

Практична робота №5

Тема «Опуклі множини»

Побудувати множини розв'язків даних систем лінійних нерівностей і знайти координати їх крайніх точок.

Розв'язок

1) Змінено в нерівностях системи знаки нерівностей знаками ріностями і побудуємо відповідні прямі.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ x_1 + 2x_2 \leq 15 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24' \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 24 \text{ (I)} \\ x_1 + 2x_2 = 15 \text{ (II)} \\ 3x_1 + 2x_2 = 24 \text{ (III)} \\ x_1 = 0; x_2 = 0 \text{ (IV)} \end{cases}$$

Знайдемо координати прямих

1) $2x_1 + 3x_2 = 24$

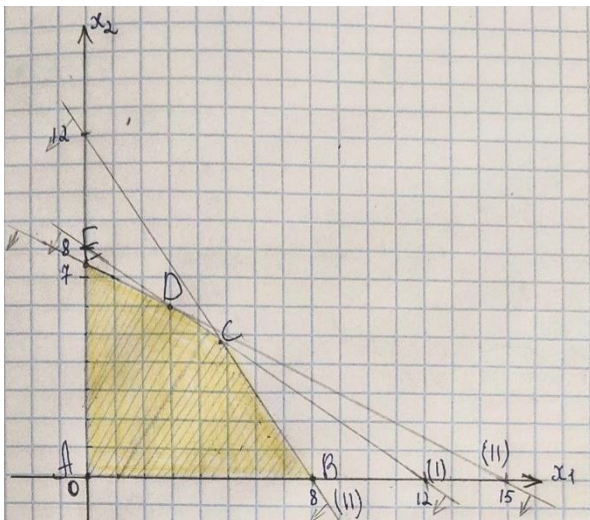
x_1	0	12
x_2	8	0

2) $x_1 + 2x_2 = 15$

x_1	15	1
x_2	0	7

3) $3x_1 + 2x_2 = 24$

x_1	0	8
x_2	12	0



Ми знайшли відповідні площини та їх перетин і одержали опуклу множину X, що обмежена п'ятикутником з вершинами A(0;0), B(8;0), C(4,8), D(3;6), E(0;8), які є крайніми точками множини X.

2) Змінено в нерівностях системи знаки нерівностей знаками ріностями і побудуємо відповідні прямі.

$$\begin{cases} 6x_1 - 5x_2 \geq 0 \\ x_1 + 4x_2 \geq 0 \\ -x_1 + 3x_2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x_1 - 5x_2 = 0 \text{ (I)} \\ x_1 + 4x_2 = 0 \text{ (II)} \\ -x_1 + 3x_2 = 0 \text{ (III)} \end{cases}$$

Знайдемо координати прямих

2) $6x_1 - 5x_2 = 0$

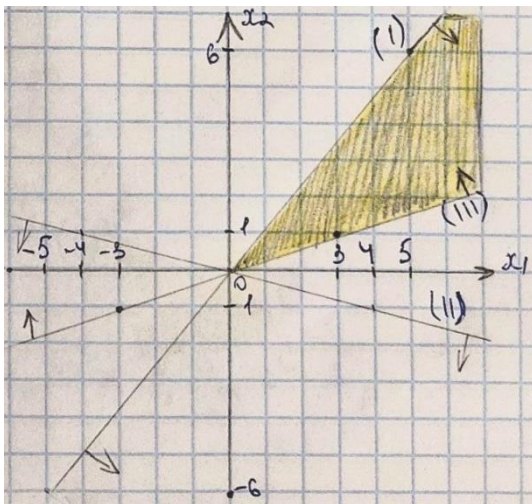
x_1	-5	5
x_2	-6	6

2) $x_1 + 4x_2 = 0$

x_1	-4	4
x_2	1	-1

3) $-x_1 + 3x_2 = 0$

x_1	3	-1
x_2	1	-3



Ми знайшли відповідні площини та їх перетин і одержали опуклу множину X , що обмежена опуклим конусом $A(0;0)$, вона і є крайньою точкою множини X .

