<table>
<tr><td>EAIiIB</td><td colspan="2">Marcin Nalepa</td><td>Rok II</td><td colspan="2">Grupa 5</td></tr>
<tr><td colspan="3">Temat:
Wahadło proste</td><td colspan="3">Numer ćwiczenia:
0</td></tr>
<tr><td>Data wykonania
07.10.2015r.</td><td>Data oddania
15.12.2015r.</td><td>Zwrot do poprawki</td><td>Data oddania</td><td>Data zaliczenia</td><td>Ocena</td></tr>
</table>

1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznacznie wartości przyspieszenia grawitacyjnego Ziemi g za pomocą wahadła prostego na 2 różne sposoby.

2 Wstęp teoretyczny

Wahadło matematyczne to punktowa masa m zawieszona na nieważkiej i nierozciągliwej lince poruszająca w jednorodnym polu grawitacyjnym. W doświadczeniu wykorzystamy bardzo dobre przybliżenie takiego układu jakim jest ciężka metalowa kulka zawieszona na nitce.

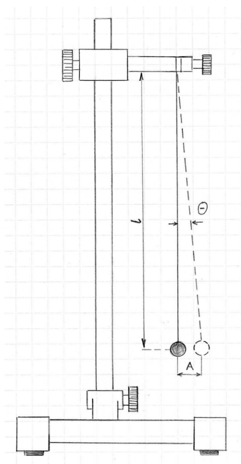
Aby znacząco uprościć obliczenia przyjmiemy $\sin\theta \approx \theta$ co jest prawdą dla małych wartości kąta θ zgodnie z twierdzeniem Taylora. Dzięki temu ograniczamy wpływ oporu powietza na wyniki, a z uproszczonego równania ruchu wahadła uzyskujemy następującą zależność

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{1}$$

gdzie T - okres drgań, l - długość nici, g - przyspieszenie grawitacyjne. Po przekształceniu otrzymujemy wzór roboczy pozwalający na wyznaczenie wartości przyspieszenia grawitacyjnego dla Ziemi

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \tag{2}$$

3 Opis doświadczenia



Rysunek 1: Zestaw użyty w doświadczeniu

Ćwiczenie składa się z 2 części, w pierwszej dokonujemy pomiarów dla ustalonej długości wahadła, a w drugiej wyznaczamy przyspieszenie grawitacyjne g za pomocą regresji liniowej.

Na statywie zawieszono metalową kulkę na nici. Przed rozpoczęciem doświadczenia została zmierzona długość powstałego w ten sposób wahadła za pomocą linijki. Następnie zmierzono stoperem czas trwania 10 okresów drgań wahadła. Wyniki umieszczono w tabeli.

4 Wyniki pomiarów

Tablica 1: Stała długość wahadła $l = 40,0cm$

Numer pomiaru	Czas 10 okresów $[s]$	Czas 1 okresu $[s]$
1	12,63	1,263
2	12,69	1,269
3	12,81	1,281
4	12,75	1,275
5	12,70	1,270
6	12,73	1,273
7	12,65	1,265

Tablica 2: Zmienna długość wahadła

Długość wahadła $[cm]$	Średni czas 10 okresów $[s]$	Średni czas 1 okresu $[s]$	Wartość g $[\frac{m}{s^2}]$	Niepewność $u(g)$ $[\frac{m}{s^2}]$
16,1	08,07	0,807	9,75	0,25
28,1	10,60	1,060	9,86	0,19
34,0	11,66	1,166	9,86	0,17
39,8	12,64	1,264	9,82	0,16
40,0	12,72	1,272	9,75	0,16
48,5	13,85	1,385	9,97	0,15
54,0	14,72	1,472	9,83	0,13

5 Opracowanie wyników

Ustalamy i obliczamy niepewności dla poszczególnych pomiarów:

- długość wahadła $u(l) = 1[mm]$
- czas reakcji człowieka $u(T_{10}) = 10[ms] \Rightarrow u(t) = 1,0[ms]$

5.1 Stała długość wahadła

Dla stałej długości wahadła stosujemy wartość średnią i odchylenie standardowe dla zestawu danych:

$$\bar{g} = 9,76 \ \left[\frac{m}{s^2}\right] \tag{3a}$$

$$u(\bar{g}) = 0,09 \ \left[\frac{m}{s^2}\right] \tag{3b}$$

Po porównaniu z wartością tabelaryczną (Kraków $g_{krk} = 9,811 \left[\frac{m}{s^2}\right]$)

$$|g - g_{krk}| = |9,76 - 9,811| = 0,051 < u(\bar{g}) = 0,090 \ \left[\frac{m}{s^2}\right] \tag{4}$$

widać, że obliczona wartość mieści się w niepewności zwykłej.

