

Звіт
про виконання завдання з самостійної роботи
з курсу «Теорія ймовірностей та математична статистика»
тема «ДИСКРЕТНІ ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ ТА ЇХ РОЗПОДІЛИ»
студентом Стовбою П.В (група КН-22)
в 2023-2024 навчальному році
за індивідуальним варіантом даних №21 (6)
Варіант 21-15=6

Завдання 1. Дано закони розподілу незалежних дискретних випадкових величин X та Y :

X	1	2	3	4	5
P	a	a	5a	a	2a

Y	-7	-6	-5	-4
P	0,4	0,3	0,1	0,2

Знайти:

а) a ;

б) закони розподілу випадкових величин $2X$, $X+Y$, XY , $X-Y$.

Дані x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 , та y_1, y_2, y_3, y_4 задані в табл. 1.

Таблиця 1

№ варіанта	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y_1	y_2	y_3	y_4
6	1	2	3	4	5	-7	-6	-5	-4

Розв'язання

а) оскільки випадкові величини 1,2,3,4,5 утворюють повну групу, то сума їх ймовірностей дорівнює одиниці. Тому: $a+a+5a+a+2a=1$. $10a=1$; Отже, $a = 0.1$ б)

Задля знаходження закону розподілу випадкової величини $2X$ треба помножити всі значення випадкової величини X на 2 (ймовірності цих величин залишаться ті ж самі). Отже, шуканий розподіл:

$2X$	2	4	6	8	10
P	0.1	0.1	0.5	0.1	0.2

Наступним кроком шукаємо закон розподілу $X+Y$.

Нагадаємо закони розподілу цих двох випадкових величин:

X	1	2	3	4	5
P	0.1	0.1	0.5	0.1	0.2

Y	-7	-6	-5	-4
P	0,4	0,3	0,1	0,2

Складемо всі можливі значення величини $X + Y$. До кожного можливого значення X додамо кожне можливе значення Y , а ймовірності просто перемножимо. Ймовірність цієї величини шукається так: якщо $x_1 = -4$ рівна 0,1, а ймовірність величини $y_1 = 0$ рівна 0,4, то ймовірність величини $x_1 + y_1$ рівна $0,1 * 0,4 = 0,04$. Отримаємо таку таблицю (на перехресті стовпчика і рядка сума отримана в результаті додавання відповідного значення величини X та відповідного значення величини Y):

$X \backslash y$	-7	-6	-5	-4
1	-6	-5	-4	-3
2	-5	-4	-3	-2
3	-4	-3	-2	-1
4	-3	-2	-1	0
5	-2	-1	0	1

Щоб знайти ймовірності випадкових величин, утворених при додаванні $(X+Y)$, треба просто перемножити їх ймовірності окремо. Отже, шуканий розподіл:

$X+Y$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
P	0.04	0.07	0.24	0.22	0.18	0.17	0.04	0.04

Контроль: $0.04+0.07+0.24+0.22+0.18+0.17+0.04+0.04=1$

Тепер знайдемо закон розподілу XU .

Розв'язуємо аналогічно до попереднього рішення, але тепер ми не додаємо значення величини X до кожного можливого значення Y , а множимо. Робимо табличку таку саму, як ми отримали для суми величин, тільки вже на перехресті стовпчика і рядка – добуток отриманий в результаті множення відповідного значення величини X на відповідне значення величини Y .

Тепер шуканий розподіл такий (щоб знайти ймовірності випадкових величин, утворених при множенні, тобто ймовірність величини $X*Y$, треба просто перемножити їх ймовірності окремо

Отже, остаточно, маємо такий закон розподілу:

X \ y	-7	-6	-5	-4
1	-7	-6	-5	-4
2	-14	-12	-10	-8
3	-21	-18	-15	-12
4	-28	-24	-20	-16
5	-35	-30	-25	-20

X*Y	-7	-6	-5	-4	-14	-12	-10	-8	-21	-18	-15
P	0,04	0,03	0,01	0,02	0,04	0,13	0,01	0,02	0,2	0,15	0,05

X*Y	-28	-24	-20	-16	-35	-30	-25
P	0,04	0,03	0,05	0,02	0,08	0,06	0,02

Контроль:

$$0,04+0,03+0,01+0,02+0,04+0,13+0,01+0,02+0,2+0,15+0,05+0,04+0,03+0,05+0,02+0,08+0,06+0,02=1$$

X \ y	-7	-6	-5	-4
1	8	7	6	5
2	9	8	7	6
3	10	9	8	7
4	11	10	9	8
5	12	11	10	9

Тепер знайдемо закон розподілу $X - Y$.

Будемо робити аналогічно до знаходження розподілу величини $X + Y$, але будемо віднімати $X - Y$.

