

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЧЕРКАСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ БОГДАНА ХМЕЛЬНИЦЬКОГО

ФАКУЛЬТЕТ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ,
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ТА УПРАВЛЯЮЧИХ СИСТЕМ

Кафедра інформаційних технологій

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ

з дисципліни

«Теорія ймовірностей та математична статистика»
на тему: «Статистична обробка результатів експерименту»

Студента (ки) 2 курсу групи КТ-22
напряму підготовки Комп'ютерна
інженерія
Сюсюкало Д.Г.
(прізвище та ініціали)

Керівник канд. техн. наук, доцент
Косенюк Г.В.
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Оцінка:
за університетською шкалою _____
за шкалою ECTS _____
за національною шкалою _____
« ____ » _____ 202__ р.

Члени комісії	_____	_____
	(підпис)	(прізвище та ініціали)
	_____	_____
	(підпис)	(прізвище та ініціали)
	_____	_____
	(підпис)	(прізвище та ініціали)

„Теорія ймовірностей та математична статистика”

Індивідуальне завдання

„Статистична обробка результатів спостережень”

студенту групи КТ-22 *Сюсюкало Данііл Геннадійович*.

Варіант № 14

На виході двох ідентичних систем автоматичного керування технологічними процесами встановлені реєстратори, які записують відхилення в часі вихідного параметру системи від заданого значення. При якісній роботі системи це відхилення повинно дорівнювати нулю, але за рахунок впливу на систему дії випадкових факторів воно виявляється відмінним від нуля.

Для аналізу якості роботи систем із записів реєстраторів зроблені вибірки X і Y однакового обсягу. Виходячи із принципу роботи систем автоматичного керування такого типу можна припустити, що відхилення вихідного параметру кожної із систем від заданого розподілені нормально. Оскільки системи працюють незалежно одна від одної, то вибірки незалежні.

Для кожної з вибірок необхідно:

- 1) побудувати гістограми частот;
- 2) за вибірками з генеральних сукупностей X і Y побудувати нормальні криві;
- 3) перевірити гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей X та Y , використовуючи критерій погодженості Пірсона;
- 4) знайти оцінки математичних сподівань і дисперсій генеральних сукупностей;
- 5) перевірити гіпотезу про рівність нулю математичних сподівань генеральних сукупностей X і Y ;
- 6) запропонувати просту гіпотезу про рівність дисперсій генеральних сукупностей $H_0 : D(X) = D(Y)$ при конкуруючій гіпотезі $H_1 : D(X) \neq D(Y)$. Прийняти рівень значущості $\alpha = 0,1$. Перевірити запропоновану гіпотезу;

7) за одержаними результатами обробки даних вибірових сукупностей для кожної із генеральних сукупностей представити ймовірнісну теоретичну модель;

8) зробити висновки про роботу систем автоматичного керування. Для автоматизації обчислень та побудови графіків використати доцільно використати відповідні програми (MS Exel, Statistica). Посилання на використання прикладних програм навести в тексті роботи. По кожному пункту завдання зробити висновки щодо статистичних характеристик досліджуваних відхилень, отриманих у даному пункті, та їх відповідності показникам роботи систем.

Вихідні дані до роботи:

Варіант №14	X	-0,74	-2,19	-0,54	1,00	1,29	1,27	1,53	0,75	0,57	1,12
		-0,30	1,45	1,14	2,66	2,06	1,89	0,61	1,36	-2,63	0,95
		0,52	0,28	-0,72	-1,61	-0,49	0,63	-1,42	-0,55	0,33	1,37
		0,64	0,06	-1,10	2,15	0,82	2,53	-0,25	3,14	0,13	0,52
		-0,56	-0,88	-0,45	1,53	-0,27	1,19	0,83	1,08	-1,81	-1,07
	Y	-0,10	0,85	0,76	-0,12	-1,73	2,94	-0,18	-0,05	1,24	1,51
		-1,46	2,17	-0,79	-1,00	0,38	0,03	1,29	0,85	0,87	0,79
		-0,15	0,07	-0,78	3,60	-0,14	-1,26	-0,21	0,54	1,12	2,85
		1,24	0,89	2,21	1,32	1,09	-0,15	3,31	1,07	2,60	-1,02
		0,38	0,71	1,77	-1,05	0,20	1,36	-0,70	2,90	0,26	-1,35

Завдання видав викладач _____ Косенюк Г.В.

Завдання прийняв студент _____ Сюсюкало Д.Г.

„_____” 202_ р.

Термін здачі роботи „_____” 202_ р.

Зміст

Зміст	6
1. Побудова гістограм частот	7
2. Побудова нормальних кривих	10
3. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей.....	13
4. Знаходження точкових оцінок математичних сподівань і дисперсій генеральних сукупностей	16
6. Перевірка гіпотез про рівність нулю математичних сподівань генеральних сукупностей.....	18
7. Перевірка гіпотези про рівність дисперсій генеральних сукупностей.....	20
9. Представлення теоритичних моделей генеральних сукупностей.....	21
10. Висновки	24
Список використаних джерел	25

1. Побудова гістограм частот

Завдання: Побудувати гістограми частот.

