

1.1 算法：是对特定问题求解步骤的一种描述，是指令的有限序列。

程序：当一个算法用某种程序设计语言来描述时，得到的就是程序，也就是说，程序是用某种程序设计语言对算法的具体实现。

算法有输入、输出、确定性、能行性和有限性等特征，当不具备有穷性时，只能叫做计算过程，而不能称之为算法，算法可以终止，而程序没有此限制。

1.2 程序证明和程序测试的目的各是什么？

程序证明是确认一个算法能正确无误的工作。

程序测试的目的是发现错误

1-9 解：  $n!$  的递归定义：
$$n! = \begin{cases} 1 & n=0 \\ n*(n-1)! & n \geq 1 \end{cases}$$

求解  $n!$  的递归函数

```
long Factorial (long n)
{
    if(n<0)
    {
        cout<<"error!";
        exit(0);
    }
    if(n==0)
        return 1;
    else return n *Factorial (n-1);
}
```

1-10 使用归纳法，证明上题所设计的计算  $n!$  的递归函数的正确性

证明(归纳法证明)：

(1)首先，如果  $n=0$ ，那么程序执行

```
if (n==0)
    return 1;
```

返回 1,算法显然正确;

(2)假定函数 Factorial 对  $n < k (> 1)$  能正确运行，那么，当  $n=k$  时，算法必定执行：

```
else return k *Factorial (k-1);
```

因为 Factorial ( $k-1$ ) 正确，所以，当  $n=k$  时，程序运行正确

综合以上两点，可得程序正确。

证毕。

2-1, 简述衡量一个算法的主要性能标准,说明算法的正确性与健壮性的关系

答：衡量一个算法的主要性能指标有：

正确性，简单性，高效低存储，最优性

算法的正确性与健壮性的关系：

所谓算法的正确性：是指在合法的输入下，算法应实现预先规定的功能和计算精度要求；所谓算法的健壮性，是指当输入不合法时，算法应该能按某种预定的方式做出适当的处理；

正确的算法不一定是健壮的，健壮的程序也不一定是完全正确的。正确性和健壮性是相互补充的。一个可靠的算法，要求能在正常情况下正确的工作，而在异常情况下，亦

能做出适当处理.

2-9(1)设计一个 C/C++程序, 实现一个  $n*m$  的矩阵转置, 原矩阵与其转置矩阵保存在二维数组中.

```
Void reverse(int **a,int **b,int n,int m)
{
    For(int i=0;i<n;i++)
        For(int j=0;j<m;j++)
            b[j][i]=a[i][j];
}
```

(2)使用全局变量 count, 改写矩阵转置程序, 并运行修改后的程序以确定此程序所需的程序步

```
Void reverse(int **a,int **b,int n,int m,int &count)
{
    int i=0;
    count++;
    int j=0;
    count++;
    For(;i<n;i++)
        For(;j<m;j++)
        {
            count++;
            b[j][i]=a[i][j];
            count++;
        }
}
```

2-10 试用定义证明下列等式的正确性

(1)  $5n^2-8n+2=O(n^2)$

证明: 因为当  $n_0=1, C=6$  时, 当  $n>n_0$  时, 有  $5n^2-8n+2 \leq 6n^2$

2-16 使用递推关系式计算求  $n!$  的递归函数的时间(即分析 1-9 题中的函数的时间复杂度), 要求使用替换和迭代两种方法分别计算之.

解: 分析 1-9 题中的函数的时间复杂度: 用基本运算乘法的运算次数作为衡量时间复杂度的量

当  $n=0$  时, 程序执行 `if(n==0) return 1;` 并没有做乘法, 故  $T(0)=0$ ; 当  $n>1$  时程序执行 `n*Factorial (n-1)`; 此时  $T(n) = T(n-1)+1$  故:

$$T(n) = \begin{cases} 0 & n=0 \\ T(n-1)+1 & n \geq 1 \end{cases}$$

替换法:  $T(0)=0, T(1)=1, T(2)=2$ -----

总结得到:  $T(n)=n$ ;

归纳法证明:

(1), 当  $n=0$  时,  $T(0)=0$ , 结论成立;

(2) 假设当  $k<n$  时, 有  $T(k)=k$ , 那么, 当  $k=n$  时, 有  $T(n)=T(n-1)+1=(n-1)+1=n$

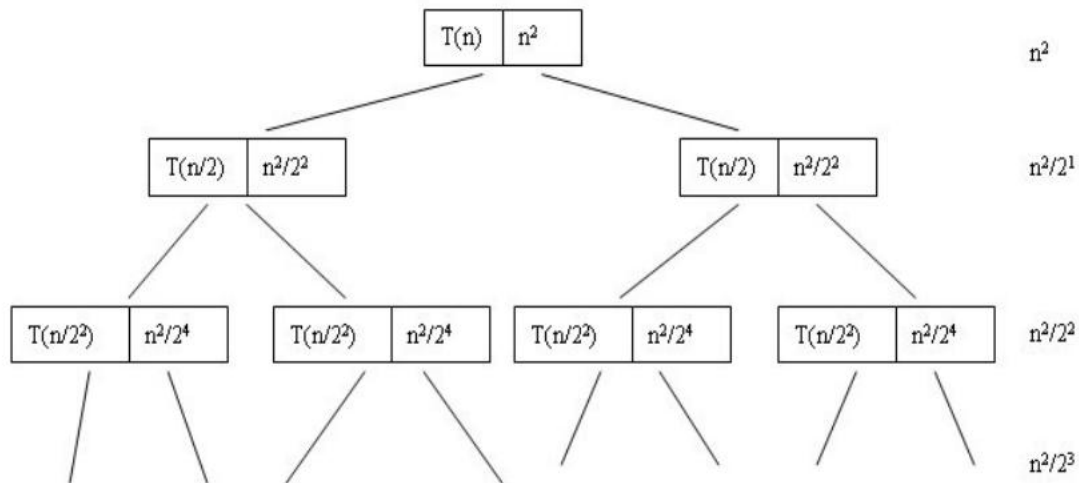
所以, 对所有  $n \geq 0$  有  $T(n)=n$ ; 成立.

迭代法:

$$T(n)=T(n-1)+1$$

$$= (T(n-2) + 1) + 1 = ((T(n-3) + 1) + 1) + 1 = \dots = T(0) + 1 + 1 + \dots + 1 \quad (n \uparrow 1) = n$$

2-19 利用递归树计算递推方程  $T(n) = 2T(n/2) + n^2$   $T(1) = 2$



假设  $n=2^k$ , 那么, 总共有  $\log n + 1$  (即  $k+1$ ) 层, 非递归部分之和为  

$$n^2 + n^2/2^1 + n^2/2^2 + \dots + n^2/2^k = (1 + 1/2 + 1/2^2 + 1/2^3 + \dots + 1/2^{\log n}) n^2$$

$$= 2n^2 + 2n = O(n^2)$$

5-8 三分搜索算法的做法是: 它先将待查元素  $X$  与  $n/3$  处的元素比较, 然后将  $X$  与  $2n/3$  处的元素比较, 比较的结果或者找到  $X$ , 或者将范围缩小到原来的  $n/3$

```
int Search3(int a[], int left, int right, int x)    /*递归算法*/
{
    int l, u;
    if(left <= right)
    {
        l = left + (right - left) / 3;
        u = left + (right - left) * 2 / 3;
        if(x == a[u])
            return u;
        else if(x == a[l])
            return l;
        else if(x > a[u])
            return Search3(a, u + 1, right, x);
        else if(x > a[l])
            return Search3(a, l + 1, u - 1, x);
        else
            return Search3(a, left, l - 1, x);
    }
    return -1;
}

void main()
{
```

```

int n,*a;
int x,i;
cout<<"Please input n:";
cin>>n;
a=new int[n]; //动态数组
int location=-1;
for(i=0;i<n;i++)
{
    a[i]=i+1;
}
cout<<"Please input the search x:";
cin>>x;
cout<<endl<<Search3(a, 0, n-1,x)<<endl;
}
void main() /*非递归算法*/
{
    int a[15];
    int x,i;
    int location=-1;
    for(i=0;i<15;i++)
    {
        a[i]=i+1;
    }
    cin>>x;
    i=0;
    int j=14,l,u;
    while(i<=j)
    {
        l=i+(j-i)/3;
        u=i+(j-i)*2/3;
        if(x==a[u])
        {
            location=u;
            break;
        }
        else if(x==a[l])
        {
            location=l;
            break;
        }
        else if(x>a[u])
            i=u+1;

        else if(x<a[l])

