Книга 3 Электричество и магнетизм

4 декабря 2013

46

Глава 1: Электростатика

§1 Электрический заряд. Взаимодействия зарядов. Закон Кулона

Взаимодействия
- сильное
- слабое
- гравитационное
- электромагнитное

$$\frac{F_{\text{эл.маг.}}}{F_{\text{кул}}} \approx 10^{40}$$

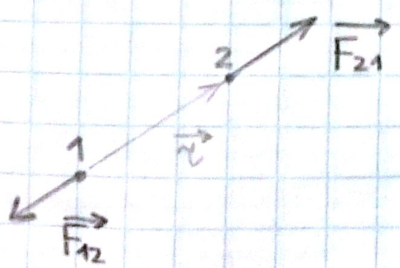
m

q - заряд любой частицы ; e - элементарный заряд

Фундаментальные св-ва электрического заряда:

1. Дуализм (эл. заряд $\exists$ в двух видах: положительном и отрицательном)
2. В изолированной системе алгебраическая сумма зарядов сохраняется $\sum\limits_{i=1}^{n} q_i = \text{Const}$ (закон сохранения заряда)
3. Эл. заряд является релятивистским инвариантом (не зависит от скорости)
4. Квантование (дискретность заряда) $\forall q : q = \pm N \cdot e$, $N \in \mathbb{N}$ (любой заряд кратен элементарному)

$\measuredangle$ силу взаимодействия двух неподвижных зарядов. По умолчанию заряды положительные.



$$\vec{F}_{12} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^3} \cdot \vec{r}$$

$$\vec{F}_{12} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \underbrace{\vec{e}_r}_{\text{орт}}$$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

47

§2 Напряженность электрического поля

ε_0 – абсолютная диэлектрическая проницаемость вакуума.

$$\varepsilon_0 = 0,885\cdot 10^{-11}\ \frac{Ф}{М}$$

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\cdot 10^{9}\ \frac{М}{Ф}$$

$\forall$ поле обнаруживается действием на пробный заряд.

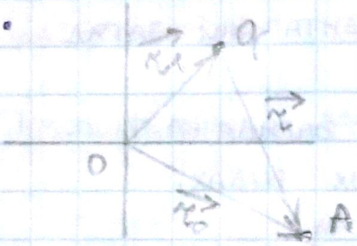
$$F = q_{пр}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}$$

$q_{пр}$ – пробный

q – полеобразующий

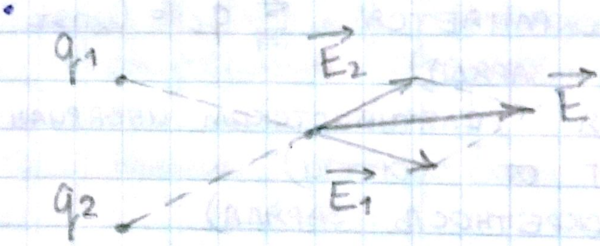
$$\vec{E} = \frac{F}{q_{пр}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\cdot\vec{e_r}$$ – напряженность

$$[E] = \frac{В}{М}$$

• 

$$\vec{r} = \vec{r_0} - \vec{r_1}$$

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^3}(\vec{r_0} - \vec{r_1})$$

• 

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$$

Принцип суперпозиции:

Напряженность поля системы дискретных точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которое создает каждый из зарядов в отдельности

$$\vec{E_{общ}} = \sum \vec{E_i}$$

Непрерывное распределение зарядов

$\vec{E} = \int d\vec{E}$

1. по окружности, стержню

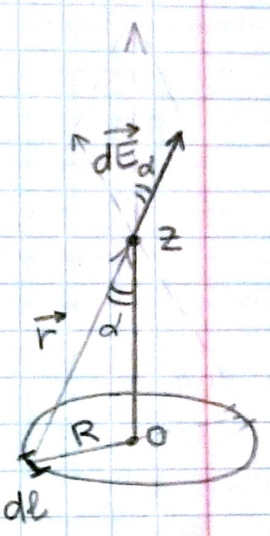
$\lambda = \frac{dq}{dl}$ линейная плотность заряда (заряд, приходящийся на единицу длины)

2. сфера, диск

$\sigma = \frac{dq}{dS}$ поверхностная плотность заряда

3. шар

$\rho = \frac{dq}{dV}$ объемная плотность заряда



Пример № 1

Дано:

Заряд распределен по кольцу

q, R, z

Найти:

$\vec{E}$ — ?

Решение

$dq = \lambda dl$. Отсюда получим $d\vec{E}$.

$\lambda = \frac{q}{2\pi R}$

$d\vec{E} = k \cdot \frac{dq}{r^2} \cdot \vec{e_r}$

Для кольца при интегрировании горизонтальная составляющая обращается в ноль.

$dE_z = dE \cdot \cos\alpha$ $\ominus$

$\cos\alpha = \frac{z}{r}$

$\ominus$ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\lambda dl}{r^2} \cdot \cos\alpha =$

$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{2\pi R} \cdot \frac{dl}{r^2} \cdot \frac{z}{r} \Rightarrow$ $\cos\alpha = \mathrm{const}$

$\Rightarrow E_z = \int dE_z = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 2\pi R \cdot r^3} \int dl =$

$= \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 2\pi R \cdot r^3} \cdot 2\pi R =$

$= \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+z^2)^{3/2}}$

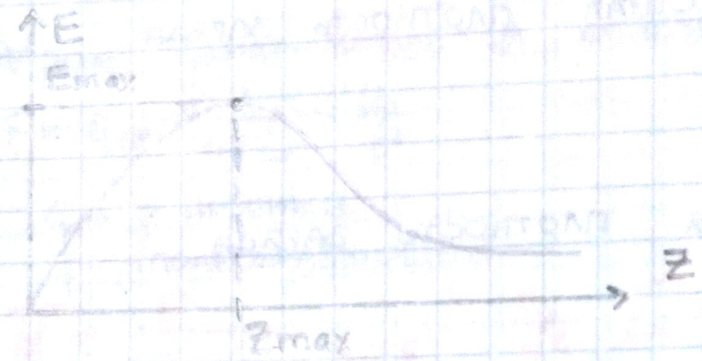
Ответ: $E_z = \frac{qz}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+z^2)^{3/2}}$

Частные случаи:

1. Центр кольца $z=0$
   $E=0$

2. $z \to \infty$
   $E \to \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 z^2}$

Изобразим график



Найдем z_{max}:

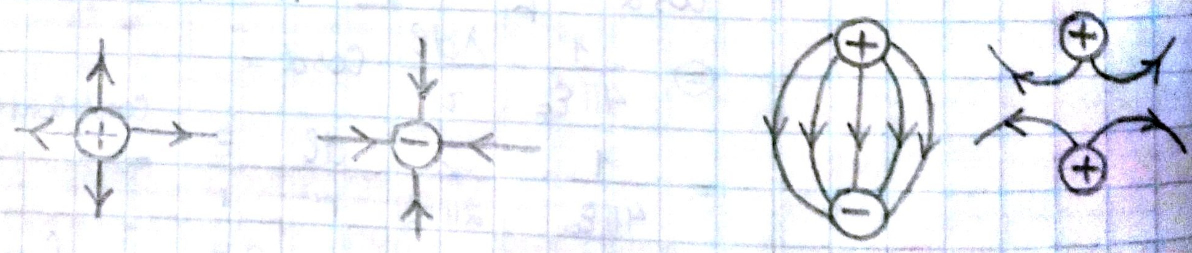
$$\frac{dE}{dz} = 0 = \frac{1\cdot(\ldots)^{3/2} - \frac{3}{2}(\ldots)^{1/2}\cdot 2z\cdot z}{\ldots} \iff$$

$$\iff (R^2+z^2)^{1/2}\cdot\left[R^2+z^2-3z^2\right]=0 \iff$$

$$\iff z_{max} = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

Силовые линии электрического поля

Касательная к СЛ указывает направление силы, действующей на пробный заряд.
А густота СЛ определяет численное значение напряженности.



Пример №2

Дано:

бесконечно заряженная нить;

λ ; B

Найти: E – ?

Решение:

$\measuredangle\, dE_x$; $E_x = \int dE_x$

$dq = \lambda dl$

$E_x = \int dE_x = \int dE \cdot \sin\alpha$

$dE = k \cdot \frac{dq}{r^2} = \frac{k\lambda dl}{r^2}$ $\Rightarrow$

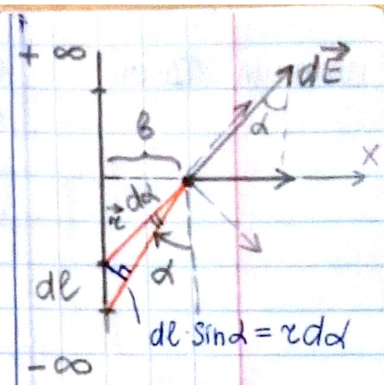
$\Rightarrow E_x = \int \frac{k\lambda dl \sin\alpha}{r^2} \ominus$

Замена: $dl \sin\alpha = r d\alpha$ (при малых углах)

$\ominus \int_0^{\pi} \frac{k\lambda \cdot r d\alpha}{r^2} = \int_0^{\pi} \frac{k\lambda}{r} \cdot d\alpha$, $r = \frac{B}{\sin\alpha}$ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow E_x = \int_0^{\pi} \frac{k\lambda}{B} \cdot \sin\alpha\, d\alpha = \frac{k\lambda}{B} \cdot (-\cos\alpha)\Big|_0^{\pi} = \frac{k\lambda}{B}(\cos\alpha)\Big|_{\pi}^{0} = \frac{k\lambda}{B} \cdot (\cos 0 - \cos\pi) = \frac{2k\lambda}{B}$$

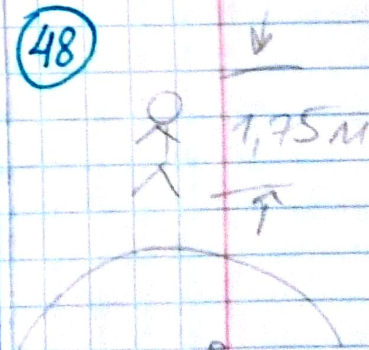
Ответ: $E = \frac{2k\lambda}{B} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 B}$



Гаусс как и Максвелл потрудился чтобы у студентов были проблемы во всех семестрах

§3 Поток вектора E
Электростатическая теорема Гаусса

48

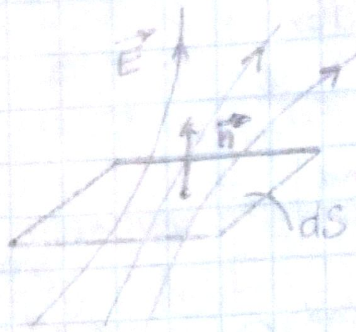


$E = 130 \frac{В}{м}$

$U = E \cdot l = 250\,В$

13-ое

Поток вектора $\vec{E}$ через данную площадь – это число силовых линий ч/з эту площадку



$d\vec{S}$

$d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot dS \cdot \cos\alpha$$

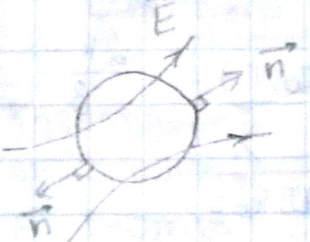
$$\Phi = \int \vec{E} d\vec{S}$$

$\Phi = \int\limits_{(S)} \vec{a}\, d\vec{S}$ – поток вектора $\vec{a}$ через площадку (S)

$\Phi = \oint\limits_{(S)} \vec{a}\, d\vec{S}$ – поток вектора $\vec{a}$ через замкнутую поверхность (S)

∢ замкнутую

На криволинейных площадках выбирать внешнюю нормаль.



Выходящий поток > 0

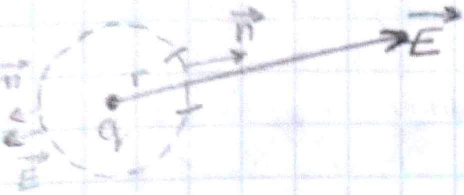
Входящий поток < 0

Теорема Гаусса

Поток вектора Е ч/з замкнутую поверхность равен заряду, находящемуся в этой поверхности, деленому на $\varepsilon\varepsilon_0$

$$\oint E \cdot dS = \frac{q_{внутр}}{\varepsilon\varepsilon_0}$$

В КАЧЕСТВЕ ПОВЕРХНОСТИ ГАУССА БЕРЕМ СФЕРУ РАДИУСА r



$$\oint E dS \cos 0 = E \cdot \oint dS = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

? ПЛОТНОСТЬ ПОТОКА ? СВ-ВА ПОЛЯ В ТОЧКЕ ?