Знайдемо максимальне і мінімальне значення.

$$X_{\min} = -2,64; X_{\max} = 2,79;$$

$$Y_{\min} = -4,43; Y_{\max} = 2,36.$$

Визначимо розмах варіації R із формули:

$$R_x = X_{\max} - X_{\min} = 2,79 - (-2,64) = 5,43,$$

$$R_y = Y_{\max} - Y_{\min} = 2,36 - (-4,43) = 6,79.$$

Тепер потрібно вибрати кількість часткових інтервалів N . Для цього застосовується формула Стреджеса:

$$N = 1 + 3,322 \lg(n),$$

де n – число варіант вибіркової сукупності (в даному випадку, $n = 50$). Для визначення довжини часткового інтервалу використовуємо формулу:

$$h = \frac{R}{N} = \frac{R}{1 + 3,322 \lg n};$$

$$h_x = \frac{5,43}{1 + 3,322 \lg 50} = 0,817;$$

$$h_y = \frac{6,79}{1 + 3,322 \lg 50} = 1,022.$$

Побудуємо спершу гістограму для X . Для початку першого інтервалу візьмемо наступне значення:

$$X_{\min} - 0,5h = -2,64 - 0,5 \cdot 0,817 = -3,0485.$$

Дані для гістограми частот вибірки X

Номер інтервалу, i	Частковий інтервал, $x_i - x_{i+1}$	Сума частот варіант інтервалу, n_i	Густина частоти, n_i/h
1	-3,0485 – -2,2315	2	2,44798
2	-2,2315 – -1,4145	2	2,44798
3	-1,4145 – -0,5975	10	12,2399
4	-0,5975 – 0,2195	12	14,68788
5	0,2195 – 1,0365	11	13,46389
6	1,0365 – 1,8535	9	11,01591
7	1,8535 – 2,6705	3	3,671971
8	2,6705 – 3,3875	1	1,22399

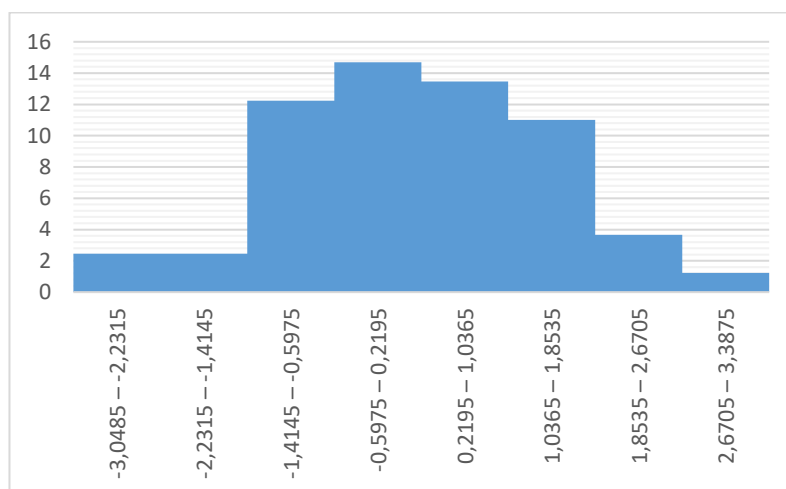


Рис. 1. Гістограма частот вибірки X

Зовнішній вигляд гістограми свідчить про те, що величина з досить високою імовірністю може мати нормальний розподіл.

Тепер побудуємо гістограму для Y. Для початку першого інтервалу візьмемо наступне значення:

$$Y_{\min} - 0,5h = -4,43 - 0,5 \cdot 1,022 = -4,941.$$

Дані для гістограми частот вибірки Y

Номер інтервалу, i	Частковий інтервал, $y_i - y_{i+1}$	Сума частот варіант інтервалу, n_i	Густина частоти, n_i/h
1	-4,941 – -3,919	1	0,978474
2	-3,919 – -2,897	2	1,956947
3	-2,897 – -1,875	3	2,935421
4	-1,875 – -0,853	6	5,870841
5	-0,853 – 0,169	21	20,54795
6	0,169 – 1,191	11	10,76321
7	1,191 – 2,213	5	4,892368
8	2,213 – 3,235	1	0,978474