```

```

        j=l-1;
    else
    {
        i=l+1;
        j=u-1;
    }
}
cout<<location<<endl; //x 的位置
}

```

5-12

```

Void stoogesort(int a[],int left,int right)
{
    if(a[left]>a[right]) swap(a,left,right);
    if(left+1>=right) return;
    int k=(right-left+1)/3;
    stoogesort(a,left,right-k);
    stoogesort(a,left+k,right);
    stoogesort(a,left,right-k);
}

```

证明:

元素个数  $n = \text{right} - \text{left} + 1$ ;

- (1) 若为空表或只有一个元素( $n=1$  时,即  $\text{left}+1 == \text{right}$ )时, 程序执行  $\text{if}(a[\text{left}]>a[\text{right}])$   $\text{swap}(a,\text{left},\text{right})$ ;之后, 执行  $\text{if}(\text{left}+1>=\text{right})$   $\text{return}$ ;即此时程序做了一次元素之间的比较之后, 不做任何操作, 显然正确.
- (2) 假设当  $n < \text{right} - \text{left} + 1$  ( $n \geq 2$ )时, 算法正确, 即对于所有元素个数小于  $n$  的元素集, 算法能正确排序.

那么,当  $n = \text{right} - \text{left} + 1$  时, 算法执行程序段:

```

    int k=(right-left+1)/3;
    stoogesort(a,left,right-k);
    stoogesort(a,left+k,right);
    stoogesort(a,left,right-k);

```

由假设可知:以上三条语句都能正确运行, 所以, 当  $n = \text{right} - \text{left} + 1$  时,算法正确.

由以上两点可知, 算法正确.

分析算法的时间复杂度:

排序算法, 基本运算仍然是元素之间的比较,所以, 算法时间复杂度为:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n=0,1 \\ 3T(2n/3)+1 & n \geq 2 \end{cases} \quad (\text{用替换或迭代法计算之即可})$$

6-1 设有背包问题实例,  $n=7$ ,  $(w_0, w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, w_6) = (2, 3, 5, 7, 1, 4, 1)$ ,  $(p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6) = (10, 5, 15, 7, 6, 18, 3)$ ,  $M=15$ . 求这一实例的最优解及最大收益.



解:

首先, 选择最优量度标准为收益重量比;

其次, 依据收益重量比的非增次序对输入(物品)进行排序

$$(p_0/w_0, p_1/w_1, p_2/w_2, p_3/w_3, p_4/w_4, p_5/w_5, p_6/w_6) = (5, 5/3, 3, 1, 6, 4, 5, 3)$$

对物品排序结果为: 4, 0, 5, 2, 6, 1, 3

最后, 进行贪心选择:

$X=(4)$ (剩余载重) $U=14$ (收益) $P=6$	$X=(4,0)$ $U=12$ $P=6+10=16$	$X=(4,0,5)$ $U=8$ $P=16+18=34$
$X=(4,0,5,2)$ (剩余载重) $U=3$ (收益) $P=34+15=49$	$X=(4,0,5,2,6)$ $U=2$ $P=49+3=52$	$X=(4,0,5,2,6,1(2/3))$ $U=0$ $P=52+2/3*5=55.33$

所以, 最优解为  $x=(1, 2/3, 1, 0, 1, 1, 1)$ ; 即装入第 0, 2, 4, 5, 6 物品和第 1 个物品的  $2/3$

最大收益:  $P=55.33$

6-2, 0/1 背包问题是一种特殊的背包问题, 装入背包的物品不能分割, 只允许或者整个物品装入背包, 或者不装入, 即  $x_i=0$  或  $1$ , ( $0 \leq i < n$ ), 以题 6-1 的数据作为 0/1 背包的实例, 按贪婪法求解, 这样求得的解一定是最优解吗? 为什么?