V - ОБЪЕМ ФИГУРЫ ГАУССА

$$\lim_{V\to 0} \frac{\varphi}{V} = \lim_{V\to 0} \frac{\oint \vec a \, d\vec S}{V} = \operatorname{div} \vec a$$ ДИВЕРГЕНЦИЯ ВЕКТОРА $\vec a$ $\leftrightarrows$ (*)

/*
$$\operatorname{grad} a = \frac{\partial a_x}{\partial x} \cdot \vec i + \frac{\partial a_y}{\partial y} \cdot \vec j + \frac{\partial a_z}{\partial z} \cdot \vec k$$

$$\operatorname{div} \vec a = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

(5)
$$\operatorname{grad} \vec a = \nabla a$$
$$\operatorname{div} \vec a = \nabla \vec a$$

$$\operatorname{div} \vec r = 3 = \frac{\partial x}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z}$$
$$\vec r = x\vec i + y\vec j + k\vec z$$
*/

$$\lim_{V\to 0} \frac{\varphi}{V} = \lim_{V\to 0} \frac{\oint \vec E d\vec S}{V} = \operatorname{div} \vec E$$

$$\frac{dq}{dV} = \rho$$ ОБЪЕМНАЯ ПЛОТНОСТЬ ЗАРЯДА $$\Rightarrow dq = \rho dV \Rightarrow q = \int \rho dV$$

$$(*) \rightarrow \oint \vec a d\vec S = \int \operatorname{div} \vec a \, dV$$

Остроградский - Гаусс:

Поток вектора $\vec a$ ч/з замкнутую поверхность равен интегралу от дивергенции вектора $\vec a$ по объему, ограниченному данной поверхностью.

$$\oint \vec E d\vec S = \int_{(V)} \operatorname{div} \vec E dV = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \rho dV \Rightarrow$$

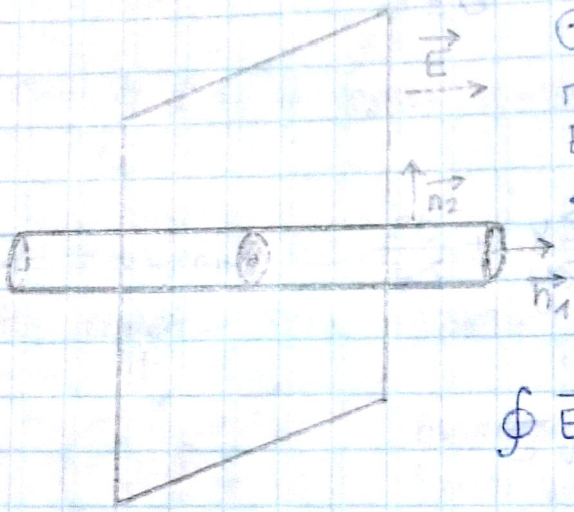
$$\Rightarrow \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

1. $\rho > 0$
   истоки
2. $\rho < 0$ сюда приходят силовые ~~си~~линии
   стоки электрических зарядов
3. $\rho = 0$

49

Применение теоремы Гаусса для расчета электростатических полей

1. Бесконечная заряженная плоскость



$\sigma = \frac{dq}{dS}$ – поверхностная плотность заряда

$E(r)$ – ?

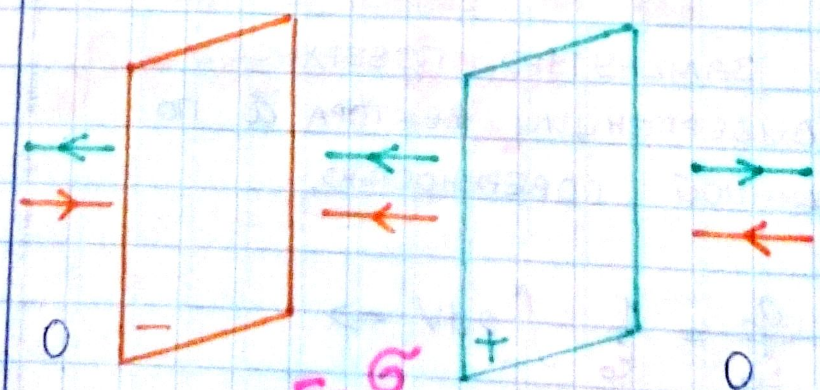
∡ цилиндр

$$\oint \vec{E}d\vec{S} = \int\limits_{дно} \vec{E}d\vec{S} + \cancel{\int\limits_{бок} \vec{E}d\vec{S}}^{\,0} =$$

$$= E \cdot \int d\vec{S} = E \cdot 2S = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

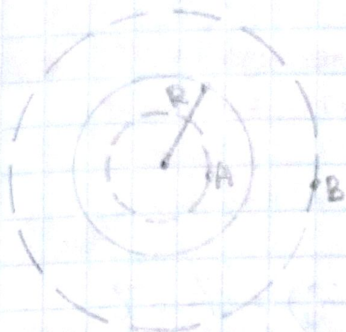
$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$ /*не зависит от расстояния*/

2. Система двух плоскостей



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

3. Заряженная сфера



Дано: q, R

1) A (внутр. сфера) $\vec{E} = 0$

2) B (внешн. сфера)

• $\oint \vec{E}\, d\vec{S} = \dfrac{q_{внутр}}{\varepsilon_0}$

• $E\, 4\pi r^2 = 0 \Rightarrow E_A = 0$

• $E\, 4\pi r^2 = \dfrac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_B = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q}{r^2}$

4. Заряженный шар

$q = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$

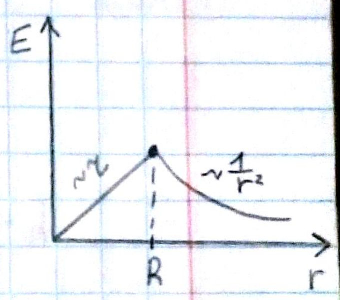
Дано: q, R

1) внутри: $\oint \vec{E}\, d\vec{S} = 4\pi r^2 \cdot E = \dfrac{q'}{\varepsilon_0}$ (=)

q' - заряд внутри. Найдем его:

$$\left.\begin{aligned} q &- \tfrac{4}{3}\pi R^3 \\ q' &- \tfrac{4}{3}\pi r^3 \end{aligned}\right| \Rightarrow q' = q \cdot \frac{r^3}{R^3}$$

(=) $\dfrac{1}{\varepsilon_0}\, q \cdot \dfrac{r^3}{R^3} \Rightarrow E_{внутр} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{R^3} \cdot r$



2) вне $E\, 4\pi r^2 = \dfrac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_{вне} = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{r^2}$

Сравним $E_{внутр}$ и $E_{внеш}$ при $r = R$:

$E_{внутр}(R) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{R^2}$

$E_{внеш}(R) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{R^2}$

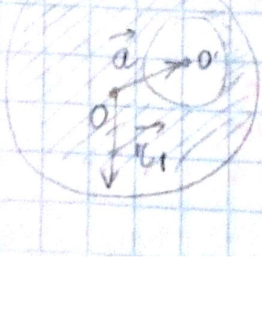
Запишем ч/з ρ:

$E_{внутр} = \dfrac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{1}{R^3} \cdot r = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0}$

Верно и $\vec{E}_{внутр} = \dfrac{\rho \vec{r}}{3\varepsilon_0}$

$\vec{E}_{12} \uparrow\uparrow \vec{a}$

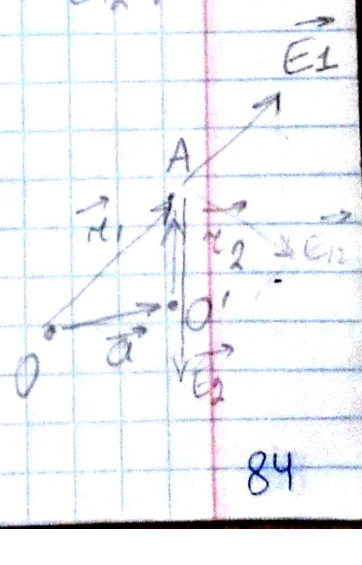
5. Шар без кусочка



Найти E в произв. точки полости.

Дано: ρ, $\vec{a}$

Найти: $\vec{E}_A$ – ?

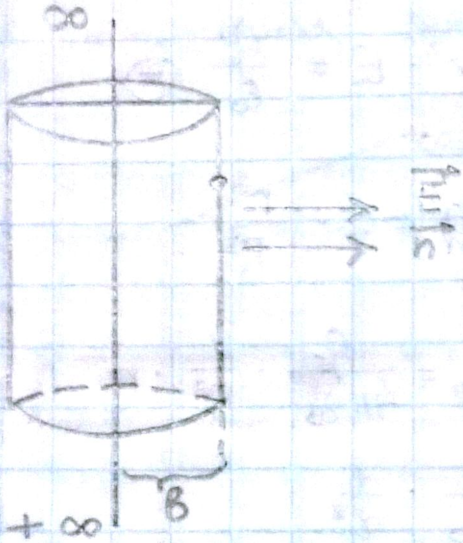


$$\vec{E}_{12} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \qquad \left[\rho_- = -\rho_+\right] \Rightarrow \quad E_{12} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\vec{a}$$

$$E_1 = \frac{\rho_+}{3\varepsilon_0} \cdot \vec{r}_1$$

$$E_2 = \frac{\rho_-}{3\varepsilon_0} \cdot \vec{r}_2$$

5. БЕСКОНЕЧНАЯ НИТЬ



ДАНО: λ, B

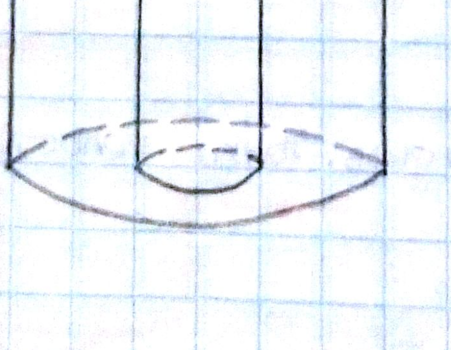
ФИГУРА ГАУССА:
ЦИЛИНДР РАДИУСА $\underline{B}$

$$\oint \vec{E}d\vec{S} = \underbrace{\int_{\text{ДНО}} \vec{E}d\vec{S}}_{0} + \int_{\text{БОК}} \vec{E}d\vec{S} =$$

$$= E \cdot \underbrace{2\pi B \cdot h}_{S_{\text{БОК}}} = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{B}$$

$\cancel{\text{5}}$. ЦИЛИНДР В ЦИЛИНДРЕ



АНАЛОГ
КОНДЕНСАТОРА

Теорема о циркуляции вектора $\vec{E}$

Опр. Мера движения (циркуляции) – это скалярное произв-ие скорости движения на элементарный путь.

$\vec{v} \cdot d\vec{l}$

Мера движения жидкости по трубе длиной l: $\int\limits_{(L)} \vec{v}\, d\vec{l}$

$C = \oint\limits_{(\Gamma)} \vec{v}\, d\vec{l}$ циркуляция (по контуру интеграл)

НЕ ПУТАТЬ! интеграл по поверхности: $\oint\limits_{(S)}$ (поток вектора)

Опр. Векторное поле наз-ся потенциальным (безвихревым), если циркуляция этого вектора по любому контуру $=0$.

/* для консервативных сил циркуляция вектора силы $=0$

$\oint F dl = 0$ */

$\measuredangle$ Кулоновскую силу

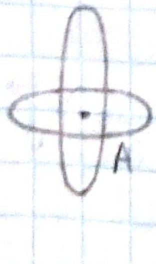
$\vec{F} = q\,\vec{E}$

$\oint \vec{E}\, d\vec{l} = 0$

Циркуляция вектора электростатического поля по $\forall$ замкнутому контуру $=0$

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$

? локальные св-ва E ?