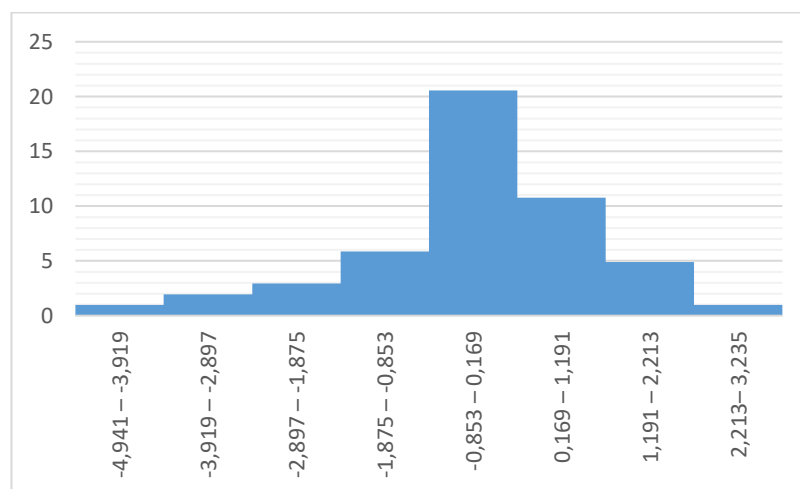


Рис. 2. Гістограма частот вибірки Y

Висновок: Зовнішній вигляд гістограми не дуже нагадує нормальний розподіл. Це може пояснюватися як недостатнім обсягом вибірки або невдалим способом групування числових значень ознаки, так і тим, що насправді величина має інший розподіл.

2. Побудова нормальних кривих

Завдання: За вибірками з генеральних сукупностей X і Y побудувати нормальні криві.

Для вибірки X :

Спочатку знаходимо середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma_B = \sqrt{D_B} = 1,547.$$

Далі, обчислюємо вирівнюючі частоти і заносимо результати розрахунків у таблицю.

Таблиця 3

Таблиця для обчислення вирівнюючих частот X

x_i	n_i	$x_i - \bar{x}_B$	$u_i = \frac{x_i - \bar{x}_B}{\sigma_B}$	$\varphi(u_i)$	$x_i = \frac{nh}{\sigma_B} \varphi(u_i)$
-2,64	2	-2,64	-2,1	0,044	1,445
-1,823	2	-1,82	-1,46	0,1374	4,51
-1,006	10	-1,01	-0,8	0,2897	9,514
-0,189	12	-0,19	-0,15	0,2059	6,762
0,628	11	0,63	0,5	0,3521	11,56
1,445	9	1,45	1,16	0,2036	6,687
2,262	3	2,26	1,82	0,0761	2,499
3,029	1	3,03	2,44	0,203	6,667
					49,644

Будуємо нормальні криві X:

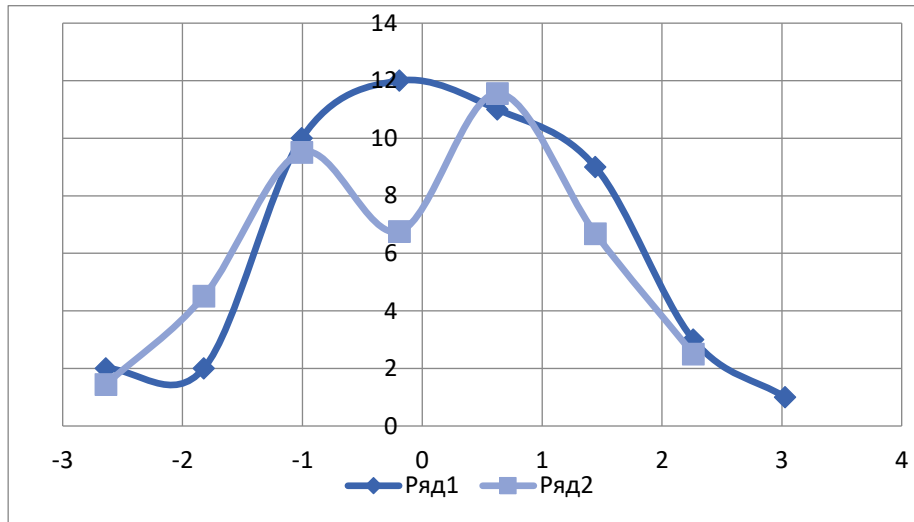


Рис. 3. Нормальна крива (Ряд2) та полігон частот (Ряд1) вибірки X
Відхилення значень від нормальної кривої несуттєві.

Для вибірки Y:

Переходимо від інтервального ряду до дискретного:

Знаходимо середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma_B = \sqrt{D_B} = 1,4180.$$

Таблиця 4

Таблиця для обчислення вирівнюючих частот Y

y_i	n_i	$y_i - \bar{y}_B$	$u_i = \frac{y_i - \bar{y}_B}{\sigma_B}$	$\varphi(u_i)$	$v_i = \frac{nh}{\sigma_B} \varphi(u_i)$
-4,43	1	-4,43	-3,12	0,0031	0,11
-3,408	2	-3,41	-2,4	0,0224	0,81
-2,386	3	-2,39	-1,68	0,0973	3,51
-1,364	6	-1,36	-0,96	0,2516	9,07
-0,342	21	-0,34	-0,24	0,3876	13,98
0,68	11	0,68	0,48	0,3555	12,81
1,702	5	1,70	1,2	0,1942	6,998
2,724	1	2,72	1,92	0,0632	2,28
					49,568

Будуємо нормальні криві Y :

