Звіт
про виконання завдання з самостійної роботи
з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»
(тема 1.3 ««Послідовності незалежних випробувань»»)
Студенткою Кононенко Ю.В. (група КН-20)
у 2021-2022 навчальному році
за індивідуальним варіантом даних №5

**Завдання 1.** Фабрика випускає 70 % продукції першого сорту. Знайти ймовірність того, що із 200 виробів, виготовлених фабрикою, кількість першосортних виробів буде:
а) 70 виробів;
б) 70-85;
в) не більше 100.

**Розв'язок:**

А)Дано: k=70; n=200; p=0,7; q=0,3.
Застосовую Локальну теорему Лапласа, оскільки значення завеликі:

$$P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{pnq}} * \varphi(x)$$

$$\varphi(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$$

$$x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$$

Підставляю значення:

$$x = \frac{70 - 200 * 0{,}7}{\sqrt{200 * 0{,}7 * 0{,}3}} = -10{,}8$$

$$\varphi(x) = \frac{e^{-\frac{(-10{,}8)^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} = -13{,}25$$

$$P_n(k) = \frac{1}{6{,}48} * (-13{,}25) = -2{,}04$$

**Відповідь**: $P_n(k) = -2{,}04$

Б)Використаю формулу Інтегральну теорему Лапласа:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} * \int_0^x e^{\frac{-z^2}{2}} dz$$

$$x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

$$x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}$$

$$P_n(m_1, m_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$

Дано: m1=70; m2=85; n=200; p=0,7; q=0,3.

$$x_2 = \frac{85 - 140}{\sqrt{42}} = -\frac{55}{6{,}48} = -8{,}48$$

$$x_1 = \frac{70 - 140}{\sqrt{42}} = -\frac{70}{6{,}48} = -10{,}8$$

$$P_n(70 \le x \le 85) = \Phi(-8{,}48) - \Phi(-10{,}8)$$

Застосую тотожність $\Phi(-x) = -\Phi(x)$, тобто:

$$P_n(70 \le x \le 85) = -4{,}99 + 4{,}99 \approx 0$$

**Відповідь:** $P_n(70 \le x \le 85) \approx 0$

Звіт
про виконання завдання з самостійної роботи
з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»
(тема 1.3 «««Послідовності незалежних випробувань»»»)
Студенткою Кононенко Ю.В. (група КН-20)
у 2021-2022 навчальному році
за індивідуальним варіантом даних №5

В) Використаю формулу Інтегральну теорему Лапласа:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} * \int_0^x e^{\frac{-z^2}{2}} dz$$
$$x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}$$
$$x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}$$
$$P_n(m_1, m_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$

Дано: m1=0; m2=100; n=200; p=0,7; q=0,3.

$$x_2 = \frac{100 - 140}{\sqrt{42}} = -\frac{40}{6{,}48} = -6{,}17$$
$$x_1 = \frac{0 - 140}{\sqrt{42}} = -\frac{140}{6{,}48} = -21{,}6$$
$$P_n(x_1 \le x \le x_2) = \Phi(-6{,}17) - \Phi(-21{,}6)$$

Застосую тотожність $\Phi(-\mathrm{x}) = -\Phi(\mathrm{x})$, тобто:

$$P_n(x_1 \le x \le x_2) = -4{,}99 + 4{,}99 \approx 0$$

**Відповідь:** $P_n(0 \le x \le 100) \approx 0$

**Завдання 2.** Серед великої кількості мікросхем, що знаходяться в комплекті, 30% – нестандартні. Знайти ймовірності того, що серед 6 мікросхем, навмання взятих із комплекту, буде:

а) тільки одна нестандартна;

б) принаймні одна нестандартна.

**Розв’язок:**

А) За формулою Бернуллі:

$$P_n(k) = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

Дано: n=6; k=1; p=0,3; q=0,7.

Підставляю значення:

$$P_6(1) = \frac{6!}{1!\,5!} 0{,}3^1 0{,}7^5 \approx 0{,}303$$

**Відповідь:** $P_6(1) \approx 0{,}303$

Б) Використаю формулу Інтегральну теорему Лапласа:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} * \int_0^x e^{\frac{-z^2}{2}} dz$$
$$x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}$$
$$x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}$$
$$P_n(m_1, m_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$

В даному випадку треба знайти $P_n(1 \le x \le 6)$

$$x_1 = \frac{1 - 6 * 0{,}3}{\sqrt{6 * 0.3 * 0.7}} = -0.71$$
$$x_2 = \frac{6 - 6 * 0{,}3}{\sqrt{6 * 0.3 * 0.7}} = 3.74$$
$$P_n(x_1 \le x \le x_2) = \Phi(3{,}74) - \Phi(-0{,}71)$$

Застосую тотожність $\Phi(-\mathrm{x}) = -\Phi(\mathrm{x})$, тобто:

Звіт
про виконання завдання з самостійної роботи
з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»
(тема 1.3 ««Послідовності незалежних випробувань»»)
Студенткою Кононенко Ю.В. (група КН-20)
у 2021-2022 навчальному році
за індивідуальним варіантом даних №5

$$P_n(1 \le x \le 6) = -4{,}9999 + 0{,}2642 \approx 0{,}776412$$

**Відповідь:** $P_n(1 \le x \le 6) \approx 0{,}776412$

**Завдання 3.** Телефонна станція обслуговує 1000 абонентів. Ймовірність того, що будь-який абонент зателефонує на станцію протягом години, дорівнює 0,001. Знайти ймовірності того, що протягом години на телефонну станцію зателефонують:
а) 6 абонентів;
б) не більше 5 абонентів.

**Розв'язок:**

**А)**Оскільки ймовірність має замале значення, для обчислення формулою Бернуллі, використовую формулу Пуассона:

$$P_n(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

$$\lambda = np$$

Дано: n=1000; k=6; p=0,001;

Підставляю значенння:

$$\lambda = 1000 * 0{,}001$$

$$P_n(k) = \frac{1^6 e^{-1}}{6!} \approx 0{,}0005$$

**Відповідь:** $P_{1000}(6) \approx 0{,}0005$

Б) Використаю формулу Інтегральну теорему Лапласа:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} * \int_0^x e^{\frac{-z^2}{2}} dz$$

$$x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

$$x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}$$

$$P_n(m_1, m_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$

Дано: m1=0; m2=5; n=1000; p=0,001; q=0,999.

$$x_2 = \frac{5 - 1}{\sqrt{1000 * 0{,}001 * 0{,}999}} \approx -4$$

$$x_1 = \frac{0 - 1}{\sqrt{1000 * 0{,}001 * 0{,}999}} \approx -1$$

$$P_n(x_1 \le x \le x_2) = \Phi(-4) - \Phi(1)$$

Застосую тотожність $\Phi(-x) = -\Phi(x)$, тобто:

$$P_n(0 \le x \le 5) = -0{,}499968 + 0{,}3413 \approx 0{,}15$$

**Відповідь:** $P_n(0 \le x \le 5) \approx 0{,}15$