Звіт

про виконання завдання з самостійної роботи

з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»

тема «Основні поняття теорії ймовірностей»

студентом Балинським Максимом Миколайовичем (група КН-21)

в 2022-2023 навчальному році

за індивідуальним варіантом №2

Завдання 1. Підкидають два гральні кубики. Визначити ймовірність того, що:

а) сума очок не перевищує 4;

б) добуток очок не перевищує 4;

в) добуток очок ділиться на 4 без залишку.

Розв'язання:

а) На верхній грані першого грального кубика може з'явитися одне очко, два очки, ..., шість очок. Аналогічні шість елементарних результатів можливі при киданні другого кубика. Результати підкидання двох кубиків сумуються. Отже, загальне число можливих елементарних результатів рівне 6*6=36.

Сприяють події, яка нас цікавить (сума очок не перевищує 4 на двох гральних кубиках), є наступні шість результатів:

1) 1, 1, 1+1=2;
2) 1, 2, 1+2=3;
3) 1, 3, 1+3=4;
4) 2, 2, 2+2=4;
5) 2, 1, 2+1=3;
6) 3, 1, 3+1=4.

Шукана ймовірність рівна відношенню числа результатів, що сприяють події А, до числа всіх можливих елементарних результатів: P(A) = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

б) На верхній грані першого грального кубика може з’явитися одне очко, два очки, ..., шість очок. Аналогічні шість елементарних результатів можливі при киданні другого кубика. Знаходимо добуток результатів підкидання двох кубиків. Отже, загальне число можливих елементарних результатів рівне 6*6=36.

Сприяють події, яка нас цікавить (добуток очок не перевищує 4 на двох гральних кубиках), є наступні шість результатів:

1) 1, 1, 1*1=1;
2) 1, 2, 1*2=2;
3) 2, 1, 2*1=2;
4) 1, 3, 1*3=3;
5) 3, 1, 3*1=3;
6) 2, 2, 2*2=4;
7) 1, 4, 1*4=4;
8) 4,1, 4*1=4.

Шукана ймовірність рівна відношенню числа результатів, що сприяють події А, до числа всіх можливих елементарних результатів: Р(А) = $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$.

в) На верхній грані першого грального кубика може з’явитися одне очко, два очки, ..., шість очок. Аналогічні шість елементарних результатів можливі при киданні другого кубика. Результати підкидання двох кубиків сумуються. Отже, загальне число можливих елементарних результатів рівне 6*6 = 36.

Сприяють події, яка нас цікавить (добуток очок на двох гральних кубиках ділиться на 4 без залишку), є наступні шість результатів:

1) 1, 4, 1*4=4, 4:4=1;
2) 4, 1, 4*1=4, 4:4=1;
3) 3, 4, 3*4=12, 12:4=3;
4) 4, 3, 4*3=12, 12:4=3;
5) 4, 4, 4*4=16, 16:4=4;
6) 4, 5, 4*5=20, 20:4=5;

7) 5, 4, 5*4=20, 20:4=5;

8) 4, 6, 4*6=24, 24:4=6;

9) 6, 4. 6*4=24, 24:4=6;

10) 2, 4, 2*4=8, 8:4=2;

11) 4, 2, 4*2=8, 8:4=2;

12) 2, 2, 2*2=4, 4:4=1;

13) 2, 6, 2*6=12, 12:4=3;

14) 6, 2, 6*2=12, 12:4=3;

15) 6, 6, 6*6=36, 36:4=9.

Шукана ймовірність рівна відношенню числа результатів, що сприяють події А, до числа всіх можливих елементарних результатів: Р(А) = $\frac{15}{36} = \frac{5}{13}$.

Завдання 2. Серед 10 лотерейних білетів 6 виграшних. Навмання взяли 3 білетів. Визначити ймовірність того, що серед них 2 виграшних.

Розв'язання:

Використаємо класичне означення ймовірності Р(А) = $\frac{m}{n}$. Кількість всіх результатів випробування дорівнює кількості способів навмання вибрати 3 білети із 10, тобто комбінація із 10 по 3: n = $C_{10}^{3} = \frac{10!}{3!(10-3)!} = 120.$

Визначимо кількість сприятливих події А результатів випробування – 2 білети серед 3 навмання взятих білетів будуть виграшними, тобто комбінація із 6 по 2: C_6^2. Білети, що залишаться 3-2=1,будуть не виграшні. Всього невиграшних білетів 10-6=4, тобто комбінація для невиграшних білетів із 4 по 1 C_4^1. Таким чином, за правилом добутку m = $C_6^2 * C_4^1 = \frac{6!}{2!(6-2)!} * \frac{4!}{1!(4-1)!} = 60.$

Шукана ймовірність: Р(А) = $\frac{C_6^2 * C_4^1}{C_{10}^3}$ = $\frac{60}{120}$ = 0,5.

Завдання 3. У ліфт 7-поверхового будинку сіло 4 пасажирів (4 < 7). Кожен незалежно від інших із однаковою ймовірністю може вийти на довільному (починаючи з другого) поверсі. Визначити ймовірність того, що:

а) усі вийшли на різних поверхах;

б) принаймні двоє вийшли на одному поверсі.

Розв’язання:

Використаємо класичне означення ймовірності $P(A) = \frac{m}{n}$. Загальною кількістю випадків є розміщення з повтореннями, тоді $n = 6^4$. Отже, загальне число можливих елементарних результатів рівне 1296.

а) Розглянемо подію А, а саме, якщо усі пасажири вийдуть на різних поверхах. Щоб знайти число елементарних результатів випробування, що сприяють появі події А, використаємо комбінацію із 6 по 4 $m = C_6^4 = \frac{6!}{4!(6-4)!} = 15$. Підставимо в формулу класичного означення ймовірності $P(A) = \frac{15}{1296} \approx 0{,}0115$.

Шукана ймовірність: $P(A) = 0{,}0115$.

б) Розглянемо подію В, а саме, якщо принаймні двоє пасажирів вийдуть на одному поверсі. Щоб знайти число елементарних результатів випробування, що сприяють появі події В. Обчислимо за таким самим принципом як у попередньому, число комбінацій змінюємо на 2, тобто скільки варіантів, що принаймні 2 пасажири вийдуть на одному поверсі, тому використаємо комбінацію із 6 по 2 $m = C_6^2 = \frac{6!}{2!(6-2)!} = 15$. Підставимо в формулу класичного означення ймовірності $P(B) = \frac{15}{1296} \approx 0{,}011$.

Шукана ймовірність: $P(B) = 0{,}011$.

Завдання 4. У крузі радіусом 12 навмання обирають точку. Визначити ймовірність того, що вона потрапить в одну із двох фігур, які не перетинаються і площі яких дорівнюють $S_1 = 2{,}37$ та $S_2 = 3\ {,}50$.

Розв’язання:

Дві фігури складають частину круга. Якщо на круг навмання кинути точку, то це означає, що кинута точка може виявитися в будь-якій точці круга, ймовірність попадання навмання кинутої точки на одну з двох фігур пропорційна площі цієї фігури і не залежить ні від її розташування відносно круга, ні від форми цих двох фігур, що знаходяться всередині круга. Тому ймовірність визначається рівністю P = $\frac{\text{Площа двох фігур}}{\text{Площа круга}}$. Знаходимо площу круга $S_{кр}$ = πR^2 = $\pi 12^2$ = 144π. Знайдемо суму площ двох фігур, що знаходяться всередину круга S = 2,37+3,50 = 5,87. Підставляємо у формулу P = $\frac{5,87}{144\pi} \approx 0,004$.

Шукана ймовірність: P $\approx 0,004$.