Звіт

про виконання завдання з самостійної роботи

з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»

тема «Основні поняття теорії ймовірностей»

студентом Шаблієм Віктором Миколайовичем (група КС-22)

в 2023-2024 навчальному році

за індивідуальним варіантом даних № 37

Завдання 1

Підкидають два гральні кубики. Визначити ймовірність того, що:

а) сума очок не перевищує N;

б) добуток очок не перевищує N;

в) добуток очок ділиться на N без залишку.

Для виконання цього і подальших завдань я використаю дані варіанта № 7(37 – 30 = 7), оскільки номер мого варіанта перевищує 30.

Варіант	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
N	3	4	5	6	7	8	9	10	3	4
Варіант	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
N	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Варіант	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
N	15	16	17	18	19	20	3	4	5	6

N = 9.

а) Загальна кількість можливих комбінацій n = 6*6 = 36. Кількість сприятливих умові комбінацій m = 30.

Оскільки сума очок не повинна перевищувати 9, то підходять тільки такі комбінації:

Сума 2: (1, 1)

Сума 3: (1, 2), (2, 1)

Сума 4: (1, 3), (2, 2), (3, 1)

Сума 5: (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

Сума 6: (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)

Сума 7: (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)

Сума 8: (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)

Сума 9: (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)

Отже, ймовірність того, що сума очок не перевищує 9 рівна P(A) = 30/36 ≈ 0,8(3).

б) n = 36. Кількість сприятливих умові комбінацій m = 16.

Оскільки добуток очок не повинен перевищувати 9, то підходять тільки такі комбінації:

Добуток 1: (1, 1)

Добуток 2: (1, 2), (2, 1)

Добуток 3: (1, 3), (3, 1)

Добуток 4: (1, 4), (2, 2), (4, 1)

Добуток 5: (1, 5), (5, 1)

Добуток 6: (2, 3), (3, 2), (6, 1)

Добуток 8: (2, 4), (4, 2)

Добуток 9: (3, 3)

Отже, ймовірність того, що добуток очок не перевищує 9 рівна P(A) = 16/36 ≈ 0,(4).

в) n = 36. Кількість сприятливих умові комбінацій m = 11.

Оскільки добуток очок повинен ділитись на 9 без залишку, то підходять тільки такі комбінації:

Добуток 9: (1, 9), (3, 3)

Добуток 18: (2, 9), (9, 2), (3, 6), (6, 3)

Добуток 27: (3, 9), (9, 3)

Добуток 36: (4, 9), (9, 4), (6, 6)

Отже, ймовірність того, що добуток очок ділиться на 9 без залишку рівна P(A) = 11/36 ≈ 0,305.

Завдання 2

Серед *n* лотерейних білетів *k* виграшних. Навмання взяли *m* білетів. Визначити ймовірність того, що серед них *l* виграшних.

Варіант	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
n	10	10	10	10	10	10	10	12	12	12	9	9	9	8	8
l	2	2	3	3	2	3	3	3	2	2	2	3	2	2	2
m	4	3	5	5	5	4	5	8	8	5	4	5	3	4	5
k	6	6	7	6	7	8	7	5	3	4	6	6	7	5	4
Варіант	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
n	8	10	10	10	12	8	8	8	8	8	9	9	9	9	9
l	3	4	5	4	4	2	2	2	3	1	2	3	2	4	3
m	4	6	7	6	8	3	3	4	5	4	3	4	6	5	5
k	5	5	7	7	6	4	5	3	4	2	5	4	3	5	4

n = 10

l = 3

m = 5

k = 7

Оскільки серед 10 білетів 7 виграшних, а за умовою треба визначити ймовірність того, що серед 5 взятих навмання білетів будуть 3 виграшні, можна розв’язати цю задачу таким чином:

P(A) = $\frac{C_7^3 \times C_3^2}{C_{10}^5} = \frac{\frac{7!}{3! \times 4!} \times \frac{3!}{2! \times 1!}}{\frac{10!}{5! \times 5!}} = \frac{105}{252} \approx 0{,}4167.$

Де C_7^3 – кількість способів вибору 3 виграшних білетів із 7 можливих;

C_3^2 – кількість способів вибору 2 невиграшних білетів із 3 можливих;

C_{10}^5 – кількість можливих способів вибору 5 білетів із 10 можливих.

