

Звіт
про виконання завдання з самостійної роботи
з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»
тема «Ймовірності добутку та суми подій»
студентом Балинським Максимом Миколайовичем (група КН-
21)
в 2022-2023 навчальному році
за індивідуальним варіантом №2

Завдання 1. У двох партіях 78 та 39 – відсоток якісних виробів відповідно. Навмання вибирають по одному виробу з кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них:

- а) принаймні один бракований виріб;
- б) два браковані вироби;
- в) один якісний та один бракований виріб?

Розв'язання:

а) Щоб знайти ймовірність виявити принаймні один бракований виріб треба додати ймовірності виявлення одного бракованого та одного якісного виробу (завдання в) та виявлення двох бракованих виробів (завдання б):

$$0,134 + 0,56 = 0,694.$$

Шукана ймовірність: 0,694.

б) Для знаходження ймовірності вибрати два бракованих вироби серед двох партій. Знайдемо ймовірності вибрати один бракований виріб з кожної партії, $q_1 = 1 - p_1 = 1 - 0,78 = 0,22$ з першої партії та $q_2 = 1 - p_2 = 1 - 0,39 = 0,61$ – з другої та знайдемо їх добуток:

$$0,22 * 0,61 = 0,134.$$

Шукана ймовірність: 0,134.

в) Для знаходження ймовірності вибрати один якісний та один бракований виріб (подія А), треба знайти добуток ймовірності вибрати один якісний виріб і вибрати один бракований виріб з кожної партії та знайти їх суму:

$$P(A) = p_1 * q_2 + p_2 * q_1.$$

Знайдемо ймовірності вибрати один бракований виріб з кожної партії, $q_1 = 1 - p_1 = 1 - 0,78 = 0,22$ з першої партії та $q_2 = 1 - p_2 = 1 - 0,39 = 0,61$ – з другої. Тепер знайдемо ймовірність вибрати один якісний та один бракований виріб (подія A):

$$P(A) = 0,78 * 0,61 + 0,39 * 0,22 = 0,475 + 0,085 \approx 0,56.$$

Шукана ймовірність: 0,56.

Завдання 2. Ймовірність того, що в ціль влучає з одного пострілу перший снайпер дорівнює 0,62, другий – 0,54. Перший зробив 3, другий – 2 пострілів. Визначити ймовірність того, що ціль не була уражена (в неї не влучив жоден із снайперів).

Розв’язання:

Знайдемо ймовірність промаху першого снайпера при одному з трьох пострілів: $1 - 0,62 = 0,38$. Тоді ймовірність влучення першого снайпера у мішень при трьох пострілах:

$$1 - 0,38^3 = 1 - 0,054 \approx 0,946.$$

Отже, ймовірність промаху першого снайпера при трьох пострілах: $0,38^3 = 0,054$.

Знайдемо ймовірність промаху другого снайпера при одному пострілі з двох пострілів: $1 - 0,54 = 0,46$. Тоді ймовірність влучення другого снайпера у мішень при двох пострілах:

$$1 - 0,46^2 = 1 - 0,211 \approx 0,789.$$

Отже, ймовірність промаху другого снайпера при двох пострілах: $0,46^2 = 0,211$.

Знайдемо ймовірність спільної появи двох незалежних подій (жоден снайпер не влучить у мішень) за допомогою добутку ймовірності однієї із подій на ймовірність другої події:

$$0,054 * 0,211 \approx 0,0113.$$

Шукана ймовірність: 0,0113.

Завдання 3. Із 1000 ламп n_i належить i -й партії, $i = 1, 2, 3$, $\sum_{i=1}^3 n_i = 1000$

У першій партії – 6 %, у другій – 5 %, у третій – 4 % бракованих ламп. Навмання вибирають одну лампу. Визначити ймовірність того, що вибрана лампа – бракована. $n_1 = 430$, $n_2 = 180$.