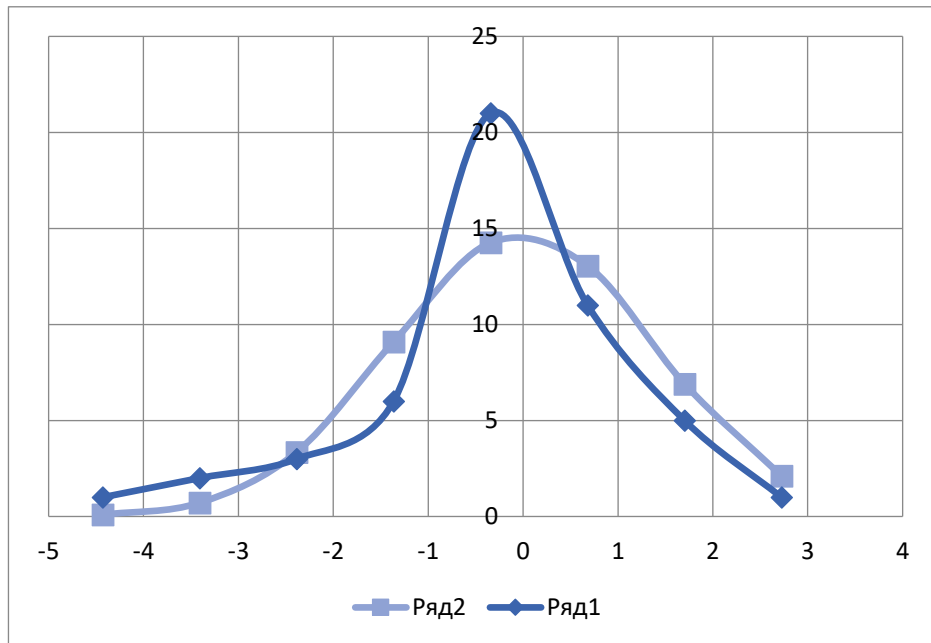


Рис. 4. Нормальна крива (Ряд2) та полігон частот (Ряд1) вибірки Y

Висновок: Хоча в цілому криві схожі, але деякі значення розходяться досить сильно. Це може пояснюватися як недостатнім обсягом вибірки або невдалим способом групування числових значень ознаки, так і тим, що теоретичні частоти обчислені виходячи із неправильної гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності.

3. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей

Завдання: Перевірити гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей X та Y, використовуючи критерій погодженості Пірсона.

У якості критерію перевірки нульової гіпотези приймемо величину:

$$\chi_{\text{емп}}^2 = \sum \frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i},$$

де n'_i - теоретичні частоти, а n_i - емпіричні, і порівняти її з

$$\chi_{\text{кр}}^2(\alpha; k),$$

де α – рівень значущості, $k=s-3$ – число ступенів вільності, де s – кількість часткових інтервалів. Якщо $\chi_{\text{емп}}^2 > \chi_{\text{кр}}^2$ – нульову гіпотезу відхиляють.

Проводимо перевірку гіпотези про нормальний розподіл для вибірки X.

Таблиця 5

Розрахунок емпіричного критерію для X

n_i	n'_i	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$	n_i^2	$\frac{n_i^2}{n'_i}$
2	1,445	0,555	0,308025	0,213166	4	2,768166
2	4,51	-2,51	6,3001	1,396918	4	0,886918
10	9,514	0,486	0,236196	0,024826	100	10,51083
12	6,762	5,238	27,43664	4,057475	144	21,29547
11	11,56	-0,56	0,3136	0,027128	121	10,46713
9	6,687	2,313	5,349969	0,800055	81	12,11306
3	2,499	0,501	0,251001	0,100441	9	3,601441
1	6,667	-5,667	32,11489	4,816993	1	0,149993
				$\chi_{\text{емп}}^2 = 11,437$		61,793

Для перевірки правильності обчислюємо значення критерію $\chi_{\text{емп}}^2$ за другою формулою:

$$\chi_{\text{емп}}^2 = \sum \frac{n_i^2}{n'_i} - n = 61,793 - 50 = 11,793.$$

Відповіді співпали майже повністю, отже, розрахунки правильні.

За рівень значущості прийmemo 0,05. Число груп вибірки (число різних варіант) $s=8$, тоді число ступенів вільності $k=8-3=5$. Значення критичної точки:

$$\chi_{\text{кр}}^2(0,05; 5) = 11,1.$$

Оскільки $\chi_{\text{емп}}^2 > \chi_{\text{кр}}^2$, то нульову гіпотезу відхиляємо. Те, що гіпотеза не підтвердилася, може свідчити як про те, що насправді розподіл не нормальний, так і про те, що вибірка надто мала або невдала (особливо зважаючи на те, що гістограма і полігон частот давали результати, досить сильно схожі на нормальний розподіл).

Проводимо перевірку гіпотези про нормальний розподіл для вибірки Y.

