

## Звіт

про виконання завдання з самостійної роботи  
з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»  
тема «Дискретні випадкові величини та їх розподіли»  
студентом Балинським Максимом Миколайовичем (група  
КН-21)

в 2022-2023 навчальному році  
за індивідуальним варіантом №2

**Завдання 1.** Дано закони розподілу незалежних дискретних випадкових величин  $X$  та  $Y$ :

$X$	-3	-2	-1	0	2
$p$	$a$	$a$	$5a$	$a$	$2a$

$Y$	1	2	3	4
$p$	0,4	0,3	0,1	0,2

Знайти:

а)  $a$ ;

б) закони розподілу випадкових величин  $2X$ ,  $X+Y$ ,  $XY$ ,  $X-Y$ .

### Розв'язання:

а) Сума ймовірностей повинна бути рівною одиниці, тому:

$$a + a + 5a + a + 2a = 1.$$

Отже,  $a = 1/10 = 0,1$ .

б) Якщо  $a = 0,1$ . Тоді  $x_1 = 0,1$ ;  $x_2 = 0,1$ ;  $x_3 = 0,5$ ;  $x_4 = 0,1$ ;  $x_5 = 0,2$ .

$X$	-3	-2	-1	0	2
$p$	0,1	0,1	0,5	0,1	0,2

$Y$	1	2	3	4
$p$	0,4	0,3	0,1	0,2

$2X$	$-3 * 2$	$-2 * 2$	$-1 * 2$	$0 * 2$	$2 * 2$
$p$	0,2	0,2	1	0,2	0,4

За означенням знаходимо закони розподілу випадкових величин  $X + Y$   
(відповідні ймовірності можливих значень  $X$  та  $Y$  додаються):

$X+Y$	$-3 + 1 = -2$	$-3 + 2 = -1$	$-3 + 3 = 0$	$-3 + 4 = 1$
-------	---------------	---------------	--------------	--------------

$p$	0,5	0,4	0,2	0,3
-----	-----	-----	-----	-----

$X+Y$	$-2 + 1 = -1$	$-2 + 2 = 0$	$-2 + 3 = 1$	$-2 + 4 = 2$
$p$	0,5	0,4	0,2	0,3

$X+Y$	$-1 + 1 = 0$	$-1 + 2 = 1$	$-1 + 3 = 2$	$-1 + 4 = 3$
$p$	0,9	0,8	0,6	0,7

$X+Y$	$0 + 1 = 1$	$0 + 2 = 2$	$0 + 3 = 3$	$0 + 4 = 4$
$p$	0,5	0,4	0,2	0,3

$X+Y$	$2 + 1 = 3$	$2 + 2 = 4$	$2 + 3 = 5$	$2 + 4 = 6$
$p$	0,6	0,5	0,3	0,4

Додаємо відповідні ймовірності, отже, маємо закони розподілу випадкової величини  $X + Y$ :

$X+Y$	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$p$	0,5	0,9	1,5	1,8	1,3	1,5	0,8	0,3	0,4

За означенням знаходимо закони розподілу випадкових величин та  $X \cdot Y$  (відповідні ймовірності можливих значень  $X$  та  $Y$  перемножуються):

$XY$	$-3 * 1 = -3$	$-3 * 2 = -6$	$-3 * 3 = -9$	$-3 * 4 = -12$
$p$	0,04	0,03	0,01	0,02

$XY$	$-2 * 1 = -2$	$-2 * 2 = -4$	$-2 * 3 = -6$	$-2 * 4 = -8$
$p$	0,04	0,03	0,01	0,02

$XY$	$-1 * 1 = -1$	$-1 * 2 = -2$	$-1 * 3 = -3$	$-1 * 4 = -4$
$p$	0,2	0,15	0,05	0,1

$XY$	$0 * 1 = 0$	$0 * 2 = 0$	$0 * 3 = 0$	$0 * 4 = 0$
------	-------------	-------------	-------------	-------------

$p$	0,04	0,03	0,01	0,02
-----	------	------	------	------

$XY$	$2 * 1 = 2$	$2 * 2 = 4$	$2 * 3 = 6$	$2 * 4 = 8$
$p$	0,08	0,06	0,02	0,04

Додаємо відповідні ймовірності, отже, маємо закони розподілу випадкової величини  $XY$ :

$XY$	-12	-9	-8	-6	-4	-3	-2	-1	0	2	4	6	8
$p$	0,02	0,01	0,02	0,04	0,13	0,09	0,019	0,2	0,1	0,08	0,06	0,02	0,04

Знаходимо закони розподілу випадкових величин та  $X-Y$ :

$X-Y$	$-3 - 1 = -4$	$-3 - 2 = -5$	$-3 - 3 = -6$	$-3 - 4 = -7$
$p$	-0,3	-0,2	0	-0,1

$X-Y$	$-2 - 1 = -3$	$-2 - 2 = -4$	$-2 - 3 = -5$	$-2 - 4 = -6$
$p$	-0,3	-0,2	0	-0,1

