

Отчёт для задания № 6 по практикуму

Тема: «Сборка многомодульных программ. Вычисление корней уравнений и определенных интегралов».

Языки программирования: Си, ассемблер NASM.

Назначение программы — вычислить площадь замкнутой фигуры, ограниченной тремя кривыми

$$\begin{aligned} f_1(x) &= 0,35x^2 - 0,95x + 2,7, \\ f_2(x) &= 3x + 1, \\ f_3(x) &= \frac{1}{x + 2}. \end{aligned}$$

Функциональные требования:

- 1. находить точки пересечения пар кривых (методом Ньютона);
- 2. разбивать фигуру на два простых под-домена;
- 3. брать определённые интегралы разности функций (адаптивная формула Симпсона);
- 4. складывать площади с требуемой точностью;
- 5. по опциям командной строки выводит вспомогательную статистику.

1. Состав проекта

Файл	Содержимое	Краткое назначение
CMakeLists.txt	правила сборки	выбирает формат объектных файлов NASM, на macOS принудительно собирает x86-64
functions.asm	f1 , f2 , f3 , df_poly2 , df_f3	реализация функций и некоторых производных на x86-64 SSE2
wrappers.c	счётчики вызовов, таблицы указателей	«прокладки» вокруг ассемблерных функций, инкрементируют глобальные счётчики

Файл	Содержимое	Краткое назначение
<code>newton.c / .h</code>	<code>root()</code>	поиск корня уравнения $f(x) = g(x)$ на $[a, b]$
<code>simpson.c / .h</code>	<code>integral()</code>	определённый интеграл адаптивной формулой Симпсона
<code>funcs.h</code>	extern-объявления	совместно для <code>main.c</code> и <code>wrappers.c</code>
<code>main.c</code>	точка входа, парсер опций	вычисляет площадь + режимы тестирования

2. Сборка

```
mkdir build && cd build
cmake ..
cmake --build .
```

На macOS принудительно включается архитектура **x86-64** (не ARM).

В 64-битном режиме Position-Independent Code для ассемблера безопасен, поэтому отключение PIE оставлено как комментарий.

3. Математические основы и алгоритмы

3.1 Метод Ньютона (`root()`)

```
double x = (a + b) / 2;      // старт из середины
F = f(x) - g(x);            // сама функция
Fp = df(x) - dg(x);         // её производная
x ← x - F/Fp                // классический шаг Ньютона
```

- Особенности реализации
 - Лимит **1000** итераций — защита от закливания.
 - Если вышли за $[a, b]$ — «откат» к средней точке левой половины.
 - Остановка, когда $|F| < \text{eps}$ **или** $|\Delta x| < \text{eps}$.

- Обнаружение нулевой производной сигнализирует ошибку.

3.2 Формула Симпсона (`integral()`)

1. Начинаем с двух отрезков ($n = 2$), шаг $h = (b - a)/2$.
2. Дважды уменьшаем h , добавляя значения функции только в **новых** серединах — тем самым сохраняем прошлые вычисления без кеша.
3. Проверяем критерий сжатия

$$|S_{\text{new}} - S| < 15\epsilon;$$

коэффициент **15** — классический для адаптивного Симпсона.

Эта итеративная версия не хранит массив значений, но каждый шаг пересчитывает сумму в точках с нечётными индексами инкрементно.