Таблиця 6

Розрахунок емпіричного критерію для Y

n_i	n'_i	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$	n_i^2	$\frac{n_i^2}{n'_i}$
1	0,09	0,91	0,8281	9,201111	1	11,11111
2	0,715	1,285	1,651225	2,309406	4	5,594406
3	3,35	-0,35	0,1225	0,036567	9	2,686567
6	9,1	-3,1	9,61	1,056044	36	3,956044
21	14,26	6,74	45,4276	3,185666	441	30,92567
11	13,05	-2,05	4,2025	0,322031	121	9,272031
5	6,9	-1,9	3,61	0,523188	25	3,623188
1	2,113	-1,113	1,238769	0,586261	1	0,473261
				$\chi_{\text{емп}}^2 = 17,22027$		67,64227

Для перевірки правильності обчислюємо значення критерію $\chi_{\text{емп}}^2$ за другою формулою:

$$\chi_{\text{емп}}^2 = \sum \frac{n_i^2}{n'_i} - n = 67,64227 - 50 = 17,64227.$$

Відповіді повністю не співпали, але приблизно співмірні.

За рівень значущості приймемо 0,05. Число груп вибірки (число різних варіант) $s=8$, тоді число ступенів вільності $k=8-3=5$. Значення критичної точки: $\chi^2_{кр}(0,05; 5) = 11,1$.

Оскільки $\chi^2_{емп} > \chi^2_{кр}$, то нульову гіпотезу відхиляємо. Те, що гіпотеза не підтвердилася, може свідчити як про те, що насправді розподіл не нормальний, так і про те, що вибірка надто мала або невдала (особливо зважаючи на те, що гістограма і полігон частот давали результати, досить сильно схожі на нормальний розподіл).

4. Знаходження точкових оцінок математичних сподівань і дисперсій генеральних сукупностей

Завдання: Знайти оцінки математичних сподівань і дисперсій генеральних сукупностей методом найбільшої правдоподібності. Для спрощення розрахунків використати метод добутоків.

Для розрахунків доцільно скласти розрахункову таблицю. За фальшивий нуль (С) беремо значення 0,628.

Таблиця 7

Таблиця для розрахунку точкових оцінок параметрів вибірки X

x_i	n_i	u_i	$n_i u_i$	$n_i u_i^2$	$n_i (u_i + 1)^2$
-2,64	2	-4	8	32	18
-1,823	2	-3	-6	18	8
-1,006	10	-2	-20	40	10
-0,189	12	-1	-12	12	0
0,628	11	0	0	0	11
1,445	9	1	9	9	36
2,262	3	2	6	12	27
3,029	1	2,9388	2,9388	8,636548	15,51415
	$\Sigma=n=50$		$\Sigma=-28,0612$	$\Sigma=131,6365$	$\Sigma=125,5141$

Тепер треба перевірити правильність розрахунків.

$$\sum n_i u_i^2 + 2 \sum n_i u_i + n = 125,5141 = \sum n_i (u_i + 1)^2.$$

Розрахунки проведені правильно. Тепер обчислюємо умовні моменти першого і другого порядків:

$$M_1^* = \frac{\sum n_i u_i}{n} = -\frac{28,0612}{50} = -0,056122; \quad M_2^* = \frac{131,6365}{50} = 2,632731.$$

Далі обчислюємо вибірккові середню і дисперсію за формулами:

$$\bar{x}_B = M_1^* h + C = -0,056122 \cdot 0,817 + 0,628 = 0,16948;$$

$$D_B = (M_2^* - (M_1^*)^2) \cdot h^2 = (2,632731 - (-0,056122)^2) \cdot 0,817^2 = 1,547078.$$

Тепер побудуємо таблицю для другої вибірки. За фальшивий нуль (С) беремо значення 0,2545.

Таблиця 8

Таблиця для розрахунку точкових оцінок параметрів вибірки Y

y_i	n_i	u_i	$n_i u_i$	$n_i u_i^2$	$n_i (u_i + 1)^2$
-4,43	1	-4	-4	16	9
-3,408	2	-3	-6	18	8
-2,386	3	-2	-6	12	3
-1,364	6	-1	-6	6	0
-0,342	21	0	0	0	21
0,68	11	1	11	11	44
1,702	5	2	10	20	45
2,724	1	3	3	9	16
	$\Sigma=n=50$		$\Sigma=2$	$\Sigma=92$	$\Sigma=146$

Тепер треба перевірити правильність розрахунків.

$$\sum n_i u_i^2 + 2 \sum n_i u_i + n = 146 = \sum n_i (u_i + 1)^2.$$

Розрахунки проведені правильно. Тепер обчислюємо умовні моменти першого і другого порядків:

$$M_{1Y}^* = \frac{2}{50} = 0,04; M_{2Y}^* = \frac{92}{50} = 1,920179.$$

Далі обчислюємо вибірккові середню і дисперсію за формулами:

$$\bar{y}_B = M_1^* h + C = 0,04 \cdot 1,022 - 0,342 = -0,30112;$$

$$D_B = (M_2^* - (M_1^*)^2) \cdot h^2 = (1,920179 - (0,04)^2) \cdot 1,022^2 = 1,920179;$$

Висновок: знайдені оцінки генеральних середніх не вказують на відсутність систематичних похибок, адже не дорівнюють нулю. Це може бути пов'язано як з наявністю похибок, так і з невеликим обсягом вибірки. Дисперсії вибірок хоч і не сильно, але відрізняються, хоча мали б бути однаковими, адже умови однакові. Це теж пояснюється невеликим обсягом вибірки.

