Problem F: Matrix

Jesteście grupą hakerów pracującą (pod nazwą Noe) nad nowym systemem kryptograficznym. Wzorujecie się na uzyskanym „z góry” systemie Matrix, który nie jest dla Was do końca zrozumiały. Problem polega na tym, że złożoność obliczeniowa algorytmów, którymi dysponujecie jest zbyt duża. Usprawnienie tych algorytmów pozwoli Wam poznać kilka zaskakujących faktów. Matrix to nie krypto system a program symulujący świat z roku 2017. Podczas gdy tak naprawdę jest już rok 2199. Maszyny posługujące się sztuczną inteligencją traktują nieświadomych ludzi jako źródło energii. Jesteście kolejnymi Wybrańcami i macie szansę na złamanie systemu i wyzwolenie świata spod rządów bezdusznych maszyn. Do pomocy możecie wykorzystać Wyrocznię, do której wolno Wam wysyłać pytania. Poza tym możecie liczyć tylko na siebie. Jeśli tym razem Morfeusz się nie pomylił selekcjonując kolejnych Wybrańców, rozwiążecie poniższe zadanie i pokonacie maszyny.

Pracujecie na skończonym zbiorze X^n wielomianów binarnych stopnia $< n$. Wielomiany te można utożsamiać z n-bitowymi binarnymi ciągami postaci $(a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0)$, $a_i \in \{0, 1\}$, $i \in \{0, 1, ..., n-1\}$, np. wielomian $x^4 + x^3 + x^2 + 1$ jest reprezentowany przez (11101). Na elementach zbioru X^n można wykonywać operacje dodawania i mnożenia.

- dodawanie

  $(a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0) + (b_{n-1}, \ldots, b_1, b_0) = (a_{n-1} + b_{n-1}, \ldots, a_1 + b_1, a_0 + b_0)$

  Operacji dodawania wielomianów odpowiada operacja XOR na poszczególnych bitach, np.

  $(11001) + (10100) = (01101)$

- mnożenie

  $(a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0) \cdot (b_{n-1}, \ldots, b_1, b_0) = (r_{n-1}, \ldots, r_1, r_0)$,

  gdzie $(r_{n-1}, \ldots, r_1, r_0)$ reprezentuje resztę z dzielenia iloczynu dwóch wielomianów

  $a(x) = a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1x + a_0$ i $b(x) = b_{n-1}x^{n-1} + ... + b_1x + b_0$ przez $p(x)$, gdzie $p(x)$ jest pewnym ustalonym wielomianem stopnia n, np. dla

  $a = (11001), b = (10100), p = (100101), n = 5$

  $a \cdot b = ((11001) \cdot (10100)) \,\%\, p = (111110100) \,\%\, p = (00010)$

Zadanie polega na wyznaczeniu kwadratów kolejnych elementów zbioru X^n z przedziału $(a, b]$ i wyodrębnieniu w tym zbiorze ciągów 0-1 spełniających warunki $a^2 = a$ lub $a^2 = 0$.

Wejście

W pierwszej linii znajdują się trzy ciągi 0-1 (ciąg a, ciąg b i ciąg p) oddzielone pojedynczą spacją. Liczba reprezentowana przez ciąg a musi być mniejsza niż liczba reprezentowana przez ciąg b.

Wyjście

W następujących po sobie liniach znajdują się tylko takie z wyznaczonych kolejno ciągów 0 -1, dla których zachodzi $a^2 = a$ lub $a^2 = 0$. Po spacji występuje napis a2 (gdy $a^2 = a$) lub 0 (gdy $a^2 = 0$).

Przykład

dane wejściowe:

```
0000 1111 10101
```

wynik:

```
0001 a2
0111 0
1001 0
1110 0
```