МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ЧЕРКАСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ БОГДАНА ХМЕЛЬНИЦЬКОГ

ФАКУЛЬТЕТ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ,
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ ТА УПРАВЛЯЮЧИХ СИСТЕМ

Кафедра інформаційних технологій

ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ

з дисципліни
«Теорія ймовірностей та математична статистика»
на тему: «Статистична обробка результатів експерименту»

Студента (ки) 2 курсу групи КН-22
напряму підготовки Компютерні науки
Стовба П.В.
(прізвище та ініціали)

Керівник канд. техн. наук, доцент
Косенюк Г.В.
(посада, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

Оцінка:
за універститетською шкалою ____________
за шкалою ECTS ________________________
за національною шкалою ________________
«_____»_____________ 202__ р.

Члени комісії ______________ ____________________
(підпис) (прізвище та ініціали)
______________ ____________________
(підпис) (прізвище та ініціали)
______________ ____________________
(підпис) (прізвище та ініціали

Черкаси – 2023

„Теорія ймовірностей та математична статистка”

Індивідуальне завдання

„Статистична обробка результатів спостережень”

студенту групи КН-22 *Стовба Павло Віталійович*.

Варіант № 24

На виході двох ідентичних систем автоматичного керування технологічними процесами встановлені реєстратори, які записують відхилення в часі вихідного параметру системи від заданого значення. При якісній роботі системи це відхилення повинно дорівнювати нулю, але за рахунок впливу на систему дії випадкових факторів воно виявляється відмінним від нуля.

Для аналізу якості роботи систем із записів реєстраторів зроблені вибірки X і Y однакового обсягу. Виходячи із принципу роботи систем автоматичного керування такого типу можна припустити, що відхилення вихідного параметру кожної із систем від заданого розподілені нормально. Оскільки системи працюють незалежно одна від одної, то вибірки незалежні.

Для кожної з вибірок необхідно:

1) побудувати гістограми частот;

2) за вибірками з генеральних сукупностей X і Y побудувати нормальні криві;

3) перевірити гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей X та Y, використовуючи критерій погодженості Пірсона;

4) знайти оцінки математичних сподівань і дисперсій генеральних сукупностей;

5) перевірити гіпотезу про рівність нулю математичних сподівань генеральних сукупностей X і Y;

6) запропонувати просту гіпотезу про рівність дисперсій генеральних сукупностей $H0 : D(X) = D(Y)$ при конкуруючій гіпотезі $H1 : D(X) \neq D(Y)$. Прийняти рівень значущості $\alpha = 0,1$.Перевірити запропоновану гіпотезу;

7) за одержаними результатами обробки даних вибіркових сукупностей для кожної із генеральних сукупностей представити ймовірнісну теоретичну модель;

8) зробити висновки про роботу систем автоматичного керування. Для автоматизації обчислень та побудови графіків використати доцільно використати відповідні програми (MS Exel, Statistica). Посилання на використання прикладних програм навести в тексті роботи. По кожному пункту завдання зробити висновки щодо статистичних характеристик досліджуваних відхилень, отриманих у даному пункті, та їх відповідності показникам роботи систем.

Вихідні дані до роботи:

Варіант № 24	X	3,32	-1,53	0,06	-0,01	1,73	-0,03	-1,70	-0,53	-0,27	-11,9
		0,23	1,54	-0,24	0,70	0,55	-0,23	-1,80	0,39	0,37	1,34
		-0,05	1,43	1,08	2,84	0,88	0,11	1,19	-0,68	0,81	-1,31
		1,15	-0,32	0,65	3,95	0,35	0,77	-0,67	1,61	-0,71	0,54
		-0,64	0,61	1,40	0,60	0,03	3,46	1,42	2,90	0,04	1,59
	Y	-0,32	1,61	0,52	-0,91	-0,88	2,72	0,30	1,41	-1,65	-0,53
		0,56	-0,80	-1,53	1,34	0,27	1,30	-0,55	0,70	-0,56	-1,42
		-0,14	0,64	0,81	-2,05	2,02	0,47	0,80	1,84	-0,53	0,05
		-1,76	0,46	0,79	0,96	0,18	3,64	0,70	1,42	0,94	-1,67
		0,21	1,41	-0,72	0,96	1,30	2,69	-1,12	1,76	-1,33	1,72

Завдання видав викладач ___________________________________ Косенюк Г.В.

Завдання прийняв студент ___________________________________ Стовба. П.В.

,,_____,, _________________” 202_ р.

Термін здачі роботи ,,_____,, ________________” 202_ р.

Зміст

1. Побудова гістограм частот

Завдання: Побудувати гістограми частот.

