selisih fungsi sudut-sudut

$$\begin{array}{l} e\ 40 \sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \\ e\ 41 \sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \\ e\ 42 \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \\ e\ 43 \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \\ e\ 44 \tan \alpha \pm \tan \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} \\ e\ 45 \cot \alpha \pm \cot \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta} \\ e\ 46 \sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \sin(\alpha - \beta) \\ e\ 47 \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) \\ e\ 48 \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) \\ e\ 49 \tan \alpha \tan \beta = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{\cot \alpha + \cot \beta} = -\frac{\tan \alpha - \tan \beta}{\cot \alpha - \cot \beta} \\ e\ 50 \cot \alpha \cot \beta = \frac{\cot \alpha + \cot \beta}{\tan \alpha + \tan \beta} = -\frac{\cot \alpha - \cot \beta}{\tan \alpha - \tan \beta} \\ e\ 51 \cot \alpha \tan \beta = \frac{\cot \alpha + \tan \beta}{\tan \alpha + \cot \beta} = -\frac{\cot \alpha - \tan \beta}{\tan \alpha - \cot \beta} \end{array}$$

Jumlah 2 getaran harmonis dari frekuensi yang sama

$$e\ 52 a \sin(\omega t + \varphi_1) + b \cos(\omega t + \varphi_2) = \sqrt{c^2 + d^2} \sin(\omega t + \varphi)$$

dengan $c = a \sin \varphi_1 + b \cos \varphi_2$; $d = a \cos \varphi_1 - b \sin \varphi_2$

$$\varphi = \arctan \frac{c}{d}$$
 dan $\varphi = \arcsin \frac{c}{\sqrt{c^2 + d^2}}$ { keduanya harus dipenuhi }

FUNGSI LINGKARAN

Konversi ilmu ukur segitiga

E 5

Perbandingan antara setengah sudut, dan sudut rangkap yang sederhana.

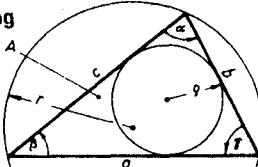
$\sin \alpha =$	$\cos \alpha =$	$\tan \alpha =$	$\cot \alpha =$
$\cos(90^\circ - \alpha)$	$\sin(90^\circ - \alpha)$	$\cot(90^\circ - \alpha)$	$\tan(90^\circ - \alpha)$
$\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$	$\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$	$\frac{1}{\cot \alpha}$	$\frac{1}{\tan \alpha}$
$2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$	$\cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}$	$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$	$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
$\frac{\tan \alpha}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$	$\frac{\cot \alpha}{\sqrt{1 + \cot^2 \alpha}}$	$\frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$
$\sqrt{\cos^2 \alpha - \cos 2\alpha}$	$1 - 2\sin^2 \frac{\alpha}{2}$	$\sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1}$	$\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1}$
$\sqrt{1 - \cos 2\alpha}$	$\sqrt{1 + \cos 2\alpha}$	$\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$	$\frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$
$\frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$		
$\frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$	$\frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$	$\frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}$	$\frac{\cot^2 \frac{\alpha}{2} - 1}{2 \cot \frac{\alpha}{2}}$
$\sin 2\alpha =$	$\cos 2\alpha =$	$\tan 2\alpha =$	$\cot 2\alpha =$
$2 \sin \alpha \cos \alpha$	$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$	$\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$	$\frac{\cot^2 \alpha - 1}{2 \cot \alpha}$
	$2 \cos^2 \alpha - 1$	$\frac{2}{\cot \alpha - \tan \alpha}$	$\frac{1}{2} \cot \alpha - \frac{1}{2} \tan \alpha$
	$1 - 2\sin^2 \alpha$		
$\sin \frac{\alpha}{2} =$	$\cos \frac{\alpha}{2} =$	$\tan \frac{\alpha}{2} =$	$\cot \frac{\alpha}{2} =$
		$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$	$\frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$
$\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$	$\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$	$\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$	$\frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$
		$\sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}$	$\sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}}$

FUNGSI LINGKARAN

Segitiga bersudut lancip

E 6

Segitiga bersudut miring



Aturan sinus

$$e\ 67 \quad \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma = a : b : c$$

$$e\ 68 \quad a = \frac{b}{\sin \beta} \sin \alpha = \frac{c}{\sin \gamma} \sin \alpha$$

$$e\ 69 \quad b = \frac{a}{\sin \alpha} \sin \beta = \frac{c}{\sin \gamma} \sin \beta$$

$$e\ 70 \quad c = \frac{a}{\sin \alpha} \sin \gamma = \frac{b}{\sin \beta} \sin \gamma$$

Aturan cosinus

$$e\ 71 \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$e\ 72 \quad b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos \beta$$

$$e\ 73 \quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

(untuk sudut yang tumpul nilai cosinus adalah negatif)

Aturan Tangensial

$$e\ 74 \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{\tan \frac{\alpha+\beta}{2}}{\tan \frac{\alpha-\beta}{2}} \quad \left| \quad \frac{a+c}{a-c} = \frac{\tan \frac{\alpha+\gamma}{2}}{\tan \frac{\alpha-\gamma}{2}} \quad \right| \quad \left| \quad \frac{b+c}{b-c} = \frac{\tan \frac{\beta+\gamma}{2}}{\tan \frac{\beta-\gamma}{2}}$$

Aturan setengah sudut

$$e\ 75 \quad \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{s-a} \quad \left| \quad \tan \frac{\beta}{2} = \frac{r}{s-b} \quad \right| \quad \left| \quad \tan \frac{\gamma}{2} = \frac{r}{s-c}$$

Luas, jari-jari lingkaran-dalam dan lingkaran-keliling

$$e\ 76 \quad A = \frac{1}{2} bc \sin \alpha = \frac{1}{2} ac \sin \beta = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

$$e\ 77 \quad A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = rs$$

$$e\ 78 \quad r = \sqrt{\frac{(s-a)(s-b)(s-c)}{s}}$$

$$e\ 79 \quad r = \frac{1}{2} \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{1}{2} \frac{b}{\sin \beta} = \frac{1}{2} \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$e\ 80 \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

FUNGSI LINGKARAN

Kebalikan dari fungsi ilmu ukur segitiga

E 7

Kebalikan fungsi melingkar

Definisi

	fungsi	$y =$		
	$\arcsin x$	$\arccos x$	$\arctan x$	$\text{arccot } x$
e 81 Serupa dengan	$x = \sin y$	$x = \cos y$	$x = \tan y$	$x = \cot y$
e 82 ditentukan dalam	$-1 \leq x \leq 1$	$-1 \leq x \leq 1$	$-\infty < x < +\infty$	$-\infty < x < +\infty$
e 83 nilai prinsip	$-\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$	$\pi \geq y \geq 0$	$-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$	$\pi > y > 0$

Sifat dasar

$$e\ 84 \quad \arccos x = \frac{\pi}{2} - \arcsin x \quad | \quad \text{arccot } x = \frac{\pi}{2} - \arctan x$$

Perbandingan antara kebalikan fungsi-fungsi lingkar

untuk $x \geq 0$:

$\arcsin x =$	$\arccos x =$	$\arctan x =$	$\text{arccot } x =$
$\arccos \sqrt{1-x^2}$	$\arcsin \sqrt{1-x^2}$	$\arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$	$\arcsin \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\arctan \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arctan \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$	$\arccos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$\arccos \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
$\text{arccot } \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$	$\text{arccot } \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arccot \frac{1}{x}$	$\arctan \frac{1}{x}$

untuk $x \leq 0$:

$$e\ 88 \quad \arcsin(-x) = -\arcsin x \quad | \quad \arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

$$e\ 89 \quad \arctan(-x) = -\arctan x \quad | \quad \text{arccot}(-x) = \pi - \text{arccot } x$$

Dalil penjumlahan

$$e\ 90 \quad \arcsin a \pm \arcsin b = \arcsin(a\sqrt{1-b^2} \pm b\sqrt{1-a^2})$$

$$e\ 91 \quad \arccos a \pm \arccos b = \arccos(a b \mp \sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2})$$

$$e\ 92 \quad \arctan a \pm \arctan b = \arctan \frac{a \pm b}{1 \mp ab}$$

$$e\ 93 \quad \text{arccot } a \pm \text{arccot } b = \text{arccot} \frac{ab \mp 1}{b \pm a}$$

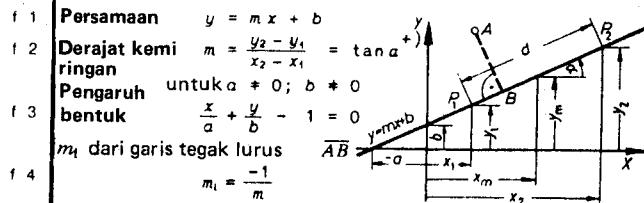
ILMU UKUR ANALISA

Garis lurus, segitiga

F 1

Garis lurus

f 1 Persamaan



f 2 Derajat kemiringan

ringan
ringan

Pengaruh

untuk $a \neq 0; b \neq 0$

bentuk

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} - 1 = 0$$

m_l dari garis tegak lurus

$$m_l = -\frac{1}{m}$$

f 4

$$m_l = \frac{-1}{m}$$

f 5

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

f 6

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

f 7

Jarak antara dua titik

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

f 8

$$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

f 9

$$x_3 = \frac{b_2 - b_1}{m_1 - m_2}$$

f 10

Sudut perpotongan φ

pada dua garis lurus

$$\tan \varphi = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 \cdot m_1}$$

f 11

Sentroidas

$$x_s = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

$$y_s = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

f 12

Luas

$$A = \frac{(x_1 y_2 - x_2 y_1) + (x_2 y_3 - x_3 y_2) + (x_3 y_1 - x_1 y_3)}{2}$$

f 13

*) dimana x dan y berukuran sama dan ditunjukkan dalam skala yang sama (lihat juga h 1).

f 14

f 15

f 16

f 17

f 18

f 19

f 20

f 21

f 22

f 23

f 24

f 25

f 26

f 27

f 28

f 29

f 30

f 31

f 32

f 33

f 34

f 35

f 36

f 37

f 38

f 39

f 40

f 41

f 42

f 43

f 44

f 45

f 46

f 47

f 48

f 49

f 50

f 51

f 52

f 53

f 54

f 55

f 56

f 57

f 58

f 59

f 60

f 61

f 62

f 63

f 64

f 65

f 66

f 67

f 68

f 69

f 70

f 71

f 72

f 73

f 74

f 75

f 76

f 77

f 78

f 79

f 80

f 81

f 82

f 83

f 84

f 85

f 86

f 87

f 88

f 89

f 90

f 91

f 92

f 93

f 94

f 95

f 96

f 97

f 98

f 99

f 100

f 101

f 102

f 103

f 104

f 105

f 106

f 107

f 108

f 109

f 110

f 111

f 112

f 113

f 114

f 115

f 116

f 117

f 118

f 119

f 120

f 121

f 122

f 123

f 124

f 125

f 126

f 127

f 128

f 129

f 130

f 131

f 132

f 133

f 134

f 135

f 136

f 137

f 138

f 139

f 140

f 141

f 142

f 143

f 144

f 145

f 146

f 147

f 148

f 149

f 150

f 151

f 152

f 153

f 154

f 155

f 156

f 157

f 158

f 159

f 160

f 161

f 162

f 163

f 164

f 165

f 166

f 167

f 168

f 169

f 170

f 171

f 172

f 173

f 174

f 175

f 176

f 177

f 178

f 179

f 180

f 181

f 182

f 183

f 184

f 185

f 186

f 187

f 188

f 189

f 190

f 191

f 192

f 193

f 194

f 195

f 196

f 197

f 198

f 199

f 200

f 201

f 202

f 203

f 204

f 205

f 206

f 207

f 208

f 209

f 210

f 211

f 212

f 213

f 214

f 215

f 216

f 217

f 218

f 219

f 220

f 221

f 222

f 223

f 224

f 225

f 226

f 227

f 228

f 229

f 230

f 231

f 232

f 233

f 234

f 235

f 236

f 237

f 238

f 239

f 240

f 241

f 242

f 243

f 244

f 245

f 246

f 247

f 248

f 249

f 250

f 251

f 252

f 253

f 254

f 255

f 256

f 257

f 258

f 259

f 260

f 261

f 262

f 263

f 264

f 265

f 266

f 267

f 268

f 269

f 270

f 271

f 272

f 273

f 274

f 275

f 276

f 277

f 278

f 279

f 280

f 281

f 282

ILMU UKUR ANALISA

Lingkaran Parabola

F 2

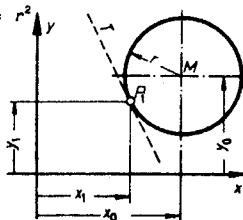
Lingkaran

Persamaan lingkaran

Pusat

di tempat asal di sembarang tempat

$$f\ 14 \quad x^2 + y^2 = r^2 \quad | \quad (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 = r^2$$



Persamaan dasar

$$f\ 15 \quad x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

Jari-jari lingkaran

$$f\ 16 \quad r = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 - c}$$

Koordinasi dari titik tengah M

$$f\ 17 \quad x_0 = -\frac{a}{2} \quad | \quad y_0 = -\frac{b}{2}$$

Tangens T pada titik $P_1(x_1, y_1)$

$$f\ 18 \quad y = \frac{r^2 - (x-x_0)(x_1-x_0)}{y_1 - y_0} + y_0$$

Parabola

Persamaan parabola (dengan mengubah ke dalam persamaan ini, puncak/verteks dan parameter p dapat ditetapkan)

puncak

di tempat asal

$$f\ 19 \quad x^2 = 2py$$

$$f\ 20 \quad x^2 = -2py$$

di sembarang tempat

$$(x-x_0)^2 = 2p(y-y_0)$$

$$(x-x_0)^2 = -2p(y-y_0)$$

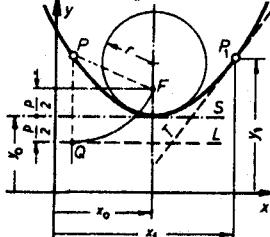
parabolai F: fokus

di buka di L: direktriks

atas bawah

S: tangens di

bawah verteks



Persamaan dasar

$$f\ 21 \quad y = ax^2 + bx + c$$

Jari-jari Puncak

$$f\ 22 \quad r = p$$

$$f\ 23 \quad \overline{PF} = \overline{PQ}$$

Tangens T pada titik $P_1(x_1, y_1)$

$$f\ 24 \quad y = \frac{2(y_1 - y_0)(x - x_0)}{x_1 - x_0} + y_1$$

ILMU UKUR ANALISA

Hiperbola

F 3

Hiperbola

Persamaan Hiperbolis

titik perpotongan garis-garis asimtot

di tempat asal di sembarang tempat

$$f\ 25 \quad \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0 \quad | \quad \frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} - 1 = 0$$

Persamaan dasar

$$f\ 26 \quad ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$$

Sifat dasar

$$f\ 27 \quad \overline{F_2P} - \overline{F_1P} = 2a$$

Eksentrisitas

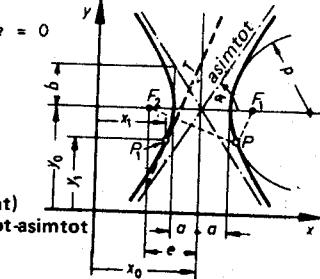
$$f\ 28 \quad e = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (+)$$

Derajat kemiringan (gradient)

$$f\ 29 \quad \tan \alpha = m = \pm \frac{b}{a}$$

$$\text{Jari-jari puncak} \quad p = \frac{b^2}{a}$$

$$f\ 30 \quad \text{Tangensial } T \quad P_1(x_1, y_1) \quad y = \frac{b^2}{a^2} \frac{(x-x_0)(x-x_1)}{y_1 - y_0} + y_1$$



Hiperbola empat persegi panjang

Penjelasan di dalam sebuah hiperbola persegi empat panjang $a = b$ maka

Derajat kemiringan asimtot

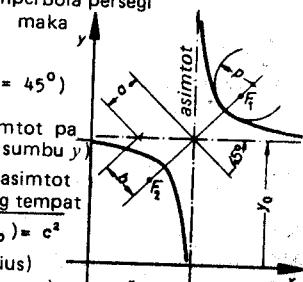
$$f\ 31 \quad \tan \alpha = m = \pm 1 \quad (\alpha = 45^\circ)$$

Persamaan (untuk garis asimtot parallel terhadap sumbu x dan sumbu y titik perpotongan garis-garis asimtot di tempat asal di sembarang tempat

$$f\ 32 \quad xy = c^2 \quad | \quad (x-x_0)(y-y_0) = c^2$$

$$f\ 33 \quad \text{Jari-jari puncak (Verteks radius)} \quad p = a' \quad (\text{parameter})$$

+ Keadaan menurut catatan pada hlm. F1



ILMU UKUR ANALISA

Garis lengkung (curve) Elips, Eksponensial

F 4

Persamaan Elips

Elips

titik perpotongan sumbu-sumbu

di tempat asal

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0 \quad | \quad \frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} - 1 = 0$$

di sembarang tempat

f 34

Jari-jari puncak

f 35

$$r_N = \frac{b^2}{a} \quad | \quad r_H = \frac{a^2}{b}$$

Eksentrисitas (keganjilan)

f 36

$$e = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Sifat dasar

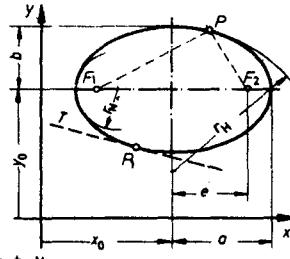
f 37

$$F_1 P + F_2 P = 2a$$

Tangensial T pada $P_1(x_1; y_1)$

f 38

$$y = -\frac{b^2}{a^2} \frac{(x_1 - x_0)(x - x_0)}{y_1 - y_0} + y_1$$



Catatan: F_1 dan F_2 adalah titik-titik api

Lengkung eksponensial (curve)

Persamaan dasar

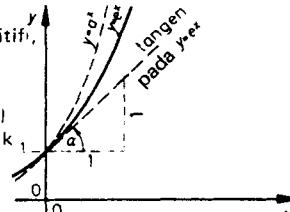
f 39

$$y = a^x$$

Di sini a adalah konstanta positif, dan x adalah sebuah bilangan.

Catatan:

Sebuah lengkung eksponensial menerobos melalui sebuah titik $x = 0$; $y = 1$.



Turunan dari lengkung yang menerobos melalui titik ini dengan derajat kemiringan sebesar $45^\circ (\tan \alpha^+) = 1$ adalah sama dengan lengkung itu sendiri. Konstanta a , sekarang menjadi e (Bilangan Euler) dan merupakan dasar logaritma biasa (natural log). $e = 2 \cdot 718281828459$

⁺) Keadaan menurut catatan pada halaman F1

ILMU UKUR ANALISA

Fungsi-fungsi Hiperbolis

F 5

Fungsi-fungsi hiperbolis

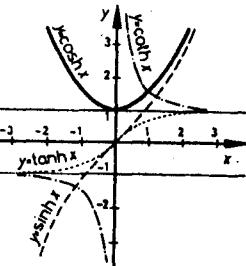
Definisi

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh x = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

$$\coth x = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}} = \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}$$



Sifat dasar

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$$

$$\tanh x \times \coth x = 1$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \quad | \quad 1 - \tanh^2 x = \frac{1}{\cosh^2 x} \quad | \quad 1 - \coth^2 x = \frac{-1}{\sinh^2 x}$$

Perbandingan di antara fungsi-fungsi hyperbolic,

dimana x adalah positif

$$\begin{array}{ll} \sinh x = & \cosh x = \\ \sqrt{\cosh^2 x - 1} & \sqrt{\sinh^2 x + 1} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{ll} \tanh x = & \coth x = \\ \frac{\sinh x}{\sqrt{\sinh^2 x + 1}} & \frac{\cosh x}{\sqrt{\cosh^2 x - 1}} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \tanh x = & \cosh x = \\ \frac{1}{\sqrt{1 - \tanh^2 x}} & \frac{1}{\sqrt{1 - \cosh^2 x}} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \coth x = & \tanh x = \\ \frac{1}{\sqrt{\coth^2 x - 1}} & \frac{1}{\sqrt{\tanh^2 x - 1}} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{untuk bukti } |\sinh(-x)| = -\sinh x \quad |\cosh(-x)| = +\cosh x \\ \text{(argumen) negatif } |\tanh(-x)| = -\tanh x \quad |\coth(-x)| = -\coth x \end{array}$$

Dalil-dalil tambahan

$$\begin{array}{ll} \sinh(a \pm b) = & \sinh a \quad \cosh b \quad \pm \quad \cosh a \quad \sinh b \\ \cosh(a \pm b) = & \cosh a \quad \cosh b \quad \pm \quad \sinh a \quad \sinh b \end{array}$$

$$\tanh(a \pm b) = \frac{\tanh a \pm \tanh b}{1 \pm \tanh a \cdot \tanh b}$$

$$\coth(a \pm b) = \frac{\coth a \quad \coth b \quad \pm \quad 1}{\coth a \quad \pm \quad \coth b}$$

ILMU UKUR ANALISA

Fungsi-fungsi hiperbolis terbalik (inversi).

F 6

Fungsi-fungsi hiperbolis terbalik

Definisi

fungsi $y =$

	$\text{arsinh } x$	$\text{arcosh } x$	$\text{artanh } x$	$\text{arcoth } x$
f 56 sama dengan	$x = \sinh y$	$x = \cosh y$	$x = \tanh y$	$x = \coth y$
f 57 ekuivalen logaritma	$= \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$	$= \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$	$= \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$	$= \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}$
f 58 ditentukan dalam	$-\infty < y < +\infty$	$1 \leq x < +\infty$	$ x < 1$	$ x > 1$
f 59 nilai awal	$-\infty < y < +\infty$	$0 \leq y < +\infty$	$-\infty < y < +\infty$	$-\infty < y < +\infty$

Perbandingan antara fungsi-fungsi hiperbolis inversi dimana x adalah positif

	$\text{arsinh } x =$	$\text{arcosh } x =$	$\text{artanh } x =$	$\text{arcoth } x =$
f 60	$\text{arcosh } \sqrt{1+x^2}$	$\text{arsinh } \sqrt{x^2-1}$	$\text{arsinh } \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$	$\text{arsinh } \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
f 61	$\text{artanh } \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$	$\text{artanh } \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$	$\text{arcosh } \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\text{arcosh } \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$
f 62	$\text{arcoth } \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$	$\text{arcoth } \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$	$\text{arcoth } \frac{1}{x}$	$\text{artanh } \frac{1}{x}$

Untuk bukti (argumen) yang negatif

$$\begin{array}{l} \text{arsinh}(-x) = -\text{arsinh}x \\ \text{artanh}(-x) = -\text{artanh}x \end{array} \quad \text{arcoth}(-x) = -\text{arcoth}x$$

Dalil-dalil tambahan

f 65	$\text{arsinh } a \pm \text{arsinh } b =$	$\text{arsinh } (a\sqrt{b^2+1} \pm b\sqrt{a^2+1})$
f 66	$\text{arcosh } a \pm \text{arcosh } b =$	$\text{arcosh } [\sqrt{a^2+b^2} \pm \sqrt{(a^2-1)(b^2-1)}]$
f 67	$\text{artanh } a \pm \text{artanh } b =$	$\text{artanh } \frac{a \pm b}{1 \pm ab}$
f 68	$\text{arcoth } a \pm \text{arcoth } b =$	$\text{arcoth } \frac{ab \pm 1}{a \pm b}$

STATISTIK

Teori dasar kemungkinan-kemungkinan

G 1

Kemungkinan teoretis $P(A)$

Apabila E adalah suatu himpunan akibat dari sebuah eksperimen yang semuanya dianggap sama dan serupa, dan suatu kejadian A ditimbulkan oleh suatu bagian himpunan A dari himpunan-himpunan akibat itu, maka $P(A) = n(A)/n(E)$

g 1 Kemungkinan eksperimen $P(A)$

Apabila suatu kejadian A ditimbulkan oleh suatu akibat tertentu dari sebuah eksperimen dan, apabila eksperimen itu diulangi n kali dalam kondisi yang tepat sama, A akan timbul r kali dan n , maka

g 2 $P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} (r/n)$

Aksioma bagi sebuah kemungkinan

$$P(A) \geq 0$$

$$g 4 \quad h(A) = \frac{\text{jumlah kejadian di mana } A \text{ timbul}}{\text{jumlah kemungkinan kejadian}}$$

= frekuensi relatif

$$g 5 \quad \sum P(A_i) = 1.0. \text{ Jumlah kemungkinan dari semua kemungkinan kejadian } A_i \text{ yang berlangsung harus } 1.0$$

$$g 6 \quad P(A \cap B)^* = P(A) + P(B) - P(A \cup B)^*$$

Apabila A dan B tidak dapat terjadi pada waktu sama, maka

= $P(A) + P(B)$ dan kejadian-kejadian itu disebut terpisah (disjoint).

g 7 $P(A/B) = P(A \cap B)/P(B)^*$ disebut kemungkinan A bersyarat terhadap B (kemungkinan kejadian A , dengan ketentuan kejadian B telah berlangsung).

Ilanjutan di G2

STATISTIK

Istilah umum

G 2

Ilanjutan G1

Apabila kejadian-kejadian itu terpisah (apabila diketahui, bahwa timbulnya kejadian yang satu tidak mempengaruhi kejadian lain yang timbul) dengan menganggap $P(A) \neq 0$, $P(B) \neq 0$.

$$P(A/B) = P(A), \text{ dan } P(B/A) = P(B)$$

g 8 $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$, apabila kejadian-kejadian berlangsung terpisah.

g 10 $P(A \cap \bar{A}) = P(A) \times P(\bar{A}) = 0$, sebab A dan \bar{A} masing-masing berada di luar.

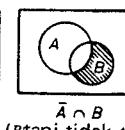
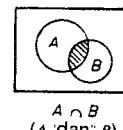
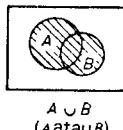
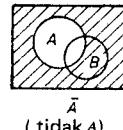
* Diagram Venn

Persegi panjang menunjukkan jumlah seluruh kejadian A

Lingkaran besar menunjukkan kejadian A

Lingkaran kecil menunjukkan kejadian B

Daerah bergaris miring memperlihatkan gabungan peristiwa-peristiwa yang berbeda.



Variabel bebas (random variabel) A

Variabel bebas A adalah suatu kuantitas yang dapat diukur dan yang dapat mengambil tiap angka x_i atau suatu jangkauan nilai-nilai dengan suatu distribusi kemungkinan yang ditentukan.

Fungsi distribusi kumulatif (bertimbun) $F(x)$

Fungsi distribusi kumulatif $F(x)$ memperlihatkan kemungkinan variabel bebas yang lebih kecil daripada suatu nilai tertentu x .

STATISTIK

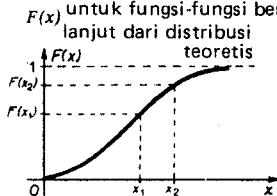
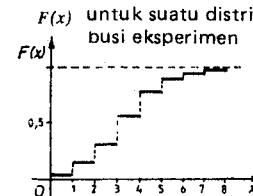
Istilah umum

G 3

Ilanjutan dari G2

g 12
g 13

$F(x)$ berubah-ubah antara 0 dan 1.
 $F(-\infty) = 0$ dan $F(x)$ meningkat dengan x .



Fungsi kerapatan kemungkinan $f(x)$

Fungsi kerapatan kemungkinan $F(x)$ memperlihatkan beberapa kali, satu nilai khusus p_1 atau jangkauan nilai-nilai $f(x)$ dari variabel bebas A akan timbul.

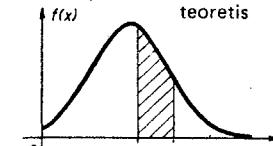
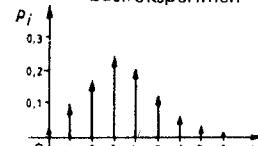
g 14/15

$$F(x) = \sum_{i \leq x} p_i$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$$

p_i untuk suatu distri busi eksperimen

$f(x)$ untuk fungsi-fungsi berlanjut dari distribusi teoretis



Daerah bergaris miring di bawah garis pengenal (curve) fungsi kerapatan kemungkinan, memperlihatkan kemungkinan terjadinya variabel bebas A berada di antara x_1 dan x_2 .

g 16

$$P(x_1 \leq A < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

g 17

$$= F(x_2) - F(x_1) = P(A < x_2) - P(A < x_1)$$

Nilai rata-rata \bar{x} atau $E(x)$ rata-rata yang diharapkan atau μ

Variabel bebas A tersendiri

$$\bar{x} = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$

$$g 18 \quad g 19 \quad g 20 \quad = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

Variabel bebas A berlanjut

$$\mu = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$$

di mana p_i dan $f(x)$ adalah kerapatan-kerapatan kemungkinan.

STATISTIK

Distribusi khusus

G 4

lanjutan dari G 3

Variansi σ^2

Variabel bebas A
tersendiri

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= (x_1 - \bar{x})^2 \cdot p_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot p_2 + \\&\quad + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot p_n \\&= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot p_i \\&= \sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i - \bar{x}^2\end{aligned}$$

Variabel bebas A
berlanjut

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 \cdot f(x) \, dx \\&= \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f(x) \, dx - \mu^2\end{aligned}$$

di mana p_i dan $f(x)$ adalah kerapatan-kerapatan kemungkinan dan σ disebut sebagai "Deviasi Standard" (standar deviation).

Teorema limit sentral (hukum tambahan)

Bilamana dua distribusi bebas A atau lebih, dan masing-masing memiliki nilai μ dan variansi σ^2 yang diharapkan, digabungkan, maka

variabel bebas $A = \sum_{i=1}^n A_i$

nilai rata-rata $\mu = \sum_{i=1}^n \mu_i \quad (\bar{x} = \sum_{i=1}^n \bar{x}_i)$

variansi $\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2$;

dan apabila variabel-variabel bebas memiliki distribusi-distribusi yang normal, maka

$$P(A \leq x) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$$

di mana Φ adalah fungsi distribusi-kumulatif untuk distribusi normal standard.

Contoh: Apabila 10 kelompok komponen, dan masing-masing memiliki deviasi standar $0,03 \mu\text{m}$, dicampur bersama-sama, maka deviasi standar seluruh σ_t , dinyatakan dengan:

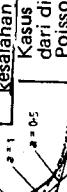
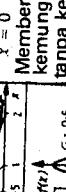
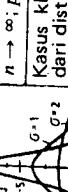
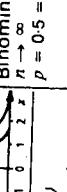
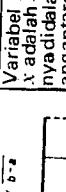
$$\sigma_t^2 = 10 \sigma^2; \quad \sigma_t = \pm \sigma / \sqrt{10} \approx \pm 0.095 \mu\text{m}$$

Jenis distribusi	Fungsi-kemungkinan	Fungsi distribusi	U/rata-rata nilai-rata rata-rata x yang diharapkan	Variansi σ^2	Bentuk fungsi kerapatan	Keterangan, bidang penerapan
g 31	$f(x)$ berlanjut	$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) \, dt$	$\int_{-\infty}^x f(x) \, dx$	$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \, dx - \mu^2$	$\sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$	k : jumlah kesalahan n : angka dalam contoh bebas x_i : nilai persendiri dan sebuah variabel bebas p : kemungkinan ketebalan N : Besarnya pN : Bagian yang cacat di dalam N Perhitungan cerita tipis mahal Tanda pengantin.
g 32	p_i tersendiri	$F(x) = \sum_{i \leq x} p_i$	$\sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i$	$\sum_{i=1}^n x_i^2 \cdot p_i - \mu^2$	$\frac{(pN)!}{(k!)^n (n-k)!} \cdot \frac{(1-p)^{n-k}}{(N-k)!}$	$\frac{p^k (1-p)^{n-k}}{k!} \cdot \frac{N!}{(N-k)!} \cdot \frac{N(N-1)\dots(N-k+1)}{n(n-1)\dots(n-k+1)}$
g 33	hipergeo-geometris	$P(k) = \binom{n}{k} \cdot \frac{p^k (1-p)^{n-k}}{k!} \cdot \frac{\sum_{i=k+1}^n (n-i)!}{(n-k)!}$	$n \cdot p$	$n \cdot p \cdot (1-p)$	$P(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$	$P(k)$ berarti sebuah kemungkinan, bahwa dalam contoh-contohnya bebas n dari sejumlah N, yang cacat adalah tepat k.
g 34	bino-mial	$P(k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$	$n \cdot p$	$n \cdot p \cdot (1-p)$	$P(k) = \frac{(np)^k}{k!} \cdot e^{-np}$	$P(k)$ berarti sebuah kemungkinan, bahwa dalam contoh-contohnya bebas n, akan timbul k kesalahan.
g 35	Poisson	$P(k) = \frac{(np)^k}{k!} \cdot e^{-np}$	$n \cdot p$	$n \cdot p$	$P(k) = \frac{(np)^k}{k!} \cdot e^{-np}$	Penerapan: Garis-garis pengenal untuk percontohan bebas (lihat G 11)

lanjutan pada G 5

STATISTIK

Distribusi kemungkinan

Jenis distribusi	Fungsi kerapatan kemungkinan	Fungsi distribusi	$\bar{\mu}$ -rate-rata	Variansi	Bentuk fungsi kerapatan	Keterangan, bidang penerapan
Definisi per sama an	$f(x)$ berlanjut	$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$	Nilai rata-rata \bar{x} yang diharapkan	$\int_{-\infty}^{\bar{x}} f(x) dx$	$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i P_i$	n : angka dalam contoh besar nilai tersendiri sebuah variabel bebas.
38	$f(x) = a e^{-ax}$	$F(x) = \sum_{i=1}^n P_i$	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{a^2}$		Kasus khusus dari distribusi Poisson untuk $x \geq 0$. Memberikan kemungkinan kesalahan $p \rightarrow 0$.
37	$a > 0$ $x \geq 0$	$1 - e^{-ax}$	$\frac{1}{a}$	$\frac{1}{a^2}$		Kasus khusus dari distribusi Poisson untuk $x \geq 0$. Memberikan kemungkinan kesalahan $p \rightarrow 0$.
eksponensial	Digunakan untuk perhitungan yang dapat diandalkan Pengaruhnya ax oleh tingkat kecakatan λ dikalikan dengan waktu kontrol (lihat G 12)					Kasus khusus dari distribusi Binomial $n \rightarrow \infty$, $p = 0.5$ = konst.
38	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$F(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt$	μ	σ^2		Variabel bebas x adalah $+0$, namun didalam ruang angkatan a, b . Di sana setiap nilai adalah kemungkinan yang
39	Geometri dan Geometri Kesar	Sering diperoleh dalam praktik sebagai nilai-nilai yang telah diukur dengan distribusi berbentuk gantung di sekitar suatu nilai rata-rata.	$f(x) = \frac{1}{b-a}$ untuk $F(x) = 0$ untuk $a \leq x < b$ $= 0$ untuk $x \geq b$	$\frac{a+b}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$	
seragam	Penerapan hanya apabila nilai maksimum dan minimum saja yang diketahui, tanpa adanya keterangan lain mengenai distribusi di antaranya.					

Penerapan hanya apabila nilai maksimum dan minimum saja yang diketahui, tanpa adanya keterangan lain mengenai distribusi di antaranya



G 5

STATISTIK

Deviasi standar σ

G 6

Penetapan σ apabila tersedia nilai-nilai tersendir Dengan perhitungan

Persamaan g 23 menyatakan

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 p_i \quad \text{dengan } \bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i p_i$$

$$= \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - \bar{x}^2$$

di mana x_i adalah nilai-nilai variabel bebas A yang telah diukur dan

f_1 adalah frekuensi-frekuensi penimbulannya

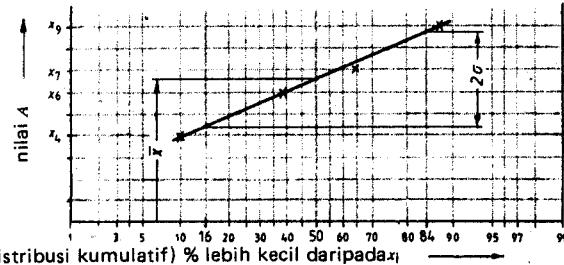
Dengan grafik

Buatlah standar distribusi dan pilihlah empat nilai x_i yang tersebar melintasi jangkauan, misalnya x_4, x_6, x_7 dan x_9 seperti terlihat di gambar.

Untuk masing-masing pilihan tempatkanlah frekuensi kumulatif terhadap nilai x_1 , misalnya 10% terhadap nilai x_4 , 38% terhadap nilai x_6 dan seterusnya.

Apabila melalui titik ini dapat ditarik sebuah garis lurus, maka distribusi terbukti dalam keadaan normal. Nilai-nilai \bar{x} rata-rata dan deviasi standar σ telah diperoleh sebagaimana terlihat dalam diagram.

Nilai rata-tata \bar{x} berada pada 50%. Perbedaan antara nilai A pada 84% dan nilai A pada 16% menghasilkan 2σ .



STATISTIK

Distribusi normal (Gaussian)

G 7

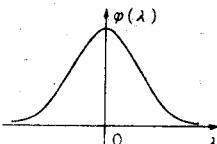
Garis pengenal (curve) untuk kerapatan kemungkinan $\varphi(\lambda)$

$\sigma^2 = 1$ dan $\mu = 0$ dalam g 39

menghasilkan kerapatan kemungkinan standar dengan nilai rata-rata $\lambda = 0$.

g 43

$$\varphi(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\lambda^2}{2}}$$



$\varphi(\lambda)$ dimuat dalam tabel Z 26 dan Z 27 untuk $0 \leq \lambda \leq 1,99$, tetapi juga dapat dihitung dari g 43.

Hubungan antara kerapatan kemungkinan $\varphi(\lambda)$ yang telah diberi standar, dengan kerapatan kemungkinan nyata $f(x)$ untuk $\mu = 0$ dan $\sigma^2 = 1$ adalah

g 44

$$f(x) = \frac{\varphi(\lambda)}{\sigma} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{di mana } \lambda = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

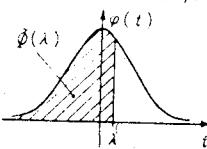
Untuk menggunakan tabel terlebih dahulu carilah nilai kerapatan kemungkinan standar $\varphi(\lambda)$ yang berkaitan dengan λ . Bagilah dengan σ untuk memperoleh nilai nyata dari kerapatan kemungkinan $f(x)$ untuk nilai x (lihat g 44).

Garis pengenal (lengkung) kemungkinan normal (Fungsi distribusi kemungkinan).

$\sigma^2 = 1$ dan $\mu = 0$ di g 39 menghasilkan distribusi normal yang diberi standar

g 45

$$\Phi(\lambda) = \int_{-\infty}^{\lambda} \varphi(t) dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\lambda} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$



Sebagai limit $\Phi(\lambda) = 1$ untuk $\lambda \rightarrow \infty$ dan $\varphi(t)$ adalah sebuah fungsi simetris, berarti bahawa:

$$\Phi(-\lambda) = 1 - \Phi(\lambda)$$

Hubungan antara fungsi distribusi $\Phi(\lambda)$ yang diberi standar, dengan distribusi nyata untuk $\mu \neq 0$ dan $\sigma^2 \neq 1$ adalah

g 47/48

$$F(x) = \frac{\Phi(\lambda)}{\sigma} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x-\mu}{\sigma}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad \text{di mana } \lambda = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

64

STATISTIK

Distribusi kemungkinan

G 8

Garis pengenal kesalahan atau lengkung Gaussian

Garis pengenal ini berdasarkan distribusi normal yang diberi standar dan yang menggunakan g 45 untuk $\sigma^2 = 1$ dan $\mu = 0$. Daerah di bawah lengkung memberikan nilai fungsi distribusi antara $-x$ dan $+x$ dari fungsi kerapatan simetris $\varphi(t)$.

g 49

$$\Phi_0(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x/\sqrt{2}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Nilai-nilai $\Phi_0(x)$ antara $0 \leq x \leq 1,99$ dimuat dalam tabel Z26 Z27. Untuk nilai-nilai x yang lebih besar periksalah perkiraan pada fasal berikutnya. Hubungan antara $\Phi_0(x)$ dengan fungsi kesalahan adalah $\Phi_0(x) = \text{erf}(x/\sqrt{2})$.

Fungsi kesalahan

g 51

$$\text{erf}(x) = \Phi_0(x\sqrt{2}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x\sqrt{2}} e^{-t^2} dt$$

g 52

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{1 \times 3 \times \dots \times (2n+1)} x^{2n+1}$$

Nilai-nilai erf(x) antara $0 \leq x \leq 1,99$ dimuat dalam tabel Z26 dan Z27. Untuk $x \geq 2$, nilai-nilai erf(x) yang mendekati ketepatan-nya dapat diperoleh dengan menggunakan

g 53

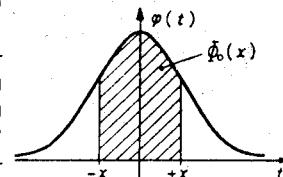
$$\text{erf}(x) = 1 - \frac{a}{x e^{x^2}} \quad \text{di mana } a = 0.515 \text{ untuk } 2 \leq x \leq 3 \\ a = 0.535 \text{ untuk } 3 \leq x \leq 4 \\ a = 0.545 \text{ untuk } 4 \leq x \leq 7 \\ a = 0.56 \text{ untuk } 7 \leq x \leq \infty$$

Daerah di bawah lengkung kesalahan apabila erf(x) dikurangi:

g 54

$$\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-t^2} dt$$

lanjutkan di G9



65

STATISTIK

Percontohan bebas

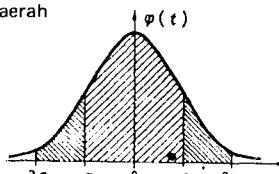
G 9

lanjutan dari G8

$\Phi_0(x)$ dan $[1 - \Phi_0(x)]$ dalam % hubungan dengan seluruh daerah untuk nilai-nilai khusus

g 55

x	$\Phi_0(x)/\%$	$[1 - \Phi_0(x)]/\%$
$\pm \sigma$	68.26	31.74
$\pm 2\sigma$	95.44	4.56
$\pm 2.58\sigma$	99	1
$\pm 3\sigma$	99.73	0.27
$\pm 3.29\sigma$	99.9	0.1



Umum: Bilamana pengetesan setiap komponen sendiri-sendiri menjadi terlalu mahal ataupun tidak mungkin dilakukan, maka digunakan cara percontohan bebas untuk pengujian itu. Contoh harus dipilih secara sembarangan, agar semua bagian mendapat kesempatan yang sama (artinya penyampur-adukan yang baik).

Tujuan pengetesan dengan percontohan bebas adalah untuk meramal kemungkinan tingkat kekurangan nyata dari seluruh jumlah berdasarkan jumlah kekurangan dan kesalahan yang telah diukur dalam contoh.

Distribusi hipergeometris: Distribusi hipergeometris terjadi, apabila percontohan itu dilakukan tanpa pengantian. Sebuah kemungkinan $P(k)$ bahwa di dalam sejumlah N yang menggunakan contoh-contoh n , tanpa pengantian, dapat ditemukan dengan saksama k bagian-bagian cacat, apabila p adalah kemungkinan yang diduga untuk sebuah bagian cacat (yaitu pN adalah jumlah dari bagian-bagian cacat nyata dalam N dan merupakan angka bulat).

g 56

$$P(k) = \frac{\binom{pN}{k} \binom{N(1-p)}{n-k}}{\binom{N}{n}}; \quad pN \text{ adalah angka bulat}$$

Kemungkinan, bahwa tidak akan ditemukan lebih dari k bagian-bagian yang cacat adalah:

g 57

$$\sum_{x=0}^k P(x) = P(0) + P(1) + \dots + P(k)$$

g 58

$$= \sum_{x=0}^k \frac{\binom{pN}{x} \binom{N(1-p)}{n-x}}{\binom{N}{n}}; \quad pN \text{ adalah angka bulat}$$

66

STATISTIK

Pernyataan kelayakan; Karakteristik kerja

G 10

Contoh:

lanjutan dari G9

Dalam satu kumpulan 100 sekrup, maksimum terdapat 3 buah yang cacat ($N = 100$, $pN = 3$). Kemudian diambil contoh-contoh sembarangan $n = 20$. Berapakah jumlah bagian cacat yang diizinkan dari contoh itu? — Kemungkinan-kemungkinan $\Sigma P(x)$ adalah

x	$P(x)$	$\sum_{x=0}^k P(x)$
0	0.508	0.508
1	0.391	0.899
2	0.094	0.993
3	0.007	1.000

Tabel di atas menunjukkan, bahwa untuk kemungkinan $\leq 90\%$ satu bagian yang mungkin cacat.

Distribusi-distribusi khusus selanjutnya: Di samping distribusi hipergeometris yang memerlukan banyak waktu untuk perhitungan, ada lagi distribusi-distribusi khusus untuk pendugaan-pendugaan dan kondisi-kondisi tertentu. Dalam tabel G4 dan G5 hal itu diperlihatkan bersama-sama dengan distribusi hipergeometris; karakteristik mereka yang khusus juga diterangkan.

Pernyataan kelayakan $P(x > k)$

Dari sejumlah N diambil sebuah contoh bebas n dan diketemukan k bagian cacat di dalamnya. Apabila kemungkinan penemuan bagian cacat di dalam jumlah itu adalah p , maka kemungkinan untuk menemukan lebih dari k bagian cacat di dalam contoh n dapat diturunkan dari g 57.

g 59

$$P(x > k) = P(k+1) + P(k+2) + \dots + P(n) = \sum_{x=k+1}^n P(x)$$

Bilamana N itu besar, yang umumnya demikian untuk kebanyakan proses pabrik, dan $p < 0.1$, maka distribusi Poisson dapat menggunakan:

g 60

$$P(x > k) = \sum_{x=k+1}^{+\infty} \frac{(np)^x}{x!} e^{-np} = 1 - \sum_{x=0}^{k+1} \frac{(np)^x}{x!} e^{-np}$$

67

STATISTIK

Karakteristik kerja; nilai AQL

G 11

Ilanjutan dari G 10

dan apabila ukuran contoh k itu kecil, maka

$$g\ 61 \quad P(x > k) = 1 - \sum_{x=0}^k \frac{(np)^x}{x!} e^{-np} = 1 - e^{-np} \left[1 + \frac{np}{1!} + \frac{(np)^2}{2!} + \dots + \frac{(np)^k}{k!} \right]$$

Dengan menggunakan g 61, pernyataan kelayakan $P(x > k)$ untuk bagian cacat di dalam sejumlah N dapat ditetapkan, apabila dapat diketemukan k bagian cacat di dalam contoh n , atau g 61 dapat juga digunakan untuk dapat menemukan ukuran contoh yang diperlukan, apabila dengan suatu kemungkinan kesalahan $p = k/n$, k bagian cacat dapat dipakai untuk sebuah pernyataan kelayakan $P(x > k)$.

Karakteristik kerja (OC = Operating Characteristic)

Seorang pemakai perlu mengetahui apakah kualitas barang pesanan yang dikirim oleh pembuatnya memenuhi permintaannya. Dengan dugaan adanya suatu bagian p cacat di dalam seluruh kumpulan barang ($p \leq p_0$) maka ia ingin menentukan apakah seluruh jumlah pesanan itu diterima atau ditolak apabila di dalam contoh bebas sebesar n bagian, hingga c bagian ditemukan cacat. Kemungkinan bahwa pesanan akan diterima berdasarkan bukti contoh adalah

$$g\ 62 \quad L(p, c) \geq 1 - \alpha$$

di mana α adalah tanggungan si pengirim barang atau dari g 57:

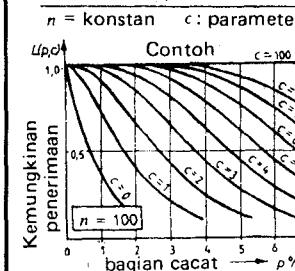
$$g\ 63 \quad L(p, c) = P(0) + P(1) + \dots + P(k = c)$$

atau dengan menggunakan distribusi poisson:

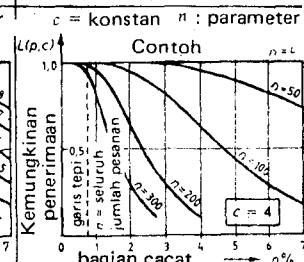
$$g\ 64 \quad L(p, c) = \sum_{k=0}^c \frac{(np)^k}{k!} e^{-np} = e^{-np} \left[1 + np + \frac{(np)^2}{2!} + \dots + \frac{(np)^c}{c!} \right]$$

Dengan menggunakan g 64, karakteristik-karakteristik kerja $L(p, c)$ dapat digambarkan dengan dua cara:

Tipe A



Tipe B



Perhatikan: Semakin kecil nilai c , semakin dekat jarak karakteristik kerjanya dari $p = 0$.

c harus $\leq n$

Perhatikan: Semakin besar nilai n , semakin curam karakteristik kerjanya; apabila $n = N$, maka garis pengenalnya (lengkung) menjadi paralel dengan ordinat dan tiap barang telah di-ujji. Semakin curam garis pengenalnya, semakin mendalam pengontrolannya.

n harus $\geq c$

Tingkat Kualitas yang Dapat Diterima (A.Q.L. = Acceptable Quality Level): Persetujuan antara produsen dan konsumen menghasilkan titik terpenting mengenai karakteristik kerja, yaitu nilai AQL. Pabrik perlu diyakinkan, bahwa metode percontohan dapat memperkirakan kualitas barang dengan cermat. Apabila hal ini dapat mencapai suatu kemungkinan sebesar 90%, maka tanggungan produsen adalah dari g 62:

$$L(p, c) \geq 1 - \alpha = 1 - 0.9 = 10\%$$

namun metode percontohan dapat meningkatkan tanggungan produsen. Untuk mencegahnya, produsen dapat memutuskan

n : jumlah dalam contoh-contoh bebas

c : jumlah bagian-bagian cacat yang paling banyak dapat diterima

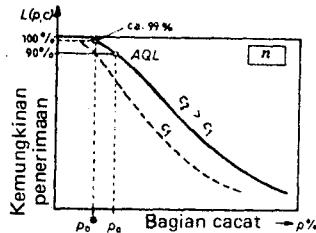
STATISTIK

Keandalan (Reliability)

G 12

lanjutan dari G 11

untuk mempertahankan tingkat kekurangannya jauh di bawah nilai AQL yang telah disetujui, misalnya saja P_0^*), yang memberikan suatu kekurangan c_1 yang diizinkan, dalam contoh seperti yang terlihat dalam grafik $L(p,c)$ terhadap p , yang lebih sedikit daripada c_2 , yaitu nilai asli yang dikehendaki. Sebagai akibatnya, maka kemungkinan sukses dalam penanganan barang naik 99%. Dalam praktik, nilai AQL adalah sekitar 0,65.



Definisi umum

g 65

Keandalan (reliabilitas)

$$R(t) = \frac{n(t)}{n_0} = e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau}$$

g 66

Kemungkinan terhadap kekurangan $F(t) = 1 - R(t)$

g 67

Kerapatan kekurangan

$$f(t) = -\frac{dR}{dt} = -\int_0^t \lambda(\tau) d\tau$$

$$= \lambda(t) e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau}$$

g 68

Tingkat kekurangan

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = -\frac{1}{R(t)} \frac{dR}{dt}$$

MTTF (mean time to failure/waktu rata-rata terhadap kekurangan)

g 69

$$MTTF = \int_0^\infty f(t) t dt = \int_0^\infty R(t) dt$$

lanjutan di G13

$n(t)$: jumlah elemen pada waktu t

n_0 : jumlah elemen pada permulaan

STATIKA

Keandalan; Distribusi eksponensial

G 13

lanjutan dari G12

Dalam sistem-sistem yang dapat diperbaiki, MTTF diganti dengan waktu rata-rata antara dua kesalahan, yaitu jarak kekurangan rata-rata $m = MTBF$ (mean time between failures/waktu rata-rata antara kekurangan-kekurangan). Nilai MTTF dan nilai MTBF adalah sama.

g 70

$$MTTF = MTBF = m = \int_0^\infty R(t) dt$$

Aturan hasil produksi untuk keandalan R_S :

Apabila R_1, \dots, R_n adalah keandalan elemen-elemen 1, ..., n , maka keandalan seluruh sistem menjadi:

g 71

$$R_S = R_1 R_2 \dots R_n = \prod_{i=1}^n R_i$$

$$= \prod_{i=1}^n [1 - F_i(t)] = e^{-\int_0^\infty [\lambda_1(t) + \lambda_2(t) + \dots + \lambda_n(t)] dt}$$

$$= e^{-\lambda t}$$

g 72

Perhatikan:

Ungkapan-ungkapan untuk fungsi-fungsi keandalan $R(t)$ adalah fungsi-fungsi distribusi $F(x)$ dalam tabel G4 dan G5 (untuk perhitungan gunakanlah g 66). Distribusi eksponensial yang mudah dihitung itu, umumnya dapat memenuhi keperluannya (λ = konstan)

Distribusi eksponensial digunakan sebagai fungsi keandalan

g 73

Keandalan

$$R(t) = e^{-\lambda t}$$

g 74

Kemungkinan terhadap

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

g 75

Kerapatan kekurangan

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

g 76

Tingkat kekurangan

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \lambda = \text{konstan}$$

(Dimensi: 1/waktu)

g 77

Jarak kekurangan (MTBF)

$$m = \int_0^\infty e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

Aturan produk untuk keandalan R_S

g 78

$$R_S = e^{-\lambda_1 t_1} e^{-\lambda_2 t_2} \dots e^{-\lambda_n t_n}$$

lanjutan dari G13

g 79

$$= e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n)t}$$

g 80

Tingkat kekurangan kumulatif

$$\lambda_S = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \frac{1}{MTBF}$$

Untuk nilai-nilai kecil tingkat kekurangan dapat dihitung kasar

jumlah yang cacat

$\lambda = \frac{\text{jumlah elemen pada permulaan} \times \text{waktu kerja}}{\text{nilai-nilai } \lambda \text{-kebanyakan berkaitan dengan jam-jam kerja.}}$

Satuan: 1 fit = 1 kekurangan / 10^9 jam

Contoh-contoh khas untuk tingkat kekurangan λ dalam fit:

Bipolar digital-IC (SSI)	15
Bipolar analog-IC (OpAmp)	100
Transistor-Si-Universal	20
Transistor-Si-Daya	100
Dioda-Si	5
Tantalum dengan elektrolit cair	20
kapasitor padat	5
Kondensator elektrolit-Alu	20
Kapasitor keramik (multilayer/berlapis-lapis)	10
Kapasitor kertas	2
Kapasitor Vulkanite	1
Perlawanan-karbon $\geq 100 \text{ k}\Omega$	5
Perlawanan-karbon $\leq 100 \text{ k}\Omega$	0,5
Perlawanan-logam	1
Perlawanan-kawat gulung	10
Transformator kecil	5
Kumparan (coil) HF	1
Kuarsa (Quartz)	10
Dioda ber-emisi cahaya (\downarrow intensitas sinar berkurang 50%)	500
Sambungan yang disolder	0,5
Sambungan yang dibungkus	0,0025

lanjutan dari G13

Sambungan yang dikeriting

0,26

Kontak steker sumbat

0,3

Soket steker sumbat untuk tiap kontak yang dipakai

0,4

Sakelar steker sumbat

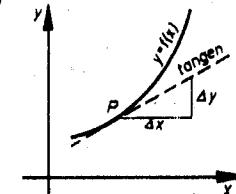
5 ... 30

Perhatian: Rincian untuk ke-andalan (reliability) adalah DIN 29500, halaman 1, DIN 40040 dan DIN 41611

Koefisiensi diferensial (atau turunan)

Gradien suatu garis lengkung (kurva)

Derasat kemiringan sebuah lengkung $y = f(x)$ berbeda-beda dari satu titik ke titik lainnya. Yang dimaksudkan dengan derasat kemiringan sebuah lengkung pada titik P adalah derasat kemiringan dari tangen pada titik tersebut. Apabila x dan y memiliki dimensi yang sama yang tidak demikian halnya pada kebanyakan diagram teknik dan diperlihatkan pada skala yang sama, maka derasat kemiringan dapat digambarkan sebagai tangen sudut α antara tangen pada titik P dan sumbu horizontal



$$m = \tan \alpha$$

$$h\ 1 \quad \text{Derasat kemiringan yang selalu } m = \frac{dy}{dx} \text{ dapat digunakan}$$

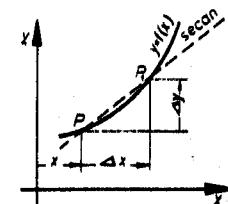
Koefisiensi selsih

Koefisiensi selsih atau derasat kemiringan dari sebuah fungsi $y = f(x)$ antara PP_1 adalah:

$$h\ 2 \quad \frac{dy}{dx} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Koefisiensi diferensial

Apabila Δx adalah kecil tak terhingga, yaitu apabila Δx mendekati nol, maka garis miring (slope) pada titik P menjadi nilai limit dari garis miring salah satu dari garis-garis potong (secants), garis miring ini disebut "turunan" atau "koefisiensi-diferensial" dari fungsi di titik P .



HITUNGAN DIFERENSIAL

Maksud dari turunan

H 2

lanjutan dari H 1

$$y' = \frac{dy}{dx} = f'(x)$$

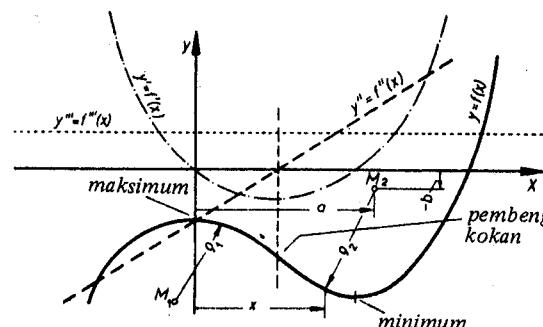
$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = f'(x)$$

Keadaan Geometri dari turunan

Derajat kemiringan suatu lengkung

Apabila, untuk setiap harga x dari suatu lengkung, derajat kemiringan yang berkaitan itu digambarkan sebagai ordinat y' , maka akan diperoleh lengkung miring yang pertama $y' = f'(x)$ atau turunan pertama dari lengkung asal $y = f(x)$. Jika kita ambil turunan derajat kemiringan pertama $y' = f'(x)$, maka kita dapatkan $y'' = f''(x)$ atau turunan kedua dari lengkung asal $y = f(x)$ dan seterusnya.

Contoh: $y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$



Jari-jari dari lengkungan Q pada setiap titik x

$$h 4 \quad \rho = \frac{\sqrt{(1 + y'^2)^3}}{|y''|}$$

M berada di bawah lengkungan bila $\rho -$
 M berada di atas lengkungan bila $\rho +$

HITUNGAN DIFERENSIAL

Maksud dari turunan

H 3

lanjutan dari H 2

Koordinat tengah untuk jari-jari Q

$$h 5 \quad a = x - \frac{1 + y'^2}{y''} y$$

$$h 6 \quad b = y + \frac{1 + y'^2}{y''}$$

Penentuan minimum, maksimum dan pelengkungan

Minimum dan maksimum

Nilai $x=a$ diperoleh bilamana $y'=0$ dimasukkan dalam y''

h 7 Untuk $y''(a) > 0$ akan diperoleh nilai minimum pada $x=a$

h 8 Untuk $y''(a) < 0$ akan diperoleh nilai maksimum pada $x=a$

h 9 Untuk $y''(a) = 0$ lihat h 19.

Pelengkungan (inflection)

Nilai $x=a$ diperoleh apabila $y''=0$ dimasukkan dalam y'' ,

h 10 Untuk $y''(a) \neq 0$ akan diperoleh suatu pelengkungan pada $x=a$

Bentuk lengkung $y=f(x)$

Naik dan turun

- | | | |
|------|-------------|---|
| h 11 | $y'(x) > 0$ | $y(x)$ meningkat apabila x meningkat |
| h 12 | $y'(x) < 0$ | $y(x)$ berkurang apabila x meningkat |
| h 13 | $y'(x) = 0$ | $y(x)$ adalah paralel secara tangen dengan sumbu-x di x |

$y(x)$ meningkat apabila x meningkat
 $y(x)$ berkurang apabila x meningkat
 $y(x)$ adalah paralel secara tangen dengan sumbu-x di x

Pelengkungan

- | | | |
|------|--------------|--|
| h 14 | $y''(x) < 0$ | $y(x)$ adalah cembung (dilihat dari atas) |
| h 15 | $y''(x) > 0$ | $y(x)$ adalah cekung (dilihat dari atas) |
| h 16 | $y''(x) = 0$ | dengan suatu perubahan tanda, $y'(x)$ pada titik dasar x mempunyai |

HITUNGAN DIFERENSIAL

Diferensial dasar

H 4

lanjutan dari H3

Kasus khusus

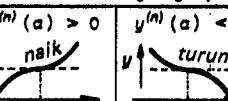
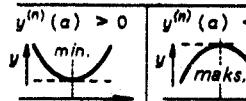
di mana pada suatu titik $x=a$

h 17

h 18

$$y'(a) = y''(a) = y'''(a) = \dots = y^{(n-1)}(a) = 0, \text{ tetapi } y^n(a) \neq 0, \text{ setu di antara 4 keadaan berada di sini:}$$

$n = \text{bilangan genap}$



h 19

$y^{(n)}(a) > 0$

$y^{(n)}(a) < 0$

$y^{(n)}(a) > 0$

$y^{(n)}(a) < 0$

Turunan-turunan

Aturan dasar

	fungsi	turunan
h 21	$y = c x^n + C$	$y' = c n x^{n-1}$
h 22	$y = u(x) \pm v(x)$	$y' = u'(x) \pm v'(x)$
h 23	$y = u(x) v(x)$	$y' = u'v + u v'$
h 24	$y = \frac{u(x)}{v(x)}$	$y' = \frac{u'v - u v'}{v^2}$
h 25	$y = \sqrt{x}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
h 26	$y = u(x)^{v(x)}$	$y' = u^v \left(\frac{u'v}{u} + v' \ln u \right)$

Turunan sebuah fungsi dari sebuah fungsi
(aturan berantai)

h 27

$y = f[u(x)]$

$$y' = f'(u) u'(x)$$

$$= \frac{du}{dx} = \frac{du}{du} \frac{du}{dx}$$

Bentuk parametris dari turunan

h 28

$y = f(x)$

$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$

$$y' = \frac{dy}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}}$$

HITUNGAN DIFERENSIAL

Diferensial dasar

H 5

lanjutan dari H4

$$y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\ddot{y}x - \dot{y}\dot{x}}{x^2}$$

Turunan dari fungsi-fungsi inversi

Persamaan $y=f(x)$ yang dipecahkan untuk x , menentukan fungsi inversi

h 30 $x = \varphi(y)$

$$f'(x) = \frac{1}{\varphi'(x)}$$

Contoh:

h 31 $y = f(x) = \arccos x$
berikan $x = \varphi(y) = \cos y$

$$f'(x) = \frac{1}{-\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Turunan

Fungsi-fungsi eksponensial

	fungsi	turunan
h 33	$y = e^x$	$y' = e^x = y'' = \dots$
h 34	$y = e^{-x}$	$y' = -e^{-x}$
h 35	$y = a^{ex}$	$y' = a e^{ax}$
h 36	$y = x e^x$	$y' = e^x (1+x)$
h 37	$y = \sqrt{e^x}$	$y' = \frac{e^x}{2}$
h 38	$y = a^x$	$y' = a^x \ln a$
h 39	$y = a^{nx}$	$y' = n a^{nx} \ln a$
h 40	$y = a^{x^2}$	$y' = a^{x^2} 2x \ln a$

Fungsi-fungsi ilmu ukur sudut

h 41	$y = \sin x$	$y' = \cos x$
h 42	$y = \cos x$	$y' = -\sin x$
h 43	$y = \tan x$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x = \sec^2 x$
h 44	$y = \cot x$	$y' = \frac{-1}{\sin^2 x} = -(1 + \cot^2 x) = -\operatorname{cosec}^2 x$

HITUNGAN DIFERENSIAL

Diferensial dasar

H 6

Turunan-turunan

Fungsi logaritma

	fungsi	turunan
h 45	$y = a \sin(kx)$	$y' = a k \cos(kx)$
h 46	$y = a \cos(kx)$	$y' = -a k \sin(kx)$
h 47	$y = \sin^n x$	$y' = n \sin^{n-1} x \cos x$
h 48	$y = \cos^n x$	$y' = -n \cos^{n-1} x \sin x$
h 49	$y = \tan^n x$	$y' = n \tan^{n-1} x (1 + \tan^2 x)$
h 50	$y = \cot^n x$	$y' = -n \cot^{n-1} x (1 + \cot^2 x)$
h 51	$y = \frac{1}{\sin x}$	$y' = \frac{-\cos x}{\sin^2 x}$
h 52	$y = \frac{1}{\cos x}$	$y' = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$
h 53	$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$
h 54	$y = a \log x$	$y' = \frac{1}{x \ln a}$
h 55	$y = \ln(1 \pm x)$	$y' = \frac{\pm 1}{1 \pm x}$
h 56	$y = \ln x^n$	$y' = \frac{n}{x}$
h 57	$y = \ln \sqrt{x}$	$y' = \frac{1}{2x}$

Fungsi hiperbolis

h 58	$y = \sinh x$	$y' = \cosh x$
h 59	$y = \cosh x$	$y' = \sinh x$
h 60	$y = \tanh x$	$y' = \frac{1}{\cosh^2 x}$
h 61	$y = \coth x$	$y' = \frac{-1}{\sinh^2 x}$

Fungsi ilmu ukur sudut inversi

h 62	$y = \arcsin x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
h 63	$y = \arccos x$	$y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

lanjutan dari H 6

h 64	$y = \arctan x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$
h 65	$y = \operatorname{arccot} x$	$y' = -\frac{1}{1+x^2}$
h 66	$y = \operatorname{arsinh} x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$
h 67	$y = \operatorname{arcosh} x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
h 68	$y = \operatorname{artanh} x$	$y' = \frac{1}{1-x^2}$
h 69	$y = \operatorname{arcoth} x$	$y' = \frac{1}{1-x^2}$

HITUNGAN INTEGRAL

J 1

Integrasi

Integrasi

Kebalikan integrasi dari differensiasi

Yang dimaksud dengan hubungan integral adalah masalah pencarian suatu fungsi $y=f(x)$, turunan dari $F(x)$ adalah sama dengan $f(x)$.

j 1
$$f'(x) = \frac{dF(x)}{dx} = f(x)$$

jadi, dengan integrasi

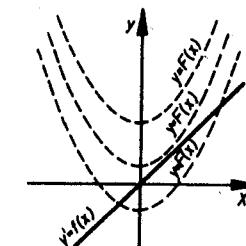
Integral taktentu

j 2
$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

Di sini C adalah konstanta yang tidak diketahui yang menghilang bila didifferensiasi, karena turunan dari suatu konstanta adalah nol.

Maksud Geometris dari integral tak tentu

Seperi terlihat dalam gambar ini, terdapat jumlah lengkung $y=F(x)$ yang tidak terbatas dengan sebuah derajat kemiringan $y'=f(x)$. Semua lengkung $y=F(x)$ mempunyai bentuk yang sama, tetapi memotong sumbu-x pada jarak yang berbeda-beda. Namun konstanta C , membentuk suatu lengkung yang tetap. Apabila garis lengkung tersebut memotong titik x_0/y_0 , maka



j 3
$$C = y_0 - F(x_0)$$

Integral tertentu

Integral tertentu dinyatakan sebagai

j 4
$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

HITUNGAN INTEGRAL

Aturan integrasi

J 2

lanjutan dari J 1

Di sini integrasi mengambil tempat di antara limit a dan b , resultan substitusi kedua diambil dari yang pertama, yang mengakibatkan konstanta C menghilang.