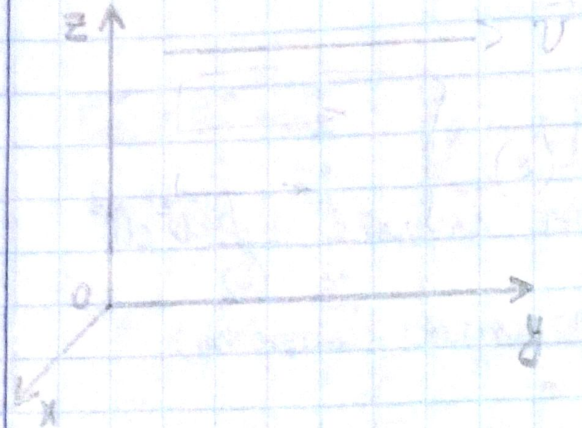


1. находим контур вокруг точки A, циркуляция по ему максимальна
2. ставим нормаль $\vec{n_0}$

$$\lim_{S \to 0} \frac{\left(\oint \vec{E} \cdot d\vec{l}\right)_{max}}{S} = \operatorname{rot} \vec{E}$$

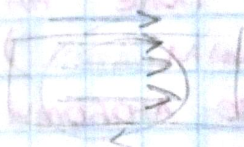
rot $\vec{E}$ - это векторная величина, направление кой определяется нормальную к контуру с max циркуляцией

Пример: река



1) XOZ $C_1 = 0$

трубы ⊥ течению

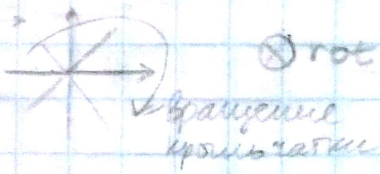


2) XOY $C_2 = 0$

Вектора = Const

3) YOZ $C_3 \neq 0$ ($F_{циркул} \neq 0$)

"Оленем" на ось спицы



Стокс: $\oint \vec{a}\, d\vec{l} = \int\limits_{(S)} \text{rot}\, \vec{a}\, d\vec{S}$

(Циркуляция вектора $\vec{a}$ по замкнутому контуру равна

$\oint \vec{E} d\vec{l} \to \text{rot}\, \vec{E} = 0$ (теорема о циркуляции)

$\text{rot}\, \vec{a} = \nabla \times \vec{a} =$ - это

есть определитель по второй строке

$$= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} \cdot \frac{\partial a_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} \cdot \frac{\partial a_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} \cdot \frac{\partial a_x}{\partial y}\right)\vec{k}$$

Потенциал. Связь напряженности и потенциала. Электростатического поля. Уравнение Пуассона.

Опр. Потенциал - это убыль вектора напряженности при перемещении из точки 1 в точку 2.

$$\int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$$

$$-d\varphi = \vec{E}\, d\vec{r}$$

$$-d\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\, dr \Rightarrow \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r}$$

$$/*\ \varphi - \underbrace{\varphi(\infty)}_{=0}\ */$$

из данной точки r на ∞

Принцип суперпозиции $\varphi = \sum \varphi_i$

$$\varphi = \int d\varphi$$

...

$\vec{F} = -\operatorname{grad} U$ /* U - пот. энергия */

$U = q\cdot\varphi$

$\vec{F} = q\vec{E}$

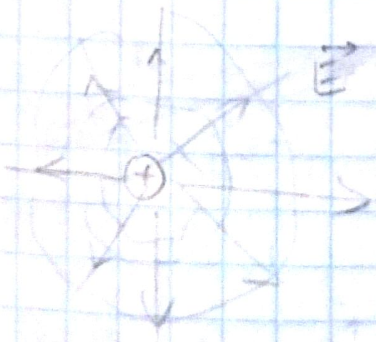
$\Rightarrow$

$$\Rightarrow q\vec{E} = -\operatorname{grad}(q\varphi) \Rightarrow \vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi$$

Напряженность поля = антиградиент потенциала

Порисуем (+ эквипотенциальные поверхности)

ЭПП - поверхности равного потенциа



Для $\forall$ заряда силовые линии и ЭПП взаимноперп-ны

(1) $\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$

(2) $\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi$

$\Rightarrow \operatorname{div}(\operatorname{grad}\varphi) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$

$\nabla\nabla$ $\Rightarrow$

$\vec{a}\cdot\vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

$$\Rightarrow \nabla\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\cdot\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}\cdot\frac{\partial}{\partial z} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial z^2} = \Delta$$ – ЛАПЛАСИАН

$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИКИ (УРАВНЕНИЕ ПУАССОНА)

ЧАСТНЫЙ СЛУЧАЙ:

$\rho = 0 \Rightarrow \Delta\varphi = 0$ /* УР-ИЕ ЛАПЛАССА */

II СЕМЕСТР

III Электричество и магнетизм

Глава 1 Электростатика

Повторение:

$$\vec{F} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{r^2}\cdot\vec{e_r}$$

$$\begin{cases} E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q}{r^2} \\ \varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q}{r} \end{cases}$$

$\rightarrow$ принцип суперпозиции $\rightarrow$ $\vec{E} = \sum \vec{E_i}$, $\vec{E} = \int d\vec{E}$

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi \qquad \left(-\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)$$

$$-d\varphi = \vec{E}\,d\vec{r}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int \vec{E}\,d\vec{r}$$

$$\oint \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{q_{внутр}}{\varepsilon_0} \qquad \operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

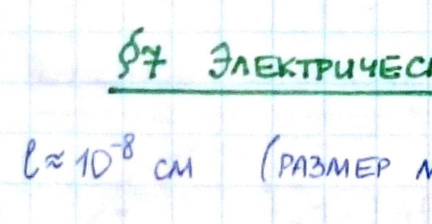
§7 Электрический диполь

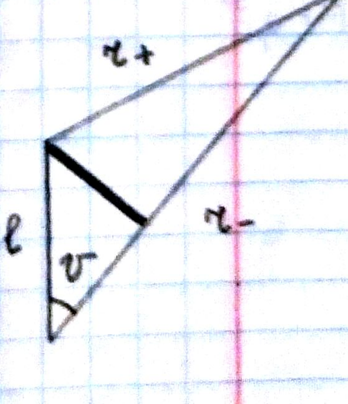
$l \approx 10^{-8}$ см (размер молекул)

∡ систему двух точечных зарядов $+\,\bullet$ $-\,\bullet$

$l \ll r$

Опр. Эл. диполь – система из двух равных по величине разноименных точечных зарядов, расстояние м/д которыми значительно меньше расстояния до тех точек, в которых определяется поле системы





$$\varphi = \varphi_+ + \varphi_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_+} - \frac{q}{r_-}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-}\right) =$$

$$= \frac{ql\cos\vartheta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

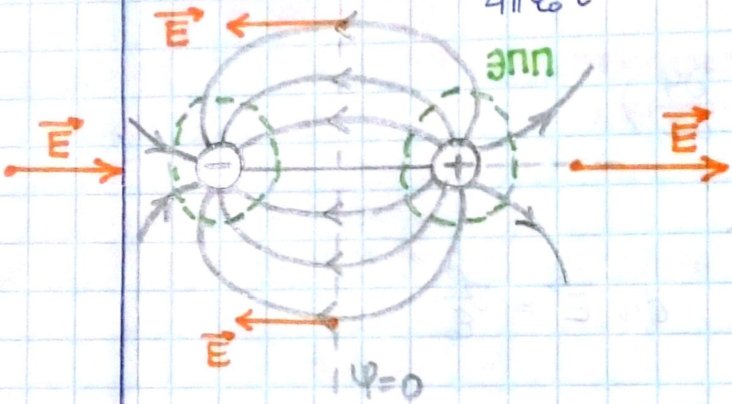
$\vec{p} = q\cdot\vec{l}$ ДИПОЛЬНЫЙ МОМЕНТ

$\vec{E} = -\,\mathrm{grad}\,\varphi$

$$E_r = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2ql\cos\vartheta}{r^3}$$

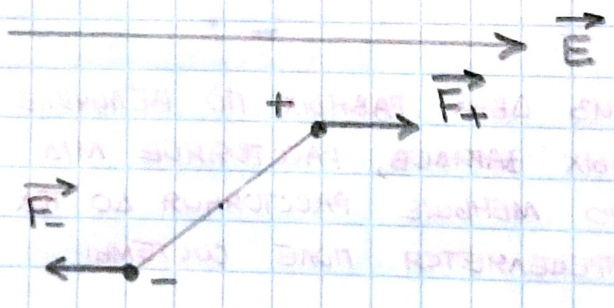
ИЗ МАТЕМАТИКИ ⟶ $$E_\vartheta = -\frac{\partial\varphi}{r\cdot\partial\vartheta} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{ql\sin\vartheta}{r^3}$$

$$E = \sqrt{E_\vartheta^2 + E_r^2} = \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\cdot\sqrt{4\cos^2\vartheta + \sin^2\vartheta} = \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\cdot\sqrt{1+3\cos^2\vartheta}$$



$\vartheta = 0$ $\quad \vec{E} \uparrow\uparrow \vec{p}$
$\vartheta = \frac{\pi}{2}$ $\quad \vec{E} \uparrow\downarrow \vec{p}$

ПОВЕДЕНИЕ ДИПОЛЯ ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТР. ПОЛЕ



$\vec{M} = \vec{r}\times\vec{F}$
$\vec{M} = \vec{p}\times\vec{E}$

(− +)

$\vec{M} = \vec{r}\times\vec{F}$
$\vec{F} = q\vec{E}$

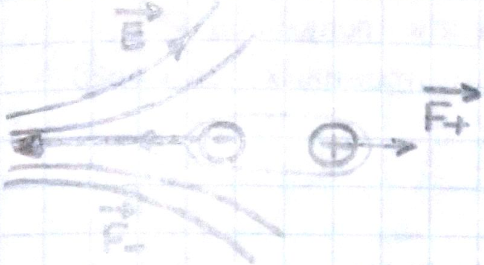
Принцип пары сил: $\sum\vec{F} = 0$
(Ц.М. НЕ ДВИЖЕТСЯ, ДИПОЛЬ ПОВОРАЧИВАЕТСЯ) по час стрел. И УСТАНАВ. ПО ПОЛЮ

$W = -\vec{p}\cdot\vec{E}$

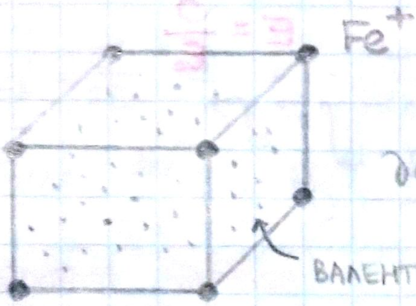
$\vartheta = 0$ ПО ПОЛЮ (УСТОЙЧИВОЕ)
$\vartheta = \pi$ НЕУСТОЙЧИВОЕ РАВНОВЕСИЕ (+ −)

∢ ПЕРЕМЕННОЕ ПОЛЕ

В НЕОДНОРОДНОМ ПОЛЕ ДИПОЛЬ ВТЯГИВАЕТСЯ В ОБЛАСТЬ СИЛЬНЫХ ПОЛЕЙ



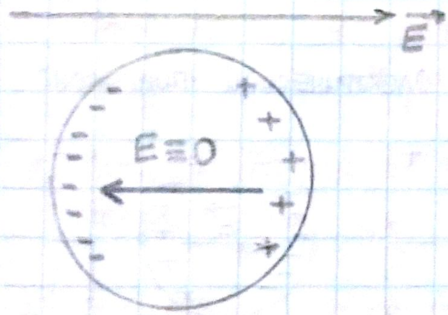
§8 Проводник в электростатическом поле. Теорема Фарадея



P.S. Внешнее поле действует только на подвижные заряды (e^-)

Когда в-во помещаем в эл. поле, происходит разделение зарядов. => Появляется ЭСД - эл.-статич. индукция

Рассмотрим металлический шар



Напряженность электрического поля внутри сферы и шара $\equiv 0$

$$E = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0$$

$$\varphi = Const$$

Эквипотенциальная поверхность

Посадим на шар положительный заряд

$$\varphi = \int_R^{\infty} E\,dr$$

Чем больше заряд, тем больше потенциал.