Знайдемо максимальне і мінімальне значення.

$$X_{min} = -11{,}8978;\ X_{max} = 3{,}9547;$$

$$Y_{min} = -2{,}051;\ Y_{max} = 3{,}643.$$

Визначимо розмах варіації R із формули:

$$R_x = X_{max} - X_{min} = 15{,}8525,$$

$$R_y = Y_{max} - Y_{min} = 5{,}694.$$

Тепер потрібно вибрати кількість часткових інтервалів N. Для цього застосовується формулу Стреджеса:

$$N = 1 + 3{,}322\ lg(n),$$

де n – число варіант вибіркової сукупності (в даному випадку, n = 50). Для визначення довжини часткового інтервалу використовуємо формулу:

$$h = \frac{R}{N} = \frac{R}{1 + 3{,}332lg};$$

$$h_X = \frac{5{,}43}{1 + 3.322\lg 50} = 2{,}386;$$

$$h_Y = \frac{6{,}79}{1 + 3.322\lg 50} = 0{,}857.$$

Побудуємо спершу гістограму для X. Для початку першого інтервалу візьмемо наступне значення:

$$X_{min} – 0{,}5h = -2{,}64 – 0{,}5 \cdot 0{,}817 = -13{,}0908.$$

Таблиця 1

Дані для гістограми частот вибірки X

Номер інтервалу, i	Частковий інтервал, $x_i - x_{i+1}$	Сума частот варіант інтервалу, n_i	Густина частоти, n_i/h
1	-13,0908 – -10,7048	1	0,4191
2	-10,7048– -8,3188	0	0
3	-8,3188 – -5,9328	0	0
4	-5,9328 – -3,5468	0	0
5	-3,5468 – -1,1608	4	1,6765
6	-1,1608 – 1,2251	32	13,412
7	1,2251 – 3,6111	12	5,0294
8	3,6111 – 5,9971	1	0,4191

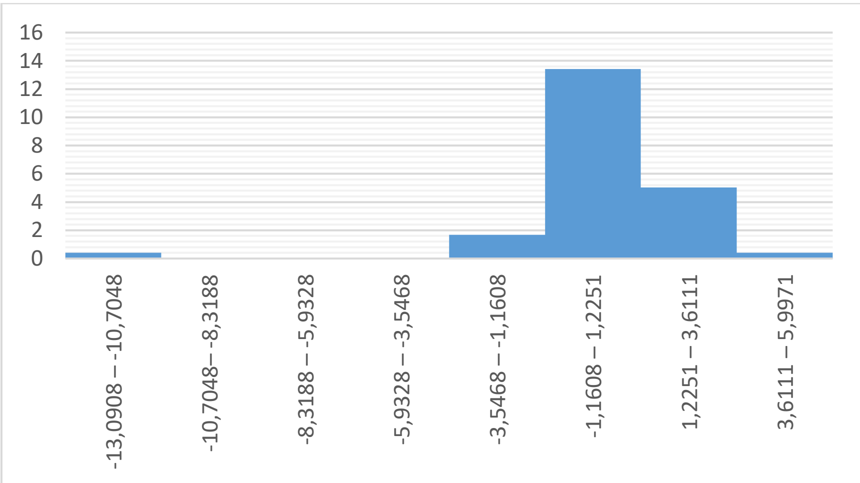

Рис.1.1. Гістограма частот вибірки X

Зовнішній вигляд гістограми свідчить про те, що величина з досить високою імовірністю може мати не нормальний розподіл.

Тепер побудуємо гістограму для Y. Для початку першого інтервалу візьмемо наступне значення:

$$Y_{min} – 0,5h = -4,43 – 0,5·1,022= -2,4793.$$

Таблиця 2

Дані для гістограми частот вибірки Y

Номер інтервалу, i	Частковий інтервал, $y_i - y_{i+1}$	Сума частот варіант інтервалу, n_i	Густина частоти, n_i/h
1	-2,4793 – -1,6223	4	4,6677
2	-1,6223 – -0,7653	7	8,1684
3	-0,7653 – 0,0916	7	8,1684
4	0,0916 – 0,9486	16	18,671
5	0,0916 – 1,8055	11	12,836
6	1,8055 – 2,6625	2	2,3338
7	2,6625 – 3,5194	2	2,3338
8	3,5194 – 4,3764	1	1,1669

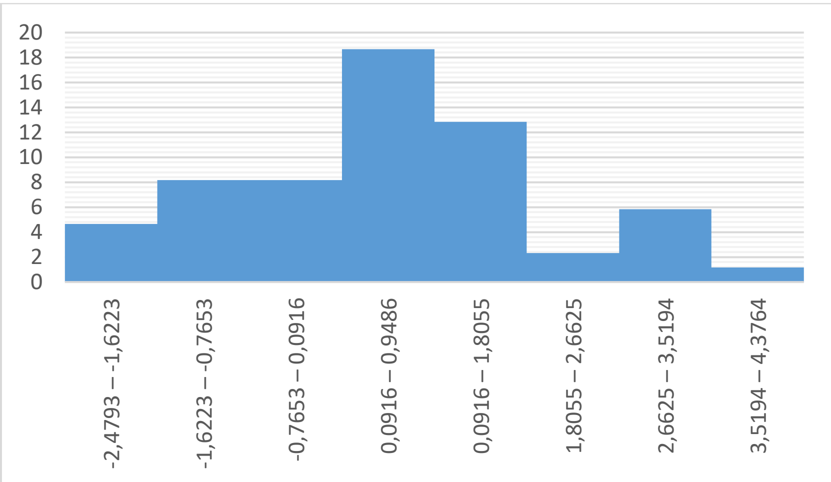

Рис.1.2. Гістограма частот вибірки Y

Висновок: Зовнішній вигляд гістограми не відповідає нормальному розподілу. Це може бути зумовлено недостатнім обсягом вибірки, неправильним методом групування числових значень або тим, що реальний розподіл величини відрізняється від нормального.

