Звіт

про виконання завдання з самостійної роботи

з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»

тема «Ймовірності суми та добутку подій»

студентом Стовба П.В (група КН-22)

в 2023-2024 навчальному році

за індивідуальним варіантом даних №24

Завдання 1. У двох партіях *81* та *37* – відсоток якісних виробів відповідно. Навмання вибирають по одному виробу з кожної партії. Яка ймовірність виявити серед них:

а) принаймні один бракований виріб;

б) два браковані вироби;

в) один якісний та один бракований виріб?

Розв'язок

За умовою: *0.81, p2=0.37* – ймовірності якісного виробу у першій та другій партії відповідно.

а) щоб знайти ймовірність принаймні одного бракованого виробу необхідно знайти ймовірність того, що обидва вироби будуть якісними, а потім відняти значення від 1, таким чином знайдемо шукану ймовірність.

Оскільки події незалежні, то ймовірність того що обидва вироби будуть якісними знаходиться за формулою $P(AB) = P(A) * P(B)$.

$$P(AB) = 0.81 * 0.37 = 0.2997$$

Ймовірність того, що хоча б один виріб виявиться бракованим:

$$P(B) = 1 - 0.2997 = 0.7003$$

б) необхідно знайти ймовірність бракованого виробу в кожній партії та застосувати теорему множення.

q1=1-0.81=0.19

q2=1-0.37=0.63

$$P(A) = q1 * q2 = 0.1197$$

в) можна розглянути 2 варіанти: з першої партії витягнули якісний виріб, а з другої – бракований; або навпаки.

P(A) – ймовірність виявлення якісного виробу з першої партії, P_A (B) – ймовірність виявлення бракованого виробу з другої партії(за умови, що з першої партії виявлено один якісний виріб).

P(B) – ймовірність виявлення бракованого виробу з першої партії і P_B (A) - ймовірність виявлення якісного виробу з другої партії(за умови, що виявлено один бракований виріб з першої партії).

P(C) , де C – це подія виявлення одного якісного і одного бракованого виробу.

P(C) = P(A)* P_B (B) + P(B)* P_B (A) , де P(A)* P_A (B) – це ймовірність виявлення якісного виробу в першій партії, а бракованого – у другій. Підставляємо значення у формулу:

$$P(C) = 0.81 * 0.63 + 0.37 * 0.19 = 0.5806$$

Висновок: для розв'язку задач достатньо було використати теореми множення та додавання ймовірностей.

Завдання 2. Ймовірність того, що в ціль влучає з одного пострілу перший снайпер дорівнює 0.33, другий – 0.52. Перший зробив 3, другий – 2 пострілів. Визначити ймовірність того, що ціль не була уражена (в неї не влучив жоден із снайперів).

Розв'язок

Ймовірність влучення в ціль з одного пострілу у першого снайпера = 0.33, отже ймовірність невлучення рівна $1 - 0.33 = 0.67$. Відповідно ймовірність невлучення з трьох пострілів $P(A) = 0.67^3 = 0.300763$

Для другого снайпера ймовірність влучання з одного пострілу = 0.52 Отже, невлучання з двох пострілів $P(B) = (1 - 0.52)^2 = 0.2304$

Отже, ймовірність того, що ціль не була уражена жодним із снайперів:

$$P(AB) = P(A) * P(B) = 0.300763 * 0.2304 = 0.0692957952$$

Висновок: застосовано теорему множення ймовірностей незалежних подій.

Завдання 3. Із 1000 ламп n_i належить i-й партії, i = 1, 2, 3, $\sum_{i=1}^{3} n_i$. У першій партії – 6 %, у другій – 5 %, у третій – 4 % бракованих ламп. Навмання вибирають одну лампу. Визначити ймовірність того, що вибрана лампа – бракована.

Розв'язок

Першій партії з 1000 виробів належить n_1 = 350, другій – n_2 = 440, третій - n_3 = 1000-(n_1+n_2) = 210 ламп.

P(A_1) = 0.35; P(A_2) = 0.44; P(A_3) = 0,21.

Оскільки вже відомі ймовірності бракованих ламп у партіях, скористаємось формулою повної ймовірності. Формула повної ймовірності дозволяє обчислити ймовірність деякої події через умовні ймовірності цієї події в припущенні якихось гіпотез, а також ймовірностей цих гіпотез.

$$\mathrm{P(A)} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{P}(H_i) \cdot \mathrm{P(A}|H_i)$$

Отже, шукана ймовірність:

$$P(A) = 0.35 * 0.06 + 0.44 * 0.05 + 0.21 * 0.04 = 0.0514$$

Висновок: якщо подія *A* може відбутись тільки разом з однією із попарно несумісних подій H_1, H_2, H_3… H_n, які називаються *гіпотезами (hypothesis)* і утворюють повну групу, то для знаходження ймовірності необхідно використати формулу повної ймовірності.

Завдання 4. До крамниці надходять однотипні вироби з трьох заводів, причому i-й завод постачає m_i % виробів (i = 1, 2, 3). Серед виробів i-го заводу n_i%

першосортних. Куплено один виріб. Він виявився першосортним. Визначити ймовірність того, що куплений виріб випущено j-м заводом.

Розв'язок

m_1=30=0.3; m_2=30=0.3; m_3=40=0.4,

n_1=70=0.7; n_2=70=0.7; n_3=80=0.8

j=3

Знайдемо ймовірність першосортного виробу за формулою повної ймовірності:

$$P = 0.3 * 0.7 + 0.3 * 0.7 + 0.4 * 0.8 = 0.74$$

Знайдемо ймовірність першосортного виробу з j заводу за формулою Байєса:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) * P(A)}{P(B)} = \frac{0.4 * 0.8}{0.74} = \frac{0.32}{0.74}$$

Висновок: для вирішення задачі скористались формулою Байєса.

Завдання 5. Надійність лінії зв'язку між об'єктами (ймовірність безвідмовної роботи протягом певного часу) дорівнює p_1 = 0,73 . Для підвищення якості зв'язку встановлено резервну лінію надійністю p_2 = 0,67. Визначити надійність зв'язку з резервною лінією. Визначити ймовірність того, що лінія зв'язку відмовить.

Розв'язання

Для того, щоб знайти надійність зв'язку із резервною лінією необхідно знайти ненадійність кожної лінії, а потім за властивістю повної групи подій знайти надійність. Отже:

q1=1-0.73=0.28; q2=1-0.67=0.33

Надійність лінії зв'язку: $P(A) = 1 - q1 * q2 = 0.9076$

Знайдемо ймовірність того, що лінія зв'язку відмовить:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.9076 = 0.0924$$

Висновок: для вирішення задачі достатньо було скористатись теоремою множення та властивістю повної групи подій.