Электростатическая индукция

Опр. ЭСИ - появление нескомпенсированных зарядов различных знаков

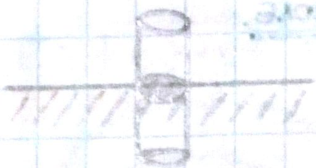
Появление проводника сводится к появлению еще одному полю (полю индуцированных зарядов)

$$\vec{E}_{общ} = \vec{E}_{внеш} + \vec{E}_{индуц}$$

Напряженность у поверхности металла, если известна поверхностная пл-ть заряда? (σ)

(пл-ть → плотность)

верхнее дно только

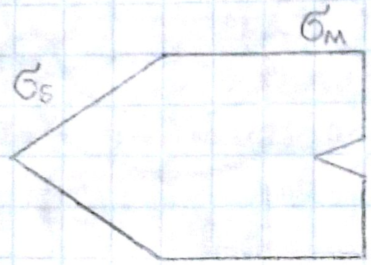


$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow ES = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

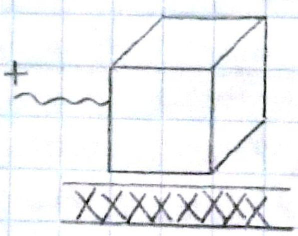
$$\int \vec{E} d\vec{S}_{бок} = 0$$



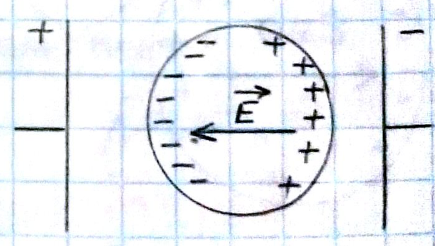
$\sigma_Б > \sigma_М$

Опыты:

1. Колесо Франклина
2. Клетка Фарадея

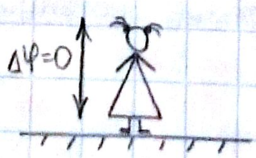


3. Электрический пинг понг



Шар натерли грифелем и поместили в конденсатор

4. Отклонение струи H_2O
5. Дым рассеивается



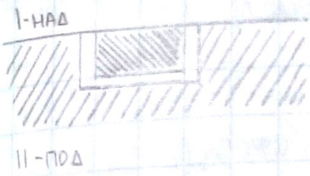
$E = 120 \frac{В}{м}$ (средняя напряженность)

$U = Eh = 200В$, где h - рост

Человек - ЭПП, т.е. $E_{внутр} = 0$

Какие силы действуют на единицу заряженного тела?

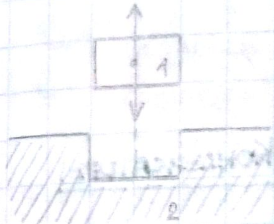
Пондемоторные силы.



Тело 1 - площадка

Тело 2 - все, что осталось

$$\begin{cases} \vec{E}' = \vec{E}_1' + \vec{E}_2' = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} \\ \vec{E}'' = \vec{E}_1'' + \vec{E}_2'' = 0 \end{cases}$$



$$F = qE_2'$$

$$\begin{cases} \vec{E}_1' + \vec{E}_2' = \vec{E}' & |\vec{E}'| = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} \\ \vec{E}_1'' + \vec{E}_2'' = \vec{E}'' & |\vec{E}''| = 0 \end{cases}$$

$$E_2'' = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \Rightarrow E_2' = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Тогда $F = qE_2' = \sigma \cdot \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$; $F_{уд} = \dfrac{dF}{dS} = \dfrac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$

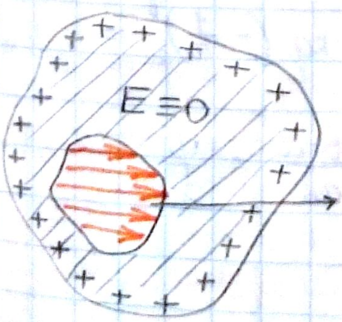
Теорема Фарадея:

1. Внешние заряды, в частности заряды на наружной поверхности, не создают в полости никакого электрического заряда

2. Заряды в полости не создают никакого электрич. поля вне проводника

3. Замкнутая проводящая оболочка разделяет все пространство на внутр-юю и внешнюю части, не зависящие друг от друга

1)



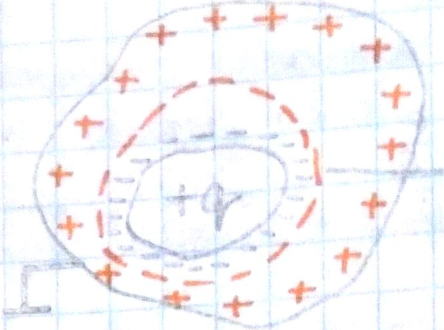
предположение наличия СЛ

$\oint \vec{E} d\vec{l} \neq 0$ но по теореме о циркуляции $= 0$!

Напряженность E металла всегда = 0 + Внутри полости тоже

2) Клетка Фарадея 

В полость помещаем $q+$



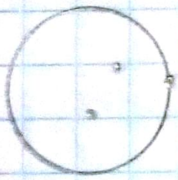
поверхность Гаусса (сфера)

$$\oint \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{q_{внутр}}{\varepsilon_0}$$

$q_{внутр} = 0$

Электрическая емкость проводников. Конденсаторы

$C = \frac{q}{\varphi}$ Емкость уединенного проводника

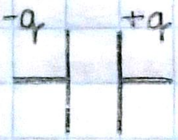


Шар

$$\varphi = \int_R^{\infty} \vec{E}\, d\vec{r} = \int_R^{\infty} \frac{kq}{r^2} dr = kq\left(-\frac{1}{r}\right)_R^{\infty} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q}{C}$$

$C = 4\pi\varepsilon_0 R$

1 фарад (1Ф)

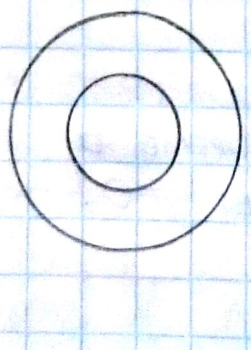


Плоский конденсатор

S, d $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma S}{Ed} = \frac{\sigma S}{\sigma d}\cdot \varepsilon_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

* сферу в сфере



$a; b$

$$U = \int_a^b E\, dr = \int_a^b \frac{kq}{r^2} dr = kq\left(-\frac{1}{r}\right)_a^b =$$

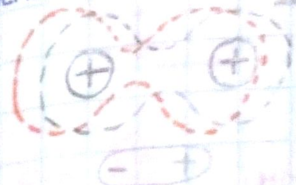
$$= kq\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{b-a}{ab} = \frac{q}{C}$$

$C = 4\pi\varepsilon_0 \cdot \frac{ab}{b-a}$

§10 Поляризация диэлектриков. Вектор поляризации

Диэлектрики:

1) неполярная молекула $\vec{E}$



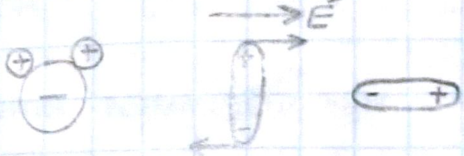
При воздействии внешнего поля образуется диполь.

$\vec{p} \sim \vec{E}$ „упругий" диполь

"+" остались
"−" сдвинулись

Электронная (дисперсионная) поляризация

2) полярная молекула (H_2O) $\vec{E}$



Ориентационная поляризация

3) ионный кристалл ($NaCl$ – очень слабая)

$$\vec{P} = \sum_{\Delta V} \vec{p_i}$$

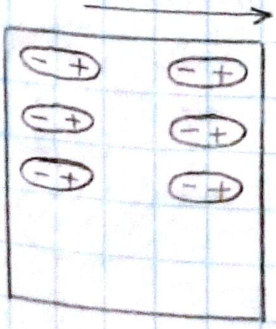
Опр. Вектор поляризации – это дипольный момент за единицу объема

$$\vec{P} = \varkappa \varepsilon_0 \vec{E}$$

$\varkappa$ – диэлектрическая восприимчивость

Вспомним: $\vec{E_{общ}} = \vec{E_0} + \vec{E_{инд}} = 0$ в металле

В диэлектрике: $\vec{E}$



- "связанные" заряды – в молекуле (q', σ', ρ', λ')
- "сторонние" заряды (q, σ, ρ, λ)

E' – поле индуцир. связанных зарядов

$\vec{E_{общ}} = \vec{E_0} + \vec{E'} \neq 0$

§11 Теорема Гаусса для диэлектриков. Вектор $\vec{D}$.

для диэлектриков
$\oint \vec{E}d\vec{S} = \frac{q+q_1}{\varepsilon_0} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \oint \varepsilon_0 \vec{E}dS - q' = q$
$\oint \vec{P}d\vec{S} = -q'$
$\Rightarrow \oint (\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P})d\vec{S} = q$

$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$

$$\oint \vec{E}d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad (1)$$

$$\oint \vec{P}d\vec{S} = -q' \qquad (2)$$

Поток вектора поляризации ч/з замкнутую поверхность равен связанному заряду с обратным знаком

$$\operatorname{div}\vec{P} = -\rho'$$

Диэлектрик:
$\operatorname{div}\vec{E} = f(\rho;\rho')$

$\oint \vec{E}dS = f(q;q')$

Из (1) и (2): $\oint \underbrace{(\varepsilon_0\vec{E} + \vec{P})}_{\vec{D}}d\vec{S} = q$ – полный

индукция...

$\vec{D} = \underbrace{\varepsilon_0\vec{E}}_{\text{внешнее поле}} + \underbrace{\vec{P}}_{\text{хар-ка материала}}$ (*) вектор электрического смещения

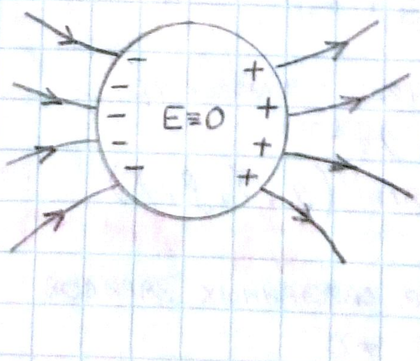
$P = \varkappa E\varepsilon_0$

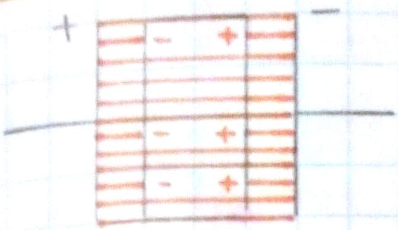
(*) $\Rightarrow D = \varepsilon_0 E - \varkappa\varepsilon_0 E = \underbrace{(1-\varkappa)}_{\varepsilon}\varepsilon_0 E$

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E}$$

ε_0 – абсолютная диэлектрическая проницаемость вещества.

Физический смысл ε.
∡ металл





ДИЭЛЕКТРИК РАЗРЫВАЕТ ЧАСТЬ ЛИНИЙ

$\varepsilon = \dfrac{E_0}{E}$ $\qquad C = \dfrac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}$

ε ПОКАЗЫВАЕТ ВО СКОЛЬКО РАЗ УМЕНЬШАЕТСЯ ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКЕ

$E = \dfrac{E_0}{\varepsilon}$

$U = \dfrac{U_0}{\varepsilon}$

$C = \dfrac{q}{U} = \varepsilon \cdot \dfrac{q}{U_0} = \varepsilon C_0$

ЕМКОСТЬ ↑ В ε РАЗ (КОНДЕНСАТОР С ДЭ)

§12 Энергия электрического поля

$F_{кул} = \dfrac{kq_1q_2}{r^2}$

Энергия взаимодействия $W_{12} = \dfrac{kq_1q_2}{r_{12}} = \dfrac{1}{2}\left(W_{12} + W_{21}\right) =$

$= \dfrac{1}{2}\left(q_1\varphi_2 + q_2\varphi_1\right)$

$W = \dfrac{1}{2}\sum\limits_i q_i\varphi_i$ $\qquad W = \dfrac{1}{2}\sum\limits_i q_i\varphi_i$

φ_i – потенциал, кот создается в точке, где q_i, всеми зарядами, кроме i-ого.