解:

首先, 选择最优量度标准为收益重量比;

其次, 依据收益重量比的非增次序对输入(物品)进行排序

$$(p_0/w_0, p_1/w_1, p_2/w_2, p_3/w_3, p_4/w_4, p_5/w_5, p_6/w_6) = (5, 5/3, 3, 1, 6, 4, 5, 3)$$

对物品排序结果为: 4, 0, 5, 2, 6, 1, 3

最后, 进行贪心选择:

$X=(4)$ (剩余载重) $U=14$ (收益) $P=6$	$X=(4,0)$ $U=12$ $P=6+10=16$	$X=(4,0,5)$ $U=8$ $P=16+18=34$
$X=(4,0,5,2)$ (剩余载重) $U=3$ (收益) $P=34+15=49$	$X=(4,0,5,2,6)$ $U=2$ $P=49+3=52$	$X=(4,0,5,2,6)$ 继续考察第 1 和第 3 个物品, 都不能装入.

所以, 贪心法求得 0/1 背包问题的最优解为  $x=(1, 0, 1, 0, 1, 1, 1)$ ; 即装入第 0, 2, 4, 5, 6 物品

最大收益:  $P=52$

但实际上, 当  $y=(1, 1, 1, 0, 1, 1, 0)$  即装入第 0, 1, 2, 4, 5 物品, 可获收益为  $P=54$ , 所以, 贪心法求得 0/1 背包问题的解  $x$  一定不是最优解.

原因是: 对于 0/1 背包问题, 贪心法并不能保证使其单位载重下的收益最大, 因为通常在背包没还装满时, 却再也装不下任何物品, 这样, 就使得单位载重下的物品收益减少, 所以, 0/1 背包问题通常不能用贪心法求解.

6-3 设有带时限的作业排序实例  $n=7$ , 收益  $(p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6)=(3,5,20,18,1,6,30)$ , 作业的时限  $(d_0, d_1, d_2, d_3, d_4, d_5, d_6)=(1,3,4,3,2,1,2)$ , 给出以此实例为输入, 执行函数 JS 得到的最优解和最大收益。

解:  $X=\{5,6,3,2\}$  最大收益为 74

函数 JS 如下:

```
int JS(int *d, int *x, int n)
{ //设  $p_0 \geq p_1 \geq \dots \geq p_{n-1}$ 
  int k=0; x[0]=0;
  for (int j=1; j<n; j++){//O(n)
    int r=k;
    while (r>=0 && d[x[r]]>d[j] && d[x[r]]>r+1)r--; //搜索作业 j 的插入位置
    if((r<0 || d[x[r]]<=d[j]) && d[j]>r+1){ //若条件不满足, 选下一个作业
      for (int i=k; i>=r+1; i--) x[i+1]=x[i]; //将 x[r]以后的作业后移
      x[r+1]=j; k++; //将作业 j 插入 r+1 处
    }
  }
  return k;
}
```

在执行 JS 函数之前, 必须先对输入(即作业)按作业的收益非增次序排序, 结果为:

6,2,3,5,1,0,4

接着执行 JS 函数:

最初, 解集合 X 为空. X:

--	--	--	--	--	--	--

X:

6						
0	1	2	3	4	5	6

首先, 考虑作业 6, 假设将其加入集合 X, 即  $x[0]=6$ ;

考虑 X 中的作业能否均如期完成, 因为此时 X 中只有作业 6, 其截止时限为 2, 故, 能如期完成, 此时, 将作业 6 加入作业子集 X 中, 此时, 子集 X 中的最大可用下标  $k=0$ ;

X:

6						
0	1	2	3	4	5	6

k

接着, 考虑作业 2.