Розв’язання:

Знайдемо кількість ламп, які належать до третьої партії, для цього знайдемо різницю загальної кількості ламп і ламп, що належать до першої та другої партії:

$$n_3 = 1000 - 430 - 180 = 390.$$

Знайдемо ймовірність того, що лампи належать до певної партії. Кількість ламп, що належать до першої партії - $\frac{430}{1000} = 0,43$, до другої партії - $\frac{180}{1000} = 0,18$, до третьої партії - $\frac{390}{1000} = 0,39$. Знайдемо ймовірність події А (що вибрана лампа виявиться бракованою), для цього знайдемо добуток кількості ламп кожної партії та їх відсоток бракованих ламп та знайдемо суму цих добутків. Представимо 6% як 0,06, 5% - 0,05, 4% - 0,04:

$$P(A) = 0,43 * 0,06 + 0,18 * 0,05 + 0,39 * 0,04 \approx 0,0504.$$

Шукана ймовірність: 0,0504.

Завдання 4. До крамниці надходять однотипні вироби з трьох заводів, причому і-й завод постачає m_i % виробів ($i = 1, 2, 3$). Серед виробів і-го заводу n_i % першосортних. Куплено один виріб. Він виявився першосортним. Визначити ймовірність того, що куплений виріб випущено j-м заводом.

$$m_1 = 50, m_2 = 30, m_3 = 20;$$

$$n_1 = 70, n_2 = 80, n_3 = 90;$$

$$j = 2.$$

Розв’язання:

Знайдемо ймовірність того, що придбаний виріб постачає певний завод. Кількість виробів, що постачає перший завод - $\frac{50}{100} = 0,5$, постачає другий завод - $\frac{30}{100} = 0,3$, постачає третій завод - $\frac{20}{100} = 0,2$. За визначенням ймовірності знайдемо умовні ймовірності подій: $P_{H1}(A) = \frac{70}{100} = 0,7$, $P_{H2}(A) = \frac{80}{100} = 0,8$, $P_{H3}(A)$

$= \frac{90}{100} = 0,9$, де H_1, H_2, H_3 - події, що полягають у тому, де саме було випущено виріб (першому, другому або третьому заводу). Знайдемо ймовірність події A (куплений виріб виявився першосортним) за формулою:

$$P(A) = P(H_1) * P_{H_1}(A) + P(H_2) * P_{H_2}(A) + P(H_3) * P_{H_3}(A);$$

$$P(A) = 0,5 * 0,7 + 0,3 * 0,8 + 0,2 * 0,9 = 0,77.$$

Знайдемо ймовірність, що першосортний виріб випущено другим заводом, за допомогою формули Баєса:

$$P_A(H_2) = \frac{P(H_2) * P_{H_2}(A)}{P(A)} = \frac{0,3 * 0,8}{0,77} \approx 0,311.$$

Шукана ймовірність: 0,311.

Завдання 5. Надійність лінії зв'язку між об'єктами (ймовірність безвідмовної роботи протягом певного часу) дорівнює 0,71. Для підвищення якості зв'язку встановлено резервну лінію надійністю 0,62. Визначити надійність зв'язку з резервною лінією. Визначити ймовірність того, що лінія зв'язку відмовить.

Розв'язання:

Знайдемо ймовірність того, що лінія зв'язку між об'єктами відмовить: $p_1 = 1 - 0,71 = 0,29$. Тоді ймовірність того, що резервна лінія відмовить: $p_2 = 1 - 0,62 = 0,38$. Тепер знайдемо ймовірність події A (лінія зв'язку відмовить):

$$P(A) = P(p_1 * p_2) = P(p_1) * P(p_2);$$

$$P(A) = 0,29 * 0,38 = 0,1102.$$

Знайдемо ймовірність події B (безвідмовна робота лінії зв'язку протягом певного часу). Подія A є достовірною, а подія B є протилежною події A , тому:

$$P(B) = 1 - 0,1102 = 0,8898.$$

Шукані ймовірності: 0,1102 – ймовірність, що лінія зв'язку відмовить; 0,8898 – ймовірність безвідмовної роботи лінії зв'язку протягом певного часу.