2. Побудова нормальних кривих

Завдання: За вибірками з генеральних сукупностей X і Y побудувати нормальні криві.

Для вибірки X:

Спочатку знаходимо середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma_{\text{в}} = \sqrt{D_{\text{в}}} = 5{,}067.$$

Далі, обчислюємо вирівнюючі частоти і заносимо результати розрахунків у таблицю.

Таблиця 3

Таблиця для обчислення вирівнюючих частот X

x_i	n_i	$x_i - \overline{x_{\text{в}}}$	$u_i = \frac{x_i - \overline{x_{\text{в}}}}{\sigma_{\text{в}}}$	$\varphi(u_i)$	$x_i = \frac{nh}{\sigma_{\text{в}}} \varphi(u_i)$
-11,898	1	-11,90	-5,29	0,0001	0,0053
-9,512	0	-9,51	-4,23	0,0001	0,0053
-7,126	0	-7,13	-3,17	0,0026	0,138
-4,74	0	-4,74	-2,11	0,0431	2,284
-2,354	4	-2,35	-1,05	0,2299	12,185
0,032	32	0,03	0,01	0,3989	21,142
2,418	12	2,42	1,07	0,2251	11,933
4,804	1	4,80	2,13	0,0413	2,189
					49,8816

Будуємо нормальні криві X:

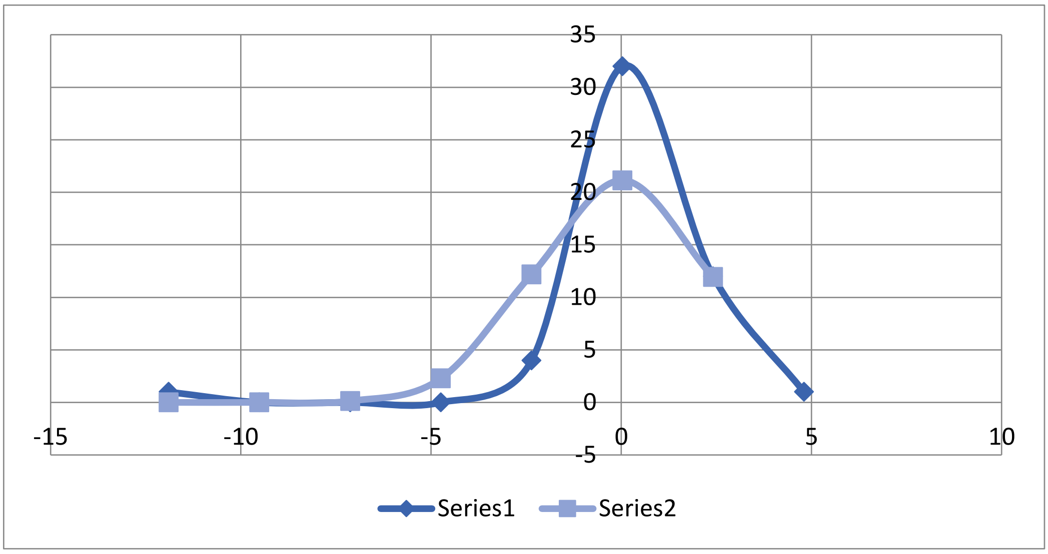

Рис.2.1. Нормальна крива (Ряд2) та полігон частот (Ряд1) вибірки X

Відхилення значень від нормальної кривої несуттєві.

Для вибірки Y:

Переходимо від інтервального ряду до дискретного:

Знаходимо середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma_{в} = \sqrt{D_{в}} = 2{,}199.$$

Таблиця 4

Таблиця для обчислення вирівнюючих частот Y

y_i	n_i	$y_i - \overline{y}_{в}$	$u_i = \dfrac{y_i - \overline{y}_{в}}{\sigma_{в}}$	$\varphi(u_i)$	$v_i = \dfrac{nh}{\sigma_{в}}\varphi(u_i)$
-2,051	4	-2,05	-1,38	0,1539	4,447
-1,194	7	-1,19	-0,81	0,2874	8,304
-0,337	7	-0,34	-0,23	0,3885	11,225
0,52	16	0,52	0,35	0,3752	10,841
1,377	11	1,38	0,93	0,2583	7,463
2,234	2	2,23	1,51	0,1276	3,687
3,091	5	3,09	2,08	0,0459	1,326
3,948	1	3,95	2,66	0,0116	0,335
					47,628

Будуємо нормальні криві Y:

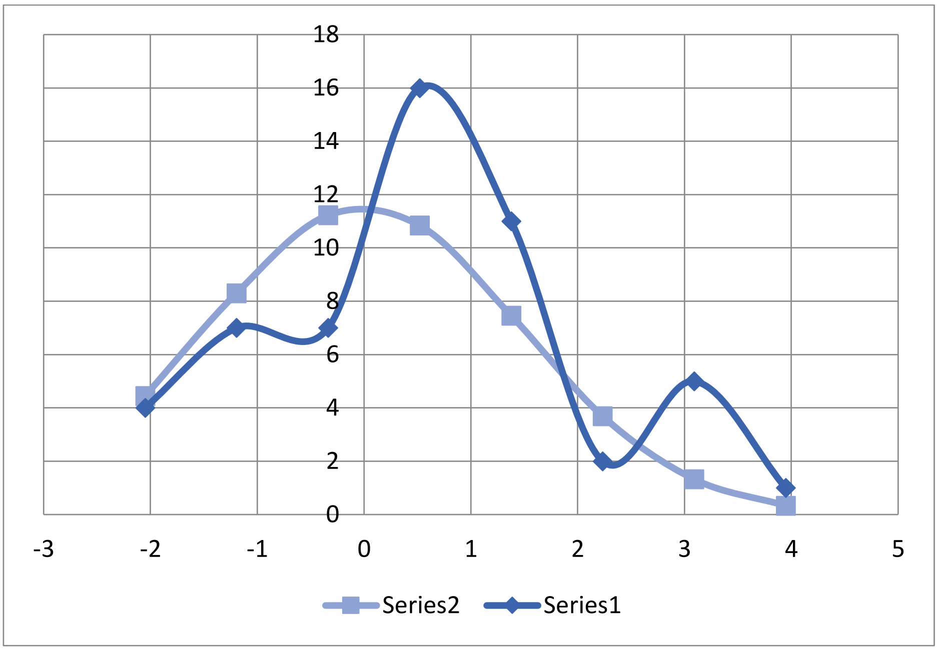

Рис.2.2. Нормальна крива (Ряд2) та полігон частот (Ряд1) вибірки Y

Висновок: Хоча загалом форми кривих подібні (особливо на рис.2.2), проте деякі значення різко відрізняються. Це може бути внаслідок недостатнього обсягу вибірки, неправильного методу групування числових значень ознаки або невірної вихідної гіпотези про нормальний розподіл генеральної сукупності.

3. Перевірка гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей

Завдання: Перевірити гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей X та Y, використовуючи критерій погодженості Пірсона.

У якості критерію перевірки нульової гіпотези приймемо величину:

$$\chi^2_{\text{емп}} = \sum \frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'},$$

де n_i' - теоретичні частоти, а n_i - емпіричні, і порівняти її з

$$\chi^2_{\text{кр}}(\alpha; k),$$

де α – рівень значущості, k=s–3 – число ступенів вільності, де s – кількість часткових інтервалів. Якщо $\chi^2_{\text{емп}} > \chi^2_{\text{кр}}$ – нульову гіпотезу відхиляють.

Проводимо перевірку гіпотези про нормальний розподіл для вибірки X.

Таблиця 5

Розрахунок емпіричного критерію для X

n_i	n_i'	$n_i - n_i'$	$(n_i - n_i')^2$	$\frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$	n_i^2	$\frac{n_i^2}{n_i'}$
1	0,0053	0,9947	0,9894	186,6849	1	188,6796
0	0,0053	-0,0053	$2{,}8 \cdot 10^{-5}$	0,0053	0	0
0	0,1378	-0,1378	0,019	0,1378	0	0
0	2,2842	-2,2843	5,218	2,2843	0	0
4	12,185	-8,1847	66,989	5,4978	16	1,3131
32	21,1417	10,8583	117,9036	5,5768	1024	48,4352
12	11,9303	0,0697	0,0049	0,0004	144	12,0703
1	2,1889	-1,1889	1,4135	0,6457	1	0,4569
				$\chi^2_{\text{емп}} = 200{,}833$		250,9549

Для перевірки правильності обчислюємо значення критерію $\chi^2_{\text{емп}}$ за другою формулою:

$$\chi^2_{\text{емп}} = \sum \frac{n_i^2}{n_i'} - n = 250{,}9549 - 50 = 200{,}9549.$$

Відповіді співпали майже повністю, отже, розрахунки правильні.

За рівень значущості приймемо 0,05. Число груп вибірки (число різних варіант) s=8, тоді число ступенів вільності k=8–3=5. Значення критичної точки:

$$\chi^2_{\text{кр}}(0{,}05; 5) = 11{,}1.$$

Оскільки $\chi^2_{\text{емп}} > \chi^2_{\text{кр}}$, то нульову гіпотезу відхиляємо. Те, що гіпотеза не підтвердилася, може свідчити як про те, що насправді розподіл не нормальний, так і про те, що вибірка надто мала або невдала (особливо зважаючи на те, що гістограма і полігон частот давали результати, досить сильно схожі на нормальний розподіл).