首先搜索作业 2 在 X 集合中的插入位置, 使得 X 集合中的元素按作业的截止时限的非减次序排序, 因为  $d_6=2$ , 而  $d_2=4$ , 所以, 可将作业 2 插在作业 6 的后面, 即  $x[1]=2$ , 得到  $X=(6,2)$ ,

X:

6	2					
0	1	2	3	4	5	6

k

考虑 X 中的作业能否均如期完成? 因为  $d_6=2 \geq 1$ ,  $d_2=4 \geq 2$ , 所以, X 中作业均能如期完成, 将作业 2 加入子集 X 中. 子集 X 中的最大可用下标  $k=k+1=1$

X:

6	2					
0	1	2	3	4	5	6

k

考虑作业 3.

首先搜索作业 3 在 X 集合中的插入位置, 使得 X 集合中的元素按作业的截止时限的非减次序排序, 因为  $d_6=2$ ,  $d_2=4$ , 而  $d_3=3$  所以, 可将作业 3 插在作业 6 的后面, 作业 2 的前面, 得到  $X=(6, 3, 2)$ ,

X:

6	3	2				
0	1	2	3	4	5	6

k

考虑 X 中的作业能否均如期完成? 因为  $d_6=2 \geq 1$ ,  $d_3=3 \geq 2$ ,  $d_2=4 \geq 3$  所以, X 中作业均能如期完成, 将作业 2 加入子集 X 中. 子集 X 中的最大可用下标  $k=k+1=2$

X:

6	3	2				
0	1	2	3	4	5	6

k

考虑作业 5.

首先搜索作业 5 在 X 集合中的插入位置, 使得 X 集合中的元素按作业的截止时限的非减次序排序, 因为  $d_6=2$ ,  $d_2=4$ ,  $d_3=3$  而  $d_5=1$  所以, 可将作业 5 插在作业 6 的前面, 得到  $X=(5, 6, 3, 2)$ ,

X:

5	6	3	2			
0	1	2	3	4	5	6

k

考虑 X 中的作业能否均如期完成? 因为  $d_5=1 \geq 1$ ,  $d_6=2 \geq 2$ ,  $d_3=3 \geq 3$ ,  $d_2=4 \geq 4$  所以, X 中作业均能如期完成, 将作业 5 加入子集 X 中. 子集 X 中的最大可用下标  $k=k+1=3$

X:

5	6	3	2			
0	1	2	3	4	5	6

k

考虑作业 1.

首先搜索作业 1 在 X 集合中的插入位置, 使得 X 集合中的元素按作业的截止时限的非减次序排序, 因为  $d_5=1$ ,  $d_6=2$ ,  $d_3=3$ ,  $d_2=4$ , 而  $d_1=3$  所以, 可将作业 1 插在作业 2 的前面, 作业 3 的后面, 得到  $X=(5, 6, 3, 1, 2)$ ,

X:

5	6	3	1	2		
0	1	2	3	4	5	6

k



考虑 X 中的作业能否均如期完成?因为  $d_5=1 \geq 1, d_6=2 \geq 2, d_3=3 \geq 3, d_1=3 < 4$  所以, X 中 1 作业不能如期完成, 所以, 不能将作业 1 加入子集 X.

X:

5	6	3	2			
0	1	2	3	4	5	6

k

接着考虑作业 0,4 均不能加入子集 X,

故, 执行 JS 得到的最优解为  $X=(5,6,3,2)$ , 最大收益为  $P=p_5+p_6+p_3+p_2=30+20+18+6=74$

6-17, 最佳装载问题是将一批集装箱装上一艘载重为 C 的轮船, 其中集装箱 i 的重量为  $w_i(0 \leq i \leq n-1)$ , 最优装载问题是指在装载体积不受限制的情况下, 求使得装箱数目最多的装载方案.

(1) 按贪心策略的要求, 给出关于上述最优化问题的形式化描述.

(2) 给出贪心法求解这一问题的最优量度标准;

(3) 讨论其最优解的最优子结构.

(4) 编写装箱问题的贪心算法;

(5) 设有重量为 (4,6,3,5,7,2,9) 的 7 个集装箱, 轮船载重为 26, 求最优解.