Integrasi

Rumus dasar

$$J 5 \quad \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \text{ di sini } n \neq -1$$

$$J 6 \quad \int \frac{dx}{x} = \ln x + C$$

$$J 7 \quad \int [u(x) \pm v(x)] dx = \int u(x) dx \pm \int v(x) dx$$

$$J 8 \quad \int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \ln u(x) + C$$

$$J 9 \quad \int u(x) u'(x) dx = \frac{1}{2} [u(x)]^2 + C$$

Integrasi melalui bagian-bagian

$$J 10 \quad \int u(x) u'(x) dx = u(x) u(x) - \int u'(x) u(x) dx$$

Integrasi melalui substitusi

$$J 11 \quad \int f(x) dx = \int f[\varphi(z)] \varphi'(z) dz$$

di-sini $x = \varphi(z)$ dan $dx = \varphi'(z) dz$

Contoh:

$$J 12 \quad F(x) = \int \sqrt{3x-5} dx.$$

di-mana $3x-5 = z$, turunannya adalah $z' = \frac{dz}{dx} = 3$.

jadi $dx = \frac{dz}{3}$ dinyatakan dalam bilangan z , integral menjadi

HITUNGAN INTEGRAL

Integral dasar

J 3

lanjutan dari J 2

$$F(x) = \frac{1}{3} \int \sqrt{z} dz = \frac{2}{9} z \sqrt{z} + C. \text{ masukkan nilai } z \text{ ke dalam}$$

$$\text{rumusan di atas: } F(x) = \frac{2}{9} (3x-5) \sqrt{3x-5} + C$$

Integral

(mengabaikan konstanta integral C)

$$J 13 \quad \int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} \quad \parallel \quad \int \ln x dx = x \cdot \ln x - x$$

$$J 14 \quad \int a^{bx} dx = \frac{1}{b} \cdot \frac{a^{bx}}{\ln a} \quad \parallel \quad \int \frac{dx}{x-a} = \ln (x-a) \quad (a \neq b)$$

$$J 15 \quad \int \frac{dx}{(x-a)(x-b)} = \frac{1}{a-b} \ln \frac{x-a}{x-b} \quad (a \neq b)$$

$$J 16 \quad \int \frac{dx}{(x-a)^n} = -\frac{1}{(n-1)(x-a)^{n-1}} \quad (n \neq 1)$$

$$J 17 \quad \int \frac{dx}{x^2 - a^2} = -\frac{1}{a} \operatorname{arcoth} \frac{x}{a} = \frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a}$$

$$J 18 \quad \int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{a} \operatorname{artanh} \frac{x}{a} = \frac{1}{2a} \ln \frac{a+x}{a-x} \quad (x < a)$$

$$J 19 \quad \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} \quad \parallel \quad \int \frac{x \cdot dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + a^2)$$

$$J 20 \quad \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{x}{2a^2(x^2 + a^2)} + \frac{1}{2a^3} \arctan \frac{x}{a}$$

$$J 21 \quad \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n} = \frac{x}{2a^2(n-1)(x^2 + a^2)^{n-1}} + \frac{2n-3}{2a^2(n-1)} \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{n-1}}$$

$$J 22 \quad \int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \quad \parallel \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2 \sqrt{x} \quad (n \neq 1)$$

$$J 23 \quad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} \quad \parallel \quad \int \frac{dx}{\sqrt{ax + b}} = \frac{2}{a} \sqrt{ax + b}$$

$$J 24 \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \operatorname{arcosh} \frac{x}{a} = \ln (x + \sqrt{x^2 - a^2})$$

$$J 25 \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \operatorname{arsinh} \frac{x}{a} = \ln (x + \sqrt{x^2 + a^2})$$

$$J 26 \quad \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a}$$

HITUNGAN INTEGRAL

Integral dasar

J 4

Integral

(mengabaikan konstanta integral C)

- j 27 $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \operatorname{arccosh} \frac{x}{a}$
- j 28 $\int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2} \operatorname{arsinh} \frac{x}{a}$
- j 29 $\int \sin x dx = -\cos x$
- j 30 $\int \sin^2 x dx = \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin(2x)$
- j 31 $\int \sin^3 x dx = -\frac{3}{4} \cos x + \frac{1}{12} \cos(3x)$
- j 32 $\int \sin^n x dx = -\frac{1}{n} \cos x \sin^{n-1} x + \frac{n-1}{n} \int \sin^{n-2} x dx$
- j 33 $\int \sin(ax) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax)$
-
- j 34 $\int \cos x dx = \sin x$
- j 35 $\int \cos^2 x dx = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin(2x)$
- j 36 $\int \cos^3 x dx = \frac{3}{4} \sin x + \frac{1}{12} \sin(3x)$
- j 37 $\int \cos^n x dx = \frac{1}{n} \sin x \cos^{n-1} x + \frac{n-1}{n} \int \cos^{n-2} x dx$
- j 38 $\int \cos(ax) dx = \frac{1}{a} \sin(ax)$
-
- j 39 $\int \tan x dx = -\ln \cos x \quad \left| \int \tan(ax) dx = -\frac{1}{a} \ln \cos(ax) \right.$
- j 40 $\int \tan^2 x dx = \tan x - x$
- j 41 $\int \tan^n x dx = \frac{\tan^{n-1} x}{n-1} - \int \tan^{n-2} x dx \quad (n \neq 1)$
-
- j 42 $\int \cot x dx = \ln \sin x \quad \left| \int \cot(ax) dx = \frac{1}{a} \ln \sin(ax) \right.$
- j 43 $\int \cot^2 x dx = -x - \cot x$
- j 44 $\int \cot^n x dx = -\frac{\cot^{n-1} x}{n-1} - \int \cot^{n-2} x dx \quad (n \neq 1)$
-
- j 45 $\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \tan \frac{x}{2} \quad \left| \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x \right.$
- j 46 $\int \frac{dx}{\sin^n x} = -\frac{1}{n-1} \frac{\cos x}{\sin^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\sin^{n-2} x} \quad (n \neq 1)$

HITUNGAN INTEGRAL

Integral dasar

J 5

Integral

(mengabaikan konstanta integral C)

- j 47 $\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \tan \left(\frac{x+\pi}{2} \right) \quad \left| \int \frac{dx}{\cos^n x} = \tan x \right.$
- j 48 $\int \frac{dx}{\cos^n x} = \frac{1}{n-1} \frac{\sin x}{\cos^{n-1} x} + \frac{n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\cos^{n-2} x} \quad (n \neq 1)$
- j 49 $\int \frac{dx}{1 + \sin x} = \tan \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \quad \left| \int \frac{dx}{1 - \sin x} = -\cot \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \right.$
- j 50 $\int \frac{dx}{1 + \cos x} = \tan \frac{x}{2} \quad \left| \int \frac{dx}{1 - \cos x} = -\cot \frac{x}{2} \right.$
- j 51 $\int \sin(ax) \sin(bx) dx = -\frac{\sin(ax+bx)}{2(a+b)} + \frac{\sin(ax-bx)}{2(a-b)} \quad (|a| \neq |b|)$
- j 52 $\int \sin(ax) \cos(bx) dx = -\frac{\cos(ax+bx)}{2(a+b)} - \frac{\cos(ax-bx)}{2(a-b)} \quad (|a| \neq |b|)$
- j 53 $\int \cos(ax) \cos(bx) dx = \frac{\sin(ax+bx)}{2(a+b)} + \frac{\sin(ax-bx)}{2(a-b)} \quad (|a| \neq |b|)$
- j 54 $\int x^n \sin(ax) dx = -\frac{x^n}{a} \cos(ax) + \frac{n}{a} \int x^{n-1} \cos(ax) dx$
- j 55 $\int x^n \cos(ax) dx = \frac{x^n}{a} \sin(ax) - \frac{n}{a} \int x^{n-1} \sin(ax) dx$
-
- j 56 $\int \arcsin x dx = x \arcsin x + \sqrt{1-x^2}$
- j 57 $\int \arccos x dx = x \arccos x - \sqrt{1-x^2}$
- j 58 $\int \arctan x dx = x \arctan x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$
- j 59 $\int \text{arccot } x dx = x \text{ arccot } x + \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$
-
- j 60 $\int \sinh x dx = \cosh x$
- j 61 $\int \sinh^2 x dx = \frac{1}{4} \sinh(2x) - \frac{x}{2}$
- j 62 $\int \sinh^n x dx = \frac{1}{n} \cosh x \sinh^{n-1} x - \frac{n-1}{n} \int \sinh^{n-2} x dx$
- j 63 $\int \sinh(ax) dx = \frac{1}{a} \cosh(ax)$
-
- j 64 $\int \cosh x dx = \sinh x$
- j 65 $\int \cosh^2 x dx = \frac{1}{4} \sinh(2x) + \frac{x}{2}$

HITUNGAN INTEGRAL

Integral dasar

J 6

Integral

(mengabaikan konstanta integral C)

j 66 $\int \cosh^n x \, dx = \frac{1}{n} \sinh x \cosh^{n-1} x + \frac{n-1}{n} \int \cosh^{n-2} x \, dx$

j 67 $\int \cosh(ax) \, dx = \frac{1}{a} \sinh(ax)$

j 68 $\int \tanh x \, dx = \ln \cosh x$

j 69 $\int \tanh^2 x \, dx = x - \tanh x$

j 70 $\int \tanh^n x \, dx = -\frac{1}{n-1} \tanh^{n-1} x + \int \tanh^{n-2} x \, dx \quad (n \neq 1)$

j 71 $\int \tanh(ax) \, dx = \frac{1}{a} \ln \cosh(ax)$

j 72 $\int \coth x \, dx = \ln \sinh x$

j 73 $\int \coth^2 x \, dx = x - \coth x$

j 74 $\int \coth^n x \, dx = -\frac{1}{n-1} \coth^{n-1} x + \int \coth^{n-2} x \, dx \quad (n \neq 1)$

j 75 $\int \coth(ax) \, dx = \frac{1}{a} \ln \sinh(ax)$

j 76 $\frac{dx}{\sinh x} = \ln \tanh \frac{x}{2}$

j 77 $\frac{dx}{\sinh^2 x} = -\coth x$

j 78 $\frac{dx}{\cosh x} = 2 \arctan e^x$

j 79 $\frac{dx}{\cosh^2 x} = \tanh x$

j 80 $\int \text{arsinh } x \, dx = x \text{ arsinh } x - \sqrt{x^2 + 1}$

j 81 $\int \text{arcosh } x \, dx = x \text{ arcosh } x - \sqrt{x^2 - 1}$

j 82 $\int x \, dx = x \text{ artanh } x + \frac{1}{2} \ln(1 - x^2)$

j 83 $\int \text{arcot } x \, dx = x \text{ arcoth } x + \frac{1}{2} \ln(x^2 - 1)$

j 84 $\int \sin^m x \cos^n x \, dx = \frac{1}{m+n} \sin^{m+1} x \cos^{n-1} x + \frac{n-1}{m+n} \int \sin^m x \cos^{n-2} x \, dx$

HITUNGAN INTEGRAL

Penerapan integrasi

J 7

Ilanjutan dari J 6

Bilamana n adalah jumlah ganjil, maka integral yang tertinggal adalah:

$$\int \sin^m x \cos x \, dx = \frac{\sin^{m+1} x}{m+1}$$

Diferensial busur

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \, dx$$

panjang busur

luas permukaan di mana lengkung berputar melingkari sumbu-x

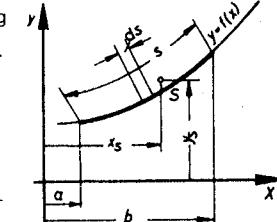
j 86 $s = \int_a^b \sqrt{1 + y'^2} \, dx \quad A_m = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1 + y'^2} \, dx$

moment statis sebuah lengkung sumbu-x sumbu-y

j 87 $M_x = \int_a^b y \sqrt{1+y'^2} \, dx \quad M_y = \int_a^b x \sqrt{1+y'^2} \, dx$

koordinat titik tengah gravitasi (gaya berat)

j 88 $x_g = \frac{M_y}{s} \quad y_g = \frac{M_x}{s}$



luas benda yang berputar di mana luas A berputar mengelilingi sumbu-x

Volume dari sebuah benda, yang penampang-lintangnya A ada fungsi dari x

j 89 $A = \int_a^b y \, dx \quad V = \pi \int_a^b y^2 \, dx \quad V = \int_a^b A_1(x) \, dx$

momen statis sebuah lengkung dalam hubungannya dengan sumbu-x sumbu-y

j 90 $H_x = \int_a^b \frac{y^3}{2} \, dx \quad H_y = \int_a^b xy \, dx$

HITUNGAN INTEGRAL

Penerapan integrasi

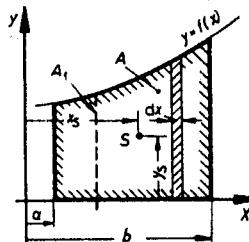
J 8

koordinat titik tengah gravitasi

$$j\ 91 \quad x_g = \frac{H_y}{A} \quad y_g = \frac{H_x}{A}$$

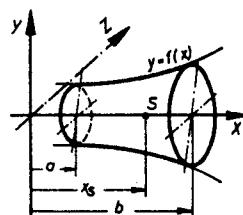
Moment statis sebuah benda (dalam hubungannya dengan bidang $y-z$)

$$j\ 92 \quad M_{yz} = \pi \int_a^b x \cdot y^2 dx$$



Koordinat titik tengah gravitasi

$$j\ 93 \quad x_g = \frac{H_y}{V}$$



Teorema (dalil) Pappus

Luas permukaan benda yang berputar

$$j\ 94 \quad A_m = \text{panjang busur} \times \text{jarak yang dijangkau oleh titik tengah gravitasi (gaya berat)} \\ = 2\pi s y_g \quad (\text{lihat juga rumus } j\ 86 \text{ dan } j\ 88)$$

Volume benda putar

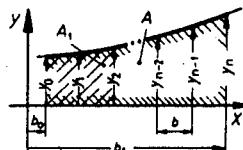
$$j\ 95 \quad V = \text{luas } A \times \text{jarak yang dijangkau oleh titik tengah gravitasi (gaya berat)} \\ = 2\pi A y_g \quad (\text{lihat juga rumus } j\ 89 \text{ dan } j\ 91)$$

Integrasi menurut angka (numerik)

Pembagian luas ke dalam jumlah n yang genap pada lajur

$$j\ 96 \quad \text{lebar yang sama } h = \frac{b_1 - b_0}{n} \\ \text{maka, menurut}$$

Aturan Trapezium



HITUNGAN INTEGRAL

Penerapan integrasi

J 9

Ilanjutan dari J 10

$$j\ 97 \quad A = \frac{b}{2} (y_0 + 2y_1 + 2y_2 + \dots + y_n)$$

Aturan Simpson untuk tiga ordinat:

$$j\ 98 \quad A_t = \frac{b}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2)$$

Aturan Simpson untuk lebih dari tiga ordinat

$$j\ 99 \quad A = \frac{b}{3} [y_0 + y_n + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2}) + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{n-1})]$$

Momen Inersia (momen kedua dari luas)

Umum

Yang dimaksudkan dengan momen inersia dalam hubungannya dengan sebuah sumbu- x atau sebuah titik O , adalah jumlah perkalian dari garis-, luas-, Volume-, atau elemen-massa dengan kuadrat jarak-jaraknya dari sumbu- x atau titik O .

Momen inersia	Momen kedua dari luas
$I = \int x^2 dm \ kg\ m^2$	$I = \int x^2 dA \ m^4$

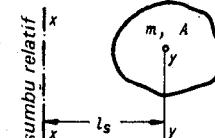
Dalil Steiner (Dalil semua sumbu paralel)

Untuk tiap momen massa inersia, baik aksial maupun polar, persamaan berikut dapat digunakan:

$$j\ 101 \quad I_{xx} = I_{yy} + m l_s^2 \ kg\ m^2$$

Persamaan-persamaan yang sama dapat dipakai untuk momen-momen garis, luas dan volume inersia:

$$I_{xx} = I_{yy} + A l_s^2 \ m^4$$



I_{xx} : momen inersia sekitar sebuah sumbu yang umum sumbu- xx
 I : momen inersia sekitar titik tengah gravitasi

m, A : panjang total, luas total, volume total, atau massa total

l_s : jarak titik tengah gravitasi dari sumbu atau titik

HITUNGAN INTEGRAL

Penerapan integrasi

J 10

Momen inersia dari lengkung rata (plane curves)

dalam hubungannya dengan sumbu-x

$$J_{0x} = \int_a^b y^2 \sqrt{1+y'^2} dx \quad J_{0y} = \int_a^b x^2 \sqrt{1+y'^2} dx$$

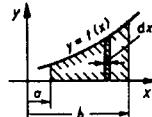
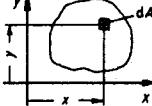
Momen Inersia, momen-momen centrifugal dari permukaan rata

Yang dimaksudkan dengan momen aksial kedua dari luas suatu bidang rata, dalam hubungannya dengan sumbu-x atau sumbu-y di dalam bidang datar itu adalah perkalian antara elemen-elemen luas (area-elements) dA dengan kuadrat jarak-jaraknya dari sumbu-x dan sumbu-y, masing-masing:

$$J_x = \int y^2 dA ; \quad J_y = \int x^2 dA$$

Suatu fungsi yang ditentukan $y=f(x)$ menghasilkan:

$$\begin{array}{c|c} \text{sumbu-x} & \text{sumbu-y} \\ \hline J_x = \int_a^b y^2 dx & J_y = \int_a^b x^2 y dx \end{array}$$



Yang dimaksudkan dengan momen polar kedua dari luas sebuah permukaan rata dalam hubungannya dengan sebuah titik O di-dalam bidang datar tersebut adalah perkalian antara elemen-elemen-luas (area-elements) dA dengan kuadrat jarak-jaraknya r dari titik O .

$$J_p = \int r^2 dA$$

Bilamana hubungan sumbu-sumbu dari J_x dan J_y adalah tegak-lurus antara satu sama lainnya, maka momen polar kedua dari luas dalam hubungannya dengan kutub-sumbu (titik perpotongan O dari sumbu x dan y) adalah:

$$J_p = \int r^2 dA = \int (y^2 + x^2) dA = J_x + J_y$$

92

HITUNGAN INTEGRAL

Penerapan integrasi

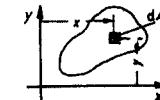
J 11

lanjutan dari J 10

Yang dimaksudkan dengan momen sentrifugal (hasil inersia) dari sebuah bidang rata dalam hubungannya dengan kedua sumbu di dalam bidang datar tersebut, adalah perkalian antara elemen-elemen-luas dA dengan perkalian jarak-jaraknya x dan y dari ke-dua sumbu

J 107

$$I_{xy} = \int xy dA \geq 0$$

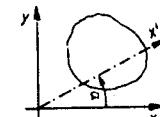


Satu dari sumbu-sumbu yang berkaitan, merupakan sebuah sumbu yang simetris dari permukaan rata itu, akan menghasilkan $I_{xy} = 0$.

Konversi ke dalam sumbu miring- x' : Bilamana momen-momen I_x , I_y , dan I_{xy} dalam hubungannya dengan kedua sumbu-x dan sumbu-y yang saling tegak lurus diketahui, maka momen kedua dari luas I_a dalam hubungannya dengan sebuah sumbu yang dimiringkan x , sebesar sudut α terhadap sumbu-x, dapat dihitung dengan:

J 108

$$I_a = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha$$



Contoh-contoh yang berhubungan dengan momen-keleluasaan dari luas di halaman J 10

Empat persegi panjang

$$J_x = \int_0^h y^2 b dy = b \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^h = \frac{b h^3}{3}$$

$$J_{x'} = J_x - A \left(\frac{h}{2} \right)^2 = \frac{b h^3}{12}$$

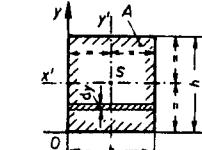
$$J_y = \frac{b^3 h}{3} ; \quad J_{y'} = \frac{b^3 h}{12}$$

$$J_{po} = J_x + J_y = \frac{b h^3}{3} + \frac{b^3 h}{3} = \frac{b h}{3} (b^2 + h^2); \quad J_{ps} = \frac{b h}{12} (b^2 + h^2)$$

$$J_{xy} = J_{x'y'} + \frac{b}{2} \times \frac{h}{2} A.$$

$$J_{xy} = \frac{b}{2} \times \frac{h}{2} (b h) = \left(\frac{b h}{2} \right)^2$$

Jika x' dan/atau y' adalah sumbu simetri, $J_{x'y'}$ adalah nol.
Jadi:



Lingkaran

$$J_p = \int_0^R r^2 dA = \int_0^R r^2 2\pi r dr$$

93

HITUNGAN INTEGRAL

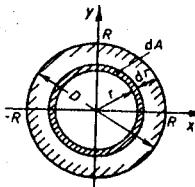
Penerapan integrasi

J 12

$$J 116 = 2\pi \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{\pi R^4}{2}$$

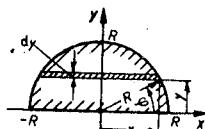
$$J 117 I_x = I_y = \frac{I_p}{2} = \frac{\pi R^4}{4} = \frac{\pi D^4}{64}$$

J 118 $I_{xy} = 0$, karena x dan y adalah sumbu yang simetri.



Setengah lingkaran (semicircle)

$$J 119 I_x = \int_0^R y^2 dA = \int_0^R y^2 \cdot 2x dy$$



$$J 120 = 2 \int_0^R y^2 \sqrt{R^2 - y^2} dy = \frac{\pi R^4}{8} = I_y$$

$$J 121 I_p = 2 \frac{\pi R^4}{8} = \frac{\pi R^4}{4}; I_{xy} = 0, \text{ karena } y \text{ merupakan sumbu simetri.}$$

Segi-banyak teratur (Regular polygon)

$$J 122 I_x = I_y = \frac{I_p}{2} = \frac{n a r}{2 \times 48} (12r^2 + a^2) = \frac{n a R}{2 \times 24} (6R^2 - a^2); I_{xy} = 0$$

r : jari-jari lingkaran didalamnya

R : jari-jari lingkaran yang membebani

a : panjang sisi
 n : jumlah sisi

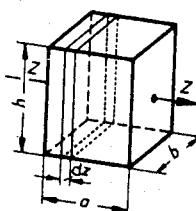
Momen kedua dari volume sebuah benda

Momen inersia dari sebuah kubus (cuboid)

Bilamana $\left(\frac{bh^3}{12} + \frac{b^3h}{12} \right)$ adalah momen

inersia polar dari sebuah persegi panjang (lihat J 11), maka persamaan untuk sumbu-z adalah:

$$J 123 I_{v,zz} = \int_0^h \left(\frac{bh^3}{12} + \frac{b^3h}{12} \right) dz = \frac{abh}{12} (b^2 + h^2)$$



STATIKA

Uraian umum

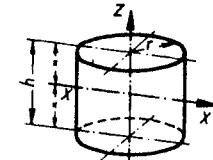
K 1

Ilanjutan dari J 12

Momen inersia dari sebuah silinder berbentuk bulat
(circular cylinder)

untuk sumbu-zz:

$$J 124 I_{v,zz} = \int_{-h/2}^{+h/2} \frac{\pi r^4}{2} dz = \frac{\pi r^4 h}{2}$$



$$J 125 I_{v,xx} = \int_{-h/2}^{+h/2} \left(\frac{\pi r^4}{4} + \pi r^2 z^2 \right) dz = \frac{\pi r^2 h}{12} (3r^2 + h^2)$$

Momen inersia dinamis (momen massa inersia)

Momen massa inersia I sekitar sebuah sumbu tertentu adalah hasil dari momen kedua volume I_v sekitar sumbu tersebut dan kerapatan φ .

$$J 126 I = I_v \times \varphi \quad \text{kg m}^2, \text{ kgf m s}^2, \text{ lb ft}^2$$

$$J 127 \text{ dimana } \varphi = \frac{m}{V} \quad \text{kg m}^{-3}, \text{ kg dm}^{-3}, \text{ lb ft}^{-3}$$

misalnya untuk sebuah silinder sekitar sumbu-zz

$$J_{zz} = I_{v,zz} \times \frac{m}{V} = \frac{\pi r^4 h}{2} \times \frac{m}{r^2 \pi h} = \frac{m r^2}{2}$$

Untuk momen-momen massa inersia lainnya lihat M 3

Umum

Statika adalah ilmu mengenai teori keseimbangan (ekuilibrium) dan menetapkan gaya-gaya luar yang bekerja pada benda-benda masif yang tidak bergerak (misalnya reaksi perletakan). Isi dari halaman K1 ... K14 dapat dipergunakan hanya pada gaya-gaya yang bekerja pada satu bidang datar/rata saja.

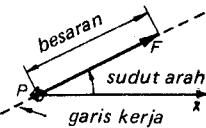
Kuantitas-kuantitas statika dan satuan-satuannya yang terpenting

Panjang /

Ini adalah kuantitas besar, lihat dalam pendahuluan. Satuan-satuananya: m; cm; km

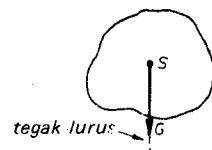
lanjutan dari K 1

Gaya F (lihat keterangan dalam M 1);
Sebagai sebuah vektor, gaya itu ditentukan dari besarnya, arahnya dan dari titik tolak penggunaannya (P)



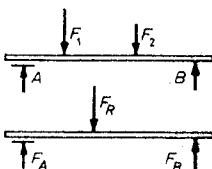
Gaya gravitasi G

Definisi: Titik tolak penggunaan gaya tarik bumi: pusat gravitasi. S. garis kerja: garis vertikal memotong pusat gravitasi arah: bergerak ke-bawah (menuju pusat bumi) besaran: ditentukan dengan kesimbangan pegas.



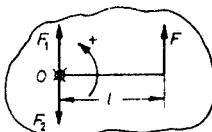
Reaksi perletakan F_A

gaya yang diberikan oleh tumpuan A.



Gaya resultan F_R

gaya yang menunjukkan aksi total dari beberapa gaya luar.



Momen M dari sebuah gaya F sekitar sebuah titik O

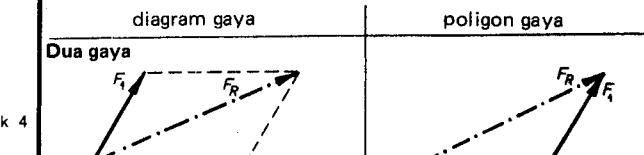
Jarak yang tegak lurus dari titik O terhadap garis kerja gaya F dinamakan lengan gaya l .

F_1 dan F_2 membentuk sepasang gaya. Momen dapat digambarkan dalam bentuk vektor.

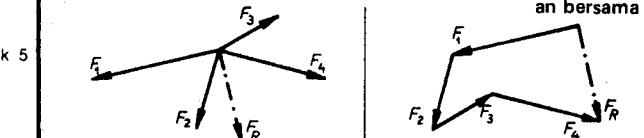
$$\begin{aligned} F_1 &= F; \quad F_2 = -F \\ \text{momen } M &= \pm F l \end{aligned}$$

Teorema (dalil) momen: Momen dari gaya resultan adalah sama dengan jumlah momen dari gaya-gaya masing-masing.

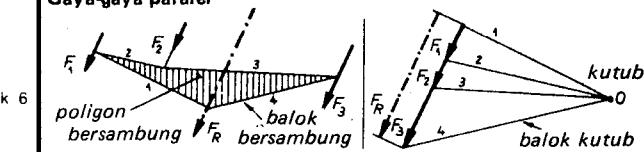
Komposisi gaya-gaya secara grafis



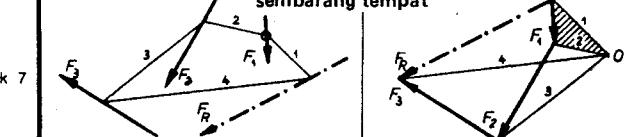
Jumlah beberapa gaya-gaya dengan sebuah titik tolak penggunaan bersama



Gaya-gaya paralel



komponen gaya-gaya dan beberapa titik tolak penggunaan di sembarang tempat



Konstruksi dari poligon bersambung

Gambarkan poligon gaya dan tentukan kutub O , sedemikian rupa agar setiap garis penghubung tidak mengarah secara paralel. Gambarkan garis-garis penghubung menuju kutub. Bentuk poligon bersambung sedemikian rupa, sehingga garis-garis penghubung mengarah secara paralel dengan garis-garis kutub yang bersangkutan. Dengan demikian maka potongan dalam

STATIKA

Komposisi gaya

K 3

lanjutan dari K 2

poligon bersambung dihubungkan pada sebuah segi-tiga poligon gaya (misalnya segi-tiga F_{1-1-2} dari poligon gaya berhubungan dengan titik perpotongan F_{1-1-2} dari poligon bersambung)

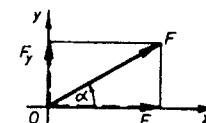
Komposisi matematika dari gaya-gaya

Penguraian sebuah gaya

$$k \ 8 \quad F_x = F \cos \alpha \quad F_y = F \sin \alpha$$

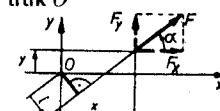
$$k \ 9 \quad F = +\sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad \tan \alpha = \frac{F_y}{F_x}$$

(untuk tanda-tanda fungsi ilmu ukur segi tiga dari α , lihat tabel k 16 sampai K 19)



$$k \ 10 \quad M_0 = +F \times l = F_y x - F_x y$$

(untuk tanda-tanda fungsi ilmu ukur segi tiga dari α lihat tabel k 16 sampai K 19)



Gaya resultan F_R untuk setiap gaya yang tidak beraturan.

$$k \ 11 \quad \text{komponen} \quad F_{Rx} = \sum F_x \quad F_{Ry} = \sum F_y$$

$$k \ 12 \quad \text{besaran} \quad F_R = +\sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2}$$

$$k \ 13 \quad \text{sudut} \quad \left. \begin{array}{l} \tan \alpha_R = \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \\ \text{arah} \alpha_R \end{array} \right\} \quad \alpha_R = \arctan \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} ; \sin \alpha_R = \frac{F_{Ry}}{F_R} ; \cos \alpha_R = \frac{F_{Rx}}{F_R}$$

$$k \ 14 \quad \text{jarak} \quad l_R = \frac{|M_0|}{|F_R|} \quad (\text{teorema momen})$$

$$k \ 15 \quad \text{tanda dari } F_R \times l_R = \text{tanda dari } \sum M_0$$

F_x, F_y : komponen dari F paralel terhadap sumbu-x dan sumbu-y

F_{Rx}, F_{Ry} : komponen dari F_R paralel terhadap sumbu-x dan sumbu-y

x, y : koordinat dari F

α, α_R : sudut F dan sudut F_R

l, l_R : jarak F dan jarak F_R dari titik referensi.

STATIKA

Setimbangan (ekuilibrium)

K 4

lanjutan dari K 3

Tanda-tanda ilmu ukur segi tiga untuk $x, y; F_x, F_y; F_{Rx}, F_{Ry}$

kuadran	α, α_R	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\tan \alpha$	x, F_x, F_{Rx}	y, F_y, F_{Ry}
k 16	I	$0 \dots 90^\circ$	+	+	+	+
k 17	II	$90 \dots 180^\circ$	-	+	-	+
k 18	III	$180 \dots 270^\circ$	-	-	+	-
k 19	IV	$270 \dots 360^\circ$	+	-	-	-

Kondisi dari kesetimbangan

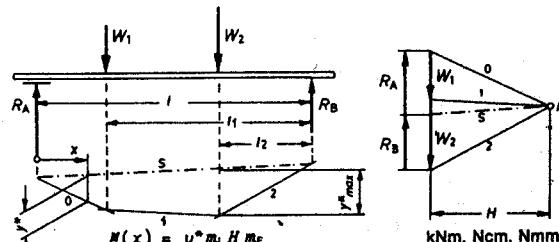
Suatu benda dikatakan dalam keadaan setimbang apabila gaya resultant dan jumlah momen dari semua gaya-gaya luar disekitar setiap titik yang sembarang adalah sama dengan nol.

gaya-gaya	grafis	matematis
dengan titik tolak penggunaan yang sama	poligon gaya yang tertutup	$\sum F_x = 0; \sum F_y = 0;$
parallel terhadap sumbu-sumbu vertikal	poligon gaya dan bersambung poligon tertutup	$\sum F_y = 0; \sum M = 0$
berubah-ubah		$\sum F_x = 0; \sum F_y = 0; \sum M = 0$

Daya dukung balok sederhana dengan beban-beban terpusat W_1 dan W_2

Cari reaksi-reaksi R_A dan R_B :

Penyelesaian secara grafis



$$k \ 23 \quad M_L : \text{skala panjang} = \text{panjang sebenarnya/panjang diagram}$$

STATIKA

Balok konstruksi

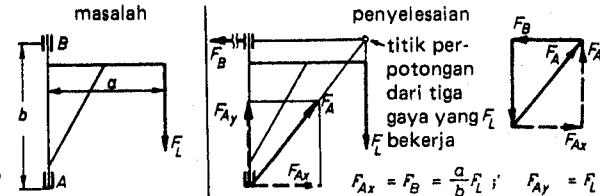
K 5

Janjutan dari K 4

- k 24 η_p : skala gaya = gaya/panjang diagram
 y : jarak diantara kutub y^* : jarak vertikal antara garis penutup s dan poligon bersambung (link polygon)
- k 25 Penyelesaian dengan matematika: $R_A = W_1 l_1/l + W_2 l_2/l$;
 $R_B = (W_1 + W_2) - R_A$

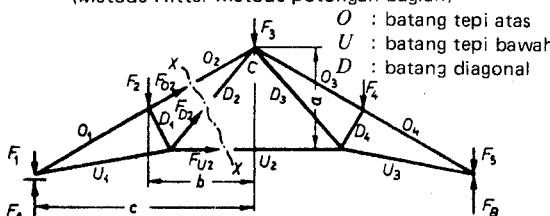
Distribusi beban dapat dibagi dalam bagian-bagian kecil dan dianggap sebagai gaya-gaya dengan titik hubungan yang bekerja terhadap pusat-pusat massa dari bagian-bagian itu.

Keran-angkat dinding (3 gaya): Cari reaksi F_A , F_B .



Penentuan matematis dari beban batang

(Metode Ritter-metode potongan bagian)



k 26

Tentukan reaksi perletakan dari K4 (gelagar dengan dua perletakan). Gambarkan sebuah garis $X \dots X$ melalui rangka batang itu ke batang yang bersangkutan, tetapi pemotongan tidak boleh lebih dari 3 batang. Tentukan gaya-gaya tarik sebagai gaya positif, sehingga gaya-gaya tekan menjadi negatif.

STATIKA

Balok konstruksi

K 6

Janjutan dari K 5

Tentukan persamaan momen $\Sigma M = 0$ dengan momen-momen dari gaya-gaya luar dan gaya-gaya dalam, diambil sekitar titik perpotongan dari dua gaya yang tidak diketahui.

Aturan untuk tanda-tanda momen

Bilamana momen berputar berlawanan arah jarum jam maka tandanya positip.

Bilamana momen berputar searah jarum jam maka tandanya negatif.

Contoh (dari konstruksi di atas)

masalah: untuk mendapatkan gaya F_{U2} pada batang U_2 . penyelesaian:

Tariklah garis $X \dots X$ memotong batang $O_2-D_2-U_2$. Karena batang O_2 dan batang D_2 bertemu pada titik C , maka hal ini merupakan titik perpotongan relatif yang dipilih, sehingga momen O_2 dan D_2 dapat sama dengan nol.

Lanjutkan sebagai berikut:

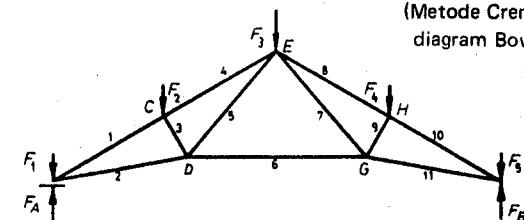
$$\begin{aligned} \sum M_C &= 0 \\ + a F_{U2} + b F_2 - c (F_A - F_1) &= 0 \\ F_{U2} &= \frac{-b F_2 + c (F_A - F_1)}{a} \end{aligned}$$

Penentuan secara grafis dari gaya-gaya pada batang-batang

(Metode Kremona-diagram Bow)

(Metode Cremona diagram Bow)

k 27

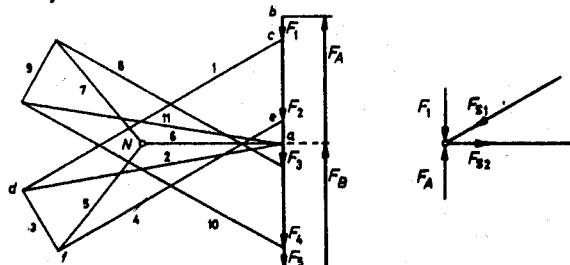


STATIKA

K 7

Titik tengah gravitasi (titik berat)

Ilanjutan dari K 6



Prinsip dasar

Setiap batang diikat oleh dua titik yang berbatasan. Gaya luar hanya bekerja pada titik sambung.

Prosedur

Buatlah skala dari gaya-gaya dan dapatkan reaksi-reaksi perletakan. Karena setiap poligon gaya tidak boleh terdiri atas lebih dari dua gaya yang tidak diketahui, maka mulailah dari titik A. Buatlah urutan gaya yang sama (cw atau ccw) untuk semua titik pertemuan (misalnya: \$F_A - F_1 - F_{S1} - F_{S2}\$).

Titik A: Poligon gaya $a-b-c-d-a$. Buatlah catatan dari gaya-gaya yang bersifat menarik atau menekan.

Titik C: Poligon gaya $d-c-e-f-d$.

dsb

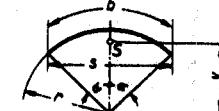
Pemeriksaan (check)

Gaya-gaya yang bekerja pada satu titik sambungan dalam rangka, membentuk sebuah poligon pada diagram Bow.

Gaya-gaya yang bekerja pada satu titik dalam diagram gaya membentuk sebuah segi-tiga dalam rangka itu.

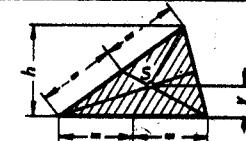
Busur lingkaran

- k 28 $y = \frac{r \sin \alpha}{\pi a} 180^\circ = \frac{r s}{b}$
 k 29 $y = 0.6366 r$ pada $2\alpha = 180^\circ$
 k 30 $y = 0.9003 r$ pada $2\alpha = 90^\circ$
 k 31 $y = 0.9549 r$ pada $2\alpha = 60^\circ$



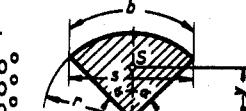
Segitiga

- k 31 $y = \frac{1}{3} h$
 S adalah titik perpotongan dari garis-garis berat (medians)



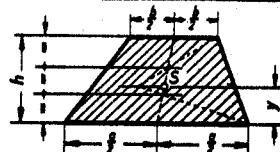
Sektor (bagian) lingkaran

- k 32 $y = \frac{2r \sin \alpha}{3 \pi a} 180^\circ = \frac{2r s}{3b}$
 k 33 $y = 0.4244 r$ pada $2\alpha = 180^\circ$
 k 34 $y = 0.6002 r$ pada $2\alpha = 90^\circ$
 k 35 $y = 0.6366 r$ pada $2\alpha = 60^\circ$



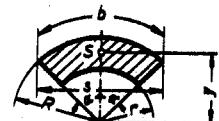
Trapesium

$$k 36 \quad y = \frac{h}{3} \times \frac{a+2b}{a+b}$$



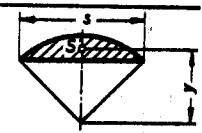
Sektor (bagian) annulus

- k 37 $y = \frac{2}{3} \times \frac{R^2 - r^2}{R^2 - r^2} \times \frac{\sin \alpha}{\text{area } a}$
 k 38 $= \frac{2}{3} \times \frac{R^2 - r^2}{R^2 - r^2} \times \frac{s}{b}$



Segmen (temberang) lingkaran

- k 39 $y = \frac{s^3}{12 A}$
 untuk luas A lihat B 3



Untuk penetapan titik tengah gravitasi S, lihat juga J 7

STATIKA

Pusat gravitasi

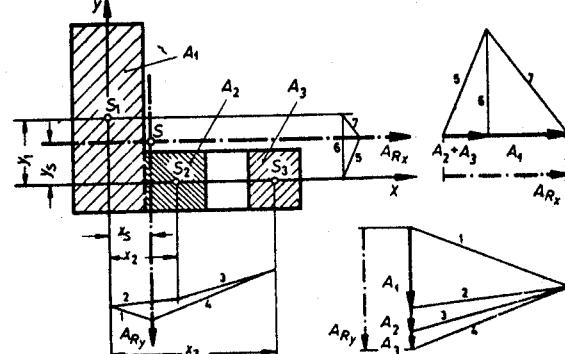
K 8

Menentukan pusat gravitasi dari sembarang luas permukaan masing-masing

Penyelesaian secara grafis

Luas total A dibagi-bagi menjadi luas bagian A_1, A_2, \dots, A_n yang merupakan pusat-pusat gravitasi yang sudah diketahui. Ukuran dari setiap luas bagian ditetapkan sebagai gaya yang bekerja pada pusat luas dari setiap luas bagian. Gunakan poligon gaya (lihat K2) untuk menentukan gaya rata-rata A_{Rx} dan gaya rata-rata A_{Ry} yang bekerja untuk setiap dua arah (diutamakan pada sudut-sudut siku-siku). Titik perpotongan dari garis-garis yang digunakan akan mendekati posisi dari pusat luas A .

k 40



STATIKA

Gesekan (friksi)

K 10

lanjutan dari K 9

Gaya yang dibutuhkan untuk mempertahankan gerakan ditentukan dengan cara mengganti μ_0 oleh μ . Bila hasil F adalah negatif, maka tidak mungkin terjadi gerakan.

Bidang miring

Umum

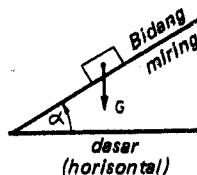
Bentuk sudut α yang membuat sebuah benda dengan mudah bergerak ke bawah pada sebuah bidang miring adalah sudut gesekan (friksi) φ .

k 50

$$\tan \alpha = \tan \varphi = \mu$$

Penerapan dalam penentuan yang bersifat percobaan dari sudut gesek (friksi) atau koefisien gesek (friksi):

$$\alpha = \tan \varphi$$



k 51

Keadaan dari pengunci otomatis: $\alpha < \varphi$

Sifat friksi

gerakan	kecepatan konstan yang dipertahankan oleh gaya terik F parallel pada bidang miring	dasar
---------	--	-------

ke atas



$$F = G \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos \varphi}$$

$0 < \alpha < \varphi^*$

ke bawah



$$F = G \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\cos \varphi}$$

$0 < \alpha < \varphi$

k 53

Catatan: Untuk gesekan (friksi) statis gantilah μ dan φ oleh μ_0 .

α^* : sudut kemiringan sebuah benda

STATIKA

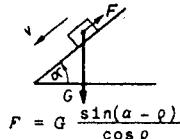
Gesekan (friksi)

K 11

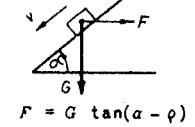
lanjutan dari K 10

ke bawah

$$0 < \alpha < \alpha^*$$



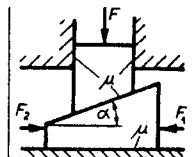
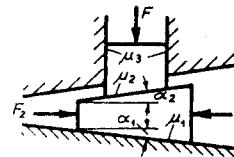
$$F = G \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos \varphi}$$



$$F = G \tan(\alpha - \varphi)$$

k 54

Sumbatan



k 55

$$\text{pergerakan rakan masuk} \quad F_1 = F \frac{\tan(\alpha_1 + \varphi_1) + \tan(\alpha_2 + \varphi_2)}{1 - \tan \varphi_1 \tan(\alpha_2 + \varphi_2)} \quad F_1 = F \tan(\alpha + 2\varphi)$$

k 56

$$\text{pengendoran} \quad F_2 = F \frac{\tan(\alpha_1 - \varphi_1) + \tan(\alpha_2 - \varphi_2)}{1 + \tan \varphi_1 \tan(\alpha_2 - \varphi_2)} \quad F_2 = F \tan(\alpha - 2\varphi)$$

k 57

$$\text{penguncian otomatis} \quad \alpha_1 + \alpha_2 \leq \varphi_1 + \varphi_2 \quad \alpha \leq 2\varphi$$

Sekrup



k 58

$$\text{momen putar} \quad \text{dinaikkan} \quad M_1 = F \times r \times \tan(\alpha + \varphi) \quad M_1 = F \times r \times \tan(\alpha + \varphi)$$

k 59

$$\text{diturunkan} \quad M_2 = F \times r \times \tan(\alpha - \varphi) \quad M_2 = F \times r \times \tan(\alpha - \varphi)$$

k 60

$$\text{keadaan pada penguncian otomatis} \quad \alpha < \varphi \quad \alpha < \varphi'$$

k 61

$$\text{efisiensi sekrup} \quad \text{dinaikkan} \quad \eta = \frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \varphi)} \quad \eta = \frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + \varphi)}$$

k 62

$$\text{diturunkan} \quad \eta = \frac{\tan(\alpha - \varphi)}{\tan \alpha} \quad \eta = \frac{\tan(\alpha - \varphi)}{\tan \alpha}$$

M_1 : momen naik

M_2 : momen turun

N m, [kgf m]

N m, [kgf m]

STATIKA

Gesekan (friksi)

K 12

lanjutan dari K 11

- k 63 a : alur dari uliran sekrup $(\tan \alpha = \frac{h}{2\pi r})$
 k 64 φ : sudut friksi (gesek) $(\tan \varphi = \mu)$
 k 65 φ' : sudut friksi (gesek) $(\tan \varphi' = \frac{\mu}{\cos \beta/2})$

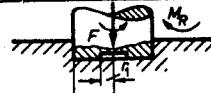
- k 65 r : jari-jari rata-rata uliran sekrup m, mm

Daya dukung gesekan (friksi)

daya dukung radial



daya dukung longitudinal



k 66 $M_R = \mu_q r F$

M_R : momen gesek

μ_q : koefisien gesek

μ_l : dari suatu

radial

daya dukung (nilai

longitudinal

yang tidak konstan)

Catatan: μ_q dan μ_l ditentukan dalam percobaan sebagai suatu fungsi dari kondisi daya dukung, ruang main (speling) bantalan dan pelumasan. Dalam keadaan bekerja (gerak).

- k 67 $\mu_0 \approx \mu_l \approx \mu_q$. Gunakan selalu $r > 0$ untuk memungkinkan pelumasan.
- k 68

Resistansi gerakan putar

Gerakan putar sebuah silinder

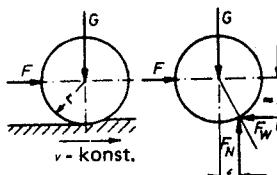
k 69 $F = \frac{f}{r} F_N = \frac{f}{r} G$

k 70 Keadaan gerak putar: $F_W < \mu_0 F_N$

w : gaya dari resistansi gerak putar

f : lengan pengangkat dari nilai resistansi gerak putar pada Z 7 (disebabkan oleh keausan dari silinder dan perletakan)

μ_0 koefisien dari gesekan statis di-antara silinder dan perletakan.



v - konst.

STATIKA

Gesekan (friksi)

K 13

lanjutan dari K 12

Penggantian sebuah pelat yang ditunjang oleh silinder-silinder

k 71 $F = \frac{(f_1 + f_2) G_1 + n f_2 G_2}{2r}$

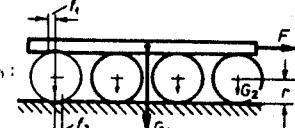
di mana $f_1 = f_2 = f$ dan $n G_2 < G_1$:

k 73 $F = \frac{f}{r} G_1$

G_1, G_2 : berat pelat dan satu silinder

f_1, f_2 : lengan-lengan pengangkat dari gaya resistansi gerak putar

r : jari-jari silinder



| n : jumlah silinder

Gesekan tali

Gaya tarik dan gaya gesek untuk beban yang naik

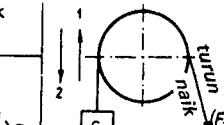
bebannya turun

k 75 $F_1 = e^{\mu \hat{a}} G$

k 76 $F_R = (e^{\mu \hat{a}} - 1)G$

$F_2 = e^{-\mu \hat{a}} G$

$F_R = (1 - e^{-\mu \hat{a}})G$



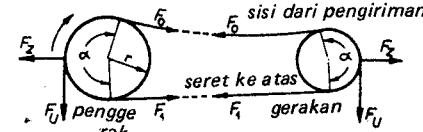
Penggunaan rumus pada saat silinder dalam keadaan diam dan tali bergerak dengan kecepatan konstan, atau pada saat tali dalam keadaan diam dan silinder berputar pada kecepatan sudut yang konstan.

- k 77 Keadaan keseimbangan: $F_2 < F < F_1$ | $G e^{-\mu \hat{a}} < F < G e^{\mu \hat{a}}$
 (F : gaya tanpa gesekan)

Transmisi sabuk mesin

k 78 $F_U = \frac{N_a}{r}$

k 79 $F_U = F_R$



STATIKA

Mesin-mesin yang bekerja dengan tali

K 14

Ilanjutan dari K 13

	dalam keadaan gerak	dalam keadaan diam
k 80	$F_O = \frac{F_U}{e\mu\hat{a} - 1}$	$F_O = F_U = \frac{F_U(e\mu\hat{a} + 1)}{2e\mu\hat{a} - 1}$
k 81	$F_t = F_U \frac{e}{e\mu\hat{a} - 1}$	
k 82	$F_Z = F_U \frac{e\mu\hat{a} + 1}{e\mu\hat{a} - 1}$	

F_U : gaya tangensial dari roda penggerak

F_R : gaya gesek pada tali

M_a : momen puntir penggerak

α : sudut persinggungan (radian). Gunakan selalu nilai-nilai yang rendah ke dalam rumus

k 83 μ : koefisien dari gesekan luncur (nilai dari pengalaman untuk sabuk kulit pada drum baja: $\mu = 0.22 + 0.012 v$ s/m)

v : kecepatan sabuk mesin

e : 2.71828183 (dasar dari log biasa)

Mesin-mesin yang bekerja dengan tali

Gambar-gambar berikut semata-mata merupakan penjelasan mengenai ketegaran (kekakuan) tali, dengan mengabaikan daya dukung gesek.

kuantitas yang tidak diketahui	katrol mati	katrol bebas	takal (pulley block) biasa	takal (pulley block) diferensial
	$F_t = c G$	$\frac{c}{1+c} G$	$\frac{e^n(c-1)}{e^n-1} G$	$\frac{c^2-d}{c+1} G$

Ilanjutan dari K 14

k 85	$F_O =$	$\frac{1}{c} G$	$\frac{1}{1+c} G$	$\frac{\frac{1}{e^n}(\frac{1}{c}-1)}{\frac{1}{e^n}-1} G$	$\frac{e}{1+c} \left(\frac{1}{c^2} - \frac{d}{D} \right) G$
k 86	$F =$	G	$\frac{1}{2} G$	$\frac{1}{n} G$	$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \right) G$
k 87	$s =$	h	$2 h$	$n h$	$\frac{2}{1 - \frac{d}{D}} h$
k 88	keuntungan mekanis	=	$\frac{\text{gaya}}{\text{usaha}}$	=	$\frac{F}{G} = \frac{h}{s}$

F_t : gaya yang diperlukan untuk mengangkat beban, tanpa mempedulikan daya dukung gesek e

F_o : gaya yang diperlukan untuk penurunan beban, tanpa mempedulikan daya dukung gesek.

F : gaya, tanpa mempedulikan ketegaran (kekakuan) tali dan daya dukung gesek

k 89 $c = \frac{1}{n}$: faktor kehilangan untuk ketegaran (kekakuan) tali
(untuk tali-tali kawat dan rantai-rantai ≈ 1.05)

η : efisiensi

h : jalur gerakan beban

n : jumlah katrol (sheave)

s : jalur gerakan gaya

KINEMATIKA

Istilah umum

L 1

Umum

Kinematika adalah ilmu mengenai gerakan-gerakan benda sebagai suatu fungsi dari waktu.

Yang terpenting dari pada kuantitas-kuantitas kinematika dan satuan-satuananya

Panjang l: lihat K 1

Unit: m; km

Perputaran sudut φ :

Satuan: rad

Waktu t :

adalah suatu kuantitas dasar, lihat pengantar.

Satuan: s; min; h

Frekuensi f:

Frekuensi dari suatu getaran harmonis atau sinusoida adalah perbandingan dari jumlah periode (putaran penuh) dengan waktu yang berhubungan.

$$f = \frac{\text{jumlah getaran}}{\text{waktu yang berhubungan}}$$

Satuan-satuan: Hz (Hertz) = 1/s = putaran/s; 1/min (s=detik)

Periode T :

Periode T adalah waktu yang dibutuhkan untuk satu putaran penuh. Periode merupakan kebalikan dari frekuensi f .

$$T = \frac{1}{f}$$

Satuan-satuan: s(detik); min(minit); h(jam)

Kecepatan putaran n:

Dimana sebuah getaran dikopel sangat erat dengan putaran dari sebuah poros penggerak (shaft), dan satu putaran dari poros itu dapat disamakan persis seperti satu putaran penuh dari getarannya, maka kecepatan rotasi n dari poros itu adalah sama dengan frekuensi f dari getaran.

$$n = f; \quad f = \frac{n \text{ min}}{60 \text{ s}}$$

Satuan-satuan: putaran/detik (1/s)
putaran/minit. r.p.m. (1/min)

lanjutan ke L 2

KINEMATIKA

Istilah umum

L 2

lanjutan dari L 1

Kecepatan v :

Kecepatan v adalah turunan pertama dari jarak s yang berkenaan dengan waktu t :

$$I \ 4 \quad v = \frac{ds}{dt} = s$$

Dimana kecepatannya adalah konstan, hubungan berikutnya digunakan:

$$I \ 5 \quad v = \frac{s}{t}$$

Satuan-satuan: m/s; km/h

Kecepatan sudut ω , frekuensi sudut ω

Kecepatan sudut ω adalah turunan pertama dari sudut putar terhadap φ , yang berkenaan dengan waktu t :

$$I \ 6 \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}$$

Selanjutnya, untuk kecepatan sudut yang konstan:

$$I \ 7 \quad \omega = \frac{\varphi}{t}$$

Dimana $f=n$ (lihat L 3), kecepatan sudut ω adalah sama dengan frekuensi sudut ω .

$$I \ 8 \quad \omega = 2\pi f = 2\pi n = \dot{\varphi}$$

Satuan-satuan: 1/s; rad/s; $1^\circ/s$

Percepatan a

Percepatan adalah turunan pertama dari kecepatan v yang berkenaan dengan waktu t :

$$I \ 9 \quad a = \frac{dv}{dt} = \ddot{v} = \frac{d^2s}{dt^2} = \ddot{s}$$

Satuan-satuan: m/s²; km/h²

Percepatan sudut α

Percepatan sudut α adalah turunan pertama dari kecepatan sudut ω yang berkenaan dengan waktu t :

$$I \ 10 \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \ddot{\omega} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$$

Satuan-satuan: 1/s²; rad/s²; $1^\circ/s^2$

KINEMATIKA

Umum

L 3

Jarak, kecepatan, dan percepatan dari pusat masa dalam gerakan

Jarak-lengkung waktu

Sebuah lengkung $s-t$ digambaran untuk sebuah gerakan. Turunan pertama dari lengkung ini merupakan kecepatan sesaat v :

$$I \ 11 \quad v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

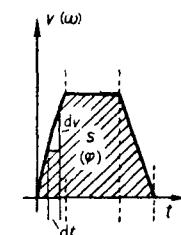
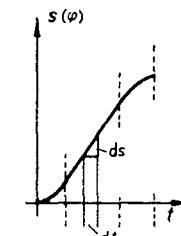
Di sini luas yang bergaris adalah jarak yang ditempuh $s(t)$.

Lengkung-waktu kecepatan

Hubungan waktu kecepatan digambarkan sebagai sebuah lengkung $v-t$. Turunan pertama daripada lengkung ini merupakan percepatan berlanjut a . Selanjutnya, percepatannya merupakan turunan kedua dari lengkung jarak-waktu.

$$I \ 12 \quad a = \frac{dv}{dt} = \ddot{v} = \ddot{s}$$

Di sini kemiringan dt adalah tangen terhadap lengkung $v-t$. Luas yang bergaris menunjukkan jarak yang ditempuh $s(t)$

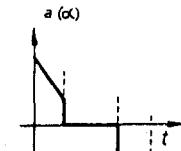


Lengkung-waktu percepatan

Hubungan waktu percepatan digambarkan sebagai sebuah lengkung $a-t$, yang memungkinkan percepatan puncak dapat ditentukan.

$I \ 13 \quad a > 0$: percepatan
(kecepatan bertambah)

$I \ 14 \quad a < 0$: perlambatan
(kecepatan menurun)



Keterangan pada diagram-diagram

Huruf-huruf dalam kurung dipakai untuk rotasi (untuk penjelasan lihat L 5 dan L 6)

KINEMATIKA

Jenis-jenis gerakan yang terpenting

L 4

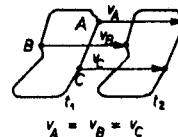
Gerakan linear

Jalur gerakan merupakan garis-garis lurus: Semua titik dari sebuah benda menutup jalur-jalur gerakan yang sama dan sebangun (congruent path).

Gerakan-gerakan linear khusus
gerakan seragam | gerakan dengan
percepatan seragam

I 15

$$v = v_0 = \text{konst.} \quad a = a_0 = \text{konstan}$$



$$v_A = v_B = v_C$$

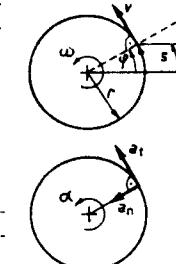
Gerakan putar (rotasi)

Jalur gerakan adalah lingkaran-lingkaran garis sumbu. Sudut putar $\hat{\varphi}$, kecepatan sudut ω dan percepatan sudut α adalah identik untuk semua titik dari benda itu.

Gerakan-gerakan linear khusus
gerakan seragam | gerakan dengan
percepatan seragam

I 16

$$\omega = \omega_0 = \text{konst.} \quad a = a_0 = \text{konstan}$$



I 17

$$s = r\hat{\varphi}; \quad v = r\omega; \quad a = r\alpha = a_t$$

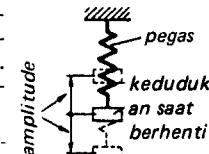
I 18

$$\text{percepatan sentripetal} \quad a_n = \omega^2 r = \frac{v^2}{r}$$

Getaran harmonis

Jalur gerakan adalah garis lurus atau lingkaran. Benda bergerak bolak-balik di sekitar tempat kedudukan pada waktu ia diam. Pembiasaan (defleksi) maksimum dari kedudukan ini dinamakan "amplitude".

Kedudukan sesaat, kecepatan, dan percepatan adalah fungsi harmonis dari waktu.



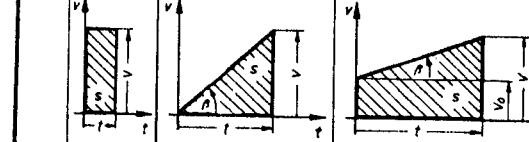
KINEMATIKA

Gerakan linear

L 5

Gerakan linear seragam dan yang dipercepat secara seragam

Parameter yang tidak diketahui	seragam $a = 0$ $v = \text{konst.}$	seragam $a = 0$ $\omega_0 = 0$	percepatan dilambatkan konstan $(a < 0)$ $v_0 > 0$	EU
--------------------------------	---	--------------------------------------	--	----



I 19	$s = v t$	$\frac{u t}{2} = \frac{a t^2}{2} = \frac{v^2}{2 a}$	$\frac{t}{2} (u_0 + v) = u_0 t + \frac{1}{2} a t^2$	m cm km
------	-----------	---	---	---------------------

I 20	$v = \frac{s}{t}$	$\sqrt{2as} = \frac{2s}{t} = a t$	$u_0 + a t = \sqrt{u_0^2 + 2as}$	m/s cm/s km/h
------	-------------------	-----------------------------------	----------------------------------	---------------------------

I 21	$v_0 = \text{konstan}$	0	$v - a t = \sqrt{v^2 - 2as}$	m/s^2 cm/h^2 km/h^2
------	------------------------	---	------------------------------	---------------------------------

I 22	$a = 0$	$\frac{u}{t} = \frac{2s}{t^2} = \frac{v^2}{2s}$	$\frac{u - u_0}{t} = \frac{v^2 - u_0^2}{2s}$	s min h
------	---------	---	--	---------------------

I 23	$t = \frac{s}{v}$	$\sqrt{\frac{2s}{a}} = \frac{v}{a} = \frac{2s}{v}$	$\frac{u - u_0}{a} = \frac{2s}{u_0 + v}$	s min h
------	-------------------	--	--	---------------------

Catatan

Luas yang diarsir menunjukkan jarak s yang dijangkau selama periode waktu t .

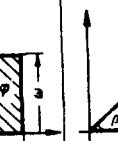
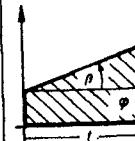
tangen β menunjukkan percepatan sudut a .

KINEMATIKA

Gerakan memutar

L 6

Putaran seragam dan yang dipercepat secara seragam pada sebuah sumbu tetap (fixed)

Parameter yang tidak diketahui	seragam	seragam	percepatan dilambatkan ($\alpha < 0$)	($\alpha > 0$)	EU
	$\omega = \text{konst.}$	$\omega_0 = 0$			
					
I 24	$\varphi = \omega t$	$\frac{\omega t}{2} = \frac{a t^2}{2} = \frac{\omega^2}{2a}$	$\frac{t}{2} (\omega_0 + \omega) = \omega_0 t + \frac{1}{2} a t^2$		rad
I 25	$\omega = \frac{\varphi}{t}$	$\sqrt{2a\varphi} = \frac{2\varphi}{t} = at$	$\omega_0 + at = \sqrt{\omega_0^2 + 2a\varphi}$		1/s m/ms rad/s
I 26	$\omega_0 = \text{konstan}$	0	$\omega - at = \sqrt{\omega^2 - 2a\varphi}$		
I 27	$\alpha = 0$	$\frac{\omega}{t} = \frac{2\varphi}{t^2} = \frac{\omega^2}{2\varphi}$	$\frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi}$		1/s ² m/ms ² rad/s ²
I 28	$t = \frac{\varphi}{\omega}$	$\sqrt{\frac{2\varphi}{a}} = \frac{\omega}{a} = \frac{2\varphi}{\omega}$	$\frac{\omega - \omega_0}{a} = \frac{2\varphi}{\omega_0 + \omega}$		s min

Catatan

Luas yang diarsir menunjukkan sudut rotasi φ yang dijangkau selama periode waktu t .

(sudut rotasi $\varphi = 2\pi \times$ jumlah rotasi masing-masing $360^\circ \times$ jumlah rotasi)

Tangen β menunjukkan percepatan sudut α .

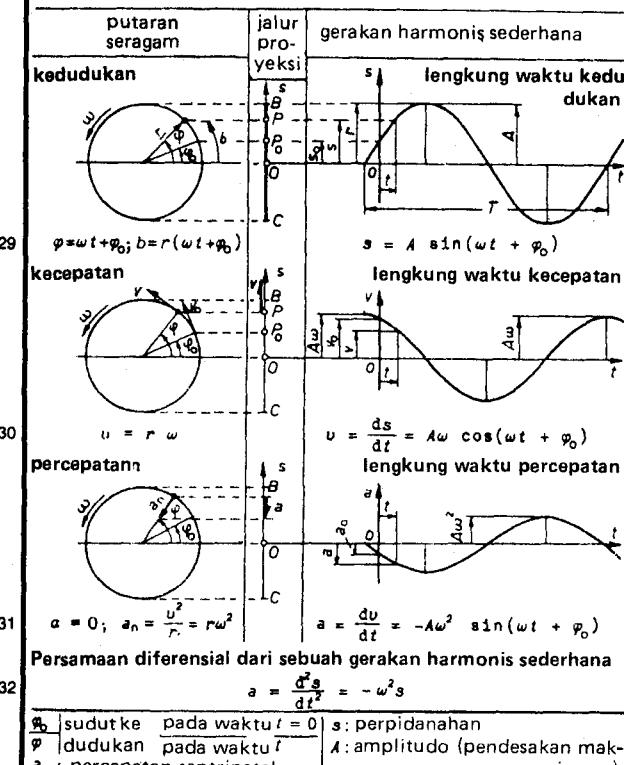
KINEMATIKA

Getaran

L 7

Gerakan linear harmonis sederhana

Sebuah benda yang ditopang dengan sebuah pegas akan membuat getaran linear harmonis. Untuk jenis gerakan ini, kuantitas s , v dan a sebagai fungsi dari waktu adalah sama dengan proyek s , v dan a_n dari sebuah titik yang berputar dengan kecepatan sama.



KINEMATIKA

Jatuh bebas dan proyeksi

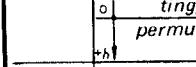
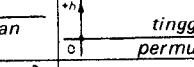
L 8

Ilanjutan dari L 7

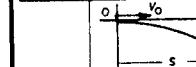
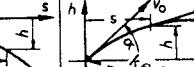
r : jari-jari vektor (asal: pusat lingkaran; tujuan: kedudukan dari benda)

B, C: kedudukan yang paling jauh (ekstrim) dari titik yang berputar.