4. Ассемблерные функции (`functions.asm`)

Ключевые моменты реализации

- **64-битный SysV ABI**: аргумент `x` поступает в `xmm0`, результат возвращается в том же регистре.
- Используется только **SSE2** (инструкции `mulsd`, `addsd`, `divsd`).

f1

$$f_1(x) = 0,35x^2 - 0,95x + 2,7$$

1. `x` квадратируется $\rightarrow x^2$.
2. Умножается на `a1=0.35`.
3. `x` копируется, умножается на `b1=-0.95`.
4. Складываются обе части + константа `c1=2.7`.

f2

$$f_2(x) = 3x + 1$$

Просто `x*3 + 1`.

f3

$$f_3(x) = \frac{1}{x+2}$$

1. $x \leftarrow x+2$.
2. $1 / xmm0$.

df_poly2

Обобщённая производная квадратичной

$$\frac{d}{dx}(ax^2 + bx + c) = 2ax + b$$

При вызове коэффициенты a и b передаются в `xmm1` и `xmm2` .

df_f3

$$\left(\frac{1}{x+2}\right)' = -\frac{1}{(x+2)^2}$$

5. Обязка и учёт статистики (`wrappers.c`)

Каждая «обёртка» типа

```
static double f1_w(double x) { ++f1_calls; return f1(x); }
```

- инкрементирует глобальный счётчик,
- вызывает «настоящую» функцию из `functions.asm` .

Массивы указателей дают удобный доступ по индексу:

```
funcs = {f1_w, f2_w, f3_w};  
dfuncs = {df1_w, df2_w, df3_w};
```

Так `main.c` может перебирать функции по номеру без `switch` .

6. Поток выполнения main.c

1. Парсинг опций

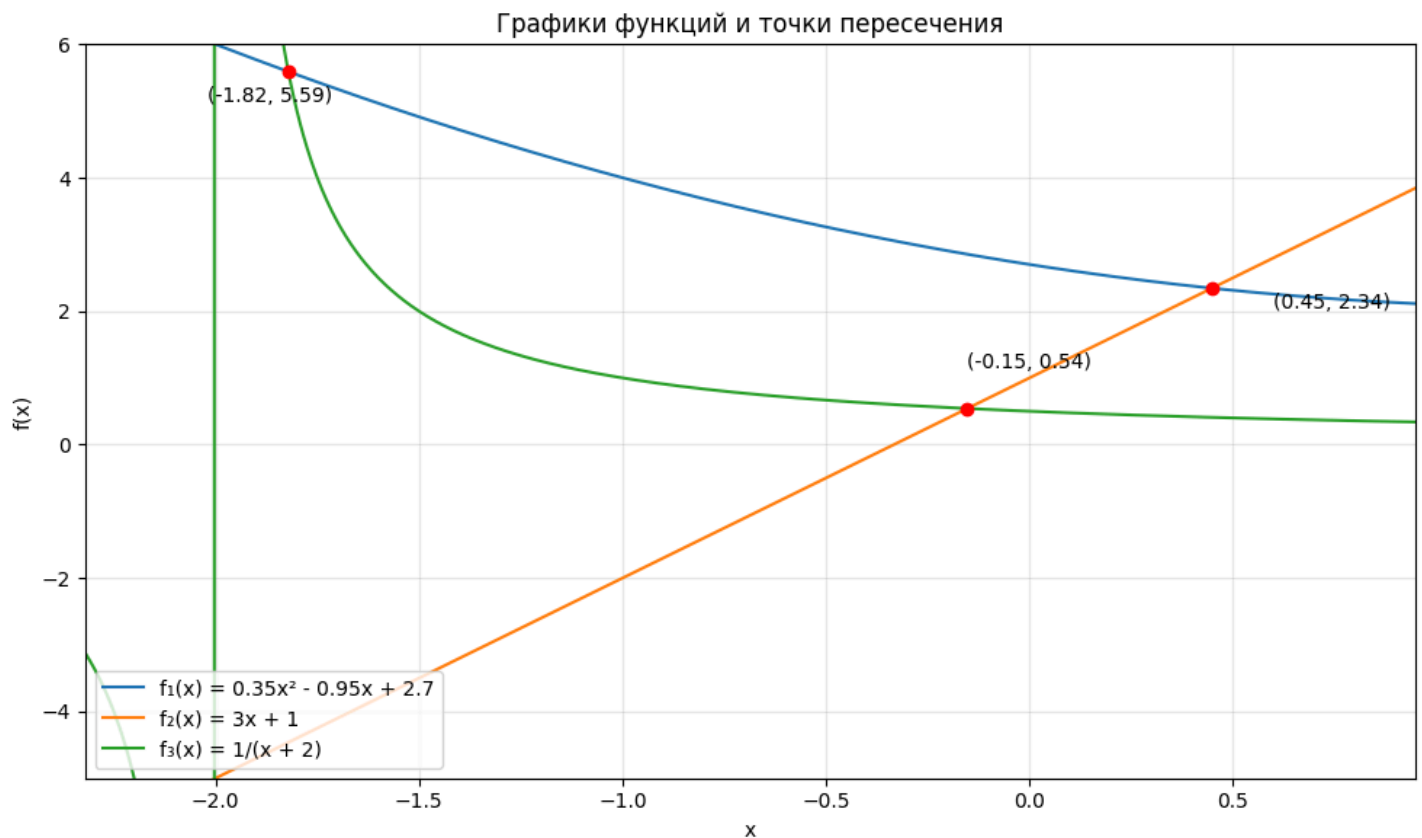
- roots — вывести найденные точки пересечения
- iters — количество итераций Ньютона
- calls — счётчики вызовов функций
- test-root f g a b eps
- test-integral f a b eps