解: (1), 形式化描述如下:

给定  $C > 0, w_i > 0 \quad 0 \leq i \leq n-1$  求  $X = ((x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) \quad x_i \in \{0, 1\} \quad 0 \leq i \leq n-1)$

使得  $\sum_{i=0}^{n-1} x_i w_i \leq C$  并且使  $\sum_{i=0}^{n-1} x_i$  最大

(2) 以重量作为最优量度标准, 以重量最轻者先装来选择集装箱装上船

(3) 设  $(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$  是最优装载问题的最优解, 则易知  $(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$  是轮船载重为  $C - x_0 w_0$  且待装船的集装箱为  $\{1, 3, \dots, n-1\}$  时相应最优装载问题的一个最优解, 即最优装载问题具有最优子结构特性. 否则, 假设  $(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$  不是子问题的最优解, 假设有另一个解  $Z = (z_1, z_2, \dots, z_{n-1})$  是子问题的最优解, 则有:

$$\sum_{1 \leq i \leq n-1} x_i < \sum_{1 \leq i \leq n-1} z_i \text{ 且 } \sum_{1 \leq i \leq n-1} w_i z_i \leq C - w_0 x_0,$$

则:  $x_0 + \sum_{1 \leq i \leq n-1} x_i < x_0 + \sum_{1 \leq i \leq n-1} z_i$  且  $x_0 w_0 + \sum_{1 \leq i \leq n-1} w_i z_i \leq C$ , 即  $(x_0, z_1, z_2, \dots, z_{n-1})$  是最优装载问

题的最优解, 与  $(x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$  是最优装载问题的最优解矛盾, 所以,  $(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$  是子问题的最优解, 故最优装载问题具有最优子结构特性.

(4) 参考程序 1

```
/*箱子信息结构体*/
struct goodinfo
{
    float w; /*箱子重量*/
    int X; /*箱子存放的状态*/
    int flag; /*箱子编号*/
}
```

```

};

/*按物品重量做升序排列*/
void sort(goodinfo goods[],int n)
{
    int j,i;
    for(j=2;j<=n;j++)
    {
        goods[0]=goods[j];
        i=j-1;
        while (goods[0].w<goods[i].w)
        {
            goods[i+1]=goods[i];
            i--;
        }
        goods[i+1]=goods[0];
    }
}

/*用贪心法对物品进行选择装入*/
void loading(goodinfo goods[],float M,int n)
{
    float cu;
    int i,j;
    int A=0;/*对装入箱子进行计数*/
    for(i=1;i<=n;i++)/*赋初值*/
        goods[i].X=0;

    cu=M; /*船的剩余载重*/
    for(i=1;i<n;i++)
    {
        if(goods[i].w>cu)/*当该箱重量大于剩余载重跳出*/
            break;
        goods[i].X=1;
        A++;
        cu=cu-goods[i].w;/*确定船的剩余载重*/
    }

    for(j=2;j<=n;j++)/*对箱子按序号大小作升序排列*/
    {
        goods[0]=goods[j];
        i=j-1;
        while (goods[0].flag<goods[i].flag)
        {

```

```

        goods[i+1]=goods[i];
        i--;
    }
    goods[i+1]=goods[0];
}

cout<<"① 最优解为:"<<endl; /*输出*/
for(i=1;i<=n;i++)
{
    cout<<"    第"<<i<<"件物的存放状态:";
    cout<<goods[i].X<<endl;
}
cout<<"<0: 未装入; 1: 装入"<<endl;
cout<<endl;
cout<<"② 最多能装入的箱子数为:";
cout<<A<<endl;
}

```

(5)

首先，选择最优量度标准为重量；

其次，依据集装箱重量的非减次序对输入(物品)进行排序

对集装箱的排序结果为:5,2,0,3,1,4,6

最后，进行贪心选择:

X=(5)	X=(5,2)	X=(5,2,0)
(剩余载重)U=24	U=21	U=17
X=(5,2,0,3)	X=(5,2,0,3,1)	X=(5,2,0,3,1)
(剩余载重)U=12	U=6	