Jatuh bebas dan proyeksi vertikal

parameter yang tidak diketahui	jatuh bebas $v_0 = 0$	proyeksi ke atas ($u_0 > 0$) / ke bawah ($u_0 < 0$)	EU
			
I 33	$h = \frac{g t^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g}$	$u_t = \sqrt{u_0^2 + g t^2} = \sqrt{u_0^2 + \frac{g t^2}{2}}$	m cm
I 34	$v = g t = \sqrt{2gh}$	$u_0 - g t = \sqrt{u_0^2 - 2gh}$	m/s km/h
I 35	$t = \frac{v}{g} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2h}{u_0^2 + g t^2}}$	$\frac{u_0 - v}{g} = \frac{2h}{u_0^2 + g t^2}$	s min

Proyeksi horizontal dan proyeksi menyudut

parameter yang tidak diketahui	proyeksi horizontal $v_0 > 0$	proyeksi ke atas ($a > 0$) / ke bawah ($a < 0$) menyudut $u_0 > 0$	EU
			
I 36	$s = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$	$u_t = v_0 \cos \alpha$	m cm
I 37	$h = \frac{g t^2}{2}$	$u_t \sin \alpha = \frac{g t^2}{2}$	m cm
I 38	$v = \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}$	$\sqrt{u_0^2 - 2gh}$	m/s km/s

Jangkauan L dan tinggi maks. H untuk sebuah proyeksi yang menyudut ke atas (angled upwards projection)

umum	$L = \frac{u_0^2}{g} \sin 2\alpha$	$H = \frac{u_0^2}{2g} \sin^2 \alpha$	m cm
I 39	$t_L = \frac{2u_0}{g} \sin \alpha$	$t_H = \frac{u_0}{g} \sin \alpha$	s min

α : sudut proyeksi yang mengenai bidang horisontal

t_H : waktu untuk tinggi H

t_L : waktu untuk jarak L

KINEMATIKA

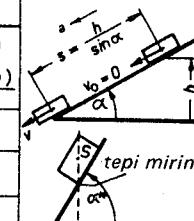
Gerakan di atas sebuah bidang miring

L 9

	pada $\alpha = 45^\circ$ maksima $L_{\text{maks}} = \frac{u_0^2}{g}$ $t_{L_{\text{maks}}} = \frac{u_0 \sqrt{2}}{g}$	pada $\alpha = 90^\circ$ $H_{\text{maks}} = \frac{u_0^2}{2g}$ $t_{H_{\text{maks}}} = \frac{u_0}{g}$	m cm s min
I 42			

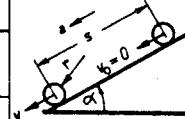
Gerakan meluncur di atas sebuah bidang miring

parameter yang tidak diketahui	tidak termasuk friksi (gesekan) $\mu = 0$	termasuk friksi ($\mu > 0$)
I 43	$a = g \sin \alpha$ atau dengan cara lain $\frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos \varphi}$	$g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$
I 44		
I 45	$v = a t = \frac{2s}{t} = \sqrt{2as}$	
I 46	$s = \frac{t^2}{2} = \frac{vt}{2} = \frac{v^2}{2a}$	
	$\alpha \dots \alpha^*$	$\theta_0 \dots \alpha^*$



Gerakan menggelinding (rolling) di atas sebuah bidang miring

parameter yang tidak diketahui	tidak termasuk friksi $f = 0$	termasuk friksi $f > 0$	
I 47	$a = \frac{g r^2}{r^2 + k^2} \sin \alpha$	$gr^2 \frac{\sin \alpha - \frac{f}{r} \cos \alpha}{r^2 + k^2}$	
I 48	$v =$	lihat I 45 di atas	
I 49	$s =$	lihat I 46 di atas	
I 50	$\alpha \dots \alpha_{\text{maks}}$	$\alpha_{\text{min}}: \tan \alpha_{\text{min}} = \frac{f}{r}$	
I 51	$\tan \alpha = \frac{r^2 + k^2}{k^2}$	$\alpha_{\text{maks}}: \tan \alpha_{\text{maks}} = \mu_0 \frac{r^2 + k^2 + f r}{k^2}$	
	bola	silinder masif	
I 52	$k^2 = \frac{2}{5} r^2$	$k^2 = \frac{r^2}{2}$	pipa dengan ketebalan dinding yang rendah
	$k^2 = \frac{r_1^2 + r_2^2}{2} \approx r^2$		



*: sudut miring, di mana pusat gravitasi S secara vertikal berada di atas tepi miring

KINEMATIKA

Mekanisme

L 10

lanjutan dari L9

μ : koefisien gesekan (friksi) luncur (lihat Z 7)

μ_0 : koefisien gesekan statis (lihat Z 7)

I 53 φ : sudut gesekan luncur ($\mu = \tan \varphi$)

I 54 ϱ_0 : sudut gesekan statis ($\mu_0 = \tan \varrho_0$)

f : lengkap tuas (lever arm) dari resistansi yang menggelinding (rolling resistance) (lihat k 70 dan Z 7)

k : jari-jari dari perputaran (gyration)

Mekanisme Conn-Rod (baca: konrod) sederhana

I 55 $s = r(1 - \cos \varphi) + \frac{\lambda}{2} r \sin^2 \varphi$

I 56 $v = \omega r \sin \varphi (1 + \lambda \cos \varphi)$

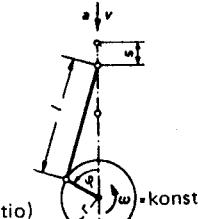
I 57 $a = \omega^2 r (\cos \varphi + \lambda \cos 2\varphi)$

I 58 $\lambda = \frac{r}{l} = \frac{1}{4} \dots \frac{1}{6}$

I 59 $\varphi = \omega t = 2\pi n t$

(λ disebut perbandingan engkol)

(crank ratio)



Mekanisme Scotch-Yoke (baca: skotsyook)

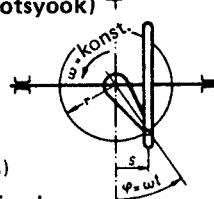
I 60 $s = r \sin(\omega t)$

I 61 $v = \omega r \cos(\omega t)$

I 62 $a = -\omega^2 r \sin(\omega t)$

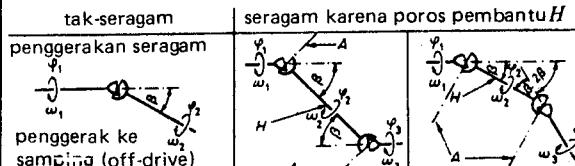
I 63 $\omega = 2\pi n$

(gerakan adalah harmonis sederhana)



Kopeling kardan atau sendi peluru

Untuk penggerakkan yang seragam, penggerak ke samping (off drive) akan menjadi



Untuk semua poros penggerak (shafts) yang ditempatkan dalam satu bidang dipakai hubungan-hubungan berikut ini:

lanjutan dari L 10

I 64 $\tan \varphi_2 = \tan \varphi_1 \times \cos \beta$ | $\tan \varphi_3 = \tan \varphi_1$ | $\tan \varphi_3 = \tan \varphi_1$

I 65 $\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos \beta}{1 - \sin^2 \beta \times \sin^2 \varphi_1}$ | $\omega_3 = \omega_1$ | $\omega_3 = \omega_1$

I 66 $\alpha_2 = \omega_1^2 \frac{\sin^2 \beta \times \cos \beta \times \sin 2\varphi_1}{(1 - \sin^2 \beta \times \sin^2 \varphi_1)^2}$

Kedua kapak (axes) A dari sambungan poros pembantu harus sejajar antara satu terhadap yang lainnya.

Semakin besar sudut inklinasi β , semakin bertambah percepatan maksimum α dan momen percepatan $M\alpha$; oleh karena itu, maka dalam praktik $\beta \leq 45^\circ$.

Umum

Dinamika menyangkut gaya-gaya yang bekerja pada benda-benda bergerak dengan menggunakan istilah-istilah "usaha, energi dan daya".

Kuantitas dinamika yang terpenting dan satuan-satuananya

Massa m (adalah kuantitas dasar, lihat kata pendahuluan)

Satuan: kg; Mg = tg; g

1 kg adalah sebuah massa standard internasional. Massa A diukur dengan bantuan sebuah dacing (steelyard)

Gaya (gaya gravitasi) F

Gaya F adalah hasil perkalian massa m dengan percepatan a .

$$m \ 1 \qquad F = m a$$

Gaya gravitasi W adalah gaya yang bekerja pada suatu massa m karena adanya percepatan bumi g :

$$m \ 2 \qquad W = m g$$

Sebagai suatu gaya gravitasi, berat W diukur dengan bantuan sebuah timbangan pegas

Satuan: N; [kgf; lbf]

1 N adalah gaya yang, apabila bekerja pada sebuah benda dari sebuah massa $m = 1$ kg untuk 1 detik, mempercepat benda itu hingga kecepatan tertinggi 1 ms^{-1} (yaitu mempercepat benda itu pada 1 ms^{-2}). $9,81 \text{ N} (= 1 \text{ kgf})$ adalah gaya gravitasi yang bekerja pada sebuah massa 1 kg karena adanya gaya tarik bumi.

Usaha W

Usaha mekanis adalah hasil perkalian gaya F dengan jarak s , di mana gaya konstan F bekerja pada sebuah benda dalam gerakan linear ke suatu arah yang sejajar dengan jangkauan jarak s ($W = F s$).

Satuan: N m = Joule = J = $W s$; [kgf m; ft lbf]

Apabila suatu gaya sebesar 1 N bekerja sepanjang jarak 1 m,

DINAMIKA

Massa, Momen massa inersia

M 2

Ilanjutan dari M 1

maka gaya itu akan menghasilkan usaha (energi) sebesar 1 N m (J) .

Daya P

Daya P adalah lanjutan usaha yang berkaitan dengan waktu. Apabila usaha (energi) meningkat atau menurun secara linear dengan waktu, maka daya adalah hasil pembagian usaha dengan waktu ($P = W/t$).

Satuan: W (Watt); [kgf ms⁻¹; H.P.]

Apabila dalam waktu 1 detik (s) suatu energi sebesar 1 J diubah pada tingkat konstan, maka daya yang bersangkutan adalah 1 W.

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$$

Definisi momen massa inersia I

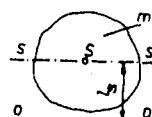
Momen massa inersia sebuah benda di dekat sebuah poros telah ditetapkan sebagai jumlah hasil perkalian elemen-elemen massa dengan kuadrat jarak mereka dari poros itu

$$I = \sum r^2 dm = \int r^2 dm \quad \text{kg m}^2$$



Teorema Steiner (Teorema poros paralel) (lihat juga J 9)

Bilamana sebuah momen massa inersia dari suatu benda massa m di sekitar sebuah poros melalui pusat gaya beratnya S-S adalah I_{ss} , maka momen massa inersia di dekat sebuah poros paralel O-O pada jarak l_s akan menjadi:



$$I_{oo} = I_{ss} + m l_s^2 \quad \text{kg m}^2$$

Radius girasi (perputaran) k

Radius girasi sebuah benda massa m dan momen massa inersia I adalah radius dari sebuah silinder khayalan (imaginary) de-

DINAMIKA

Massa, Momen massa inersia

M 3

Ilanjutan dari M 2

ngan ketebalan dinding yang tipis tak terhingga, yang memiliki massa sama dan momen massa inersia sama, seperti ben- da dimaksud.

$$\text{m 5} \quad \text{karena itu } k = \sqrt{\frac{I}{m}} \quad \text{m, cm, mm}$$

Efek roda gaya (flywheel)⁺

$$\text{m 6} \quad \text{Efek roda gaya} \quad W k^2 = m g k^2 = g I \quad \text{kg cm}^3 \text{s}^{-2}, \text{Nm}^2 \quad (\text{rumus } k^2 \text{ lihat M 3})$$

Massa ekuivalen (untuk benda-benda berputar)

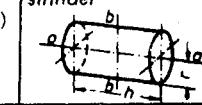
$$\text{m 8} \quad m_{eq} = \frac{I}{k^2} \quad \text{kg}$$

Rumus-rumus dasar

rumus-rumus	satuan	gerakan berputar	
		rumus-rumus	satuan
$F_a = m a$	N, [kgf]	$H_a = I \alpha$	N m, [kgf m]
$W = F s$ ($F=\text{konst.}$)	N m, [kgf m]	$W = M \phi$ ($M=\text{konst.}$)	N m, [kgf m]
$W_K = \frac{1}{2} m v^2$	J, [kgf m]	$W_K = \frac{1}{2} I \omega^2$	J, [kgf m]
$W_p = m g h$	J, [kgf m]	$\omega = 2 \pi n$	s ⁻¹ , min ⁻¹
$W_F = \frac{1}{2} F \Delta l$	J, [kgf m]	$W_F = \frac{1}{2} M \Delta \theta$	Ws, [kgf m]
$P = \frac{dW}{dt} = F v$	W, .kw	$P = \frac{dW}{dt} = M \omega$	W, .kw

Untuk keterangan simbol-simbol lihat M 4

poros a-a (poros putar)	poros b-b yang bergerak melalui pusat gaya berat S	jenis bentuk
$I = m r^2$	$I = \frac{1}{2} m r^2$	gelang lingkar
$k^2 = r^2$	$k^2 = \frac{1}{2} r^2$	
$I = \frac{1}{2} m r^2$	$I = \frac{m}{12} (3r^2 + h^2)$	silinder
$k^2 = \frac{1}{2} r^2$	$k^2 = \frac{1}{12} (3r^2 + h^2)$	



DINAMIKA

Putaran (rotation)

M 4

lanjutan dari M3

m 19	$I = \frac{1}{2} m(R^2 + r^2)$	$I = \frac{m}{12}(3R^2 + 3r^2 + h^2)$	silinder kosong
m 20	$K^2 = \frac{1}{2}(R^2 + r^2)$	$K^2 = \frac{1}{12}(3R^2 + 3r^2 + h^2)$	
m 21	$I = \frac{3}{10} m r^2$	$I = \frac{3}{80} m(4r^2 + h^2)$	kerucut
m 22	$K^2 = \frac{3}{10} r^2$	$K^2 = \frac{3}{80}(4r^2 + h^2)$	
m 23	$I = \frac{2}{5} m r^2$	$I = \frac{2}{5} m r^2$	bola
m 24	$K^2 = \frac{2}{5} r^2$	$K^2 = \frac{2}{5} r^2$	
m 25	$I = m(R^2 + \frac{3}{4}r^2)$	$I = \frac{m(4R^2 + 5r^2)}{8}$	batang bulat
m 26	$K^2 = R^2 + \frac{3}{4}r^2$	$K^2 = \frac{1}{8}(4R^2 + 5r^2)$	
m 27	$I = \frac{1}{3} m l^2$	$I = \frac{m}{12}(d^2 + c^2)$	batang persegi panjang
m 28	$K^2 = \frac{1}{3} l^2$	$K^2 = \frac{1}{12}(d^2 + c^2)$	

Total energi kinetis sebuah benda

$$m 29 \quad W_K = \frac{1}{2} m v_s^2 + \frac{1}{2} I_s \omega^2 \quad J. [kgf\ m]$$

Energi kinetis benda bergerak di atas roda — tidak meluncur

$$m 30 \quad W_K = \frac{1}{2} (m + m_{eq}) v_s^2 \quad J. [kgf\ m]$$

$$m 31 \quad v_s = \omega r \quad m/s, km/h$$

Momen putar (rotational torque)

$$m 32 \quad M = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2\pi n} \quad N\ m, [kgf\ m]$$

DINAMIKA

Gaya sentrifugal

M 5

lanjutan dari M4

Perbandingan transmisi

Perbandingan transmisi

$$m 33 \quad i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$



Perbandingan momen putar (torque ratio)

$$m 34 \quad \frac{\text{momen gaya}}{\text{momen beban}} = \frac{M_F}{M_L} = \frac{1}{i \eta}$$



Efisiensi

$$m 35 \quad \eta = \frac{\text{hasil usaha}}{\text{guna usaha}} = \frac{\text{output}}{\text{input}}$$

digerakkan

Total efisiensi untuk suatu transmisi seri

$$m 36 \quad \eta = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3 \times$$

m_{eq} : lihat m 8

v_s : kecepatan gerak linear pusat gaya berat

\ddot{r}_3 : gaya percepatan

N m, [kgf m]

M_3 : momen percepatan

J, [kgf m]

W_K : energi kinetik

J, [kgf m]

W_P : energi potensial

J, [kgf m]

W_F : energi pegas helikal di bawah tegangan

J, [kgf m]

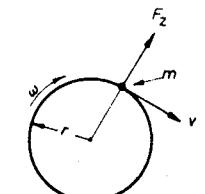
Δl : perpanjangan pegas helikal

J, [kgf m]

$\Delta \theta$: defeksji sudut pegas spiral (dalam radian)

Gaya sentrifugal

$$m 37 \quad F_z = m \omega^2 r = \frac{m v^2}{r} \quad N. [kgf]$$



$$m 38 \quad = 4 \pi^2 m n^2 r \quad N. [kgf]$$

$$m 39 \quad v = 2 \pi r n \quad m/s, km/h$$

$$m 40 \quad \omega = 2 \pi n \quad 1/s, 1/min$$

DINAMIKA

Getaran harmonis

M 6

lanjutan dari M 5

Stress (tegangan, gaya) dalam benda-benda berputar (rumus-rumus kasar)

m 41

$$\text{Cakram} \quad \sigma_z = \frac{\omega^2 r^2 \rho}{3} = \frac{\omega^2 \rho}{3}$$

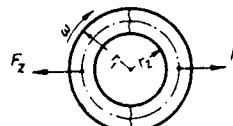
N/m², [kgf/cm²]



m 42

$$\sigma_z = \frac{\omega^2 \rho}{3} (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$$

N/m², [kgf/cm²]



l : jarak dari pusat gaya berat

m, cm, mm

e : ayunan pendulum maksimum

m, cm, mm

f : ayunan pendulum seketika

m, cm, mm

F_z : gaya sentrifugal

N, [kgf, gf]

J_0 : momen massa inersia sekitar O

kg m², [kgf m s²]

J_S : momen massa inersia sekitar S

kg m², [kgf m s²]

M_1 : momen yang diperlukan untuk membiasakan

N m, [kgf cm]

per spiral dengan 1 rad = 57,3°

N/m², kgf/cm², [kgf/mm²]

σ_z : tegangan tarik (tensile stress)

N/m², kgf/cm², [kgf/mm²]

T : periode getaran

s, min; detik/menit

(B ke B' dan kembali)

m/s, cm/s, km/h

v_E : kecepatan pada E

m/s, cm/s, km/h

v_F : kecepatan pada F

N m, [kgf m]

W_{KE} : energi kinetis pada E

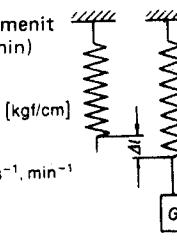
Getaran mekanis

Umum

m 43 periode

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}$$

detik/menit
(s, min)



m 44 kekakuan

$$c = \frac{G}{\Delta l}$$

N/m, [kgf/cm]

m 45 frekuensi

$$f = \frac{1}{T}$$

(lihat L 1) s⁻¹, min⁻¹

DINAMIKA

Getaran harmonis

M 7

lanjutan dari M 6

$$\text{kecepatan sudut } \omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{c}{m}} \text{ s}^{-1}, \text{ min}^{-1}$$

Kecepatan kritis poros penggerak

$$\begin{aligned} \text{m 47} \quad &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c_Q}{m}} \\ \text{m 48} \quad &= 300 \sqrt{\frac{10 c_Q \text{ mm}}{9 \cdot 81 \text{ N}}} \text{ min}^{-1} \end{aligned}$$

kekakuan c_Q dari
poros penggerak 2-bantalan, beban
simetris asimetris penggantungan
poros (kantilever)

$$\begin{aligned} \text{m 49} \quad c_Q &= \frac{48 EI}{l^3} & c_Q &= \frac{3 EI l}{a^2 b^2} & c_Q &= \frac{3 EI}{l^3} \end{aligned}$$

Δl : defleksi atau perpanjangan

I : momen kedua daerah penampang-lintang poros penggerak

m : massa. Pada waktu perhitungan kecepatan kritis, massa m (misalnya dari sebuah cakram sabuk) dianggap telah dipusatkan pada satu titik. Massa dari poros penggerak harus diperhitungkan dengan suatu peningkatan kecil

c_Q :kekakuan untuk getaran melintang

Pendulum (ayunan)

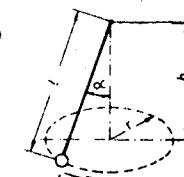
(Keterangan lihat L 4)

Pendulum konus (berbentuk kerucut)

$$\text{m 50} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l \cos\alpha}{g}} \text{ s, min}$$

$$\text{m 51} \quad \tan\alpha = \frac{r \omega^2}{g} = \frac{r}{h}$$

$$\text{m 52} \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{h}} \quad h = \frac{g}{\omega^2}$$



DINAMIKA

Benturan (Impact)

M 8

lanjutan M 7

Pendulum sederhana

Tangan pendulum tidak memiliki massa, total massa dinyatakan dengan satu titik

$$m\ 53 \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

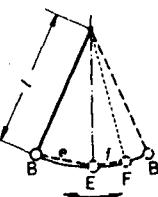
s, min

$$m\ 54 \quad v_E = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad v_F = \sqrt{\frac{g}{l}(e^2 - f^2)}$$

m/h
km/h

$$m\ 55 \quad W_{KE} = m g \frac{e^2}{2 l}$$

J, N m. [kgf cm]



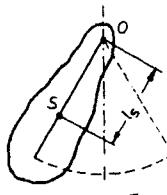
Pendulum kompon (compound)

$$m\ 56 \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0}{m g l_S}} = 2\pi\sqrt{\frac{k_0^2}{g}}$$

s, min

$$m\ 57 \quad I_0 = I_S + m l_S^2 \quad N\ m\ s^2 \quad [\text{kgf cm s}^2]$$

$$m\ 58 \quad I_S = m g l_S \left(\frac{T^2}{4\pi^2} - \frac{l_S^2}{g} \right) \quad N\ m\ s^2 \quad [\text{kgf cm s}^2]$$

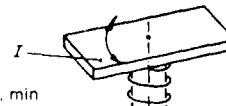


Apabila sebuah benda dengan gaya berat S menggantung pada O, jarak l_S dari S, dan periode ayunan yang menentukan momen massa inersia sekitar O dapat dihitung dengan menggunakan m 58.

Pendulum torsional

$$m\ 59 \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{K_t}}$$

s, min



Untuk keterangan simbol-simbol lihat M 5

Benturan

Apabila dua buah benda massa m_1 dan m_2 serta kecepatan v_{11} dan v_{21} bertabrakan, maka total momentum $p = m v$ akan tetap konstan selama periode benturan (kecepatan-kecepatan menjadi v_{12} dan v_{22})

$$m\ 60 \quad p = m_1 v_{11} + m_2 v_{21} = m_1 v_{12} + m_2 v_{22}$$

M 8

lanjutan dari M 8

Arah benturan	benturan langsung dan konsentrис	kecepatan-kecepatan parallel dengan normal (garis tegak) terhadap bidang singgung pada titik benturan
	benturan serong dan konsentrис	tiap kecepatan bebas
	benturan serong dan eksentrис	tiap normal bebas terhadap bidang singgung lan pada titik benturan

Jenis benturan

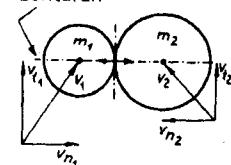
	benturan elastis ⁺	benturan plastis
kecepatan relatif	sama, sebelum dan sesudah benturan	menjadi nol setelah benturan
kecepatan setelah benturan langsung dan konsentrис	$u_{12} = \frac{v_{11}(m_1 - m_2) + 2m_2 u_{21}}{m_1 + m_2}$	$u_{02} = \frac{m_1 u_{11} + m_2 u_{21}}{m_1 + m_2}$
koefisien restitusi	$\epsilon = 1$	$\epsilon = 0$

Koefisien restitusi ε

Koefisien ini menunjukkan dengan faktor mana kecepatan relatif itu akan berubah-ubah sebelum (v_{11}) dan sesudah (v_{12}) benturan:

$$m\ 66 \quad \epsilon = \frac{v_{12}}{v_{11}}, \quad \text{di sini } 0 \leq \epsilon \leq 1$$

+) Untuk benturan serong, konsentrис, elastis, vektor kecepatan v terbagi dalam sebuah komponen normal dan sebuah komponen tangensial. Komponen normal v_n menghasilkan suatu benturan langsung (lihat di atas), sedangkan komponen tangensial v_t tidak berpengaruh terhadap benturan itu.



Umum

Hidrolik adalah ilmu mengenai sifat cairan. Bilamana ditinjau lebih dekat, maka cairan dapat dianggap tidak dapat dimanfaatkan (incompressible), yang berarti, bahwa pengaruh perubahan tekanan pada kerapatananya dapat diabaikan.

Kuantitas

Tekanan p lihat O 1

Kerapatan ρ lihat O 1

Kekentalan dinamis η)

$$\left(\text{EU detik - Pascal Pas} = \frac{\text{kg}}{\text{m s}} = \frac{\text{N s}}{\text{m}^2} [= 10 \text{ P}] \right)$$

Kekentalan dinamis adalah suatu konstanta bahan, yang merupakan fungsi tekanan dan suhu:

$$n \ 1 \quad \eta = f(p, t)$$

Ketergantungan pada tegangan seringkali dapat diabaikan. Makanya

$$n \ 2 \quad \eta = f(t) \text{ (untuk angka-angka lihat Z 14)}$$

Kekentalan kinematis ν (EU: $\text{m}^2/\text{s} [= 10^4 \text{ St} = 10^6 \text{ cSt}]$)

Kekentalan kinematis adalah hasil pembagian kekentalan dinamis η dengan kerapatan ρ

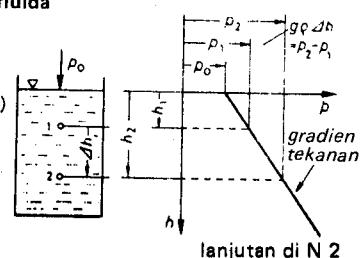
$$n \ 3 \quad \nu = \frac{\eta}{\rho}$$

Hidrostatika

Distribusi tekanan dalam fluida

$$n \ 4 \quad p_1 = p_0 + g \rho h_1$$

$$n \ 5 \quad \begin{aligned} p_2 &= p_1 + g \rho (h_2 - h_1) \\ &= p_1 + g \rho \Delta h \end{aligned}$$



lanjutan di N 2

HIDROLIKA

Hidrostatis

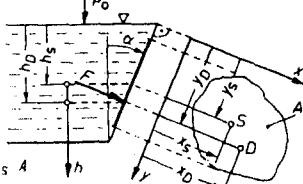
N 2

Gaya hidrostatis pada permukaan datar

Gaya hidrostatis adalah sebuah komponen yang bekerja pada sebuah permukaan sebagai akibat dari berat fluida sendiri, yaitu tanpa memperhitungkan tekanan atmosfer p_0 .

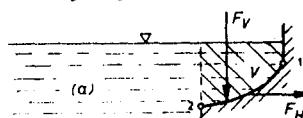
$$n \ 6 \quad F = g \rho y_s A \cos \alpha = g \rho h_s A$$

$$n \ 7 \quad y_D = \frac{I_x}{y_s A} = y_s + \frac{I_{xy}}{y_s A} ; \quad x_D = \frac{I_{xy}}{y_s A} \text{ mm}$$



Gaya hidrostatis pada permukaan lengkung

Gaya hidrostatis yang bekerja pada sebuah permukaan lengkung 1, 2, diuraikan ke dalam komponen horizontal F_H dan komponen vertikal F_V . berat fenida dalam (a) atau F_V' adalah sama dengan berat ekuivalen fluida (b), di atas permukaan 1, 2. Garis kerja membujur melalui pusat gaya berat volume V .



$$n \ 8 \quad |F_V| = g \rho V \quad N, \text{ kN}$$

F_H adalah sama dengan gaya tekanan hidrostatis yang bekerja pada proyeksi permukaan yang dipertimbangkan 1, 2 di bidang tegak lurus pada F_H . Perhitungan dilakukan dengan n 6 dan n 7.

S : pusat gaya berat daerah A

D : pusat tekanan = titik kerja gaya F

I_x : momen kedua daerah A dalam kaitannya dengan poros x

I_s : momen kedua daerah A dalam kaitannya dengan sebuah poros yang membujur paralel dengan poros x melalui pusat gaya berat (lihat J 10 dan P 10)

I_{xy} : momen sentrifugal daerah A dalam kaitannya dengan poros x dan poros y (lihat J 10)

HIDROLIKA

Hidrostatis

N 3

Daya apung (Bouyancy)

Daya apung (tekanan ke atas) F_A adalah sama dengan berat fluida kerapatan ρ dan ρ' yang dipindahkan.

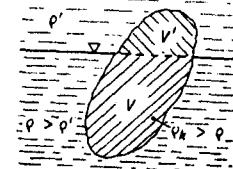
$$n \ 9 \quad F_A = g \rho V + g \rho' V' \quad N, \text{ kN}$$

Apabila fluida kerapatan ρ' itu berupa gas, maka berlakulah rumus berikut ini:

$$n \ 10 \quad F_A = g \rho V \quad N, \text{ kN}$$

Dengan ρ_k sebagai kerapatan benda,

- | | | |
|------|---|--------------|
| n 11 | $\rho > \rho_k$, maka benda akan mengapung | dalam fluida |
| n 12 | $\rho = \rho_k$, maka benda akan tetap melayang-layang | |
| n 13 | $\rho < \rho_k$, maka benda akan tenggelam | |

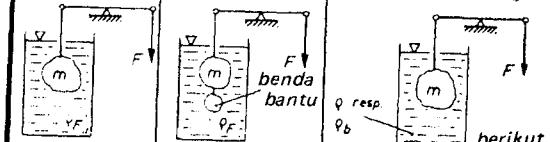


Penetapan kerapatan ρ benda-benda padat dan cair

Benda padat dengan kerapatan yang lebih besar | lebih kecil daripada fluida yang digunakan

Untuk fluida tentukan lebih dahulu F_1 dan m dari sebuah benda tertentu di dalam fluida yang telah diketahui kerapatannya ρ_b . ini menghasilkan:

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline n \ 14 & \rho = \rho_F \frac{1}{1 - \frac{F}{mg}} & \rho = \rho_F \frac{1}{1 + \frac{F_H - F}{mg}} \\ \hline n \ 15 & & \rho = \rho_b \frac{1}{1 - \frac{F}{mg}} \\ \hline n \ 16 & & \rho = \rho_b \frac{1 - \frac{F}{mg}}{1 - \frac{F_H - F}{mg}} \\ \hline \end{array}$$



m : massa benda yang tetap melayang-layang di dalam fluida

F : gaya ekuilibrium yang diperlukan

F_H : gaya ekuilibrium yang diperlukan dalam percobaan permulaan untuk benda-bantu sendiri

ρ_F : kerapatan fluida yang digunakan

HIDROLIKA

Hidrodinamika

N 4

Hidrodinamika (untuk aliran yang mantap)

Persamaan berlanjut

Aturan konservasi massa

$$n\ 17 \quad A_1 v_1 \rho_1 = A_2 v_2 \rho_2$$

$$n\ 18 \quad = \dot{m} = \dot{V} \rho = \frac{g}{s}, \frac{kg}{s}$$

Aturan konservasi volume

$$n\ 19 \quad V = A v \quad \frac{m^3}{s}, \frac{cm^3}{s} \quad v \perp A$$

Persamaan Bernoulli (Aturan konversi energi)

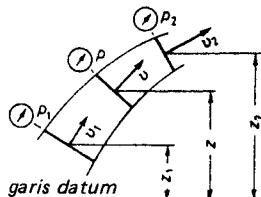
Tanpa friksi (fluida ideal)

$$n\ 20 \quad \frac{p_1}{\rho} + g z_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + g z_2 + \frac{v_2^2}{2} = \frac{p_3}{\rho} + g z_3 + \frac{v_3^2}{2} \quad \frac{J}{kg}$$

$\frac{p}{\rho}$: energi tekanan per satuan massa

$g z$: energi potensial per satuan massa

$\frac{v^2}{2}$: energi kinetis per satuan massa



Termasuk kerugian-kerugian (fluida nyata)

$$n\ 21 \quad \frac{p_1}{\rho} + g z_1 + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + g z_2 + \frac{v_2^2}{2} + w_{R,1,2} \quad \frac{J}{kg}$$

v : kecepatan

$w_{R,1,2}$: kerugian-kerugian resistensi sepanjang jalur dari 1 ke 2

HIDROLIKA

Hidrodinamika

N 5

Daya P sebuah mesin hidrolis

$$n\ 22 \quad P = m w_{t,1,2} \quad kW, W$$

usaha teknik per satuan massa

$$n\ 23 \quad w_{t,1,2} = \frac{1}{\rho} (p_2 - p_1) + g(z_2 - z_1) + \frac{1}{2} (v_2^2 - v_1^2) - w_{R,1,2} \quad \frac{J}{kg}$$

n 24 untuk mesin-mesin hidrolis $w_{t,1,2} < 0$

n 25 untuk pompa-pompa $w_{t,1,2} > 0$

Persamaan momentum

Untuk suatu fluida yang mengalir melalui sebuah volume referensi yang diam berlaku persamaan vektor berikut ini:

$$n\ 26 \quad \sum \vec{F} = \dot{m} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \quad N, kN$$

$\sum \vec{F}$ adalah jumlah vektor dari gaya-gaya yang bekerja pada fluida di dalam volume referensi. Ini dapat berupa:

- gaya volume (misalnya berat)
- gaya tekanan
- gaya friksi

\vec{v}_2 adalah kecepatan ke luar dari fluida yang meninggalkan volume referensi

\vec{v}_1 adalah kecepatan ke dalam dari fluida yang memasuki volume referensi.

Persamaan sudut-momentum

Di dalam suatu aliran berputar yang mantap keadaannya, diusahakan adanya suatu momen putar M pada fluida yang mengalir melalui volume referensi, dinyatakan dengan:

$$n\ 27 \quad M = \dot{m} (v_{2,u} \cdot r_2 - v_{1,u} \cdot r_1) \quad Nm$$

$v_{2,u}$ dan $v_{1,u}$ adalah komponen-komponen sekeliling kecepatan ke luar dari, dan kecepatan masuk ke dalam volume referensi.

r_2 dan r_1 adalah jari-jari yang berkaitan dengan v_2 dan v_1 .

Proyek Pembinaan Perpustakaan

Jawa Timur

139

T. A. 1991 / 1992

HIDROLIKA

Hidrodinamika

N 6

Kerugian-kerugian friksi dalam aliran pipa

- n 28 Kerugian friksi per satuan massa } $w_{R,1,2} = \sum (\zeta \cdot a \frac{v^2}{2})$, karena itu
 n 29 Kerugian tekanan } $\Delta p_v = \rho w_{R,1,2}$

Penetapan koefisien resistensi ζ dan koefisien bentuk a :

pipa-pipa bulat

$$n 30 \quad Re = \frac{v d \rho}{\eta}$$

pipa-pipa tidak bulat

$$Re = \frac{v d_h \rho}{\eta}$$

Jikalau $Re < 2000$, maka aliran adalah laminer (berlapis-lapis)

Jikalau $Re > 3000$, maka aliran adalah turbulen (berkisar)

Jikalau $2000 \dots 3000$, maka aliran adalah laminer atau pun turbulen

Aliran		Aliran	
laminer	turbulen*)	laminer	turbulen*)
$\zeta = \frac{64}{Re}$	$\zeta = f(Re, \frac{k}{d})$	$\zeta = \varphi \frac{64}{Re}$	$\zeta = f(Re, \frac{k}{d_h})$

$$n 34 \quad a = \frac{l}{d} \text{ untuk pipa lurus} \quad a = \frac{l}{d_h} \text{ untuk pipa lurus}$$

$$n 35 \quad a = 1 \text{ untuk fitting, union dan tabung-tabung}$$

Penetapan koefisien φ

n 36 Untuk penampang-lintang berbentuk gelang (annular)



D/d	1	3	5	7	10	30	50	70	100	∞
φ	1.50	1.47	1.44	1.42	1.40	1.32	1.29	1.27	1.25	1.00

n 37 Untuk penampang-lintang persegi (rectangular)

a/b	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	1.0
φ	1.50	1.34	1.20	1.10	1.02	0.97	0.94	0.92	0.90	0.89

d : diameter-dalam pipa e : panjang pipa

n 38 $d_h = 4 A/U$: diameter hidroisis

A : penampang-lintang tegak-lurus terhadap aliran fluida

U : keliling yang dibasahi

k/d dan k/d_h : kekasaran relatif

k : kekasaran rata-rata (lihat Z 9)

*) ζ diambil dari diagram Z 8

HIDROLIKA

Hidrodinamika

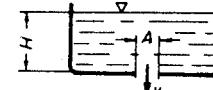
N 7

Aliran cairan dari bejana

Lubang dasar

$$n 39 \quad v = C_v \sqrt{2 g H}$$

$$n 40 \quad Q = C_d A \sqrt{2 g H}$$



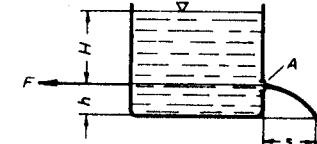
Lubang samping kecil

$$n 41 \quad v = C_v \sqrt{2 g H}$$

$$n 42 \quad s = 2 \sqrt{H h}$$

$$n 43 \quad Q = C_d A \sqrt{2 g H}$$

$$n 44 \quad F = \rho Q v$$



Lubang samping besar

$$n 45 \quad Q = \frac{2}{3} C_d b \sqrt{2 g (H_2^{\frac{3}{2}} - H_1^{\frac{3}{2}})}$$



Tekanan-lebih pada permukaan cairan

$$n 46 \quad v = C_v \sqrt{2(gH + \frac{p_{ex}}{\rho})}$$



$$n 47 \quad Q = C_d A \sqrt{2(gH + \frac{p_{ex}}{\rho})}$$

Tekanan-lebih yang dikenakan pada sebuah titik lubang keluar

$$n 48 \quad v = C_v \sqrt{\frac{2 p_{ex}}{\rho}}$$



$$n 49 \quad Q = C_d A \sqrt{\frac{2 p_{ex}}{\rho}}$$

v : kecepatan keluar

m/s, km/h

p_{ex} : tekanan di dalam kelebihan tekanan atmosfer N/m², kgf/cm²

C_d : koefisien pembuangan ($C_d = C_c \times C_v$)

C_c : koefisien kontraksi ($C_c = 0 \cdot 62$ untuk lubang dengan pinggiran tajam)

($C_c = 0 \cdot 97$ untuk lubang bulat sempurna)

C_v : koefisien kecepatan (untuk air $C_v = 0 \cdot 97$)

b : lebar lubang

F : gaya reaksi

Q : volume aliran keluar

m, cm

N, kgf

m³/s, m³/h

PANAS

O 1

Variabel-variabel termis keadaan

Variabel-variabel termis keadaan adalah tekanan p , suhu t , dan kerapatan ρ atau juga volume per satuan massa (volume spesifik).

Tekanan p (EU: N/m² = Pa, bar)

Tekanan adalah hasil pembagian gaya F dengan daerah A :

$$\circ 1 \quad p = \frac{F}{A}$$

Tekanan absolut dapat diartikan sebagai seluruh hasil benturan-benturan molekul pada sebuah dinding. Tekanan yang diukur dengan sebuah alat ukur tekanan adalah diferensial tekanan Δp dalam kaitannya dengan tekanan lingkungan p_0 . Suatu keadaan tekanan berarti $\Delta p > 0$ vakum berarti $\Delta p < 0$. Karena itu, maka tekanan absolut p dapat dinyatakan dengan:

$$\circ 2 \quad p = p_0 + \Delta p$$

Suhu T , t (kuantitas dasar) lihat keterangan pada bagian muka buku. Satuan suhu T adalah Kelvin K yang ditetapkan dengan persamaan

$$\circ 3 \quad 1 \text{ K} = \frac{T_{TR}}{273 \cdot 16}$$

dimana T_{TR} adalah suhu air murni pada titik tripel (lipat tiga). Di samping skala Kelvin, juga digunakan skala Celcius. Skala ini telah ditetapkan secara internasional dengan

$$\circ 4 \quad t = \left(\frac{T}{K} - 273 \cdot 15 \right)^\circ\text{C} ; \quad T = \left(\frac{t}{^\circ\text{C}} + 273 \cdot 15 \right)\text{K}$$

Kerapatan ρ (EU: kg/m³)

Kerapatan adalah hasil pembagian massa m dengan volume V :

$$\circ 5 \quad \rho = \frac{m}{V}$$

Volume per satuan massa (volume spesifik) v (EU: m³/kg)

Volume spesifik adalah hasil pembagian volume V dengan massa m :

$$\circ 6 \quad v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}$$

Volume molekuler V_m (EU: m³/mol)

Volume molekuler adalah hasil pembagian volume V dengan jumlah mol yang terdapat di dalam volume:

$$\circ 7 \quad V_m = \frac{V}{n}$$

Jumlah substansi n (kuantitas dasar) lihat keterangan di bagian muka buku ini.

PANAS

Pemanasan benda-benda padat dan cair

O 2

Pemanasan benda-benda padat dan cair

Panas (energi termis) Q (EU: J)

Panas adalah pertukaran energi antara sistem-sistem dari berbagai macam suhu, di mana sistem-sistem ini saling berpengaruh terhadap yang lain melalui dinding-dinding diatermis.

Panas per satuan massa q (EU: J/kg)

Panas per satuan massa adalah hasil pembagian panas Q dengan massa m :

o 8

$$q = \frac{Q}{m}$$

Panas spesifik c (EU: J/(kg K))

Panas spesifik c menunjukkan jumlah panas Q yang harus ditambahkan kepada, atau dikurangi dari suatu substansi massa m untuk mengubah suhunya dengan suatu selisih Δt

o 9

$$c = \frac{Q}{m \Delta t} = \frac{q}{\Delta t}$$

Panas spesifik adalah sebuah fungsi suhu. Untuk angka-angka lihat Z 1 Z 5.

Panas laten (Latent heat) per satuan massa l (EU: J/kg)

Nilai-nilai lihat Z 10

Penambahan atau pengurangan panas laten menyebabkan sebuah benda berubah keadaannya tanpa mengubah suhunya. Berikut ini adalah panas-panas laten yang dapat dijumpai:

o 10

l_f	fusi	benda padat dengan suhu berfusi ke dalam sebuah fluida
-------	------	--

o 11

l_d	penguapan	fluida dengan suhu didih (tergantung dari tekanan) ke dalam uap jenuh kering
-------	-----------	--

o 12

l_s	panas laten sublimasi	adalah panas yang diperlukan untuk mengubah sebuah benda padat dengan suatu suhu di bawah suhu triplenya pada suhu sublimasi (tergantung dari tekanan) secara langsung ke dalam uap jenuh kering
-------	--------------------------	--

yang suhunya sama

PANAS

Pemanasan bahan-bahan padat dan cair

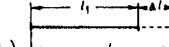
O 3

Ekspansi (permuai) bahan padat

Sebuah benda padat mengubah ukuran-ukurannya yang disebabkan oleh perubahan-perubahan suhu. Dengan menggunakan α sebagai koefisien ekspansi linear (untuk angka-angka lihat Z 11) rumus-rumus berikut berlaku untuk:

o 13

Panjang: $l_2 = l_1 [1 + \alpha (t_2 - t_1)]$



$$\Delta l = l_2 - l_1 = l_1 \alpha (t_2 - t_1)$$

o 14

Luas: $A_2 = A_1 [1 + 2\alpha (t_2 - t_1)]$

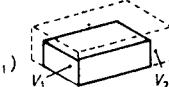


o 15

Volume: $V_2 = V_1 [1 + 3\alpha (t_2 - t_1)]$

o 16

$$\Delta V = V_2 - V_1 = V_1 3\alpha (t_2 - t_1)$$



o 17

o 18

$$\Delta V = V_2 - V_1 = V_1 3\alpha (t_2 - t_1)$$

Ekspansi (permuai) bahan cair

Dengan menggunakan β sebagai koefisien ekspansi (muai) volume (untuk angka-angka lihat Z 11) rumus-rumus menjadi sebagai berikut:

o 19

$$V_2 = V_1 [1 + \beta (t_2 - t_1)]$$

o 20

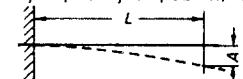
$$\Delta V = V_2 - V_1 = V_1 \beta (t_2 - t_1)$$

Melengkung karena panas A

Jalur-jalur bimetallik dapat mudah melengkung sebagai akibat panas. Pelengkungan terjadi di bagian sisi logam yang memiliki koefisien ekspansi lebih rendah. Dengan menggunakan α_b sebagai "pembengkok termis spesifik", pelengkungan yang disebabkan panas, dapat dihitung (α_b kira-kira 14×10^{-6} /K, untuk nilai-nilai yang tepat lihatlah petunjuk-petunjuk pabrik) dengan:

o 21

$$A = \frac{\alpha_b L^2 \Delta t}{s}$$



l_1 : panjang pada $t = t_1$

l_2 : panjang pada $t = t_2$

V_1 : volume pada $t = t_1$

V_2 : volume pada $t = t_2$

s : ketebalan

A_1 : bidang pada $t = t_1$

A_2 : bidang pada $t = t_2$

t_1 suhu sebelum pemanasan

t_2 suhu sesudah panas

Δt : selisih suhu

PANAS

Keadaan termodinamis dari gas dan uap

O 4

Persamaan umum dari keadaan gas-gas ideal

Keadaan gas ideal ditetapkan dengan dua variabel termis dari keadaan. Karena itu, variabel ketiga dapat dihitung dengan menggunakan persamaan umum dari keadaan. Dengan R sebagai konstanta gas karakteristik (nilai-nilai berbeda untuk gas-gas berbeda, lihat Z 12) persamaan menjadi sebagai berikut:

o 22

$$pV = RT \quad \text{atau} \quad pV = mRT \quad \text{atau} \quad p = \rho RT$$

Apabila konstanta gas ini berkaitan dengan volume mol, maka persamaan menjadi:

o 23

$$pV_m = R_m T$$

di mana $R_m = 8314,3 \text{ J/(kmol K)}$ adalah konstanta gas universal (berlaku untuk semua gas ideal), R dan R_m dikaitkan melalui

o 24

$$R_m = M R$$

Di mana M adalah massa molekular (lihat Z 12)

Keadaan termis gas-gas nyata (non ideal) dan uap

Keadaan termis gas nyata dan uap dihitung dengan menggunakan persamaan-persamaan khusus atau diagram-diagram.

Perubahan keadaan

Perubahan-perubahan keadaan disebabkan oleh sistem dan lingkungan yang saling mempengaruhi (inter-action). Interaksi ini dihitung dengan menggunakan hukum ke-1 dan ke-2:

o 25

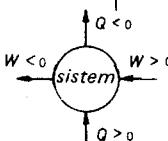
	hukum ke-1 untuk sistem tertutup	hukum ke-2 untuk semua sistem
sistem terbuka		
$q_{1,2} + w_{1,2} = u_2 - u_1$	$q_{1,2} + w_{1,2} = h_2 - h_1 + \Delta e$	$q_{1,2} = \int_{t_1}^{t_2} T ds$

o 26

o 27

o 27

dalam rumus-rumus ini, input energi adalah positif (yaitu $q_{1,2}, w_{1,2}, w_{1,2}$) dan output energi negatif.



h : entalpi per satuan masa

s : entropi per massa unit

u : energi dalam per satuan massa

$w_{1,2}$: usaha luar yang dilaksanakan per satuan massa (lihat O 7)

$w_{1,2}$: usaha luar yang dilaksanakan tanpa berhenti per satuan massa (lihat O 7)

Δe : perubahan-perubahan dalam energi kinetik atau energi potensial

PANAS

Perubahan keadaan gas

O 5

Perubahan-perubahan keadaan gas-gas ideal

Tabel pada halaman O 6 menunjukkan hubungan-hubungan berbagai perubahan keadaan, yang telah dikembangkan dari rumus-rumus O 25 hingga O 27.

Keterangan-keterangan berikut ini menyatakan:

Tiap perubahan keadaan dapat ditunjukkan dengan persamaan

o 28

$$pV^n = \text{kons}$$

Berbagai komponen diberikan dalam kolom 1.

c_{pm} dan c_{vm} adalah panas spesifik rata-rata untuk tekanan konstan dan volume konstan masing-masing, dalam jangkauan suhu antara t_1 dan t_2 . Dalam hal ini berlaku hubungan berikut (nilai-nilai untuk c_{pm} lihat Z 13):

o 29

$$c_{pm} = c_{pm} \left|_{t_1}^{t_2} \right. = \frac{c_{pm} \left|_{0}^{t_2} t_2 - c_{pm} \left|_{0}^{t_1} t_1 \right. \right.}{t_2 - t_1}$$

o 30

$$c_{vm} = c_{vm} \left|_{t_1}^{t_2} \right. = c_{pm} \left|_{t_1}^{t_2} \right. - R$$

o 31

$$\Delta s = \Delta s_m = \Delta s_m \left|_{t_1}^{t_2} \right. = c_{pm} \left|_{t_1}^{t_2} \right. - c_{vm} \left|_{t_1}^{t_2} \right.$$

perubahan entropi yang terjadi dalam perubahan keadaan ditentukan oleh

o 32

$$s_2 - s_1 = c_{pm} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = c_{vm} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + R \ln \left(\frac{v_1}{v_2} \right)$$

Perubahan keadaan gas-gas nyata dan uap

Tabel di bawah ini menunjukkan hubungan-hubungan berbagai perubahan keadaan, yang telah dikembangkan dari rumus-rumus O 25 hingga O 27.

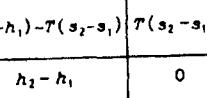
Variabel-variabel termis keadaan, p, v, T seperti juga sifat-sifat, u, h, s pada umumnya diambil dari diagram-diagram yang se-suai.

perubahan keadaan kuan- titas konstan	usaha luar $w_{1,2} = - \int_{t_1}^{t_2} p du$	usaha luar tanpa berhenti $w_{1,2} = \int_{t_1}^{t_2} u dp$	panas per massa unit $q_{1,2}$
isokhoris $u = \text{konstan}$	0	$u(p_2 - p_1)$	$u_2 - u_1$ $(h_2 - h_1) -$ $u(p_2 - p_1)$
isobaris $p = \text{konstan}$	$p(u_2 - u_1)$	0	$h_2 - h_1$

lanjutan dari O 5

O 35 isotermis $\frac{(u_2 - u_1) - T(s_2 - s_1)}{(h_2 - h_1) - T(s_2 - s_1)} = \frac{(h_2 - h_1) - T(s_2 - s_1)}{(h_2 - h_1) - (p_2 v_2 - p_1 v_1)}$

O 36 isentropis $\frac{u_2 - u_1}{s = \text{konstan}} = \frac{(h_2 - h_1) - (p_2 v_2 - p_1 v_1)}{(h_2 - h_1) - (p_2 v_2 - p_1 v_1)}$



PANAS
Gas-gas ideal dalam sistem terbuka dan sistem tertutup

O 6

rincian proses eksponen	hubungan antara keadaan 1 dan keadaan 2	sistem tertutup dapat dibalik $w_{1,2} = - \int_1^2 p \, dv$	sistem terbuka dapat dibalik $w_{1,2} = \int_1^2 u \, dp$	permindahan panas per satuan massa $q_{1,2}$	diagram $p-u-$	diagram $T-s-$
isokharis $v = \text{konst.}$ (O 37)	$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$	0	$= R(T_2 - T_1)$	$c_v m (T_2 - T_1)$		
isobaris $\rho = \text{konst.}$ $n = 0$ (O 38)	$\frac{v_2}{v_1} = \frac{T_2}{T_1}$	$= \frac{R(u_1 - u_2)}{R(T_1 - T_2)}$	0	$c_p m (T_2 - T_1)$		
isotermis $T = \text{konst.}$ $n = 1$ (O 39)	$\frac{p_2}{p_1} = \frac{u_1}{u_2}$	$R T \ln \left(\frac{u_1}{u_2} \right)$	$= R T \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$	$-w_{1,2}$		
isentropis $s = \text{konst.}$ $n = \gamma$ (O 40)	$\frac{p_2}{p_1} = \frac{(u_1)^{\gamma}}{(u_2)^{\gamma}}$	$u_2 - u_1 = c_m (T_2 - T_1)$	$= c_m T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right]$	$h_2 - h_1 = c_m (T_2 - T_1)$ $= c_m T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right]$ $= \frac{1}{\gamma-1} R T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right]$		
proses politropis $n = \text{konst.}$ (O 41)	$\frac{p_2}{p_1} = \frac{(u_1)^{\gamma}}{(u_2)^{\gamma}}$	$\frac{1}{n-1} R (T_2 - T_1)$	$= \frac{1}{n-1} R T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{n-1}} - 1 \right]$	$\frac{n}{n-1} R (T_2 - T_1)$		

dihilangkan,
agar sesuai
dengan proses yang
ada

PANAS

Perubahan-perubahan keadaan gas-gas dan uap

O 7

Diagram p-v

Untuk proses-proses yang dapat dibalik, daerah di antara garis pengenal (curve) variasi keadaan dan poros-v menunjukkan usaha luar per satuan massa, daerah di antara garis pengenal dan poros-p menunjukkan usaha luar tanpa berhenti per satuan massa.

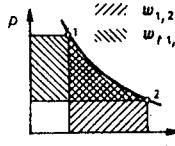
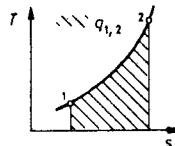


Diagram T-s

Untuk proses-proses yang dapat dibalik, daerah di antara garis pengenal dan poros-s menunjukkan pemindahan per satuan massa.



Jumlah pemindahan panas

Panas yang ditambahkan pada atau dikeluarkan dari sebuah sistem tertutup selama satu variasi keadaan adalah:

$$o 42 \quad Q_{1,2} = m q_{1,2} \quad J$$

Aliran panas yang terus-menerus ditambahkan pada atau dikeluarkan dari sebuah sistem terbuka adalah:

$$o 43 \quad \dot{Q}_{1,2} = \dot{Q}_{1,2} = \dot{m} q_{1,2} \quad W$$

di mana m adalah aliran massa (EU: kg/s)

Jumlah pemindahan usaha

Usaha luar yang ditambahkan pada atau dikerjakan oleh sebuah sistem tertutup selama satu variasi keadaan adalah:

$$o 44 \quad W_{1,2} = m w_{1,2} \quad J$$

Daya luar yang terus-menerus ditambahkan pada atau dikerjakan oleh sebuah sistem terbuka dinyatakan dengan:

$$o 45 \quad P_{1,2} = \dot{m} w_{1,2} \quad W$$

PANAS

Campuran gas

O 8

Massa m dari suatu campuran komponen m_1, m_2, \dots

$$o 46 \quad m = m_1 + m_2 + \dots + m_n = \sum_{i=1}^{i=n} m_i$$

Fraksi-fraksi massa ξ_i

$$o 47 \quad \xi_i = \frac{m_i}{m} \quad \text{and} \quad \sum_{i=1}^{i=n} \xi_i = 1$$

Jumlah mol n dari suatu campuran komponen n_1, n_2, \dots

$$o 48 \quad n = n_1 + n_2 + \dots + n_n = \sum_{i=1}^{i=n} n_i$$

Fraksi-fraksi mol ψ_i dari suatu campuran

$$o 49 \quad \psi_i = \frac{n_i}{n} \quad \text{and} \quad \sum_{i=1}^{i=n} \psi_i = 1$$

Masa molekular ekuivalen M dari suatu campuran

Untuk massa molekular berlaku rumus-rumus berikut ini:

$$o 50 \quad M_i = \frac{m_i}{n} \quad \text{and} \quad M = \frac{m}{n}$$

di mana massa molekular ekuivalen M dari suatu campuran dapat dihitung sebagai berikut:

$$o 51 \quad M = \sum_{i=1}^{i=n} (M_i \cdot \psi_i) \quad \text{dan} \quad \frac{1}{M} = \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{\xi_i}{M_i} \right)$$

Konversi antara fraksi massa dan fraksi mol

$$o 52 \quad \xi_i = \frac{M_i}{M} \psi_i$$

Tekanan p dari campuran dan tekanan-bagian p_i dari komponen

$$o 53 \quad p = \sum_{i=1}^{i=n} p_i \quad \text{di mana } p_i = \psi_i \cdot p$$

lanjutan di O 9

PANAS

Pancaran panas

O 11

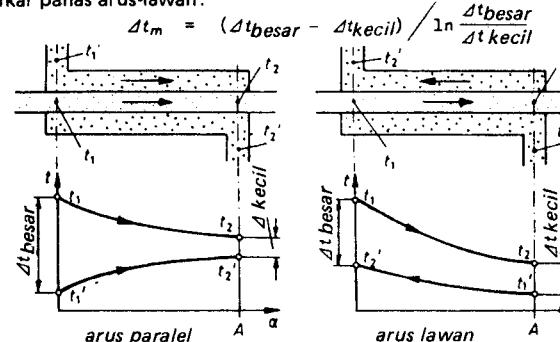
Penukar panas

Suhu penukar panas memancarkan panas dari fluida yang satu ke yang lain. Aliran panas dapat dihitung dengan:

o 68

Di sini, Δt_m adalah selisih suhu rata-rata logaritmik. Rumus berikut ini berlaku bagi penukar panas arus-paralel maupun penukar panas arus-lawan:

o 69



Dalam kondisi kerja arus lawan Δt besar dan Δt kecil dapat timbul di kedua ujung penukar yang saling berhadapan, seperti terlihat dalam gambar.

Simbol-simbol yang digunakan dalam halaman O 12

A_1 : permukaan badan yang lebih kecil

G_r : angka Grashof

A_2 : permukaan badan yang lebih besar

H : tinggi pelat,

d : diameter-dalam pipa

L : panjang pelat

D : diameter-luar pipa

v : kecepatan

C_1 dan C_2 : konstanta-konstanta radiasi dari radiasi yang menukar permukaan-permukaan (untuk nilai-nilai lihat Z 12)

$C_s = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ K}^4)$: konstanta radiasi badan hitam

o 70 Pr : angka Prandtl; $Pr = (\eta c_p)/\lambda$

$\Delta t = |t_w - t_\infty|$ selisih suhu absolut antara dinding dan fluida di dalam daerah yang tidak terpengaruh termis.

t_∞ : suhu lingkungan

ν : kekentalan (viskositas) kinematis ($\nu = \eta/\rho$)

η^* : kekentalan dinamis

η_{FI} : kekentalan dinamis pada suhu rata-rata fluida

η_w : kekentalan dinamis pada suhu dinding

λ : konduktivitas termis fluida (untuk nilai-nilai lihat Z 5, Z 6)

β : koefisien ekspansi volume (lihat Z 11 dan o 77)

β^* : faktor suhu

PANAS

Pancaran panas

O 12

Perhitungan koefisien pemindahan panas $\alpha^{(1)}$

Untuk konveksi bebas (menurut Grigull)

o 71	pada pelat vertikal	$Nu = C \cdot 55 \sqrt[3]{Gr Pr}$, untuk $1700 < Gr Pr < 10^8$
o 72	pada pelat vertikal	$Nu = 0,13 \sqrt[3]{Gr Pr}$, untuk $Gr Pr > 10^8$
o 73		$Gr = \frac{g \beta \Delta H^3}{\eta^2} = \frac{g \beta \Delta t \theta^3 H^3}{\eta^2}$

o 74	pada pelat horizontal	$Nu = 0,41 \sqrt[3]{Gr Pr}$, untuk $Gr Pr > 10^5$
o 75	horizontal	$Gr = \frac{g \beta \Delta t D^3}{\nu^2} = \frac{g \beta \Delta t \theta^3 D^3}{\eta^2}$

o 76	Sifat-sifat fluida harus dikaitkan dengan suhu $t_B = \frac{t_w + t_\infty}{2}$ referensi	
o 77	Koefisien ekspansi dari gas-gas adalah $\beta_{gas} = 1/T_\infty$.	

Untuk konveksi paksa di dalam pipa-pipa (menurut Hausen)

o 79	laminar	$\alpha = Nu \lambda / d$
o 80	$Re < 2000$	$Nu = 3,65 + \frac{0,0668 \left(Re \Pr \frac{d}{L} \right)}{1 + 0,045 \left(Re \Pr \frac{d}{L} \right)^{2/3}} \left(\frac{\eta_{FI}}{\eta_w} \right)^{0.14}$
o 81	Arus	jika $10^4 > Re \Pr \frac{d}{L} > 10^1$, di mana $Re = \frac{v d}{\eta}$
	turbulen	$Nu = 0,116 \left(Re^{2/3} - 125 \right) \Pr^{1/3} \left[1 + \left(\frac{d}{L} \right)^{2/3} \right] \left(\frac{\eta_{FI}}{\eta_w} \right)^{0.14}$
	$Re > 3000$	jika $2320 < Re < 10^6$; $0,6 < Pr < 500$; $1 > L/d > \infty$

Terkecuali η_w semua nilai-nilai bahan ada hubungannya dengan suhu rata-rata dari fluida.

Untuk faktor gas-gas, $(\eta_{FI}/\eta_w)^{0.14}$ harus dihilangkan.

Untuk radiasi (koefisien pemindahan panas: α_{Str})

o 82		$\alpha_{Str} = \beta^* C_{1,2}$
o 83	paralel	$C_{1,2} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_5}$
o 84	antara permukaan-permukaan	$\beta^* = \frac{T_1^4 - T_2^4}{T_1 - T_2}$
o 85	terbungkus	$C_{1,2} = \frac{1}{C_1} + \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_5} \right)$

^{1) α dalam $\text{J}/(\text{m}^2 \text{ s K})$ atau $\text{W}/(\text{m}^2 \text{ K})$}

Untuk ketentuan simbol-simbol lihat O 11

KEKUATAN (STRENGTH)

Istilah Umum

P 1

Stress (tekanan, tegangan, kekuatan,tarikan)

Tegangan adalah perbandingan gaya yang digunakan F dan penampang-lintang A .

Tegangan tarik dan tegangan tekan terjadi tegak lurus pada penampang-lintang.

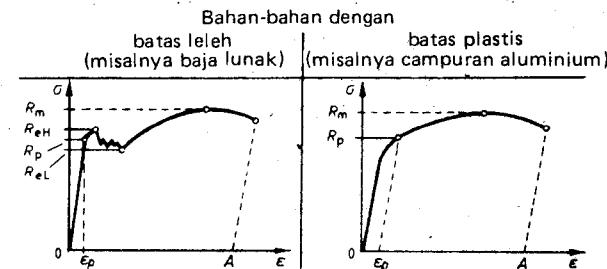
p 1 σ atau $f = \frac{F}{A}$ N/mm²

Dalam perhitungan | tarik | pada umumnya | positif |
| tekan | | negatif |

Tegangan-tegangan geser bekerja sepanjang penampang-lintang.

p 2 τ atau $q = \frac{F}{A}$

Diagram tegangan-regang (Uji tarik)



Catatan: Simbol standar BS 18 DIN 50145.

p 3 $R_m = \frac{F}{S_0}; \left[\sigma_B = \frac{F}{A_0} \right] : \text{tegangan tarik, dimana}$
 $F : \text{gaya tarik}$
 $S_0 ; [A_0] : \text{penampang - lintang asli (dari percobaan tanpa beban)}$

p 4 $\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \times 100\%; \left[\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \times 100\% \right] : \text{regangan, dimana}$
 $L_0; [l_0] : \text{panjang asli (percobaan tanpa beban)}$
 $\Delta L; [\Delta l] : \text{perubahan panjang pada percobaan yang diberi beban}$
 Lanjutan di P2

Proyek Pembinaan Perpustakaan
Jawa Timur
T. A. 1991 / 1992

KEKUATAN

Istilah umum

P 2

lanjutan dari P₁ (diagram tegangan-regang)

R_p ; $[\sigma_p]$: tegangan tulen atau kekuatan leleh
(lihat gambar diagram sebelumnya)

Batas-batas proporsional kadang-kadang dikenal sebagai limit elastis

$$\epsilon_p \approx 0.01\% \Rightarrow R_{p0.01}; [\sigma_{p0}]$$

Titik leleh (logam mengandung besi)

R_{el} ; $[\sigma_{el}]$: di atas tegangan leleh
atau di atas titik leleh.

R_{el} ; $[\sigma_{el}]$: di bawah tegangan
leleh atau di bawah titik leleh.

Kuat tegangan (logam yang tidak mengandung besi)

$$\epsilon_p \approx 0.2\% \Rightarrow R_{p0.2}; [\sigma_{p0.2}]$$

$$R_m = \frac{F_m}{S_0}; [\sigma_B = \frac{F_{maks}}{A_0}] : \text{kekuatan tarik}$$

$$p 5 \quad A = \frac{\Delta l}{l_0} \times 100\%; [\delta = \frac{\Delta l_{maks}}{l_0} \times 100\%] : \text{persentase pemanjangan}$$

setelah retak

Untuk contoh-contoh dengan penampang bulat, persentase pemanjangan dapat dicatat, berdasarkan panjang ukuran, misalnya A_5 (δ_5) berdasarkan panjang ukuran sebesar

$$5 \times \sqrt{\frac{4 S_0}{\pi}} \text{ mm.}$$

Tegangan yang diizinkan (tegangan yang diperbolehkan)

Harus berada di bawah limit elastis R_p , sehingga tegangan yang diizinkan adalah:

$$\rho_i = \frac{R_m}{v}$$

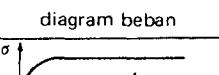
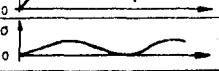
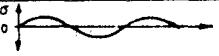
R_m : kekuatan leleh dari bahan

v : faktor keamanan, selalu lebih besar dari 1.

Faktor keamanan ultimit (batas) (terhadap retakan)	Proof faktor keamanan (terhadap leleh atau 0.2 proof)
---	--

Beban-beban $v = 2 \dots 3 \dots 4$

$v = 1.2 \dots 1.5 \dots 2$

jenis	sifat dari tegangan	diagram beban
I	mati (diam)	
II	berombak	
III	bergelombang	

KEKUATAN

Tarikan, Tekanan

P 3

Modulus elastisitas E : Hubungan antara σ dan ϵ (hukum Hooke) dapat dipergunakan pada jangkauan elastis, yaitu di bawah limit elastis (lihat Z 16/17 untuk nilai-nilai E). E dikenal sebagai "modulus Young".

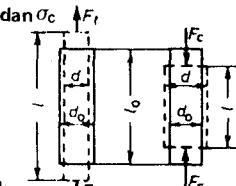
$$p 7 \quad G = E \times \epsilon = E \times \Delta l / l_0; \quad E = G/\epsilon = G \times l_0 / \Delta l$$

Tegangan tarik dan tegangan tekan σ_t dan σ_c

$$p 8 \quad \sigma_t = \frac{F_t}{A} \leq p_t; \quad \sigma_c = \frac{F_c}{A} \leq p_c$$

Regangan ϵ di bawah tarik

$$p 9 \quad \epsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\sigma_t}{E} = \frac{F_t}{E \times A}$$



Regangan tekan ϵ_c di bawah tekanan

$$p 10 \quad \epsilon_c = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_0 - l}{l_0} = \frac{\sigma_c}{E} = \frac{F_c}{E \times A} \quad | \quad E \times A = \text{kekakuan tarik atau kekakuan tekan}$$

Perbandingan transmisi di bawah tegangan (perbandingan Poisson). Untuk penampang-penampang bulat

$$p 11 \quad \mu = \frac{\epsilon_{melintang}}{\epsilon_{memanjang}} \text{ di mana } \epsilon_{memanjang} = \frac{l - l_0}{l_0} \text{ dan } \epsilon_{melintang} = \frac{d_0 - d}{d_0}$$

Untuk sebagian besar logam perbandingan Poisson dapat dianggap sebagai $\mu = 0.3$

Tegangan termal: tegangan tarik atau tegangan tekan disebabkan oleh pembatasan ekspansi termal (lihat juga O 13/14)

$$p 12 \quad \sigma_{th} = E \times \epsilon_{th} = E \times \alpha \times \Delta t \quad (\epsilon_{th} = \alpha \times \Delta t)$$

Δt adalah selisih suhu antara keadaan asli tanpa tegangan dan keadaan yang dipertimbangkan

$\Delta t > 0$ tegangan tarik, positif

$\Delta t < 0$ tegangan tekan, negatif

Untuk bagian-bagian pra-tekan (prestressed) yang dapat terkena tegangan termal, seluruh regangan meliputi:

$$p 13 \quad \epsilon_{tot} = \epsilon_{el} + \epsilon_{th} = F/(E \times A) + \alpha \Delta t; \quad \epsilon_{el} = F/(E \times A)$$

Tegangan tarik dan tegangan tekan dalam silinder dinding tebal (rumus ketel-uap):

$$p 14 \quad \text{Tegangan melingkar (tegangan Hoop)} \sigma = p d / (2s)$$

$$p 15 \quad \begin{aligned} \text{tegangan tarik} \quad \sigma &= p_i d_i / (2s) \\ \text{tegangan tekan} \quad \sigma &= -p_o d_o / (2s) \end{aligned} \quad \text{berlaku } \frac{d_o}{d_i} \leq 1.2$$

p_i dan p_o : tekanan dalam dan tekanan luar

d_i dan d_o : diameter dalam dan diameter luar

$s = 0.5(d_o - d_i)$: ketebalan dinding

Tegangan tarik dalam benda-benda putar: lihat M 5.

KEKUATAN

Tarikan, Tekanan

P 4

Tegangan tarik dalam sebuah gelang susut (rumus terdekat)

Gelang susut pada sebuah poros penggerak:

Gaya penyusut F_H dari gelang, paling sedikit harus dua kali gaya sentripetal

F_C

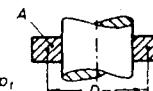
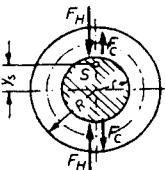
$$F_H \geq 2 F_C$$

$$F_C = m y_s \omega^2 = 4 \pi^2 m y_s n^2$$

$$y_s = \frac{4}{3\pi} \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}$$

$$\text{Penampang-lintang} \quad A = \frac{F_H}{2 p_i}$$

$$\text{Penyusutan yang diperbolehkan} \quad \lambda = \frac{1}{E} D_m \times p_i \quad (D_m = \text{diameter luar poros} - \text{diameter dalam gelang})$$



Gelang-susut untuk penjepitan *bagian jepitan yang berputar*

Celah, bagian-bagian jepitan yang berputar.