Проводимо перевірку гіпотези про нормальний розподіл для вибірки Y.

Таблиця 6

Розрахунок емпіричного критерію для Y

n_i	n_i'	$n_i - n_i'$	$(n_i - n_i')^2$	$\frac{(n_i - n_i')^2}{n_i'}$	n_i^2	$\frac{n_i^2}{n_i'}$
4	4,4466	-0,4466	0,1995	0,0449	16	3,5982
7	8,3038	-1,3038	1,7	0,2047	49	5,9009
7	11,2249	-4,2249	17,8499	1,5902	49	4,3653
16	10,8406	5,1594	26,619	2,4555	256	23,6148
11	7,4631	3,5369	12,51	1,6763	121	16,2132
2	3,6867	-1,6867	2,8451	0,7717	4	1,085
5	1,3262	3,6738	13,4969	10,1772	25	18,851
4	4,4466	-0,4466	0,1995	0,0449	16	3,5982
				$\chi^2_{\text{емп}} = 24{,}67$		76,61

Для перевірки правильності обчислюємо значення критерію $\chi^2_{\text{емп}}$ за другою формулою:

$$\chi^2_{\text{емп}} = \sum \frac{n_i^2}{n_i'} - n = 76{,}61 - 50 = 26{,}61.$$

Відповіді повністю не співпали.

За рівень значущості приймемо 0,05. Число груп вибірки (число різних варіант) s=8, тоді число ступенів вільності k=8–3=5. Значення критичної точки: $\chi^2_{\text{кр}}(0{,}05; 5) = 11{,}1$.

Оскільки $\chi^2_{\text{емп}} > \chi^2_{\text{кр}}$, то нульову гіпотезу відхиляємо. Те, що гіпотеза не підтвердилася, може свідчити як про те, що насправді розподіл не нормальний, так і про те, що вибірка надто мала або невдала (особливо зважаючи на те, що гістограма і полігон частот давали результати, досить сильно схожі на нормальний розподіл).

4. Знаходження точкових оцінок математичних сподівань і дисперсій генеральних сукупностей

Завдання: Знайти оцінки математичних сподівань і дисперсій генеральних сукупностей методом найбільшої правдоподібності. Для спрощення розрахунків використати метод добутків.

Для розрахунків доцільно скласти розрахункову таблицю. За фальшивий нуль (С) беремо значення -2,3538.

Таблиця 7

Таблиця для розрахунку точкових оцінок параметрів вибірки X

x_i	n_i	u_i	n_iu_i	$n_iu_i^2$	$n_i(u_i+1)^2$
-11,898	1	-4	-4	16	9
-9,512	0	-3	0	0	0
-7,126	0	-2	0	0	0
-4,74	0	-1	0	0	0
-2,354	4	0	0	0	4
0,032	32	1	32	32	128
2,418	12	2	24	48	108
4,804	1	3	3	9	16
	Σ=n=50		Σ= 55	Σ=105	Σ=265

Тепер треба перевірити правильність розрахунків.

$$\sum n_iu_i^2 + 2\sum n_iu_i + n = 265 = \sum n_i(u_i+1)^2.$$

Розрахунки проведені правильно. Тепер обчислюємо умовні моменти першого і другого порядків:

$$M_1^* = \frac{\sum n_iu_i}{n} = \frac{55}{50} = 1{,}1;\ \ M_2^* = \frac{105}{50} = 2{,}1.$$

Далі обчислюємо вибіркові середню і дисперсію за формулами:

$$\overline{x_{\text{в}}} = M_1^*h + C = 0{,}2708;$$

$$D_{\text{в}} = (M_2^* - (M_1^*)^2)\cdot h^2 = 5{,}067.$$

Тепер побудуємо таблицю для другої вибірки. За фальшивий нуль (C) беремо значення 1,377.

Таблиця 8

Таблиця для розрахунку точкових оцінок параметрів вибірки Y

y_i	n_i	u_i	$n_i u_i$	$n_i u_i^2$	$n_i(u_i+1)^2$
-2,051	4	-4	-16	64	36
-1,194	7	-3	-21	63	28
-0,337	7	-2	-14	28	7
0,52	16	-1	-16	16	0
1,377	11	0	0	0	11
2,234	2	1	2	2	8
3,091	5	2	10	20	45
3,948	1	3	3	9	16
	Σ=n=50		Σ=-52	Σ=202	Σ=151

Тепер треба перевірити правильність розрахунків.

$$\sum n_i u_i^2 + 2\sum n_i u_i + n = 151 = \sum n_i (u_i + 1)^2.$$

Розрахунки проведені правильно. Тепер обчислюємо умовні моменти першого і другого порядків:

$$M_{1Y}^* = \frac{-52}{50} = -1{,}04;\ M_{2Y}^* = \frac{202}{50} = 4{,}04.$$

Далі обчислюємо вибіркові середню і дисперсію за формулами:

$$\overline{y_{\text{в}}} = M_1^* h + C = 0{,}4858;$$

$$D_{\text{в}} = (M_2^* - (M_1^*)^2) \cdot h^2 = 2{,}1726;$$

Висновок: Знайдені оцінки середніх значень не підтверджують відсутність систематичних помилок, оскільки не дорівнюють нулю. Це може бути зумовлено як наявністю похибок, так і обмеженим обсягом вибірки. Різниця у дисперсіях вибірок, навіть при однакових умовах, може бути пояснена також невеликим обсягом вибірки.