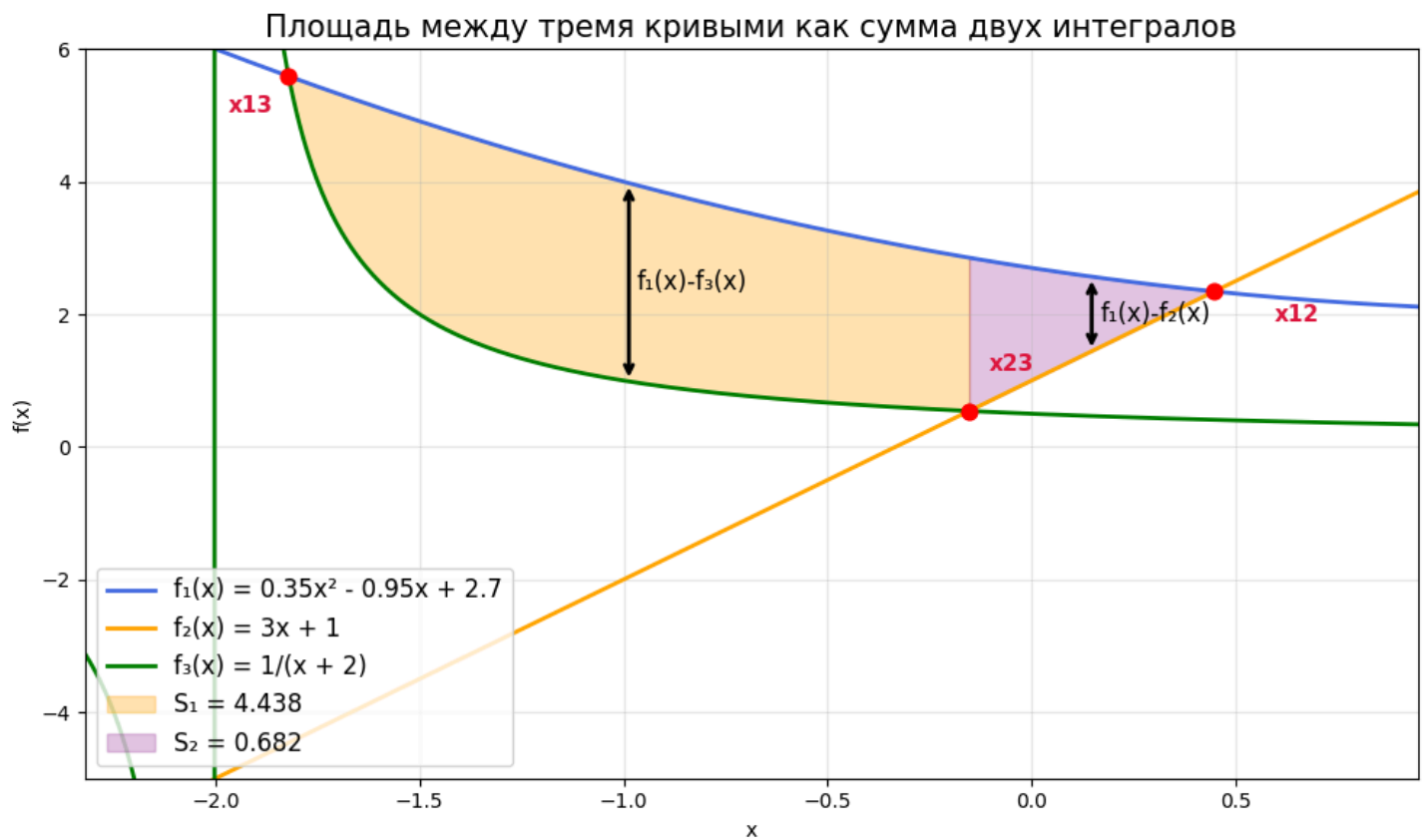
2. **Режим тестов** (-test-*) — отдельный ранний выход.