F_C mencakup:

Gaya sentripetal F_{CR} untuk gelang
Gaya sentripetal F_{CM} untuk jepitan berputar



$$\text{atau} \quad F_H \geq 2(F_{CR} + F_{CM}) ; \quad \text{kemudian sebagai p 19 dan p 20}$$

Energi deformasi U (energi regangan)

Energi yang disimpan di dalam komponen yang berkurang kualitasnya (deformed) adalah:

$$U = wV ; \quad \text{dimana}$$

$$w = \frac{1}{2} \epsilon \circ \epsilon = \frac{1}{2} E \epsilon^2 = \frac{\delta^2}{2E} ; \quad V : \text{volume komponen}$$

Limit penampang-lintang untuk jenis-jenis tegangan yang sama

Apabila suatu gaya tarik (atau tekanan) diberikan pada sebuah titik di dalam daerah inti yang bertitik-titik, maka hanya akan terjadi gaya tarik (atau tekan) pada seluruh penampang-lintang. Bila diberikan pada sembarang titik yang lain, maka akan terjadi tegangan pembengkok, yaitu tegangan tarik dan tekanan yang sama.

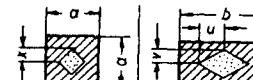
S : pusat massa setengah gelang (lihat K 7)

D_m : diameter rata-rata ($D_m = R + r$)

KEKUATAN

Beban dalam balok

P 5



p 24

$$x = \frac{a}{6}$$

$$u = \frac{b}{6} ; \quad v = \frac{h}{6}$$

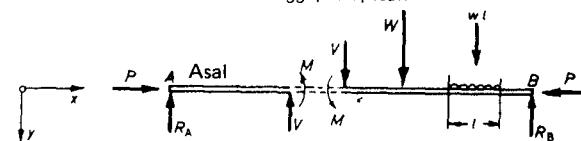
$$r = \frac{D}{8}$$

$$r = \frac{D}{8} \left[1 + \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]$$

Uraian

Semua beban luar pada sebuah balok (termasuk reaksi-reaksi penopang dan beratnya sendiri) menghasilkan gaya-gaya dalam dan momen-momen dalam yang menegangkan bahan. Dengan cara mengambil sebuah seksi sepanjang balok pada suatu titik, dapat diperlihatkan beban-beban dalam: gaya geser vertikal V dan momen pembengkokan M .

Beban akhir P dan total T dianggap terpisah



Menunjuk pada bidang x-y (sumbu z di sudut kanan):

Gaya mengarah ke	sumbu-x	beban akhir menghasilkan
	sumbu-y	
momen-momen sekitar	sumbu-z	gaya geser
	sumbu-x	

sumbu-z menghasilkan momen pembengkokan

sumbu-x torsi

Perhatikanlah selalu sisi sebelah kiri dari seksi.

Di tiap bagian balok harus ada keseimbangan (ekuilibrium) antara seluruh gaya-gaya dan momen-momen dalam dan luar:

Dipertimbangkan terpisah

$$V + \sum_{i=1}^n V_i = 0$$

$$P + \sum_{i=1}^n P_i = 0$$

$$M + \sum_{i=1}^n M_i = 0$$

$$T + \sum_{i=1}^n T_i = 0$$

Metode perhitungan

1. Hitunglah reaksi-reaksi

KEKUATAN

Beban dalam balok

P 6

Lanjutan dari P 5

2. Bagilah balok pada tempat-tempat berikut ini:
 - 2.1 Titik-titik bekerja dari beban titik W dan dimulai dan berakhir pada distribusi beban w
 - 2.2 Beri titik-titik dimana sumbu balok berubah arah atau dimana penampang-lintang berubah
 - 2.3 Tiap tempat yang dianggap sesuai
3. Carilah gaya-gaya dan momen-momen di sisi sebelah kiri seksi seperti di p 25 . . . p 28
4. Tentukan gambar diagram gaya geser dan momen pembengkokan

Hubungan antara w , V dan M disembarang titik x

p 29/30

$$\frac{dM}{dx} = V \quad | \quad \frac{dV}{dx} = -w$$

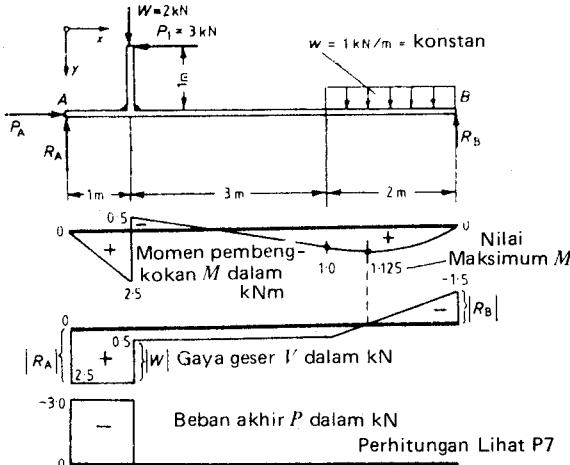
Aturan:

M adalah maksimum apabila $V = 0$

Di seksi-seksi tanpa beban $V = \text{konstan}$

Contoh: Balok yang ditopang sederhana dengan beban akhir. (dipasang di A). Reaksi-reaksi adalah:

$$R_A = 2.5 \text{ kN}; \quad P_A = 3 \text{ kN}; \quad R_B = 1.5 \text{ kN}$$



KEKUATAN

Beban dalam balok

P 7

Lanjutan dari P 6

4 m < x < 6 m

dari persamaan p . . .

27 26 29 25

0 < x < 1 m

dari persamaan p . . .

27 26 29 25

1 m < x < 4 m

dari persamaan p . . .

27 26 29 25

4 m < x < 6 m

dari persamaan p . . .

27 26 29 25

*) Parabola lanjutan di P 8

$$\begin{aligned}
 H - R_A \cdot x &= 0; \quad H = R_A \cdot x = 2.5 \text{ kN} \cdot x \\
 H - R_A \cdot x + W(x-1\text{m}) + P_1 \cdot x &= 0; \quad H = 0.5 \text{ kN} \cdot x - 1 \text{ kN} \cdot m \\
 V - R_A + W &= 0; \quad V = R_A - W = 2.5 \text{ kN} - 2 \text{ kN} = 0.5 \text{ kN} = \text{konstan} \\
 \text{atau } V &= \frac{d}{dx}(2.5 \text{ kN} \cdot x) = 2.5 \text{ kN} = \text{konstan} \\
 P + P_A &= 0; \quad P = -P_A = -3 \text{ kN} \\
 H - R_A \cdot x + W(x-1\text{m}) + P_1 \cdot x &= 0; \quad H = 0.5 \text{ kN} \cdot x - 1 \text{ kN} \cdot m \\
 V - R_A + W &= 0; \quad V = R_A - W = 3 \text{ kN} - 3 \text{ kN} = 0 \\
 \text{atau } V &= \frac{d}{dx}(0.5 \text{ kN} \cdot x - 1 \text{ kN} \cdot m) = 0.5 \text{ kN} = \text{konstan} \\
 P + P_A - P_1 &= 0; \quad P = P_1 - P_A = 3 \text{ kN} - 3 \text{ kN} = 0 \\
 H - R_A \cdot x + W(x-4\text{m}) + P_1 \cdot x &= 0; \quad H = 2.5 \text{ kN} - 2 \text{ kN} - 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}(x-4\text{m}) = 4.5 \text{ kN} - 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}x \\
 \text{atau } V &= \frac{d}{dx}(-9 \text{ kN} \cdot m + 4.5 \text{ kN} \cdot x - 0.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}} x^2) = 4.5 \text{ kN} - 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}} x \\
 P + P_A - R &= 0; \quad P = R - P_A = 3 \text{ kN} - 3 \text{ kN} = 0
 \end{aligned}$$

*) garis lurus

KEKUATAN

Analisis gaya

P 8

Lanjutan dari P7

Contoh:

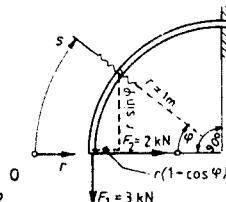
Balok kantilever (dijepit di ujung) yang dilengkungkan ($r = \text{konstan}$)

Limit-limit adalah: $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$
atau: $0 \leq s \leq r \frac{\pi}{2}$

p 31
p 32

Momen bengkok:

$$M + F_1 r(1 - \cos \varphi) + F_2 r \sin \varphi = 0 \\ M = -F_1 r + F_1 r \cos \varphi - F_2 r \sin \varphi$$



Pada semua seksi φ , F_1 , F_2 telah diuraikan ke dalam komponen-komponen tangensial dan radial

Gaya geser (radial)

p 33

$$F_q + F_1 \sin \varphi + F_2 \cos \varphi = 0$$

p 34

$$F_q = -F_1 \sin \varphi - F_2 \cos \varphi; \text{ atau dari p 30:}$$

p 35

$$F_q = \frac{dM}{ds} = \frac{1}{r} \times \frac{dM}{d\varphi} \quad (\text{karena } s = r\varphi; ds = r d\varphi)$$

p 36

$$= \frac{1}{r} \times \frac{d(-F_1 r + F_1 r \cos \varphi - F_2 r \sin \varphi)}{d\varphi} = -F_1 \sin \varphi - F_2 \cos \varphi$$

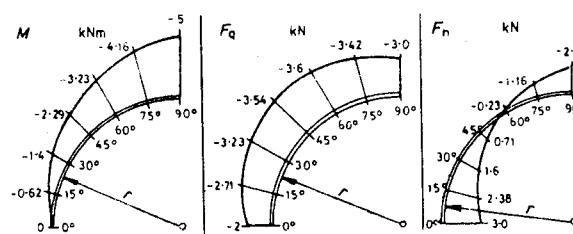
Gaya normal (tangensial):

p 37

$$F_n = F_1 \times \cos \varphi + F_2 \times \sin \varphi = 0$$

p 38

$$F_n = F_1 \times \cos \varphi - F_2 \times \sin \varphi$$



Untuk metode penetapan momen pembengkokan secara grafis lihat K 4

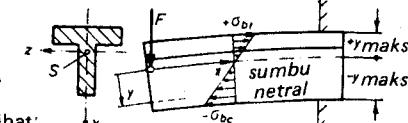
KEKUATAN

Pembengkokan

P 9

Tegangan pembengkokan maksimum

p 39 $\sigma_{bt\max} = \frac{My_{\max}}{I_{xx}}$
p 40 $= \frac{M}{Z_{\min}} \leq \rho_b$



Nilai-nilai untuk ρ_b lihat:

Z 16/17
 $+y_{\max}$ (tarikan)
 $-y_{\max}$ (tekanan)

jarak dari garis permukaan ke sumbu-x
ditarik melalui titik berat (centroid) S
atau sumbu netral

I_{xx} : momen kedua dari daerah sekitar sumbu S_z atau sekitar bidang sumbu netral.

Tegangan pembengkokan pada jarak y' dari sumbu netral

p 41 $\sigma_b = \frac{M}{I} y$

Modulus seksi Z_{\min}

p 42 $Z_{\min} = \frac{I}{y_{\max}}$

Momen-momen kedua dari luas (penampang)

Momen kedua aksial dari luas lihat J 10 dan tabel P 10

Momen kedua polar dari luas lihat J 10

Momen hasil lihat J 10

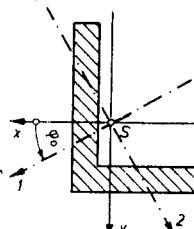
Momen-momen kedua yang terpenting dari luas dan sumbu utama

Momen-momen kedua yang terpenting dari luas

$I_1 = I_{\max}$ dan $I_2 = I_{\min}$ dapat diketahui/digunakan/diterapkan pada seksi-seksi simetris apabila sumbu/porsut utama berputar melalui sudut φ_0 .

p 43 $I_{\min} = I_{\max} = \frac{1}{2}(I_y + I_x) + \frac{1}{2}\sqrt{(I_y - I_x)^2 + 4I_{xy}^2}$

p 44 $\tan 2\varphi_0 = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}$



Untuk perhitungan dari I_{xy} lihat J 10/11

Sumbu-sumbu utama selalu berada tegak lurus antara satu dan lainnya.

Sumbu simetri dari sebuah seksi simetris adalah sebuah sumbu utama misalnya $I_1 = I_x$.

KEKUATAN

Pembengkokan

P 10

Nilai-nilai dari I dan Z untuk beberapa seksi-seksi umum
(lihat p 41 dan p 42)

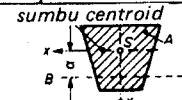
Untuk kedudukan titik berat (centroid) S (atau sumbu netral) lihat K 7

	I_x dan I_y	Z_x dan Z_y	Penampang A
p 45	$I_x = \frac{b d^3}{12}$	$Z_x = \frac{b h^2}{6}$	
p 46	$I_y = \frac{d b^3}{12}$	$Z_y = \frac{h b^2}{6}$	
p 47	$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64}$	$Z_x = Z_y = \frac{\pi D^3}{32} = \frac{D^3}{10}$	
p 48	$I_x = I_y = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)$ $= \frac{\pi}{32} \times \frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{D^4 - d^4}{10D}$	$Z_x = Z_y$ $= \frac{x}{32} \times \frac{D^4 - d^4}{D} = \frac{D^4 - d^4}{10D}$	
p 49	$I_x = I_y = 0.06014 s^4$	$Z_x = 0.1203 s^3$	
p 50	$I_x = I_y = 0.06014 s^4$	$= 0.6250 R^3$	
p 51	$= 0.5412 R^4$	$Z_y = 0.1042 s^3$	
p 52		$= 0.5413 R^3$	
p 53	$I_x = \frac{\pi a b^3}{4}$	$Z_x = \frac{\pi a b^2}{4}$	
p 54	$I_y = \frac{\pi a^3 b}{4}$	$Z_y = \frac{\pi a^2 b}{4}$	
p 55	$I_x = \frac{b h^3}{36}$	$Z_x = \frac{b h^2}{24}$	
p 56	$I_y = \frac{b^3 h}{48}$	$Z_y = \frac{b^2 h}{24}$	
p 57	$I_x = \frac{h^3}{36} \times \frac{(a+b)^2 + 2ab}{a+b}$		
p 58	$I_y = \frac{h^3}{3} \times \frac{2a+b}{a+b}$	$Z_x = \frac{h^2}{12} \times \frac{(a+b)^2 + 2ab}{2a+b}$	
p 59	$y_{min} = \frac{h}{3} \times \frac{a+2b}{a+b}$		

Teorema (dalil) Steiner

(Dalil sumbu paralel untuk momen kedua dari luas).

$$I_{B-B} = I_x + A a^2$$



KEKUATAN

Defleksi balok dalam pembengkokan

P 11

Balok-balok dengan penampang-lintang seragam

Persamaan lengkung elastis

Berikut ini

dapat digunakan untuk

setiap seksi balok (lihat P 5,

Metode perhitungan, pasal 2):

$$\frac{d^2y}{dx^2} = y'' = -\frac{M}{EI} = -\frac{1}{R}$$

$$E \times I \times y'' = -M$$

$$E \times I \times \frac{dy}{dx} = E \times I \times y' = - \int M dx + C_1$$

$$E \times I \times y = - \int \int M dx \times dx + C_1 x + C_2$$

R : Jari-jari lekuk dari lengkung elastis pada titik x .

y' : $\tan \varphi$: inklinasi tangen pada lengkung elastis pada titik x .

y : defleksi balok pada titik x

C_1 dan C_2 adalah konstanta-konstanta integrasi dan ditetapkan dari faktor-faktor yang telah diketahui. misalnya $y = 0$ pada penopang.

$y_i = y_{i+1}$ pada sambungan antara seksi i dan seksi $(i+1)$.

$y' = 0$ pada penopang dari sebuah balok kantilever dan ditengah-tengah balok dengan pembebaran simetris

$y'_i = y'_{i+1}$ pada sambungan antara seksi i dan seksi $(i+1)$

Energi regangan karena pembengkokan U :

untuk sebuah balok sepanjang l :

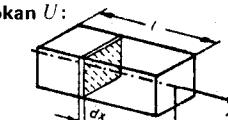
$$p 66 \quad U = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M^2}{EI} dx$$

Sebuah balok dengan

beban yang tidak ter-

atur dapat dibagi

menjadi n panjang



$$p 67 \quad U_{tot} = \frac{1}{2E} \left(\int_{x_1=0}^{x_1=l_1} \frac{M^2}{I_1} dx_1 + \dots + \int_{x_n=0}^{x_n=l_n} \frac{M^2}{I_n} dx_n \right)$$

KEKUATAN

Defleksi balok dalam pembengkokan

P 12

p 68

p 69

p 70

p 71

p

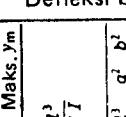
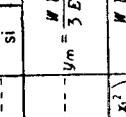
68

69

70

71

168

Pembebatan	Reaksi penopang	M_{max} di titik (...)	Defleksi $y = \tan \varphi$	Defleksi pada C, y_c Maks., y_m
	$\uparrow R_A = W$ $\uparrow R_B = W$	$R_A = W l$	(A) $y = \frac{W l^3}{6 EI} \left(2 - 3 \frac{x}{l} + \frac{x^3}{l^3} \right)$ $\tan \varphi_b = \frac{y}{2E I}$	$y_m = \frac{W l^3}{3 E I}$
	$\uparrow R_A = W$ $\uparrow R_B = W$	$W \frac{a}{l}$	(C) $y_1 = \frac{W l^3}{6 EI} \frac{a}{l} \frac{x_1}{l} \left(1 + \frac{l}{a} - \frac{x_1^2}{a^2} \right)$ $y_2 = \frac{W l^3}{6 EI} \frac{b}{l} \frac{x_2}{l} \left(1 + \frac{l}{b} - \frac{x_2^2}{b^2} \right)$ $\tan \varphi_b = \frac{y_c}{2G} \left(1 + \frac{l}{a} \right)$ $\tan \varphi_b = \frac{y_c}{2G} \left(1 + \frac{l}{b} \right)$	$y_c = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$ $y_m = y_c \frac{l+a}{3a}$ pada titik $x_1 = a \sqrt{\frac{l+b}{3a}}$

Catatan $a > b$

$$\uparrow R_A = W - R_B$$

$$\uparrow R_B = W \frac{a^2}{l^2} \left(\frac{a}{l} + \frac{3b}{2l} \right)$$

$$b = 0.414 l :$$

$$0.171 \frac{Ml}{W}$$

$$-0.171 \frac{Ml}{W}$$

$$(A) \quad y_1 = \frac{W}{6 EI} \frac{b^2}{l^2} \left(3 \frac{x_1}{l} - \frac{x_1^3}{l^3} \right) - \frac{W a^2 x_1}{2 E I}$$

$$y_2 = \frac{W a^3}{6 EI} \left(2 - 2 \frac{x_2}{a} + \frac{x_2^3}{a^3} \right) - \frac{W a^2 b}{2 E I}$$

$$- \frac{W EI}{6 E I} \left(2 - 3 \frac{x_1}{l} + \frac{x_1^3}{l^3} \right)$$

$$\tan \varphi_b = \frac{W a b}{W a^2 b / (4 E I l)}$$

$$(B) \quad y_1 = \frac{W}{6 EI} \frac{b^2}{l^2} \left(3 a x_1^2 - 3 x_1^3 + 2 \frac{b}{l} x_1^3 \right)$$

$$y_2 = \frac{W a^2}{6 EI} \left(3 b x_1^2 - 3 x_1^3 + 2 \frac{a}{l} x_1^3 \right)$$

$$x_1 = \frac{2l}{2b+l}$$

$$y_c = \frac{W a^3 b}{3 E I l} \frac{a^2 b}{l^3}$$

$$\tan \varphi_b = \tan \varphi_a = 0$$

$$(C) \quad 2 W l \frac{a^2 b^2}{l^2 l^2} \quad 2 W l \frac{a^2 b^2}{l^2 l^2}$$

$$R_A = W b \frac{a^2 / l^2}{2}$$

$$R_B = W b \frac{a^2 / l^2}{2}$$

$$R_A = W l$$

$$R_B = \frac{w l}{2}$$

$$R_A = \frac{w l}{2} l^2$$

$$R_B = \frac{w l}{2}$$

$$R_A = \frac{3}{8} w l$$

$$R_B = \frac{5}{8} w l$$

$$R_A = \frac{3}{8} w l^2$$

$$R_B = w \times l / 2$$

$$R_A = w \times l / 2$$

$$R_B = w \times l / 2$$

$$R_A = w \times l^2 / 12$$

$$R_B = w \times l^2 / 12$$

$$R_A = w \times l^2 / 12$$

$$R_B = 0$$

Rumus-rumus untuk y dan y_m tidak dapat digunakan untuk defleksi geser.

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{b^2}{l^2}$$

$$y = \frac{W l^3}{3 E I} \frac{a^2}{l^2}$$

KEKUATAN

Defleksi balok dalam pembengkokan

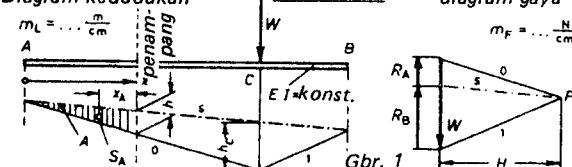
P 14

Metode grafis

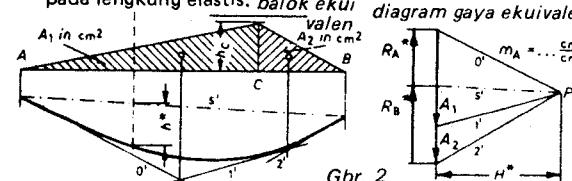
Analogi Mohr

- Tetapkan lengkung momen pembengkokan dengan cara membuat sebuah poligon bersumbu link (lihat juga K 4).

Diagram kedudukan



- Buatlah sebuah poligon bersumbu link sebagai beban distribusi ekuivalen w^* pada balok ekuivalen." Sebuah poligon bersumbu link lain akan memberikan tangen pada lengkung elastis. **balok ekuivalen**



- Defleksi balok asli pada titik x:

$$y = h^* \frac{H H^*}{EI} m_F m_A m_L^3.$$

kemiringan pada penopang A dan B:

$$\tan \varphi_A = R_A^* \frac{H}{E I} m_F m_A m_L^2 \text{ dan juga } \tan \varphi_B = R_B^* \frac{H}{E I} m_F m_A m_L^2$$

Metode ilmu ukur

- Hitunglah reaksi penopang ekuivalen R_A^* dari "balok ekuivalen" yang membawa beban distribusi ekuivalen $w^* = A_1 + \dots + A_n$ (lihat gbr 2)

- Hitunglah momen pembengkokan ekuivalen M^* dan gaya geser ekuivalen V^* pada titik x:

$$M^* = R_A^* z - A z_A; \quad V^* = R_A^* - A \quad (\text{lihat gbr. 1+2})$$

z_A : jarak antara c dan g dari beban distribusi ekuivalen .4 dan seksi x.

- Defleksi $y = M^*/EI$; Kemiringan $y = V^*/EI$

Ilanjutan di P 15

KEKUATAN

Defleksi balok dalam pembengkokan

P 15

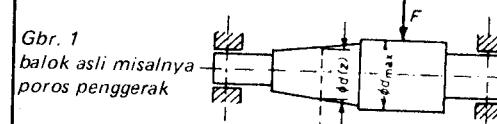
Ilanjutan dari P 14 (Analogi Mohr)

Pilihan balok ekuivalen

Penopang-penopang dari balok ekuivalen harus sedemikian rupa sehingga momen pembengkokan ekuivalen maksimum M^*_{\max} pada waktu sama dengan defleksi titik maksimum dalam balok asli.

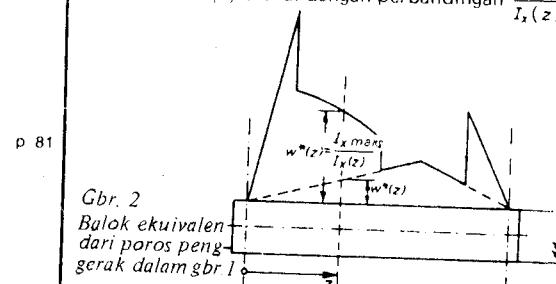
	Balok asli	balok ekuivalen
Balok sederhana	$A \Delta$	$A \Delta$
Balok kantilever	$A \overbrace{\Delta}^{B}$	$A \overbrace{\Delta}^{B}$

Balok dengan berbagai penampang - lintang



Tempat lengkung momen pembengkokan sebagai beban distribusi ekuivalen w^*/z pada sebuah balok ekuivalen yang seragam dari penampang-lintang yang sama dengan momen kedua maksimum dari luas $I_{x \max}$ balok asli (lihat P 14, pasal 1).

Tempatkan w^*/z sesuai dengan perbandingan $\frac{I_{x \max}}{I_x(z)}$:



Balok ekuivalen
dari poros penggerak
dalam gbr. 1

Kemudian hitunglah sesuai dengan P 14 (pasal 2 dan 3) atau p 28 ... p 80.

KEKUATAN

Balok dengan kekuatan seragam

P 16

ukuran seksi maksimum	ukuran khas $x = \text{resp. } y =$	defleksi maksimum f	jenis balok
p 82 $h = \sqrt{\frac{6 W l}{b p_{bt}}}$	$\sqrt{\frac{6 W x}{b p_{bt}}}$	$\frac{B W}{b E} \left(\frac{l}{h}\right)^3$	
p 83 $b = \frac{6 W l}{h^2 p_{bt}}$	$\frac{6 W x}{h^2 p_{bt}}$	$\frac{6 W}{b E} \left(\frac{l}{h}\right)^3$	
p 84 $h = \sqrt{\frac{3 w l^2}{b p_{bt}}}$	$x \sqrt{\frac{3 w l}{b l p_{bt}}}$	$\frac{3 w l}{b E} \left(\frac{l}{h}\right)^3$	
p 85 $b = \frac{3 w l^2}{h^2 p_{bt}}$	$\frac{3 w l x^2}{h^2 l p_{bt}}$		
p 86 $h = \sqrt{\frac{3 w l^2}{4 b p_{bt}}}$	$\sqrt{\frac{3 w l^2}{4 b p_{bt}} (1 - \frac{4x^2}{l^2})}$	$\frac{w l^4}{64 EI}$	
p 87 $d = \sqrt{\frac{32 W l}{\pi p_{bt}}}$	$\sqrt{\frac{32 W x}{\pi p_{bt}}}$	$\frac{192 x W l^3}{5 E x d^4}$	

W : beban titik

w : beban yang dibagi merata (beban merata) kN/m

p_{bt} : tegangan pembengkokan yang diizinkan N/mm^2 (lihat Z17)

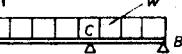
KN

KEKUATAN

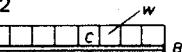
Balok yang secara statis tidak tentu

P 17

Ubahlah sebuah balok yang secara statis tidak tentu itu (gbr. 1)



menjadi sebuah balok yang secara statis tertentu (gbr. 2) dengan Gbr. 2 cara mengganti satu perletakan dengan reaksi perletakannya (R_C) dalam gbr. 1



Bagilah menjadi dua balok terpisah atau menjadi subsistem-subsystem. Tetapkan defleksi-defleksi pada titik perletakan yang secara statis tidak tentu (lihat P 11 hingga P 15) dari setiap subsistem ke dalam bilangan-bilangan R_C .

Karena defleksi tidak dapat terjadi pada perletakan C:

$$|y_{C1}| = |y_{C2}|$$

Oleh sebab itu, hitunglah gaya perletakan pada C, R_C dan kemudian reaksi-reaksi perletakan yang tertinggal.

Metode penyelesaian untuk balok-balok sederhana yang secara statis tidak tentu

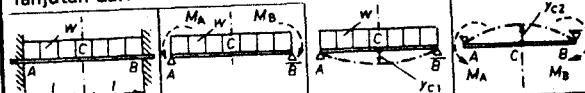
balok yang statis tidak tentu	balok statis tertentu	Subsistem ke-1	Subsistem ke-2

KEKUATAN

Geseran (shear)

P 18

lanjutan dari P 17



: reaksi-reaksi dan momen-momen perletakan yang secara statis tidak tentu

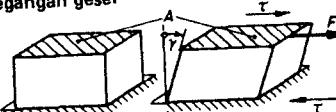
Hukum Hooke untuk tegangan geser

p 89

$$q \text{ atau } \tau = G \gamma$$

G : modulus geser

γ : regangan geser



Hubungan antara modulus geser dan modulus elastisitas atau modulus Young

p 90

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \approx 0.385 E; \text{ sesuai dengan P 3 dengan } \mu = 0.3$$

Tegangan geser rata-rata q_1 atau τ_1

p 91

$$q_1 \text{ atau } \tau_1 = \frac{F}{A} \leq p_q$$

Kekuatan geser yang diizinkan p_q (untuk nilai-nilai lihat Z 16)

jenis beban	mati	$p_q \approx$
(lihat P 2)	berombak	$p_t/1.5$
	bergelombang	$p_t/2.2$
		$p_t/3.0$

Tegangan geser ultimit q_s

p 92

$$q_s = \frac{Q_{\max}}{A} \text{ untuk logam-logam lentur (ductile): } q_s = 0.8 R_m$$

$$q_s = R_m \quad \text{untuk besi tulang:}$$

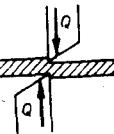
Gaya penggeser F

digunakan untuk
geseran-geseran alat potong
memotong (guillotin) (punch ...)

p 93

$$Q = 1.2 q_s l_s \quad Q \approx 1.2 q_s l_p s$$

l : panjang potongan l_p : perimeter potongan



KEKUATAN

Geseran

P 19

lanjutan dari P 18

Dalil tegangan-tegangan geser yang berkaitan

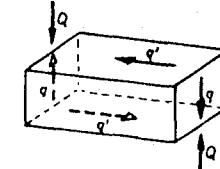
Tegangan-tegangan geser pada dua permukaan sebuah elemen yang tegak lurus adalah sama dalam hal besarnya, tegak lurus terhadap pinggiran mereka bersama dan bergerak menuju elemen itu atau meninggalkannya.

p 94

$$q = q'$$

q : tegangan geser melintang (melintang pada sumbu balok) yang disebabkan oleh gaya geser Q

q' : tegangan geser aksial (paralel terhadap sumbu balok) "geseran pelengkap".



Tegangan geser aksial karena gaya-gaya geser

p 95

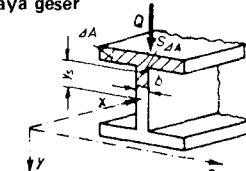
$$q = \frac{Q M}{b I} = q'$$

p 96

$$M = \Delta A y_s$$

$q = 0$ untuk $\sigma_b = \sigma_b^{\max}$

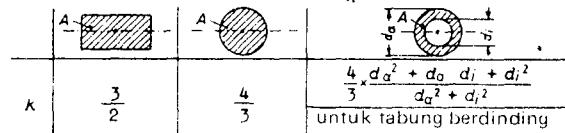
q^{\max} terjadi, apabila $\sigma_b = 0$,
yaitu di sumbu netral.



Tegangan geser maks. untuk berbagai penampang-lintang.

p 97

$$q_{\max} = q'_{\max} = k \frac{Q}{A}$$



untuk tabung berdinding tipis : 2 ($d_o \approx d_i$)

Energi regangan u sebagai akibat geseran

p 98

$$u = \frac{1}{2} q \gamma = \frac{q^2}{2 G}$$

KEKUATAN

Torsi

P 20

lanjutan dari P 19

Defleksi geser sebuah balok

p 99

$$y = x \frac{M}{G} + C = x \frac{2 \cdot 6 M}{E A} + C$$

Tentukan konstanta C' dari faktor-faktor yang telah diketahui, misalnya $y=0$ pada perletakan-perletakan.

p 100

Faktor $x = A \int_{(A)} \left(\frac{M}{b J} \right)^2 dA$ memungkinkan untuk bentuk seksi silang. Misalnya :

			I 80	I 240	I 500
$x =$	1.2	1.1	2.4	2.1	2.0

Q : gaya geser pada titik x balok

M : momen pembengkokan pada seksi A

J : momen kedua dari luas seluruh seksi silang.1 sekitar sumbu x

b : lebar seksi pada titik y

$S_{\Delta A}$: pusat daerah seksi ΔA

Umum

p 101

Tegangan geser karena, $\tau_t = \frac{T a}{J} \leq \rho_{ct}$
torsi

p 102

Momen puncir (torque) $T = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2 \pi n} = F a$

P : daya

a : jarak dari garis permukaan ke pusat massa

J : konstanta torsi; rumus-rumus lihat P 21 (perhatikan: konstanta torsi bukan momen polar inersia; hanya untuk penampang-lintang bulat $J = J_0$, $a = D/2$)

Batang penampang-lintang bulat

Sudut pilin φ (lihat e 5)

p 104

$$\varphi = \frac{T l}{I_0 G} = \frac{180^\circ \times T l}{\pi I_0 G}$$

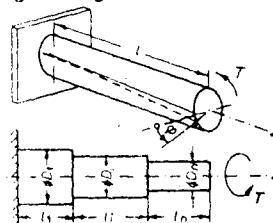
Poros-poros bertahap

p 105

$$\varphi = \frac{T}{G} \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{I_{p,i}}$$

p 106

$$\varphi = \frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{T}{G} \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{I_{p,i}}$$



KEKUATAN

Torsi

P 21

KEKUATAN

Torsi

P 21

moment polar
inersia I_p

$$\frac{\pi D^4}{32}$$

$$\frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$$

tegangan geser maks
 τ_t

$$= 5 \cdot 1 \frac{T}{D^3}$$

$$= 5 \cdot 1 \frac{T}{D^4 - d^4} \frac{D}{D^4 - d^4}$$

lanjutan dari P 20
penampang-
lintang



Batang tidak bulat, benda atau seksi dinding tipis bolong

p 107

p 108

p 109

p 110

p 111

p 112

p 113

p 114

p 115

p 116

p 117

p 118

p 119

p 120

konstanta
torsij

$$\frac{180^\circ \times T l}{\pi I_p G}$$

$$\frac{1}{\pi} \frac{1}{k} \frac{1}{d^4 - d^4}$$

kedudukan dan
besarnya τ_t

$$\tau_{t,1} = \tau_{t,\max}$$

$$= \frac{c_2 T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_3 T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_4 T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_5 T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_6 T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_7 T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_8 T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_9 T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{10} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{11} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{12} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{13} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{14} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{15} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{16} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{17} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{18} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{19} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{20} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{21} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{22} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{23} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{24} T}{c_1 h b^3}$$

penampang-
lintang

$$= \frac{c_{25} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{26} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{27} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{28} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{29} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{30} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{31} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{32} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{33} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{34} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{35} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{36} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{37} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{38} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{39} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{40} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{41} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{42} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{43} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{44} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{45} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{46} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{47} T}{c_1 h b^3}$$

$$= \frac{c_{48} T}{c_1 h b^3}$$

KEKUATAN

Pelengkungan (tekuk)

P 22

Ilanjutan dari P 21

konstanta torsi
 J

kedudukan dan besarnya
 t_i

penampang-lintang

dengan berbagai ketebalan dinding:

p 121

$$\frac{4 A m^2}{\sum_{i=1}^n s_i t_i}$$

p 122

$$at \ 1: \ T_{t1} = T_{t \max} = \frac{T}{2 Am t_{\min}}$$

p 123

dengan dinding tipis yang seragam

p 124

$$\frac{4 Am^2 t}{S_m}$$

$$T_t = \frac{T}{2 Am t}$$

p 125

$$\frac{\eta}{3} \sum_{i=1}^n h_i^3 / h_i$$

Faktor Foppl:

$$\frac{I_{n=3}}{I_{n=2}} = 1 \cdot 3$$

$$\frac{I_{n=2}}{I_{n=1}} = 1 \cdot 0$$

$$\frac{I_{n=1}}{I_{n=2}} = 1 \cdot 12$$

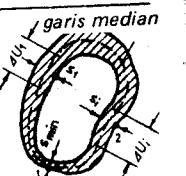
$$\frac{I_{n=3}}{I_{n=1}} = + n^{+2}$$

$$\eta = 1 < \eta < 1 \cdot 3$$

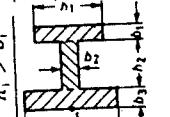
$$1 \cdot 17$$

$$T_{t \max} = \frac{T b_{\max}}{I_1}$$

pertengahan sepanjang sisi panjang h dari seksi segi empat panjang dengan ketebalan maksimum b_{\max} (misalkan kedudukan 1 dalam sketsa).



susunan profil penampang-lintang-empat-persegi-panjang



A_m : daerah terkurung oleh garis median

s : panjang garis median

t (t_{\min}) : ketebalan dinding (ketebalan dinding minimum)

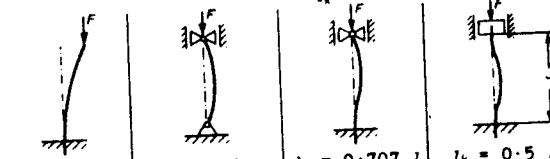
s_i : panjang bagian dari garis median apabila ketebalan dinding

$t_i = \text{konst.}$

Rumus Euler

Dapat digunakan untuk perletakan yang elastis tidak stabil. Beban minimum P_e pada saat pelengkungan terjadi:

p 126



p 127

$$l_k = 2l$$

p 128

Beban kerja yang diizinkan

p 129

Perbandingan kelangsungan

$$\lambda = \frac{l}{k} = l \sqrt{\frac{A}{I_{\min}}}$$

lanjutan dari P 21

lanjutan dari P 22

Limit 1 atas dasar $R_{p0.01}$

$$\lambda_{lim,0-01} = \pi \sqrt{\frac{E}{R_{p0.01}}}$$

Limit 2 atas dasar $R_{p0.2}$

$$\lambda_{lim,0-2} = \pi \sqrt{\frac{E}{R_{p0.2}}}$$

p 130

Rumus Tetmajer

Berlaku untuk jangkauan $R_{p0.01} < \frac{P_e}{A} < R_{p0.2}$

Bahan perletakan tidak dapat dipakai karena pembengkokan dan tekanan

p 131

$$p_t = \frac{P}{A} = a - b \lambda + c \lambda^2 = p_c v_k$$

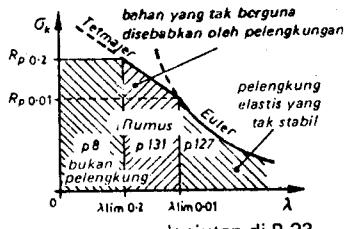
Bahan	a	b N/mm ²	c	berlaku untuk $\lambda =$
baja lunak BS 970, 050 A20	289	0.818	0	60...100
baja lunak BS 970, 080 M30	589	3.818	0	60...100
besi tuang Bs 1452-220	776	12.000	0.053	5...80
balok	30	0.20	0	2...100
kayu jenis beach atau oak	38	0.25	0	0...100

Metode perhitungan

Mula-mula tetapkan momen kedua minimum dari daerah dengan menggunakan rumus Euler:

$$I_{\min} = \frac{P_e l_k^2}{\pi^2 E}; \quad P_e = v_k \cdot F.$$

Kemudian pilihlah penampang-lintang yang sesuai, misalnya tabung bulat, segiempat panjang yang masif, dan lain-lain dan carilah / dan A.



lanjutan di P 23

KEKUATAN

Pelengkungan

P 23

lanjutan dari P 22

$\nu_k = 3 \dots 5$	dalam jangkauan Tetmajer	besar
$\nu_k = 4 \dots 6$	dalam jangkauan Euler untuk struktur	kecil
$\nu_k = 6 \dots 8$		

yang ada perbandingan $\frac{\lambda}{\lambda_{lim\ 01} \text{ and } \lambda_{lim\ 02}}$ dihitung dari p 129
yang kelangsungan dibatasi p 130

Tentukanlah pelengkungan dan tegangan tekan dengan cara berikut ini: Jika $\lambda \geq \lambda_{lim\ 01}$ gunakanlah p 127
 $\lambda_{lim\ 01} > \lambda \geq \lambda_{lim\ 02}$ gunakanlah p 131
 $\lambda < \lambda_{lim\ 02}$ gunakanlah p 8.
 Rancanglah kembali dengan penampang-lintang yang lebih besar.

If $P_e < F \nu_k$

Metode koefisien pelengkungan ω (DIN 4114)
 Dirinci untuk konstruksi gedung dan jembatan, pekerjaan baja dan keran-angkat.

p 133

$$\left. \begin{array}{l} \text{Koefisien} \\ \text{pelengkung} \end{array} \right\} \omega = \frac{p_c}{p_k} = \frac{\text{tegangan tekan yang diizinkan}}{\text{tegangan pelengkung}}$$

p 134

$$\omega = \omega \frac{F}{A} \leq p_c \quad \text{dimana } \omega = f(\lambda)$$

λ	koefisien pelengkungan ω untuk			
	besi lunak BS 970 050 A 20	camp alum 080 M 30	besi tuang BS L 102	besi tuang BS 1452-220
20	1.04	1.06	1.03	1.05
40	1.14	1.19	1.39	1.22
60	1.30	1.41	1.99	1.67
80	1.55	1.79	3.36	3.50
100	1.90	2.53	5.25	5.45
120	2.43	3.65	7.57	dalam jang-
140	3.31	4.96	10.30	kuan ini
160	4.32	6.48	13.45	tidak berlaku
180	5.47	8.21	17.03	
200	6.75	10.31	21.02	

Metode perhitungan:
 Perkirakanlah ω dan pilihlah penampang-lintang, hitunglah A . Ulangi I_{min} dan λ dari p 134. Dari tabel kemudian terbaca ω . Ulangi perhitungan dengan nilai baru ω , yang sesuai, sampai nilai permulaan dan nilai akhir dapat diketahui.

KEKUATAN

Kombinasi tegangan

P 24

Kombinasi tegangan langsung

Pembengkokan di dua bidang dengan beban-beban akhir

Tegangan-tegangan σ yang timbul sebagai akibat dari pembengkokan dan beban-beban akhir harus disusutkan.

p 135

$$F_x = F \cos \alpha$$

p 136

$$F_y = F \cos \beta$$

p 137

$$F_z = F \cos \gamma$$

p 138

$$\text{dimana } \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1.$$

Untuk setiap titik $P(x,y)$ pada penampang-lintang B1 B2 B3 B4 tesultan tegangan normal adalah dalam arah-z:

p 139

$$\sigma = \frac{F_z}{A} - \frac{F_y}{I_x} y - \frac{F_x}{I_y} x$$

Catatlah tanda x dan y . Bilamana F_z merupakan sebuah gaya tekan, α , β dan γ akan berada dalam kuadran-kuadran yang berbeda. Untuk tanda fungsi cosinus lihat E 3.

Balok-balok panjang dalam keadaan tekan harus diuji dulu terhadap pelengkungan (tekuk).

Sumbu netral $\alpha = 0$ adalah garis lurus:

p 140

$$y = - \frac{F_x}{F_y} \times \frac{I_x}{I_y} x + \frac{F_z}{F_y} \times \frac{I_x}{A l}$$

yang memotong sumbu-sumbu pada:

p 141

$$x_0 = \frac{F_z}{F_x} \times \frac{I_y}{4 l}; \quad y_0 = \frac{F_z}{F_y} \times \frac{I_x}{A l}$$

Dengan penampang-lintang yang asimetris F diuraikan dalam arah-arah sumbu-sumbu yang terpenting. (lihat P 9).

Pembengkokan dalam satu sumbu dengan beban akhir

Baik F_x maupun F_y dalam rumus-rumus p 139 ... p 141 adalah nol

Pembengkokan dengan	tarikan	memindahkan sumbu netral ke arah daerah	tekanan
	tekanan		tarikan

KEKUATAN

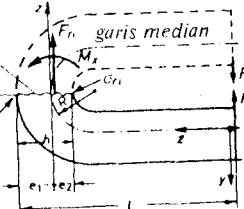
Kombinasi tegangan

P 25

Tegangan dalam balok-balok lengkung ($R < 5h$)

Gaya langsung F_n dan momen pelengkungan M_x (lihat P 8) bekerja pada penampang-lintang 1 yang mengalami tegangan paling tinggi. Untuk distribusi tegangan terhadap penampang-lintang:

$$p_{142} \quad \sigma_1 = \frac{F_n}{A} + \frac{M_x}{AR} + \frac{M_x R}{C} \cdot \frac{y}{R+y}$$



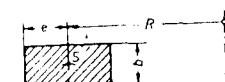
Tegangan-tegangan pada permukaan dalam dan luar adalah:

$$p_{143} \quad \sigma_{ri} = \frac{F_n}{A} + \frac{M_x}{AR} + \frac{M_x R}{C} \cdot \frac{|e_1|}{R+|e_1|} \leq p_{qt}$$

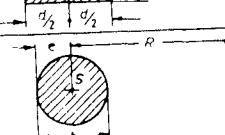
$$p_{144} \quad \sigma_{rl} = \frac{F_n}{A} + \frac{M_x}{AR} - \frac{M_x R}{C} \cdot \frac{|e_2|}{R-|e_2|} \leq p_{qt}$$

Rumus-rumus koefisien C :

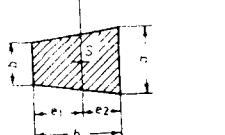
$$p_{145} \quad C = b R^3 \left(\ln \frac{1 + \frac{d}{2R}}{1 - \frac{d}{2R}} - \frac{d}{R} \right)$$



$$p_{146} \quad C = e^2 \pi R^2 \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R}\right)^2}}{1 + \sqrt{1 - \left(\frac{e}{R}\right)^2}}$$

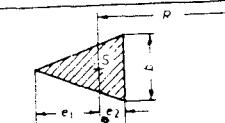


$$p_{147} \quad C = R^4 \left[\frac{a-b}{h} \left(1 + \frac{ae_1 + be_2}{R(a-b)} \right) \times \ln \frac{1 + \frac{e_1}{R}}{1 - \frac{e_2}{R}} - \frac{a-b}{R} - \frac{(a+b)h}{2R^2} \right]$$



Kedudukan pusat massa, lihat K 7

$$p_{148} \quad C = R^4 \left[\frac{b}{3h} \left(3 + \frac{2h}{R} \right) \ln \frac{3 + \frac{2h}{R}}{\frac{h}{3}} - \frac{b}{R} - \frac{b \cdot h}{2R^2} \right]$$



KEKUATAN

Kombinasi tegangan

P 26

Kombinasi tegangan-tegangan geser

Tegangan-tegangan yang timbul sebagai akibat dari geseran dan torsi pada setiap penampang-lintang harus disatukan menjadi vektor-vektor.

Tegangan geser maksimum τ_{res} terjadi pada titik 1 dan bekerja dalam bidang penampang-lintang. Suatu gesekan pelengkap bekerja padanya secara tegak-lurus.

Tegangan torsi maksimum τ_{max}
dalam titik 1

$$p_{149} \quad \frac{5.1 T}{D^3} + \frac{1.7 F}{D^2} \leq p_{qt}$$

dimana $T = F \cdot \frac{d}{2}$:

$$p_{150} \quad 4.244 \times \frac{F}{D^2} \leq p_{qt}$$

$$p_{151} \quad \frac{5.1 T D}{D^4 - d^4} + 1.7 F \cdot \frac{D^2 + Dd + d^2}{D^4 - d^4} \leq p_{qt}$$

dimana $T = F \cdot \frac{D}{2}$:

$$p_{152} \quad F \cdot \frac{4.244 D^2 + 1.7 d(D+d)}{D^4 - d^4} \leq p_{qt}$$

Untuk tabung-tabung berinding tipis

$$p_{153} \quad \frac{5.1 T D}{D^4 - d^4} + \frac{2.55 F}{D^2 - d^2} \leq p_{qt}$$

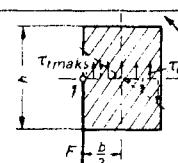
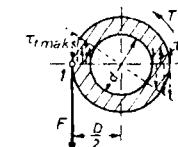
$$p_{154} \quad 2.55 F \cdot \frac{2D^2 + d^2}{D^4 - d^4} \leq p_{qt}$$

$$p_{155} \quad \frac{c_1}{c_2} \cdot \frac{T}{b^2 h} + \frac{1.5 F}{b h} \leq p_{qt}$$

dimana $T = F \cdot \frac{b}{2}$:

$$p_{156} \quad \frac{F}{2 b h} \left(\frac{c_1}{c_2} + 3 \right) \leq p_{qt}$$

penampang-lintang



p_{qt} : tegangan geser yang diizinkan (lihat Z 16)

T : tegangan geser

T_q : tegangan geser torsi maksimum yang dihitung

F : torsi penghasil gaya

T : momen punjur yang dihasilkan oleh F

untuk c_1 dan c_2 lihat P 20

KEKUATAN

Kombinasi tegangan

P 27

Kombinasi tegangan langsung dan tegangan geser

Nilai-nilai kekuatan bahan hanya dapat ditetapkan untuk keadaan tegangan sumbu-tunggal. Karena itu, maka tegangan-tegangan sumbu banyak diubah menjadi tegangan-tegangan ekuivalen sumbu tunggal σ_v (lihat P 29). Sesuai dengan jenis bahan, kemudian dapat digunakan aturan berikut ini:

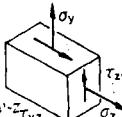
$$\sigma_v \leq p_t \quad \text{or} \quad p_c \quad \text{or} \quad p_{bt}$$

Tegangan-tegangan dalam dua dimensi

Sebuah elemen dapat terkena

tegangan langsung	tegangan geser
σ_z dalam arah z	$\tau_{zy} = \tau$
σ_y dalam arah y	$\tau_{yz} = \tau$

dalam bidang y-z: $\tau_{xy} = \tau$



Dengan memutarkan elemen itu melalui sudut φ_0 , tegangan-tegangan campuran hanya dapat diuraikan ke dalam tegangan tarik dan tegangan tekan yang dinamakan tegangan-tegangan utama

$$p. 157 \quad \sigma_1, \sigma_2 = 0.5(\sigma_z + \sigma_y) \pm \sqrt{0.5^2(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}$$

Arah dari tegangan utama yang tertinggi σ_1 pada sudut putar φ_0 dari kedudukan asli ialah:

$$p. 158 \quad \tan 2\varphi_0 = \frac{2\tau}{\sigma_z - \sigma_y} \quad (\text{dimana tegangan geser adalah nol}).$$

Pemutaran elemen melalui sudut φ_T memberikan tegangan-tegangan geser maksimum

$$p. 159 \quad \tau_{maks} = \pm 0.5\sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} = \pm 0.5(\sigma_1 - \sigma_2)$$

Tegangan-tegangan langsung bekerja pada saat bersamaan:

$$p. 160 \quad \sigma_M = 0.5(\sigma_z + \sigma_y) = 0.5(\sigma_1 + \sigma_2)$$

Arah dari tegangan geser maksimum τ_{maks} adalah:

$$p. 161 \quad \tan 2\varphi_T = -\frac{\sigma_z - \sigma_y}{2\tau}$$

Tegangan-tegangan utama dan tegangan-tegangan geser maksimum berada pada 45° antara satu dan lainnya.

*) Penyelesaian menghasilkan 2 buah sudut. Hal ini berarti, bahwa keduanya, baik tegangan-tegangan utama maupun tegangan geser maksimum terjadi dalam 2 arah pada sudut siku-siku.

KEKUATAN

Kombinasi tegangan

P 28

Tegangan dalam tiga dimensi

Pola dari tegangan dapat diganti dengan

Tegangan-tegangan utama $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$

Tegangan-tegangan itu merupakan 3 jawaban dari persamaan:

$$p. 162 \quad S^3 - R \sigma^2 + S \sigma - T = 0$$

$$p. 163 \quad \text{dimana} \quad R = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$$

$$p. 164 \quad S = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2$$

$$p. 165 \quad T = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2$$

Selesaikanlah persamaan kubik p 162 untuk σ_1, σ_2 dan σ_3 sebagai berikut:

Tetapkan persamaan p 162 = 0 (atau gantilah σ untuk 0 di sisinya sebelah kanan), kemudian tempatkan/gambarkan $y=f(\sigma)$. Titik-titik pemotong dengan sumbu nol memberikan jawabannya. Masukkan nilai-nilai ini dalam p 162 dan dapatkanlah nilai-nilai yang lebih cermat dengan cara mencoba-coba dan interpolasi (penyisipan).

Kejadian di mana $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ menentukan tegangan geser maksimum $\tau_{maks} = 0.5(\sigma_1 - \sigma_3)$.

Pembengkокan dan torsi dalam poros penggerak dengan penampang-lintang bulat

Menurut teori energi regangan maksimum :

$$p. 166 \quad \text{Tegangan ekuivalen} \quad \sigma_E = \sqrt{\tau_{tarik}^2 + 3(\alpha_0 l_{pl})^2} \leq p_{bt}$$

$$p. 167 \quad \text{Momen ekuivalen} \quad M_E = \sqrt{M_b^2 + 0.75(\alpha_c T)^2}$$

Untuk mendapatkan diameter poros itu, tetapkan modul seksi Z yang diperlukan dari:

$$p. 168 \quad Z = \frac{M_F}{p_{bt}}$$

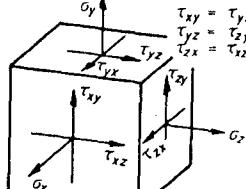
τ_{tarik} : tegangan tarik akibat pembengkockan

α_{pl} : tegangan geser sebagai akibat torsi

M : momen pembengkockan

T : momen puncir (torque)

α_c : sesuai dengan P 29



BAGIAN DARI MESIN

Q 2

Poros penyanga dan poros penggerak

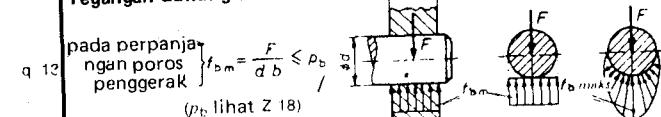
Poros-poros penyanga dan penggerak (perhitungan)

Poros penyanga terdekat) ¹⁾		poros masif penampang-lintang bulat ($Z \approx d^3/10$)	tegangan bengkok yang diizinkan ³⁾
Poros penyanga (axle)	diperlukan modulus seksi untuk pembengkokan		
q 7 tidak bergerak ²⁾	$Z = \frac{M}{P_{bt}}$	$d = \sqrt[3]{\frac{10M}{P_{bt}}}$	$P_{bi} = \frac{\sigma_{biU}}{(3...5)}$
q 8 berputar			$P_{bi} = \frac{\sigma_{biA}}{(3...5)}$

Poros penggerak (shaft)

Stress	diameter untuk poros masif	stress torsional yang diizinkan ³⁾
torsi murni	$d = \sqrt[3]{\frac{5T}{P_{at}}}$	$P_{at} = \frac{\tau_{iu}}{(3...5)}$
torsi dan pembengkokan		$P_{at} = \frac{\tau_{iu}}{(3...5)}$

Tegangan dukung (Bearing stress)



Geseran sebagai akibat beban samping: Perhitungan tidak perlu, jika $l > d/4$ untuk semua poros penggerak dengan penampang bulat

$l > 0.325 h$ untuk poros penyanga · panglintang · siku-siku diam

Defleksi karena pembengkokan lihat P 12
karena torsi lihat P 20

Vibrasi lihat M 6

- 1) Untuk perhitungan cermat lihat DIN 15017
- 2) Rumus-rumus terbatas untuk kelas-kelas beban I+II (P2) saja.
- 3) P_{bi} dan P_{at} diizinkan untuk faktor-konsentrasi,-kekasaran,-ukuran, (lihat DIN 15017), pengamanan stress dan tegangan-tegangan gabungan.

f : tangan gaya F

M , T : momen pembengkok, momen puntir (torque)

σ_{bm} (σ_b) : tegangan dukung rata-rata (yang diizinkan) (lihat Z 18)

BAGIAN DARI MESIN

Q 3

Sendi-sendi nabe-poros (shaft-hub joints)

(lanjutan dari Q 2)

f_{bmaks} lihat q 47 untuk bantalan-bantalan rata yang diberi lubas secara hidrodinamis, untuk kasus lain lihat Z 18
 σ_{biU} , σ_{biA} , τ_{iu} : nilai-nilai lihat Z 16

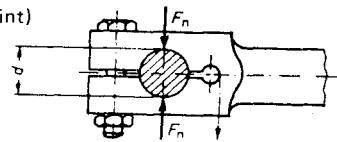
Sendi-sendi friksi terkunci (fiction-locked)

Patent penemuan (misalnya pegas berbentuk gelang, perkakas jepitan Doko, selongsong Spieth, dll.), lihat majalah terbitan pabrik.

Untuk montase-montase interferensi (percampuran) lihat DIN 7190 (metode grafis).

Sendi jepitan (Clamped joint)

$$q 14 \quad F_n = \frac{T v}{\mu d}$$



Sendi meruncing (Taper joint)

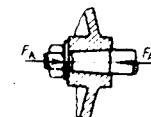
$$q 15 \quad \text{Peruncingan (taper) dari tan } \alpha = \frac{D - d}{l}$$

Untuk perpanjangan poros penggerak yang diruncingkan lihat DIN 1448, 1449 (254).

Rumus untuk gaya aksial F_A pada mur:

$$q 16 \quad F_A = \frac{2 T v}{\mu d_m} \tan\left(\frac{\alpha}{2} + \rho\right)$$

$$q 17 \quad d_m = \frac{D + d}{2}$$



Sendi-sendi khusus buatan pabrik

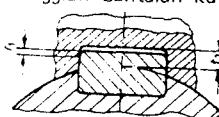
Patent fitting berpasak, nabe pada poros misalnya poligon: lihat majalah terbitan pabrik.

Kunci datar (plain key) (perhitungan terdekat)

Perhitungan berdasarkan tekanan bantalan pada sisi jalur kunci di dalam bahan yang lebih lunak. Dipersiapkan bagi lengkungan poros dan alur-alur (chamfer) r_1 , ketinggian bantalan kunci dapat diambil sekitar r_2 .

Panjang bantalan l adalah untuk meneruskan momen puntir (torque) T :

$$q 18 \quad l = \frac{2 T}{d \cdot r_1 \cdot \rho_s}$$



BAGIAN DARI MESIN

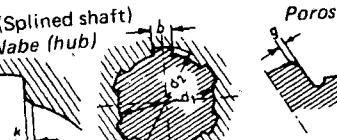
Sendi-sendi nabe poros penggerak

Q 4

Ilanjutan dari Q3

Ukuran menurut DIN 6885, diutamakan Lembar ke 1. Membuat perhitungan untuk pelat-pelat (fillets) dengan bentuk A. Untuk perhitungan-perhitungan yang cermat periksalah Mielitz, Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V. Frankfurt. Forschungsheft 26, 1975.

Poros penggerak berpasak (Splined shaft)



$$q 19 \quad l = \frac{2T}{d_m h \varphi n p_b}$$

$$q 20 \quad d_m = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

$$q 21 \quad h = \frac{d_2 - d_1}{2} - g - k \approx \frac{d_2 - d_1}{2}$$

Beban tidak terbagi rata antara pasak-pasak, karena itu untuk bantalan yang tak seragam dibuat perhitungan dengan faktor φ :

Jenis kedudukan	φ
didudukkan poros	0.75
didudukkan nabe	0.9

Untuk ukuran-ukuran penampang lintang periksa DIN 5462
... 5464

Ukuran nabe

Gunakanlah diagram pada halaman Q 5 untuk menetapkan ukuran nabe.

C o n t o h: Carilah panjang l dan ketebalan jari-jari s dari sebuah nabe yang diperlukan untuk meneruskan momen puntiran T sebesar 3000 N m, terbuat dari baja tuang yang diikatkan dengan sebuah kunci datar.

1. Tetapkan jangkauan "panjang nabe l , CS/St, grup e" yang dianggap sesuai, ikuti garis-garis batas hingga $T = 3000 \text{ N m}$.
Hasil: $l (110 \dots 140) \text{ mm}$.
2. Tetapkan jangkauan "ketebalan nabe s , GS/St, grup 1" yang dianggap sesuai, ikuti garis-garis batas hingga $T = 3000 \text{ N m}$.

Hasil: $s = (43 \dots 56) \text{ mm}$.

F_n : gaya normal luas pancingan
 l : panjang bantalan sambungan

Ilanjutan dari Q 4

n : jumlah pahat

μ : koefisien friksi peluncuran (lihat Z 7)

ν : faktor pengaman (lihat Q 1)

φ : sudut friksi ($\varphi = \arctan \mu$)

p_b : tekanan bantalan yang diizinkan. Untuk perhitungan terdekat:

bahan	$p_b \text{ in N/mm}^2$
CI (besi cor abu-abu)	40 ... 50
CS (baja cor), St (baja)	90 ... 100

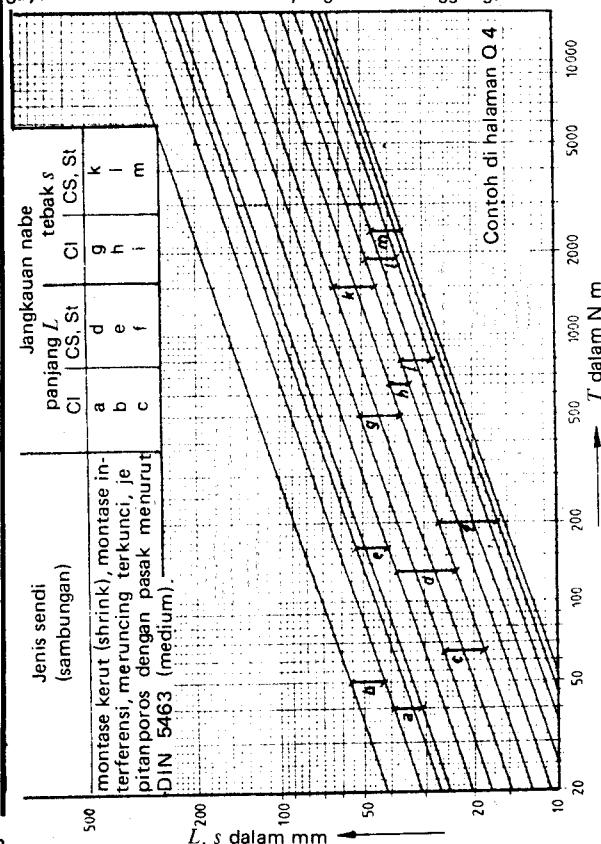
BAGIAN DARI MESIN

Sendi-sendi nabe poros penggerak

Q 5

Diagram untuk mendapatkan ukuran nabe pada Q4

Nilai-nilai berdasarkan praktik ini adalah untuk poros baja terbuat dari baja sesuai ASTM A 572 Tingkat 42 — juga sesuai BS 4360 43 B —, tetapi tidak untuk hal-hal khusus (seperti gaya sentrifugal tinggi dan sebagainya). Tingkatkan L apabila ada gaya-gaya dan momen-momen lain yang akan ditanggung.

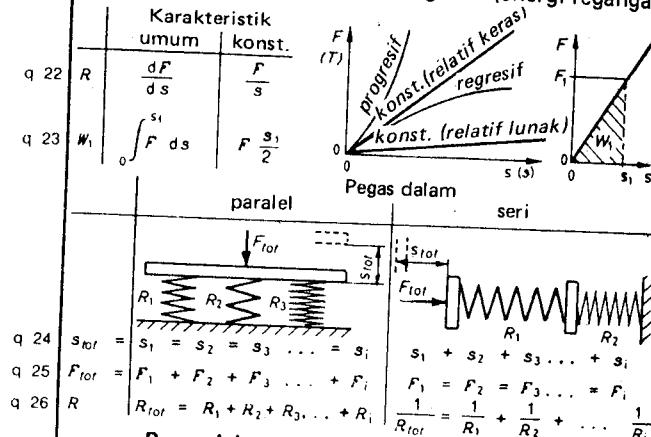


BAGIAN DARI MESIN

Pegas

Q 6

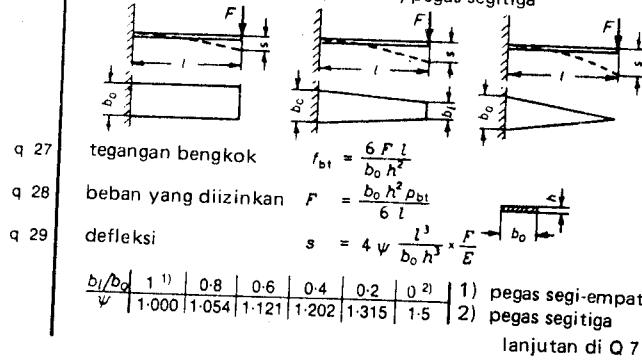
Kecepatan pegas R dan usaha pegas W (energi regangan)



Pegas dalam regangan dan kompresi
misalnya pegas gelang (pegs Belleville)

Pegas dalam lengkungan

Pegas segiempat, pegas trapesoidal, pegas segitiga



BAGIAN DARI MESIN

Pegas

Q 7

Ilanjutan dari Q 6

Pegas-pegas daun berlapis

Pegas-pegas daun berlapis dapat digambarkan sebagai pegas-pegas trapesiodal yang dipotong dalam jalur-jalur dan disusun kembali (pegas dalam gambar dapat diganti dengan dua buah pegas trapesiodal dalam paralel) dari jumlah lebar pegas:

q 30

$$b_0 = z b$$

z : jumlah daun pegas

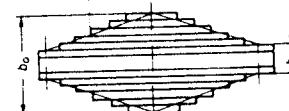
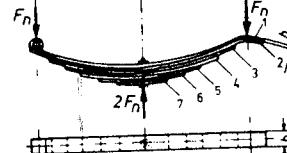
Maka (seperti q 228):

q 31

$$F_n \approx \frac{b h^2 p_{bt}}{6 l}$$

Bilamana daun 1 dan daun 2 panjangnya sama (seperti dalam sketsa) maka:

$$b_1 = 2 b$$



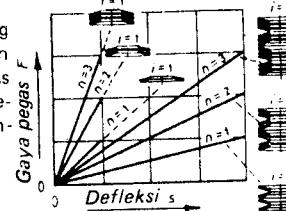
Perhitungan tidak dapat dipakai untuk friksi. Dalam praktik friksi meningkatkan kapasitas pembawa antara 2 12%. Perhitungan cermat menurut Lembar 394, edisi ke-1 th. 1974 Beratungsstelle fur Stahlverwendung, Dusseldorf.

Pegas cakram (pegas gelang)

Karakteristik-karakteristik yang berbeda-beda dapat diperoleh melalui penggabungan n pegas dengan cara yang sama dan i pegas dengan cara yang berlawanan: $F_{tot} = n F_{tunggal}$

q 33

$$F_{tot} = i s_{tunggal}$$



DIN 2092: Perhitungan cermat dari pegas-pegas cakram tunggal
DIN 2093: Ukuran dan karakteristik dari pegas-pegas cakram tunggal
Sifat-sifat bahan: Baja olahan-keras untuk pegas-pegas menurut ASTM A 322, misalnya untuk pegas daun 9255; 6150 — juga menurut BS 970/5 misalnya 250 A 53; 735 A 50 — (Modulus elastisitas (kekentalan): $E = 200.000 \text{ N/mm}^2$)
 p_{bt} : statis 910 N/mm²

BAGIAN DARI MESIN

Pegas

Q 8

Ilanjutan dari Q 7

skala $(500 \pm 225)\text{N/mm}^2$ yang bergetar diambil dan diredukan

Pegas torsi gulung (Coiled torsion spring): Jenis yang terlihat pada sketsa ini kedua ujungnya bebas dan harus dipasang dalam kedudukan tertentu. Pengaturan penempatan yang pasti untuk tangan-tangan pegas akan lebih baik.

q 35

$$F_p \approx \frac{Z p_{bt}}{r}$$

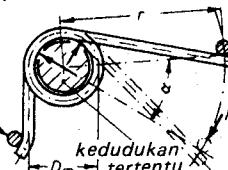
q 36

$$\alpha \approx \frac{Fr}{IE}$$

q 37

$$l \approx D_m \pi i_f$$

i_f : jumlah gulungan

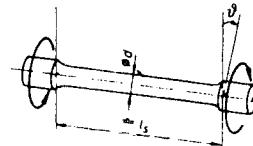


(Koreksi tambahan diperlukan untuk defleksi tangan-tangan panjang)

Untuk perhitungan cermat, lihat DIN 2088.