Рассмотрим уединенный проводник:

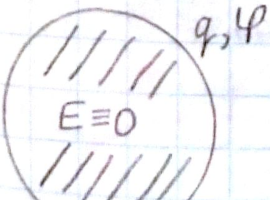
$W = \dfrac{1}{2}\sum\limits_{i=1} q_i\varphi = \dfrac{\varphi}{2}\sum\limits_i q_i = \dfrac{q\varphi}{2}$

$W = \dfrac{q\varphi}{2}$

Рассмотрим конденсатор: (энергия зарядов)

$W = \dfrac{qU}{2} = \dfrac{CU^2}{2} = \dfrac{q^2}{2C}$

Д металлический шар



$W = \dfrac{q\varphi}{2} = \dfrac{q^2}{2C} = \dfrac{q^2}{2\pi\varepsilon_0 R}$

НАЙДЕМ ЭНЕРГИЮ ПОЛЯ

$W = \frac{cu^2}{2}$

$U = Ed$

$\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \cdot \frac{1}{2} (Ed)^2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V$

$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$ ОБЪЕМНАЯ ПЛОТНОСТЬ ЭНЕРГИИ ПОЛЯ

ОБЩИЙ СЛУЧАЙ: $W = \int \omega dV$

НАЙДЕМ ЭНЕРГИЮ ПОЛЯ ВНЕ ЗАРЯЖЕННОГО ШАРА:

∃ ТАМ НЕТ ДИЭЛЕКТРИКА (Т.Е. НЕТ ε)

$W = \int_R^\infty \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} dV = \int_R^\infty \frac{\varepsilon_0}{2} \left(\frac{kq}{r^2}\right)^2 \cdot 4\pi r^2 dr =$

$= \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \frac{1}{16\pi^2 \varepsilon_0} \cdot \frac{q^2 4\pi}{1} \cdot \underbrace{\int_R^\infty \frac{dr}{r^2}}_{= \frac{1}{R}} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$dV = 4\pi r^2 dr$

ПОЛЕВАЯ КОНЦЕПЦИЯ...

ЭНЕРГИЯ ЗАРЯДОВ И ЭНЕРГИЯ ПОЛЯ ТУТ СОВПАДАЮТ!

РАСПИШЕМ Ч/З $\vec{D}$:

$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$

$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2}$

$\omega = \frac{\vec{E} \cdot \vec{D}}{2}$

ГЛАВА 2 ПОСТОЯННЫЙ ТОК.

§13 СИЛА ТОКА. УРАВНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ

ОПР. ЭЛ. ТОК – ПЕРЕНОС ЗАРЯДА В СРЕДЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

ТОК В ГАЗЕ – ЭЛ. РАЗРЯД; ТОК В ЖИДКОСТИ – ЭЛЕКТРОЛИЗ

$I = \frac{dQ}{dt}$ (ЗАРЯД В ЕДИНИЦУ ВРЕМЕНИ) СКАЛЯР

[Q] = КУЛОН (Кл)

[I] = АМПЕР (А)

$$|j| = \frac{dI}{dS_\perp}$$

ТОК ПРОТЕКАЮЩИЙ Ч/З ЕДИНИЧНУЮ ПЛОЩАДКУ ⊥УЮ НАПРАВЛЕНИЮ ТОКА

ПЛОТНОСТЬ ТОКА

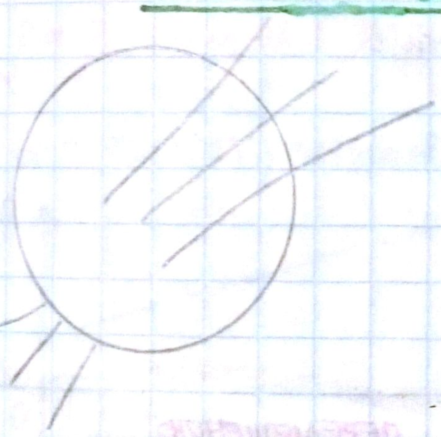
$$\vec{j} = e \cdot n \cdot \vec{u} \qquad [j] = \frac{A}{M^2}$$

$\vec{u}$ ДРЕЙФОВАЯ СКОРОСТЬ; НАПРАВЛЕННАЯ СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

$$u \sim 10^{-3} \frac{M}{C}$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8}{\pi} \cdot \frac{kT}{m}} \sim 10^{+5} \frac{M}{C}$$

УРАВНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОСТИ



$$\oint \vec{j} d\vec{S} = -\frac{dQ_{внутр}}{dt}$$

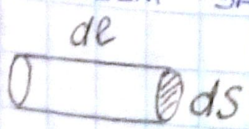
§14 ЗАКОН ОМА. ЭДС ИСТОЧНИКА ТОКА

$I = \frac{U}{R}$ ЗАКОН ОМА (ДЛЯ ОДНОРОДНОГО ПРОВОДНИКА) U-РАЗ

$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$ ρ - УДЕЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В-ВА

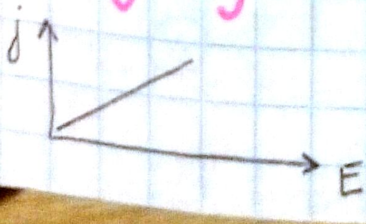
$[\rho] = Ом \cdot м$

ВЫВЕДЕМ ЗАКОН ОМА В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ФОРМЕ



$$dI = j\,dS = \frac{dU}{R} = \frac{dU}{\rho \cdot \frac{dl}{dS}} = \overset{E}{\frac{dU}{dl}} \cdot \frac{1}{\rho} dS \Rightarrow$$

$\Rightarrow \vec{j} = \frac{1}{\rho} \cdot \vec{E}$ ЗАКОН ОМА В ДИФ. ФОРМЕ



ЛИНЕЙНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ

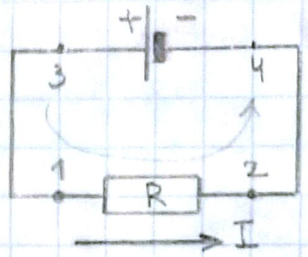
$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$ удельная электропроводимость

$$[\sigma] = \frac{1}{Ом \cdot м} = \frac{См}{м}$$

См (Siemens) (Симменс)

ЭДС

За направление движения эл. тока принимается направление движения положительных частиц



$$I_{12} = \frac{U_{12}}{R}$$

Сторонние силы (хим. и другие) переносят "+" заряды

$\mathcal{E}_e$ − ЭДС источника тока

$$\mathcal{E}_e = \frac{A}{q}$$

Опр. ЭДС − работа сторонних сил по перемещению единичного "+" заряда от обкладки "−" к обкладке "+"

E^* напряженность поля стор. сил

$$\vec{F}_{стор} = \vec{E}^* \cdot q$$

$$\mathcal{E}_e = \int \vec{E}^* d\vec{l}$$

$\vec{E} = -grad\,\varphi \Rightarrow$
$\varphi_1 - \varphi_2 = \int \vec{E} d\vec{l}$

$$A_{полн} = A_{эл.сил} + A_{стор.сил} = \left(\int \vec{E} d\vec{l} + \int \vec{E}^* d\vec{l}\right) q =$$

$$= \left[(\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{e12}\right] \cdot q = q U_{12}$$

U_{12} падение напряжения на участке $1 \to 2$.

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{e12}$$

Опр. Участок наз-ся однородным, если на нем не содержится источников тока (ОУ)

Опр. Участок наз-ся неоднородным, если на нем содержится источник тока (НОУ)

Закон Ома:

$$\begin{cases} I = \frac{U}{R} \\ \vec{j} = \frac{1}{\rho}\vec{E} \end{cases}$$

(ОУ)

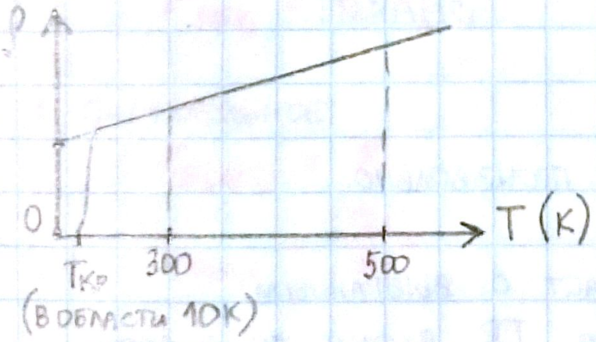
$$\begin{cases} R \cdot I = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_e \\ \vec{j} = \frac{1}{\rho} \cdot (\vec{E} + \vec{E}^*) \end{cases}$$

(НОУ)

Как меняется ρ при изменениях T : $\rho(T)$

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha T)$$

α - температурный коэффициент сопротивления. (ТКС)

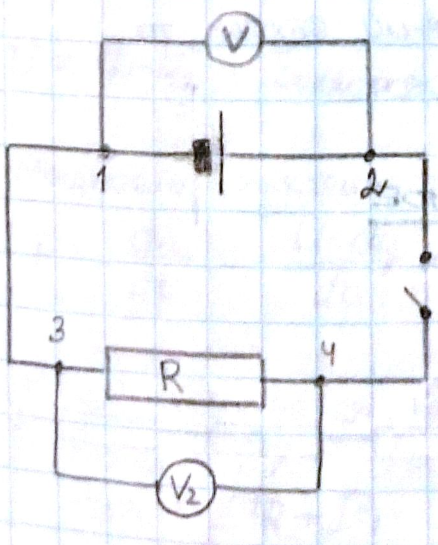


1911 - К. Оннес

Hg

§15 Правила Кирхгофа

$$I = \frac{\mathcal{E}_e}{R + r}$$



$\mathcal{E}_e = 12$ В

$r = 1$ Ом

$R = 11$ Ом

$rI = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_e \Rightarrow$

$\Rightarrow \quad \varphi_2 - \varphi_1 = 11$В

Покажет верхний вольтметр, когда ключ замкнут

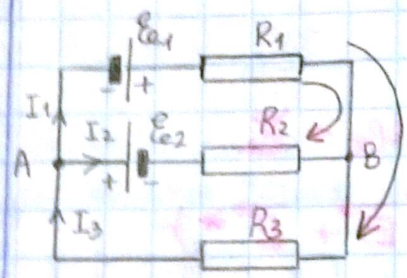
независимых
(n-1) штук узлов
(n-1) штук контуров

дано R_1, R_2, R_3
$\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$
найти: I_1, I_2, I_3 ?

I правило Кирхгофа: сумма токов в узле = 0 (следует из ЗСЗ) (для узла)

$$\sum I_k = 0$$

Узел – место пересечения трех и более проводов.



$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \quad (1)$$

II правило Кирхгофа: сумма произв-ий токов участков цепи на сопротивление равна сумме ЭДС в контуре (для замкн. контура)

$$\sum I_k R_k = \sum \mathcal{E}_{ek}$$

$$\begin{cases} I_1 R_1 - I_2 R_2 = \mathcal{E}_{e1} + \mathcal{E}_{e2} \\ I_1 R_1 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_{e1} \end{cases} \quad (2)$$

ЗНАКИ!

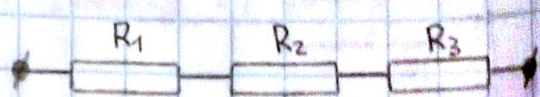
Выбираем направление обхода произвольно.

Если направление тока совпадает с выбранным направ-ем обхода, то слагаемое IR входит со знаком "+" и наоборот.

Если ЭДС способствует движению положительных носителей заряда в выбранном напр-ии обхода, то она входит со знаком "+" и наоборот.