6. Перевірка гіпотез про рівність нулю математичних сподівань генеральних сукупностей

Завдання: Перевірити гіпотезу про рівність нулю математичних сподівань генеральних сукупностей X і Y .

Спочатку потрібно обчислити спостережене значення критерію

$$T_{\text{спост}} = \frac{(\bar{x} - a_0) \cdot \sqrt{n}}{S}$$

і за таблицею критичних точок розподілу Стюдента, за заданим рівнем значущості α і числом ступенів вільності $k=n-1$ знайти двосторонню критичну точку $t_{\text{двостор}}(\alpha, k)$.

Якщо $|T_{\text{спост}}| < t_{\text{двостор}}$ – немає підстав відхилити нульову гіпотезу.

Якщо $|T_{\text{спост}}| > t_{\text{двостор}}$ – нульову гіпотезу відхиляють.

Перевіримо нульову гіпотезу для вибірки X :

За вибіркою обсягом $n = 50$, взятої із нормальної генеральної сукупності, ми знайшли вибіркове середнє $\bar{x}_B = 0,19$. Шукаємо «виправлене» середнє квадратичне:

$$S_x = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot D_B(X)} = \sqrt{\frac{50}{49} \cdot 1,58024} = 1,227.$$

При рівні значущості $\alpha = 0,05$ перевіряємо нульову гіпотезу $H_0: a = a_0 = 0$ при конкуруючій гіпотезі $H_1: a \neq 0$.

Обчислимо спостережене значення критерію

$$T_{\text{спост}} = \frac{(\bar{x} - a_0) \cdot \sqrt{n}}{S} = \frac{(0,19 - 0) \cdot \sqrt{50}}{1,267} \approx 0,94.$$

Конкуруюча гіпотеза має вигляд $H_1: a \neq a_0$, тому критична область двостороння.

За таблицею критичних точок розподілу Стюдента, за рівнем значущості $\alpha=0,05$ і за числом ступенів вільності $k = 50 - 1 = 49$ знаходимо критичну точку $t_{\text{двостор}}(0,05; 49) = 2,010$.

Оскільки $|T_{\text{спост}}| < t_{\text{двостор}}$ – немає підстав відхилити нульову гіпотезу, тобто вибіркове середнє несуттєво відрізняється від гіпотетичної генеральної середньої, тобто

Перевіримо нульову гіпотезу для вибірки Y:

За вибіркою обсягом $n = 50$, взятої із нормальної генеральної сукупності, ми знайшли вибіркове середнє $\bar{y}_b = 0,26$. Шукаємо «виправлене» середнє квадратичне:

$$S_y = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot D_b(Y)} = \sqrt{\frac{50}{49} \cdot 1,9504} = 1,410746.$$

При рівні значущості $\alpha = 0,05$ перевіряємо нульову гіпотезу $H_0: a = a_0 = 0$ при конкуруючій гіпотезі $H_1: a \neq 0$.

Обчислимо спостережене значення критерію

$$T_{\text{спост}} = \frac{(\bar{y} - a_0) \cdot \sqrt{n}}{S} = \frac{(0,26 - 0) \cdot \sqrt{50}}{1,410746} \approx 0,34.$$

Конкуруюча гіпотеза має вигляд $H_1: a \neq a_0$, тому критична область двостороння.

За таблицею критичних точок розподілу Стюдента, за рівнем значущості $\alpha=0,05$ і за числом ступенів вільності $k = 50 - 1 = 49$ знаходимо критичну точку $t_{\text{двостор}}(0,05; 49) = 2,010$.

Оскільки $|T_{\text{спост}}| < t_{\text{двостор}}$ – немає підстав відхилити нульову гіпотезу, тобто вибіркове середнє несуттєво відрізняється від гіпотетичної генеральної середньої.

Висновок: є підстави вважати, що системи працюють без систематичних похибок керування.

7. Перевірка гіпотези про рівність дисперсій генеральних сукупностей

Завдання: запропонувати просту гіпотезу про рівність дисперсій генеральних сукупностей $H_0: D(X)=D(Y)$ при конкуруючій гіпотезі $H_1: D(X) \neq D(Y)$. Прийняти рівень значущості $\alpha = 0,1$. Перевірити запропоновану гіпотезу.

Спочатку необхідно знайти «виправлені» вибіркові дисперсії.

$$S_X^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_v(X) = \frac{50}{49} \cdot 1,547 \approx 1,579;$$

$$S_Y^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_v(Y) = \frac{50}{49} \cdot 1,92 \approx 1,959;$$

Далі, знайдемо емпіричне значення критерію $F_{\text{емп}}$ як відношення більшої виправленої дисперсії до меншої:

$$F_{\text{емп}} = \frac{1,579}{1,959} \approx 1,241.$$

За умовою, конкуруюча гіпотеза має вигляд $D(X) \neq D(Y)$, тому критична область двостороння.