Pegas-pegas dalam torsi

Pegas batang torsi



Tegangan geser

$$T = \frac{5 T}{d^3}$$

i_s : panjang pegas seperti terlihat dalam sketsa

Momen puntir

$$T = \frac{d^3}{5 p_{qt}}$$

T : momen puntir

Sudut pilin

$$\vartheta = \frac{T l_s}{G I_p} \approx \frac{10 T l_s}{G d^4}$$

q 38

q 39

$$p_{qt} \begin{cases} \text{tanpa beban pendahuluan} \\ \text{dengan beban lebih dulu} \end{cases} \begin{array}{c|c} 700 & 1020 \\ \hline T_r = T_m \pm T_A & \end{array} \begin{array}{c|c} d = 20 \text{ mm} & 500 \pm 350 \\ d = 30 \text{ mm} & 500 \pm 240 \end{array}$$

T_r : stress rata-rata

T_A : amplitudo stress bolak-balik dari gaya torsi

¹⁾ Tidak dapat digunakan untuk faktor stress yang timbul dari lengkungan (curvature) kawat.

²⁾ Tanah permukaan dan bekas ledakan peluru (shot-blasted), dengan beban pendahuluan

BAGIAN DARI MESIN

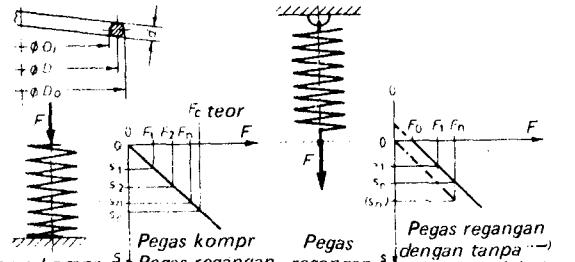
Pegas

Q 9

Ilanjutan dari Q 8

Perhitungan cermat lihat DIN 2091, khususnya untuk panjang pegas

Pegas ulir (helikal) silindris (kompresi dan regangan)



Pegas kompr. Pegas regangan
Pegas kompr. Pegas regangan
Perbandingan gulungan normal: $D/d = 5 \dots 15$; $D = (D_0 + D_s)/2$

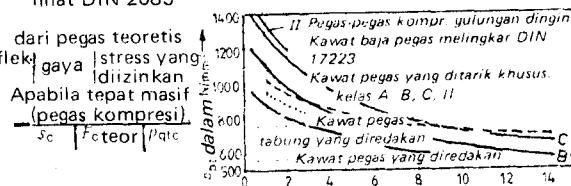
Stress statis:

	pegas komprisi	pegas regangan
q 40	$d = \sqrt[3]{\frac{8 F_{teor} D}{\pi p_{st}}}$	$d = \sqrt[3]{\frac{8 F_n D}{\pi p_{st}}}$
q 41	$d = \sqrt[3]{\frac{8 F_{teor} D}{\pi p_{st}}}$	$d = \sqrt[3]{\frac{8 F_n D}{\pi p_{st}}}$
q 42	Defleksi maks yang diizinkan $s_n = s_c - s_A$	
q 43	Total jarak minimum di antara gulungan dengan $x = 0,2 \dots 0,7$ pada $D/d = 4 \dots 20$	panjang masif (berisi)
q 44	Jumlah gulungan efektif $n = \frac{s}{F} \times \frac{G d^4}{8 D^3}$	
q 45	tegangan geser*) $p_{qt} = p_{qct} = 0,56 \times R_m$ yang diizinkan lihat diagram	$p_{qt} = 0,45 \times R_m$ diagram $\times 0,8$

*) Untuk pelemahan yang lebih besar (higher relaxation)
lihat DIN 2089

dari pegas teoretis defleksi gaya stress yang si diizinkan Apabila tepat masif (pegas kompresi)

$s_c = F_{teor} / p_{qt}$



BAGIAN DARI MESIN

Bantalan (Bearing)

Q 10

lanjutan dari Q 9

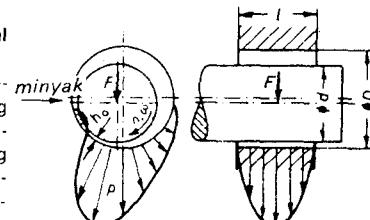
Stress osilasi (getaran): termasuk koefisien k untuk lengkungan kawat dan menggunakan kekuatan lelah (fatigue strength) baja pegas (lihat DIN 2089) dalam perhitungan-perhitungan.

Bantalan beroda (Rolling bearing)

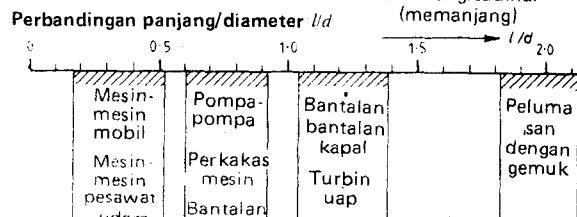
Gunakan rumus-rumus dari buku-buku keluaran pabrik yang memuat kapasitas-kapasitas beban dan ukuran-ukuran, misalnya S.K.F. Timken

Bantalan poros (Journal bearing)

Bantalan ini harus bekerja pada suhu yang sesuai dan tanpa mengalami keausan yang berlebihan, yaitu pemisahan poros dari bantalan dengan suatu lapisan lumas.



Pembagian tegangan dalam seksi transversal (melintang) dan seksi longitudinal (memanjang)



Sifat-sifat umum

Bantalan pendek

Jatuh-tegangan yang besar pada tiap ujung, karena itu perlu pendinginan yang baik dengan arus minyak yang sesuai.

Sangat baik untuk kecepatan putar yang tinggi.

Bantalan panjang

Jatuh-tegangan yang kecil pada tiap ujung, karena itu perlu kapasitas beban tinggi.

Baik pada kecepatan putar yang rendah.

BAGIAN DARI MESIN

Bantalan

Q 11

Ilanjutan dari Q 10 (bantalan poros)

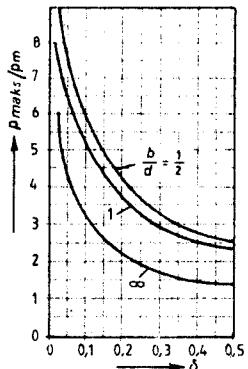
Kapasitas beban rendah pada ke-
cepatan putar rendah. Fasilitas pendingin tidak
cukup. Bahaya beban pinggir.

Tekanan bantalan $f_{b,m}$, $f_{b,maks}$

rata-rata	$f_{b,m} = \frac{F}{d \cdot b}$
maksimum	$f_{b,maks} \leq \frac{2}{3} \cdot \delta_{AF}$

$f_{b,maks}$ terutama tergantung dari
ketebalan relatif δ lapisan pelumas
(lihat angka Sommerfeld q 56).

Diagram di sebelah ini menunjukkan
perbandingan tekanan maksimum terhadap tekanan bantalan rata-rata dalam kaitannya dengan ketebalan relatif lapisan pelumas (Menurut Bauer, VDI 2204).



Ruang main (clearance) bantalan s vs ruang main bantalan relatif ψ

q 48 $s = D - d ; \quad \psi = s/d$

ψ pada dasarnya adalah ruang main bantalan relatif yang terjadi selama bekerja [termasuk ekspansi termis dan deformasi (=timbulnya cacat) elastis].

q 49 Nilai-nilai khas: $\psi = (0.3 \dots 1 \dots 3) 10^{-3}$

Kriteria untuk pemulihan ψ :

	Nilai bawah	Nilai atas
bahan bantalan kekentalan (viskositas).	lunak (misalnya logam putih)	keras (misalnya fosfor)
kecepatan keliling tekanan bantalan	relatif rendah	relatif tinggi
perbandingan panjang/diameter penunjang	relatif rendah	relatif tinggi
	$l/d \leq 0.8$	$l/d \geq 0.8$
	menyesuaikan diri	tegar (kaku)

q 50 Nilai-nilai minimum untuk plastik $\psi \geq (-3 \dots 4) 10^{-3}$
untuk logam briket/sinter $\psi \geq (1.5 \dots 2) 10^{-3}$

BAGIAN DARI MESIN

Bantalan

Q 12

Ilanjutan dari Q 11 (bantalan poros)

q 52 1) Bantalan datar yang dilumasi gemuk $\psi = (-2 \dots 3) 10^{-3}$

Ketebalan relatif dari lapisan pelumas h_{min} dalam μm

Teoretis

$$h_0 \geq h_{min} \text{ defleksi poros}$$

pengerak + distorsi ban-
talatan + total tinggi puncak-
ke-lembah ($R_{11} + R_{12}$)

\downarrow
 \downarrow
 \downarrow
 \downarrow

$$h_{min} = [(1 \dots 3.5 \dots 10 \dots 15) \mu m]$$

\downarrow
kasus khusus, mi-
salnya bantalan
poros engkol mo-
bil

diameter
poros
kecil besar

\downarrow

Ketebalan relatif lapisan pelumas δ

q 55 $\delta = \frac{h_0}{s/2} = \frac{2h_0}{\psi d}$

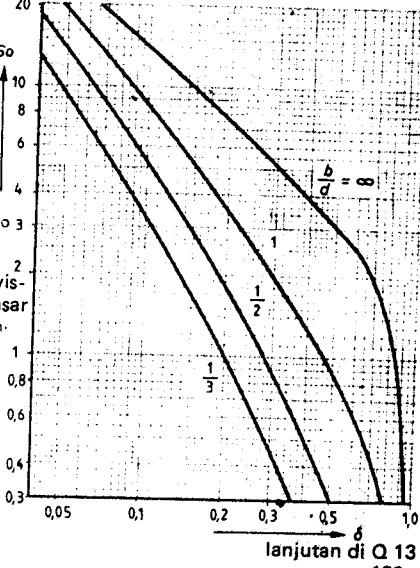
Limit atas untuk bantalan dalam kondisi yang mantap (ke-
cepatan putar, beban, arah beban konstan): $\delta \leq 0.35$ untuk men-
cegah kondisi tidak stabil dan putaran kasar.

Angka Sommerfeld So
(tanpa dimensi)

q 56 $So = \frac{\rho_m \psi^2}{\eta_m \omega}$

Memasukan So
dalam diagram
sebelah ini
menghasilkan δ
dan karena itu h_0
dari q 55

η_m kekentalan (vis-
kositas) atas dasar
suhu rata-rata, η_m .



BAGIAN DARI MESIN

Bantalan

Q 13

lanjutan dari Q12

Kecepatan arus pelumas (Lubricant flow rate) Q

Kecepatan arus teoretis yang diperlukan untuk mempertahankan pelumasan hidrodinamis adalah:

$$q_{57} \quad \dot{Q} = 0.5 b v (s - 2 h_0)$$

Aturan-aturan: Pemasukan minyak ke bagian bantalan yang memuaskan

$$\text{dalam jalur pemasok : } u \approx 2 \text{ m/s} ; \rho_f = 0 \dots 1 \dots (5) \text{ bar}$$

$$q_{58} \quad \text{dalam jalur balik : } u \approx 0.5 \text{ m/s} ; \rho_f = 0$$

$$q_{59} \quad \text{dalam jalur balik : } u \approx 0.5 \text{ m/s} ; \rho_f = 0$$

Alur-alur minyak (kedalaman $\approx 2s$) tidak boleh dipotong ke dalam bidang-bidang daerah tekanan tinggi (Q 10) dan tidak boleh memuaskan hingga di pinggir bantalan. Dengan tekanan tinggi hanya diperlukan alur-alur minyak yang pendek, namun dalam beberapa kasus diperlukan alur-alur minyak yang lebih besar untuk menyinkirkir panas.

Di dalam daerah beban tidak boleh ada alur-alur minyak!

Penyingsiran panas

Kebutuhan: Tenaga friksi ($P_F = \mu F v$) = kecepatan penyingsiran panas

Kebutuhan: Tenaga friksi ($P_F = \mu F v$) = kecepatan penyingsiran panas

$$q_{60} \quad \mu = \frac{3\psi}{S_0} \text{ untuk } S_0 < 1 \text{ (jangkauan kecepatan tinggi)}$$

$$q_{61} \quad \mu = \frac{3\psi}{VS_0} \text{ untuk } S_0 > 1 \text{ (jangkauan beban berat)}$$

Pendingin alamiah (penentuan jenis minyak): Panas terutama disingkirkan dari permukaan rumah mesin A, karena itu

q 62 $F_F = h A (t_m - t_0)$ dengan rumus berdasarkan pengalaman dan pengamatan, untuk h :

$$q_{63} \quad h \left(\frac{w}{m^2 K} \right) = 7 + V w \quad \text{di mana } w \text{ adalah m/s.}$$

Bilamana efek dari permukaan yang memancarkan panas A tidak diketahui, maka karena itu

$$q_{64} \quad A \approx (20 \dots 30) d b \quad \text{untuk } d \leq 100 \text{ mm.}$$

$$q_{65} \quad A \approx (15 \dots 25) d b \quad \text{untuk } d > 100 \text{ mm.}$$

Untuk sebuah rancangan, beban dan syarat suhu kerja yang ditentukan, kekentalan yang diperlukan adalah:

$$q_{66} \quad \eta_m = \frac{\rho_m}{w} \cdot \frac{\psi h A (t_m - t_0)}{3 F_U} \quad (\text{jangkauan kecepatan tinggi})$$

$$q_{67} \quad \eta_m = \frac{\rho_m}{w} \cdot \left[\frac{h A (t_m - t_0)}{3 F_U} \right]^2 \quad (\text{jangkauan beban berat})$$

Jenis minyak yang dibutuhkan dapat ditetapkan setelah t_m dan η_m diketahui (lihat q 56)

Simbol-simbol lihat Q 14.

BAGIAN DARI MESIN

Bantalan

Q 14

lanjutan dari Q 13 (bantalan poros)

Pendingin alamiah (jenis minyak ditentukan)

Karena η itu peka terhadap suhu dan suhu minyak yang mengalir itu semula tidak diketahui, maka gunakanlah metode berulang-ulang dengan q 66 atau q 67 untuk penyempurnaan tak-sirian η_m baik sebelum maupun sesudahnya.

Metode grafis sesuai dengan VDI 2204.

Pendingin paksa

Penyingkiran panas melalui sirkuit minyak, bilamana perlu dengan alat pendingin minyak (di sini konveksi, radiasi dan konduksi dari bantalan diabaikan).

q 68

$$P_F = Q c \varphi (t_2 - t_1)$$

Nilai-nilai pedoman untuk perhitungan-perhitungan sederhana bagi minyak-minyak mineral:

q 69

$$c \approx 1.86 \text{ kJ/(kg K)}$$

q 70

$$\varphi \approx 900 \text{ kg/m}^3$$

Untuk perhitungan-perhitungan yang lebih terinci lihat VDI 2204.

c : panas spesifik (nilai-nilai lihat Z 5)

μ : koefisien friksi

F : gaya bantalan radial

h : koefisien pemindahan panas

h_0 : ketebalan min. lapisan pelumas pada kecepatan gerak (r.p.m) (ketebalan min. lapisan pelumas minyak)

h_{min} : ketebalan min. lapisan pelumas pada putaran r.p.m. rendah

P_F : tekanan (relatif terhadap atmosfer) arus minyak

P_m , P_{max} : rata-rata, tekanan bantalan maksimum

s : ruang main (speling) radial

v : kecepatan tegak lurus poros bantalan atau kecepatan arus minyak

Q : kecepatan aliran pelumas

w : kecepatan udara pendingin (m/s)

t : suhu kerja permukaan rumah mesin

t_0 : suhu lingkungan

t_1 , t_2 : suhu minyak masuk dan suhu minyak ke luar

η : kekentalan dinamis atau absolut, lihat N 1

BAGIAN DARI MESIN

Hantaran kepala-silang, kopeling

Q 15

Ilanjutan dari Q 14

τ_m : kekentalan dinamis berdasarkan suhu rata-rata bantalan

t_m

φ : kerapatan pelumas (nilai-nilai lihat Z 5)

ψ : ruang main (speling) bantalan relatif (nilai-nilai lihat Q 11)

ω : kecepatan sudut

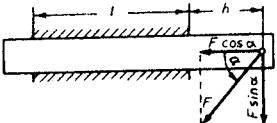
Hantaran kepala-silang (Crosshead)

Hantaran kepala-silang hanya dapat bekerja secara mulus apabila

$$q 71 \quad \tan \alpha < \frac{l}{(2h+l)\mu} \text{ atau}$$

perbandingan panjang adalah

$$\frac{l}{h} = \lambda > \frac{2\mu \tan \alpha}{1 - \mu \tan \alpha}$$



Jika persyaratan di atas untuk $\tan \alpha$ tidak dipenuhi, maka ada bahaya terjadinya unggat-ungkit (tilting) dan kemacetan gerak (jamming).

Kopeling friksi

Waktu selip dan kerugian energi pada setiap kali bekerja

Sisi penggerak

Kopeling T_c

Sisi yang digerakkan T_L



Sebuah model sederhana dengan kondisi-kondisi seperti berikut sudah cukup untuk membuat perhitungan kasar.

Percepatan sisi yang digerakkan dari $w_2 = 0$ hingga $w_2 = w_1$, w_1 = konstan; T_L = konstan; T_c = konstan > T_L

Maka, setiap kali bekerja:

$$q 73 \quad \text{kerugian energi} \quad W_1 = I_2 \times \frac{\omega^2}{2} \times \left(1 + \frac{T_L}{T_c - T_L} \right)$$

$$q 74 \quad \text{waktu selip} \quad t_f = \frac{I_2 w_1}{T_c - T_L}$$

BAGIAN DARI MESIN

Kopeling (clutches)

Q 16

Ilanjutan dari Q 15 (kopeling friksi)

Perhitungan luas dari permukaan friksi

pelat tunggal-	kopeling kembar	pelat ber-lipat ganda datar	kopeling konus	kopeling silindris

Jumlah dan ukuran permukaan friksi tergantung dari tekanan kontak p_b yang diizinkan dan kapasitas termis per satuan luas q_p yang diizinkan.

Perhitungan tekanan kontak p_b
(untuk nilai-nilai lihat Z 19)

Untuk semua jenis permukaan friksi:

$$q 75 \quad t A \geq \frac{T_c}{p_b \mu r_m}$$

$$q 76 \quad \text{dimana} \quad r_m = \frac{2}{3} \times \frac{r_a^3 - r_i^3}{r_a^2 - r_i^2} \approx \frac{r_a + r_i}{2}$$

	datar	permukaan friksi berbentuk konus	berbentuk silinder
q 77 kekuatan bekerja (aksial)	$F_a = A p_b$	$F_a = A p_b \sin \alpha$	
q 78 untuk kopeling berlipat ganda biasanya:	untuk kopeling berlipat ganda biasanya:	untuk mencegah terjadinya	$r_a = r_i = r_m$
q 79 $\frac{r_i}{r_a} = 0.6 \dots 0.8$		$\tan \alpha > \mu$	

Perhitungan kenaikan suhu yang diizinkan

Pada AWAL-GERAK BEBAN-BERAT suhu maksimum dicapai dalam sekali kerja. Hal ini tergantung dari kerugian energi, waktu selip, penyaluran panas, panas spesifik dan pendinginan. Kaitan ini tidak dapat digabung menjadi satu di dalam sebuah rumus.

BAGIAN DARI MESIN

Kopeling friksi dan rem

Q 17

Dengan BEKERJA TANPA BERHENTI suhu konstan hanya dapat terjadi setelah beberapa kali kerja. Di sini terdapat nilai-nilai yang diperoleh dan praktik (empirical) untuk kapasitas termis peraturan luas qp yang diizinkan dengan bekerja tanpa berhenti (lihat Z 19).

- q 80 Daya friksi $P_F = W_1 z$
q 81 Kondisi $\mu A \geq \frac{W_1 z}{q_p}$

Rem friksi

Semua kopeling friksi dapat juga digunakan sebagai rem. Di samping itu juga masih ada:

Rem cakram

Dengan jangka bengkok (caliper) dan bantalan (pads)

Momen puntir penggeraman (Braking torque)

T_B :

$$q 82 \quad T_B = 2 \mu F_s j r_m$$

Rem drum sepatu-bentang (expanding-shoe)

(Gambar rem sederhana menunjukkan, secara sederhana, gaya-gaya yang bekerja pada sepatu)

Sepatu

bagian depan | bagian belakang
(leading) (trailing)

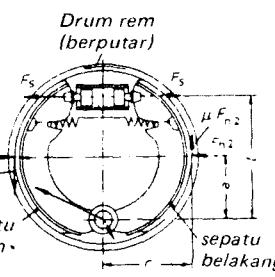
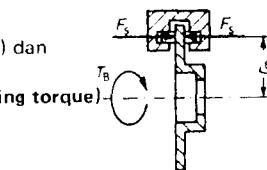
$$q 83:84 \quad F_{n1} = \frac{F_s l}{a - \mu r} \quad F_{n2} = \frac{F_s l}{a + \mu r}$$

(Servoaction =
Aksi penunjang)

Momen puntir penggeraman T_B :

$$q 85 \quad T_B = (F_{n1} + F_{n2}) \mu r$$

Rem Sabuk lihat K 13



BAGIAN DARI MESIN

Roda gigi dengan gigi bentuk spiral

Q 18

Catatan untuk kopeling friksi dan rem (Q 15 . . . Q 17)

- A : luas permukaan friksi
- T_c : momen puntir kerja kopeling
- T_b : momen puntir beban
- T_m : momen puntir motor
- W_1 : kerugian energi dalam waktu sekali kerja
- μ : koefisien friksi
- i : jumlah permukaan friksi
- j : jumlah pengungkat-ungkit (caliper) di dalam rem cakram
- r : jari-jari (radius) permukaan friksi
- r_m , r_o , r_i : radius luar, dalam, rata-rata dari permukaan friksi (EU: s^{-1}, h^{-1})
- z : frekuensi kerja
- ω : kecepatan sudut

(untuk sifat-sifat dari bahan-bahan friksi lihat Z 19)

Roda gigi dengan gigi bentuk spiral

Roda gigi lurus (spur gears), ilmu ukur

- q 86 Perbandingan roda gigi $u = \frac{z_2}{z_1}$
q 87 Perbandingan transmisi $i = \frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{n_a}{n_b} = - \frac{z_b}{z_a}$
q 88 Perbandingan transmisi roda gigi dengan tingkat lipat-ganda (multi-stage gearing): $i_{tot} = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \cdot \dots \cdot i_n$
q 89 Fungsi bentuk spiral (involute function) $\text{inv } \alpha = \tan \alpha + \alpha$



Bilamana A dan E tidak jatuh di antara T_1 dan T_2 , maka akan terjadi interferensi, sehingga harus digunakan roda gigi - roda-gigi yang "disempurnakan" seperti dalam Q 20.

BAGIAN DARI MESIN

Roda gigi dengan gigi bentuk spiral

Q 19

lanjutan dari Q 18 roda gigi lurus

1) Negatif untuk roda-gigi luar, karena putaran berlawanan. Positif untuk roda-gigi dalam. Pada umumnya tanda dapat diabaikan.

	Roda gigi-roda-gigi standar	
	lurus (spur)	helikal (ulir)
q 90	jarak (pitch) normal	$p = \frac{\pi d}{z} = m \pi$
q 91	jarak (pitch) lingkar	$p_t = \frac{m \pi}{\cos \beta}$
q 92	modul normal	$m_n = \frac{p_n}{\pi} = \frac{d}{z} \cos \beta$
q 93	modul lingkar	$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{d}{z}$
q 94	adendum	$h_a = h_{AP} = m$
q 95	dedendum	$h_t = h_{IP} = m + c$
q 96	ruang main (speling)	$c = (0 \cdot 1 \dots 0 \cdot 3) m \approx 0 \cdot 2 m$
q 97	dasar	lanjutan di Q 19
q 98	Untuk simbol-simbol lihat Q 29, akhiran (suffix) lihat Q 23	
q 99/100	diameter referensi	$d = m z$
q 101	diameter ujung (tip-Ø)	$d_a = d + 2 h_a$
q 102	diameter kaki (root-Ø)	$d_t = d - 2 h_t$
q 103	sudut tekanan	$\alpha = \alpha_n = \alpha_t = \alpha_p$ $\tan \alpha = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta}$
q 104	diameter dasar (base-Ø)	$d_b = d \cos \alpha$
q 105/106	jumlah gigi yang ekuivalen	$z_{nx} = \frac{1}{\cos^2 \beta \times \cos \beta}$ tabel lihat DIN 3960 $\approx \frac{z}{\cos^3 \beta}$
q 107	jumlah gigi minimum	$z_{lim} = \frac{2}{\sin^2 \alpha} \approx 17$ for $\alpha_p = 20^\circ$
q 108	untuk menghindari interferensi	teori praktek
q 109		$z_{lim} \approx 14 \xrightarrow{\text{for } \alpha_p=20^\circ} z'_{lim} \approx 14 \cos^3 \beta$
q 110/111		

BAGIAN DARI MESIN

Roda gigi dengan gigi bentuk spiral

Q 20

lanjutan dari Q 19 (transmisi)

	menyebar (spread)	$U = b \tan \beta $
	Transmisi (gearing)	
	lurus	helikal (ulir)
q 112		
q 113/114	jarak tengah	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{z_1 + z_2}{2}$
q 115	panjang jalur kontak (panjang total)	$g_c = \frac{1}{2} \left[\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} + \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} - (d_{b1} + d_{b2}) \tan \alpha_t \right]$
q 116/117	perbandingan kontak melintang (transverse)	$\epsilon_a = \frac{g_a}{p \cos \alpha}$
q 118	perbandingan tumpang-tindih (overlap)	$\epsilon_B = \frac{b \sin \beta }{m_n \pi}$
q 119	perbandingan kontak	$\epsilon_I = \epsilon_a + \epsilon_B$

lanjutan di Q 20

Untuk simbol-simbol lihat Q 29, akhiran lihat Q 23

	Roda gigi yang disempurnakan	
	lurus	Helikal (ulir)
p, p_n, p_t, z, z_{nx}	lihat roda-roda gigi - roda-gigi standar	
m, m_n, m_t, d, d_b	Ordinat profil (profile offset) $x \text{ m}$	$x \text{ m}_n$
q 120/121		
q 122/123	untuk menghindari interferensi	$x_{min} = - \frac{z \sin^2 \alpha}{2} + \frac{h_{a0} - \varphi_{a0} (1 - \sin \alpha)}{m} \approx - \frac{z \sin^2 \alpha}{2 \cos \beta} + \frac{h_{a0} - \varphi_{a0} (1 - \sin \alpha)}{m_n} \approx 0,17 \text{ mm}$
q 124/125	seperti di atas ¹⁾	$x = \frac{14 - z}{17} \approx \frac{14 - (z/\cos^3 \beta)}{17}$
q 126	faktor ordinat profil untuk menentukan jarak tengah spesifik (total)	$x_1 + x_2 = \frac{(z_1 + z_2) \times (\text{inv } \alpha_{wt} - \text{inv } \alpha_t)}{2 \tan \alpha}$
q 127	α_{wt} dihitung dari	$\cos \alpha_{wt} = \frac{(z_1 + z_2) m_t}{2 a} \cos \alpha_t$
q 128	atau	$\text{inv } \alpha_{wt} = \text{inv } \alpha_t + 2 \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} \tan \alpha_n$
q 129	jarak tengah	$a = a_d \frac{\cos \alpha_t}{\cos \alpha_{wt}}$
q 130	koefisien modifikasi adendum	$k_m n = a - a_d - m_n \times (x_1 + x_2)^2$
q 131	adendum	$h_a = h_{AP} + x_m n + k_m n$

BAGIAN DARI MESIN

Roda gigi dengan gigi bentuk spiral

Q 21

Ilanjutan dari Q 20

q 132	dedendum	$h_f = h_{fp} - x m_n$
q 133	diameter luar	$d_a = d + 2 h_a$
q 134	diameter kaki	$d_f = d - 2 h_f$
q 135	panjang jalur kontak	$g_a = \frac{1}{2} [\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} + \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} - (d_{b1} + d_{b2}) \tan \alpha_w]$
136/137	perbandingan kontak melintang	$\epsilon_a = g_a / (p \cos \alpha)$
q 138	perbandingan tumpang tindih	$\epsilon_p = b \sin \beta / (m_n \pi)$
q 139	perbandingan kontak	$\epsilon_f = \epsilon_a + \epsilon_p$

- 1) Jika data perkakas tidak diketahui ambillah $\alpha_p = 20^\circ$.
- 2) Catat tandanya. Dengan roda-gigi luar $k \times m_n < 0$! Jika $k < 0$ modifikasi adendum seringkali dapat dihindari

untuk simbol-simbol lihat Q 29, akhiran lihat Q 23

Roda gigi lurus, rancangan

Ukuran-ukuran dijabarkan dari

kapasitas kaki gigi yang membawa beban
kapasitas samping gigi yang membawa beban,

yang harus dipertahankan secara terpisah.

Rancangan transmisi (gearing) harus diteliti sesuai dengan DIN 3990. Pada konversi dan pengelompokan kasar dari berbagai faktor, dimungkinkan untuk menjabarkan beberapa rumus yang mendekati dari DIN 3990.

Kapasitas beban dari gigi (perhitungan terdekat)

Faktor pengaman S_F terhadap gangguan kelelahan dari kaki gigi:

$$q 140 \quad S_F = \frac{S_{F, \text{lim}}}{\frac{F_1}{b m_n} \times Y_F \times Y_E \times Y_B} \times \frac{Y_S \times K_{FX}}{K_1 \times K_V \times K_{Fa} \times K_{Fb}} \geq S_{F, \text{min}}$$

Memberikan rumus kasar (yang mendekati):

$$q 141 \quad m_n \geq \frac{F_1}{b} Y_F \times K_1 \times K_V \times Y_E \times Y_B \times K_{Fa} \times \underbrace{\frac{K_{FB}}{Y_S \times K_{FX}}}_{\approx 1} \times \underbrace{\frac{S_{F, \text{min}}}{S_{F, \text{lim}}}}_{\approx 1}$$

Y_F : gigi dari faktor untuk transmisi luar (lihat diagram)

BAGIAN DARI MESIN

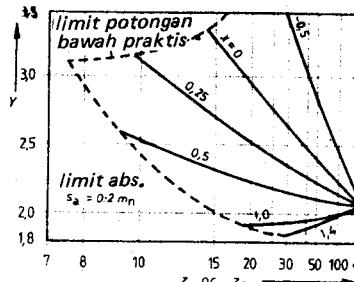
Roda gigi dengan gigi bentuk spiral

Q 22

Ilanjutan dari Q 21 (roda gigi lurus, rancangan)

q 142

$K_1 \times K_V = 1 \dots 3$, lebih jarang, (mengizinkan untuk benturan luar dan gangguan-gangguan yang mencapai momen puntir yang diizinkan, gaya-gaya dinamis dalam tambahan yang timbul dari kesalahan gigi dan kecepatan yang mengelilingi).



$S_{F, \text{min}} = 1,7$ (nilai penuntun)

q 144

$S_{F, \text{lim}}$: nilai-nilai penuntun lihat tabel di Q 22

Untuk simbol-simbol lihat Q 29, akhiran limit Q 23

Kapasitas beban dari samping gigi (perhitungan terdekat)

Faktor pengaman S_H terhadap terjadinya bopeng

$$q 145 \quad S_H = \frac{S_{H, \text{lim}}}{\sqrt{\frac{u+1}{u} \times \frac{F_1}{b d_1} \times Z_H \times Z_M \times Z_E}} \times \frac{Z_V \times K_{HX} \times Z_R \times K_L}{\sqrt{K_1 \times K_V \times K_{Ha} \times K_{Hb}}} \geq S_{H, \text{min}}$$

Untuk bahan logam faktor bahan Z_M disederhanakan menjadi:

$$Z_M = \sqrt{0.35 E} \text{ di mana } E = \frac{2 E_1 E_2}{E_1 + E_2}$$

Karena itu, rumus terdekat menjadi

$$q 147 \quad d_1 \geq \sqrt{\frac{2 F_1}{b} \times \frac{u+1}{u} \times 0.35 E \times Z_H \times Z_E \sqrt{K_{Ha}} \times \sqrt{K_{Hb}} \times \frac{Z_V \times K_{HX} \times Z_R \times K_L}{S_{H, \text{min}}}} \approx 1$$

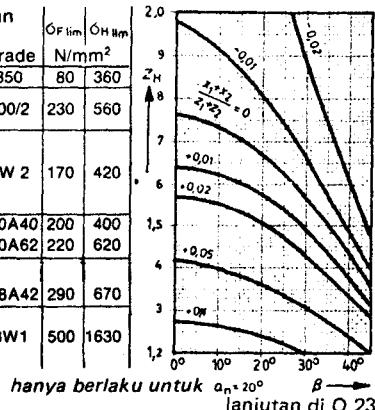
BAGIAN DARI MESIN

Roda gigi dengan gigi bentuk spiral

Q 23

lanjutan dari Q 22, (roda gigi lurus, rancangan)

Bahan	Rincian untuk BS	Grade	$\sigma_{H\text{lim}}$ N/mm ²	$S_{H\text{lim}}$
besi tuang	1452	350	80	360
besi tuang SG	2789	800/2	230	560
baja karbon (tahan terhadap aus).	3100	AW 2	170	420
baja karbon	970	080A40 060A62	200 220	400 620
baja campur (alloy steel)	970	708A42	290	670
Baja campur sepuhan keras	3100	BW1	500	1630



hanya berlaku untuk $\alpha_n = 20^\circ$ $\beta \rightarrow$
lanjutan di Q 23

q 148 Z_H : faktor bentuk samping (lihat diagram)

q 149 $K_L \times K_V$: lihat kapasitas beban dari kaki gigi (Q 142)

q 150 $S_{H\text{min}} \approx$ (nilai penuntun)

q 151 $\sigma_{H\text{lim}}$: nilai-nilai penuntun lihat tabel

$Z_V \times K_{HV} \times Z_R \times K_L = 0.5 \dots 1$. Nilai lebih tinggi untuk kecepatan keliling yang lebih tinggi, kekentalan minyak pelumas yang lebih tinggi dan kekasaran lebih rendah.

Untuk simbol-simbol lihat Q 29, untuk akhiran lihat Q 23

Dalam q 141, q 145 dan 147 harus diketahui b ataupun b dan d . Perbandingan-perbandingan berikut ini adalah untuk mak-sud-maksud perkiraan dan hendaknya digunakan untuk perhitungan pendahuluan.

lanjutan dari Q 23

Ukuran-ukuran pinion

Dapat diambil dari:

q 152

pinion berintegral dengan poros penggerak (shaft) pinion yang bebas memutar pada poros penggerak

1.2 ... 1.5

q 153

2

Atau:
dari perbandingan bantalan i dan suatu jarak yang ditentukan a (lihat q 113-114-129)

Perbandingan-perbandingan lebar gigi

Kualitas gigi dan bantalan

q 154

gigi-gigi dituang atau dibakar dengan rapi

$\frac{b}{m}$

6 ... 10

q 155

gigi-gigi dibuat dengan mesin; bantalan-bantalan menopang kedua sisi pada konstruksi baja atau pada gantungan pinion

(6) ... 10 ... 15

q 156

gigi-gigi dibuat lebih halus dengan mesin; bantalan-bantalan menopang kedua sisi di dalam selongsong bantalan.

15 ... 25

q 157

gigi-gigi dibuat sangat cermat dengan mesin; bantalan-bantalan bermutu pada setiap sisi dan pelumasan di dalam selongsong bantalan $n_1 \leq 50 \text{ s}^{-1}$

20 ... 40

q 158

roda gigi gantung

≤ 0.7

q 159

ditopang penuh

≤ 1.2

Akhiran untuk Q 18 ... 25

a : roda penggerak

b : roda yang digerakkan

1 : roda kecil atau pinion

2 : roda besar atau roda

t : tangensial

n : normal

m : pertengahan gigi untuk roda-gigi konus

v : di konus belakang (atau roda gigi silindris menengah)

Untuk simbol-simbol lihat Q 29

BAGIAN DARI MESIN

Roda gigi konus

Q 24

Roda gigi konus

Roda gigi konus, ilmu ukur

Persamaan-persamaan q 86 . . .

q 88 dapat dimanfaatkan dan

juga

sudut konus δ :

$$q 180 \quad \tan \delta = \frac{\sin \Sigma}{\cos \Sigma + u};$$

$$\left(\Sigma = 90^\circ \Rightarrow \tan \delta_1 = \frac{1}{u} \right)$$

$$q 182 \quad \tan \delta_2 = \frac{\sin \Sigma}{\cos \Sigma + 1/u};$$

$$q 183 \quad (\Sigma = 90^\circ \Rightarrow \tan \delta_2 = u)$$

sudut di antara poros-poros:

Hanya diperlukan

gaya aksial dan gaya radial

yang sedang bekerja dari sebuah

roda jaringan 1

$$q 184 \quad \text{jarak konus dasar } \left\{ R_e = \frac{d_e}{2 \sin \delta} \right.$$

$$q 185 \quad \text{luar } \left\{ R_e = \frac{d_e}{2 \sin \delta} \right.$$

Perkembangan konus belakang untuk menguji kondisi-kondisi

jaringan pegang-memegang (meshing conditions) menentukan

roda gigi silindris menengah (akhiran "V" = menengah/virtual)

berikut nilai-nilainya:

q 166	langsung	roda gigi	$z_v = \frac{z}{\cos \delta}$	$u_v = \frac{z_{v2}}{z_{v1}}$
q 167	spiral			

q 168	konus	$z_v \approx \frac{z}{\cos \delta \cos^3 \beta}$		
-------	-------	--	--	--

Rumus-rumus q 92, q 95 . . . q 100 juga dapat dimanfaatkan pada permukaan konus belakang (akhiran "e")

Roda gigi konus, rancangan

Rancangan diarahkan pada TITIK PUSAT DARI LEBAR b

(akhiran "m") berikut nilai-nilai :

169/170	$R_m = R_e - \frac{b}{2}$	$m_m = \frac{d_m}{z}$	$F_{im} = \frac{2T}{d_m}$	
171/172	$d_m = 2 R_m \sin \delta$			

	$d_m = 2 R_m \sin \delta$	$F_{im} = \frac{2T}{d_m}$	
--	---------------------------	---------------------------	--

Ilanjutan di Q 25

Untuk simbol-simbol lihat Q 29, untuk akhiran lihat Q 23

BAGIAN DARI MESIN

Roda gigi konus

Q 25

Ilanjutan dari Q 24

Gaya aksial dan radial yang pegang-memegang (in mesh)

$$q 173 \quad \text{gaya aksial} \quad F_a = F_{im} \tan \alpha_n \times \sin \delta$$

$$q 174 \quad \text{gaya radial} \quad F_r = F_{im} \tan \alpha_n \times \cos \delta$$

Kapasitas beban dari kaki gigi (perhitungan terdekat)

Faktor pengaman SF terhadap gangguan kelelahan kaki gigi:

$$q 175 \quad S_F = \frac{\bar{F}_{lim}}{\frac{F_{im}}{b m_m} \times Y_F \times Y_{EV} \times Y_P} \times \frac{Y_S \times K_{FX}}{K_1 \times K_V \times K_{Fa} \times K_{Fr}} \geq S_{Fmin}$$

Memberikan rumus terdekat:

$$q 176 \quad m_{nm} \geq \frac{F_{im}}{b} \times Y_F \times K_1 \times K_V \times Y_{EV} \times Y_P \times K_{Fa} \times \frac{K_{Fr}}{Y_S \times K_{FX}} \times \frac{S_{Fmin}}{\bar{F}_{lim}}$$

Y_F : Gantikan jumlah gigi dari roda gigi lurus pelengkap z_v atau, dengan roda gigi spiral $z_{vn} \approx z_v / \cos^3 \beta$ Grafik untuk roda gigi lurus pada halaman Q21 kemudian juga dapat dimanfaatkan untuk roda gigi konus (bevel gear).

Untuk semua data yang lain lihat q 142, q 143 dan q 144.

Kapasitas beban untuk samping gigi (perhitungan terdekat)

Faktor pengaman SH terhadap timbulnya bopeng (pitting) pada permukaan gigi.

$$q 178 \quad S_H = \frac{\bar{F}_{lim}}{\sqrt{\frac{u+1}{u} \times \frac{F_{im}}{b d_1} \times Z_H \times Z_M \times Z_{EV}}} \times \frac{Z_V \times K_{HX} \times Z_R \times K_L}{\sqrt{K_1 \times K_V \times K_{HX} \times K_{HP}}} \geq S_{Hmin}$$

Untuk logam faktor bahan Z_M disederhanakan menjadi:

$$q 179 \quad Z_M = \sqrt{0.35 E} \quad \text{with} \quad E = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}$$

Memberikan rumus terdekat:

$$q 180 \quad d_{vml} \geq \sqrt{\frac{2 T}{b} \times \frac{u+1}{u} \times 0.35 E \times Z_{HV} \times Z_{EV}} \times \sqrt{\frac{V_{K_1 \times K_V} \times V_{K_{HX}}}{Z_V \times K_{HX} \times Z_R \times K_L}} \times \frac{S_{Hmin}}{\bar{F}_{lim}}$$

Z_{HV} : lihat diagram untuk Z_H (halaman Q 22), tetapi hanya berlaku untuk $(x_1 + x_2)/(z_1 + z_2) = 0$ dengan $\beta = \beta_m$.

Untuk semua data yang lain lihat q 148 . . . q 151.

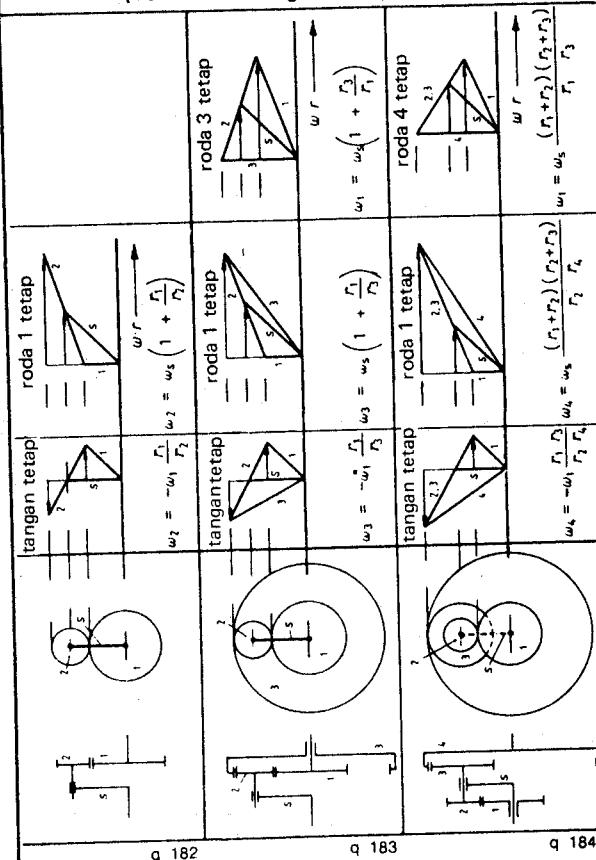
Untuk simbol-simbol lihat Q 29, untuk akhiran lihat Q 23.

BAGIAN DARI MESIN

Transmisi episiklis (Epicyclic gearing)

Q 26

Diagram kecepatan dan kecepatan sudut
(berkenaan dengan ruang tetap)



BAGIAN DARI MESIN

Transmisi ulir (Worm gearing)

Q 27

Transmisi ulir, ilmu ukur

(Transmisi ulir, silindris, modul normal dalam seksi axial, BS 2519, sudut di antara poros-poros penggerak $\Sigma = 90^\circ$)

Ular penggerak

Semua gaya yang bekerja pada gigi-gigi yang pegang-memegang (in mesh) diperlihatkan dengan tiga panah F_{a1} , F_{t1} dan F_{r1} .

Dalam contoh: $z_1 = 2$, ulir tangan kanan

Perbandingan gigi-gigi dari roda gigi dan perbandingan transmisi seperti q 86 . . . 88

Ular, akhiran 1 | Roda ulir, akhiran 2

modul	$m_x = m = m_1$
puncak (dari ulir)	$p_x = m \pi = p_2 = d_2 \pi / z_2$
diameter rata-rata	$d_{m1} = 2 r_{m1}$
(pilihan bebas, untuk nilai-nilai normal lihat DIN 3976)	
faktor bentuk	$q = d_{m1}/m$
sudut ulir tengah	$\tan \gamma_m = \frac{m z_1}{d_{m1}} = \frac{z_1}{q}$
diameter puncak	$d_2 = m z_2$
adendum	$h_{a1} = m$
dedendum	$h_{f1} = m(1+c_1^*)$
faktor ruang main ujung	$c_1^* = (0.167 \dots 0.2 \dots 0.3) = c_2^*$
diameter luar	$d_{a1} = d_{m1} + 2 h_{a1}$
radius alur ujung (tip groove radius)	$r_h = a - d_{a2}/2$
lebar gigi	$b_1 \geq \sqrt{d_{a2}^2 - d_2^2}$
diameter kaki	$d_{f1} = d_{m1} - 2 h_{f1}$
jarak tengah	$a = (d_{m1} + d_2)/2 + x m^{1/3}$

1) Faktor ordinat profil untuk memeriksa suatu jarak tengah pendahuluan, bilamana tidak, $x = 0$. lanjutan di Q 28

Untuk simbol-simbol lihat Q.29, untuk akhiran lihat Q.23

BAGIAN DARI MESIN

Transmisi ulir

Q 28

Lanjutan dari Q 27

Transmisi Ulir, rancangan (penggerak ulir)

		Ulir	Roda ulir
q 199	gaya keliling	$F_{t1} = \frac{2 T_1}{d_{m1}} K_1 \times K_V$	$F_{t2} = F_{st}$
q 200	gaya aksial	$F_{st} = F_{t1} \times \frac{1}{\tan(\gamma + \varphi)}$	$F_{s2} = F_{t1}$
q 201	gaya radial	$F_{r1} = F_{t1} \times \frac{\cos \varphi \times \tan \alpha_0}{\sin(\gamma + \varphi)}$	$= F_r = F_{r2}$
q 202	kecepatan geser	$v_g = \frac{d_{m1}}{2} \times \frac{\omega_1}{\cos \gamma_m}$	

Efisiensi

	Penggerakan ulir	Penggerakan roda ulir
q 203	$\eta = \tan \gamma_m / \tan(\gamma_m + \varphi)$	$\eta' = \tan(\gamma_m - \varphi) / \tan \gamma_m$ $(\gamma_m < \varphi) \Rightarrow$ mengunci-diri!
Koefisien friksi (nilai-nilai khas)	$\mu = \tan \varphi$	
	$v_g = 1 \text{ m/s}$	$v_d = 10 \text{ m/s}$
gigi-gigi ulir diperkeras dan diasah (digurinda)	0·04	0·02
gigi-gigi ulir disepuh keras	0·08	0·05

Untuk perhitungan defleksi poros penggerak dengan ulir lihat

P 12

Perhitungan modul m

Kapasitas beban dari kaki gigi-gigi dan samping-sampingnya setelah kenaikan suhu telah digabungkan dalam rumus terdekat;

<p>q 204</p> <p>q 205</p> <p>q 206</p>	$F_{12} = C b_1 p_2 ;$ $F_{12} = 2 T_2 / d_2 = 2 T_2 / (m z_2)$ $m = \sqrt{\frac{0.8 T_2}{C_{perm} g z_2}}$	<p>di mana $b_2 = 0.8 d_{m1}$; $p_2 = m \pi$.</p> <p>$q = 10$ untuk $i = 10, 20, 40$</p> <p>$a = 17$ untuk $i = 80$, mengunci diri</p>
--	---	--

Nilai-nilai yang diperkirakan untuk roda-roda gigi ulir dengan pendingin alamiah yang normal (ulir diperkeras dan baja yang diasah, roda ulir dari broms):

v_g	$m\ s^{-1}$	1	2	5	10	15	20
C_{perm}	$N\ mm^{-2}$	8	8	5	3.5	2.4	2.2

Bilamana pendinginan cukup, maka nilai berikut ini dapat digunakan untuk semua kecepatan:

$$C_{\text{perm}} \geq 8 \text{ N mm}^{-2}$$

Untuk semua simbol lihat Q 29, untuk akhiran lihat Q 23

BAGIAN DARI MESIN

Roda gigi, Transmisi

Q 29

Catatan untuk Q 18 . . . Q 28 (akhiran-akhiran lihat Q 23)

- a : jarak tengah standar
 b : lebar gigi
 h_{ad} : adendum perkakas pemotong
 h_{ap} : adendum profil referensi (misalnya DIN 867)
 K_{fp} : dedendum profil referensi
 K : perubahan faktor adendum
 p_e : puncak normal ($p_e = p \cos \alpha$, $p_{et} = p_t \cos \alpha_t$)
 z : jumlah gigi
 z_{eq} : ekivalen jumlah gigi
 (C_{perm}) , C : koefisien beban (yang diizinkan)
 F_t : gaya keliling pada silinder puncak (seksi datar)
 K_1 : faktor kerja (benturan luar)
 K_V : faktor dinamis (benturan dalam)
 K_{Fd} : faktor distribusi beban akhir
 K_{Fp} : faktor distribusi beban muka } untuk stress kaki
 K_{Fx} : faktor ukuran
 K_{Hd} : faktor distribusi akhir } untuk stress samping
 K_{Hb} : faktor distribusi muka }
 R_p : total panjang konus puncak (roda-roda gigi konus)
 R_m : panjang konus rata-rata (roda-roda gigi konus)
 T : momen puntir (torque)
 Y_F (Y_S) : faktor bentuk, (faktor konsentrasi stress)
 Y_B : faktor miring (skew factor)
 Y_L : faktor perbandingan beban (load proportion factor)
 Z_H : faktor bentuk samping
 Z_c : faktor pegang-memegang (engagement factor)
 Z_R : faktor kekasaran (roughness factor)
 Z_V : faktor kecepatan
 α_p : sudut profil referensi (DIN 867 : $\alpha_p = 20^\circ$)
 α_w : sudut kerja

 $\frac{\beta}{\beta_b}$ | sudut miring untuk roda gigi ulir | silinder puncak

 φ : sudut friksi geser ($\tan \varphi = \mu$)
 ρ_{au} : radius pinggir ujung perkakas
 $\sigma_{F_{lim}}$: kekuatan lelah
 $\sigma_{G_{lim}}$: tekanan Hertz (tekanan kontak)

lanjutan dari Q 29

Perhitungan cermat untuk roda-roda gigi lurus dan konus:

DIN 3990

Istilah dan definisi untuk

roda gigi lurus dan transmisi : DIN 3960

roda gigi konus dan transmisi: DIN 3971 atau BS 2519
transmisi ulir langsung : DIN 3975

Rancangan perkakas mesin: pandangan umum

Komponen-komponen bagian mesin yang terkena pengaruh stress kerja (kerangka dengan permukaan kopel/mating dan permukaan luncur/guide, eretan (slide) dan meja penopang, batang-ulir kerja dengan bantalan-bantalan) dirancang untuk tetap bekerja dengan cermat selama bertahun-tahun. Alat-alat itu dibuat dengan bidang-bidang bantalan yang berlimpah dan dimaksudkan untuk menyetel kembali atau menggantikan permukaan alat-alat yang telah aus apabila hal itu diperlukan. Defleksi maksimum yang diizinkan pada pinggiran untuk memotong (titik formasi tatal/chip formation) adalah kira-kira 0,03 mm. Untuk bidang ulir perhatikan rumus P 13 dan untuk gaya-gaya potong lihat r 4.

Penggerakan pemotongan (penggerakan utama) dengan $v = \text{konst}$. sepanjang jangkauan kerja (potongan kerja maksimum dan minimum atau diameter perkakas dapat diperoleh dengan kecepatan-kecepatan output dalam deret ukur:

$$r_1 = n_1 \varphi^{k-1}$$

Perbandingan progresif φ untuk kecepatan-kecepatan $n_1 \dots n_k$ dengan kecepatan-kecepatan output sebanyak k dapat dihitung dengan:

$$\varphi = \sqrt[k-1]{\frac{n_k}{n_1}}$$

dan seri yang dikehendaki telah tersusun.

Standar perbandingan progresif φ : 1,12–1, 25–1,4–1,6–2,0

Seri dasar kecepatan R_{20} di mana $\varphi = \sqrt[20]{10} = 1,12$:

... 100–112–125–140–160–180–200–224–250–280–315
–355–400–450–500–560–630–710–800–900–1000–... rpm.

Bantalan-bantalan pemotong telah dirancang menurut jumlah poros penggerak dan tingkat-tingkat.

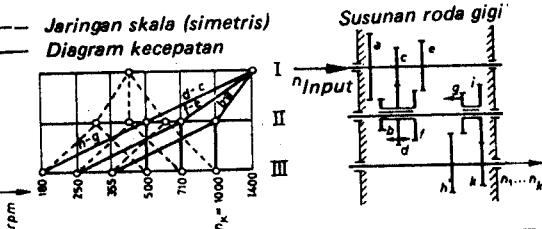
Contoh: Sebuah penggerak roda-gigi III/6 mencakup 3 poros penggerak dan dilengkapi dengan 6 kecepatan output. Di bawah ini adalah gambaran mengenai unit roda gigi (untuk $k = 6$; $\varphi = 1,4$; $n_1 = 180$; $n_k = 1000$):

TEKNIK PRODUKSI

Hal jkhwal mesin

R 2

— Jaringan skala (simetris)
— Diagram kecepatan



Untuk keterangan simbol-simbol perhatikan R 4

Daya potong P_s

$$\text{Daya potong } P_s = \frac{F_s \times v}{\eta_{\text{mek.}} \times \eta_{\text{listrik}}}$$

Gaya potong

di mana h dan b adalah da
 $k_{s1,1}$ dalam N/m.

di mana h dan b adalah dalam mm,
 k_{s1} dalam N/mm^2 dan F_s dalam N.

f 3

f 4

14

lanjutan dari R 2

Tabel nilai-nilai untuk K, b, h, z_e k_{s1} 1; 1-z lihat Z 17

No	Metode	Sketsa	K	b	θ	z_e	Catatan
r5	Merumput memanjang ke luar		1				
r6	ke dalam analog dengan r5		1.2	$\frac{a}{\sin \alpha}$	$s \times \sin \alpha$	1	
r7	Menurut dan membubut		1.1	HM			
r8	Mengebor dan mengerek		1.2	HSS			
r9	Mengebor dan potong-bawah akhir (millining)		0.85	HM	$\frac{D - d}{2 \sin \frac{\alpha}{2}}$	$s_z \times \sin \frac{\alpha}{2}$	$d = 0$ jika mengebor $\sigma = 118^\circ$ utk bajia
r10	Perigain (milling) dan potong-bawah akhir		1	HSS		$s_z = 0.5 s$	$\cos \varphi_s = \frac{1}{1 - 2 \alpha / D}$ $\chi = 90^\circ - \theta$
					$\frac{B}{\sin \delta}$	$\frac{2a}{D} s_z \times \sin \chi$	$\frac{\varphi_s \cdot 2s}{360^\circ}$ $\varphi_s = \frac{\varphi_1 - \varphi}{D}$ $\cos \varphi_1 = \frac{D}{D + B}$ $\cos \varphi_2 = \frac{D}{D + B}$ hitunglah φ_1 dan φ_2 ke arah putaran
					$\frac{a}{\sin \chi}$	$\frac{1}{\varphi_s} s_z \times \sin \chi$	

Untuk keterangan simbol-simbol perhatikan R 4

TEKNIK PRODUKSI

Hal ikhwat mesin

R 3

Panggerak pengisian (Feed drives)

Penggerak pengisian (Feed drives), Pengisian dalam deret ukur dengan perbandingan progresif $= 1,12 - 1,25 - 1,4 - 1,6 - 2,0$

$$\varphi = 1,12 - 1,25 - 1,4 = 1,8 - 2,0$$

	Kecepatan pengisian (Feed rate) Metode	Kecepatan pengisian	Catatan
r 11	Memutar, memanjang (ke luar dan ke dalam)	$u = n \times s$	
r 12	Mengebor(drilling)	$u = n \times s_z + z_s$	untuk bor pilin $z_c = z_s = 2$ $s_z = 0.5 \text{ s}$
r 13	Menyerut, membubut	$u = v$	
r 14	Perigian (milling), perigian datar dan perigian akhir	$u = s_z \times n \times z_s$	

Waktu pemotongan t_s

$$t_s = \frac{l_1}{u} ; \text{ dimana } l_1 = l + l'.$$

Bilamana akan menghitung waktu sebuah putaran dan waktu mesin bekerja untuk setiap paket pekerjaan, maka gerakan pengisian dan bahan yang akan diisi serta juga jarak yang telah dilalui oleh bahan itu pada waktu mesin hidup tanpa adanya pemotongan, dibagi oleh kecepatan-kecepatan yang sesuai haruslah ikut dipertimbangkan.

Daya pengisian P_V

$$P_v = \frac{u(F_R + F_Y)}{2mek^2listr}$$

$$Gaya pengisian \quad f_y = 0.2 F_s ; \quad (F_s \text{ dari r 4})$$

$$F_B = m_B \cdot g \cdot \mu$$

Gaya torsi di mana m_b adalah massa yang digerakkan, misalnya dalam hal mesin-mesin giling adalah jumlah massa meja dan massa paket kerja.

Haruslah ditentukan apakah daya pengisian seperti telah dihitung menurut r 16 sudah cukup untuk mempercepat komponen-komponen yang bergerak, hingga kecepatan gerak cepat u_E dalam waktu yang ditentukan t_b (dalam mesin-mesin produksi $u_E \approx 0,2 \text{ m/s}$).

TEKNIK PRODUKSI

Hal ikhwal mesijn

R 4

Keterangan simbol-simbol

yang digunakan pada halaman R 1 . . . R 3

Selain daripada itu berikut ini dapat digunakan:

$$P_V = u_E m_b \left(\mu g + \frac{u_E}{t_b} \right) \frac{1}{\eta_{mek.} \times \eta_{listr.}}$$

Untuk keterangan simbol-simbol perhatikan:

- a : infeed/lebar serutan masuk
 b : lebar cip
 B : lebar perigian
 B_1, B_2 : lebar perigian diukur dari tengah perkakas
 d : diameter lubang yang dibor sebelumnya
 D : diameter perkakas
 F_R : gaya friksi
 F_S : gaya pemotong
 F_V : gaya pengisian
 g : percepatan gravitacional
 h : ketebalan cip
 k : jumlah kecepatan output
 k_s : gaya potong dasar yang berkaitan dengan luas
 K : faktor metode
 l : gerak pemotongan
 l_1 : gerak kerja
 l' : gerak kelebihan pada kedua ujung akhir dengan tingkat pengisian l'
 n : kecepatan
 n_1 : kecepatan output minimum
 n_2 : kecepatan output maksimum
 s : pengisian (feed)
 s_z : pengisian setiap tepi potong (cutting edge)
 t_b : waktu percepatan
 t_s : waktu pemotongan
 u : kecepatan/rate pengisian
 u_E : kecepatan memutar segera (rapid traverse speed)
 v : kecepatan memotong

TEKNIK PRODUKSI

Penggarapan logam

R 5

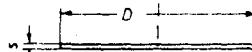
Penggarapan pelat tanpa api

Penarikan ke dalam (deep drawing)

- z_e : jumlah tepi (pinggiran) potong yang bekerja
- z_s : jumlah tepi potong pada setiap perkakas
- δ : sudut ulir pemotong (cutter helix angle)
- ϵ_s : perbandingan kelangsungan (slenderness ratio) ($\epsilon_s = a/s$)
- η_{istr} : efisiensi listrik
- η_{maks} : efisiensi mekanik
- α : sudut penyetelan (setting angle)
- μ : koefisien friksi, lihat Z 7
- σ : sudut ungkit bor (drill tip angle)
- φ : perbandingan progresif
- φ_s : sudut (lubang) masuk pemotong perigian
- HM : pengungkit karbid
- HSS : pengungkit berkecepatan tinggi (high-speed tip)

Diameter polos permulaan D

$$r 20 \quad D = \sqrt{\frac{4}{\pi} \times \sum A_m}$$



A_m adalah luas-luas permukaan dari garapan yang telah diselesaikan, yang dapat dihitung dengan rumus-rumus berikut: b 30, c 12, c 16, c 21, c 25, c 27 atau c 30. Luas-luas permukaan pada radius-radius transisi untuk kedua cetakan tarik dan cetakan tumbuk dihitung sebagai berikut:



$$r 21 \quad A_m = \frac{\pi}{4} [2\pi a_1 r_2 + 4(\pi - 2)r_2^2]$$



$$A_m = \frac{\pi}{4} (2\pi d_4 + 8r_1)r_1 + \frac{\pi}{4} d_4^2$$

Contoh: (diumpamakan $r_1 = r_2 = r$)

$$r 22 \quad D = \sqrt{d_4^2 + d_6^2 - d_5^2 + 4d_1 h + 2\pi r(d_1 + d_4) + 4\pi r^2}$$

TEKNIK PRODUKSI

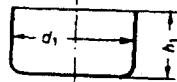
Penggarapan logam

R 6

lanjutan dari R 5

Tingkat ke-1 dan ke-2

tingkat ke-1



r 23

$$\beta_1 = \frac{D}{d_1}$$

r 24

$$\beta_1^{\text{maks}} = \beta_{100} + 0.1 - \left(\frac{d_1}{s} - 0.001 \right)$$

r 25

$$F_{01} = \pi d_1 s k_{fm1} \varphi_1 \frac{1}{\eta_{E1}}$$

r 26

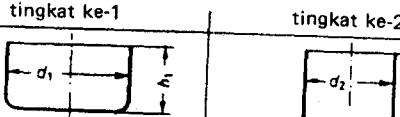
$$\varphi_1 = \sqrt{0.6 \beta_1^2 - 0.4}$$

r 27

$$k_{fm1} = \frac{w}{\varphi_1}$$

r 28

r 29



$$\beta_2 = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\beta_{2\text{max}} = \beta_{100} + 0.1 - \left(\frac{d_2}{s} - 0.001 \right)$$

$$F_{02} = \frac{F_{01}}{2} + \pi d_2 s k_{fm2} \varphi_2 \frac{1}{\eta_{E2}}$$

$$\varphi_2 = \sqrt{0.6 \beta_2^2 - 0.4}$$

$$\begin{aligned} &\text{tanpa pemijaran } k_{fm2} = \frac{k_{f1} + k_{f2}}{2} \\ &\text{dengan di tengah-tengah } k_{fm2} = \frac{w}{\varphi_2} \end{aligned}$$

Usaha w , yang berkaitan dengan volume dan kekuatan yang dihasilkan k_f , telah diperoleh dari garis pengenal (curve) deformasi untuk nilai yang memadai dari perbandingan deformasi logaritmis φ (lihat Z 20).

Gaya-gaya pengaruh warna putih F_{B1} dan F_{B2} (blank holding forces)

tingkat ke-1

r 30

$$F_{B1} = (D^2 - d_1^2) \frac{\pi}{4} \frac{R_m}{400} \left[(\beta_1^2 - 1) + \frac{d_1}{s} \right]$$

tingkat ke-2

$$F_{B2} = (d_1^2 - d_2^2) \frac{\pi}{4} \frac{R_m}{400} \left[(\beta_2^2 - 1) + \frac{d_2}{s} \right]$$

Percetakan dasar terjadi apabila

r 31

$$R_m \leq \frac{F_{01} + 0.1 F_{B1}}{\pi d_1 s}$$

$$R_m \leq \frac{F_{02} + 0.1 F_{B2}}{\pi d_2 s}$$

TEKNIK LISTRIK

Istilah umum

S 1

lanjutan dari R 6

r 32

Kondisi-kondisi penarikan maksimum β dan R_m

Bahan Jerman	Bahan Inggris	Rincian dari BS	Tingkat	tanpa pemijaran di tengah proses		R_m N/mm ²
				β_{100}	dengan pemijaran di tengah proses	
St 10	DIN 1623	Baja	1449	15	1.7	1.5
USt 12		Karbon	1	4	1.8	1.6
USt 13				3	1.9	1.25
USt 14	DIN	Karbon		2	2.0	1.3
St 37				1	1.7	—
X 12 CrNi 189 (18% Cr; 9% Ni)	baja - anti karat	970	321 S 20	2.0	1.2	1.8
AlMgSi lunak	campuran Alu	1490	LM 5	2.05	1.4	1.9
						150

Catatan untuk R 5 dan R 6

A_m : luas permukaan

$F_{\varphi_1}, F_{\varphi_2}$: gaya penarikan di tingkat ke-1 dan ke-2

k_{m1} atau k_{m2} : kekuatan rata-rata yang dihasilkan pada tingkat ke-1 dan tingkat ke-2

k_{11}, k_{12} : kekuatan yang dihasilkan untuk φ_1 dan φ_2

r : radius/jari-jari

r_s : radius dari alat cetakan tumbuk

r_d : radius dari alat cetakan tarik

w : usaha per satuan volume = $\frac{\text{usaha deformasi}}{\text{volume pembentukan}}$

β_1, β_2 : perbandingan penarikan pada tingkat ke-1 dan ke-2

β_{100} : perbandingan penarikan maksimum untuk $s = 1 \text{ mm}$ dan $d = 100 \text{ mm}$

$\beta_{1\text{maks}}, \beta_{2\text{maks}}$ perbandingan penarikan maks, tingkat ke-1 dan ke-2.

η_{E1}, η_{E2} : efisiensi proses, tingkat ke-1 dan ke-2

φ_1, φ_2 : perbandingan deformasi logaritmik, tingkat ke-1 dan ke-2

Kuantitas listrik dan satuan-satuananya yang terpenting.

Aturan dasar

s 1

Penggunaan huruf-huruf besar dan kecil sebagai lambang

Kuantitas listrik yang bergantung pada waktu, ditulis khusus dengan huruf-huruf besar: Kuantitas listrik yang berubah-ubah menurut waktu ditulis dengan huruf-huruf kecil atau dengan huruf-huruf besar yang dibubuh tanda t

Contoh: rumus s 8, s 9, s 13

Pengecualian: f, ω , i, \dot{u} , p_{Fe10}

Usaha listrik W

Usaha listrik W adalah ekuivalen dengan usaha mekanik W seperti diterangkan dalam M 1. Namun konversi energi dapat mengalami kerugian-kerugian.

Satuan: J; Ws (wattsecond); kWh, MWh

$$1 \text{ Ws} = 1 \text{ Joule} = 1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$$

Selanjutnya akan berlaku hubungan berikut dengan menggunakan kuantitas-kuantitas yang telah diterangkan dalam S1 dan S2:

s 2

$$W = I V t = \frac{V^2}{R} t = I^2 R t$$

Daya listrik P

Daya listrik P adalah ekuivalen dengan daya mekanik P seperti diterangkan dalam M 1. Namun konversi energi dapat mengalami kerugian-kerugian.

Satuan: W (Watt); kW; MW

$$1 \text{ W} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}$$

Selanjutnya akan berlaku hubungan berikut dengan menggunakan kuantitas-kuantitas yang telah diterangkan dalam S1 dan S2:

s 3

$$P = \frac{V^2}{R} = I^2 R$$

Frekuensi f lihat L 1

Periode T lihat L 1

Frekuensi sudut ω , kecepatan sudut ω lihat L 1

Arus I

Adalah suatu kuantitas dasar (lihat kata pengantar dan petunjuk)

Satuan: A (ampere); mA; kA

TEKNIK LISTRIK

Istilah umum

S 2

Ilanjutan dari S 1

Arus 1 A telah dapat ditentukan dengan pertolongan gaya tarik yang dilakukan oleh dua pengantar paralel yang beraliran listrik terhadap masing-masing.