5. Перевірка гіпотез про рівність нулю математичних сподівань генеральних сукупностей

Завдання: Перевірити гіпотезу про рівність нулю математичних сподівань генеральних сукупностей X і Y.

Спочатку потрібно обчислити спостережене значення критерію

$$T_{\text{спост}} = \frac{(\bar{x} - a_0) \cdot \sqrt{n}}{S}$$

і за таблицею критичних точок розподілу Стьюдента, за заданим рівнем значущості α і числом ступенів вільності k=n–1 знайти двосторонню критичну точку $t_{\text{двостор}}(\alpha, k)$.

Якщо $|T_{\text{спост}}| < t_{\text{двостор}}$ – немає підстав відхилити нульову гіпотезу.

Якщо $|T_{\text{спост}}| > t_{\text{двостор}}$ – нульову гіпотезу відхиляють.

Перевіримо нульову гіпотезу для вибірки X:

За вибіркою обсягом $n = 50$, взятої із нормальної генеральної сукупності, ми знайшли вибіркове середнє $\overline{x_{\text{в}}} = 0{,}19$. Шукаємо «виправлене» середнє квадратичне:

$$S_x = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{в}}(X)} = \sqrt{\frac{50}{49} \cdot 5{,}067} = 2{,}2738.$$

При рівні значущості $\alpha = 0{,}05$ перевіряємо нульову гіпотезу $H_0\!: a = a_0 = 0$ при конкуруючій гіпотезі $H_1\!: a \neq 0$.

Обчислимо спостережне значення критерію

$$T_{\text{спост}} = \frac{(\bar{x} - a_0) \cdot \sqrt{n}}{S} = \frac{(0{,}271 - 0) \cdot \sqrt{50}}{2{,}2738} \approx 0{,}526.$$

Конкуруюча гіпотеза має вигляд $H_1\!: a \neq a_0$, тому критична область двостороння.

За таблицею критичних точок розподілу Стьюдента, за рівнем значущості а=0,05 і за числом ступенів вільності $k = 50 - 1 = 49$ знаходимо критичну точку $t_{\text{двостор}}(0{,}05; 49) = 2{,}010.$

Оскільки $|T_{\text{спост}}| < t_{\text{двостор}}$ – немає підстав відхилити нульову гіпотезу, тобто вибіркове середнє несуттєво відрізняється від гіпотетичної генеральної середньої.

Перевіримо нульову гіпотезу для вибірки Y:

За вибіркою обсягом $n = 50$, взятої із нормальної генеральної сукупності, ми знайшли вибіркове середнє $\overline{y_{\text{в}}} = 0{,}26$. Шукаємо «виправлене» середнє квадратичне:

$$S_y = \sqrt{\frac{n}{n-1} \cdot D_{\text{в}}(Y)} = \sqrt{\frac{50}{49} \cdot 2{,}173} = 1{,}49.$$

При рівні значущості $\alpha = 0{,}05$ перевіряємо нульову гіпотезу $H_0: a = a_0 = 0$ при конкуруючій гіпотезі $H_1: a \neq 0$.

Обчислимо спостережне значення критерію

$$T_{\text{спост}} = \frac{(\bar{y} - a_0) \cdot \sqrt{n}}{S} = \frac{(0{,}486 - 0) \cdot \sqrt{50}}{1{,}49} \approx -1{,}429.$$

Конкуруюча гіпотеза має вигляд $H_1: a \neq a_0$, тому критична область двостороння.

За таблицею критичних точок розподілу Стьюдента, за рівнем значущості а=0,05 і за числом ступенів вільності $k = 50 - 1 = 49$ знаходимо критичну точку $t_{\text{двостор}}(0{,}05; 49) = 2{,}010$.

Оскільки $|T_{\text{спост}}| < t_{\text{двостор}}$ – немає підстав відхилити нульову гіпотезу, тобто вибіркове середнє несуттєво відрізняється від гіпотетичної генеральної середньої.

Висновок: Існують підстави для вважання, що системи працюють без узагальнених чи систематичних помилок у процесі керування.

6. Перевірка гіпотези про рівність дисперсій генеральних сукупностей

Завдання: запропонувати просту гіпотезу про рівність дисперсій генеральних сукупностей $H_0{:}D(X)=D(Y)$ при конкуруючій гіпотезі $H_1{:}D(X)\neq D(Y)$. Прийняти рівень значущості α = 0,1. Перевірити запропоновану гіпотезу.