3. Боевой режим

- ищем корни попарного равенства (x_{13} , x_{23} , x_{12});
- строим две анонимные функции-разности:
 - $f_3 - f_1$ на $[x_{13}, x_{23}]$,
 - $f_2 - f_1$ на $[x_{23}, x_{12}]$;
- интегрируем каждую, складываем площади;
- выводим результат и, при необходимости, доп-статистику.

7. Графики функций





8. Примеры вызовов

Команда	Что произойдёт	Пример вывода
Базовый запуск	Вычислит только площадь	<code>./area_calc</code>
Вывести корни	+ точки пересечения	<code>./area_calc -roots</code>
Полная статистика	+ итерации + счётчики вызовов	<code>./area_calc -roots -iters -calls</code>
Тест оценки корня	Найти $f_1 = f_2$ на $[0, 1]$	<code>./area_calc -test-root 1 2 0 1 1e-6</code>
Тест интеграла	Интеграл f_3 на $[-1.5, 1]$	<code>./area_calc -test-integral 3 -1.5 1 1e-5</code>
Комбинация любых флагов	Можно последовательно:	<code>./area_calc -iters -roots</code>

9. Погрешности и параметры

Константа	Где	Значение	Назначение
EPS	main.c	1e-3	точность площади (неявно через компоненты)
EPS1	main.c	1e-5	целевая точность корней
EPS2	main.c	1e-4	точность интеграла

Критический путь: для гарантии «итог \leq EPS» выбран баланс

$EPS1 < EPS2 < EPS$. Площадь зависит как от точности корней (границы интеграла), так и от точности интегрирования.

10. Технические детали

- **Системы:** Linux или macOS (x86-64).
- **Стандарт C:** C99, оптимизация `-O2`, предупреждения `-Wall`.
- **Число файлов:** 8 исходников C + 1 NASM.
- **Безопасность PIE:** ассемблер не использует абсолютных адресов, поэтому *Position-Independent Code* разрешён по умолчанию.
- **Скрипт clean-all** — удобная цель для IDE: пересобрать «с нуля».

Заключение

Проект демонстрирует «учебный» симбиоз C и NASM:

- чистая логика и алгоритмы — на C;
- тяжёлые арифметические ядра — на SSE asm;
- сборка кросс-платформенная за счёт **CMake**.

Код хорошо иллюстрирует практику:

- передачи функций через указатели;
- оборачивания сторонних реализаций счётчиками;
- адаптивных численных методов с контролем погрешности.

При необходимости проект легко расширяется — достаточно добавить новые функции и их производные в `functions.asm` плюс обёртки.