Kerapatan arus J

s 4

$$J = \frac{I}{A}$$

Hanya dapat digunakan apabila pembagian arus / melalui penampang silang A adalah seragam.

Satuan: A/m^2 ; A/mm^2

Perbedaan potensial V

s 5

$$V = \frac{P}{I}$$

Satuan: V (volt); mV; kV

Apabila arus rata sebesar 1 A melalui sebuah pengantar mengubah energi sebesar 1 W, maka tegangan di antara kedua ujung pengantar itu adalah 1 V

$$1V = \frac{W}{A} = 1 \frac{J}{sA} = 1A\Omega = 1 \frac{Nm}{sA}$$

Resistansi R

s 6

$$R = \frac{V}{I} \quad (\text{Hukum Ohm})$$

Satuan: Ω (ohm); $k\Omega$; $M\Omega$

Apabila suatu tegangan sebesar 1 V yang melintang pada sebuah pengantar menyebabkan aliran arus 1 A di dalamnya, maka resistansi adalah 1 Ω .

$$1\Omega = \frac{1V}{1A} = 1 \frac{W}{A^2} = 1 \frac{W}{sA^2} = 1 \frac{Nm}{sA^2}$$

Konduktansi G

s 7

Konduktansi G adalah kebalikan dari resistansi R.

$$G = 1/R$$

Satuan: $1/\Omega$

$$1/\Omega = [1 \text{ Mho}]$$

Kuantitas listrik, muatan Q

s 8

$$q = \int i dt \quad (\text{lihat s 1})$$

Untuk arus rata:

s 9

$$Q = I t$$

TEKNIK LISTRIK

Istilah umum

S 3

Ilanjutan dari S 2

Satuan: C (coulomb):

$$1C = 1As$$

Kapasitansi C

Kapasitansi C dari sebuah kondensator adalah perbandingan kuantitas listrik Q yang disimpan di dalamnya dengan tegangan V yang melintanginya

$$C = \frac{Q}{V}$$

Satuan: F (farad); μF ; nF ; pF

Apabila sebuah kondensator memerlukan muatan 1 C untuk dimuat sampai pada tegangan 1 V, maka kapasitansi adalah 1 F.

$$1F = 1 \frac{C}{V} = 1 \frac{As}{V} = 1 \frac{A^2 s}{W} = 1 \frac{A^2 s^2}{J} = 1 \frac{A^2 s^2}{Nm}$$

Fluks (garis kuat) magnet ϕ

s 11

$$\phi = \frac{1}{N} \int v dt \quad (\text{lihat s 1})$$

Di sini N adalah jumlah lilitan sebuah kumparan dan v adalah tegangan yang diinduksikan, apabila fluks magnet ϕ yang berkaitan dengan kumparan itu berubah-ubah menurut waktu.

Satuan: Wb (weber) = $V s = 10^8 M$ (maxwell)

1 Wb adalah fluks magnet yang menghubungkan sebuah sirkuit 1 putaran serta menginduksikan tegangan 1 V di dalamnya, apabila ia berkurang menjadi nol dalam waktu 1 detik dengan kecepatan seragam.

Induksi magnet (kerapatan fluks) B

s 12

Induksi magnet dalam sebuah penampang-lintang A adalah:

$$B = \frac{\phi}{A}$$

Di sini A adalah daerah penampang-lintang yang dilalui secara tegak-lurus oleh fluks magnet homogen ϕ .

Satuan: T (tesla); μT ; nT ; $V s/m^2$; G (gauss)

$$1T = 1 \frac{Vs}{m^2} = 10^{-4} \frac{Vs}{cm^2} = \left[10^4 G = 10^4 \frac{M}{cm^2} \right]$$

Apabila suatu fluks magnet homogen sebesar 1 Wb menembus secara tegak lurus sebuah daerah seluas 1 m^2 , maka induksi magnet adalah 1 T.

TEKNIK LISTRIK

Istilah umum

S 4

lanjutan dari S 3

Induktansi L

$$L = N \frac{\phi}{I} = N \frac{\phi_t}{i} \quad (\text{lihat s 1})$$

Di sini I adalah arus yang mengalir melalui sebuah kumparan dengan N lilitan dan ϕ adalah fluks magnet yang berada di dalam kumparan ini.

Satuan H (henry); mH

1 H adalah induktansi sebuah jerat tertutup yang terdiri atas 1 putaran yang, apabila ditempatkan di dalam vakum dan dilalui oleh arus 1 A, mengurung fluks magnet 1 Wb.

$$1 H = 1 \frac{Wb}{A} = 1 \frac{Vs}{A}$$

Kekuatan medan magnet H

$$H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r}$$

Satuan: A/m; A/cm; A/mm; (Lilitan Ampere/m)

Gaya magnetomotif F

$$F = NI,$$

Satuan: A; kA; mA (Lilitan Ampere)

Gaya magnetomotif F_i di dalam sebuah seksi ke- i sebuah sirkuit magnet:

$$F_i = H_i l_i$$

Di sini l_i adalah panjang seksi ini.

$$\sum_{i=1}^n F_i = F$$

Reluktansi S dari sebuah seksi homogen sirkuit magnet:

$$S = \frac{F}{\phi} \quad (\text{ekuivalen dengan Hukum Ohm})$$

Satuan: 1/H; = A/Vs; (Lilitan Ampere/Wb)

Untuk simbol lihat S 16

s 13

s 14

s 15

s 16

s 17

s 18

TEKNIK LISTRIK

Sirkuit listrik

S 5

Sifat dasar sirkuit listrik

Arah arus, tegangan dilukiskan dengan panah

Arah arus dan arah panah melukiskan arus-arus positif pada generator $- \rightarrow +$
beban $+ \rightarrow -$

Arah selisih potensial dan arah panah selalu melukiskan tegangan positif $+ \rightarrow -$

Arah panah yang melukiskan arus atau tegangan

	di mana fungsi elemen (generator atau beban) maupun polaritas	menentukan arah panah	di mana perhitungan menghasilkan suatu nilai, arah positif negatif mengenai panah arus atau tegang
s 23	diketahui	seperti tsb di atas	— —
s 24	tidak diketahui	secara sembarang	yang sama yang berhadapan

Ketentuan khusus

Panah-panah yang melukiskan keadaan jatuh-tegangan antara kedua ujung sebuah perlawanan dan arus yang menyebabkannya, selalu harus ditentukan dalam arah yang sama (seperti $R > 0$).

Hukum Ohm

Arus melalui sebuah perlawanan:

$$I = \frac{V}{R} \quad (\text{lihat juga s 6})$$

Resistansi R suatu pengantar

$$R = \frac{\rho l}{A} = \frac{l}{\gamma A}$$

Resistansi R suatu pengantar pada suhu ϑ (dalam $^{\circ}\text{C}$)

$$R = R_{20} [1 + \alpha (\vartheta - 20^{\circ}\text{C})]$$

Pemanasan listrik sebuah massa m

$$VI t \eta = cm \Delta \vartheta$$

α : koefisien suhu

γ : konduktivitas

ρ : resistivitas

c : panas spesifik

η : efisiensi

(lihat Z 21)

(lihat Z 21)

(lihat Z 21)

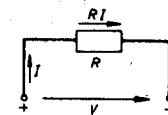
(lihat Z 1..4 dan O2)

$\Delta \vartheta$: perubahan suhu

t : waktu

R_{20} : resistansi pada $\vartheta = 20^{\circ}\text{C}$

lanjutan di S 6



TEKNIK LISTRIK

Kombinasi perlawanan

S 6

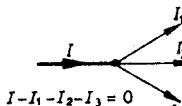
Ilanjutan dari S 5

Hukum Kirchoff I

Jumlah aljabar dari semua arus yang memasuki sebuah titik cabang (node: baca: nood) adalah nol.

s 29

$$\Sigma I = 0$$



$$I - I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Di sini arus-arus yang masuk | node dianggap

| positif
negatif

Perbandingan arus

Apabila beberapa perlawanan dihubungkan paralel, maka seluruh arus dan arus-arus bagian berbanding terbalik dengan perlawanannya masing-masing.

s 30

$$I : I_1 : I_2 : I_3 = \frac{1}{R} : \frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} : \frac{1}{R_3}$$

Pembagian arus

Arus-arus bagian dari 2 perlawanan yang dihubungkan paralel:

s 31

$$I_1 = I \frac{G_1}{G_1 + G_2} = I \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Hukum Kirchoff II

Jumlah aljabar dari semua tegangan yang mengelilingi suatu rangkaian tertutup (jerat) adalah nol.

s 32

$$\Sigma V = 0$$

Di sini tegangan-tegangan yang berjalan keliling sesuai dengan (berlawanan dengan) arah panah dianggap positif (negatif).

Perbandingan tegangan

Apabila beberapa perlawanan dihubungkan seri, perbandingan tegangan-tegangan bagian adalah sama dengan perbandingan perlawanan-perlawanannya masing-masing.

s 33

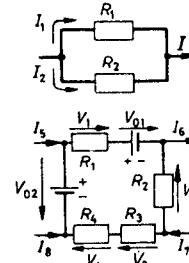
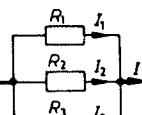
$$V_1 : V_2 : V_3 = R_1 : R_2 : R_3$$

Pembagi tegangan

Tegangan-tegangan bagian yang melintang pada 2 perlawanan yang dihubungkan seri:

s 34

$$V_1 = V \frac{G_2}{G_1 + G_2} = V \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



$$V_1 + V_{01} - V_2 + V_3 + V_4 - V_{02} = 0$$

$$V_1 + V_2 - V_3 + V_4 - V_5 + V_6 - V_7 + V_8 = 0$$

$$V_1 + V_2 + V_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I$$

$$V = R_1 I + R_2 I + R_3 I$$

$$V = R_1 I + R_2 I + R_3 I$$

$$V = R_1 I + R_2 I + R_3 I$$

$$V = R_1 I + R_2 I + R_3 I$$

$$V = R_1 I + R_2 I + R_3 I$$

$$V = R_1 I + R_2 I + R_3 I$$

TEKNIK LISTRIK

Kombinasi rangkaian resistansi

S 7

Rangkaian seri

Jumlah resistansi R (sesuai dengan s 26) pada umumnya:

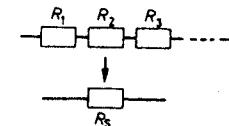
s 35

$$R_s = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

untuk n resistansi R yang sama:

s 36

$$R_s = n R$$



Rangkaian paralel

Jumlah resistansi R (sesuai dengan s 30) pada umumnya:

s 37

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

s 38

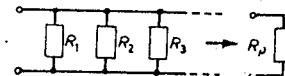
$$G_p = G_1 + G_2 + G_3 + \dots$$

untuk 2 | untuk 3
beberapa perlawanan | untuk 3
untuk n perlawanan

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

s 40

$$= \frac{1}{G_1 + G_2}$$



$$R_p = \frac{R}{n}$$

$$= \frac{1}{n G}$$

Rangkaian kombinasi

Suatu rangkaian kombinasi dari beberapa perlawanan yang diketahui nilainya terbagi dalam rangkaian seri dan paralel yang mengarah ke luar. Masing-masing rangkaian diubah secara terpisah untuk dapat dikombinasikan kembali dengan mudah, misalnya:

s 41

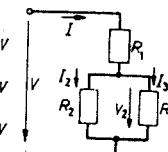
$$I = \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} V = \frac{G_1 (G_2 + G_3)}{G_1 + G_2 + G_3} V$$

s 42

$$I_3 = \frac{R_2}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} V = \frac{G_1 G_3}{G_1 + G_2 + G_3} V$$

s 43

$$V_2 = \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} V = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2 + G_3} V$$

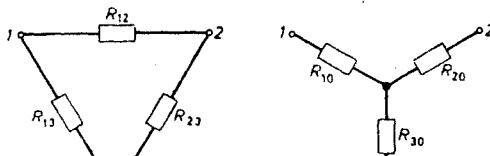


TEKNIK LISTRIK

Kombinasi rangkaian perlawanan

S 8

Pemindahan dari suatu sirkuit segitiga (delta) ke sirkuit bintang (star) dan sebaliknya



$$s\ 44 \quad R_{12} = \frac{R_{10} \times R_{20} + R_{10} \times R_{30} + R_{20} \times R_{30}}{R_{30}}$$

$$R_{10} = \frac{R_{12} \times R_{13}}{R_{23} + R_{12} + R_{13}}$$

$$s\ 45 \quad R_{13} = \frac{R_{10} \times R_{20} + R_{10} \times R_{30} + R_{20} \times R_{10}}{R_{20}}$$

$$R_{20} = \frac{R_{23} \times R_{12}}{R_{23} + R_{12} + R_{13}}$$

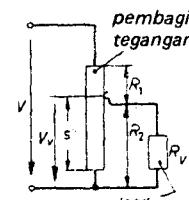
$$s\ 46 \quad R_{23} = \frac{R_{10} \times R_{20} + R_{10} \times R_{30} + R_{20} \times R_{30}}{R_{10}}$$

$$R_{30} = \frac{R_{23} \times R_{13}}{R_{23} + R_{12} + R_{13}}$$

Pembagi Potensial

Pembagi potensial digunakan untuk mendapatkan tegangan-tegangan yang lebih rendah.

$$s\ 47 \quad V_V = \frac{R_2 R_V}{R \cdot R_2 + R_1 R_V + R_2 R_V} V$$



Untuk penerapannya, di mana V_V harus kira-kira sebanding dengan s , kondisi $R_V \geq 10(R_1 + R_2)$ haruslah dipenuhi.

s : jarak kontak geser dari kedudukan nol

TEKNIK LISTRIK

Kombinasi rangkaian perlawanan

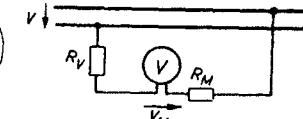
S 9

Penerapan dalam pengukuran listrik

Memperbesar jangkauan sebuah Volt-meter

s 49

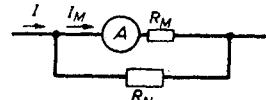
$$R_V = R_M \left(\frac{V_{maks}}{V_{M maks}} - 1 \right)$$



Memperbesar jangkauan sebuah Am-meter

s 50

$$R_N = R_M \frac{I_{M maks}}{I_{maks} - I_{M maks}}$$



Jembatan Wheatstone untuk pengukuran resistansi R_X yang belum diketahui

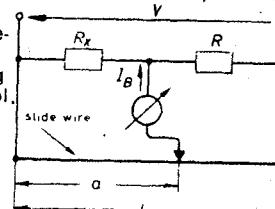
Sebuah jembatan Wheatstone jenis kawat-geser dapat digunakan untuk pengukuran resistansi-resistansi antara 0,1 dan 10^6 ohm. Kawat geser yang telah diterpa (kalibrasi) dilengkapi dengan penunjuk skala $a/(l-a)$. Kontak geser telah distel, hingga arus detektor I_B menjadi nol. Maka

s 51

$$\frac{R_X}{R} = \frac{\alpha}{l - \alpha}$$

s 52

$$\text{dan karena itu } R_X = R \frac{\alpha}{l - \alpha}$$



Jembatan Wheatstone digunakan sebagai elemen utama

Di dalam berbagai jenis alat ukur, jembatan Wheatstone bekerja sebagai pembanding untuk mengevaluasi selisih-selisih tegangan.

R_1 : perlawanan peraba (sensor), perubahannya adalah sebanding dengan quantitas x yang harus diukur (misalnya suhu, jarak, sudut dan sebagai nya).

R_2 : nilai nol untuk R_1

Hubungan yang mendekati berlaku untuk $V_M \sim \Delta R \sim x$

s 53

R_M : perlawanan dalam dari pengukuran itu

TEKNIK LISTRIK

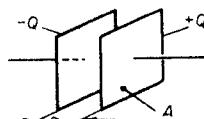
Medan listrik

S 10

Kapasitansi C dari sebuah kondensator

s 54

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}$$

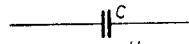


Kuantitas listrik Q (lihat s 8)

Usaha Listrik W_C yang tersimpan dalam medan listrik

s 55

$$W_C = \frac{1}{2} C V^2$$

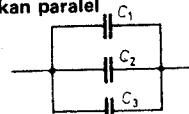


Kondensator-kondensator yang dihubungkan paralel

s 56

Apabila ada penambahan kondensator dalam rangkaian paralel, maka jumlah kapasitansi C bertambah

$$C' = C_1 + C_2 + C_3$$

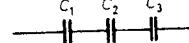


Kondensator-kondensator yang dihubungkan seri

s 57

Apabila ada penambahan kondensator dalam rangkaian seri maka jumlah kapasitansi C berkurang

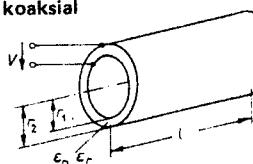
$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$



Kapasitansi dari dua buah silinder koaksial

s 58

$$C = 2\pi \epsilon_0 \epsilon_r \frac{l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$



(lihat Z 22)

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ A s/V m}$$

ϵ_r : permittivitas relatif

ϵ_0 : permittivitas absolut

A : daerah pelat (satu sisi)

a : ketebalan dielektrika

r_1 : radius silinder dalam

r_2 : radius silinder luar

l : panjang silinder

TEKNIK LISTRIK

Aturan elektro-magnet

S 11

Pembiasan (defleksi) jarum magnet

Kutub U sebuah jarum magnet ditarik oleh kutub S sebuah magnet dan ditolak oleh kutub U sebuah magnet.

Pengantar tetap dan kumparan

Fluks magnet mengurung sebuah pengantar beraliran listrik

Andaikata sebuah pencabut gabus diulir ke arah arus, maka arah putarannya akan menunjukkan arah garis-garis fluks magnet.



Fluks magnet di dalam sebuah kumparan beraliran listrik

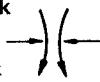
Andaikata sebuah pencabut gabus diputar searah dengan arus yang melalui kumparan, maka arah gerakan akhirnya akan menunjukkan arah garis-garis fluks magnet yang melalui kumparan itu.



Pengantar dan kumparan yang dapat bergerak

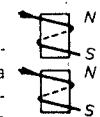
Pengantar-pengantar paralel

Dua buah pengantar paralel yang beraliran listrik dengan arah sama akan saling menarik. Apabila alirannya itu bertolak belakang arahnya, maka mereka akan saling menolak.



Dua buah kumparan yang saling berhadapan

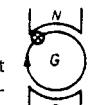
Apabila dua buah kumparan yang saling berhadapan beraliran listrik dengan arah sama, maka mereka akan saling menarik; dan apabila alirannya itu bertolak belakang arahnya, maka mereka akan saling menolak.



Mesin

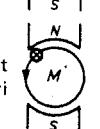
Aturan Tangan kanan (generator)

Apabila ibu jari menunjuk ke arah fluks magnet dan jari tengah ke arah gerakan, maka jari telunjuk menunjuk ke arah aliran arus.



Aturan Tangan kiri (motor)

Apabila ibu jari menunjuk ke arah fluks magnet dan jari telunjuk ke arah aliran arus, maka jari tengah menunjuk ke arah gerakan.



TEKNIK LISTRIK

Medan magnet

S 12

Kuantitas sirkuit magnet

Fluks magnet ϕ

$$s\ 67 \quad \phi = \frac{F}{S} = \frac{NI}{R_m} \quad (\text{lihat juga s 11})$$

Induksi magnet (kerapatan fluks) B

$$s\ 68 \quad B = \frac{\phi}{A} = \mu_r \mu_0 H \quad (\text{lihat juga s 12})$$

Induktansi L

$$s\ 69 \quad L = N \frac{\phi}{I} = N^2 A \approx \frac{N^2}{R_m} \quad (\text{lihat juga s 13})$$

Untuk menghitung L lihat juga s 140 sampai dengan s 146

Kekuatan medan magnet H (gaya pembuat magnet)

$$s\ 70 \quad H = \frac{B}{\mu_r \mu_0} = \frac{F_l}{l_i} \quad (\text{lihat juga s 14})$$

Gaya magnetomotif F

$$s\ 71 \quad F = NI = \sum_{i=1}^n F_i \quad (\text{lihat juga s 15})$$

Gaya magnetomotif F_i

$$s\ 72 \quad F_i = H_i l_i \quad (\text{lihat juga s 16})$$

Reluktansi S

$$s\ 73 \quad S = \frac{F}{\phi} = \frac{l}{\mu_r \mu_0 A} \quad (\text{lihat juga s 18})$$

Energi W_m yang tersimpan dalam sebuah medan magnet

$$s\ 74 \quad W_m = \frac{1}{2} NI\phi = \frac{1}{2} LI^2$$

Fluks bocor ϕ_L

Sebagian dari jumlah fluks magnet ϕ bocor melalui udara dan karena itu hilang untuk efek yang diharapkan. ϕ_L memiliki hubungan dengan fluks yang dapat digunakan ϕ_u . Karena itu koefisien bocor adalah: $\sigma = \frac{\phi}{\phi_u} = \frac{\text{fluks total}}{\text{fluks berguna}} (1.15 \dots 1.25)$

Untuk simbol-simbol lihat s 16

TEKNIK LISTRIK

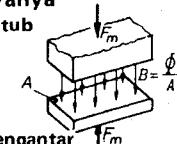
Medan magnet

S 13

Medan magnet dan gaya-gayanya

Gaya F_m yang bekerja di antara kutub-kutub magnet

Dalam arah fluks magnet timbul suatu gaya regang F_m : $F_m = \frac{1}{2} \frac{B^2 A}{\mu_0}$



Gaya-gaya F_i yang bekerja pada sebuah pengantar beraliran listrik

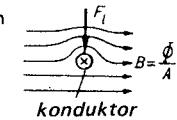
Sebuah pengantar yang beraliran arus I sepanjang badannya / berhadapan dengan sebuah gaya-lintang F_i tegak-lurus pada garis-garis fluks magnet:

$$F_i = B l I$$

Apabila digunakan pada rotor dari sebuah mesin DC maka momen menjadi:

$$s\ 80 \quad M_i = \frac{1}{2\pi} \phi I \frac{P}{\alpha} z$$

ϕ : fluks per kutub



Tegangan induksi V_i (hukum induksi)

Apabila sebuah kumparan dengan N lilitan dan perlawan R_i ditembus oleh fluks magnet ϕ yang berubah dengan waktu, maka akan diinduksikan suatu tegangan sirkuit-terbuka

$$s\ 82 \quad V_i = N \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{lihat juga s 11})$$

melintang pada jepitan-jepitannya.

Tegangan ini akan menyebabkan arus mengalir melalui sebuah perlawan beban luar R_V .

tegangan yang diinduksikan oleh

gerak hantaran
tegak lurus
pada fluks

$$V_i = B l u$$

$$s\ 83 \quad V_i = \omega \phi_{\max} \sin(\omega t)$$

$$\phi_{\max} = l d B$$

$$s\ 84 \quad V_i = \phi n z \frac{P}{a}$$

$$= l d B \frac{z P}{2\pi a} \omega$$

$$V_i = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$V_i = L \cdot \frac{di}{$$

TEKNIK LISTRIK

Arus bolak-balik (AC)

S 14

Ilanjutan dari S 13

s 85

Tegangan V_i karena induksi-diri

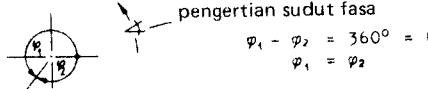
Ilanjutan pada halaman S 16 Untuk simbol-simbol lihat S 16

Terminologi umum berkaitan dengan sirkuit arus bolak-balik

Pengertian sudut fasa

Dalam diagram-diagram vektor kadang-kadang digunakan panah-palah untuk menunjukkan sudut fasa. Di sini panah yang melawan arah jarum lonceng dianggap positif, dan panah yang searah dianggap negatif.

Contoh:



s 86
s 87

Nilai puncak (lihat juga s 1)

Arus i dan tegangan v arus bolak-balik secara periodik berubah-ubah dengan waktu, umumnya secara sinusoidal. Nilai maksimum i dan v disebut nilai-nilai puncak. Pada frekuensi sudut $\omega = 2\pi f$, sudut yang dijangkau dalam waktu t adalah:

s 88

$$\alpha = \omega t = 2\pi f t$$

Sejak mulai saat ini

s 89

$$\text{arus adalah } i = \hat{i} \sin(\omega t) = \hat{i} \sin \alpha$$

s 90

$$\text{tegangan adalah } v = \hat{v} \sin(\omega t) = \hat{v} \sin \alpha$$

Nilai-nilai efektif (rms = root-mean-square)

Nilai-nilai ini digunakan untuk perhitungan secara praktis dan pada umumnya ditunjukkan dengan meter

scara umum

untuk gelombang sinus

s 91

$$I = I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_0} \int_0^T i^2 dt} \quad | \quad I = I_{ef} = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$$

TEKNIK LISTRIK

Arus bolak-balik

S 15

Ilanjutan dari S 14

s 92

$$V = V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T_0} \int_0^T v^2 dt} \quad | \quad V = V_{ef} = \frac{\hat{v}}{\sqrt{2}}$$

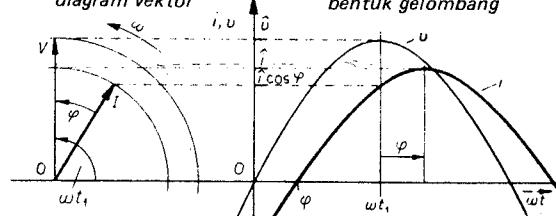
s 93

Dengan nilai-nilai ini hubungan $P = VI$ dapat juga digunakan untuk arus bolak-balik, apabila $\cos \varphi = 1$ (lihat s 105)

Pergeseran fasa, sudut fasa φ

Apabila dalam sirkuit arus bolak-balik terdapat berbagai macam beban (resistansi, induktansi dan/atau kapasitansi), maka akan timbul suatu pergeseran fasa antara arus dan tegangan.

diagram vektor



bentuk gelombang

s 94

$$v = \hat{v} \sin(\omega t)$$

$$i = \hat{i} \sin(\omega t - \varphi)$$

Faktor Q , faktor peredam tan δ , sudut-rugi δ

Faktor Q sebuah sirkuit telah ditentukan oleh

s 95

$$Q = \frac{2\pi \hat{w}}{W_{VP}}$$

Di sini \hat{w} adalah nilai puncak energi yang tersimpan dalam sirkuit dan W_{VP} adalah energi-rugi yang menyebar selama satu periode.

Kebalikan dari faktor Q disebut faktor peredam

s 96

$$\tan \delta = 1/Q \quad (\delta \text{ adalah sudut rugi})$$

Untuk sebuah kumparan penghambat (s 115 dan s 118) dan untuk suatu kombinasi kondensator-perlawanan (s 116 dan s 119) definisi ini menghasilkan kaitan sederhana:

TEKNIK LISTRIK

Arus bolak-balik

S 16

Lanjutan dari S 15

$$\begin{array}{l|l} s\ 97 & Q = \tan \varphi \quad | \quad \tan \delta = 1/Q = 1/\tan \varphi \\ s\ 98 & \delta = 90^\circ - \varphi \quad | \quad = V_w/V_b \quad (\text{untuk rangkaian seri}) \\ s\ 99 & \quad \quad \quad = I_w/I_b \quad (\text{untuk rangkaian paralel}) \end{array}$$

Untuk rumus mengenai $\tan \varphi$ lihat S 17 dan S 18.

Rumus-rumus s 128 dan s 129 yang dapat digunakan untuk sirkuit resonansi tidak begitu sederhana.

Persamaan dasar untuk arus bolak-balik fasa tunggal

Impedansi Z lihat S 17 dan S 18

$$s\ 100 \quad \text{Admitansi} \quad Y = 1/Z$$

$$s\ 101 \quad \text{Tegangan melintasi impedansi} \quad V = I Z$$

$$s\ 102 \quad \text{Arus melalui impedansi} \quad I = \frac{V}{Z}$$

$$s\ 103 \quad \text{Reaktansi} \quad X = Z \sin \varphi$$

$$s\ 104 \quad \text{Daya aktif} \quad P = V I \cos \varphi = I^2 R$$

$$s\ 105 \quad \text{Daya reaktif} \quad P_q = V I \sin \varphi = I^2 X$$

$$s\ 106 \quad \text{Daya semu} \quad P_s = \sqrt{P^2 + P_q^2} = I^2 Z$$

$$s\ 107 \quad \text{Faktor daya} \quad \cos \varphi = \frac{P}{V I} = \frac{P}{P_s}$$

$$s\ 108 \quad \text{Fluks magnet bolak-balik dalam sebuah kumparan} \quad \left. \right\} \hat{\phi} = \frac{V_L}{4 \cdot 44 \cdot N f}$$

Lanjutan s 85 (V_i karena induksi-diri)

Bilamana suatu arus i yang mengalir melalui sebuah kumparan berubah dengan waktu, maka medan magnet yang ditimbulkan oleh arus itu juga akan berubah. Dengan demikian sebuah tegangan V_i diinduksikan di dalam kumparan itu. Arahnya adalah sedemikian rupa, sehingga ia selalu berlawanan dengan arus yang berubah terus-menerus (hukum Lenz).

Lambang yang digunakan pada halaman S 13:

$$s\ 109 \quad \mu_0 : \text{permeabilitas absolut} \quad (\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7} \text{ Vs/A m})$$

$$\mu_r : \text{permeabilitas relatif}$$

untuk vakum, gas, fluida, dan kebanyakan zat padat: $\mu_r \approx 1$

untuk bahan-bahan magnetis ambillah r dari Z 23

$$a : \text{jumlah rute paralel melalui gulungan}$$

$$l : \text{panjang sirkuit magnet}$$

$$N : \text{jumlah lilitan kumparan}$$

Lanjutan dari S 16

p : jumlah pasangan kutub

z : jumlah pengantar

R_R	resistansi dalam sirkuit ekuivalen
R_P	

seri

paralel

L_R	induktansi dalam sirkuit ekuivalen
L_P	

seri

paralel

dari
kumparan peng-
hambat (choke)

TEKNIK LISTRIK

Arus bolak-balik

S 17

Komponen, rangkaian seri dan paralel yang beraliran arus bolak-balik

No.	Komponen	simbol	vektor diagram	hubungan sudut	impedansi	$\tan \varphi =$
s 110	resistif lampa, kumparan dan galungan bitifier			I dan V dalam fasos $\varphi = 0^\circ$	$Z = R$	0
s 111	induktif induktansi ideal			/ mengikuti V dengan 90° $\varphi = 90^\circ$	$Z = X_L = \omega L$	∞
s 112	kapasitif Kondensator			/ mengikuti V dengan 90° $\varphi = -90^\circ$	$Z = X_C = \frac{1}{\omega C}$	∞
s 113	resistif, induktif, kapasitif di: sambung seri			mendahului V / mengikuti V $-90^\circ < \varphi < 0^\circ$	$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L_R - \frac{1}{\omega C})^2}$	$\frac{\omega L_R}{R}$
s 114	kumparan peng- isambat dalam seri dengan $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ kondensator			/ mengikuti V / mengikuti V $0^\circ < \varphi < 90^\circ$	$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L_R + \frac{1}{\omega C})^2}$	$\frac{\omega L_R}{R}$
s 115	resistif dan induktif dalam seri dengan kumparan pengisambat dalam seri dengan kondensator			/ mengikuti V dengan $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ kurang dari 90°	$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L_R + \frac{1}{\omega C})^2}$	$\frac{\omega L_R}{R}$

lanjutan di S 18

TEKNIK LISTRIK

Arus bolak-balik

S 18

lanjutan dari S17

jenis beban	simbol	diagram vektor	hubungan sudut	impedansi	$\tan \varphi =$
resistif + kapasitif dalam seri perlawanan dalam seri dengan kondensator			/ mendahului V dengan $-90^\circ < \varphi < 0^\circ$	$Z = \sqrt{R_p^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$-\frac{1}{R_p \omega C}$
resistif + induktif + kapasitif dalam paralel kumparan pengisambat + kondensator dalam paralel			/ mendahului V tergantung dari nilai awal / mengikuti V $-90^\circ < \varphi < 90^\circ$	$Z = \sqrt{\left(\frac{1}{R_p}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L_p} - \omega C\right)^2}$	$R_p \left(\frac{1}{\omega L_p} - \omega C \right)$
resistif + induktif + kapasitif dalam paralel kumparan pengisambat dalam paralel			/ mengikuti V $0^\circ < \varphi < 90^\circ$	$Z = \sqrt{\left(\frac{1}{R_p}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L_p}\right)^2}$	$\frac{R_p}{\omega L_p}$
resistif + kapasi- tif dalam paralel perlawanan + kondensator dalam paralel			/ mendahului V $-90^\circ < \varphi < 0^\circ$	$Z = \sqrt{\left(\frac{1}{R_p}\right)^2 + (\omega C)^2}$	$-R_p \omega C$

Nilai-nilai R dan L setbali kumparan pengisambat selalu sama dengan nilai-nilai R_p dan L_p dan kumparan pengisambat dihubungkan dalam paralel dengan semua kondensator, sebaiknya menggunakan sirkuit ekivalen dalam paralel (lihat S 118). Nilai-nilai R_p dan L_p yang terkandung di dalamnya dapat dihitung dengan:

$$R_p = R + \frac{(\omega L_p)^2}{R_p}$$

$$L_p = L + \frac{R_p^2}{\omega^2 L_p}$$

s 120/121

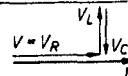
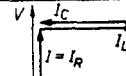
TEKNIK LISTRIK

Arus bolak-balik

S 19

Sirkuit resonansi

sirkuit resonansi
seri paralel

simbol dan diagram vektor umum	lihat s 113	lihat s 117
		
s 122	$V_L = V_C$	$I_L = I_C$
s 123	$\omega_r L_R - \frac{1}{\omega_r C} = 0$	$\frac{1}{\omega_r L_P} - \omega_r C = 0$
s 124	$\omega_r^2 L_R C = 1$	$\omega_r^2 L_P C = 1$
s 125	$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_R C}}$ Bilamana frekuensi pengantar $f = f_r$, maka terjadi resonansi	$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_P C}}$
s 126	$I_r = \frac{V}{R_R}$ pada $V_b = V_L - V_C = 0$ $\varphi = 0$	$I_r = \frac{V}{R_P} = \frac{R_R C V}{L_R}$ pada $I_b = I_L - I_C = 0$ $\varphi = 0$
s 127		
s 128	$Q_R = \frac{\omega_r L_B}{R_R} = \frac{1}{\omega_r C R_R}$	$Q_P = \omega_r C R_P = \frac{R_P}{\omega_r L_P}$
s 129	$\tan \delta_R = \frac{1}{Q_R} = \frac{R_R}{\omega_r L_R}$	$\tan \delta_P = \frac{1}{Q_P} = \frac{1}{\omega_r C R_P}$
s 130	$\lambda = \frac{c}{f_r} = \frac{300 \times 10^8}{f_r s}$	
s 131	$T_r = 2\pi\sqrt{L_R C}$	$T_r = 2\pi\sqrt{L_P C}$

Perangkap gelombang (Wave trap)

Sebuah sirkuit resonansi paralel memiliki impedansi maksimumnya Z_{maks} pada frekuensi resonansinya. Karena itu ia bekerja sebagai rejektor (alat penolak) untuk arus-arus pada frekuensi ini. $Z_{maks} = R_P = \frac{L_P}{R_P C}$ dan arus $I = \frac{V}{Z_{maks}}$ untuk simbol-simbol lihat S 16

TEKNIK LISTRIK

Arus bolak-balik

S 20

Jembatan arus bolak-balik

Jembatan arus bolak-balik (AC) digunakan untuk menetapkan kapasitansi dan induktansi. Untuk membuat keseimbangan, kondensator variabel C_2 dan perlawanannya pengatur R_2 distel, sehingga bunyi di dalam kop-telepon K yang mempunyai resistansi rendah itu mencapai kekerasan minimum atau menjadi hilang. Sirkuit-sirkuit berikut ini tidak tergantung dari frekuensi.

	kapasitansi	pengukuran	induktansi
s 133	$C_x = \frac{R_4}{R_3} C_2$		$L_x = C_2 R_3 R_4$
s 134	$R_x = \frac{R_1}{R_4} R_2$		$R_x = \frac{R_3 R_4}{R_2}$
s 135	$\tan \delta_x = \frac{1}{R_x \omega C_x}$		$\tan \delta_x = \frac{R_x}{\omega L_x}$

Penetapan impedansi yang tidak diketahui dengan cara mengukur tegangan-tegangan antara kedua ujung impedansi itu dan perlawanannya-bantu:

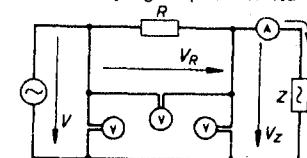
s 136	$P_{WZ} = \frac{V^2 - V_R^2 - V_Z^2}{2R}$
s 137	$\cos \varphi_z = \frac{P_{WZ}}{V_z I}$
s 138	$Z = \frac{V_z}{I}$

s 139 pilihlah perlawanannya-bantu R sehingga $V_R \approx |V_z|$

C_x : kapasitansi yang tidak diketahui δ_x : sudut-rugi, lihat S 15
 L_x : induktansi yang tidak diketahui R_2, \dots : perlawanannya-bantu yang diketahui

R_x : resistansi atau kumparan atau kondensator yang tidak diketahui
 C_2, C_4 : kapasitansi variabel yang ditetapkan nilainya (calibrated)

Z : impedansi (induktif atau kapasitif) yang tidak diketahui



TEKNIK LISTRIK

Arus bolak-balik

S 21

Induktansi L dari impedansi dan resistansi

Menghitung L dari impedansi dan resistansi

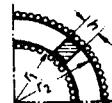
s 140 Alirkanlah arus bolak-balik ($J = I/A = 3 \text{ A/mm}^2$) melalui sebuah kumparan dan ukurlah tegangan jepit V , arus I , daya aktif P :

s 141 impedansi $Z = \frac{V}{I}$; resistansi $R = \frac{P}{I^2}$

s 142 $L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z^2 - R^2}$

Perhitungan L untuk kumparan toroidal

s 143 $L = \frac{\mu_0 h N^2}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$



Perhitungan L untuk kumparan persegi empat angker harus berbentuk bulat

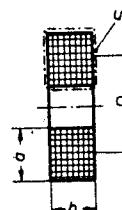
$\frac{D}{u}$	induktansi
---------------	------------

s 144 $L = 1.05 \frac{D}{m} N^2 \sqrt{\left(\frac{D}{u}\right)^3} \mu\text{H}$

s 145 $L = 1.05 \frac{D}{m} N^2 \sqrt{\frac{D}{u}} \mu\text{H}$

s 146 ≥ 3 nilai-nilai menjadi tidak tepat

$$1 \mu\text{H} = 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$$



α : tebal gulungan

A : penampang lintang kawat

b : lebar kumparan

d_0 : diameter luar dari kawat dan isolasi

D : diameter rata-rata dari kumparan

l_0 : panjang bagian dalam gulungan angker

l_m : panjang rata-rata gulungan angker ($(l_m = l_0 + \pi a)$)

N : jumlah lilitan

u : keliling penampang-lintang kumparan

α : perbandingan $a : b$

s 148 β : tingkat pengenduran lilitan-lilitan ($\beta = \frac{\alpha b}{N d_0^2}$)

TEKNIK LISTRIK

Arus bolak-balik

S 22

Kumparan non-magnet dengan induktansi tertentu L

Kumparan frekuensi tinggi

$\frac{D}{u}$ rumus

< 1	$\left(\frac{D}{m}\right)^{3.5} N^{3.25} \approx \frac{1}{39} \left(\frac{d_0}{m}\right)^{1.5} \left(\frac{L}{H}\right)^2 \times 10^{-22}$	di sini:
> 1	$\left(\frac{D}{m}\right)^3 N^{3.5} \approx \frac{1}{55} \left(\frac{d_0}{m}\right) \left(\frac{L}{H}\right)^2 \times 10^{-22}$	$d_0 = \frac{u}{2\sqrt{N}}$

$$= d_0(1+\alpha)\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$$

Kumparan frekuensi rendah

Misalkan $\beta = 1$ dan $D = u$, maka

s 151 $N \approx 975 \times 10^3 \sqrt{\frac{L \cdot m}{H \cdot D}}$

s 152 $\alpha = \frac{1}{4} \left(u \pm \sqrt{u^2 - 16 N d_0^2} \right); b = \frac{u}{2} - \alpha$

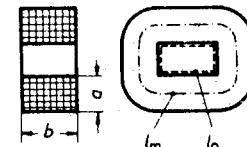
Perhitungan jumlah lilitan N dari sebuah kumparan

Dari penampang-lintang

s 154 $N \approx \frac{\alpha b}{\alpha \alpha}$

Dari resistansi

s 155 $N \approx \frac{RA}{\varrho l_m}$



Penggunaan kumparan referensi

Letakkan kumparan dengan N_x lilitan yang tidak diketahui dan kumparan referensi dengan

N_0 lilitan pada posisi yang

berdekatan melingkar inti

besi tertutup. Berikan sifat

magnet kepada inti itu de-

ngan memasang tegangan bol-

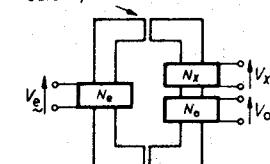
ak-balik pada kumparan

pembuat magnet N_e . Ukur-

lah tegangan V_x dan V_0 de-

ngan voltmeter yang memi-

iliki impedansi tinggi. Maka



TEKNIK LISTRIK

Arus bolak-balik

S 23

Ilanjutan dari S 22

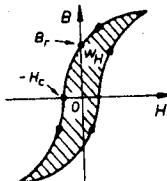
$$N_x = N_0 \frac{V_x}{V_0}$$

Untuk keterangan simbol lihat S 21

Histeresis

Kerapatan fluks-remanen B_r

Sejumlah sisa sifat magnet dari kerapatan fluks B_1 akan tetap tinggal di dalam inti besi, setelah kekuatan medan magnet luar H dicabut.



Gaya paksa H_C (Coercive force)

Gaya paksa H_C harus digunakan untuk mengurangi kerapatan fluks B hingga menjadi nol.

Usaha histeresis W_H

Energi W_H yang disebar selama satu putaran jerat histeresis adalah sama dengan hasil perkalian luas bidang jerat histeresis W_H dengan volume inti V_{Fe} :

$$W_H = w_H V_{Fe}$$

s 157

Daya histeresis P_{VH}

s 158

$$P_{VH} = W_H f = w_H V_{Fe} f$$

Arus-kisar

Menurut hukum induksi tegangan-tegangan bolak-balik juga diinduksikan di dalam sebuah inti besi. Tergantung dari resistivitas inti besi itu, maka tegangan-tegangan ini menimbulkan arus-tas arus induksi yang disebut arus kisar. Arus kisar ini diusahakan se-kecil mungkin dengan cara laminasi (inti dibuat dengan lembaran-lembaran besi tipis yang diisolasi antara satu dan lainnya).

Kerugian-kerugian inti (kerugian-kerugian besi)

Kerugian-kerugian inti per massa unit p_{Fe}

Kerugian ini adalah gabungan kerugian-kerugian histeresis dan arus-kisar per massa unit. Mereka diukur pada induksi puncak $\beta = 1 \text{ T} = 10 \text{ kG}$ atau $1,5 \text{ T} = 15 \text{ kG}$ dan pada frekuensi $f =$

TEKNIK LISTRIK

Arus bolak-balik

S 24

Ilanjutan dari S 23

50 Hz dan kemudian masing-masing ditandai dengan p_{Fe10} atau p_{Fe15} . Untuk nilai-nilai lihat Z 24.

Total kerugian inti P_{Fe}

$$P_{Fe} = p_{Fe10} \left(\frac{\beta}{T} \times \frac{f}{50 \text{ Hz}} \right)^2 m_{Fe} (1 + x)$$

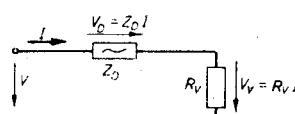
m_{Fe} : massa dari inti

x : tambahan untuk menembus pinggiran dan sebagainya (0,1 ... 1,0)

Kumparan penghambat

Kumparan penghambat digunakan untuk impedansi penurun

Kumparan ini digunakan dalam sirkuit arus bolak-balik untuk menurunkan tegangan jaringan listrik V menjadi bernilai V_V bagi suatu beban tak bergerak (restitive load) dengan kerugian-kerugian minimal.



s 160

s 161

s 162

impedansi kumparan penghambat

sirkuit seluruhnya

induktansi

$$Z_D = \sqrt{R_R^2 + (\omega L_R)^2} I$$

$$Z = \sqrt{(R_R + R_V)^2 + (\omega L_R)^2}$$

$$L_R = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{V_R V_V}{V}\right)^2 - (R_V + R_R)^2}$$

Dalam perhitungan kasar L_R abaikanlah resistansi kumparan R_R yang tidak diketahui. Setelah pengukuran kumparan penghambat (choke) itu, R_R diketahui, dan Z dapat ditentukan dengan tepat. Periksalah V_V dengan rumus

$$V_V = \frac{V R_R}{Z}$$

dan apabila perlu, ulangilah cara penentuan tadi.

Kumparan penghambat dengan induktansi konstan tanpa inti

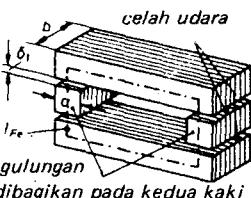
Ukuran sesuai dengan S 21. Tentukanlah sebelumnya sembarang nilai untuk r_2/r_1 (kumparan toroid) atau D/u (kumparan

lanjutan dari S 24

(lurus). Apabila hasilnya kurang memadai, ulangilah cara bekerja ini. Tentukanlah resistansi kumparan penghambat itu sesuai dengan s 26.

Kumparan penghambat dengan induktansi konstan yang memiliki inti besi

Inti besi terutama berfungsi untuk mengarahkan fluks magnet dan harus menyatu dengan sebanyak mungkin celah udara tunggal δ_1 . Celah-celah ini harus diisi dengan lapisan-lapisan isolasi yang panjangnya tidak boleh lebih dari 1 cm. Gaya magnetomotoris yang diperlukan untuk memberi magnet kepada inti diabaikan. Nilai-nilai puncak H dan B digunakan untuk perhitungan-perhitungan. Perubahan induktansi I_P dapat dinyatakan dengan istilah-istilah variasi ketergantungan-arus relatif maksimum dari induktansi.



dibagikan pada kedua kakinya

s 164

$$g_L = \frac{|L_R|_{\text{tol}} - |L_R|}{L_R}, \quad \frac{1}{g_L} = \frac{A_{Fe} \bar{B}_{Fe} \delta}{H_{Fe} I_{Fe} \mu_0 A_L} + 1$$

Bilamana $g_L > g_{L\text{req}}$, ulangi pengukuran dengan A_{Fe} yang lebih besar dan B_{Fe} yang lebih kecil pada perkalian yang tak berubah $A_{Fe} \times B_{Fe}$.

Pengukuran. Ditentukan: L_R , f , $g_{L\text{req}}$, V_{Leff} atau I_{eff} , maka

ukuran-ukuran (dimensions)
sebelumnya adalah akhir adalah

s 165

penampang-lintang inti efektif	$A_{Fe}' = \sqrt{K} I_{\text{eff}} V_{\text{Leff}}$ with $I_{\text{eff}} = \frac{V_{\text{Leff}}}{2 \pi f L_R}$	ambilah A_{Fe} dari standard atau tentunkan a dan b dengan $A_{Fe} = 0,9 ab = A_{Fe}$
-----------------------------------	--	---

s 166

jumlah lilitan	$N = \frac{V_{\text{Leff}}}{4 \cdot 44 f B_{Fe} A_{Fe}}$
----------------	--

252

lanjutan dari S 25

s 168	penampang-lintang celah udara	$A_L' = ab + 5\text{cm}(a+b)$	$[A_L = ab + 5(a+b)\delta]$
s 170	total	$\delta' = \frac{N^2 \mu_0 A_L'}{L_R}$	$\delta = \frac{a \cdot b \cdot n^2 \mu_0}{n L_R - 5 N^2 \mu_0 (a+b)}$
s 171	tunggal udara	$\delta'_1 = \delta'/n < 1\text{ cm}$	$\delta_1 = \delta/n < 1\text{ cm}$
s 172	diameter kawat	$d' = 2 \sqrt{\frac{I'}{J' \cdot \pi}}$	Gunakanlah nilai-nilai standard untuk d , d_A termasuk isolasi
	penampang-lintang gulungan		$A_W = 1 \cdot 12 d_A^2 N$
	panjang potongan inti (limb)		I_S harus ditentukan dari ukuran-ukuran bagian inti dan A_W

Kumparan jenis ini memiliki sebuah inti besi tanpa adanya celah udara

Kumparan hanya digunakan untuk keperluan-keperluan khusus, misalnya sebagai sebuah penguat magnet.

K : koefisien dari kumparan penghambat
 $\approx 0,24 \text{ cm}^2/\text{VA}$ untuk kumparan dengan pendinginan udara
 $\approx 0,15 \text{ cm}^2/\text{VA}$ untuk kumparan minyak

untuk bagian inti $\square \square$ tingkatkan nilai dengan 75%

J' : kerapatan arus pendahuluan untuk kumparan dengan pendinginan udara $J' = 2 \text{ A/mm}^2$, untuk kumparan minyak $J' \approx 3 \dots 4 \text{ A/mm}^2$

\bar{B}_{Fe} : induksi inti (ambil kira-kira 1 ... 1,2 T)

H_{Fe} : kekuatan medan di dalam inti berkaitan dengan B_{Fe} yang harus diambil dari Z 23 sesuai dengan bahan yang digunakan.

n : jumlah celah udara tunggal, peningkatan mengurangi fluks yang nyasar (stray flux)

R_{Cu} : resistansi gulungan sesuai dengan s 26

R_R : resistansi kumparan termasuk kerugian-kerugian inti ($R_R \approx 1,3 R_{Cu}$)

I_{Fe} : panjang yang diperkenankan dari jalan magnet melalui besi

} bagian inti
lihat S 24

Transformer

Penetapan jenis gulungan

cara membedakan dengan

tegangan nominal	fungsi di dalam sirkuit (arah pemindahan daya)	
	dari gulungan	
gulungan dengan tegangan nominal yang lebih tinggi	input	output
gulungan dengan tegangan nominal yang lebih rendah		
ujung atas ujung bawah	gulungan primer (indeks 1)	sekunder (indeks 2)

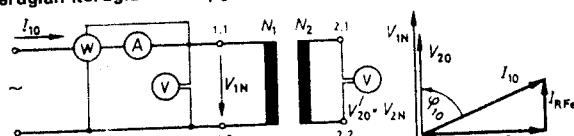
Nilai nominal (indeks N)

s 173
s 174

$$\begin{aligned} \text{daya yang diperkenankan } P_{SN} &= V_{IN} \times I_{IN} = V_{2N} \times I_{2N} \\ \text{perbandingan transformasi nominal } \left\{ \begin{array}{l} u = V_{IN} / V_{20} = I_{2N} / I_{IN} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Yang dimaksud dengan tegangan sekunder yang diperkenankan (V_{2N}) adalah tegangan sekunder ($V_{2N} = V_{10}$) sirkuit-terbuka, bukan yang ada pada beban nominal.

Kerugian-kerugian inti P_{Fe} dan pengukuran sirkuit-terbuka



Kerugian-kerugian inti P_{Fe} hanya tergantung dari tegangan primer V_1 dan frekuensi f , bukan dari jenis beban

s 175

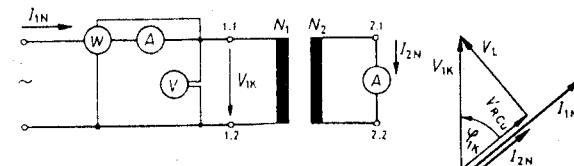
$$P_{10} = P_{Fe}$$

Kerugian-kerugian inti P_{Fe} dan perbandingan transformasi nominal ditetapkan dengan pengukuran-pengukuran sirkuit-terbuka (lihat diagram sirkuit: sekunder terbuka, nilai-nilai diberi indeks 0). Komponen hambatan dari arus primer I_{RFe} meliputi kerugian-kerugian inti, dan komponen reaktifnya adalah arus

Ilanjutan dari S 26

magnet I_m . Kerugian-kerugian tembaga adalah kecil tak berarti. Kerugian-kerugian inti P_{Fe} diperlukan untuk perhitungan penyebaran (disipasi) daya operasional dan efisiensi.

Kerugian-kerugian tembaga P_{Cu} dan pengukuran hubungan pendek



P_{Cu} hanya tergantung dari arus primer I_1 dan ditetapkan dengan pengukuran-pengukuran hubungan pendek (lihat diagram sirkuit, nilai-nilai diberi indeks K). Dengan hubungan pendek sekunder, tegangan primer distel sampai mencapai nilai V_{1K} , yang menyebabkan mengalirnya arus yang diperkenankan (rated current). I_{1K} adalah sedemikian kecilnya, sehingga I_{RFe} dan I_m dapat diabaikan. Karena itu, maka daya primer P_{1K} yang dihubungkan pendek, adalah sama dengan kerugian-kerugian tembaga yang diperkenankan P_{CuN} dari seluruh transformator pada arus-arus yang diperkenankan. P_{1K} diperlukan untuk perhitungan penyebaran daya operasional dan efisiensi.

s 176

$$P_{1K} = P_{CuN}$$

Nilai-nilai hasil pengukuran itu digunakan untuk perhitungan tegangan hubungan pendek relatif v_K , yang pada transformator-transformator lebih besar dicantumkan di pelat nama:

s 177

$$v_K = 100(V_{1K}/V_{1N})\%$$

Kuantitas berikut ini dapat ditetapkan dengan menggunakan diagram vektor:

s 178

$$R_{Cu} = V_R/I_{IN}; L = V_L/\omega I_{IN}; \cos \varphi_{1K} = V_R/V_{1K} = \frac{P_{CuN}}{\omega X P_{SN}}$$

TEKNIK LISTRIK

Arus tiga-fasa

S 28

Ilanjutan dari S27

Kondisi kerja

Untuk perhitungan tegangan sekunder kerja V_2' bagi sebuah beban yang ditentukan, semua kuantitas sekunder terlebih dahulu harus dihitung ke dalam jumlah kuantitas sebuah transformator ekuivalen yang memiliki perbandingan transformasi $\dot{u} = 1$ (indeks':)

s 179

$$V_2' = \dot{u} V_2 ; I_2' = I_2 / \dot{u} ; R_2' = \dot{u}^2 R_2$$

Variasi yang tergantung dari beban ΔV dari V_2' (perkiraaan untuk $\gamma_K \leq 4\%$)

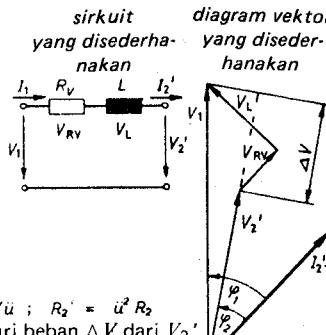
s 180

$$\Delta V \approx V_{1K} (\cos \varphi_{1K} \cos \varphi_2 + \sin \varphi_{1K} \sin \varphi_2) I_2 / I_{2N}$$

s 181

Tegangan sekunder V_2'

$$V_2' \approx V_1 - \Delta V ; V_2 = V_2' / \dot{u}$$



Rangkaian dasar

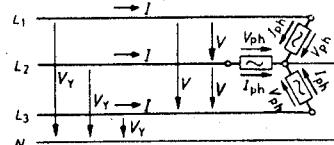
Bintang (Star)

s 182

$$V = V_{ph} \sqrt{3}$$

s 183

$$I = I_{ph}$$



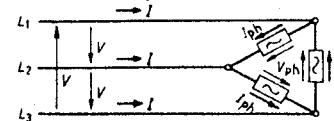
Segitiga (Delta)

s 184

$$V = V_{ph}$$

s 185

$$I = I_{ph} \sqrt{3}$$



TEKNIK LISTRIK

Arus tiga-fasa

S 29

Ilanjutan dari S28

Perhitungan daya tiga-fasa

Beban seimbang



s 186

Daya total

$$P = 3 P_{wph} = \sqrt{3} V I \cos \varphi$$

Beban tak-seimbang (Cara dua wattmeter)

Untuk rangkaian segitiga tanpa titik netral, (Juga untuk beban seimbang tanpa titik netral)

s 187

Daya total

$$P = P_1 + P_2$$

I_{ph} : arus fasa

I : arus saluran

L_1, L_2, L_3 : pengantar luar

N : pengantar netral (nol)

P_{wph} : daya aktif dari sebuah fasa

V_{ph} : tegangan fasa

V : tegangan saluran

Daya reaktif dan daya aktif, faktor daya

(untuk beban simetris)

s 188

daya reaktif

$$P_q = \sqrt{3} V I \sin \varphi$$

s 189

daya aktif

$$P = \sqrt{3} V I \cos \varphi$$

s 190

faktor daya

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3} V I}$$

Koreksi faktor daya

(untuk beban-beban induktif)

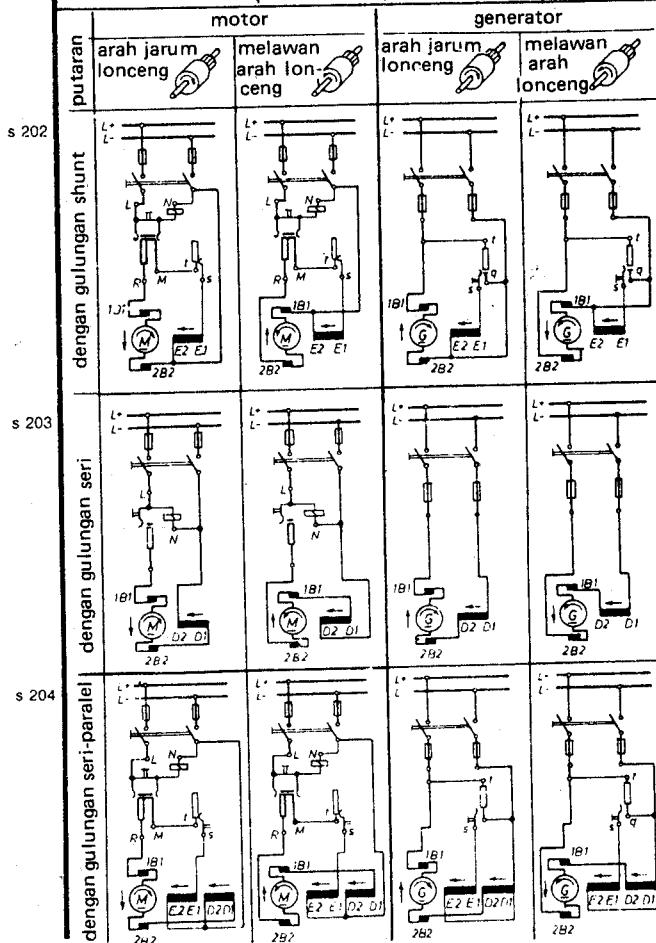
Umum

Aturilah faktor daya sesuai dengan arus yang diperkenankan, umumnya $\cos \varphi = 0,8 \dots 0,9$. Sesuaikan beban-beban besar secara langsung dan terpisah, dan beban-beban kecil secara terpusat pada distributor utama atau cabang.

TEKNIK LISTRIK

Mesin DC (= arus rata) dengan kutub-kutub bantu (= komutasi)

S 31



TEKNIK LISTRIK

Motor

S 32

Motor tiga-fasa

Kecepatan

Pada frekuensi f yang ditentukan, kecepatan ditetapkan oleh jumlah pasangan kutub p

$$\text{kecepatan } n = \frac{f}{p} = \frac{60 f \text{ s}}{p} \text{ menit}$$

Pemindahan rangkaian (Switching)

Apabila kedua jepitan dari masing-masing gulungan pada pa-pen-hubung dapat didekati, maka motor tiga-fasa dapat dirangkai dalam bintang atau dalam segi-tiga

tegangan fasa dalam bintang (star)	dalam segitiga (delta)
---------------------------------------	------------------------

$$V_{ph} = \frac{V}{\sqrt{3}}$$

$$V_{ph} = V$$

Sebuah motor 400/230 volt bekerja dengan nilai-nilai arus, momen putar dan daya nominalnya, apabila dihubungkan dengan

s 207 $V = 230 \text{ V}$ dalam segitiga, artinya $V_{ph} = V = 230 \text{ V}$

s 208 $V = 400 \text{ V}$ dalam bintang, artinya $V_{ph} = \frac{V}{\sqrt{3}} = \frac{400 \text{ V}}{\sqrt{3}} = 230 \text{ V}$

Rangkaian star-delta

Motor-motor bertenaga tinggi pada umumnya bekerja dalam delta. Untuk mencegah terjadinya arus-arus hantakan yang berlebihan, khususnya dalam jaringan-jaringan arus yang relatif rendah, motor itu di-start dalam star untuk kemudian dipindah ke rangkaian delta. Misalnya, apabila sebuah motor 400/230 volt dirangkai dalam star pada sebuah jaringan 230/135 volt, maka kepada motor itu hanya diberikan $1/\sqrt{3}$ kali dari tegangan nominalnya.

Motor induksi

Medan putar stator menyebabkan tegangan dan arus yang akan diinduksikan dalam gulungan angker. Karena terjadinya selip, maka kecepatan puter angker menjadi sekitar 3 hingga 5% lebih rendah daripada kecepatan medan putarnya; apabila diberi beban, kecepatannya dapat dikatakan tetap konstan.

Motor sinkron

Motor ini memerlukan arus rata untuk dapat dihidupkan dan telah dibuat sinkron dengan kecepatan medan putar dengan menggunakan angker hubungan-pendek (squirrel-cage armature). Motor dapat langsung digunakan sebagai generator.

TEKNIK LISTRIK

Grup sakelar transformator

S 33

Grup-grup sakelar yang umum digunakan untuk transformator

angka-kode	jenis grup sakelar	tanda PV	tanda SV	diagram sakelar PV	diagram sakelar SV	perbandingan $V_1 : V_2$
Transformator dengan output tiga-fasa						
s 209	D d 0	IV IU IV	2V 2U 2V	IU IV IW IU IV IW IU IV IW	IU IV IW 2U 2V 2W 2U 2V 2W	$\frac{N_1}{N_2}$
s 210	Y y 0	IV IU IV	2V 2U 2V	IU IV IW IU IV IW IU IV IW	IU IV IW 2U 2V 2W 2U 2V 2W	$\frac{N_1}{N_2}$
s 211	D z 0	IV IU IV	2V 2U 2V	IU IV IW IU IV IW IU IV IW	IU IV IW 2U 2V 2W 2U 2V 2W	$\frac{2 N_1}{3 N_2}$
s 212	D y 5	IV IU IV	2U 2U 2V	IU IV IW IU IV IW IU IV IW	IU IV IW 2U 2V 2W 2U 2V 2W	$\frac{N_1}{\sqrt{3} N_2}$
s 213	Y d 5	IV IU IV	2U 2U 2V	IU IV IW IU IV IW IU IV IW	IU IV IW 2U 2V 2W 2U 2V 2W	$\frac{N_1}{\sqrt{3} N_1}$
s 214	Y z 5	IV IU IV	2U 2U 2V	IU IV IW IU IV IW IU IV IW	IU IV IW 2U 2V 2W 2U 2V 2W	N_3
s 215	D d 6	IV IU IV	2V 2U 2V	IU IV IW IU IV IW IU IV IW	IU IV IW 2U 2V 2W 2U 2V 2W	$\frac{N_1}{N_2}$
s 216	Y y 6	IV IU IV	2W 2U 2V	IU IV IW IU IV IW IU IV IW	IU IV IW 2U 2V 2W 2U 2V 2W	$\frac{N_1}{N_2}$
s 217	D z 6	IV IU IV	2W 2U 2V	IU IV IW IU IV IW IU IV IW	IU IV IW 2U 2V 2W 2U 2V 2W	$\frac{2 N_1}{3 N_2}$
s 218	D y 11	IV IU IV	2V 2U 2V	IU IV IW IU IV IW IU IV IW	IU IV IW 2U 2V 2W 2U 2V 2W	$\frac{N_1}{\sqrt{3} N_2}$
s 219	Y d 11	IV IU IV	2V 2U 2V	IU IV IW IU IV IW IU IV IW	IU IV IW 2U 2V 2W 2U 2V 2W	$\frac{N_1}{\sqrt{3} N_1}$
s 220	Y z 11	IV IU IV	2V 2U 2V	IU IV IW IU IV IW IU IV IW	IU IV IW 2U 2V 2W 2U 2V 2W	$\frac{N_2}{2 N_1}$
Transformator dengan output satu-fasa						
s 221	O I i 0	1,1 1,2	2,1 2,2	1,1 1,2	2,1 2,2	$\frac{N_1}{N_2}$

PV: Tegangan primer/TP | D delta | Y star | - | zig-zag

SV: Tegangan sekunder/TS | d (segitiga) | y (bintang) | z |

Angka kode digunakan untuk menghitung sudut fasa (= angka kode $\times 30^\circ$) antara tegangan primer dan sekunder, misalnya untuk Dy5 sudut-fasanya adalah $5 \times 30 = 150^\circ$.

Perhatikan: Gunakanlah grup sakelar di dalam bingkai sebagai referensi.

TEKNIK LISTRIK

Instrumen ukur

S 34

Instrumen-instrumen ukur yang terpenting

Simbol	jenis instrumen	Konstruksi	Berdasarkan kuantitas yang diukur	Skala	Digunakan untuk pengukuran
	kumpanan bergerak	kumpanan bergerak di dalam medan permanen, 2 pegas spirali seragam magnet permanen, 2 pegas spirali atau rentang pita yang berlengkung sebagai momen lawan dan penyular arus	Nilai dc-fangka tengah (deret hitung)	linear	- dan V
	kumpanan bergerak dengan perata	kontak-padas termo-kopel dekat permanen. Termo-kopel menghidupkan instrumen kumpanan bergerak	Angka tengah deret hitung dari nilai yang telah diratakan	linear	¹⁾ I dan V
	kumpanan silang bergerak dengan termo-kopel	2 kumparan bergerak di dalam medan permanen tak seragam magnet permanen, 2 penyular arus tanpa momen lawan	$\frac{I_1}{I_2}$	hampir hukum-kuadrat	²⁾ $\frac{I_1}{I_2}$
	besi lunak	kontak-padas termo-kopel menghidupkan instrumen kumpanan bergerak dan 1 diam, kumparan tak bergerak, pegas spiral sebagai momen lawan	Nilai efektif (root-mean-square value)	hampir hukum-kuadrat	²⁾ $\frac{I}{V}$
	elektrodinamis	1 pelat kondensator diam dan 1 pelat bergerak	$I_1 \times I_2 \times \cos \phi$	hukum-kuadrat untuk P dan linear untuk ϕ	I, V, P dan $\cos \phi$
	elektrostatik	1 pelat kondensator diam dan 1 pelat bergerak	Nilai efektif	non-linear	³⁾ $\frac{V}{100 \text{ V}}$

¹⁾ hanya untuk bentuk gelombang sinusoidal

²⁾ juga untuk bentuk gelombang non sinusoidal

³⁾ $f < 500 \text{ Hz}$

FISIKA RADIASI

Fotometri dan optik

T 1

Umum

Untuk tiap kuantitas fotometri terdapat kuantitas fisik radiasi yang sesuai dan demikian juga sebaliknya. Keduanya dibedakan dengan memberikan akhiran yang berbeda, v untuk visual dan e untuk energi.