Спочатку необхідно знайти «виправлені» вибіркові дисперсії.

$$S_X^2 = \frac{n}{n-1}\cdot D_{\text{в}}(X) = \frac{50}{49}\cdot 5{,}067 \approx 1{,}579;$$

$$S_Y^2 = \frac{n}{n-1}\cdot D_{\text{в}}(Y) = \frac{50}{49}\cdot 2{,}173 \approx 1{,}959;$$

Далі, знайдемо емпіричне значення критерію $F_{\text{емп}}$ як відношення більшої виправленої дисперсії до меншої:

$$F_{\text{емп}} = \frac{1{,}579}{1{,}959} \approx 1{,}241.$$

За умовою, конкуруюча гіпотеза має вигляд $D(X) \neq D(Y)$, тому критична область двостороння.

За таблицею критичних точок розподілу Фішера-Снедекора, за рівнем значущості вдвічі меншим заданого ($\frac{\alpha}{2} = \frac{0{,}1}{2} = 0{,}05$) і числом ступенів вільності $k_1 = k_2 = 50 - 1 = 49$ знаходимо критичну точку:

$$F_{\text{кр}}(0{,}05; 49; 49) \approx 1{,}610.$$

Висновок: Оскільки значення обчисленого критерію Фішера $F_{\text{емп}} < F_{\text{кр}}$, це не дає достатніх підстав для відкидання нульової гіпотези про рівність генеральних дисперсій. Іншими словами, вибіркові дисперсії не виявили суттєвих відмінностей. За рівністю дисперсій можна припускати, що системи автоматичного керування мають схожі характеристики розсіювання даних. Однак, важливо враховувати, що цей висновок стосується лише аналізу виправлених вибіркових дисперсій і не дає повної впевненості у тотожності чи однаковості систем керування.

7. Представлення теоритичних моделей генеральних сукупностей

Завдання: за одержаними результатами обробки даних вибіркових сукупностей для кожної із генеральних сукупностей представити ймовірнісну теоретичну модель. Представимо теоретичні моделі генеральних сукупностей у вигляді графіків, на підставі того, що гіпотези про нормальний розподіл генеральних сукупностей не були відхилені. Отже, обидві наші генеральні сукупності мають нормальний розподіл.

Нормальний розподіл характеризується густиною ймовірності:

$$f(x) = \frac{1}{S_в^2\sqrt{2}\pi} e^{\frac{-(x-\bar{x}_в)^2}{2S_в^{2^2}}},$$

Для вибірки X:

Підставляємо значення $\overline{x} = 0{,}2708$; $S_X^2 = 1{,}579$.

Будуємо розрахункову таблицю для вибірки X:

Таблиця 9

X_i	$F(x_i)$
-11,898	0
-9,512	0,0000000012
-7,126	0,0000043
-4,74	0,00164
-2,354	0,06344
0,032	0,2499
2,418	0,1002
4,804	0,0041

Будуємо гістограму за даними таблиці:

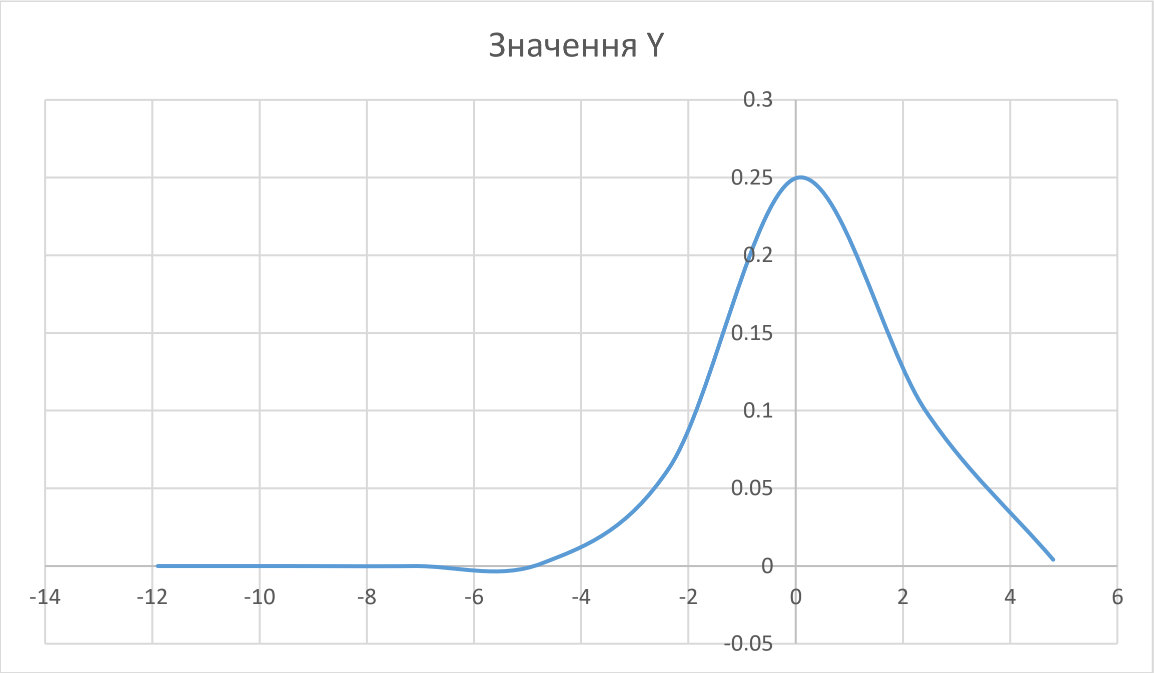

Рис 7.1 Теоретична модель вибірки X

Підставляємо значення $\overline{y} = 0{,}4858$; $S_y^2 = 1{,}959$.