所以，最优解为 X=(0,1,2,3, 5),最优解值为 5

#### 参考程序 2

```

• public static float loading(float c, float [] w, int [] x)
• {
•     int n=w.length;
•     Element [] d = new Element [n];
•     for (int i = 0; i < n; i++)
•         d[i] = new Element(w[i],i);
•     MergeSort.mergeSort(d);
•     float opt=0;
•     for (int i = 0; i < n; i++) x[i] = 0;
•     for (int i = 0; i < n && d[i].w <= c; i++) {
•         x[d[i].i] = 1;
•         opt+=d[i].w;
•         c -= d[i].w;
•     }
•     return opt;
• }

```

}

7-5 设有 4 个矩阵连乘积 ABCD: A: 45\*8, B: 8\*40, C: 40\*25, D: 25\*10, 请求出它们的最优计算次序和计算量。

解:  $p_0=45, p_1=8, p_2=40, p_3=25, p_4=10$

可只给出矩阵形式

计算 m 矩阵为:

$$m[0][1] = p_0 * p_1 * p_2 = 45 * 8 * 40 = 14400;$$

$$m[1][2] = p_1 * p_2 * p_3 = 8 * 40 * 25 = 8000;$$

$$m[2][3] = p_2 * p_3 * p_4 = 40 * 25 * 10 = 11250;$$

$$m[0][2] = m[0][0] + m[1][2] + p_0 * p_1 * p_3 = 8000 + 45 * 8 * 25 = 8000 + 9000 = 17000$$

$$= m[0][1] + m[2][2] + p_0 * p_2 * p_3 = 14400 + 45 * 40 * 25 = 14400 + 45000$$

$$m[1][3] = m[1][1] + m[2][3] + p_1 * p_2 * p_4 = 11250 + 8 * 40 * 10 = 11250 + 3200$$

$$= m[1][2] + m[3][3] + p_1 * p_3 * p_4 = 8000 + 8 * 25 * 10 = 10000$$

$$m[0][3] = m[0][0] + m[1][3] + p_0 * p_1 * p_4 = 10000 + 45 * 8 * 10 = 10000 + 3600 = 13600$$

$$= m[0][1] + m[2][3] + p_0 * p_2 * p_4 = 14400 + 11250 + 45 * 40 * 10 =$$

$$= m[0][2] + m[3][3] + p_0 * p_3 * p_4 = 17000 + 45 * 25 * 10 = 17000 + 11250 = 28250$$

$$m = \begin{bmatrix} 0 & 14400 & 17000 & 13600 \\ & 0 & 8000 & 10000 \\ & & 0 & 11250 \\ & & & 0 \end{bmatrix} \quad s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 1 & 2 \\ & & 2 & 2 \\ & & & 3 \end{bmatrix}$$

这 4 个矩阵相乘需要的最小数量乘法的次数=13600

最优计算次序 A ((BC) D)

7-9 给定字符串 A=“xyzzzyx”和 B=“zyyyzxz”，使用 LCS 算法求最长公共子串，并给出一个最长公共子串。

提示：从上到下，从左往右计算 C 矩阵，依据 C 矩阵，求得最长公共子序列

解：计算求得 C 矩阵如下，

j	0	1	2	3	4	5	6	7
Bj		z	x	y	y	z	x	z
i	0	Ai	0	0	0	0	0	0
1	x	0	0	1	1	1	1	1
2	z	0	1	1	1	2	2	2
3	y	0	1	1	2	2	2	2
4	z	0	1	1	2	2	3	3
5	z	0	1	1	2	2	3	3
6	y	0	1	1	2	3	3	4
7	x	0	1	2	2	3	3	4

最优值  $c[7][7]$

依矩阵 C 可求得两个最长公共子序列分别为 xyzz 和 zyyx (求一个即可)

7-17 设流水作业调度的实例为  $n=7$ ,  $(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)=(6, 2, 4, 1, 7, 4, 7)$ ,  $(b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6)=(3, 9, 3, 8, 1, 5, 6)$ . 请使用流水作业调度的 Johnson 算法求使完成时间最小的最优调度, 并求该最小完成时间。

