

EAIiB	Autor		Rok II	Grupa 5	Zespół 6
Temat: Opracowanie danych pomiarowych			Numer ćwiczenia: 0		
Data wykonania	Data oddania	Zwrot do poprawki	Data oddania	Data zaliczenia	Ocena

1 Cel ćwiczenia

Zapoznanie się z typowymi metodami opracowania danych pomiarowych i szacowania niepewności w pomiarach laboratoryjnych.

2 Wstęp teoretyczny

2.1 Niepewność pomiaru

Niepewność pomiaru – parametr, związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wyników, które można w uzasadniony sposób przypisać wartości mierzonej. Charakteryzuje ona rozrzut wartości (szerokość przedziału), wewnątrz którego można z zadowalającym prawdopodobieństwem usytuować wartość wielkości mierzonej. Z definicji niepewności pomiarowej wynika, że nie może być ona wyznaczona doskonale dokładnie.

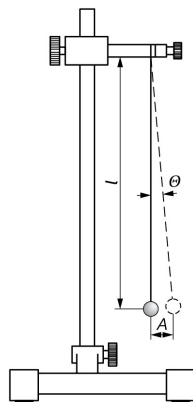
2.2 Wahadło matematyczne

Wahadłem matematycznym nazywamy punktową masę zwieszoną na nieważkiej nici. Podczas ćwiczenia będziemy korzystać z wahadła i kuli zawieszanej na realnych niciach. Wychylając wahadło z położenia równowagi wprowadzamy je w ruch drgający prosty. Okres drgań takiego wahadła jest określony zależnością:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

3 Układ pomiarowy

Zestaw ćwiczeniowy stanowi kulka zawieszona na nici, którą wprowadza się w ruch drgający. Potrzebne przyrządy pomiarowe to przymiar milimetrowy oraz sekundomierz.



Rysunek 1: Zestaw wahadła prostego

4 Wykonanie ćwiczenia

1. Pomiar długości wahadła.
2. Wprowadzenie wahadła w ruch drgający przy wychyleniu nie przekraczającym 10° . Pomiar 10 okresów drgań.
3. Powtórzenie pomiarów dla innej długości wahadła.

5 Opracowanie wyników

1. Sprawdzenie wyników pomiarów w poszukiwaniu wartości odstających (błędu grubego).
2. Ustalamy niepewność pomiaru długości wahadła $u(l) = 1 \text{ [mm]}$.
3. Obliczamy niepewność pomiaru okresu. Dla bardzo małych próbek przyjmujemy $u(T) = 25 \text{ [ms]}$ (czas reakcji człowieka).
4. Z otrzymanych wyników pomiarów l i T , podstawiając do wzoru obliczamy przyspieszenie ziemskie:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

5. Obliczamy niepewność złożoną zmierzonej wartości przyspieszenia ziemskiego $u_c(g)$:

$$u_c(g) = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial l} u(l)\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T} u(T)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{T^2} u(l)\right)^2 + \left(-\frac{8\pi^2 l}{T^3} u(T)\right)^2}$$