3) Змінено в нерівностях системи знаки нерівностей знаками ріностями і побудуємо відповідні прями.

$$\begin{cases} 2x_1 - 7x_2 \geq 0 \\ -x_1 + x_2 \geq 0 \\ 3x_1 + 4x_2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 - 7x_2 = 0 \text{ (I)} \\ -x_1 + x_2 = 0 \text{ (II)} \\ 3x_1 + 4x_2 = 0 \text{ (III)} \end{cases}$$

Знайдемо координати прямих

3) $2x_1 - 7x_2 = 0$

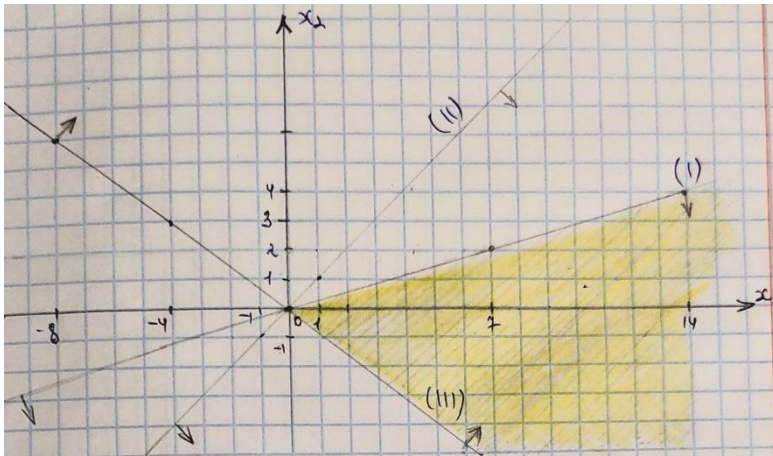
x_1	7	14
x_2	2	4

2) $-x_1 + x_2 = 0$

x_1	1	-1
x_2	1	-1

3) $3x_1 + 4x_2 = 0$

x_1	-4	-8
x_2	3	6



Ми знайшли відповідні площини та їх перетин і одержали опуклу множину X, що обмежена опуклим конусом $A(0;0)$, вона і є крайньою точкою множини X.

4) Змінено в нерівностях системи знаки нерівностей знаками ріностями і побудуємо відповідні прямі.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 12 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ 7x_1 + 4x_2 \geq 25 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 12 \text{ (I)} \\ x_1 + 2x_2 = 8 \text{ (II)} \\ 7x_1 + 4x_2 = 25 \text{ (III)} \\ x_1 = 0; x_2 = 0 \text{ (IV)} \end{cases}$$

Знайдемо координати прямих

4) $2x_1 - x_2 = 12$

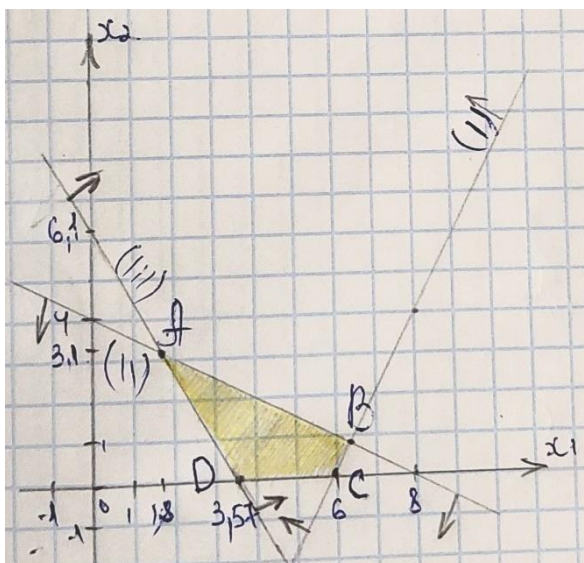
x_1	8	6
x_2	4	0

2) $x_1 + 2x_2 = 8$

x_1	8	0
x_2	0	4

3) $7x_1 + 4x_2 = 25$

x_1	3,57	1,8
x_2	0	3,1



Ми знайшли відповідні площини та їх перетин і одержали опуклу множину X, що обмежена чотирикутником з вершинами $A(0,0)$, $B(0,4)$, $C(6,0)$, $D(3,57;0)$, які є крайніми точками множини X.