Последовательное и параллельное соединение элементов цепи

Последовательное соединение



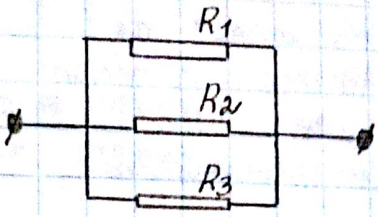
$$R_{общ} = \sum R_i$$

$I = Const$

$U = U_1 + U_2 + U_3 \iff IR_{общ} = IR_1 + IR_2 + IR_3$

Параллельное соединение

$$\frac{1}{R_{общ}} = \sum \frac{1}{R_i}$$



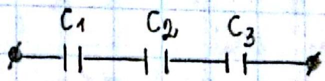
$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$R_{общ}$ меньше меньшего

Для конденсаторов:

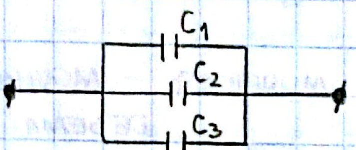
1. последовательное

$$\frac{1}{C_{общ}} = \sum \frac{1}{C_i}$$



2. параллельное

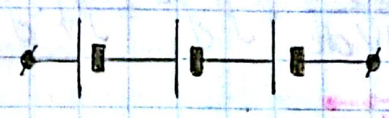
$$C_{общ} = \sum C_i$$



Для батареек:

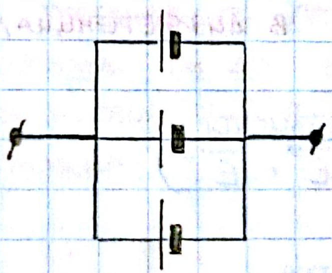
1. последовательное

$$\mathcal{E}_{общ} = n \cdot \mathcal{E}_i$$
$$r_{общ} = n \cdot r_i$$



2. параллельное

$$\mathcal{E}_{общ} = \mathcal{E}_i$$
$$r_{общ} = \frac{r_i}{n}$$



Напряжение = 0

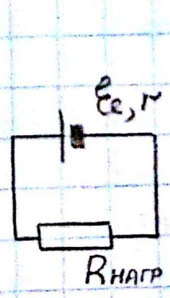
§16 Закон Джоуля-Ленца

$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}$ Работа по перемещению ед. заряда (по любой цепи)

Мощность электрического тока

$$P = \frac{dA}{dt} = \frac{U\,dq}{dt} = UI = I(\varphi_1 - \varphi_2) + I\mathcal{E}_{12}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$$



Куда расходуется мощность?

$P_{полез} = I^2 R$ ($R_{нагрузки}$)

$P_{затр} = I^2 R + I^2 r = I\mathcal{E}$

$$\eta = \frac{P_{полезн}}{P_{затр}} = \frac{R}{R+r} = \frac{1}{1 + \frac{r}{R}}$$

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{r}{R}}$$

Что же делает ток?

- нагревает проводник
- двигает
- хим. превращения

∃ вся мощность идет в тепло:

$$Q = I^2 R t$$

t - время протекания тока.

Расчитаем dQ

$$dQ = (j\,dS)^2 \cdot \rho \frac{dl}{dS} \cdot dt = j^2 \rho \cdot dl \cdot dS \cdot dt$$

Удельная мощность - мощность, выделяемая в единицу объема проводника

$$P_{уд} = \frac{dQ}{dV\,dt} = \rho j^2 = \rho j \cdot j = Ej$$

$\vec{j} = \sigma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}$

$\sigma = \frac{1}{\rho}$

$$P_{уд} = \vec{j}\,\vec{E}$$ Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме

Батарейка + резистор

$$P_{уд} = \vec{j}\,(\vec{E} + \vec{E}^*)$$

Природа эл. тока:

Рикке 1801 год

Атомы, ионы не участвуют в передаче тока.

Электрич. сопротивление обусловлено столкновением валентного электрона с ионом в решетке металла.

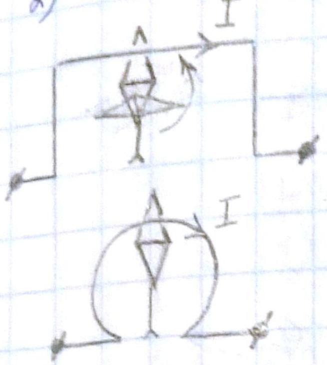
При столкновении электрон передает свою кин. энергию иону. Получив доп. энергию, у иона ↑ амплитуда колебаний ⇒ ↑ температура металла.

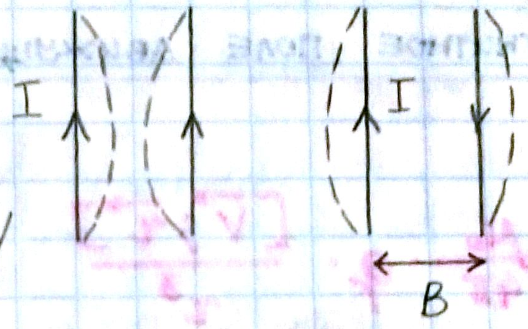
В газах электронно-ионная проводимость.
В жидкости ионная проводимость. (Na^+, Cl^-)
В тв. вещ-ве электронная проводимость.

Магнитостатика

§17 Магнитное взаимодействие токов. Поле равномерно движущегося заряда

1820 год
1) Эрстед
2) Ампер





Ампер показал:

$$F \sim \frac{I_1 I_2}{B}$$

Опр. 1 Ампер — ток, который протекает по проводам, расположенным на расстоянии 1м друг друга, вызывает силу взаимодействия $= 2\cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины провода

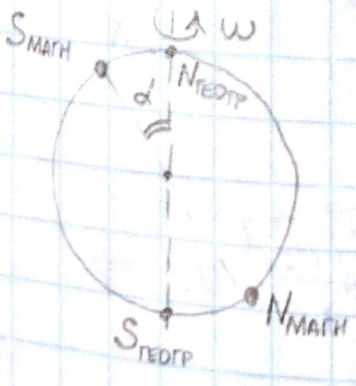
$$F = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2I_1I_2}{B}$$

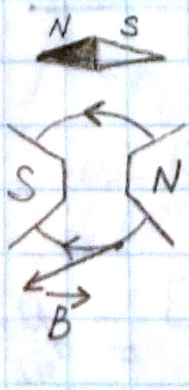
$$\frac{1,26\cdot 10^{-6}}{4\cdot 3,14}\cdot 2 = 2\cdot 10^{-7}$$

$$\mu_0 = 1,26\cdot 10^{-6}\ \frac{\text{Гн}}{\text{м}}$$

Абсолютная магнитная проницаемость.

Рассмотрим Землю:





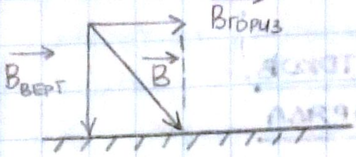
$[\vec{B}] = \text{Тл}$ (Тесла)

магнитная индукция

N, S — геогр. полюса

α — угол магнитного склонения

Поверхность Земли:



$\vec{B}_{гориз}$ крутит стрелку

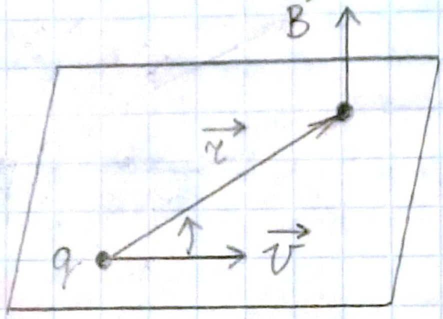
$B \sim 10^{-4}$ Тл (магн. поле Земли)

Магнитное поле движущегося заряда

$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^3} \cdot \vec{r}$

$q, \vec{V}$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot q \cdot \frac{[\vec{V}; \vec{r}]}{r^3} \quad (1) \rightarrow$$



$\vec{v}$ - скорость

V - объем

(2) $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^3} \cdot \vec{r}$

(3) $\vec{r} = \frac{4\pi\varepsilon_0 r^3}{q} \cdot \vec{E}$

$$\rightarrow \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot q \cdot \frac{1}{r^3} \cdot \frac{4\pi\varepsilon_0 r^3}{q} \cdot [\vec{v}; \vec{E}] = \varepsilon_0\mu_0 [\vec{v}; \vec{E}] \rightarrow$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

$$\rightarrow \vec{B} = \frac{1}{c^2} \cdot [\vec{v}; \vec{E}]$$

§18 Закон Био-Саваро-Лапласа. Поле прямого и кругового тока.

$dq = \rho \cdot dV$

$j = \rho \cdot v$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot dq \cdot \frac{1}{\rho} \cdot \frac{[\vec{j}; \vec{r}]}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{[\vec{j}; \vec{r}]}{r^3} \cdot dV \Rightarrow$$

$j\,dV$ - объемный элемент тока

$j\,dS\,dl = I\,dl$ - линейный элемент тока

$$\Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \, \frac{[d\vec{l}; \vec{r}]}{r^3}$$

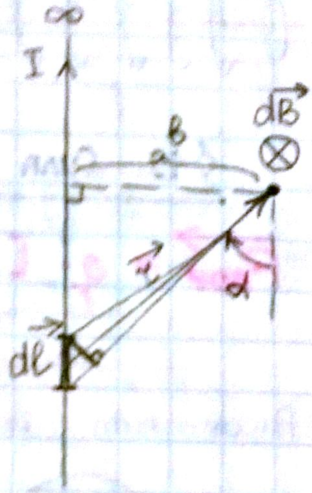
Закон Био-Савара-Лапласа

Рассмотрим примеры:

1) Дано
I, b

[прямой ток]

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{dl \cdot r \sin\alpha}{r^3} \ominus$$



Замена переменных: $dl \sin\alpha = r\,d\alpha$

$r = \dfrac{b}{\sin\alpha}$

$$\ominus \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \cdot \frac{r\,d\alpha}{r^2} =$$

$$= \frac{I\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{d\alpha}{r} = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \sin\alpha\, d\alpha$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \cdot \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\alpha\, d\alpha$$

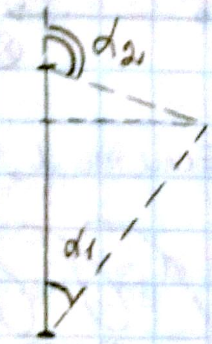
Случаи:

1) ∞ провод: $\alpha_1 = 0,\ \alpha_2 = \pi$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$$

2) конечный провод

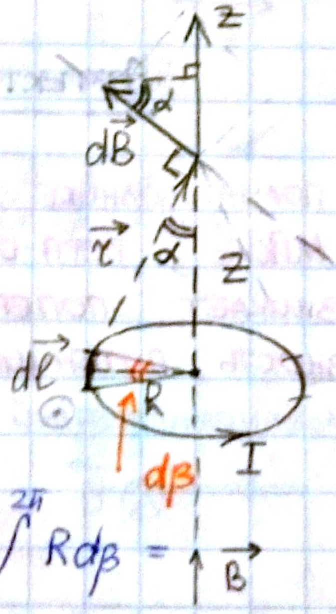
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$



2) Дано:
I, R, z

[круговой ток]

При интегрировании горизонт. составляющая $\vec{dB}$ уйдет в ноль.



$\vec{dl}$ направлен на нас (по току)

$$dB_z = dB \sin\alpha = dB \cdot \frac{R}{r} =$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot I \frac{dl \cdot r \cdot 1}{r^3} \cdot \frac{R}{r}$$

$$B_z = \int_0^{2\pi} dB_z = \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3} \int_0^{2\pi} R\,d\beta =$$

$$= \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

Случаи:

1) $z = 0$ $\quad B = \dfrac{\mu_0 I}{2R}$

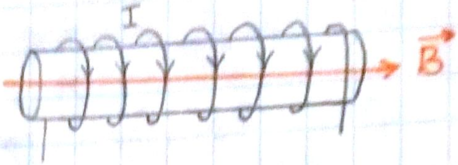
2) $z \to \infty$ $\quad B = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2z^3}$

Виток с током наз-ся дипольный момент.

$\vec{p_m} = I \cdot S \cdot \vec{n}$ магнитный диполь

$\vec{n}$ нормаль

СОЛЕНОИД



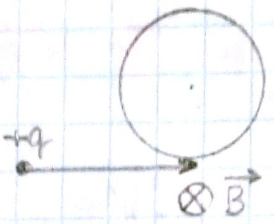
§19 Сила Лоренца. Закон Ампера

$$\vec{F}_{лор} = q \cdot \underbrace{[\vec{v}; \vec{B}]}_{\text{магнитная составляющая}} + q\vec{E}$$ (опытно...)

$\vec{F}_л \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{F}_л$ гироскопическая сила

Сила, перп-ная $\vec{v}$, не меняет ее $|\vec{v}|$, а меняет только ее направление

Рассмотрим случай $\vec{v} \perp \vec{B}$

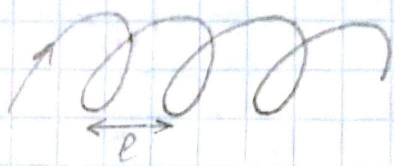


$m\vec{w} = \vec{F}_{лор} \Rightarrow$

$\frac{mv^2}{R} = qvB \xRightarrow{v=\omega R} m\omega = qB \Rightarrow$

$\Rightarrow m\frac{2\pi}{T} = qB \Rightarrow T = \frac{2\pi m}{qB}$

Если не $\perp$, то...