6. Porównanie uzyskanej wartości przyspieszenia ziemskiego z wartością tabelaryczną $g_0 = 9,811 \frac{m}{s^2}$:

$$|g - g_0| < U(g) = 2u_c(g)$$

7. Wyznaczenie prostej regresji i korzystając z niej wyznaczenie przyspieszenia ziemskiego wraz z niepewnością.

6 Wyniki pomiarów

Tabela 1: Podsumowanie wyników

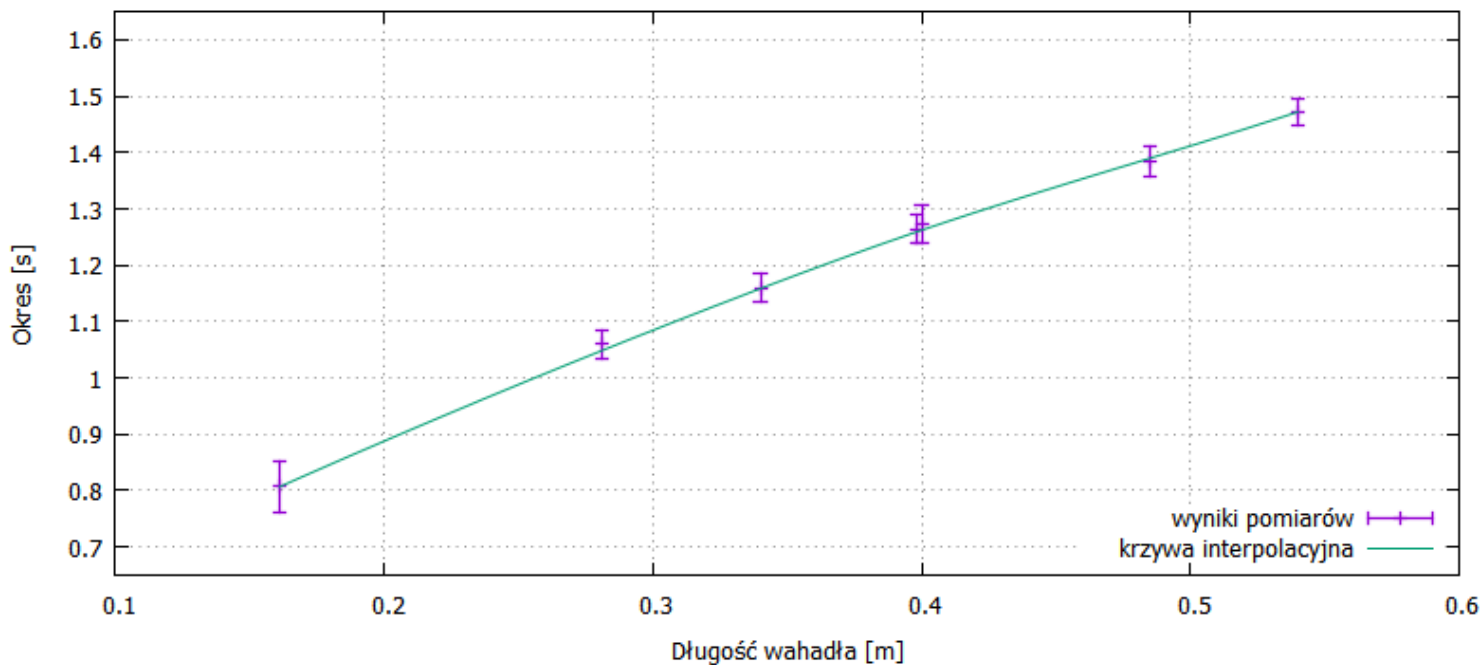
Lp.	$l \text{ [mm]}$	$t \text{ [s]}$	$T_i \text{ [s]}$	$u(T_i) \text{ [ms]}$	$g_i \text{ [\frac{m}{s^2}]}$	$u(g_i) \text{ [\frac{m}{s^2}]}$	$U(g) \text{ [\frac{m}{s^2}]}$ $k = 2$	$ g - g_i $	Zgadza się z wartością tabelaryczną $g = 9,811 \text{ [\frac{m}{s^2}]}$
1	398	12,63	1,264	25,07	9,838	0,3905	0,7811	0,02809	Tak
2	485	13,85	1,385	25,95	9,986	0,3743	0,7486	0,1749	Tak
3	161	8,066	0,8066	44,56	9,769	1,079	2,159	0,04157	Tak
4	400	12,73	1,273	33,10	9,738	0,5063	1,012	0,07254	Tak
5	281	10,60	1,060	25	9,873	0,4657	0,9314	0,06212	Tak
6	340	11,59	1,159	25	9,992	0,4311	0,8622	0,1814	Tak
7	540	14,72	1,472	25	9,839	0,3342	0,6684	0,02770	Tak

Po naniesieniu pomiarów wraz z ich niepewnościami można zauważyć, że zależność długości wahadła i okresu nie jest liniowa. Jest to funkcja typu:

$$T = f(l) = k\sqrt{l}$$

gdzie

$$k = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$



Rysunek 2: Wykres zależności okresu od długości wahadła

Natomiast zależność długości wahadła i kwadratu okresu jest zbliżona do funkcji liniowej. Obliczyłem więc prostą korzystając z metody najmniejszych kwadratów:

$$T^2 = f(l) = 3,984l$$

$$u(a) = 0,0528 \left[\frac{s^2}{m} \right]$$

Porównując oba wzory na T^2 otrzymujemy następującą zależność, z której możemy policzyć g :

$$3,984l = 4\pi^2 \frac{l}{g}$$

$$g = \frac{4\pi^2}{3,984} = 9,9092 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$$u(g) = \frac{4\pi^2}{a^2} u(a) = 0,131 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