5) Змінено в нерівностях системи знаки нерівностей знаками рівностями і побудуємо відповідні прямі.

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 \geq 3 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 11 \\ 2x_1 + x_2 \leq 7 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 3 \text{ (I)} \\ 2x_1 + 3x_2 = 11 \text{ (II)} \\ 2x_1 + x_2 = 7 \text{ (III)} \\ x_1 = 0; x_2 = 0 \text{ (IV)} \end{cases}$$

Знайдемо координати прямих

1) $3x_1 + 4x_2 = 3$

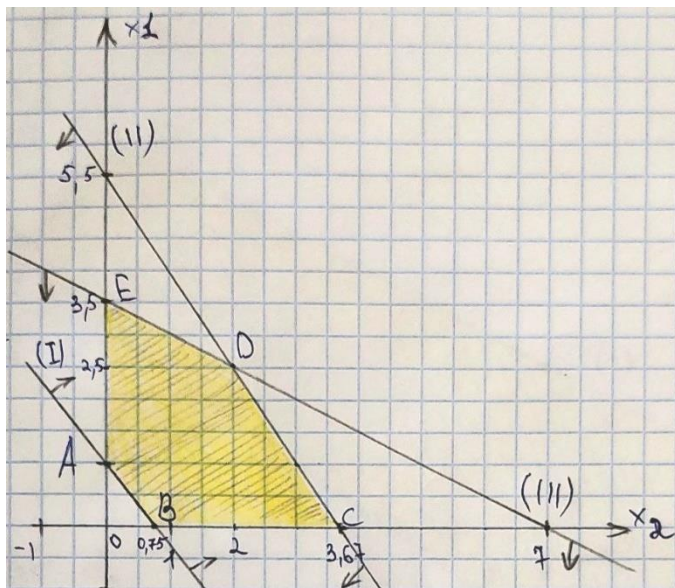
x_2	1	0
x_1	0	0,75

2) $2x_1 + 3x_2 = 11$

x_2	0	5,5
x_1	3,67	0

3) $2x_1 + x_2 = 7$

x_2	0	3,5
x_1	7	0



Ми знайшли відповідні площини та їх перетин і одержали опуклу множину X, що обмежена п'ятикутником з вершинами A(0;1), B(0,75;0), C(3,67;0), D(2;2,5), E(0;3,5) які є крайніми точками множини X.

6) Змінено в нерівностях системи знаки нерівностей знаками рівностями і побудуємо відповідні прямі.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ -5x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 14 \text{ (I)} \\ -5x_1 + 3x_2 = 15 \text{ (II)} \\ 2x_1 + 3x_2 = 12 \text{ (III)} \end{cases}$$

Знайдемо координати прямих

1) $x_1 + 2x_2 = 14$.

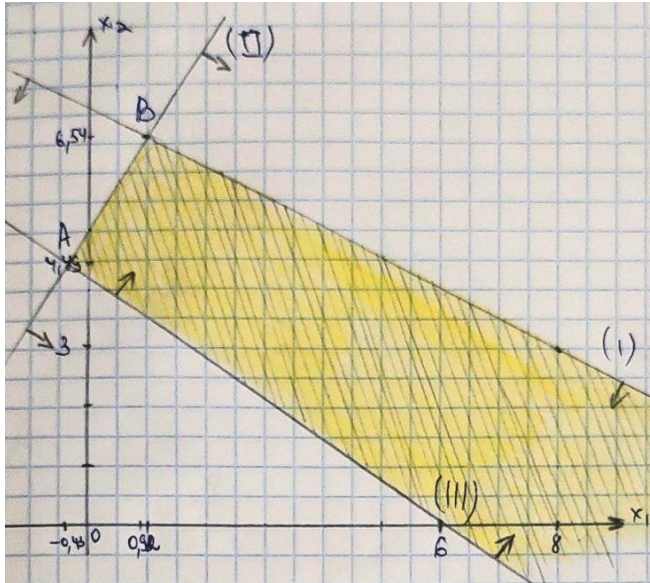
x_1	0,92	8
x_2	6,54	3

$$2) -5x_1 + 3x_2 = 15$$

x_1	0,92	-0,43
x_2	6,54	4,49

$$3) 2x_1 + 3x_2 = 12$$

x_1	-0,43	6
x_2	4,49	0



Ми знайшли відповідні площини та їх перетин і одержали опуклу множину X , що обмежена вершинами $A(-0,43; 4,49)$, $B(0,92; 6,54)$, які є крайніми точками множини X .