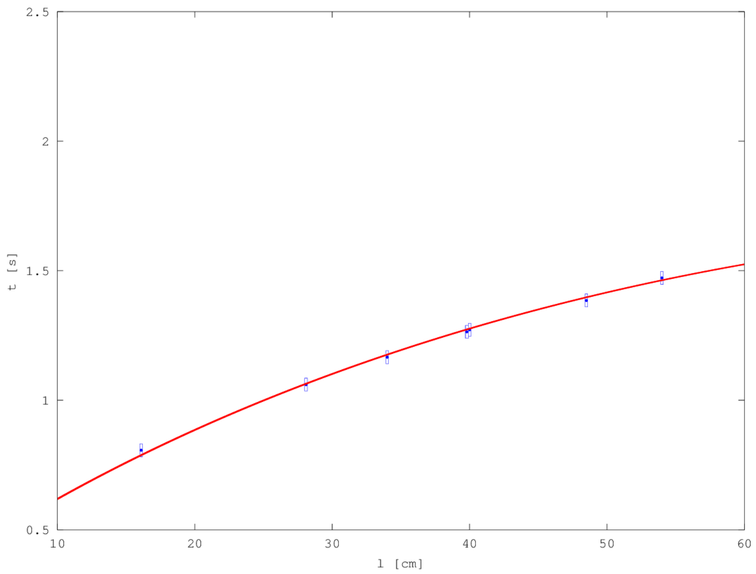
5.2 Zmienna długość wahadła

Obliczamy niepewności ze wzoru na niepewność względną

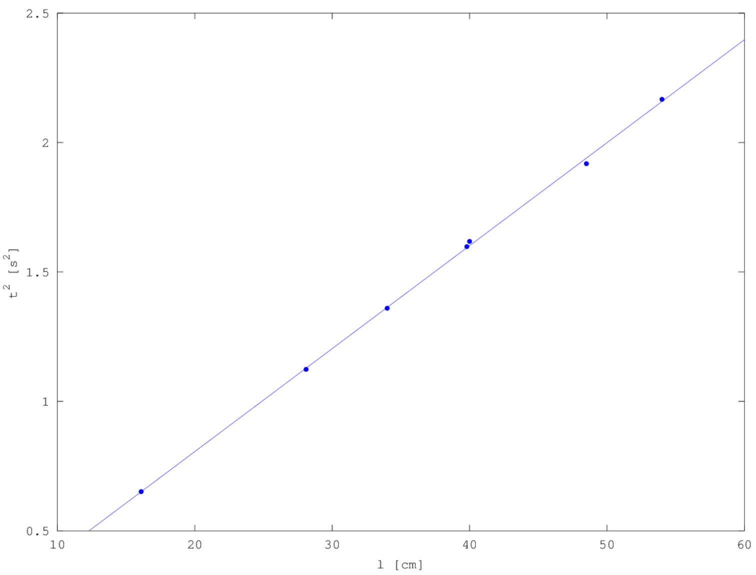
$$\frac{u(g)}{g} = \sqrt{\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(\frac{-2 * u(T)}{T}\right)^2} \tag{5}$$

i stąd na końcową niepewność każdego pomiaru

$$u(g) = g * \sqrt{\left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 + \left(\frac{-2 * u(T)}{T}\right)^2} \tag{6}$$



Rysunek 2: Wykres zależnosci długości okresu od długości wahadła



Rysunek 3: Wykres zależnosci kwadratu długości okresu od długości wahadła

Na wykresie (2) można zauważyć że dane nie ukłądają się do końca w lini prostej lecz delikatnie opadają. Aby zlinearyzować wykres i mieć możliwość zastosowania regresji liniowej, podnosimy czasy okresu do kwadratu, pozbywając się pierwiastka (3).

Za pomocą pakietu matematycznego wyznaczono wartość współczynnika a regresji liniowej, który wykorzystamy do oblicznia przyspieszenia grawitacyjnego g.

$$a = 3,98 \tag{7a}$$

$$u(a) = 0,04 \tag{7b}$$

Otrzymaną wartość wstawiamy do wzoru:

$$g = \frac{4\pi^2}{a} = 9,92 \ \left[\frac{m}{s^2}\right] \tag{8a}$$

$$u(g) = \left|-\frac{4\pi^2}{a^2} u(a)\right| = 0,10 \ \left[\frac{m}{s^2}\right] \tag{8b}$$

Porównujemy wartość z wielkością tabelaryczną

$$|g - g_{krk}| = |9,92 - 9,811| = 0,109 > u(g) = 0,100 \ \left[\frac{m}{s^2}\right] \tag{9}$$

zauważamy, że obliczona wartość nie mieści się w niepewności zwykłej dlatego sprawdzamy dla niepewności rozszerzonej dla założenia $k = 2$

$$U(g) = k * u(g) = 2 * 0,100 = 0,200 > 0,109 \ \left[\frac{m}{s^2}\right] \tag{10}$$

co okazuje się mieścić w spodziewanym przedziale.

6 Podsumowanie

Wyznaczone wartości g zgadzają się ze spodziewanymi wartościami tabelarycznymi. Dokładność obliczeń w obu metodach nie różni się znacząco, co może być spowodowane tym, że dostępnych było stosunkowo niewiele danych pomiarowych. Obie metody bardzo dobrze przybliżają wartość przyspieszenia grawitacyjnego Ziemi.