Отже, ймовірність того, що серед взятих 5 білетів будуть 3 виграшні рівна P(A) ≈ 0,4167.

Завдання 3

У ліфт *k*-поверхового будинку сіло n пасажирів (*n*<*k*). Кожен незалежно від інших із однаковою ймовірністю може вийти на довільному (починаючи з другого) поверсі. Визначити ймовірність того, що:

а) усі вийшли на різних поверхах;

б) принаймні двоє вийшли на одному поверсі

Варіант	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
k	6	7	8	9	10	11	12	13	14	13	12	11	10	9	8
n	4	4	5	5	6	4	4	3	3	4	3	3	4	3	4
Варіант	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
k	7	6	7	8	9	10	11	12	13	14	12	11	10	9	8
n	3	4	4	5	5	6	4	4	3	3	3	3	4	4	3

k-1 = 12-1 = 11

n = 4

а) Щоб визначити ймовірність того, що усі пасажири вийшли на різних поверхах, потрібно розв'язати задачу таким чином:

P(A) = m / n = $\frac{A_{11}^4}{11^4} = \frac{\frac{11!}{7!}}{11^4} = \frac{7920}{14641} \approx 0{,}541.$

Де m = A_{11}^4- кількість способів розмістити 4 пасажирів на різних поверхах;

n = 11^4 – загальна кількість варіантів, що можуть виникнути при виході пасажирів.

Отже, ймовірність того, що всі пасажири вийдуть на різних поверхах рівна P(A) ≈ 0,541.

б) Щоб визначити ймовірність того, що принаймні двоє пасажирів вийшли на одному поверсі, потрібно розв'язати задачу таким чином:

P(A) = m / n = $\frac{11^4 - A_{11}^4}{11^4} = \frac{14641 - 7920}{14641} \approx 0{,}459.$

Де m = $11^4 - A_{11}^4$ – різниця між загальною кількістю варіантів, що можуть виникнути при виході пасажирів і кількістю способів розмістити 4 пасажирів на різних поверхах.

Отже, ймовірність того, що принаймні двоє пасажирів вийшли на одному поверсі рівна P(A) ≈ 0,459.

Задача 4

У крузі радіусом *R* навмання обирають точку. Визначити ймовірність того, що вона потрапить в одну із двох фігур, які не перетинаються і площі яких дорівнюють *S1* та *S2*.

Варіант	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
R	11	12	13	14	11	12	13	14	11	12
S_1	2,25	2,37	2,49	2,55	2,27	2,39	2,51	2,57	2,29	2,41
S_2	3,52	3,50	3,54	1,57	0,57	5,57	2,51	2,57	2,70	2,50
Варіант	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
R	13	14	15	16	18	12	13	14	15	16
S_1	2,53	2,59	2,50	2,60	3,2	2,40	2,50	2,60	2,70	3,10
S_2	2,34	5,57	4,57	3,57	2,57	1,57	0,57	1,80	7,90	9,24
Варіант	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
R	11	12	13	14	15	11	12	13	13	14
S_1	2,30	2,40	2,50	2,60	2,70	2,80	2,90	3,1	3,2	3,2
S_2	4,12	4,23	4,24	5,65	6,78	6,53	1,45	5,78	4,98	7,35

R = 13

$S_1 = 2{,}51$

$S_2 = 2{,}51$

Для визначення ймовірності того, що точка потрапить в одну із двох фігур, які не перетинаються, потрібно визначити відношення площі фігур до площі круга.

Загальна площа круга дорівнює $S_{\text{круга}} = \pi R^2 = 169\pi$.

Площа фігур дорівнює $S_{12} = S_1 + S_2 = 2{,}51 + 2{,}51 = 5{,}02$.

Отже, ймовірність того, що точка потрапить в одну з фігур рівна P(A) = $\frac{S_{12}}{S_{\text{круга}}} = \frac{5{,}02}{169\pi} \approx 0{,}0094$.

Використані джерела інформації:

Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Підручник. – Київ: Центр навчальної літератури, 2004. – 448 с.