X-Y	8	7	6	5	9	10	11	12
P	0,14	0,14	0,03	0,02	0,24	0,25	0,1	0,08

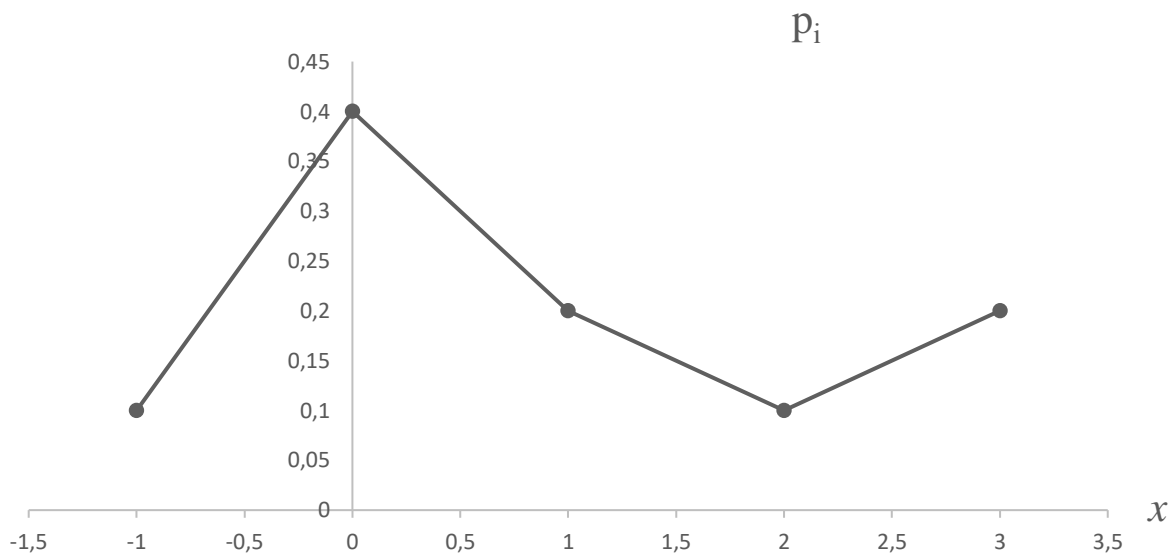
Контроль: $0,14+0,14+0,03+0,02+0,24+0,25+0,1+0,08=1$

Висновок: Було закріплено складання законів розподілу різних величин.

Завдання 2. Для дискретної випадкової величини відомий ряд розподілу. Побудувати багатокутник розподілу та графік функції розподілу цієї випадкової величини.

x	-1	0	1	2	3
p_i	$0,1$	$0,4$	$0,2$	$0,1$	$0,2$

Побудуємо багатокутник розподілу :



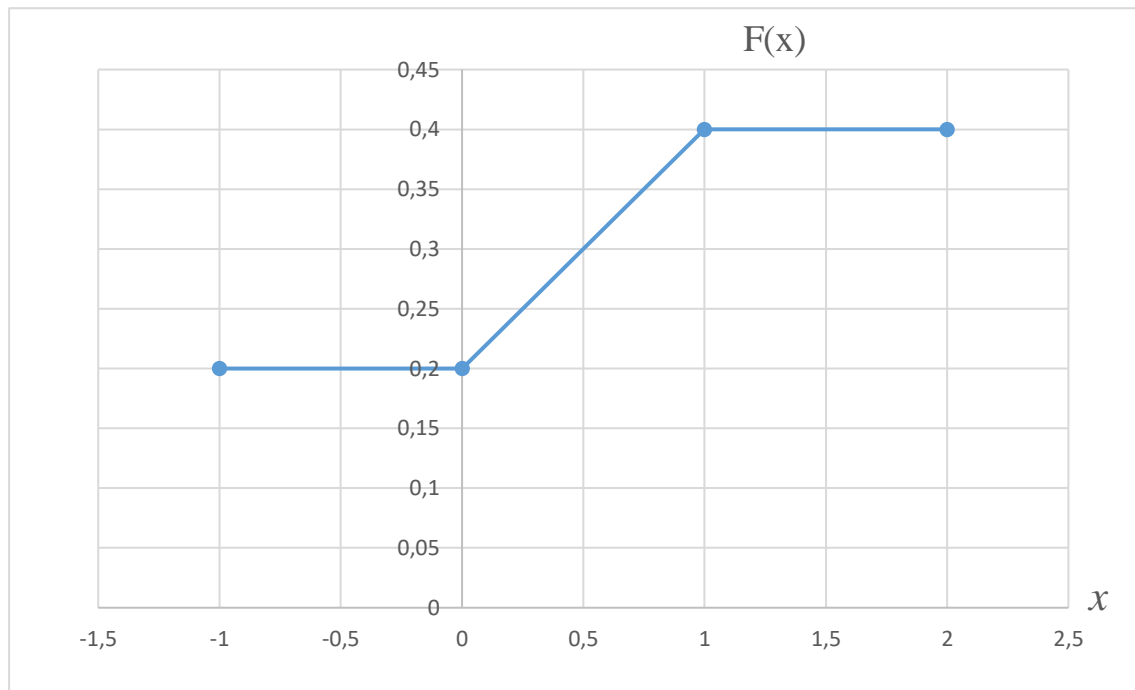
Слід зауважити, що точки з'єднані відрізками прямих для наочності.

Тепер побудуємо функцію розподілу.

Функція розподілу: $F(x) = p(X < x)$, тобто ймовірність того, що випадкова величина у результаті випробування прийме значення, менше, ніж x .

Інтегральна функція розподілу має вигляд:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ 0,2, & -1 < x \leq 0 \\ 0,4, & 0 < x \leq 1 \\ 0,4, & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$



Висновок: Виконавши завдання ми навчилися будувати багатокутник та функцію розподілу.