Звіт
про виконання завдання з самостійної роботи
з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»
тема «ОДНОФАКТОРНИЙ ДИСПЕРСІЙНИЙ АНАЛІЗ»
студентом Дробідьком Владиславом Анатолійовичем (група КС-22)
в 2023-2024 навчальному році
за індивідуальним варіантом даних №14

Варіант 4

Задача

Виконано по п'ять випробувань на кожному з чотирьох рівнів чинника F. Методом дисперсійного аналізу при рівні значущості α=0,05 перевірити нульову гіпотезу про рівність групових середніх $\bar{x}_{\text{гр}j}$. Вважається, що вибірки взяті з нормальних сукупностей з однаковими дисперсіями. Результати випробувань наведені в таблиці:

Номер випробування, i	Рівні фактора			
	F_1	F_2	F_3	F_4
1	36	56	55	39
2	47	61	55	57
3	50	64	59	65
4	58	65	58	61
5	65	65	75	65
$\bar{x}_{\text{гр}j}$				

Вказівка. Перейти до умовних варіант $y_{ij} = x_{ij} - \text{C}$.

Нехай ознака X розподілена нормально. На неї впливає фактор F, котрий має p постійних рівнів. Припустимо, що число спостережень на кожному рівні постійне і дорівнює q. Результати спостережень зведемо в таблицю:

Номер випробування, i	Рівні фактора			
	F1	F2	F3	F4
1	36	56	55	39
2	47	61	55	57
3	50	64	59	65
4	58	65	58	61
5	65	65	75	65
$x^{-}_{\text{гр}i}$	51,2	62,2	60,4	57,4

Обчислимо загальне середнє:

$$x^{-} = \frac{51{,}2 + 62{,}2 + 60{,}4 + 57{,}4}{4} = 57{,}8.$$

Для спрощення перейдемо до умовних варіантів прийнявши С = 57,8. Складемо розрахункову таблицю:

Номер випробування, i	Рівні фактора								Підсумовий стовпчик
	F1		F2		F3		F4		
	y_{i1}	y_{i1}^2	y_{i2}	y_{i2}^2	y_{i3}	y_{i3}^2	y_{i4}	y_{i4}^2	
1	-21,8	475,24	-1,8	3,24	-2,8	7,84	-18,8	353,44	
2	-10,8	116,64	3,2	10,24	-2,8	7,84	-0,8	0,64	
3	-7,8	60,84	6,2	38,44	1,2	1,44	7,2	51,84	
4	0,2	0,04	7,2	51,84	0,2	0,04	3,2	10,24	
5	7,2	51,84	7,2	51,84	17,2	295,84	7,2	51,84	
$Q_j=\sum_{i=1}^{q} y_{ij}^2$		704,6		155,6		313		468	1641,2
$T_j=\sum_{i=1}^{q} y_{ij}$	-33		22		13		-2		0
T_j^2	1089		484		169		4		1746

Знайдемо загальна сума квадратів відхилень спостережуваних значень від загальної середньої х:

$$S_{\text{общ}} = \sum_{j=1}^{p} Q_j - \left[\frac{(\sum_{j=1}^{p} T_j)^2}{pq}\right] = 1641{,}2 - \frac{0}{4 \cdot 5} = 1641{,}2.$$

$$S_{\text{факт}} = \left[\frac{\sum_{j=1}^{p} T_j^2}{q}\right] - \left[\frac{(\sum_{j=1}^{p} T_j)^2}{pq}\right] = \frac{1746}{5} - 0 = 349{,}2.$$

$$S_{\text{ост}} = S_{\text{общ}} - S_{\text{факт}} = 1641{,}2 - 349{,}2 = 1292.$$

Обчислимо факторну та залишкову дисперсії:

$$S_{\text{факт}}^2 = \frac{S_{\text{факт}}}{p-1} = \frac{349{,}2}{3} = 116{,}4;$$

$$S_{\text{ост}}^2 = \frac{S_{\text{ост}}}{p(q-1)} = \frac{1292}{3(5-1)} = 80{,}75.$$

Покажемо, що рішення цього завдання зводиться до порівняння факторної і залишкової дисперсій за критерієм Фішера:

$$F_{\text{набл}} = \frac{S_{\text{факт}}^2}{S_{\text{ост}}^2} = \frac{116{,}4}{80{,}75} = 1{,}5.$$

За даними рівнем значущості α і числом ступенів свободи p – 1, p(q – 1) з таблиці критичних точок розподілу Фішера-Снедекора знайдемо критичну точку:

$$F_{\text{кр}} = \left(\alpha; p-1, p(q-1)\right) = F_{\text{кр}}(0{,}05; 3{,}12) = 3{,}49;$$

$$F_{\text{набл}} = 1{,}5 < F_{\text{кр}} = 3{,}49.$$

Отже, немає підстав відхилити нульову гіпотезу про рівність групових середніх(вона не відхиляється при даному рівні значущості), тобто групові середні не різняться істотно. Таким чином, вплив фактора несуттєвий.