Будуємо розрахункову таблицю для вибірки Y:

Таблиця 7.2

Y_i	$F(Y_i)$
-2,051	0,141
-1,194	0,1864
-0,337	0,2036
0,52	0,1836
1,377	0,1368
2,234	0,08412
3,091	0,0427
3,948	0,1396

Будуємо гістограму за даними таблиці:

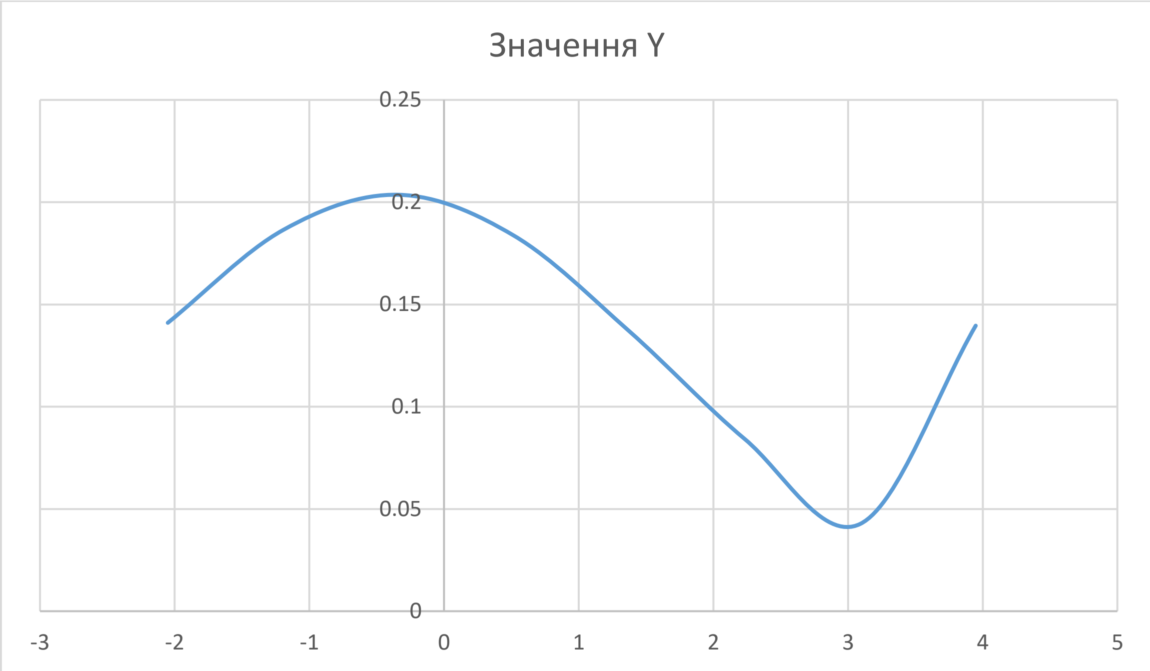

Рис. 7.2. Теоретична модель вибірки Y

Висновок: Ми побудували теоретичну модель для вибірок X та Y за обробленими даними про генеральну сукупність.

8. Висновки

Виконуючи індивідуальне завдання за темою «Статистична обробка результатів спостережень» я зробила статистичний аналіз двох вибірок X і Y однакового обсягу, які були дані для аналізу якості роботи систем із записів реєстраторів і показують відхилення вихідних параметрів від заданих значень двох ідентичних систем керування технологічними процесами.

Індивідуальне завдання виконувалося з метою оцінки роботи систем (а саме того, чи працюють вони з похибками та чи відрізняються одна від одної).

За результатами дослідження можна зробити висновок, що дані спостережень не узгоджуються з гіпотезою про нормальний розподіл генеральної сукупності.

Результати роботи показують, що вибіркові виправлені дисперсії двох вибірок не відрізняються. Рівність дисперсій свідчить про те, що системи автоматичного керування ідентичні.

В нашому випадку середнє значення відхилення повинне дорівнювати нулю, інакше буде мати місце систематична похибка керування.

Використовуючи дані досліджень, ми можемо стверджувати, що перша система керування технологічними процесами (яку представляє вибірка X) працює без відхилень, але друга (яку представляє вибірка 1) працює з похибками.

Список використаних джерел

1. Косенюк Г. В. Теорія ймовірностей, імовірнісні процеси та математична статистика: Методичні рекомендації щодо виконання розрахунково – графічної роботи – Черкаси: Видавництво ЧНУ 2005. – 79 с.

2. Сеньо П.С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Підручник. – Київ: Центр навчальної літератури, 2004. – 448 с.