提示: 依据调度规则, 求得最优调度次序

解: 令  $m_i = \min\{a_i, b_i\} \quad 0 \leq i < 7$

即得:  $m_0=b_0=3, \quad m_1=a_1=2, \quad m_2=b_2=3, \quad m_3=a_3=1,$   
 $m_4=b_4=1, \quad m_5=a_5=4, \quad m_6=b_6=6$

考虑  $m_i$ , 对其从小到大排序得  $(m_3, m_4, m_1, m_0, m_2, m_5, m_6)$

考虑  $m_i$  序列 (如果序列中下一个数  $m_i$  是  $a_i$ , 则作业  $i$  放在最左的空位, 否则, 作业  $i$  放在最右的空位) 得:

最优调度顺序  $(3, 1, 5, 6, 2, 0, 4)$

依据最优调度在两台处理机上处理作业, 最小完成时间: 36 (画出如教材 P170 的图 7-17 的形式即可求得最小完成时间 36)

8-2 `#include <iostream.h>`

`#include <math.h>`

`int count=0; //记录可行解的个数`

`//先将书中的递归变为如下非递归函数, 再在输出一个可行解之后, 加上 break;`

`int place(int k, int xk, int *x)`

`{`

`for(int j=0; j<k; j++)`

`if(x[j]==xk || abs(x[j]-xk)==abs(j-k)) //相互冲突, return 0;`

`return 0;`

`return 1; //互不冲突, return 1`

`}`

`void NQueens(int n, int *x)`

`{`

`int k=0;`

`x[k]=-1;`

`while(k>=0)`

`{`

`x[k]=x[k]+1;`

`while (x[k]<n && !place(k, x[k], x)) //找安置第 K 个皇后的合法位置`

`x[k]=x[k]+1;`

`if(x[k]<n) //找到安置第 K 个皇后合法的位置,`

`if (k==n-1) //找到一个可行解, 输出`

`{`

`cout<<"The solution is: ";`

`for(int j=0; j<n; j++) //找到一个可行解, 输出`



```

        cout<<x[j]<<" ";
        cout<<endl;
//        break;//删除，则可输出所有可行解。
        count++;
    }
    else //找到安置第 K 个皇后合法的位置，但只是部分向量，所以，继续安置下一个皇后，首先将下个皇后放在棋盘外面
    {
        k=k+1;
        x[k]=-1;
    }
    else k--;//找不到安置第 K 个皇后合法的位置，回溯到 k-1，将 K-1 皇后安置到下一个位置 x[k]=x[k]+1;
}
}
void main()
{
    int n;
    cout<<"Please input the number n:";
    cin>>n;
    int *x=new int[n];

    /*    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        x[i]=-1;
    }*/
    NQueens(n,x);
    cout<<"the number of the solutions is:"<<count<<endl;
}

```

### 8-3

```

#include <iostream.h>
#include <math.h>
int place(int k,int n,int xk,int *x)
{
    for(int i=xk;i<n;i++)
    {
        for(int j=0;j<k;j++)
            if(x[j]==i || abs(x[j]-i)==abs(j-k))//相互冲突，检测下一个位置 i=i+1
                j=k;
        if(j==k)//互不冲突
            return i;
    }
    return -1;
}

```

```

}
void NQueens(int n,int *x)
{
    int k=0;
    while(k>=0)
    {
        int f=place(k,n,x[k],x);
        if(f!=-1)
        {
            x[k]=f;
            if(k==n-1)
            {
                cout<<"The solution is:  ";
                for(int i=0;i<n;i++)
                    cout<<x[i]<<"  ";
                cout<<endl;
                x[k]=0;
                k--;
                x[k]+=1;
            }
            else k++;
        }
        else
        {
            x[k]=0;
            k--;
            x[k]+=1;
        }
    }
}

void main()
{
    int n;
    cout<<"Please input the number n:";
    cin>>n;
    int *x=new int[n];
    for(int i=0;i<n;i++)
    {
        x[i]=0;
    }
    NQueens(n,x);
}

```