"ВИНТ"

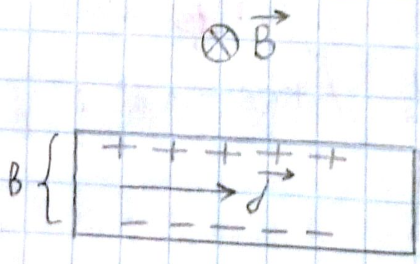
$\vec{v} = v_{\parallel}\vec{i} + v_{\perp}\vec{j}$

$l = v_{\parallel} \cdot T$

Эффект Холла

В полупроводнике (или металле) с током, помещенным в МПоле, перп-ое вектору плотности тока, возникает поперечное электрическое поле и разность потенциалов

(гальваномагнитный эффект)



$F_л$ наверх $\Rightarrow$ "+" наверх

$F_{эл\perp} = F_{магн} \Leftrightarrow$

$qE_{холл} = qvB$

n - концентрация носителей заряда

$j = \rho v = n \cdot q \cdot v \Rightarrow v = \frac{j}{nq}$

Т.о. $\vec{E}_{холл} = \frac{1}{nq} \cdot [\vec{j}; \vec{B}]$

$R = \frac{1}{nq}$ постоянная Холла

$U_{холл} = E b$

$U_{холл} = \frac{b}{nq}[\vec{j};\vec{B}]$

Датчики Холла – основные в измерении МПолей

$d\vec{F} = dq\cdot[\vec{v};\vec{B}] = \rho dV\,[\frac{\vec{j}}{\rho};\vec{B}] = [\vec{j};\vec{B}]dV$

$\vec{j}dV = Id\vec{l}$ $\Rightarrow$

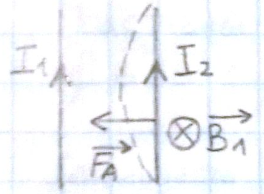
$\Rightarrow$ $d\vec{F} = I[d\vec{l};\vec{B}]$

$F_{амп} = IlB\sin\alpha$

Магн. индукция – макс. сила, кая действует на единицу проводника с единичным током.

МПоле прямого провода $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}$

Вспомним опыты Ампера



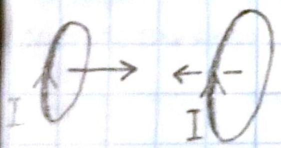
$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi b}$

На второй провод:

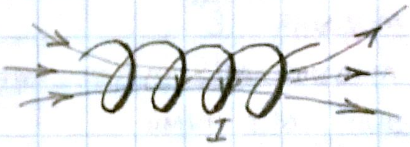
$dF = I_2[d\vec{l};\vec{B_1}] = \frac{\mu_0}{2\pi}\cdot\frac{2I_1I_2}{b}$

$= 2\cdot 10^{-7}$

Рассмотрим два витка:

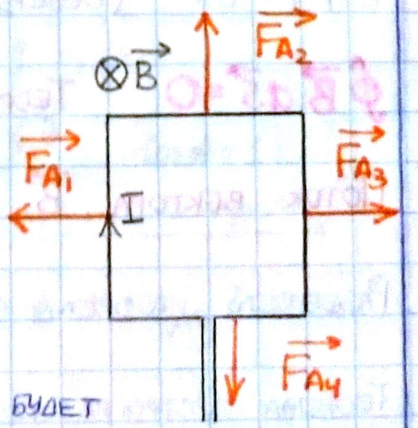


Соленоид



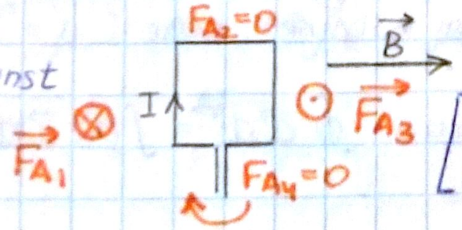
§20 Контур с током в МПоле

Контур с током = магнитный диполь



1. Центр тяжести не смещается
$\vec{B} = const$

2. $\vec{B} = const$



[рамка будет вращаться

$\vec{M} = [\vec{p_M};\vec{B}]$ (мех. момент)

$\vec{p_M} = IS\vec{n}$

Электричество
$\vec{M} = [\vec{p};\vec{E}]$
$W = -\vec{p}\vec{E}$

$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{q_{внутр}}{\varepsilon_0}$

$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0$

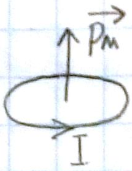
(истоки → div > 0
конец → div < 0)

Дивергенция отвечает за истоки поля

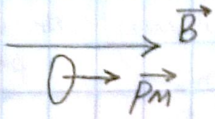
$\vec{M} = [\vec{p_m}, \vec{B}]$

$W = -\vec{p_m} \cdot \vec{B}$ (энергия)

МПоле пытается повернуть магн диполи т.о, чтобы $\vec{n}$ совпадала с $\vec{B}$



$\vec{p_m} = I S \vec{n}$



$\vec{M} = [\vec{p_m}, \vec{B}]$
$W = -\vec{p_m} \cdot \vec{B}$ (принцип устойчивого равновесия)

§21 Теорема Гаусса для $\vec{B}$. Теорема о циркуляции для $\vec{B}$

$\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S}$ магнитный поток

$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S}$

Зависит от
1. модуля $\vec{B}$
2. модуля dS
3. угла м/д ними

$[\Phi] = Вб$ (вебер)

$\oint \vec{B} d\vec{S} = 0$ Теорема Гаусса

Поток вектора $\vec{B}$ ч/з ∀ замкнутую поверхность = 0

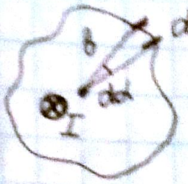
Разберем теорему Гаусса в дифф. виде:

Теорема Остроградского-Гаусса: $\oint \vec{a} d\vec{S} = \int div\, \vec{a}\, dV$

$div\, \vec{B} = 0$

Силовые линии МПоля замкнуты

Теорема о циркуляции: $\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu_0 I$



Провод; ток $\otimes$

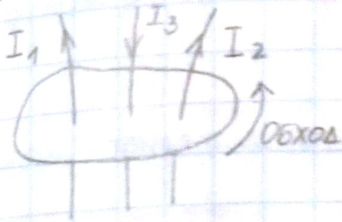
$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{в}$

в – расстояние до нас

$dl = в\, d\alpha$

$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{в}$

$\oint \vec{B} d\vec{l} = \oint \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{в} \cdot \underbrace{в\, d\alpha}_{2\pi} = \mu_0 I$



$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \cdot \underbrace{\sum I_i}_{I_1 + I_2 - I_3}$

Теперь в дифф. виде:

Теорема Стокса: $\oint \vec{a}\, d\vec{l} = \int \operatorname{rot} \vec{a}\, d\vec{S}$ (1)

$I = \int \vec{j}\, d\vec{S}$

Подставим:

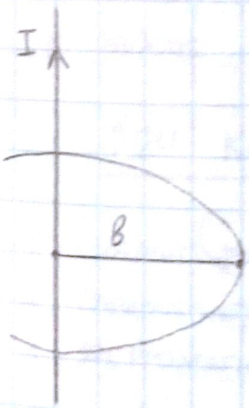
$\oint \vec{B} d\vec{S} = \mu_0 \int \vec{j}\, d\vec{S}$ (2)

Сравниваем (1) и (2): $\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

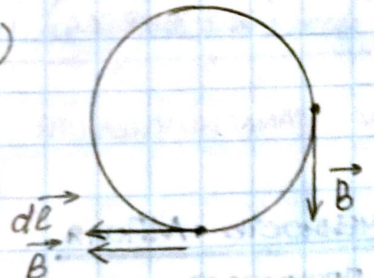
Разберем пример

Симметричная фигура: провод

$\measuredangle$ контур, радиуса в



(развернем) $\Rightarrow$



$\cos\alpha = 1$

$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I \iff B \int dl = \mu_0 I \iff B \cdot 2\pi в = \mu_0 I \iff$

$\iff B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{в}$

§22 Намагничивание вещества. Вектор $\vec{J}$.

Ампер: $\vec{B} = \vec{B_0} + \vec{B'}$ ⊛

B_0 – внешнее поле

B' – индуцированное наведенными токами поле

При внесении ∀ вещ-ва в МПоле в нем индуцируются наведенные токи (токи Ампера)

1. Движение электрона по орбите атома представляет собой круговой ток
2. Ориентация плоскости орбиты электрона во внешнем МПоле определяет магн. св-ва вещ-ва.

Во всех вещ-вах возникают индуцированные токи (I'). (эффект №1)

I – токи проводимости.

Эффект 2: поворот орбиты электрона (диполя) по полю.

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \cdot \sum \vec{p_m} \simeq n \cdot \langle \vec{p_m} \rangle$$ намагниченность

Сумма магн. моментов в единицу объема

Теорема о циркуляции $\vec{J}$

$$\oint \vec{J} d\vec{l} = I'$$ (без вывода)

I' ↙ токи намагничивания (новые токи)

§23 Намагниченность МПоля. Магнитная проницаемость.

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I + I') \quad \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \oint \frac{\vec{B}}{\mu_0} d\vec{l} - I' = I$$

$$\oint \vec{J} d\vec{l} = I'$$

$$\Rightarrow \oint \underbrace{\left[\frac{\vec{B}}{\mu_0} + \vec{J}\right]}_{\vec{H}} d\vec{l} = I$$

$\vec{H}$ – напряженность МПоля

$$\oint \vec{H}\,d\vec{l} = I = \sum I_i$$

Циркуляция вектора напряженности МПоля по произв. замкнутому контуру = алгебраической сумме токов проводимости, охватываемых этим контуром.

В диф. виде: $\text{rot}\,\vec{H} = \vec{j}$ — плотность тока проводимости

Связь напряженности и намагниченности:

$$\vec{J} = \chi \cdot \vec{H}$$

$$\frac{B}{\mu_0} - J = H \iff B = \mu_0 (J + H) = \mu_0 (\chi H + H) =$$

$$= \mu_0 H \underbrace{(\chi + 1)}_{\mu} = \mu \mu_0 H$$

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$$

$$\circledast \quad \vec{B} = \mu \cdot \vec{B_0}$$

Магнитная проницаемость показывает во сколько раз МПоле усиливается в вещ-ве (μ)

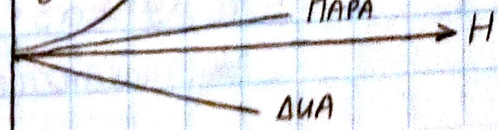
§24 Классификация магнетиков

1. Диамагнетики
2. Парамагнетики
3. Ферромагнетики

Деление веществ

1. По величине и направлению $\vec{B}$
   1) диамагнетики $\vec{B'} \ll \vec{B_0}$ $\quad \vec{B'} \uparrow\downarrow \vec{B_0}$
   2) парамагнетики $\vec{B'} \ll \vec{B_0}$ $\quad \vec{B'} \uparrow\uparrow \vec{B_0}$
   3) ферромагнетики $\vec{B'} \gg \vec{B_0}$ $\quad \vec{B'} \uparrow\uparrow \vec{B_0}$

2. По намагниченности $\vec{J}$



3. По магн. проницаемости μ

1) ДИА $\quad \chi < 0 \quad \mu = 1 - \chi < 1 \quad \mu \approx 0{,}9995$ $\quad Bi, Cu, Ag$

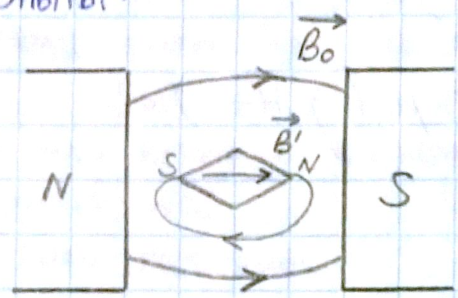
2) ПАРА $\quad \chi < 0 \quad \mu \sim 1{,}0005$

3) ФЕРРО $\quad \mu \gg 1 \quad (\sim 10000)$

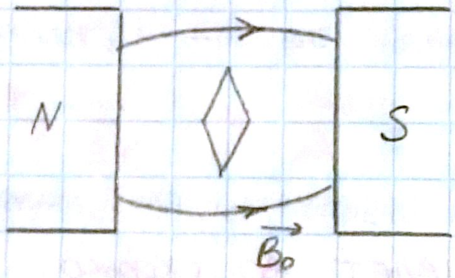
$$\vec{B} = \underline{\underline{\mu}}\,\vec{B_0}$$