$XY$	$-1 - 1 = -2$	$-1 - 2 = -3$	$-1 - 3 = -4$	$-1 - 4 = -5$
$p$	0,1	0,2	0,4	0,3

$X-Y$	$0 - 1 = -1$	$0 - 2 = -2$	$0 - 3 = -3$	$0 - 4 = -4$
$p$	-0,3	-0,2	0	-0,1

$X-Y$	$2 - 1 = 1$	$2 - 2 = 0$	$2 - 3 = -1$	$2 - 4 = -2$
$p$	-0,2	-0,1	-0,1	0

Додаємо відповідні ймовірності, отже, маємо закони розподілу випадкової величини  $X - Y$ :

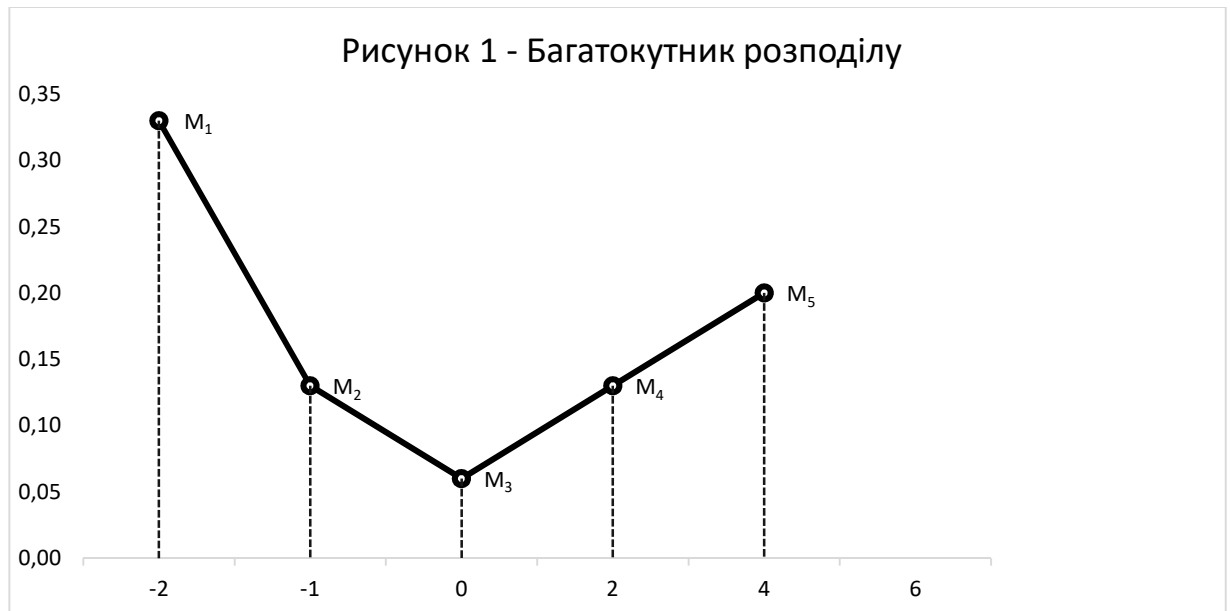
$X-Y$	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$p$	-0,1	-0,1	0,1	-0,2	-0,1	-0,1	-0,4	-0,1	-0,1

**Завдання 2.** Для дискретної випадкової величини відомий ряд розподілу. Побудувати багатокутник розподілу та графік функції розподілу цієї випадкової величини.

$x$	-2	-1	0	2	4
$p$	1/3	2/15	1/15	2/15	3/15

### Розв'язання

Побудуємо прямокутну систему координат причому по осі абсцис будемо відкладати можливі значення  $x_i$ , а по осі ординат – відповідні імовірності  $p_i$ . Побудуємо точки  $M_1 (-2; 1/3)$ ,  $M_2 (-1; 2/15)$ ,  $M_3 (0; 1/15)$ ,  $M_4 (2; 2/15)$ ,  $M_5 (4; 3/15)$ . З'єднавши ці точки відрізками прямих, отримаємо шуканий багатокутник розподілу (рис. 1).



Тепер побудуємо графік функції розподілу (рис. 2). Якщо  $x \leq -2$ , то  $F(x) = 0$ , якщо  $-2 < x \leq -1$ , то  $F(x) = 1/3$ , якщо  $-1 < x \leq 0$ , то  $F(x) = 7/15$ , якщо  $0 < x \leq 2$ , то  $F(x) = 8/15$ ,  $2 < x \leq 4$ , то  $F(x) = 10/15$ , якщо  $x > 4$ , то  $F(x) = 1$ . Дійсно, подія  $x > 4$  достовірна, отже, її ймовірність дорівнює одиниці.

Отже, функція розподілу аналітично може бути записана так:

$$F(x) = \begin{cases} 0 \\ 1/3 \\ 7/15 \\ 8/15 \\ 10/15 \\ 1 \end{cases}$$

Рисунок 2 - Графік розподілу функції