7) Змінено в нерівностях системи знаки нерівностей знаками рівностями і побудуємо відповідні прямі.

$$\begin{cases} 5x_1 + 4x_2 \geq 31 \\ x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x_1 + 4x_2 = 31 \text{ (I)} \\ x_1 + 3x_2 = 12 \text{ (II)} \\ 2x_1 + 3x_2 = 18 \text{ (III)} \end{cases}$$

Знайдемо координати прямих

$$5) 5x_1 + 4x_2 = 31$$

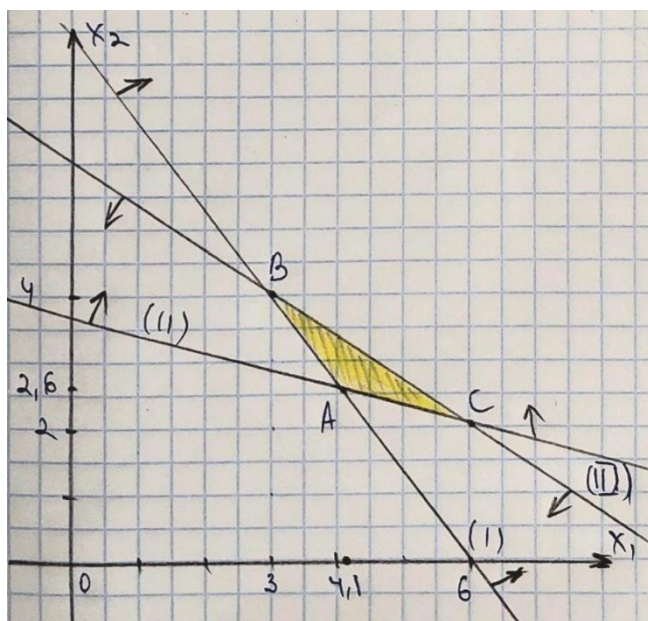
x_1	4,1	3
x_2	2,6	4

$$2) x_1 + 3x_2 = 12$$

x_1	4,1	6
x_2	2,6	2

$$3) 2x_1 + 3x_2 = 18$$

x_1	3	6
x_2	4	2



Ми знайшли відповідні площини та їх перетин і одержали опуклу множину X , що обмежена трикутником з вершинами $A(4,1;2,6)$, $B(3;4)$, $C(6;2)$, які є крайніми точками множини X .