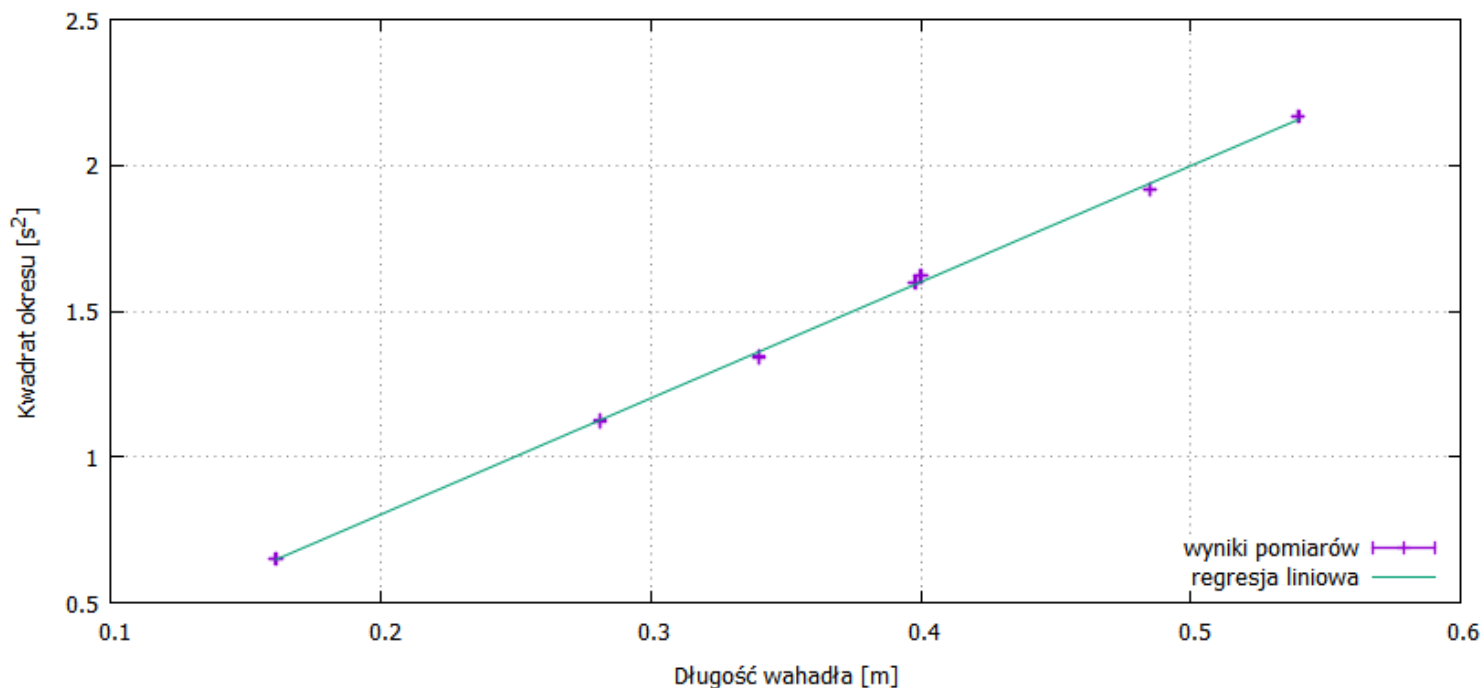
Sprawdzenie z wartością tabelaryczną:

$$U(g) = 2u(g) = 0,263 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$$|9,811 - 9,9092| = 0,0982 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$$0,263 \left[\frac{m}{s^2} \right] > 0,0982 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Wartość g wyznaczona z prostej regresji jest zgodna z wartością tablicową.



Rysunek 3: Wykres zależności kwadratu okresu od długości wahadła

7 Wnioski

W powyższym ćwiczeniu dokonano prezentacji pomiaru jednokrotnego, pomiarów wielokrotnych. Wyniki zostały opracowane w oparciu o teorię niepewności pomiarów, której podstawowe zasady przedstawiono w sprawozdaniu.

Patrząc na podsumowanie wyników w tabeli 1 można zobaczyć, że wszystkim grupom udało się wyznaczyć przyspieszenie ziemskie zgodne z wartością tabelaryczną. Trzeci pomiar posiada bardzo dużą niepewność $u(g)$ wynika to najprawdopodobniej z tego, że zmierzony okres jest bardzo krótki, ponieważ długość nici również była mała. Im krótsza nić tym wahadła szybciej drga i trudniej zmierzyć dokładnie okres.

Żaden pomiar nie jest idealnie dokładny, wszystkie są obarczone niepewnością pomiaru wynikającą z niedokładności przyrządu pomiarowego, przypadkowości działania ludzkich zmysłów. Osobnym problemem jest tzw. błąd grubo. Takie drastyczne różnice między otrzymaną a spodziewaną wartością sugerują popełnienie błędu podczas doświadczenia (błędne obliczenia, pomyłka przy odczytywaniu i zapisie wyników itp.).