	Kuantitas	Fotometri Simbol	Satuan	Kuantitas	Fisika radiasi Simbol	Satuan
t 1	intensitas cahaya	I_v	candela cd	intensitas radiant	I_e	W sr
t 2	fluks cahaya	$\dot{\Phi}_v = \Omega I_v$	lumen lm = cd sr	daya radiant	$\dot{\Phi}_e = \Omega I_e$	W = J/s
t 3	kuantitas sinar, energi cahaya	$Q_v = \dot{\Phi}_v t$	detik lumen lm s, juga lm h	energi radiant, kuantitas radiasi	$Q_e = \dot{\Phi}_e t$	J = W s
t 4	luminansi	$L_v = \frac{I_v}{A_1 \cos \epsilon_1}$	$\frac{\text{cd}}{\text{m}^2}$	radiansi	$L_e = \frac{I_e}{A_1 \cos \epsilon_1}$	$\frac{\text{W}}{\text{sr m}^2}$
t 5	iluminansi	$E_v = \frac{\dot{\Phi}_v}{A_2}$	$\frac{\text{lux}}{\text{m}^2}$	iradiansi	$E_e = \frac{\dot{\Phi}_e}{A_2}$	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
t 6	pencahayaan sinar	$H_v = E_v t$	lx s	pencahayaan radiant	$H_e = E_e t$	$\frac{\text{W s}}{\text{m}^2}$

Definisi satuan dasar "candela" (cd) (baca: kandela)

Intensitas cahaya suatu permukaan sebesar $1/600.000 \text{ m}^2$ dari sebuah benda hitam pada suhu 2042 K.

Ekuivalen radiasi fotometri

1 watt = 600 lm untuk panjang gelombang 555 nm.

t 7 Konsumsi fluks cahaya untuk penerangan (nilai-nilai lihat Z 25)

Suatu permukaan A yang disinari hingga mencapai iluminasi E_v akan memerlukan fluks cahaya sebesar

$$t 8 \quad \dot{\Phi}_v = \frac{A E_v}{\eta}$$

Untuk simbol-simbol lihat T2

FISIKA RADIASI

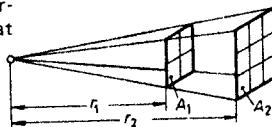
Hukum jarak, pembiasan sinar

T₂

Hukum jarak optik

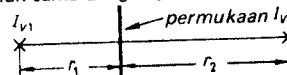
Penerangan suatu permukaan berbanding terbalik dengan kuadrat jaraknya dari sumber sinar:

$$t_9 \quad \frac{E_{V1}}{E_{V2}} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{A_2}{A_1}$$



Bilamana dua buah sumber sinar menghasilkan penerangan yang sama pada suatu permukaan, maka perbandingan kuadrat jarak mereka dari permukaan itu adalah sama dengan perbandingan intensitas cahaya mereka:

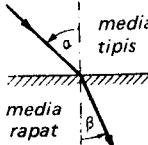
$$t_{10} \quad \frac{I_{V1}}{I_{V2}} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$



Pembiasan sinar (refleksi)

$$t_{11} \quad \frac{n_b}{n_a} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

= konstan untuk semua sudut



t12 Bilamana $\sin \beta > \frac{n_a}{n_b}$, maka terjadi refleksi (pemantulan) total

t13 Indeks pembiasan untuk penerangan sodium kuning $\lambda = 589.3 \text{ nm}$

unsur padat dalam kaitannya dengan atmosfer	unsur fluida dalam kaitannya dengan atmosfer	unsur gas dalam kaitannya dengan vakum			
pleksiglas	1,49	air	1,33	hidrogen	1,000292
kwarza	1,54	alkohol	1,36	oksiigen	1,000271
kaca murni	2,56	gliserin	1,47	atmosfer	1,000292
intan	2,41	bensol	1,50	nitrogen	1,000297

A₁ : luas permukaan yang memancar

A₂ : luas permukaan yang disinari atau yang terkena radiasi
A₁ cos ε₁ : proyeksi permukaan yang memancar A₁ tegak lurus pada arah radiasi

n_a, (n_b) : indeks refleksi media tipis (rapat);

ε₁ : sudut di antara arah sorot yang timbul dan arah tegak-lurus (normal) pada permukaan yang memancar A₁

Ω : sudut bidang-banyak (solid angle) Ω adalah perbandingan luas A_k, yang memotong sebuah bola dengan radius r_k, terhadap kuadrat dari radius itu: Ω = A_k/r_k²; satuan sr = m²/m².

sudut bidang-banyak dari sebuah titik adalah Ω = 4 π sr = 12,56 sr

efikasi cahaya (lihat tabel Z 25)

266

FISIKA RADIASI

Panjang gelombang, cermin

T₃

Panjang gelombang (di atmosfer)

Jenis radiasi

panjang gelombang λ = c/f

sinar-X	keras	0,0057 nm ... 0,08 nm
	lunak	0,08 nm ... 2,0 nm
	ultra-lunak	2,0 nm ... 37,5 nm
radiasi optik	UV-C ... IR-C	100 nm ... 1 mm
radiasi-ultra-violet (ultra ungu)	UV-C	100 nm ... 280 nm
	UV-B	280 nm ... 315 nm
	UV-A	315 nm ... 380 nm
radiasi dapat dilihat, sinar	ungu	380 nm ... 420 nm
	biru	420 nm ... 490 nm
	hijau	490 nm ... 530 nm
	kuning	530 nm ... 650 nm
	merah	650 nm ... 780 nm
radiasi infra-red (infra merah)	IR-A	780 nm ... 1,4 μm
	IR-B	1,4 μm ... 3,0 μm
	IR-C	3,0 μm ... 1 mm

Cermin datar:

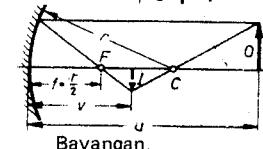
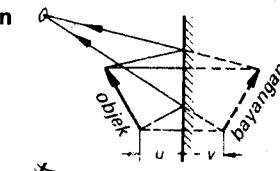
Gambar pantulan berada di belakang cermin pada jarak sama dengan jarak objek dari cermin yang berada di depannya:
 $u = -v$

Cermin cekung:

$$t_{18} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

Tergantung dari posisi objek maka bayangan akan nyata (real) atau maya (virtual):

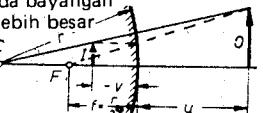
u	v
∞	f
$> 2f$	$f < v < 2f$
$2f$	$2f$
$2f > u > f$	$> 2f$
f	∞
$< f$	negatif



bayangan (image)
pada titik fokus/titik api
nyata, terbalik, lebih kecil
nyata, terbalik, dengan ukuran sama
nyata, terbalik, lebih besar
tidak ada bayangan

Cermin cembung

maya, lebih besar
Hanya menghasilkan bayangan C
maya dan bayangan lebih kecil.
Sama seperti cermin cekung,
di mana:



$$t_{19} \quad f = -r/2$$

$$c = 0,3 \times 10^8 \text{ m/s} \text{ (kecepatan sinar)}$$

267

FISIKA RADIASI

Lensa

T 4

Lensa

Pembiasan (refleksi) D dari sebuah lensa

$$t 20 \quad D = \frac{1}{f};$$

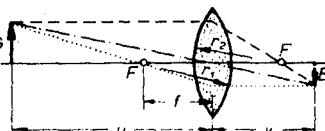
Satuan: 1 dpt = 1 dioptri = $\frac{1}{m}$

Persamaan lensa (hanya untuk lensa tipis)

$$t 21 \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$$

$$t 22 \quad = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

$$t 23 \quad m = \frac{v}{u} = \frac{v}{f}$$



Bilamana dua buah lensa dengan kedalaman fokus f_1 dan f_2 langsung didekatkan antara satu dan lainnya, maka ekuivalen dari panjang fokus f , ditentukan oleh: $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

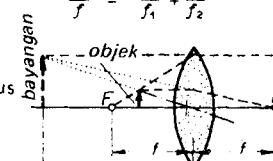
Lensa pembesar

umum

bilamana obyek berada dalam fokus

$$t 25 \quad m = \frac{s}{f} + 1$$

$$m = \frac{s}{f}$$

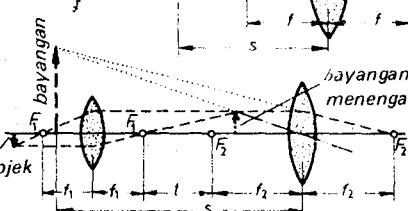


Mikroskop

pembesaran total

$$t 26 \quad m = \frac{t \cdot s}{f_1 \cdot f_2}$$

$$= m_1 \cdot m_2$$



Makro fotografi

perpanjangan kamera

$$t 28 \quad a = f(m + 1)$$

$$t 29 \quad \text{jarak objek} \quad c = \frac{a}{m} = f\left(1 + \frac{1}{m}\right)$$

B : ukuran bayangan

n : indeks refraktif (lihat T2)

F : fokus

r : radius lengkungan

f : jarak titik api

t : panjang optik tabung

G : ukuran objek

m : faktor pembesaran

s : jarak penglihatan (= 25 cm untuk penglihatan normal)

FISIKA RADIASI

Radiasi ion

T 5

Radiasi ion

Radiasi ion adalah setiap radiasi dari partikel bermuatan yang secara langsung atau tidak langsung menyebabkan ionisasi atau eksitasi suatu gas permanen.

Nilai yang dihimpun	Satuan	Nilai kecepatan waktu	Satuan
jumlah energi yang diserap (nilai yang diukur)	$1 \frac{\text{As}}{\text{kg}} = 1 \frac{\text{C}}{\text{kg}}$	tingkat energi yang diserap	$1 \frac{\text{A}}{\text{kg}}$
$t 30 \quad J = \frac{Q}{m}$	$[1 \text{ Röntgen} = \frac{1}{10^6} \text{ C}]$ $1 \text{ R} = 258 \frac{\mu\text{C}}{\text{kg}}$	$J = \frac{J}{t} = \frac{I}{m}$	$1 \frac{\text{R}}{\text{s}} = 258 \frac{\mu\text{A}}{\text{kg}}$ $1 \frac{\text{R}}{\text{a}} = 8.2 \frac{\mu\text{A}}{\text{kg}}$
dosis yang diserap	$1 \text{ gray} = 1 \text{ gy}$ $1 \frac{\text{V As}}{\text{kg}} = 1 \frac{\text{W s}}{\text{kg}}$ $= \frac{1}{10^6} \frac{\text{J}}{\text{kg}}$	dosis yang diserap, -tingkat	$1 \frac{\text{gy}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{W}}{\text{kg}}$
$t 32 \quad D = f J$ $= \frac{W}{m}$	$1 \text{ rad} = 1 \text{ rd} =$ $= \frac{cJ}{kg} = 0.01 \text{ gy}$ $= 6.242 \times 10^{18} \frac{\text{eV}}{\text{kg}}$	$D = \frac{D}{t} = \frac{P}{m}$	$= 31.56 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg a}}$
ekuivalen dari dosis (nilai teoretis)	$1 \frac{\text{V As}}{\text{kg}} = 1 \frac{\text{W s}}{\text{kg}}$ $= \frac{1}{10^6} \frac{\text{J}}{\text{kg}}$	ekuivalen dari dosis, -tingkat	$1 \frac{\text{W}}{\text{kg}} = 1 \frac{\text{gy}}{\text{s}}$
$t 34 \quad H = D_q = q D$ $= q f J$	$[1 \text{ REM} = 1 \text{ rem}]$ $= \frac{cJ}{kg}$	$H = \frac{D_q}{t} = \frac{D_q}{t}$ $= q \dot{D}$	$1 \frac{\text{rem}}{\text{s}} = 10 \frac{\text{mW}}{\text{kg}}$ $1 \frac{\text{rem}}{\text{a}} = 317 \frac{\text{pW}}{\text{kg}}$

Aktivitas

$t 36 \quad A = -dN/dt = \lambda N$	$1 \text{ Becquerel} = 1 \text{ Bq} = 1/\text{s}$ [1 Curie = 1 Ci = $37 \times 10^9 \text{ Bq}$]
$t 37 \quad \lambda = \ln 2 / T_{1/2}$	$(s, \text{ min}, h, d, a)^{-1}$
Satuan dalam [] berlaku sampai tanggal 31-12-85	Penjelasan istilah, simbol dan satuan lihat T6

FISIKA RADIASI

Radiasi ion

T 6

Arus ionisasi / : Apabila molekul-molekul udara di-ionisasi oleh radiasi dan diberi suatu tegangan, maka akan mengalir arus ionisasi. (instrumen: sebuah ruang ionisasi).

Muatan Q : Apabila suatu arus ionisasi / mengalir selama waktu t , maka ia akan menghasilkan muatan

$$Q = I t$$

t 38 **Energi radiasi W**: W adalah energi radiasi yang diperlukan untuk ionisasi. Setiap pasangan ion dalam molekul udara memerlukan energi $W_L = 33.7 \text{ eV}$.

$$\text{t 39 Muatan satu elektron: } 1 \text{ e} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ As}$$

$$\text{t 40 1 elektron-Volt: } 1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ As} \times 1 \text{ V} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{t 41 Dosis: Dosis adalah suatu nilai yang berhubungan dengan massa } m, \text{ misalnya } J = Q/m.$$

Aktivitas A: Aktivitas A adalah jumlah atom dari sebuah substansi radio-aktif yang menjadi berantakan per satuan waktu.

Catatan simbol yang digunakan

N : jumlah atom radio-aktif

$T_{1/2}$: setengah hidup (half-life)

$$\text{t 43 } f_L : \text{konstanta ionisasi untuk udara } (f_L = \frac{W_L}{e} = 33.7 \text{ V})$$

f : konstanta ionisasi untuk

tissue/tenunan

$$f = f_L$$

tulang

$$f = (1 \dots 4) f_L$$

m : massa (satuan dasar)

q : faktor kualitas untuk

$$\text{sinar } \beta, \gamma \text{ dan sinar X} \quad q = 1$$

$$\text{radiasi lain} \quad q = 1 \dots 20$$

Catatan satuan yang digunakan

$$\text{A : ampere} \quad | \quad \text{C : coulomb} \quad | \quad \text{joule}$$

$$\text{a : anum (1 anum} = 1 \text{ a} = 31.56 \times 10^6 \text{ s atau kira-kira 1 tahun)}$$

Penelanjangan terhadap radiasi (ekuivalen dosis):

Pada tahun 1975 penduduk Jerman Barat rata-rata telah terkena jenis radiasi berikut ini:

Jenis	H dalam mJ/kg	[mrem]
dari sumber-sumber alam	1.1	110
untuk kepentingan pengobatan	0.5	50
radiasi tiruan yang lain*)	<0.1	<10
*) yang diizinkan menurut hukum	≤ 0.3	≤ 30

ILMU KIMIA

Elemen

U 1

elemen	simbol	massa atom dalam u	elemen	simbol	massa atom dalam u
aluminium	Al	26.9815	neodium	Nd	144.240
antimon	Sb	121.75	neon	Ne	20.183
argon	Ar	39.948	nikel	Ni	58.71
arsenik	As	74.9216	niobium	Nb	92.906
barium	Ba	137.34	nitrogen	N	14.0067
berilium	Be	9.0122	osmium	Os	190.2
bismut	Bi	208.980	oksigen	O	15.9994
boron	B	10.811	paladium	Pd	106.4
bromina	Br	79.909	fosforus	P	30.9738
kadmium	Cd	112.40	platinum	Pt	195.09
kaesium	Cs	132.905	potassium	K	39.102
kalsium	Ca	40.08	praseodium	Pr	140.907
karbon (arang)	C	12.0112	radium	Ra	226.04
serium	Ce	140.12	rodiump	Rh	102.905
khlorina	Cl	35.453	rubidium	Rb	85.47
khromium	Cr	51.996	ruteniump	Ru	101.07
kobalt	Co	58.9332	samarium	Sm	150.35
tembaga	Cu	63.54	skandium	Sc	44.956
erbium	Er	167.26	selenium	Se	78.96
fluorina	F	18.9984	silikon	Si	28.086
gadolinium	Gd	157.25	perak	Ag	107.870
galium	Ga	69.72	sodium	Na	22.9898
germanium	Ge	72.59	strontium	Sr	87.62
emas	Au	196.967	sulfur	S	32.064
helium	He	4.0026	tantalum	Ta	180.948
hidrogen	H	1.008	telurium	Te	127.6
indium	In	114.82	talium	Tl	204.37
iodina	I	126.9044	torium	Th	232.038
iridium	Ir	192.2	tolium	Tm	168.934
besi	Fe	55.847	timah putih	Sn	118.69
kripton	Kr	83.80	titanium	Ti	47.90
lantanum	La	138.91	tungsten	W	183.85
timah hitam	Pb	207.19	uranium	U	238.03
litium	Li	6.939	vanadiump	V	50.942
magnesium	Mg	24.312	xenon	Xe	131.30
manganes	Mn	54.9381	trium	Y	88.965
merkuri	Hg	200.59	seng	Zn	65.37
molibdenum	Mo	95.94	sirkonium	Zr	91.22

u : satuan massa atom (1 u = $1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$)

ILMU KIMIA

Bahan kimia

Istilah-istilah kimia		
dagang	nama kimia	rumus-rumus kimia
aseton	acetone	$(\text{CH}_3)_2\text{CO}$
asetilin	acetylene	C_2H_2
amonia	ammonia	NH_3
(hidroksida) amonium	ammonium hydroxide	NH_4OH
anilin	aniline	$\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2$
bauksit	hydrated aluminium oxides	$\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
tepung pemutihan	calcium hypochlorite	$\text{CaCl}(\text{OCl})$
vitriol biru	copper sulfate	$\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$
boraks	sodium tetraborate	$\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$
mentega seng	zinc chloride	$\text{ZnCl}_2 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$
sulfat kadmium	cadmium sulfate	CdSO_4
klorida kalsium	calcium chloride	CaCl_2
karbid	calcium carbide	CaC_2
asam karbol	phenol	$\text{C}_6\text{H}_5\text{OH}$
dioksida karbon	carbon dioxide	CO_2
karborundum	silicon carbide	SiC
potas kaustik	potassium hydroxide	KOH
soda kaustik	sodium hydroxide	NaOH
kapur	calcium carbonate	CaCO_3
sinabar	mercuric sulfide	HgS
ether	di-ethyl ether	$(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{O}$
garam pelengkap atau hipo	sodium thiosulfate	$\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$
garam glober(glauber)	sodium sulfate	$\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$
gliserin atau gliserol	glycerine	$\text{C}_3\text{H}_5(\text{OH})_3$
grafit	crystalline carbon	C
vitriol hijau	ferrous sulfate	$\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$
gips	calcium sulfate	$\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
gas pemanas	propane	C_3H_8
asam hidroklor	hydrochlorid acid	HCl
asam hidrofluor	hydrofluoric acid	HF
sulfida hidrogen	hydrogen sulfide	H_2S
klorida besi	ferrous chloride	$\text{FeCl}_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$
sulfida besi	ferrous sulfide	FeS
gas ketawa (laughing gas)	nitrous oxide	N_2O
sulfida timah	lead sulfide	PbS

ILMU KIMIA

Bahan kimia

lanjutan dari U2

dagang	nama kimia	rumus-rumus kimia
batu kapur	calcium carbonate	CaCO_3
magnesia	magnesium oxide	MgO
gas marsa	methane	CH_4
minimum atau timah merah	plumbate	$2\text{PbO} \cdot \text{PbQ}_2$
asam nitrik	nitric acid	HNO_3
asam fosfor	ortho phosphoric acid	H_3PO_4
potas karbon	potassium carbonate	K_2CO_3
potas bromida	potassium bromide	KBr
potas klorat	potassium chloride	KClO_3
potas klorida	potassium chlorate	KCl
potas khromat	potassium chromate	K_2CrO_4
potas sianida	potassium cyanide	KCN
potas dikhromat	potassium dichromate	$\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$
potas iodida	potassium iodide	KI
asam prusik	hydrogen cyanide	HCN
pirolusit	manganese dioxide	MnO_2
kapur mentah	calcium monoxide	CaO
potas prusiat merah	potassium ferrrocyanide	$\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6$
salamonian	ammonium chloride	NH_4Cl
bromida perak	silver bromide	AgBr
nitrat perak	silver nitrate	AgNO_3
kapur mati	calcium hydroxide	$\text{Ca}(\text{OH})_2$
abu soda	hydrated sodium carb.	$\text{Na}_2\text{CO}_3 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$
monoksida sodium	sodium.. oxide	Na_2O
jelaga (soot)	amorphous carbon	C
klorida stanos	stannous chloride	$\text{SnCl}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
asam belerang	sulphuric acid	H_2SO_4
garlam meja	sodium chloride	NaCl
dempul timah	stannic oxide	SnO_2
trilin	trichlorethylene	C_2HCl_3
urea	urea	$\text{CO}(\text{NH}_2)_2$
timah putih	basic lead carbonate	$2\text{PbCO}_3 \cdot \text{Pb(OH)}_2$
vitriol putih	zinc sulphate	$\text{ZnSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$
potas prusiat kuning	potass. ferrocyanide	$\text{K}_3\text{Fe}(\text{CN})_6 \cdot 3\cdot\text{H}_2\text{O}$
sulfida seng (z. blend)	zinc sulphide	ZnS
seng (chinese white)	zink oxide	ZnO

U 4

ILMU KIMIA

Asam, basa

Nilai-nilai pH

Log negatif dari konsentrasi-ion-hidrogen c_{H^+} menunjukkan nilai-nilai pH-nya.

$$pH = -\log c_{H^+}$$

c_{H^+}	1	10^{-1}	10^{-2}	...	10^{-7}	...	10^{-12}	10^{-13}	10^{-14}
Nilai pH	0	1	2	...	7	...	12	13	14
	asam	net-	ral				alkalin	...	

Pembentukan nilai-nilai pH dengan menggunakan indikator-indikator yang sesuai.

Indikator asam-basa

Indikator	Jangkauan pH-	Perubahan warna	
		dari	ke
thimol biru	1,2 ... 2,8	merah	kuning
p-demetilamino-aso benz	2,8 ... 4,0	merah	jingga-kuning
bromofenol biru	3,0 ... 4,6	kuning	merah-ungu
kongo merah	3,0 ... 4,2	biru-ungu	merah-jingga
methyl jingga	3,1 ... 4,4	merah	kuning-(jingga)
brom kresol hijau	3,8 ... 5,4	kuning	biru
methyl merah	4,4 ... 6,2	merah	(jingga)-kuning
litmus	5,0 ... 8,0	merah	biru
bromokresol merah ungu gelap	5,2 ... 6,8	kuning	merah ungu gelap
brom fenol merah	5,2 ... 6,8	jingga kuning	merah ungu gelap
bromothimol biru	6,0 ... 7,6	kuning	biru
fenol merah	6,4 ... 8,2	kuning	merah
netral merah	6,4 ... 8,0	(biru)-merah	jingga-kuning
kresol merah	7,0 ... 8,8	kuning	merah ungu gelap
meta kresol merah ungu gelap	7,4 ... 9,0	kuning	merah ungu gelap
thimol biru	8,0 ... 9,6	kuning	biru
fenolftalen	8,2 ... 9,8	tanpa warna	merah-ungu
alizarin kuning 6G	10,0 ... 12,1	kuning muda	coklat muda-kuning

ILMU KIMIA

Reagen, Persamaan, Campuran pembekuan

U 5

Reagen (zat pengaktif kimia)

reagen	indikator	corak warna
u 2	kertas litmus biru	merah
u 3 asam	fenolftalen merah	tanpa warna
u 4	methilorange kuning	merah
u 5	kertas litmus merah	biru
u 6 basa	fenolftalen tanpa warna	merah
u 7	methilorange merah	kuning
u 8 ozon	kertas kanji potas-iodida	biru-hitam
u 9	kertas iodida timah	coklat-hitam
u 10 H ₂ S	larutan amonia	uap putih
u 11	asam hidroklor	
	hidroksida kalsium	sedimen

Pembuatan bahan-bahan kimia

untuk membuat	digunakan reaksi
u 12 amonia	$\text{CO}(\text{NH}_2)_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2 \text{NH}_3 + \text{CO}_2$
u 13 khlorida ammonium	$\text{NH}_4\text{OH} + \text{HCl} \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl} + \text{H}_2\text{O}$
u 14 hidroksida ammonium	$\text{NH}_3 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{NH}_4\text{OH}$
u 15 sulfida kadmium	$\text{CdSO}_4 + \text{H}_2\text{S} \rightarrow \text{Cds} + \text{H}_2\text{SO}_4$
u 16 dioksida karbon	$\text{CaCO}_3 + 2 \text{HCl} \rightarrow \text{CO}_2 + \text{CaCl}_2 + \text{H}_2\text{O}$
u 17 khlorin	$\text{CaCO}_3 + 2 \text{HCl} \rightarrow \text{Cl}_2 + \text{CaCl}_2 + \text{H}_2\text{O}$
u 18 hidrogen	$\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{Zn} \rightarrow \text{H}_2 + \text{ZnSO}_4$
u 19 sulfida hidrogen	$\text{FeS} + 2 \text{HCl} \rightarrow \text{H}_2\text{S} + \text{FeCl}_2$
u 20 sulfida timah	$\text{Pb}(\text{NO}_3)_2 + \text{H}_2\text{S} \rightarrow \text{PbS} + 2 \text{HNO}_3$
u 21 oksigen	$2 \text{KClO}_3 \rightarrow 3 \text{O}_2 + 2 \text{KCl}$
u 22 hidroksida sodium	$\text{Na}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2 \text{NaOH}$
u 23 sulfida seng	$\text{ZnSO}_4 + \text{H}_2\text{S} \rightarrow \text{ZnS} + \text{H}_2\text{SO}_4$

Campuran beku

Suhu jatuh dari °C	ke °C	Campuran (Angka-angka menunjukkan perbandingan massa)
u 24 + 10	- 12	$4 \text{H}_2\text{O} + 1 \text{KCl}$
u 25 + 10	- 15	$1 \text{H}_2\text{O} + 1 \text{NH}_4\text{NO}_3$
u 26 + 8	- 24	$1 \text{H}_2\text{O} + 1 \text{NaNO}_3$
u 27 0	- 21	$3:0 \text{ es (dihancurkan)}$
u 28 0	- 39	$1:2 \text{ es (dihancurkan)}$
u 29 0	- 55	$1:4 \text{ es (dihancurkan)}$
u 30 + 15	- 78	$1 \text{ metil alkohol} + 1 \text{ CO}_2 \text{ padat}$

U 6

ILMU KIMIA

Lembab, bahan-bahan pengering, kekerasan air

Kelembaban relatif atmosfer di dalam bejana tertutup

Kelembaban relatif di atas larutan (%)	20°C = 65°F	Larutan basa yang sangat jenuh (supersaturated)	
92		Na ₂ CO ₃	10 H ₂ O
86		KCl	u 31
80		(NH ₄) ₂ SO ₄	u 32
76		NaCl	u 33
63		NH ₄ NO ₃	u 34
55		Ca(NO ₃) ₂	u 35
45		K ₂ CO ₃	4 H ₂ O
35		CaCl ₂	2 H ₂ O
			6 H ₂ O
			u 36
			u 37
			u 38

Bahan-bahan pengering (desikan) untuk desikator-desikator

Sisa air setelah pengeringan pada 25°C (77°F), g/m ³ air	desikan	rumus	
1.4	sulfat tembaga, tanpa air	CuSO ₄	u 39
0.8	khlorida seng	ZnCl ₂	u 40
0.14 ... 0.25	khlorida kalsium	CaCl ₂	u 41
0.16	hidroksida sodium	NaOH	u 42
0.008	oksida magnesiun	MgO	u 43
0.005	sulfat kalsium, tanpa air	CaSO ₄	u 44
0.003	aluminium basah	Al ₂ O ₃	u 45
0.002	hidroksida potas	KOH	u 46
0.001	silika gel	(SiO ₂) _x	u 47
0.000025	pentoksida fosfor	P ₂ O ₅	u 48

Kekerasan air

$$1^{\circ} \text{ kekerasan Jerman} \triangleq 1^{\circ} d \triangleq \frac{10 \text{ mg CaO}}{1 \text{ l air}} \triangleq \frac{7.19 \text{ mg MgO}}{1 \text{ l air}}$$

$$1^{\circ} d = 1.25^{\circ} \text{ kekerasan Inggeris} = 1.78^{\circ} \text{ kekerasan Prancis} \\ = 17.8^{\circ} \text{ kekerasan Amerika (1,00 ppm CaCO}_3\text{)}$$

Klasifikasi kekerasan

0 ... 4°d	sangat lunak	12 ... 18°d	agak keras	u 52
4 ... 8°d	lunak	18 ... 30°d	keras	u 53
8 ... 12°d	sedikit keras	di atas 30°d	very keras	u 54

Aturan campuran untuk fluida (silang campuran)

a kapasitas	mulai start	dalam	a	$x = b - c $	u 55
c fluida	dicampur	bobot %	a	$x = b - c $	u 56
b yang	tambah campuran		b	$y = c - a $	

untuk air adalah $|b| = 0$.

Contoh: $a = 54\%$; $b = 92\%$; c akan menjadi 62%
Karena harus dilakukan pencampuran 30 pembagian bobot dari a dengan 8 bagian dari b .

TABEL

Sifat-sifat zat padat

Z 1

Kondisi referensi

Kelembaban ϱ pada $t = 20^{\circ}\text{C}$

Titik mendidih t : nilai-nilai di dalam kurung menunjuk pada sublimasi yaitu transisi langsung dari keadaan padat ke keadaan gas

Konduktivitas termal λ pada $t = 20^{\circ}\text{C}$

Panas spesifik c untuk jangkauan suhu $0 < t < 100^{\circ}\text{C}$

Substansi	kelembaban ϱ	titik didih t	konduktivitas termal λ	panas spesifik c
	kg/dm ³	°C	W/(m K) ¹⁾	J/(kg K) ²⁾
agate	2.6	1600	2600	10.89
aluminum brons	7.7	1040	2300	127.9
aluminum tuang	2.6	658	2200	209.4
aluminum gulung	2.7	658	2200	209.4
amber	1.0	300	.	.
antimon	6.67	630	1440	22.53
arsenik	5.72	815	.	0.348
wol tiruan	1.5	.	.	1.357
asbestos	2.5	1300	.	0.816
barium	3.59	704	1700	0.29
barit	4.5	1580	.	0.46
berilium	1.85	1280	2970	1.02
bismul	9.8	271	1560	8.1
skala boiler	2.5	1200	2800	1.2 ... 3.5
boraks	1.72	740	.	0.996
perunggu, tuang	8.4	900	1100	113
perunggu, digulung	8.5	900	1100	113
bata	1.8	.	.	1.0
bromin	3.14	-7.3	63	.
brons (Cu Sn 6)	8.83	910	2300	64
ore besi coklat	5.1	1570	.	0.58
kadmium	8.64	321	765	92.1
kalsium	1.55	850	1439	.
karbon	3.51	3600	.	8.9
besi tuang	7.25	1200	2500	58
serium	6.77	630	.	0.67
kapur	1.8	.	.	0.234

¹⁾ $1 \text{ W/(m K)} = 0.8589 \text{ kcal/(m K)}$

²⁾ $1 \text{ J/(kg K)} = 0.2388 \text{ kcal/(kg K)}$

Z 2

TABEL
Sifat-sifat zat padat

Substansi	kelembaban ϱ	titik didih t		konduktivitas termal λ	panas spesifik c
	kg/dm ³	°C	°C	W/(m K) ¹⁾	kJ/(kg K) ²⁾
arang kayu	0.4			0.084	0.84
khromium	7.1	1800	2700	69	0.452
tanah liat	1.8...2.1	1600	2980	1	0.88
kobalt	8.8	1490	3100	69.4	0.435
kokas (coke)	1.4			0.184	0.84
beton bertulang	2.4			0.8...1.7	0.88
konstantan	8.89	1600.	2400	23.3	0.41
tembaga tuang	8.8	1083	2500	384	0.394
tembaga gulung	8.9	1083	2500	384	0.394
gabus	0.2...0.3			0.05	2.0
intan	3.5		[3540]		0.52
bistik berminyak	0.9...1.0	40...50	350		0.88
duralium	2.8	650	2000	129.1	0.92
ebonit	1.2...1.8			0.17	
elektron	1.8	650	1500	162.8	1.00
amril (emery)	4.0	2200	3000	11.6	0.96
batu api	1.8...2.2	2000	2900	0.47	0.88
kaca jendela	2.5	700		0.81	0.84
glas-wol	0.15			0.04	0.84
emas	19.29	1063	2700	310	0.130
grafit	2.24	3800	4200	168	0.71
es	0.92	0	100	2.3	2.09
besi batang	7.9	1460	2500	47...58	0.49
iodin	4.95	113.5	184	0.44	0.218
iridium	22.5	2450	4800	59.3	0.134
besi tuang	7.25	1200	2500	58	0.532
besi tempa	7.8	1200		46...58	0.461
oksidra besi	5.1	1570		0.58	0.67
timah	11.3	327.4	1740	34.7	0.130
kulit	0.9...1.0			0.15	1.5
batu kapur	2.6			2.2	0.909
lithium	0.53	179	1372	301.2	0.36
magnesia	3.2...3.6				
magnesium	1.74	657	1110	157	1.05
magnesium, alloy	1.8	650	1500	70...145	1.01

¹⁾ 1 W/(m K) = 0.8598 kcal/(h m K)²⁾ 1 kJ/(kg K) = 0.2388 kcal/(kg K)**Z 3**

TABEL
Sifat-sifat zat padat

Substansi	kelembaban ϱ	titik didih t		konduktivitas termal λ	panas spesifik c
	kg/dm ³	°C	°C	W/(m K) ¹⁾	kJ/(kg K) ²⁾
manganese	7.43	1221	2150		0.46
marmor	2.0...2.8			2.8	0.84
mika	2.8			0.35	0.87
molibdenum	10.2	2600	5500	145	0.272
nikel	8.9	1452	2730	59	0.461
osmium	22.48	2500	5300		0.130
oksidra khrom	5.21	2300		0.42	0.75
peladium	12.0	1552	2930	70.9	0.24
kertas	0.7...1.1			0.14	1.336
parafin	0.9	52	300	0.26	3.26
peat (turf)	0.2			0.08	1.9
fosforbrons	8.8	900		110	0.36
fosfor	1.82	44	280		0.80
besi kasar putih	7.0...7.8	1560	2500	52.3	0.54
camp. seng-kuningan	8.65	1000	1300	159	0.38
ter	1.25			0.13	
batu bara	1.35			0.24	1.02
platinum	21.5	1770	4400	70	0.13
porselen	2.2...2.5	1650		0.8...1.0	0.92
potas	0.86	63	762.2	1	1
quartz/kwarza	2.5	1470	2230	9.9	0.801
radium	5	960	1140		
timah merah	8.6...9.1			0.7	0.092
logam merah	8.8	950	2300	127.9	0.381
rhениum	21.4	3175	5500	71	0.14
rhodium	12.3	1960	2500	88	0.24
rosin	1.07	100	300	0.32	1.30
karet mentah	0.95	125		0.2...0.35	
rubidium	1.52	39	700	58	0.33
pasir kering	1.4...1.6	1550	2230	0.58	0.80
batu pasir	2.1...2.5	1500		2.3	0.71
selenium	4.4	220	688	0.20	0.33
silikon	2.33	1420	2600	83	0.75
silikon karbid	3.12			15.2	0.67
perak	10.5	960	2170	407	0.234

¹⁾ 1 W/(m K) = 0.8598 kcal/(h m K)²⁾ 1 kJ/(kg K) = 0.2388 kcal/(kg K)

Z 4

TABEL

Sifat-sifat zat padat

Substansi	kelembaban ϱ	titik lumer t	didih t	konduktivitas termal λ	panas spesifik c
	kg/dm ³	°C	°C	W/(m K) ¹⁾	kJ/(kg K) ²⁾
batu tulis	2.6...2.7	2000	.	0.5	0.76
salju	0.1	0	100	126	4.187
sodium	0.98	97.5	880	0.07	1.26
arang para	1.6...1.7	.	.	2	0.84
steatit	2.6...2.7	1600	.	.	0.83
baja	7.85	1460	2500	47..58	0.49
krystal belerang	2.0	115	445	0.20	0.70
tantalum	16.6	2990	4100	54	0.138
ter	1.2	- 15	300	0.19	.
telurium	6.25	455	1300	4.9	0.201
thorium	11.7	1800	4000	38	0.14
kayu alder	0.55	.	.	0.17	1.4
kayu ash	0.75	.	.	0.16	1.6
kayu birk	0.65	.	.	0.14	1.9
kayu lark	0.75	.	.	0.12	1.4
kayu mapel	0.75	.	.	0.16	1.6
kayu oak	0.85	.	.	0.17	2.4
kayu pitchpine	0.75	.	.	0.14	1.3
kayu pockwood	1.28	.	.	0.19	2.5
kayu beech merah	0.8	.	.	0.14	1.3
kayu api merah	0.65	.	.	0.15	1.5
kayu api putih	0.75	.	.	0.15	1.5
kayu walnut	0.65	.	.	0.15	1.4
timah putih tuang	7.2	232	2500	64	0.24
timah putih gulung	7.28	232	2500	64	0.24
titanium	4.5	1670	3200	15.5	0.47
tungsten	19.2	3410	5900	130	0.13
uranium	19.1	1133	3800	28	0.117
vanadium	6.1	1890	3300	31.4	0.50
waks	0.96	60	.	0.084	3.43
besi las	7.8	1600	2500	54.7	0.515
logam putih	7.5...10	300...400	2100	35..70	0.147
seng tuang	6.86	419	906	110	0.38
seng tuang mati	6.8	393	1000	140	0.38
seng gulung	7.15	419	906	110	0.38

¹⁾ 1 W/(m K) = 0.8598 kcal/(h m K)²⁾ 1 kJ/(kg K) = 0.2388 kcal/(kg K)

TABEL

Sifat-sifat cairan

Z 5

Kondisi referensi

Kelembaban ϱ , pada $t = 20^\circ\text{C}$ dan $p = 1,0132 \text{ bar}$.Titik lumer dan titik didih t pada $p = 1,0132 \text{ bar}$ Konduktivitas termal λ pada $t = 20^\circ\text{C}$. Untuk suhu-suhu yang lain lihat Z 15.Panas spesifik c untuk jangkauan suhu $0 < t < 100^\circ\text{C}$.

Substansi	kelembaban ϱ	titik lumer t	didih t	konduktivitas termal λ	panas spesifik c
	kg/dm ³	°C	°C	W/(m K) ³⁾	kJ/(kg K) ²⁾
asam asetik	1.08	16.8	118	.	.
aseton	0.79	-95	56.1	.	.
alkohol	0.79	-130	78.4	0.17...0.2	2.43
bensen	0.89	5.4	80	0.137	1.80
bensin	0.7	-150	50...200	0.16	2.1
khloroform	1.53	-70	61	.	.
minyak disel	0.88	-5	175	0.13	.
ether	0.73	117	35	0.14	2.26
minyak gas	0.86	-30	200...300	0.15	.
gliserin	1.27 ³⁾	-20	290	0.29	2.43
minyak bakar	0.92	-5	175...350	0.12	.
asam	10%	-14	102	0.50	3.14
hidroklor	40%	1.20	.	.	.
asam hidrofluorik	0.99	-92.5	19.5	2.33	2.09
minyak cat	0.96	-20	316	0.15	.
minyak mesin	0.91	-5	380...400	0.126	1.68
merkuri	13.6	-38.9	357	8.4	0.138
methyl-alkohol	0.8	-98	66	.	2.51
asam nitrik	1.56 ³⁾	-41	86	0.26	1.72
minyak resin	0.94	-20	150...300	0.15	.
minyak terpentin	0.87	-10	160	0.10	1.80
perkhlor ethilen	1.62	-20	119	.	0.905
minyak tanah	0.80	-70	150...300	0.159	2.09
ether minyak tanah	0.67	-160	40...70	0.14	1.76
kons. asam belerang	1.84	-10	338	0.5	1.38
asam belerang 50%	1.40
asam sulfurus	1.49 ⁴⁾	-73	-10	.	1.34
toluen	0.88	-94.5	110	0.14	1.59
triklor-ethilen	1.47	-86	87	0.16	1.30
air	1 at 4°	0	100	0.58	4.183

³⁾ 1 W/(m K) = 0.8598 kcal/(h m K)²⁾ 1 kJ/(kg K) = 0.2388 kcal/(kg K)³⁾ pada $t = 0^\circ\text{C}$ ⁴⁾ pada $t = -20^\circ\text{C}$

Z 6

TABEL
Sifat-sifat gas

Kondisi referensi

Kelembaban ϱ , pada $t = 0^\circ\text{C}$ dan $p = 1,0132$. Bagi gas sempurna ϱ , dapat dihitung untuk tekanan-tekanan dan/atau suhu-suhu yang lain dari: $\varrho = p/(R \times T)$.

Titik lumer dan titik didih t pada $p = 1,0132$ bar.

Konduktivitas termal λ , pada $t = 0^\circ\text{C}$ dan $p = 1,0132$ bar.

Untuk suhu-suhu yang lain lihat Z 15.

Panas spesifik c_p , dan c_v , pada $t = 0^\circ\text{C}$ pada $p = 1,0132$ bar.

c_p , pada suhu-suhu yang lain lihat Z 13.

Substansi	kelembaban ϱ	titik		konduktivitas termal λ	panas spesifik, c_p c_v		
		lumer t	didih t		kg/m^3	$^\circ\text{C}$	$^\circ\text{C}$
asetilen	1.17	- 83	- 81	0.018	1.616	1.300	
udara, atmosfer	1.293	- 213	- 192.3	0.02454	1.005	0.718	
amonia	0.77	- 77.9	- 33.4	0.022	2.056	1.568	
argon	1.78	- 189.3	- 185.9	0.016	0.52	0.312	
gas dapur tinggi	1.28	- 210	- 170	0.02	1.05	0.75	
iso-butana	2.67	- 145	- 10				
n-butana	2.70	- 135	1				
di-oksida karbon	1.97	- 78.2	- 56.6	0.015	0.816	0.627	
di-sulfida karbon	3.40	- 111.5	46.3	0.0069	0.582	0.473	
monoksida karbon	1.25	- 205.0	- 191.6	0.023	1.038	0.741	
khlorin	3.17	- 100.5	- 34.0	0.0081	0.473	0.36	
gas lampu	0.58	- 230	- 210		2.14	1.59	
ethilen	1.26	- 169.3	- 103.7	0.017	1.47	1.173	
helium	0.18	- 270.7	- 268.9	0.143	5.20	3.121	
asam hidroklor	1.63	- 111.2	- 84.8	0.013	0.795	0.567	
hidrogen	0.09	- 259.2	- 252.8	0.171	14.05	9.934	
sulfida hidrogen	1.54	- 85.6	- 60.4	0.013	0.992	0.748	
kripton	3.74	- 157.2	- 153.2	0.0088	0.25	0.151	
methan	0.72	- 182.5	- 161.5	0.030	2.19	1.672	
neon	0.90	- 248.6	- 246.1	0.046	1.03	0.618	
nitrogen	1.25	- 210.5	- 195.7	0.024	1.038	0.741	
oksiogen	1.43	- 218.8	- 182.9	0.024	0.909	0.649	
ozon	2.14	- 251	- 112				
propan	2.01	- 187.7	- 42.1	0.015	1.549	1.360	
dioksida belerang	2.92	- 75.5	- 10.0	0.0086	0.586	0.456	
uap air ⁽³⁾	0.77	0.00	100.00	0.016	1.842	1.381	
xenon	5.86	- 111.9	- 108.0	0.0051	0.16	0.097	

⁽¹⁾ $1 \text{ W}/(\text{m K}) = 0.8598 \text{ kcal}/(\text{m K})$

⁽²⁾ $1 \text{ kJ}/(\text{kg K}) = 0.2388 \text{ kcal}/(\text{kg K})$

⁽³⁾ pada $t = 100^\circ\text{C}$

TABEL
Angka-angka friksi

Z 7

Koefisien geser dan koefisien statis

bahan	di atas bahan	friksi geser		friksi statis μ_0	
		kering	dengan pelumas	kering	dengan pelumas
brons	brons besi tuang baja	0.20 0.18 0.18	0.10 0.08 0.07	0.06 0.19	0.11 0.10
oak	oak II oak +	0.20...0.40 0.15...0.35	0.10...0.15 0.08...0.12	0.40...0.60 0.50	0.18
besi tuang	besi tuang baja	0.17...0.24	0.31	0.10 0.18...0.24	0.16 0.10
karet	aspal beton	0.50 0.60	0.30 0.30		
itali rami	kayu balok			0.50	
sabuk kulit	oak besi tuang	0.40	0.2...0.7	0.50 0.40	0.50...0.12
baja	kayu es baja	0.20...0.50 0.014 0.10...0.30	0.26...0.10	0.50...0.60 0.027 0.15...0.30	0.11 0.10
PE-W ¹⁾	PE-W ¹⁾	0.40...0.50			
PTFE ²⁾	PTFE ²⁾	0.03...0.05			
PA 66 ³⁾	PA 66 ³⁾	0.30...0.50			
POM ⁴⁾	POM ⁴⁾	0.35...0.45	0.10		
PE-W ¹⁾	PE-W ¹⁾	0.50...0.70			
PTFE ²⁾	PTFE ²⁾	0.035...0.055			
POM ⁴⁾	POM ⁴⁾	0.40...0.50			

Friksi Canai

(untuk seksyen K 12 dan L 9)

bahan di atas bahan	fangan tuas / dari gaya friksional dalam mm
karet di atas aspal	0.10
karet di atas beton	0.15
lignum vitae di atas lignum vitae	0.50
baja di atas baja (keras: bantalan peluru)	0.005...0.01
baja di atas baja (lunak)	0.05
elm di atas tanah lignum vitae	0.8

¹⁾ gerakan dengan butir biji kedua bahan

²⁾ gerakan tegak lurus pada butir biji badan bergeser

³⁾ polietilen dengan plasticizer (cont. Lupolen dari BASF)

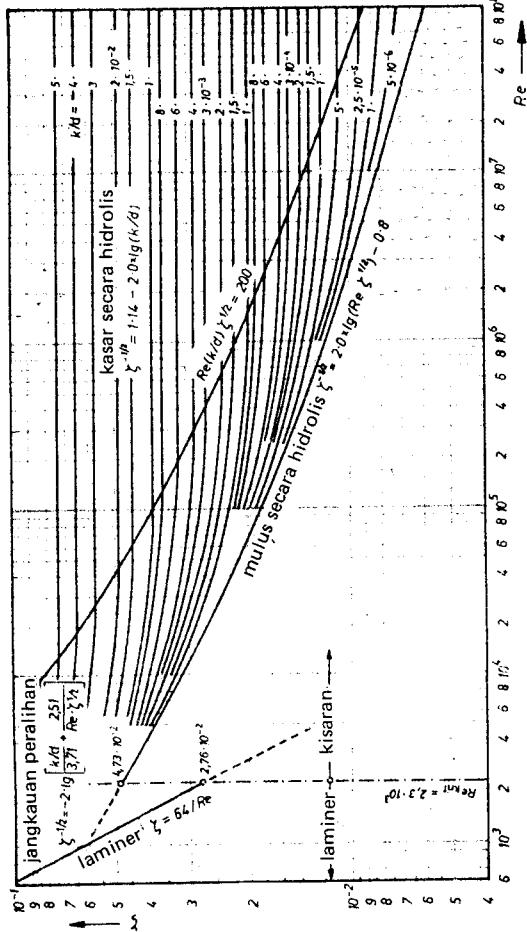
⁴⁾ polietetrafluoretilen (cont. Teflon C 126 dari Dupont)

³⁾ poliamida (cont. Ultramit CA dari BASF)

⁴⁾ polioksimetilien (cont. Hostaflon C 2520 dari Hoechst)

Z 8

TABEL
Faktor friksi untuk aliran di dalam pipa $\xi = f(Re, \frac{k}{d})$



Z 9

TABEL
Pipa air, nilai-nilai hidrodinamis

Tabung-tabung baja yang digalvanisasi, yang sesuai
untuk penyekrupan (screwing) pada alur sekerup pipa B.S.21
(Nilai-nilai terdekat untuk pipa-pipa sedang (Medium pipes)
kode warna — biru, pada B.S. 1389)

Ukuran lubang nominal (inci)	1/8	1/4	3/8	1/2	5/8	1	1 1/8	1 1/4	1 1/2	2
Alur-alur sekerup per inci	28	19	19	14	14	11	11	11	11	11
Diam. luar pipa (mm)	10.2	13.5	17.2	21.3	26.9	33.7	42.4	48.3	60.3	
Diam. dalam pipa (mm)	6.2	8.8	12.3	16	21.6	27.2	35.9	41.8	53	
Luas aliran	30	61.	119	201	366	581	1012	1371	2206	

Rangsum luas aliran (mm^2) terhadap lubang nominal (inci)

242 243 317 402 488 581 810 914 1103

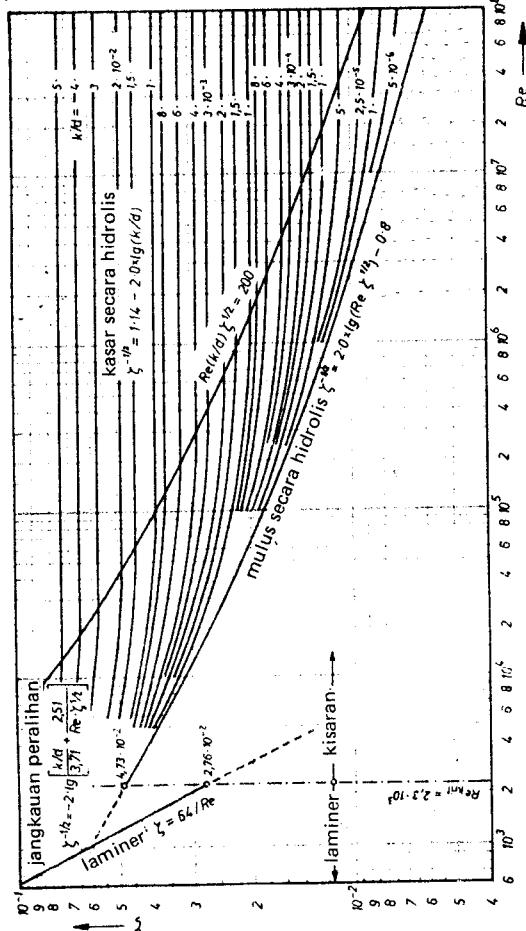
Kekasaran k

(menurut Richter, Hidroliko pipa)

Bahan dan jenis pipa	Kondisi pipa	k dalam mm
pipa-pipa baja baru (komersial) digulung atau ditarik atau digulung tanpa kampuh (seamless)	penyelesaian digulung khas (pickled) diasinkan (pickled) gaivanisasi bersih (proses celup) galvanisasi komersial	0,02 ... 0,06 0,03 ... 0,04 0,07 ... 0,10 0,10 ... 0,16
Pipa-pipa baja bekas dipakai	Iubang-lubang korosi seragam korosi sedang, kerak ringan penggerakan sedang penggerakan berat dibersihkan setelah dipakai lama	kira-kira 0,15 0,15 ... 0,4 kira-kira 1,5 2 ... 4 0,15 ... 0,20
pipa-pipa besi tuang	baru, penyelesaian dituang khas baru, diberi bahan bitumen telah terpakai, berkarat berlapis kerak (incrusted) dibersihkan setelah dipakai beberapa tahun nilai rata-rata dalam instalasi untuk air kotoran di daerah urban berkarat berat	0,2 ... 0,6 0,1 ... 0,13 1 ... 1,5 1,5 ... 4 0,3 ... 1,5 1,2 4,5
pipa-pipa dilipat dan dikeliling dari pelat besi	baru, dilipat baru, tergantung dari jenis dan kualitas pengelingan kelinginan ringan kelinginan berat umur 25 tahun, pipa kelinginan, berkarak sangat tebal	kira-kira 0,15 kira-kira 1 hingga 9 12,5

Z 8

TABEL
Faktor friksi untuk aliran di dalam pipa $\xi = f(Re, \frac{k}{d})$



Catatan: Untuk pipa-pipa yang tidak bulat k/d diganti dengan k/dn

TABEL

Pipa air, nilai-nilai hidrodinamis

Z 9

Tabung-tabung baja yang digalvanisasi, yang sesuai untuk penyelekupan (screwing) pada alur sekerup pipa B.S.21 (Nilai-nilai terdekat untuk pipa-pipa sedang (Medium pipes) kode warna — biru, pada B.S. 1389)

Ukuran lubang nominal (inci)	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	1	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	2
Alur-alur sekerup per inci	28	19	19	14	14	11	11	11	11
Diam. luar pipa (mm)	10.2	13.5	17.2	21.3	26.9	33.7	42.4	48.3	60.3
Diam. dalam pipa (mm)	6.2	8.8	12.3	16	21.6	27.2	35.9	41.8	53
Luas aliran	30	61	119	201	366	581	1012	1371	2206

Rangsum luas aliran (mm^2) terhadap lubang nominal (inci)

Kekasaran k
(menurut Richter, Hidrolik pipa)

Bahan dan jenis pipa	Kondisi pipa	k dalam mm
pipa-pipa baja baru (komersial) digulung atau ditarik atau digulung tanpa kampuh (seamless)	penyelesaian digulung khas diatasinkan (pickled) galvanisasi bersih (proses celup) galvanisasi komersial	0,02 ... 0,06 0,03 ... 0,04 0,07 ... 0,10 0,10 ... 0,16
Pipa-pipa baja bekas dipakai	lubang-lubang korosi seragam korosi sedang, kerak ringan pengerakan serlang pengerakan berat dibersihkan setelah dipakai lama	kira-kira 0,15 0,15 ... 0,4 kira-kira 1,5 2 ... 4 0,15 ... 0,20
pipa-pipa besi tuang	baru, penyelesaian dituang khas baru, diberi bahan bitumen telah terpakai, berkarat berlapis kerak (crustated) dibersihkan setelah dipakai beberapa tahun nilai rata-rata dalam instalasi untuk air kotoran di daerah urban berkarat berat	0,2 ... 0,6 0,1 ... 0,13 1 ... 1,5 1,5 ... 4 0,3 ... 1,5 1,2 4,5
pipa-pipa dilipat dan dikeling dari pelat besi	baru, dilipat baru, tergantung dari jenis dan kualitas pengelangan kelingan ringan kelingan berat umur 25 tahun, pipa kelingan berkarat sangat tebal	kira-kira 0,15 kira-kira 1 hingga 5 12,5

Z 10

TABEL
Nilai-nilai panas

Panas latent (latent) dari fusi per satuan massa l_f

bahan	kJ/kg	bahan	kJ/kg	bahan	kJ/kg
aluminium	377	gliserin	176	parafin	147
antimon	164	emas	67	fenol	109
braso	168	es	335	platinum	113
kadmium	46	besi	205	potas	59
besi tuang	126	timah	23	perak	109
khromium	134	manganes	155	belerang	38
kobalt	243	merkuri	11.7	timah putih	59
tembaga	172	naftalin	151	campuran Wood	33.5
ethyl-ether	113	nikel	234	seng	117

**Panas latent penguapan per satuan massa l_d
pada 101.32 kN/m² (= 760 torr)**

bahan	kJ/kg	bahan	kJ/kg	bahan	kJ/kg
alkohol	880	hidrogen	503	oksidigen	214
amonia	1410	merkuri	231	dioksida belerang	402
dioksida karbon	595	khlorida methyl	406	toluen	365
khlorin	293	nitrogen	201	air	2250

Warna gambar dari baja dan suhu yang menyertainya

perubahan warna	$^{\circ}\text{C}$	perubahan warna	$^{\circ}\text{C}$
kuning pucat	200	biru hijau	300
kuning coklat	220	hijau muda	320
coklat	240	abu-abu pucat	350
merah lembayung	260	abu-abu	400
ungu	280		

Warna dari baja yang membara dan suhu yang menyertainya

perubahan warna	$^{\circ}\text{C}$	perubahan warna	$^{\circ}\text{C}$
merah gelap	680	merah kekuningan	950
merah gelap buah ceri	740	kuning	1000
merah buah ceri	770	kuning muda	1100
merah muda buah ceri	800	putih kekuningan	1200
merah muda	850	putih	1300
merah sangat muda	900	dan seperti diatas	

Z 11

TABEL
Nilai-nilai panas

**Koefisien linear dari ekspansi α dalam 1/K
pada $t = 0 \dots 100^{\circ}\text{C}$**

bahan	$\alpha/10^{-6}$	bahan	$\alpha/10^{-6}$	bahan	$\alpha/10^{-6}$
aluminium	23.8	perak Jerman	18.0	porselen	4.0
bismut	13.5	emas	14.2	gelas kwarsa	0.5
perunggu	18.5	timah	29.0	perak	19.7
brons	17.5	molibdenum	5.2	steatit	8.5
kadmium	30.0	nikel	13.0	baja halus	12.0
besi tuang	10.5	baja nikel	1.5	timah putih	23.0
konstantan	15.2	= invar 36% Ni	1.5	tungsten	4.5
tembaga	16.5	platinum	9.0	seng	30.0

**Koefisien kubik dari ekspansi β dalam 1/K
pada $t = 15^{\circ}\text{C}$**

bahan	$\beta/10^{-3}$	bahan	$\beta/10^{-3}$	bahan	$\beta/10^{-3}$
alkohol	1.1	gliserin	0.5	minyak tanah	1.0
bensen	1.0	merkuri	0.18	toluen	1.08
ether	1.6	minyak terpen- tin	1.0	air	0.18

Koefisien pemindahan panas k dalam W/(m² K)

(nilai-nilai terdekat, konveksi alamiah pada kedua sisi)
pada ketebalan lapisan yang meng-isolasi dalam mm

bahan	3	10	20	50	100	120	250	380	510
beton bertulang				4.3	3.7	3.5	2.4		
blok-blok semen isolasi (misalnya thermalit)							1.2	0.7	0.5
$\sigma_c = 2.45 \text{ N/mm}^2$							1.6	0.9	0.7
$\sigma_c = 4.90 \text{ N/mm}^2$							1.7	1.0	0.7
$\sigma_c = 7.35 \text{ N/mm}^2$									
kaca	5.8	5.3							
wol kaca, wol mi- neral, busa keras	4.1	2.4	1.5	0.7	0.4				
tembok kayu			3.8	2.4	1.8	1.7			
batu pasir mengandung kapur					3.1	2.2	1.7	1.4	
beton kerikil				4.1	3.6	3.4	2.3		
beton sintel					2.7	1.7	1.4	1.0	
bata					2.9	2.0	1.5	1.3	

penyeputan (pernis) ganda atau tiga kali 2.6 atau 1.9

jendela tunggal, didempul 5.8

jendela ganda, jarak-antara 20 mm, didempul *) 2.9

jendela ganda, jarak-antara 120 mm, didempul *) 2.3

atap genteng dengan/tanpa sambungan paking 11.6/5.8

*) juga untuk jendela-jendela dengan celah-celah udara yang di-lak

Z 12

TABEL

Nilai panas

Konstanta gas R dan massa molekuler M

bahan	R J kg K	M kg kmol	bahan	R J kg K	M kg kmol
asetilen	319	26	hidrogen	4124	2
udara	287	29	nitrogen	297	28
amonia	488	17	oksigen	260	32
asam arang	189	44	asam belerang	130	64
monoksida karbon	297	28	uap air	462	18

Konstanta radiasi C pada 20°C

	C W/(m ² K ⁴)	bahan	C W/(m ² K ⁴)
perak dipernis (polish)	0.17 × 10 ⁻⁸	tembaga, dioksidasii	3.60 × 10 ⁻⁸
aluminium dipernis	0.23 × 10 ⁻⁸	air	3.70 × 10 ⁻⁸
tembaga dipernis	0.28 × 10 ⁻⁸	kayu, diketam	4.40 × 10 ⁻⁸
perunggu dipernis	0.28 × 10 ⁻⁸	porselen, pernis	5.22 × 10 ⁻⁸
seng dipernis	0.28 × 10 ⁻⁸	kaca	5.30 × 10 ⁻⁸
besi dipernis	0.34 × 10 ⁻⁸	pekerjaan bata	5.30 × 10 ⁻⁸
timah putih dipernis	0.34 × 10 ⁻⁸	jelaga, mulus	5.30 × 10 ⁻⁸
aluminium tanpa pernis	0.40 × 10 ⁻⁸	seng, tanpa pernis	5.40 × 10 ⁻⁸
nikel dipernis	0.40 × 10 ⁻⁸	besi, tanpa pernis	5.40 × 10 ⁻⁸
perunggu tanpa pernis	1.25 × 10 ⁻⁸	permukaan hitam	5.67 × 10 ⁻⁸
es	3.60 × 10 ⁻⁸	absolut	

Panas spesifik c untuk cairan dalam kJ/(kg K)

/ pada °C	-25	0	20	50	100	200
amonia		4.64	4.77			
bensen (benzene)			1.74			
dioksida karbon			3.64			
minyak mesin			1.85	1.97	2.18	
merkuri			0.139			
dioksida belerang	1.25	1.355	1.389	2.04	2.29	
minyak transformator			1.89			
air		4.216	4.179	4.181	4.212	4.497

Z 13

TABEL

Nilai Panas

Panas spesifik rata-rata c_{pm}^t berbagai gas dalam
in kJ/(kg K) sebagai sebuah fungsi dari suhu

t °C	CO	CO ₂	H ₂	H ₂ O ¹⁾	N ₂ ²⁾ pure	O ₂	SO ₂	air
0	1.039	0.8205	14.38	1.858	1.039	1.026	0.9084	0.607
100	1.041	0.8689	14.40	1.874	1.041	1.031	0.9218	0.637
200	1.046	0.9122	14.42	1.894	1.044	1.035	0.9355	0.663
300	1.054	0.9510	14.45	1.918	1.049	1.041	0.9500	0.687
400	1.064	0.9852	14.48	1.946	1.057	1.048	0.9646	0.707
500	1.075	1.016	14.51	1.976	1.066	1.057	0.9791	0.721
600	1.087	1.043	14.55	2.008	1.076	1.067	0.9926	0.740
700	1.099	1.067	14.59	2.041	1.087	1.078	1.005	0.754
800	1.110	1.089	14.64	2.074	1.098	1.088	1.016	0.765
900	1.121	1.109	14.71	2.108	1.108	1.099	1.026	0.776
1000	1.131	1.126	14.78	2.142	1.118	1.108	1.035	0.784
1100	1.141	1.143	14.85	2.175	1.128	1.117	1.043	0.791
1200	1.150	1.157	14.94	2.208	1.137	1.126	1.051	0.798
1300	1.158	1.170	15.03	2.240	1.145	1.134	1.058	0.804
1400	1.166	1.183	15.12	2.271	1.153	1.142	1.065	0.810
1500	1.173	1.195	15.21	2.302	1.160	1.150	1.071	0.815
1600	1.180	1.206	15.30	2.331	1.168	1.157	1.077	0.820
1700	1.186	1.216	15.39	2.359	1.174	1.163	1.083	0.824
1800	1.193	1.225	15.48	2.386	1.181	1.169	1.089	0.829
1900	1.198	1.233	15.56	2.412	1.186	1.175	1.094	0.834
2000	1.204	1.241	15.65	2.437	1.192	1.180	1.099	0.837
2100	1.209	1.249	15.74	2.461	1.197	1.186	1.104	1.167
2200	1.214	1.256	15.82	2.485	1.202	1.191	1.109	1.172
2300	1.218	1.263	15.91	2.508	1.207	1.195	1.114	1.176
2400	1.222	1.269	15.99	2.530	1.211	1.200	1.118	1.181
2500	1.226	1.275	16.07	2.552	1.215	1.204	1.123	1.185
2600	1.230	1.281	16.14	2.573	1.219	1.207	1.127	1.189
2700	1.234	1.286	16.22	2.594	1.223	1.211	1.131	1.193
2800	1.237	1.292	16.28	2.614	1.227	1.215	1.135	1.196
2900	1.240	1.296	16.35	2.633	1.230	1.218	1.139	1.200
3000	1.243	1.301	16.42	2.652	1.233	1.221	1.143	1.203

¹⁾ pada tekanan rendah²⁾ dijabarkan dari udara

Perhitungan angka dinyatakan dalam E. Schmidt:

Einführung in die Technische Thermodynamik, Terbitan ke-11,
Göttingen/Heidelberg: Springer 1975.