За таблицею критичних точок розподілу Фішера-Снедекора, за рівнем значущості вдвічі меншим заданого ($\frac{\alpha}{2} = \frac{0,1}{2} = 0,05$) і числом ступенів вільності $k_1 = k_2 = 50 - 1 = 49$ знаходимо критичну точку:

$$F_{\text{кр}}(0,05; 49; 49) \approx 1,610.$$

Висновок: Оскільки $F_{\text{емп}} < F_{\text{кр}}$, то немає підстав відхилити нульову гіпотезу про рівність генеральних дисперсій. Іншими словами, вибіркові виправлені дисперсії відрізняються несуттєво. Рівність дисперсій свідчить про те, що системи автоматичного керування ідентичні.

9. Представлення теоритичних моделей генеральних сукупностей

Завдання: за одержаними результатами обробки даних вибірових сукупностей для кожної із генеральних сукупностей представити ймовірнісну теоретичну модель. Представимо теоретичні моделі генеральних сукупностей у вигляді графіків, на підставі того, що гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей не були відхилені. Отже, обидві наші генеральні сукупності мають нормальний розподіл.

Нормальний розподіл характеризується густиною ймовірності:

$$f(x) = \frac{1}{S_B^2 \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-\bar{x}_B)^2}{2S_B^2}},$$

Для вибірки X:

Підставляємо значення $\bar{x} = 0,19$; $S_X^2 = 1,579$.

Будуємо розрахункову таблицю для вибірки X:

Таблиця 9

X_i	$F(x_i)$
-2,64	0,0518861685
-1,823	0,1139881811
-1,006	0,1915733379
-0,189	0,2463073259
0,628	0,2422627332
1,445	0,1822900300
2,262	0,1049315869
3,029	0,0489617715

Будуємо гістограму за даними таблиці:

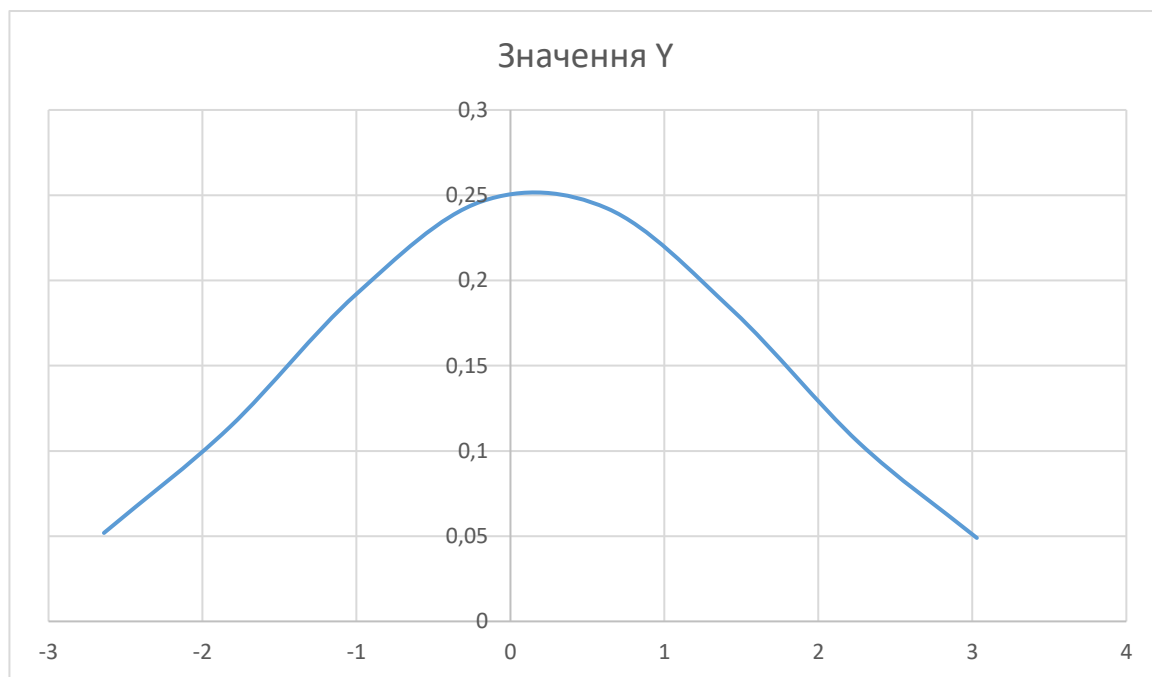


Рис 7.1 Теоретична модель вибірки X

Підставляємо значення $\bar{y} = -0,301$; $S_y^2 = 1,959$.