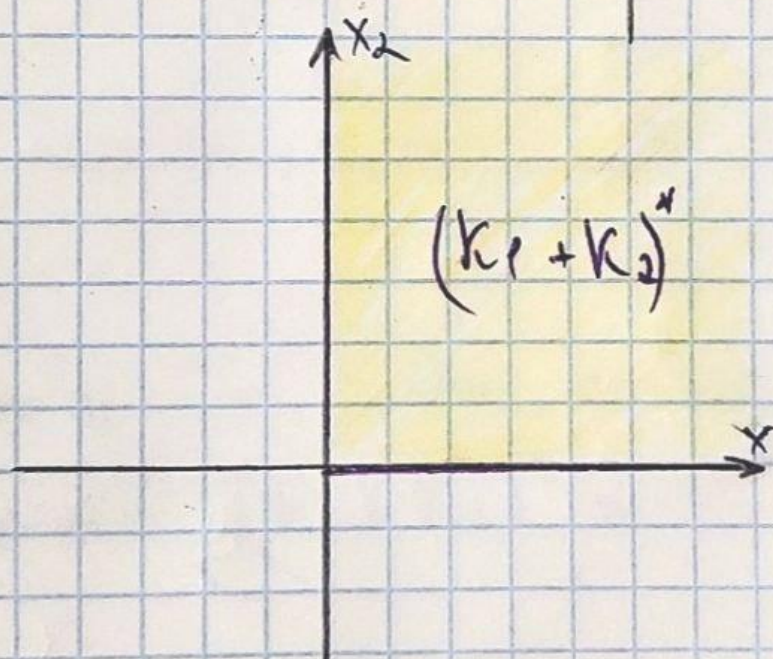
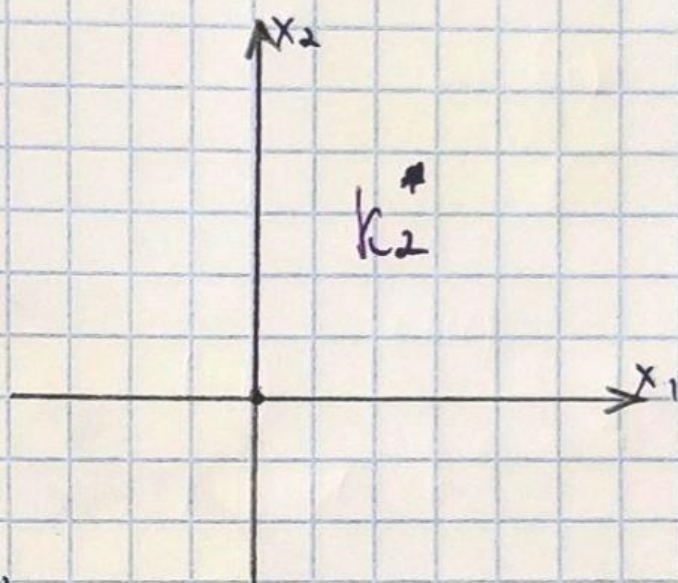
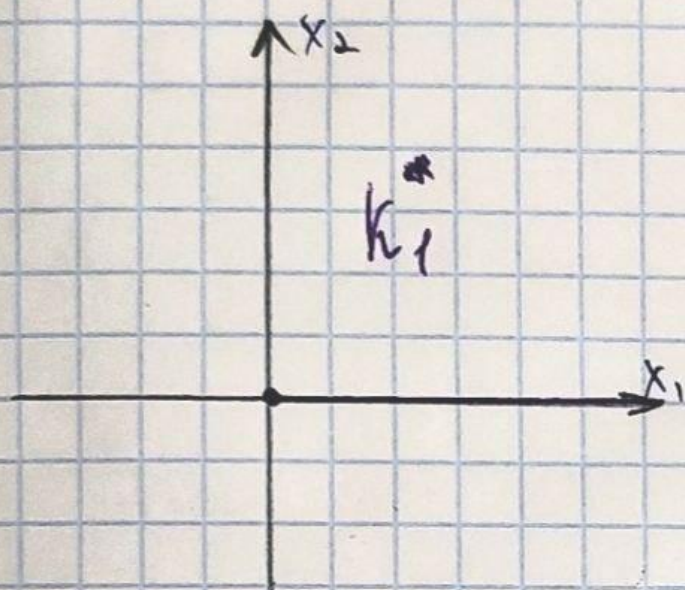
2. Задано множини

$$K_1 = \{(x_1, 0) \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 \geq 0\}$$