Z 14**TABEL**

Nilai untuk pemindahan panas, pada 1,0132 bar

Viskositas dinamis η dari cairan dalam $N \text{ s/m}^2 \times 10^{-5}$ *)						
t dalam $^{\circ}\text{C}$	-25	0	20	50	100	200
asam asetik			121.0	79.2	45.8	
amonia	21.5	16.9	13.8	10.3		
bensen (benzene)			64.9	43.6	26.1	11.3
dioksida karbon	13.0	10.1	7.0			
khloroform		70.6	56.3	42.4		
ether diethilen	38.7	29.6	24.3	18.3	11.8	
gliserin		12×10^6	15×10^4	8.6	5.4	
asam hidrokhlorik	17.0	11.0				
asam hidrofluorik	37	25.6				
sulfida hidrogen		15.2	12.6	9.4		
propan	15.8	12.7	10.2	7.1		
dioksida belerang	47.5	36.8	30.4	23.4		
toluen		77.3	58.6	41.9	26.9	13.3
trikhlorehilen		71.0	60.0	44.7		
air		175.7	100.2	54.3	27.8	13.3

Viskositas dinamis η minyak motor dalam $N \text{ s/m}^2 \times 10^{-1}$ *)					
	10	20	50	100	200
SAE					
30	3.1	0.79	0.20	0.05	
40	7.2	1.70	0.33	0.07	
50	15.3	3.10	0.61	0.10	
	26.1	4.30	0.72	0.12	
	38.2	6.30	0.97	0.15	

Viskositas dinamis η dari gas-gas dalam $N \text{ s/m}^2 \times 10^{-5}$ *)						
t dalam $^{\circ}\text{C}$	-25	0	20	100	200	
udara	1.50	1.72	1.82	2.18	2.58	3.28
amonia	0.85	0.930	1.00	1.28	1.65	2.34
argon	1.19	2.10	2.35	2.68	3.21	4.10
dioksida karbon	1.37	1.46	1.82	2.22	2.93	
khlorin	1.25	1.32	1.68	2.10	2.86	
helium	1.75	1.89	1.93	2.28	2.67	3.41
khlorida hidrogen	1.31	1.43	1.83	2.30		
sulfida hidrogen	1.17	1.15	1.59	1.99		
kripton	2.33	2.48	3.06	3.74	4.91	
neon	2.99	3.10	3.65	4.26	5.32	
oksiogen	1.75	1.92	2.00	2.43	2.88	3.67
dioksida belerang	1.06	1.17	1.16	1.63	2.07	2.80
nitrogen	1.50	1.66	1.75	2.09	2.47	3.14
uap air	0.90	0.97	1.25	1.61		
xenon	2.11	2.35	2.83	3.50	4.73	

*) $1 \text{ N s/m}^2 = 1 \text{ kg/(m s)} = 1 \text{ Pa s} = 1000 \text{ cP}$ **TABEL**

Nilai untuk pemindahan panas, pada 1,0132 bar

Z 15Konduktivitas termal λ dari cairan dalam $\text{W}/(\text{m K})$

t dalam $^{\circ}\text{C}$	-25	0	20	50	100	200
amonia		0.540	0.494			
bensen (benzene)			0.153			
dioksida karbon			0.087			
merkuri			0.304			
minyak poros			0.144	0.143	0.140	
dioksida belerang	0.228	0.212	0.199			
minyak transformator			0.124	0.122	0.119	
air	0.554	0.598	0.640	0.681	0.665	

Konduktivitas termal λ dari uap dan gas dalam $\text{W}/(\text{m K})$

t dalam $^{\circ}\text{C}$	-25	0	20	100	200	400
udara		0.022	0.023	0.029	0.035	0.047
amonia		0.020	0.024	0.027		
dioksida karbon	0.011	0.013	0.014	0.019	0.026	
hidrogen		0.160	0.150	0.209	0.252	
oksiida belerang		0.008			0.022	0.030
uap air					0.050	

Angka Prandtl Pr untuk cairan

t dalam $^{\circ}\text{C}$	-25	0	20	50	100	200
amonia		2.07	2.12			
bensen			7.33			
dioksida karbon			2.00			
merkuri			0.023			
minyak poros			168	71	31	
dioksida belerang	2.80	2.36	2.14			
minyak transformator			481	165	60	
air	13.6	7.03	3.90	1.75	0.94	

Angka Prandtl Pr untuk uap dan gas

t dalam $^{\circ}\text{C}$	-25	0	20	100	200	400
udara		0.715	0.713	0.707	0.685	0.685
amonia		0.92	0.93	0.97		
dioksida karbon		0.80	0.80	0.80	0.81	
hidrogen	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67	0.67
oksiida belerang		0.86				
uap air			1.12	0.97	0.88	

Z 16

TABEL

Nilai kekuatan dalam N/mm²

Modulus elastisitas (modulus Young) dari besi:
 $E = 210000 \text{ N/mm}^2$

Bahan	Kekuatan tarik R _T	Titik-patah 0.2 proof stress R _{p0.2}	Kekuatan lelah (fatigue)						Catatan
			regangan kompresi A	membebengkok U	torsi P _{tu}	torsi P _{ta}	ukuran dalam mm		
050 A 20	BS	340	225	153	225	170	283	99	131
060 A 22	970	410	265	185	265	205	342	119	154
080 M 30		470	285	212	285	235	392	136	165
080 M 40		570	325	257	325	257	455	165	189
080 M 50		670	355	302	355	335	497	194	206
080 A 47		697	481	314	481	349	582	202	279
		657	412	296	412	329	548	191	239
		618	373	278	373	309	515	179	216
		1079	883	486	810	540	900	313	512
708 A 42		981	765	441	735	491	818	285	444
		883	638	397	638	442	737	256	370
30Cr Ni Mo8	DIN	1226	1030	552	920	613	1022	356	593
SGC1	420/12 BS	420	250	180	250	200	333	116	145
	600/3 2789	600	350	245	350	270	450	155	200
	700/2	700	400	280	400	315	525	180	230

A: Alternating bertukar-tukar
U: Undulating turun-naik (berombak)

Catatan: Kekuatan tergantung dari diameter, terutama baja yang diproses dengan panas

TABEL

Nilai kekuatan dan nilai produksi mesin

Z 17

Pembengkokan yang diizinkan dan stress-stress torsional;
modul E dan modul G untuk bahan-bahan elastis dalam
N/mm²

Bahan	Modulus elastisitas E	Jenis beban 1)	P _{bt}			Modulus kekakuan G	P _{qt}
			A	B	C		
Kawat pegas tabung dilu-nakan ²⁾	210000	I	1000	500	150	80000	650
		II	750	350	120		500
		III	500	250	80		350
Perunggu CuZn37 HV150	110000	I	200	100	40	42000	120
		II	150	80	30		100
		III	100	50	20		80
Perak nikel CuNi18 Zn20 HV160	142000	I	300	150	50	55000	200
		II	250	120	40		180
		III	200	100	30		150
Bronz timah CuSn6Zn HV190	110000	I	200	100	40	42000	120
		II	150	80	30		100
		III	100	50	20		80
Bronz timah CuSn8 HV190	117000	I	300	150	50	45000	200
		II	220	110	40		180
		III	150	80	30		150

A: untuk pegas sederhana

B: untuk pegas lengkung dan profil

C: untuk pegas tanpa efek histeresis

¹⁾ Untuk keterangan perhatikan P 1.²⁾ Untuk pegas ulir silindris pakailah diagram di halaman Q 9.

Kuantitas karakteristik untuk proses mesin
(untuk pembubutan luar secara memanjang)

Bahan	Kekuatan dalam N/mm ² atau kekerasan	1 - z	k _{S1.1} N/mm ²
B.S. 970060A32	520	0.26	0.74
B.S. 970060A62	720	0.30	0.70
B.S. 970060A47	670	0.14	0.86
B.S. 970060A57	770	0.18	0.82
B.S. 970530M40	770	0.26	0.74
B.S. 970640M40	630	0.30	0.70
B.S. 970708H37	600	0.21	0.79
B.S. 970708H42	730	0.26	0.74
B.S. 1501271	600	0.26	0.74
B.S. 1501282	940	0.24	0.76
B.S. 1501282 HB 352	HB 352	0.24	0.76
Mehanite A	360	0.26	0.74
Besi tuang sepuh keras HRC 46		0.19	0.81
Besi tuang abu-abu HB 200		0.26	0.74

Rincian nilai digunakan langsung dengan curahan karbid

Kecepatan potong v = 90 . . . 125 m/minit

Ketebalan cip (chip) h = 0,05 ≤ h ≤ 2,5 mm | Perbandingan kelangsungan $\epsilon_s = 4$. Sudut miring-samping normal untuk baja γ = 6°, untuk besi tuang 2°.

Z 18

TABEL

Nilai kekuatan dalam N/mm²**Tekanan kontak yang diizinkan P_b dalam N/mm²**

Tekanan bantalan baut-pasak (Konstruksi gedung DIN 1050)

Karakteristik beban	bahan	p_b	bahan	p_b
beban utama	BS 970	206	DIN 17100	304
bebán utama dan tambahan	050 A 20	235	St 52-3	343

Tap dan bentalan, pelat bantalan (lihat q 13)

Pelumasan hidrodinamis lihat q 47

Pelumasan campur, poros penggerak dikeraskan dan dicat:^{1), 2)}

Bahan	v m/s	P_b	Bahan	v m/s	P_b
besi	5	Cu Sn 8 P:			
Cu Sn 7 Zn Pb	8...12	pelumasan gemuk	<0.03	4...12	
	1	20 ³⁾	bantalan berkualitas	<1	60
Cu Pb 15 Sn	0.3...1	15 ³⁾	PA 66 (poliamida)	→0	15
besi sinter (dibuat briket)	<1	6	kering	5)	0.09
	3	1	pelumasan gemuk ⁵⁾	1	0.35
besi sinter dengan tembaga	<1	8	HDPE	→0	2...4
	3	3	(poliethilen kelembaban-tinggi)	1	0.02
brons sinter	<1	12	PTFE (termasuk politetrafluor ethilen)	→0	30
	3	6		1	0.06
	5	4			
brons timah putih grafit (DEVA metal)	<1	20	PTFE + timah + brons	<0.005	80... 140 ⁴⁾
	90 ⁴⁾		(GLACIER-DU)	0.5...5	1

Umum, permukaan tanpa geser: Memungkinkan nilai maksimum hingga titik patah kompresi pada bahan ($\sigma_{tf} \approx R_s$). Tetapi nilai-nilai untuk P_b yang baik adalah lebih rendah.

Bahan	Nilai-nilai normal p di bawah beban-beban beban mati	beban turun-naik	beban-mendadak
brons	30 ... 40	20 ... 30	10 ... 15
besi tuang	70 ... 80	45 ... 55	20 ... 30
baja senjata	25 ... 35	15 ... 25	8 ... 12
besi dapat ditempa	50 ... 80	30 ... 55	20 ... 30
baja	80 ... 150	60 ... 100	30 ... 50

¹⁾ $(p \times v)_{perm}$ terkait erat dengan disipasi panas, beban, tekanan bantalan, jenis pelumasan.

²⁾ Kadang-kadang dimungkinkan sebuah kapasitas beban yang jauh lebih tinggi dengan pelumasan hidrodinamis.

³⁾ Umur terbatas (bagian-bagian aus)

⁴⁾ Baja dirancang khusus: ⁵⁾ Untuk tebal pelat (badan) 1 mm

Z 19

TABEL

Data untuk kopeling (clutches) dan rem

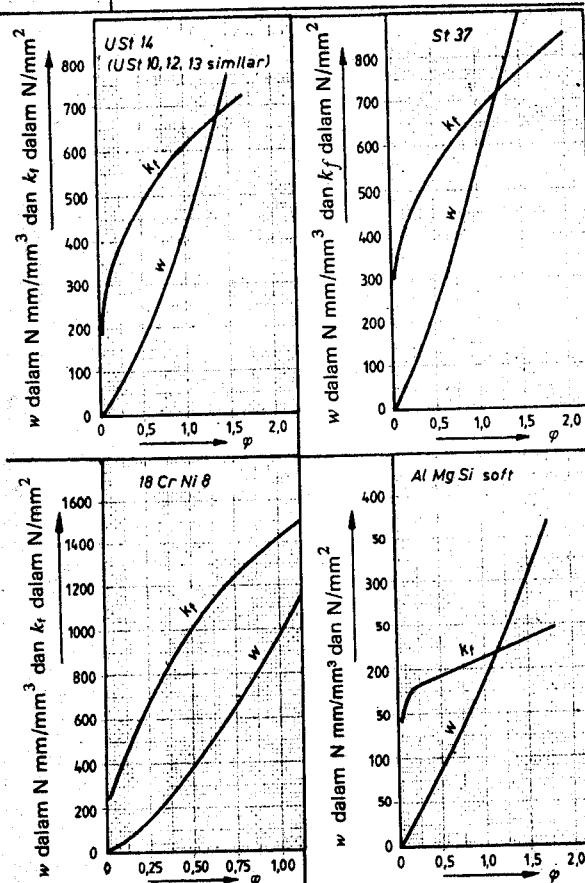
Sifat-sifat dari bahan friksi
(Q 15 ... Q 17)

Penyediaan bahan	Koefisien friksi geser ⁴⁾ μ_{geser}	Suhu maksimum berlangsung berhenti °C	Tekanan kontak P_b N/mm ²	Kapasitas termal per satuan luas kW/m ²	
				friski organik pelapis/baja atau besi tuang, 5) umum	kerang
friksi organik pelapis/baja atau besi tuang, 5)	0.2 ... 0.65	150 ... 300 K H	0.1 ... 10 H	2.2 ... 23	
rem drum mobil	0.2 ... 0.3	250 ... 300	0.5 ... 1.5 450	0.5 ... 2.0	
rem cakram mobil	0.3 ... 0.4	400	600	10 pengereman darurat	
besi/baja tuang	0.15 ... 0.2	300		0.8 ... 1.4	
brons/baja sinter	0.05 ... 0.3	400 ... 450	500 ... 600	1	5-5
sintered bronze/steel	0.05 ... 0.1 ¹⁾	180	500 ... 600	3	12 ... 23
baja/baja	0.06 ... 0.1 ²⁾	200 ... 250		1	3.5 ... 5-5 ³⁾

¹⁾ $\mu_{statik} = (1.3 ... 1.5) \mu_{geser}$
²⁾ $\mu_{statik} = (1.8 ... 2.0) \mu_{geser}$
³⁾ gerak dalam minyak
⁴⁾ seringkali: $\mu_{statik} \approx 1.25 \mu_{geser}$
⁵⁾ K = himpunan karet, H = himpunan darman sintetis

Z 20

TABEL

Usaha w dan kekuatan hasil (yield strength) k_f 

φ : perbandingan deformasi logaritmis
 w : energi regangan per satuan volume
 untuk bahan-bahan lain lihat VDI 3200

k_f : kekuatan hasil

Dicetak-ulang dengan izin VDI-Verlag-GmbH, Düsseldorf — VDI-Richtlinie 3200

Z 21

TABEL

Sifat-sifat listrik

Resistansi spesifik listrik ρ
 dan konduktansi spesifik γ dari pengantar pada $t = 20^\circ\text{C}$

bahan	ρ $\Omega \text{ mm}^2$ m	γ m $\Omega \text{ mm}^2$	bahan	ρ $\Omega \text{ mm}^2$ m	γ m $\Omega \text{ mm}^2$
aluminium	0.0278	36	besi (murni)	0.10	10
antimon	0.417	2.4	timah	0.208	4.8
perunggu - 58% Cu	0.059	17	magnesium	0.0435	23
perunggu - 63% Cu	0.071	14	manganes	0.423	2.37
cadmium	0.076	13.1	merkuri	0.941	1.063
karbon	40	0.025	baja lunak	0.13	7.7
besi tuang	1	1	nikel	0.087	11.5
khromium-Ni-Fe	0.10	10	nikelin	0.5	2.0
konstantan	0.48	2.08	platinum	0.111	9
tembaga	0.0172	58	perak	0.016	62.5
perak Jerman	0.369	2.71	timah putih	0.12	8.3
emas	0.0222	45	tungsten	0.059	17
grafit	8.00	0.125	seng	0.061	16.5

Resistansi listrik ρ dari isolator

bahan	ρ $\Omega \text{ cm}$	bahan	ρ $\Omega \text{ cm}$
bakelit	10^{14}	pleksiglas	10^{15}
kaca	10^{15}	polistiren	10^{18}
marmor	10^{10}	porselen	10^{14}
mika	10^{17}	batu ambar pres	10^{18}
minyak parafin	10^{18}	vulkanit	10^{16}
waks parafin (murni)	10^{18}	air, didistilasi	10^7

Koefisien suhu listrik α_{20} pada $t = 20^\circ\text{C}$

bahan	α_{20} 1/K or 1/ $^\circ\text{C}$	bahan	α_{20} 1/K or 1/ $^\circ\text{C}$
aluminium	+ 0.00390	merkuri	+ 0.00090
perunggu	+ 0.00150	baja lunak	+ 0.00660
karbon	- 0.00030	nikel	+ 0.00400
konstantan	- 0.00003	nikelin	+ 0.00223
tembaga	+ 0.00380	platinum	+ 0.00390
perak Jerman	+ 0.00070	perak	+ 0.00377
grafit	- 0.00020	timah putih	+ 0.00420
manganes	± 0.00001	seng	+ 0.00370

TABEL
Sifat-sifat listrik

Konstanta dielektris ϵ_r

bahan isolasi	ϵ_r	bahan isolasi	ϵ_r
araldit	3.6	minyak parafin	2.2
atmosfer	1	waks parafin	2.2
bakelite	3.6	minyak tanah	2.2
kompon tuang (compound)	2.5	damar fenolik	8
kastrol (caster oil)	4.7	pleksiglas	3.2
ebonit	2.5	polistiren	3
kaca	5	porselen	4.4
gutaperca	4	papan pres	4
kertas keras (laminated) isolasi	4.5	kwarza	4.5
kabel tegangan tinggi	4.2	sirlak, embalau	3.5
isolasi		batu tulis	4
kabel telepon	1.5	karet lunak	2.5
marmar	8	stealit	6
mika	6	beberang	3.5
mikanit	5	teflon	2
nilon	5	minyak mineral transformator	2.2
kertas minyak	4	minyak nabati transformator	2.5
minyak jaitun (olive)	3	terpenten	2.2
kertas	2.3	fiber divulkanisir	2.5
kertas, diresukan (impregnated)	5	vulkanit	4
		air	80

Seri elektro-motif

(selisih potensial dalam hal elektroda hidrogen)

bahan	U volt	bahan	U volt
potas	-2.93	kadmium	-0.40
kalsium	-2.87	kobalt	-0.28
sodium	-2.71	nikel	-0.23
magnesium	-2.37	timah putih	-0.14
berilium	-1.85	timah	-0.13
aluminum	-1.66	hidrogen	0.00
manganese	-1.19	tembagga	+ 0.34
seng	-0.76	perak	+ 0.80
khromium	-0.74	merkuri	+ 0.85
tungsten	-0.58	platinum	+ 1.20
besi	-0.41	emas	+ 1.50

Sifat-sifat magnet

Kekuatan medan magnet H dan permeabilitas relatif μ_r sebagai sebuah fungsi dari induksi B

		besi tuang		baja tuang dan baja pelat dinamo campuran (alloyed)		baja pelat dinamo campuran (alloyed)		
		$P_{Fe10} = 3.6 \frac{W}{kg}$		$P_{Fe10} = 1.3 \frac{W}{kg}$				
		<i>induksi B</i>	<i>H</i>	μ_r	<i>H</i>	μ_r	<i>H</i>	μ_r
$T = \frac{V \cdot s}{m^2}$	tesla	G gauss	A/m	—	A/m	—	A/m	—
0.1		1000	440	181	30	2650	8.5	9390
0.2		2000	740	215	60	2650	25	6350
0.3		3000	980	243	80	2980	40	5970
0.4		4000	1250	254	100	4180	65	4900
0.5		5000	1650	241	120	3310	90	4420
0.6		6000	2100	227	140	3410	125	3810
0.7		7000	3600	154	170	3280	170	3280
0.8		8000	5300	120	190	3350	220	2900
0.9		9000	7400	97	230	3110	280	2550
1.0		10000	10300	77	295	2690	355	2240
1.3		11000	14000	63	370	2360	460	1900
1.2		12000	19500	49	520	1830	660	1445
1.3		13000	29000	36	750	1380	820	1260
1.4		14000	42000	29	1250	890	2250	495
1.5		15000	65000	18	2000	600	4500	265
1.6		16000			3500	363	8500	150
1.7		17000			7900	171	13100	103
1.8		18000			12000	119	21500	67
1.9		19000			19100	79	39000	39
2.0		20000			30500	52	115000	14
2.1		21000			50700	33		
2.2		22000			130000	13		
2.3		23000			218000	4		

limit praktis

Catatan: P_{Fe10} lihat Z 24

TABEL
Sifat-sifat magnet

Sifat-sifat pelat dinamo

Jenis	baja pelat lunak	mengizinkan baja pelat			
		rendah	sedang	tinggi	
kelas pelat	I 3-6	II 3-0	III 2-3	IV 1-5	IV 1-3
ukuran panel mm × mm	1000 × 2000			750 ×1500	
ketebalan mm	0-5			0-35	
kelembaban kg/dm ³	7-8	7-75	7-65	7-6	
kerugian inti (besi) per satuan massa pada $f = 50$ Hz W/kg (maks.)	PFe10	3-6	3-0	2-3	1-5
	PFe15	8-6	7-2	5-6	3-7
	B ₂₅ V s/m ² [gauss]	1-53 [15300]	1-50 [15000]	1-47 [14700]	1-43 [14300]
induksi (min.)	B ₅₀ V s/m ² [gauss]	1-63 [16300]	1-60 [16000]	1-57 [15700]	1-55 [15500]
	B ₁₀₀ V s/m ² [gauss]	1-73 [17300]	1-71 [17100]	1-69 [16900]	1-65 [16500]
	B ₃₀₀ V s/m ² [gauss]	1-98 [19800]	1-95 [19500]	1-93 [19300]	1-85 [18500]

Keterangan

$B_{25} = 1,53 \text{ Vs/m}^2$ menunjukkan, bahwa telah dicapai induksi minimum 1,53 V (atau 15300 gauss) dengan kekuatan medan sebesar 25 A/cm.

Karena itu panjang fluks sebesar misalnya 5 cm memerlukan sirkulasi sebesar $5 \times 25 \text{ A} = 125 \text{ A}$.

PFe10	menerangkan kerugian inti per satuan massa pada $f =$ 50 Hz dan induksi sebesar	1-0 Vs/m ² = [10000 G]
PFe15		1-5 Vs/m ² = [15000 G]

TABEL

Nilai-nilai penerangan

Nilai-nilai penuntun untuk pemberian cahaya (iluminasi)
 E_v dalam $\text{lx} = \text{lm/m}^2$

Jenis pemasangan atau penempatan	Hanya penerangan saja	Penerangan umum dan khusus bangku kerja	umum
bengkel se- suai dengan penggunaannya	kasar sedang tepat sangat tepat	100 200 300 500	50 100 200 300 200 500
kantor	normal terbuka	500 750	
kamar-kamar, penerangan	sedang terang	200 500	
jalan-jalan dan lapangan dengan lalu- lintas umum	ringan sedang berat	20 50 100	
lapangan pa- brik dengan lalu-lintas kendaraan	sedang berat	20 50	

Efikasi (kekuatan) cahaya η

Jenis penerangan	Warna permukaan yang diterangi	terang	sedang	gelap
langsung tidak langsung		0-60 0-35	0-45 0-25	0-30 0-15
penerangan jalan umum dan lapangan	sangat cekung reflektor		melebar	0-45 0-40

lanjutan dari Z 25

Fluks cahaya Φ_v dari lampu-lampu

Lampu-lampu standar dengan satu kawat pijar spiral (pada tegangan kerja)	P_{el}	W	15	25	40	60	75	100
	Φ_v	kIm	0.12	0.23	0.43	0.73	0.96	1.39
	P_{el}	W	150	200	300	500	1000	2000
	Φ_v	kIm	2.22	3.15	5.0	8.4	18.8	40.0

Nilai-nilai lampu neon untuk "Warmwhite" "Daylight"	diameter bulat							
	26 mm	P_{el}	W	18	36	58		
	Φ_v	kIm	1.45	3.47	5.4			
38 mm	P_{el}	W	15	20	40	65		
	Φ_v	kIm	0.59	1.20	3.1	5.0		
lampu-lampu tekanan-tinggi diisi uap merkuri	P_{el}	W	125	250	400	700	1000	2000
	Φ_v	kIm	6.5	14	24	42	60	125

**TABEL
Statistik**

Z 26

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}; \quad \Phi_0(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt; \quad \text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

x	$\varphi(x)$	$\Phi_0(x)$	erf(x)	x	$\varphi(x)$	$\Phi_0(x)$	erf(x)
0.00	0.398 942	0.000 000	0.000 000	0.50	0.352 065	0.382 925	0.520 500
0.01	0.398 922	0.007 979	0.011 283	0.51	0.350 292	0.389 949	0.528 244
0.02	0.398 882	0.015 957	0.022 565	0.52	0.348 493	0.396 936	0.537 899
0.03	0.398 783	0.023 933	0.033 841	0.53	0.346 668	0.403 888	0.548 484
0.04	0.398 623	0.031 907	0.045 111	0.54	0.344 818	0.410 803	0.554 939
0.05	0.398 444	0.039 878	0.056 372	0.55	0.342 944	0.417 881	0.563 323
0.06	0.398 225	0.047 845	0.067 622	0.56	0.341 046	0.424 521	0.571 616
0.07	0.397 966	0.055 806	0.078 858	0.57	0.339 124	0.431 322	0.579 816
0.08	0.397 688	0.063 763	0.090 078	0.58	0.337 180	0.438 085	0.587 923
0.09	0.397 330	0.071 713	0.101 281	0.59	0.335 213	0.444 809	0.595 937
0.10	0.396 953	0.079 656	0.112 463	0.60	0.333 225	0.451 494	0.603 856
0.11	0.396 536	0.087 591	0.123 623	0.61	0.331 215	0.458 138	0.611 681
0.12	0.396 080	0.095 517	0.134 758	0.62	0.329 184	0.464 742	0.619 412
0.13	0.395 585	0.103 434	0.145 867	0.63	0.327 133	0.471 308	0.627 047
0.14	0.395 052	0.111 340	0.156 947	0.64	0.325 062	0.477 828	0.634 588
0.15	0.394 479	0.119 235	0.167 996	0.65	0.322 872	0.484 308	0.642 029
0.16	0.393 868	0.127 119	0.179 012	0.66	0.320 864	0.490 746	0.649 377
0.17	0.393 219	0.134 990	0.189 992	0.67	0.318 737	0.497 142	0.656 628
0.18	0.392 531	0.142 847	0.200 936	0.68	0.316 593	0.503 496	0.663 782
0.19	0.391 806	0.150 691	0.211 840	0.69	0.314 432	0.509 806	0.670 840
0.20	0.391 043	0.158 519	0.222 702	0.70	0.312 254	0.516 073	0.677 801
0.21	0.390 242	0.166 332	0.233 522	0.71	0.310 060	0.522 296	0.684 666
0.22	0.389 404	0.174 129	0.244 296	0.72	0.307 851	0.528 475	0.691 433
0.23	0.388 529	0.181 908	0.255 022	0.73	0.305 627	0.534 610	0.698 104
0.24	0.387 617	0.189 670	0.265 700	0.74	0.303 389	0.540 700	0.704 678
0.25	0.386 668	0.197 413	0.276 326	0.75	0.301 137	0.548 745	0.711 156
0.26	0.385 683	0.205 136	0.286 900	0.76	0.298 872	0.552 746	0.717 537
0.27	0.384 663	0.212 840	0.297 418	0.77	0.296 595	0.558 700	0.723 822
0.28	0.383 606	0.220 522	0.307 880	0.78	0.294 305	0.564 609	0.730 010
0.29	0.382 515	0.228 184	0.318 283	0.79	0.292 004	0.570 472	0.736 103
0.30	0.381 388	0.235 823	0.328 627	0.80	0.289 692	0.576 289	0.742 101
0.31	0.380 226	0.243 439	0.338 908	0.81	0.287 368	0.582 060	0.748 003
0.32	0.379 031	0.251 032	0.349 126	0.82	0.285 036	0.587 784	0.753 811
0.33	0.377 801	0.258 600	0.359 279	0.83	0.282 684	0.593 461	0.759 524
0.34	0.376 537	0.266 143	0.369 365	0.84	0.280 344	0.599 092	0.765 143
0.35	0.375 240	0.273 661	0.379 382	0.85	0.277 965	0.604 675	0.770 668
0.36	0.373 911	0.281 153	0.389 330	0.86	0.275 618	0.610 211	0.778 100
0.37	0.372 548	0.288 617	0.399 206	0.87	0.273 244	0.615 700	0.781 440
0.38	0.371 154	0.296 054	0.409 009	0.88	0.270 864	0.621 141	0.786 687
0.39	0.369 728	0.303 463	0.418 739	0.89	0.268 477	0.626 534	0.791 643
0.40	0.368 270	0.310 843	0.428 392	0.90	0.266 085	0.631 880	0.796 908
0.41	0.366 782	0.318 194	0.436 969	0.91	0.263 688	0.637 178	0.801 883
0.42	0.365 263	0.325 514	0.447 468	0.92	0.261 286	0.642 427	0.806 768
0.43	0.363 714	0.332 804	0.456 887	0.93	0.258 881	0.647 629	0.811 563
0.44	0.362 135	0.340 063	0.466 225	0.94	0.256 471	0.652 782	0.816 271
0.45	0.360 527	0.347 290	0.475 482	0.95	0.254 059	0.657 888	0.820 891
0.46	0.358 890	0.354 484	0.484 656	0.96	0.251 644	0.662 945	0.825 424
0.47	0.357 225	0.361 645	0.493 745	0.97	0.249 228	0.667 954	0.829 870
0.48	0.355 533	0.368 773	0.502 750	0.98	0.246 808	0.672 914	0.834 231
0.49	0.353 812	0.375 866	0.511 668	0.99	0.244 390	0.677 826	0.838 508

Z 27

TABEL
Statistik

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}; \Phi_0(x) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt; \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

x	$\varphi(x)$	$\Phi_0(x)$	$\operatorname{erf}(x)$	x	$\varphi(x)$	$\Phi_0(x)$	$\operatorname{erf}(x)$
-1.00	0.241 971	0.682 889	0.842 701	-1.50	0.129 518	0.866 336	0.966 105
-1.01	0.238 551	0.687 505	0.846 810	-1.51	0.127 583	0.868 957	0.967 277
-1.02	0.237 132	0.692 272	0.850 838	-1.52	0.125 665	0.871 489	0.968 414
-1.03	0.234 714	0.696 990	0.854 784	-1.53	0.123 763	0.873 983	0.969 516
-1.04	0.232 297	0.701 660	0.858 650	-1.54	0.121 878	0.876 440	0.970 586
-1.05	0.229 882	0.706 282	0.862 436	-1.55	0.120 009	0.878 858	0.971 623
-1.06	0.227 470	0.710 855	0.866 144	-1.56	0.118 157	0.881 240	0.972 626
-1.07	0.225 060	0.715 381	0.869 773	-1.57	0.116 323	0.883 585	0.973 603
-1.08	0.222 653	0.719 858	0.873 326	-1.58	0.114 505	0.885 893	0.974 547
-1.09	0.220 251	0.724 287	0.876 803	-1.59	0.112 704	0.888 165	0.975 462
-1.10	0.217 852	0.728 668	0.880 205	-1.60	0.110 921	0.890 401	0.976 348
-1.11	0.215 458	0.733 001	0.883 533	-1.61	0.109 155	0.892 602	0.977 207
-1.12	0.213 069	0.737 286	0.886 788	-1.62	0.107 406	0.894 768	0.978 038
-1.13	0.210 686	0.741 524	0.889 971	-1.63	0.105 675	0.896 899	0.978 843
-1.14	0.208 308	0.745 714	0.893 082	-1.64	0.103 961	0.898 995	0.979 622
-1.15	0.205 936	0.749 856	0.896 124	-1.65	0.102 265	0.901 057	0.980 376
-1.16	0.203 571	0.753 951	0.899 096	-1.66	0.100 588	0.903 086	0.981 105
-1.17	0.201 214	0.757 999	0.902 000	-1.67	0.098 925	0.905 081	0.981 810
-1.18	0.198 863	0.762 000	0.904 837	-1.68	0.097 282	0.907 043	0.982 493
-1.19	0.196 520	0.765 953	0.907 608	-1.69	0.095 657	0.908 972	0.983 153
-1.20	0.194 186	0.769 861	0.910 314	-1.70	0.094 049	0.910 869	0.983 790
-1.21	0.191 860	0.773 721	0.912 956	-1.71	0.092 459	0.912 734	0.984 407
-1.22	0.189 543	0.777 535	0.915 534	-1.72	0.090 887	0.914 568	0.985 003
-1.23	0.187 235	0.781 303	0.918 050	-1.73	0.089 333	0.916 370	0.985 578
-1.24	0.184 937	0.785 024	0.920 505	-1.74	0.087 796	0.918 141	0.986 135
-1.25	0.182 649	0.788 700	0.922 900	-1.75	0.086 277	0.919 882	0.986 672
-1.26	0.180 371	0.792 331	0.925 236	-1.76	0.084 776	0.921 592	0.987 190
-1.27	0.178 104	0.795 915	0.927 514	-1.77	0.083 293	0.923 273	0.987 691
-1.28	0.175 847	0.799 455	0.929 734	-1.78	0.081 828	0.924 924	0.988 174
-1.29	0.173 602	0.802 949	0.931 899	-1.79	0.080 380	0.926 546	0.988 641
-1.30	0.171 369	0.806 399	0.934 008	-1.80	0.078 950	0.928 139	0.989 090
-1.31	0.169 147	0.809 804	0.936 063	-1.81	0.077 538	0.929 704	0.989 524
-1.32	0.166 937	0.813 165	0.938 065	-1.82	0.076 143	0.931 241	0.989 943
-1.33	0.164 740	0.816 482	0.940 015	-1.83	0.074 766	0.932 750	0.990 347
-1.34	0.162 555	0.819 755	0.941 914	-1.84	0.073 407	0.934 232	0.990 736
-1.35	0.160 383	0.822 984	0.943 762	-1.85	0.072 065	0.935 687	0.991 111
-1.36	0.158 225	0.826 170	0.945 562	-1.86	0.070 740	0.937 115	0.991 472
-1.37	0.156 080	0.829 313	0.947 313	-1.87	0.069 433	0.938 516	0.991 821
-1.38	0.153 948	0.832 413	0.949 016	-1.88	0.068 144	0.939 892	0.992 156
-1.39	0.151 831	0.835 471	0.950 673	-1.89	0.066 871	0.941 242	0.992 479
-1.40	0.149 727	0.838 487	0.952 285	-1.90	0.065 616	0.942 567	0.992 790
-1.41	0.147 639	0.841 460	0.953 853	-1.91	0.064 378	0.943 867	0.993 090
-1.42	0.145 584	0.844 392	0.955 376	-1.92	0.063 157	0.945 142	0.993 378
-1.43	0.143 505	0.847 283	0.958 857	-1.93	0.061 952	0.946 393	0.993 656
-1.44	0.141 460	0.850 133	0.958 297	-1.94	0.060 765	0.947 620	0.993 922
-1.45	0.139 431	0.852 941	0.959 695	-1.95	0.059 595	0.948 824	0.994 179
-1.46	0.137 417	0.855 710	0.961 054	-1.96	0.058 441	0.950 004	0.994 426
-1.47	0.135 418	0.858 438	0.962 373	-1.97	0.057 304	0.951 162	0.994 884
-1.48	0.133 435	0.861 127	0.963 654	-1.98	0.056 183	0.952 297	0.994 882
-1.49	0.131 468	0.863 776	0.964 698	-1.99	0.055 079	0.953 409	0.995 111

INDEKS

A.Q.L.
A.Q.L./tingkat kualitas
yang diterima

A.Q.L.
Acceptable Quality Level

G11
G11

abu-abu	gray	T 5
adendua	addendum	Q18, Q20
adaitansi	admittance	S16
akar-akar	roots	D 1
aksioma terhadap kemungkinan	axiories to the probability	G 1
aliran kisaran	turbulent flow	N 6
aliran laminar	laminar flow	N 6
aliran, kerugian friksi	flow, friction loss	N 6
aliran, persamaan	flow, equation	N 5
analisis gaya	analysis of forces	P 5, P 6, P 7
angka tengah deret hitung	arithmetic mean	D 9
angka tengah deret ukur	geometric mean	D 9
Angstrom	Angstrom	A 1
annulus	annulus	B 3
Archimedes, hukum	Archimedes principle	N 3
arti derivatif/turunan	meaning of derivative	H 2, H 3
arus	current	S 1
arus bolak-balik	alternating current	S14 ... S27
arus bolak-balik, jembatan	alternating current	S20
arus kisar	eddy currents	S23
arus, kerapatan	current density	S 2
asimptot	asymptote	F 3
aturan campur untuk fluida	mixture rule for fluids	U 6
aturan cosinus	cosine rule	E 6
aturan elektro-magnet	electro-magnetic rules	S11
bahan pengering untuk desikator	drying agents for desic平ators	U 6
balok (gelagak pekerjaan) konstruksi	lattice girder	K 5, K 6

balok berkekuatan seragam	beam of uniform strength	P16
balok dengan berbagai potongan-lintang	beam of varying cross section	P15
balok dengan potongan-lintang seragam	beam of uniform cross section	P11
balok equivalen	equivalent beam	P15
balok yang dilengkungkan	curved beams	P25
balok-balok	beams	P11 . . . P16
bantalan	bearings	Q10 . . . Q14
bantalan beroda	bearing rolling	Q10
bantalan, friksi/gesekan daya dukung	bearing friction	K12
bantalan, leher (tap)	bearing journal	Q10
bantalan, ruang main (speling)	bearing clearance	Q11
bantalan, tekanan	bearing pressure	Q11
barrel	barrel	C 4
batang penampang-lintang bulat	bars of circular cross section	P20
batang penampang-lintang tak bulat	bars of non circular cross section	P20
batas leleh	yield point	P 1
baut	bolts	Q 1
baut pengikat	fixing bolts	Q 1
bebani dalam ikatan balok	loads in beams	P 8
Belleville, pegas	Belleville spring	Q 6
benturan	impact	M 8
benturan elastis	impact, elastic	M 8
benturan plastis	impact, plastic	M 8
bequerel	bequerel	T 5
Bernoulli, teorema (dalil)	Bernoulli's theorem	N 4
biaya penyusutan	shrinkage allowance	P 4
bidang miring	inclined plane	K10, L 9
bidang miring	plane, inclined	K10
bilangan kompleks	complex numbers	D21, D22
binomial, deret	binomial series	D10
binomial, teori	binomial theorem	D 4

bola	sphere	C 2
bola dengan lubang konus	sphere with conical boring	C 3
bola dengan lubang silindris	sphere with cylindr, boring	C 3
bola, daerah	sphere, zone of a	C 3
Bow, diagram	Bow diagram	K 6
bunga majemuk	compound interest	D23
busur lingkaran	arc of circle	K 7
busur, diferensial	arc differential	J 7
busur, panjang	arc length	J 7
campuran pembeku	freezing mixtures	U 5
campuran silang	mixture cross	U 6
campuran, energi dalam	internal energy of a mixture	O 9
campuran, entalpi dalam	internal enthalpy of a mixture	O 9
candela (baca kandela)	candela	T 1
Cardan, sambungan	Cardan joint	L10
Cartesian, sistem koordinat	Cartesian coordinate system	D15
Cavalieri, prinsip	Cavalieri principle	C 1
cermin	mirror	T 2, T 3
cermin cembung	convex mirrors	T 3
cermin rata	plane, mirros	T 3
coulomb	coulomb	S 2
dalil stress geser relatif	theorem of rel, shear stresses	P18
dasar, bersih	bottom clear	Q18
dasar, keretakan	bottom tearing	R 6
daya	power	M 1
daya aktif	active power	S29
daya aktif	power, active	S29
daya apung	buoyancy	N 3
daya kondensator	capacitor power	S29
daya reaktif	reactive power	S29
daya semu	apparent power	S16
daya, faktor	power factor	S29
daya, koreksi faktor daya	power factor correction	S29
daya, satuan	power, units of	A 3, A 5
dedendum	dedendum	Q18, Q20
defleksi	deflection	P12, P20
deret	series	D 9 . . . D11
deret hitung	arithmetic series	D 9

deret Mac Laurin	series, Mac Laurin	D10	eksponensial, lengkung (ge-	expomential curve	F 4
deret Taylor	series, Taylor	D10, D11	eksponensial, persamaan	exponential equation	D 4
deret ukur	geometric series	D 9	ekuilibrium	equilibrium	K 4
deret ukur, penerapan	geometric series, applica-	D23	ekuivalen massa molekul	equivalent molecular mass	O 8
	tion of		ekuivalen radiasi fotometri	photometric radiation	T 1
derivatif/turunan	derivative	H 3			
derivatif-derivatif/turunan-	derivatives	H 4 . . . H 6	elemen kimia	elements, chemical	U 1
turunan			elips	ellipse	B 3, F 4
desikan	desiccants	U 6	energi spektra	spectral energy	D15
determinan	determinants	D 7, D 8	enthalpi	enthalpy	O 4
determinasi v	determination of v	G 6	entropi	entropy	O 4
deviasi standar	standard deviation	G 3	faktor pengaman	safety factor	P 2
diagram kecepatan	speed diagram	R 1	faktor-Q	Q factor	S15, S19
diagram termodinamis	thermodynamic diagrams	O 6	farad	farad	S 3
diagram-ukuran nabe	diagram-hub geometry	Q 5	fluida ideal	ideal fluid	N 4
diameter dasar	diameter, base	Q19	fluida nyata	real fluid	N 4
diameter kaki	root diameter	Q19, Q20	fluida, ideal	fluid, ideal	N 4
diameter referensi	diameter, reference	Q19	fluida, nyata	fluid, real	N 4
diameter ujung	diameter, tip	Q19	fluks bocor	leakage flux	S12
diferensial dasar	basic differentials	H 4, H 5	fluks cahaya	luminous flux	T 1, Z25
dioptrik	dioptrics	T 4	fluks cahaya lampu	luminous flux of lamps	Z25
distribusi hipergeometri	hypergeometric distributi-	G 9	fluks, intensitas	luminous intensity	T 1
	on		fluks, kerapatan	flux, density	S 3
distribusi kemungkinan	probability distribution	G 2	fluks, kuantitas	luminous quantity	T 1
distribusi khusus	special distributions	G 9	fluks, magnet	flux, magnetic	S10
distribusi kumulatif	cumulative distribution	G 9	Foelmer, rumus	Foelmer formula	Q 2
distribusi kumulatif, fungsi	cumulative distribution	G 2	fokus	focus	F 2
	function		fotometri	photometry	T 1
distribusi norma	normal distribution	G 8, G 7	Fourier, aturan, hitungan	Fourier transformation cal-	D15
dua kumparan saling berha-			transformasi	cul, rules	
dapan	two coils facing each other	S11	Fourier, deret	Fourier series	D12, D13, D14
efek roda gaya	flywheel effect	M 2	Fourier, kaitan transforma-	Fourier transformation	D16, D17
efikasi kekuatan cahaya	luminous efficacy	Z25	si	correspondence	
ekspansi benda cair	expansion of liquid bodies	O 3	Fourier, konvolusi trans-	Fourier transformation	D15
ekspansi benda masif	expansion of solid bodies	O 3	formasi	convolution	
ekspansi fraksi bagian	partial fraction expansion	D 3	Fourier, pengalihan waktu	Fourier transformation	D15
ekspansi gas	expansion of gases	O 4	transformasi	time translation	D15,
ekspansi isi	expansion, volume	O 3	Fourier, transformasi	Fourier transformation	D16, D17
ekspansi linear	expansion, linear	O 3	fraksi mol molekuler	molecular mole frantion	O 8
ekspansi luas	expansion, area	O 3	frekuensi	frequency	L 1
ekspansial, fungsi	exponential functions	H 5			

frekuensi relatif	relative frequency	G 1
frekuensi resonan	frequency, resonant	S19
frekuensi sudut	frequency, angular	S 2
frekwensi sudut	angular frequency	S14
friksi/gesekan	friction	K 9 . . . K13
friksi/gesekan daya dukung	friction, bearing	K12
friksi/gesekan-luncur	friction, sliding	K 9
friksi/gesekan kopeling	friction clutches	Q15, Q17
friksi/gesekan tali	friction, rope	K13
friksi, angka/gesekan untuk fluida	friction numbers for fluids	Z15
friksi, sifat bahan gesekan	friction materials, properties	Z19
friksi, kerugian gesekan dalam aliran pipa	friction losses in pipe flow	N 6, 7 8
friksi, koefisien gesekan	friction coefficient	K 9, Z 7
friksi, sambungan gesekan terkunci	friction locked joints	Q 3
fungsi eksponensial	functions, exponential	H 5
fungsi hiperbolis	functions, hyperbolic	H 6
fungsi kebalikan trigonometri	functions, inverse trigonometric.	H 6
fungsi kerapatan kemungkinan	probability density function	G 2
fungsi kesalahan	error function	G 8
fungsi logaritma	functions, logarithmic	H 6
fungsi trigonometri	functions, trigonometrical	H 5
fustrum konus	frustrum of cone	C 2
fustrum piramida	frustrum of pyramid	C 1
gallon, Imperial (Inggeris)	gallon, imperial	A 5
gallon, USA (Amerika)	gallon, United States	A 5
garis lurus	straight line	F 1
garis pengenal (lengkung) elastik	elastic curve	P11
garis pengenal (lengkung) Gaussian	Gaussian curve	G 8
garis pengenal kemungkinan normal	normal probability curve	G 7
garis pengenal kesalahan	error curve	G 8
gas, campuran	gas mixtures	O 8, O 9
gas, hukum	gas-laws	O 4

gas, konstanta	gas constant	O 4, Z12
gauss	gauss	S 3
gaya antara kutub-kutub magnet	force between magn. poles	S13
gaya gravitasi	force, gravitational	M 1
gaya magnetomotif	magnetomotive force	S 4, S12
gaya momen	force, moment	K 1
gaya paksa	coercive force	S23
gaya poligon	force, polygon	K 2
gaya sentrifugal	centrifugal force	M 5
gaya tarik	tensile force	P 1
gaya, komposisi	forces composition	K 2, K 3
gaya, satuan	force, units of	A 2
gaya-gaya pengaruh warna putih	bankholder forces	R 6
generator	generators	S31
gerak berputar	motion, rotational	L 4, L 6
gerak di atas roda (menggelinding)	motion, rolling	L 9
gerak geser (meluncur)	motion, sliding	L 9
gerak harmonis sederhana	motion, simple harmonic	L 7
gerak linear	motion, linear	L 4, L 5
gerak putaran	rotational motion	L 4
geser, defleksi penggeser sebuah balok	shearing deflection of a beam	P19
geser, gaya penggeser	shearing force	P18
geser, modulus	shear modulus	P18
geser, tegangan geser	shear stress	P 1
geser, tegangan geser karena torsi	shear stress due torsion	P20
geseran	shear	P18, P19
getaran (vibrasi)	vibrations	M 6
getaran harmonis	harmonic oscillation	L 4
getaran mekanis	mechanical oscillation	M 6
getaran-getaran harmonis	harmonic oscillations	M 6, M 7
Grashof, angka	Grashof number	O12
gravitasi, gaya	gravitational force	K 1
gravitasi, tekan	gravitational pressure	N 2
hantaran kepala-silang	crosshead guide	Q15
hantaran panas/konduksi termis	thermal conduction	O10, Z1 . . . Z6, Z15

heksagon	hexagon	B 2
henry	henry	S 4
hertz	hertz	L 1
hidrodinamika	hydrodynamics N 4 . . . N 7	
hidrodinamika, nilai-nilai	hydrodynamics values Z 9	
hidrostatika	hydrostatics N 1 . . . N 3	
hiperbola	hyperbola F 3	
hiperbola, fungsi	hyperbolic functions F 5, F 6, H 6	
histeresis	hysteresis S23	
histeresis, daya	hysteresis power S23	
histeresis, usaha	hysteresis work S23	
Hooke, hukum	Hooke's law P18	
hukum jarak optik	optical distance law T 2	
hukum jarak, garis pengena-	distance law time curve L 3	
nal waktu		
hukum jarak, optik	distance law, optical T 1	
hukum setengah-sudut	half-angle rule E 6	
iluminasi	illumination T 1, Z21	
impedansi	impedance S17, S18	
indeks refraksi, pembiasan	refractive index T 2	
indikator asam-basa	acid-base-indicators U 4	
induksi-diri	self-induction S13	
induktansi	inductance S 4, S12	
inersia, momen	inertia, moment of J 9, J12	
inersia, momen dinamis	inertia, dynamic moment J12	
instrumen listrik	instruments, electrical S 6	
instrumen pengukur listrik	measuring instruments S34 electr.	
integral dasar	basic integrals J 3 . . . J 6	
integral tak terbatas/tak		
terhingga	integral, indefinite J 1	
integral, terbatas	integral, definite J 1	
integrasi/penggabungan	integration J 1, J 2	
integrasi dengan nomor		
urut	integration, numerical J 8	
integrasi dengan substitusi	integration by substitution J 2	
integrasi menurut nomor	numerical integration J 8	
integrasi sebagian sebagian	integration by parts J 2	
integrasi, penerapan	integration, applicat. of J 7 . . . J12	

inversi, fungsi hiperbol	inverse hyperbolic functions G 2
inversi, fungsi lingkaran	inverse circular functions E 7
inversi, transformasi Fourier	inverse Fourier transformation D15
isentropis	isentropic O 5
isobar	isobare O 5
isokhor	isochore O 5
isoktermal	isothermal O 5
jalur-jalur bimetalik	bimetallic strips O 3
jangkauan ukur ampmere-	range of an ammeter S 9
meter	
jangkauan ukur volt-meter	range of a voltmeter S 9
jatuh bebas	free fall L 8
Johnson, rumus	Johnson formula P 8
joule	joule S 1
kapasitansi	capacitance S 3, S10
kapasitansi silinder koaksial	capacitance of coaxial cylinders S10
kasitas beban dari gigi	loads capacity of tooth Q21, Q22, Q25
karakteristik kerja (operasi)	operating characteristic G10, G11
karat	carat A 3
keadaan dan variasi keadaan gas	state and variations of state O 4
keadaan isotermal	isothermal state O 5
keadaan politropis	polytropic state O 6
kecepatan	velocity L 2
kecepatan aliran pelumas	lubricant flow rate Q13
kecepatan kritis	critical speed M 6
kecepatan kritis oleh getaran	critical speed by vibrations Q10
kecepatan pegas	spring rate Q 6
kecepatan sudut	velocity, angular L 2
kecepatan, lengkung waktu	velocity time curve L 3, L 7
kejadian-kejadian terpisah	independent events G 1
kekakuan	stiffness M 6
kekasaran dalam pipa	roughness in pipes Z 9
kekerasan air	hardness of a water U 6
kekerasan Amerika	American hardness U 6
kekerasan Inggeris	English hardness U 6

kekerasan Jerman	German hardness	U 6
kekuatan hasil	yield strength	Z20
kelangsingan	slenderness	P22
kelembaban relatif atmosfer	atmospheric relative humidity	U 6
Kelvin	Kelvin	A 3
kemungkinan bersyarat	conditional probability	G 1
kemungkinan percobaan	experimental probability	G 1
kemungkinan teoritis	theoretical probability	G 1
kerapatan	density	N1, Z1 . . . Z 6
kerapatan fluks remanen	remanent flux density	S23
kerapatan, determinasi	density, determination of	N 3
kerugian besi	iron losses	S23
kerugian inti (besi)	core losses	S23, S26
kerugian tembaga	copper losses	S27
ketel uap	boilers	Q12
kimia, elemen	chemical elements	U 1
kimia, istilah	chemical terms	U 2, U 3
Kirchhoff, hukum	Kirchhoff laws	S 6
koefisien diferensial	differential coefficient	H 1
koefisien friksi/gesekan	coffisien of friction	Q28, Z 7
koefisien friksi canai/menggelinding	coffisien of rolling friction	Z 7
koefisien friksi statis	coffisien of static friction	Z 7
koefisien friksi yang menggelinding	rolling friction coeff.	L 9, K12,
koefisien geser	coffisien of sliding	Z 7
koefisien kubik dari eksponsi	cubic coeff. of expansion	Z11
koefisien perpanjangan	coffisien of elongation	P 2
koefisien restitusi	coffisien of restitution	M 8
koefisien selisih	difference coefficient	H 1
koefisien transmisi panas	coffisien of heat transmission	Z11
kombinasi	combinations	D 5, D 6
kombinasi tegangan	combination of stresses	P24, P29
kompresi	compression	P 3, P 4
konduksi (pengantaran) panas	conduction of heat	O10
konduktansi	conductance	S 2
konduktansi spesifik	specific conductance	Z 1

konduktivitas termal (panas)	conductivity, thermal	Z1 . . . Z 6
konstanta dielektrik	dielectric constant	Z 2
kontraksi (penyusutan) lintang	transverse contraction	P 3.
konus	cone	C 2
konus frustum	cone, frustum	C 2
konus, kopeling	cone clutch	Q15
konveksi panas	convection of heat	O10
konversi logaritma	conversion of logarithms	D 4
konversi trigonometri	trigonometric conversions	E 5
kopeling	clutches	Q15, Q16, Z19
kopeling episiklis	gearing, epicyclic	Q 5
kopeling pelat banyak	multi plate clutch	Q15
kuadrat	square	B 1
kuantitas listrik	quantity of electricity	S 2
kuboid	cuboid	C 1
kubus	cube	C 1
kumparan frekuensi rendah	low frequency coil	S22
kumparan frekuensi tinggi		S22
kumparan hambat	choke coil	S24, S25
kumparan non-magnet	non-magnetic coils	S22
kumparan segi empat	square coil	S21
kumparan toroidal	toroidal coil	S21
kunci datar	plain key	Q 3
lapis (film) pelumas	lubrication film	Q12
Laplace, hitungan transformasi, aturan	Laplace transformation calcul. rules	D18
Laplace, konvolusi transformasi	Laplace transformation convolution	D18
Laplace, transformasi lengkung normal kerapatan kemungkinan	Laplace transformation relation-table	D20
normal curve for probability density	Laplace transformation D18, D19, D20	G 7
lensa	lenses	T 4
lensa pembesar	magnifying lens	T 4
lenturan balok-balok seragam	bending of uniform beams	P11 . . . P13
linear, ekspansi	linear expansion	O 3

linear, koefisien ekspansi	linear coeff. of expansion	Z11
linear, persamaan	linear equations	D 7, D 8
lingkaran	circle	B 3, F 2
lingkaran dalam	incircle	E 6
lingkaran keliling	circumcircle	E 6
lingkaran, busur	circle, arc of	K 7
lingkaran, segmen (tembez-rang)	circle, segment of	B 3, K 7
lingkaran, sektor	circle, sector of	B 3, K 7
listrik, daya	electrical power	S 1
listrik, koefisien suhu	electrical temperature coeff.	Z21
listrik, pengukuran	electrical measurements	S 9
listrik, resistansi spesifik	electrical specif. resistance	Z21
listrik, usaha	electrical work	S 1
logaritma	logarithms	D 4
luas, ekspansi	area expansion	O 3
luas, satuan	area, units of	A 1
luncur, gerak meluncur	sliding motion	L 9
luncur, koefisien gesekan luncur	sliding friction coefficient	Z 7
Mac Laurin, deret	Mac Laurin series	D10
magnet, fluks	magn. flux	S 3, S12
magnet, induksi	magn. induction	S 3, S12
makro-fotografi	macro photography	T 4
massa	Mass	M 1, M 2
massa ekuivalen	mass, equivalent	M 2
massa, fraksi/pecahan	mass fraction	O 8
massa, momen inersia	mass, moment of inertia	J11, M2, M3
massa, satuan	mass, units of	A 2
maxwell	maxwell	S 3
medan listrik	electric field	S10
medan-magnet, kekuatan	magn. field strength	S 4, S12, Z23
medan maknet	magnetic field	S12, S13
mekanisme	mechanisms	L10
melebar	spread	Q19
membor	drilling	R 2, R 3
membubut	shaping	R 2, R 3
mengerut	planing	R 2, R 3
mesin	machines	S11
mesin arus-rata	direct-current machine	S30

mesin D.C. dengan kutub-kutub komutasi	D.C. machines with commutating poles	S31
mesin yang bekerja dengan tali	rope operated machines	K14
metode koefisien pelengkungan	method of buckling coeff.	P23
metode kremona	cremona method	K 6
metode substitusi	substitution method	J 2
mikroskop	microscope	T 4
modul lingkar	module, circular	Q18
modul normal	module, normal	Q18
modulus elastisitas	modulus of elasticity	P 3, P18, Z17
modulus elastisitas, kekuatan	modulus of rigidity	Z17
modulus seksi	section modulus	P 9
Mohr, analogi	Mohr's analogy	P14
Mohr, lingkaran/tegangan Mohr	Mohr's stress circle	P13
momen dinamis inersia	dynamic moment of inertia	J11
momen inersia	moment of inertia	J 9 . . . J12
momen kedua dari luas	second moment of area	J11, P 9
momen kedua dari volume	second moment of volume	J12
momen kedua poler dari bidang	polar second moment	J10
momen lentur/pembangkang	bending moment	K 2
momen putir	torque	P20
momen sebuah gaya	moment of force	K 1
momen yang melawan	resisting moment	P20, P21
momen, torema (dalil)	moment theorem	K 1
motor	motors	S30 . . . S32
motor gulung seri-paralel (kompon)	compound wound motor	S30
motor induksi	induction motor	S32
motor shunt (paralel)	shunt motor	S30
motor sinkron	synchronous motor	S32
motor, arus rata	motor, direct current	S30
motor, gulungan seri-paralel	motor, compound wound	S30
motor, induksi	motor, induction	S32
motor, shunt (paralel)	motor, shunt	S30
motor, sinkron	motor, synchronous	S32

motor, tiga-fasa	motor, three phase	S32
muatan	charge	S 2
nilai kekuatan	strength values	Z16 . . . Z18
nilai rata-rata	mean value	G 3
nilai-nilai penerangan	lighting value	Z25
nilai-nilai pH	pH-value	U 4
Ohm, hukum	Ohm's law	S 2, S 5
oktagon	octagon	B 2
optik	optics	T 1
panas laten	latent heat	O 2, Z10
panas spesifik	specific heat	O 2, O 7, Z 1 . . Z 6
panas spesifik berbagai gas gases	specific heat of various gases	Z25
panas spesifik campuran	specific heat of a mixture	O 9
panas spesifik rata-rata berbagai gas	mean specific heat of various gases	Z13
panas sublimasi	heat, of sublimation	O 2
panas, aliran	heat flow	O 7
panas, koefisien pemindahan- an panas	heat transfer coeff	O10, O11, Z14
panas, konduksi	heat conduction	O10
panas, laten	heat, latent	O 2
panas, nilai-nilai	heat values	Z10 . . Z13
panas, pemindahan	heat transfer	O10
panas, penukar	heat exchanger	O11
panas, penukaran	heat exchange	O10
panas, pelepasan	heat removal	Q13
panas, radiasi	heat radiation	O10
panas, transmisi	heat transmission	O10, O11, O12
pangkat	powers	D 1
panjang gelombang	wavelengths	A 1, T 3
Pappus, teorema (dalil)	Pappus theorems	J 8
parabol	parabola	F 2
parallel, resistansi	parallel resistances	S 6
parallel, resonansi	parallel resonance	S19
parallelepipedum	parallelepiped	C 1
parallelogram	parallelogram	B 1
Pascal, segitiga	Pascal-triangle	D 4
pegas	springs	Q 6 . . . Q 9
pegas cakram	disc springs	Q 7

pegas daun	spring, leaf	Q 7
pegas daun berlapis	laminated leaf spring	Q 7
pegas gulung	coiled spring	Q 8
pegas lapis daun	spring, laminated leaf	Q 7
pegas torsion-bar	spring, torsion-bar	Q 8
pegas ulir (helikal)	helical spring	Q 9
pekerjaan logam	metalworking	R 5, R 6
pelengkungan/tekuk	buckling	P22, P23
pemanasan benda cair	liquid bodies, heating of	O 2
pemanasan benda masif	solid bodies, heating of	O 2
pembagi potensial	potential divider	S 8
pembengkokan	bending	P 9, P10
pembengkokan dalam dua bidang datar	bending in two planes	P24
pembengkokan dalam poros penggerak	bending in shafts	P28
pembengkokan dalam satu poros	bending in one axis	P24
pembiasan sinar	light reflection	T 2
pemborran	boring	R 2
pembuatan bahan-bahan kimia	preparation of chemical	U 5
pembubutan	turning	R 2, Z17
pemindahan sirkuit bintang ke segitiga	transformation of star to a delta-circuit	S 8
pemindahan sirkuit segitiga ke bintang	transformation of a delta to a star-circuit	S 8
pemotongan, daya	cutting power	R 2
pemotongan, gaya	cutting force	R 2
pemotongan, penggerakan	cutting drives	R 1
pemotongan, roda gigi	cutting gears	R 1
pemotongan, waktu	cutting times	R 3
penarikan ke dalam	deep drawing	R 5
pendingin	cooling	Q13, Q14
pendulum	pendulum	M 7
pendulum konus	conical pendulum	M 7
pendulum sederhana	pendulum, simple	M 7
pendulum torsional	pendulum, torsional	M 7

pendulum torsional	torsional pendulum	M 7
penerangan spesifik	specific lighting	Z17
pengikatan siku	bracket attachment	Q 1
pengisian, daya	feed power	R 3
pengisian, penggerak	feed drives	R 3
pengisian, tingkat/kecepatan	feed rate	R 3
pengukuran sudut datar	measure of plane angle	E 1
pentagon	pentagon	B 2
penukar arus-lawan	counterflow exchanger	O11
penukar arus-paralel	parallel-flow-exchanger	O11
penyalaaan api	Stokes	N 1
penyusutan pada gelang	shrunk-on ring	P 4
perangkap gelombang	wave trap	S19
perbandingan kelangsungan	ratio of slenderness	Z17
perbandingan lebar gigi	tooth width ratios	Q23
perbandingan transmisi	transmissions ratios	M 4
percepatan	acceleration	L 2
percepatan lengkung waktu	acceleration, time curve	L 3, L 7
percepatan sudut	acceleration, angular	L 2
pergeseran fasa	phase shift	S15
perhitungan bunga tahunan	annuity interest calculation	D17
perhitungan deposito	deposit calculation	D17
perhitungan modul	calculation of module	Q28
perigian (penggilingan, pembubukan)	milling	R 2, R 3
periode	period	L 1
perkiraaan yang diharapkan	expected mean	G 3
perlawanan, kombinasi	resistor combinations	S 6 . . . S 9
permittivitas absolut	permittivity, absolute	S10
permittivitas relatif	permittivity, relative	Z22
permutasi	permutations	D 5, D 6
pernyataan kelayakan	confidence statement	G10
persamaan kuadrat	quadratic equation	D 1
persamaan lensa	lens equation	T 4
persamaan umum dari keadaan	general equation of state	O 4
perubahan kondisi gas ideal	changes of state of ideal gases	O 5
perubahan warna baja	drawing colours of steel	Z10

pinion, ukuran pinion (roda kecil)	pinion, dimensions	Q23
pipe air	water pipes	Z 9
piramida	pyramid	C 1
piramida frustum	pyramid, frustum	C 1
plastik, batas plastis	plastic yield	P 1
Poisson, distribusi	Poisson distribution	G 4, G10
poligon	polygon	B 2
poros penggerak	shafts	Q 2
poros penggerak berpasak	splined shaft	Q 4
poros penyanga	axles	Q 2
Prandtl, angka	Prandtl-number	O11, O12, Z15
prismoida	prismoid	C 4
proportional ke-3	proportional, 3rd	D24
proportional ke-4	proportional, 4th	D24
proportional, rata-rata	proportional, mean	D24
proses dingin pelat	cold working of sheet	R 5
proses yang dapat dibalik	reversible proses	O 7
proyeksi, dengan sudut	projection, angled	L 8
proyeksi, horisontal	projection, horizontal	L 8
proyeksi, vertikal	projection, vertical	L 8
puncak-ulir, bulat	pitch, circular	Q18
puncak-ulir, normal	pitch, normal	Q18
pusat gaya-berat	centre of gravity	J 7, J 8, K 8
puteren (rotasi)	rotation	L 7, M 4
radian	radians	E 1
radiasi (pancaran)	radiation	O10
radiasi ion	ionizing radiation	T 5, T 6
radiasi konstan	radiation constant	Z12
radius perputaran (girasi)	radius of gyration	M 2
radius vertex (puncak bawah)	vertex radius	F.2 . . . F 4
rangkaian star-delta	star-delta connection	S32
rantai engkol sorong	slider crank chain	L10
rasional kecepatan	speed rational	L 1
reagen kimia	reagents, chemical	U 5
reaktansi	reactance	S16
refleksi total/pemantulan total	total reflexion	T 2
regangan	strain	P 3

Simpson, aturan	Simpson's rule	J 8
sinar-X	X-rays	T 3
sinus, aturan	sine rule	E 6
sirkuit listrik	electric circuits	S 5
sistem koordinat polar	polar coordinate system	D22
sistem koordinat Cartes	coordinate system, Cartes	D10
sistem koordinat polar	coordinate system, polar	D11
Sommerfeld, angka	Sommerfeld number	Q12
statis, balok secara statis	statically indeterminate beams	P17
tak tentu		
statis, koefisien friksi statis	static friction coeff.	Z20
statis, momen statis sebuah benda	static moment of a body	J 7
statis, momen statis suatu lengkung	static moment of a curve	J 7
statis, tegangan statis	static stress	Q 9
statistik, tabel statistik	statistic-tables	Z26, Z27
Steiner, teorema (dalil)	Steiner's theorem	J 9, M 2, P10
stress/tegangan	stress	P 1
— dalam balok lengkung	stresses in curved beams	P25
— dalam benda berputar	stresses in rotating bodies	M 5
— dalam dua dimensi	stresses in two dimensions	P27
— dalam poros penggerak	stresses in shafts	Q 2
— dalam tiga dimensi	stress in three dimensions	P28
stress kompresif/tegangan tekan	compressive stress	P 1, P 2, P 3
stress/tegangan pembengkokan	stress, bending	P 3, Z17
stress/tegangan geser	stress, shearing	P18
stress/tegangan gesek-aksial	axial shear stress	P19
stress/tegangan tarik	stress, tensile	P 1, P 3
stress/tegangan torsi	stress, torsional	Z17
stress/tegangan tulen	proof stress	P 2
stress yang diizinkan	permissible stresses	P 2, P18, Z16 . Z18
stress, diagram tegangan regang	stress strain diagram	P 1
stress/tegangan getar	stress oscillating	Q 9
stress/tegangan statis	stress static	Q 9
stress/tegangan utama	principal stresses	P28
sudut miring-samping	side-rake angle	Z17

sudut pilin	angle of twist	P20
suhu	temperature	O 1
suhu, satuan	temperature, units of	A 3
sumbatan, pasak	wedges	K11
tabung baja	steel tubes	Z 9
tangan kanan, aturan	right hand rule	S11
tangan kiri, aturan	left hand rule	S11
tangent, aturan	tangen rule	E 6
tanjakan garis pengenal (lengkung)	gradient of a curve	H 1, H 2
Taylor, deret	Taylor series	D 8
tegangan	tension	P 3, P 4
tegangan	voltage	S 2
tegangan dukung	bearing stress	Q 2
tegangan geser rata-rata	mean shear stress	P18
tegangan induksi	induced voltage	S13
tegangan lentur	bending stress	P 9, Z17
tegangan tarik	tensile stress	P 1, P 3
tegangan, pembagi	voltage divider	S 7
tegangan-geser maksimum	maximum shear stresses	P27
tegangan-geser patah	ultimate shear stress	P18
tekanan	pressure	N 1, O 1
tekanan dalam sebuah fluida	pressure in a fluid	N 1, N 2
tekanan hidrostatika	pressure, hydrostatic	N 1
teorema (dalil) limit pusat	central limit theorem	G 3
termis, energi	thermal energy	O 2
termis, keadaan gas nyata	thermal state of real gases	O 4
termis, stress	thermal stress	P 3
termis, variabel keadaan	thermal variables of state	O 1
tesla	tesla	S 3
Tatmajer, rumus	Tatmajer formula	P22
Tatmajer, stress	Tatmajer stresses	P 3
tiga-fasa, arus	three-phase current	S28, S29
tiga-fasa, motor	three-phase motors	S32
tiga-fasa, pengukuran daya	three-phase power, measurement	S28
tiga-fasa, transformator output	three-phase output transf.	S33
titik api	focal point	F 4
titik didih	boiling point	Z 1 . . . Z 6

titik lumer	melting point	Z 1 . . . Z 6
ton	tonne	A 2
torsi	torsion	P20, P21
torsi dalam poros penggerak	torsion in shafts	P28
torsi, batang	torsion bar	Q 9
torsi, tegangan torsi	torsion stress	P20, Z17
torus	torus	C 4
transf. Laplace, pengalihan (translasi)	Laplace transformation	D18
trans. Laplace, persamaan diferensial	translation	
trans. Laplace, transformasi variabel	Laplace transformation diffe rential equations	D19
transformator	Laplace transformation	D18
transformator output satu- fasa	variable variable transf.	
transformator output satu- fasa	transformer	S26
transformator output tiga- fasa	single phase-output-transf.	S33
transformator, kelompok sakelar	transformer, single phase output	S33
transmisi episiklis	transformer, threephase output	S33
transmisi ulir	transformer switch groups	S33
trapesium	epicyclic gearing	O26
trapesium, aturan	worm gearing	Q27, Q28
ukuran nabe	trapezium	B 1, K 7
ulir penggerak	trapezium rule	J 8
ungkapan aljabar	hub dimensions	Q 4
ungula	drive worm	Q27
usaha	algebraic expressions	D 2, D13
usaha listrik di dalam me- dan listrik	ungula	C 4
usaha, satuan	work	M 1
variabel bebas (sembarang)	electrical work in an electric field	S10
variansi	work, units of	A 5
variasi keadaan gas ideal	random variable	G 2, G 3
variasi keadaan gas nyata	variances	G 3
	variations of state of ideal gases	O 6
	variations of state of real gases	O 5

Venn, diagram	Venn diagram	G 1
viskositas (kekentalan)	viscosity, dynamic	N 1, Z16
dinamis		
viskositas dinamik	dynamic viscosity	N 1, Z14
viskositas kinematis	viscosity, kinematic	N 1
voltmeter	voltmeter	S 9, S34
volume molekuler	molecular volume	O 1
volume, ekspansi (pemuia- an)	volume expansion	O 3
volume, fraksi	volume fraction	O 9
volume, satuan	volume, units of	A 2
volume, satuan massa	volume per unit mass	O 1
warna baja membera	colours of glowing steel	Z10
watt	watt	
weber	weber	S 2
Wheatstone, jembatan	Wheatstone bridge	S 3
Young, modulus	Young's modulus	S 9
zona (daerah) sebuah bola	zone of a sphere	Z16
		C 3