Будуємо розрахункову таблицю для вибірки Y:

Таблиця 7.2

Y_i	$F(Y_i)$
-3,408	0,0579046220
-2,386	0,1155847807
-1,364	0,1757557388
-0,342	0,2035822051
0,68	0,1796352455
1,702	0,1207437689
2,724	0,0618243191
1,6175	0,1260697931

Будуємо гістограму за даними таблиці:

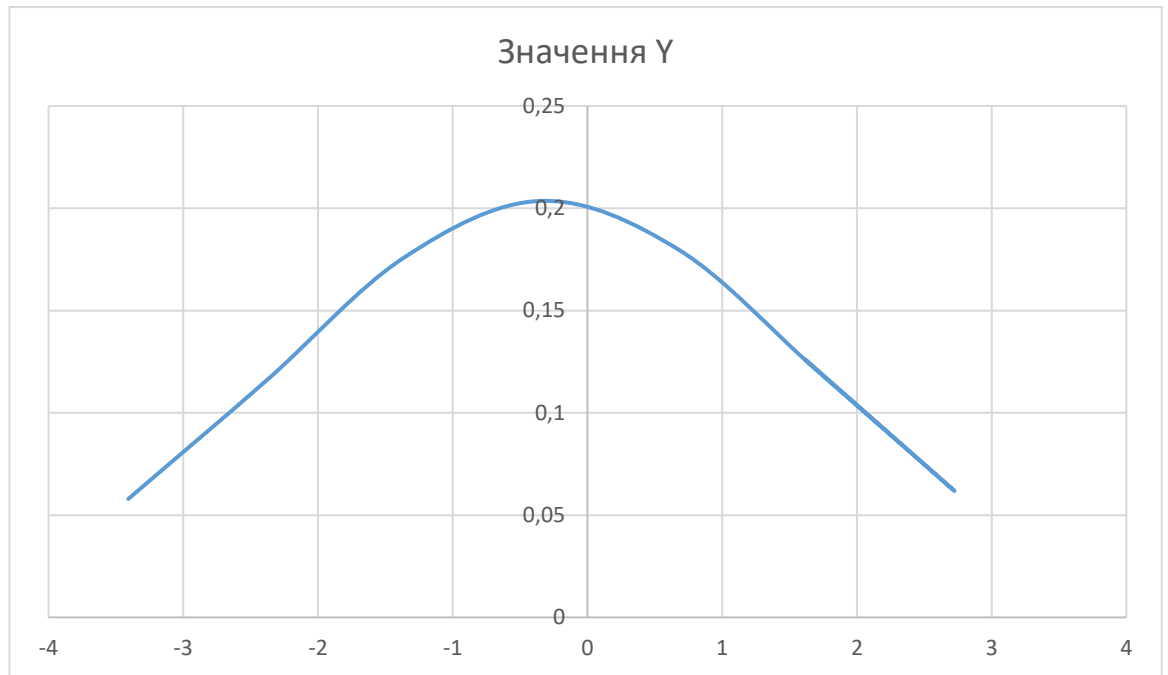


Рис. 7.2. Теоретична модель вибірки Y

Висновок: Ми побудували теоретичну модель для вибірок X та Y за обробленими даними про генеральну сукупність.

10. Висновки

Виконавши всі необхідні розрахунки, підведемо підсумок.

У ході роботи, ми побудували гістограми частот, визначивши максимальне та мінімальне значення у вибірках, щоб знайти розмах варіації R для кожної з них та довжину інтервалів h . Побудувавши гістограми частот для кожної з вибірок, ми зробили висновок, що припущення, що генеральні сукупності, представлені вибірками X та Y , розподілені нормально може бути правильним.

Побудували нормальні криві за дослідними даними і виявили, що відхилення від нормальної кривої існують, але вони в цілому не суттєві. Дізналися, яка різниця між емпіричними частотами та вирівнюючими (теоретичними) частотами.

Перевірили гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей і виявили, що оскільки $\chi^2_{\text{емп}} > \chi^2_{\text{кр}}$, то є підстави відхилити нульову гіпотезу. Отже, генеральні сукупності не мають нормальний розподіл.

Знайшли точкові оцінки математичних сподівань і дисперсій генеральних сукупностей, скориставшись логарифмічною функцією правдоподібності. Обчислили вибіркове середнє та вибіркиму дисперсію.

Перевірили гіпотези про рівність нулю генеральних середніх нормальних генеральних сукупностей і виявили, що оскільки $|T_{\text{спост}}| < t_{\text{двостор}}$, то немає підстав відхилити нульову гіпотезу, тобто вибіркове середнє незначуще відрізняється від гіпотетичної генеральної середньої.

Перевірили гіпотези про рівність дисперсій генеральних сукупностей і виявили, що оскільки $F_{\text{емп}} < F_{\text{кр}}$, то нульова гіпотеза про рівність генеральних дисперсій не відхиляється. Іншими словами, вибіркві виправлені дисперсії відрізняються несуттєво.

Тож, дивлячись на результати наших обчислень, та на те, що математичне сподівання рівне нулю, можна зробити висновок, що системи автоматичного керування працюють якісно, а відхилення є наслідками випадкових факторів

Список використаних джерел

1. Косенюк Г. В. Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика: Методичні рекомендації щодо виконання розрахунково – графічної роботи – Черкаси: Видавництво ЧНУ 2005. – 79 с.
2. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Підручник. – Київ: Центр навчальної літератури, 2004. – 448 с.