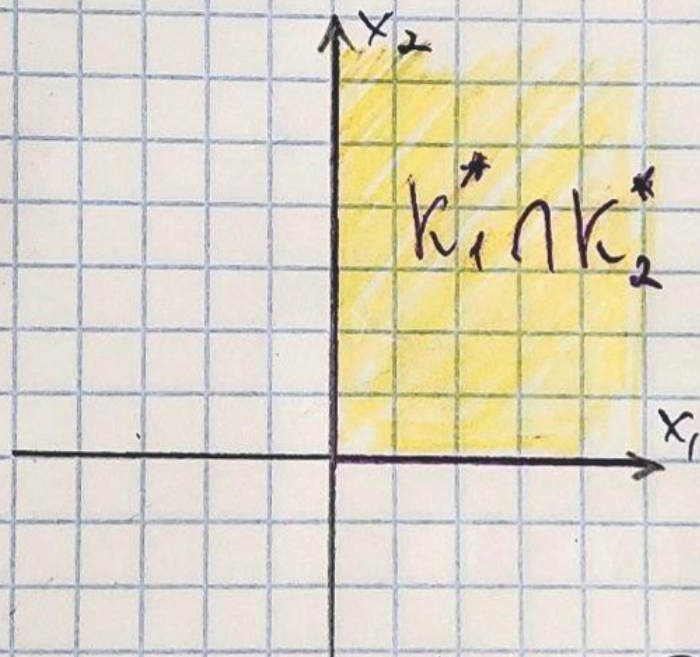
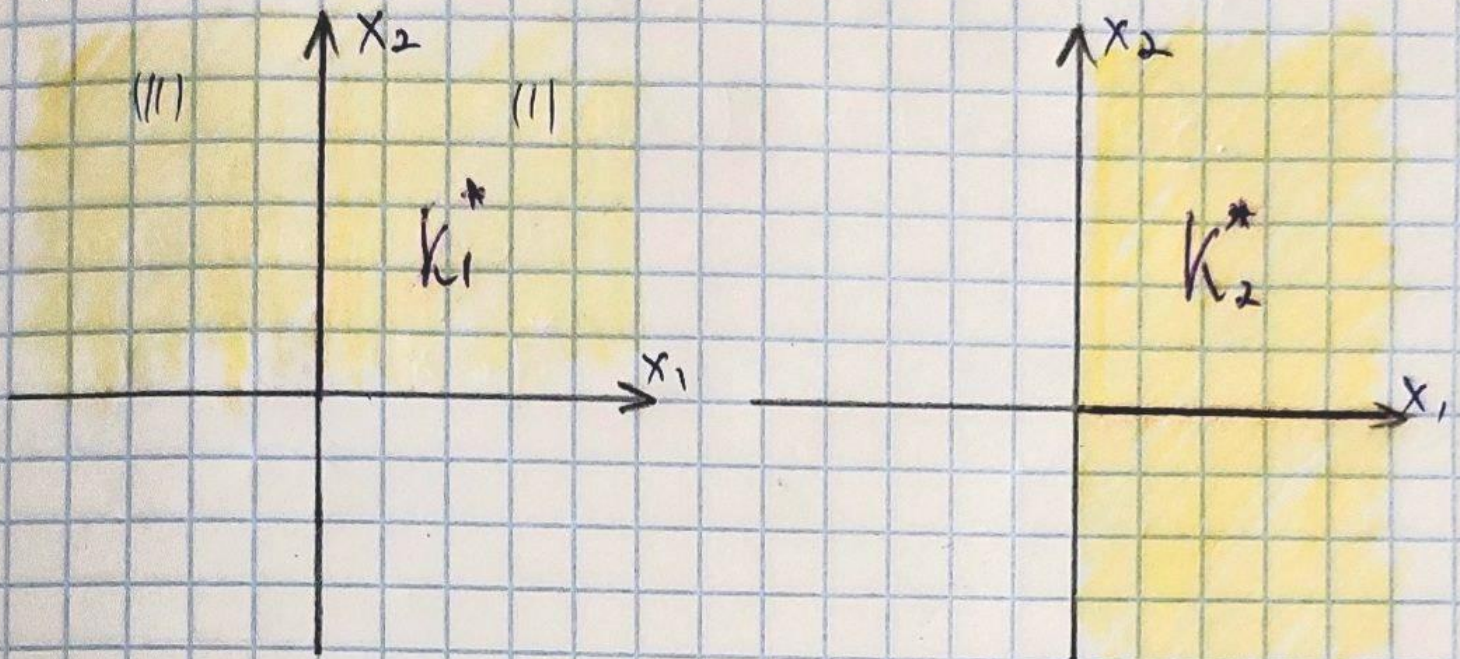
$$K_2 = \{(0, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid x_2 \geq 0\}.$$

Знайти (графічно)

а) $(K_1 + K_2)^*$



$$8) K_1^* \cap K_2^*$$



і порівняти їх між собою

$$\text{Як бачимо } (K_1 + K_2)^* = K_1^* \cap K_2^*.$$