

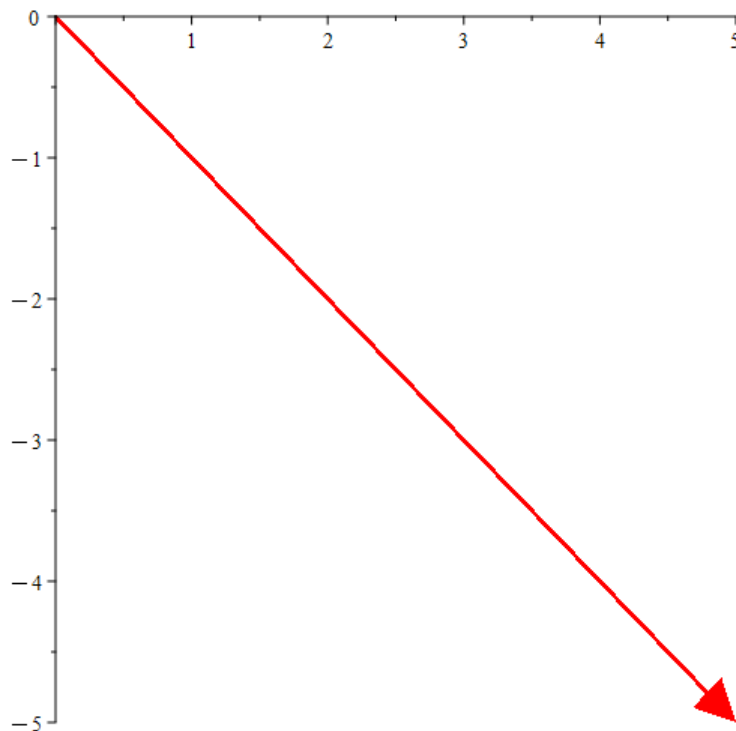
Варіант №24

Індивідуальні завдання №1.1

Завдання 1.1 Виконайте дії в алгебраїчній формі та результат проілюструйте геометрично.

24.	$\frac{1-3i}{i-2} \cdot 5i^2$
------------	-------------------------------

$$\begin{aligned} \frac{1-3i}{i-2} \cdot 5i^2 &= -\frac{5-15i}{i-2} = -\frac{(5-15i)(-2-i)}{(-2+i)(-2-i)} = -\frac{-10-5i+30i+15i^2}{4-i^2} \\ &= -\frac{-25+25i}{5} = 5-5i. \end{aligned}$$



Індивідуальні завдання №1.2

Завдання 1.2.1 Розв'яжіть квадратне рівняння.

24.	$4x^2 - 2x + 5 = 0$
------------	---------------------

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 5 = -76 = \sqrt{-76} = 2\sqrt{19}i$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 + 2\sqrt{19}i}{8} = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{19}}{4}i.$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 - 2\sqrt{19}i}{8} = \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{19}}{4}i.$$

Завдання 1.2.2 Складіть та розв'яжіть квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, якщо коефіцієнти a,b,c задані таблицею.

24.	4	-24	45
-----	---	-----	----

$$4x^2 - 24x + 45 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = (-24)^2 - 4 * 4 * 45 = -144$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{24 + \sqrt{-144}}{8} = 3 + \frac{3}{2}i.$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{24 - \sqrt{-144}}{8} = 3 - \frac{3}{2}i.$$

Індивідуальні завдання №2.1

2.1.1 Виконайте дії над комплексними числами, заданими у тригонометричній формі.

2.1.2 Результат запишіть у показниковій формі.

2.1.3 Запишіть задане число в алгебраїчній формі.

24	$\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ) \cdot \sqrt{3}(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$
----	---

$$z_1 * z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} * \sqrt{3} * (\cos(150 + 120) + i * \sin(150 + 120))$$

$$= \frac{3}{2} * \left(\cos\left(270 * \frac{\pi}{180}\right) + i * \sin\left(270 * \frac{\pi}{180}\right) \right)$$

$$= \frac{3}{2} * \left(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + i * \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) \right)$$

$$z = r * e^{i\varphi} = \frac{3}{2} * e^{i\frac{3\pi}{2}}$$

$$z = a + bi = \frac{3}{2}(0 + i * (-1)) = -\frac{3}{2}i$$

Індивідуальні завдання №2.2

2.2.1. Представте комплексне число у тригонометричній та показниковій формах.

24.	$-\sqrt{3} + i$
-----	-----------------

Представимо число у тригонометричній формі

$$\begin{aligned}z &= r * (\cos(\varphi) + i * \sin(\varphi)) \\r &= \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2 \\ \varphi &= \arctg\left(\frac{b}{a}\right) = \pi + \arctg\left(\left|\frac{1}{-\sqrt{3}}\right|\right) = \frac{5\pi}{6} \\ z &= 2 * \left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right)\end{aligned}$$

Перевіримо правильність переведення

$$2 * \left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right) = 2 * \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2 * i * \left(\frac{1}{2}\right) = -\sqrt{3} + i$$

Представимо число у показниковій формі

$$z = 2 * e^{i\varphi} = 2 * e^{i\frac{5\pi}{6}}$$

2.2.2. Визначте алгебраїчну форму комплексного числа, записаного у показниковій формі.

$$2e^{i(5\pi/6)}$$

$$z = a + bi = 2 * e^{i\frac{5\pi}{6}} \Leftrightarrow 2 * \left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)\right) \Leftrightarrow -\sqrt{3} + i.$$