4. МЕХАНИЗМ НАМАГНИЧИВАНИЯ

Опыты:



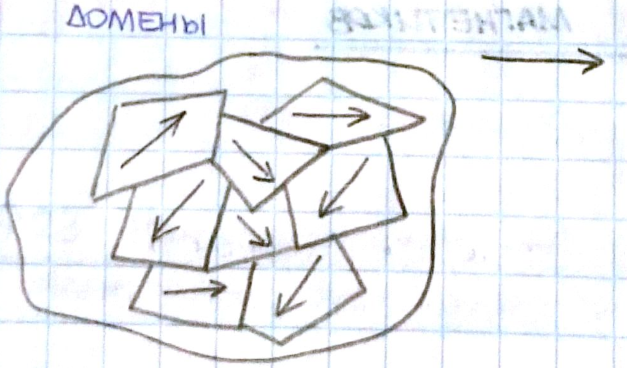
СТРЕЛКА ИЗ ФЕРРОМАГНЕТИКА



СТРЕЛКА ИЗ ДИАМАГНЕТИКА (висмут)

Рассмотрим ферромагнетики:

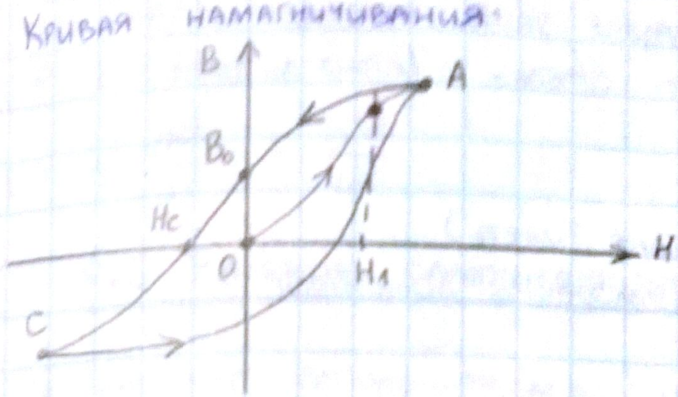
ДОМЕНЫ



При помещении во внешн. МПоле:

1. ДОМЕНЫ СТАРАЮТСЯ ПОВЕРНУТЬСЯ ПО ПОЛЮ
2. ИЗМЕНЕНИЕ РАЗМЕРОВ ДОМЕНОВ
   - ТЕ, У КОГО МАГН. МОМЕНТ СОВПАДАЕТ С ВНЕШНИМ, УВЕЛИЧИВАЮТСЯ В ОБЪЕМЕ
   - ТЕ, У КОГО ПРОТИВОПОЛОЖЕН, УМЕНЬШАЮТСЯ В РАЗМЕРЕ

Кривая намагничивания:

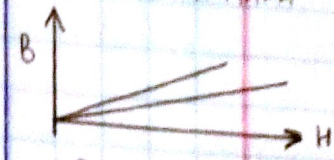


ОА основная кривая намагничивания

B_0 остаточная намагниченность

H_c коэрцитивная сила (м поле = 0)

Для диа и пара



$B = \mu\mu_0 H$

μ определяем по основной кривой

Повторим:

диамагнетики $\mu < 1$ (0,9995) $\vec{B'} \uparrow\downarrow \vec{B_0}$

парамагнетики $\mu > 1$ (1,0005) $\vec{B'} \uparrow\uparrow \vec{B_0}$

$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$

$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}$

$\oint \vec{H} d\vec{l} = I$

Ферромагнетики обладают спонтанной намагниченностью.

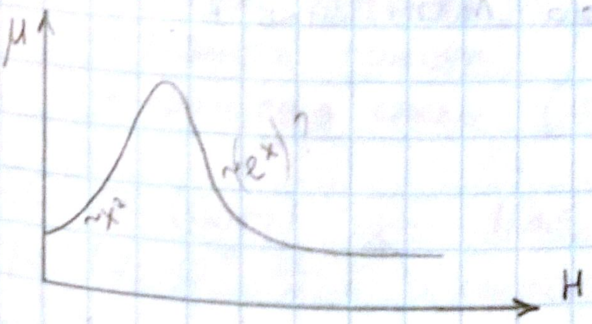
Ферромагнетики.

Чем больше остаточная намагниченность (B_0), тем лучше постоянный магнит и тем больше площадь петли.

Это жесткие ферромагнетики.

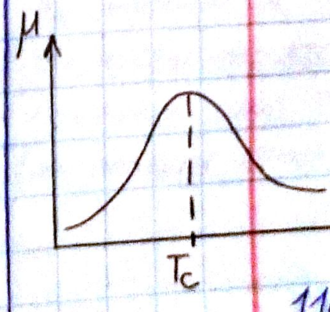
Мягкие ферромагнетики применяются в сердечниках трансформаторов.

Чем меньше площадь петли гистерезиса, тем лучше.



(tg угла наклона пред. графика)

При повышении температуры способность ферромагнетика намагничиваться уменьшается. При $T_{кюри}$ (T_c) ферромагнетик превращается в парамагнетик



Почему $\mu \downarrow$ при $T\uparrow$? (правая часть графика)
Внешнее поле поворачивает стрелку. Тепло мешает.
Хаос же.

Почему $\mu \downarrow$ при $T\downarrow$? (левая часть)
Св-ва ферромагнетика обусловлены доменами.

Глава 4 Электромагнетизм

§25 Явление электромагнитной индукции. Правило Ленца

Суть ЭМИ: (Фарадей)
В замкнутом проводящем контуре при изменении МПотока ч/з него, возникает электрический ток, названный индукционным

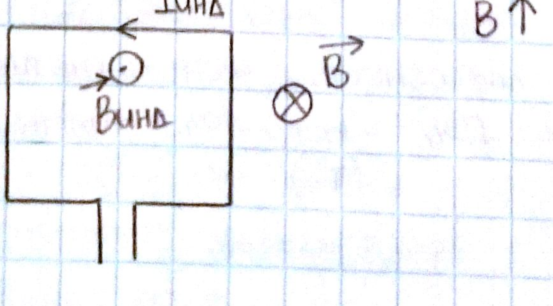
МПоток определяется $\quad d\Phi = BS\cos\alpha$
- МПолем
- Sконтура
- α м/д направлением контура (перп-ром) и МПолем

Фарадей экспериментально обнаружил, что ЭДС зависит только от изменения МПотока во времени.

Т.е. можно получить $\mathcal{E}_e$ (ЭДС):
1. перемещение контура в МПоле (вращение)
2. использование переменного МПоля даже в неподвижных контурах

Ф. Э. Нейман $\quad B_1 = -\dfrac{d\Phi}{dt}$

$\sphericalangle$ рамку



Вебер (Вб)

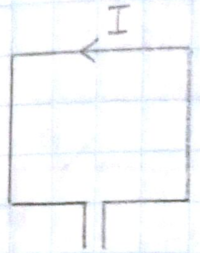
$d\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha$

$$\mathcal{E} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}$$

§26 Явление самоиндукции. Индуктивность.

Есть внешнее МПоле => м.б. индукция.

Нет внешнего МПоля => не м.б. индукции (но м.б. самоиндукция)



1. $I = Const$ индукции нет никакой
$\Phi = Const$

2. $I \neq Const\,(t)$ /переменный ток/
$\Phi \neq Const\,(t)$
$\frac{d\Phi}{dt} \neq 0 \rightarrow$ самоиндукция

В контурах с переменным током возникает явление самоиндукции.

(МПоле ~ току) $B \sim I \Rightarrow \Phi \sim I$

$\Phi = L \cdot I$

L - индуктивность (всегда >0)
не зависит от I

Зависит от:
- формы контура
- размера контура
- магн. св-в среды (сердечник...)

$[L] = Гн$ (Генри) $1Гн = \frac{1Вб}{1А}$

$\mu_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-6}\ \frac{Гн}{м}$

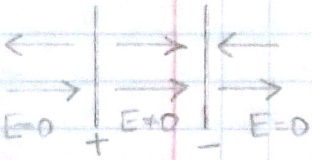
$$\mathcal{E}_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{dLI}{dt}$$

Если $L = Const$, то $\mathcal{E}_s = -L\frac{dI}{dt}$

"−" показывает, что $\mathcal{E}_s$ направлена всегда так, чтобы препятствовать изменения силы тока (по правилу Ленца)

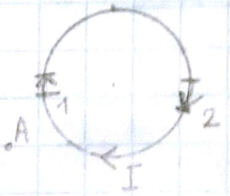
В цепях с большой индуктивностью при включении и выключении тока лучше всего наблюдать самоиндукцию

Конденсатор



∡ соленоид.

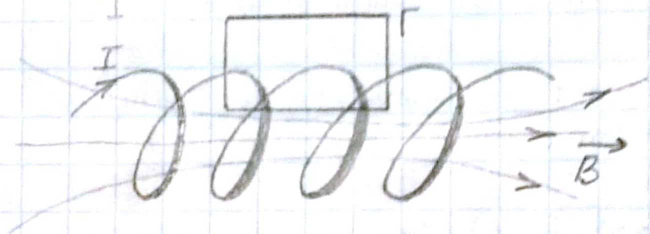
(!) вся энергия внутри (почти)



В точке A: $\vec{B_1} \uparrow\downarrow \vec{B_2}$

Т.о. МПоле сосредоточено внутри.

Вне соленоида $=0$ (скомпенсировано)



$Hl = nIl$ $\quad$ $\left(\oint \vec{H} d\vec{l} = I\right)$ (для контура Г)

n - число витков на единицу длины соленоида

$B = \mu\mu_0 H = \mu\mu_0 nI$

$L = N \cdot \frac{\Phi}{I} = N \frac{BS}{I} = N \frac{\mu\mu_0 nIS}{I} =$

$= \mu\mu_0 nSN$

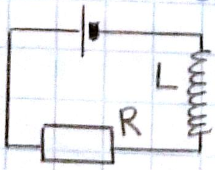
$V = \frac{S}{n} \cdot N$ $\quad\Big|\quad \Rightarrow L = \mu\mu_0 n^2 \cdot V$

(объем соленоида)

Токи Фуко: (микроволновка)

1. маятник м/д магнитами постоянными
2. кубик там же

Магнитная энергия тока:



$IR = E + E_S$ (закон Ома) $\quad | \cdot Idt \Rightarrow$

E_S – ЭДС самоиндукции, возникающая в катушке при включении тока.

$\Rightarrow I^2 R dt = EIdt + E_S I dt \Rightarrow EIdt = I^2 R dt - E_S I dt \Rightarrow$

$\Rightarrow EIdt = dQ + Id\Phi$

$W = \frac{CU^2}{2}$

$W = \int \omega dV$

$\omega = \frac{\vec{E}\vec{D}}{2}$

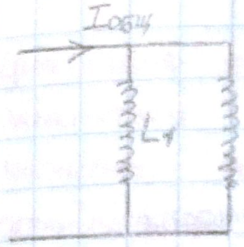
$\delta A^{доп} = I d\Phi$

Тогда $\delta A^{доп} = LIdI \Rightarrow A^{доп} = \frac{LI^2}{2}$

$$W_{поля} = \frac{LI^2}{2} = \frac{I\Phi}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$$

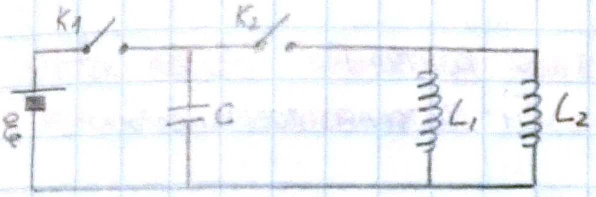
Повторим

1. $L = \mu\mu_0 n^2 V$  $R \simeq 0$ (активное сопротивление катушки близко к нулю)

2. 

$\mathcal{E}_{s_i} = -L\frac{dI}{dt}$

$I = Const \Rightarrow$ просто провода



Зарядим конденсатор, а потом вкл. K2

$$\mathcal{E}_{s_1} = \mathcal{E}_{s_2} \Leftrightarrow L_1\frac{dI_1}{dt} = L_2\frac{dI_2}{dt} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{dt}(L_1I_1 - L_2I_2) = 0 \Leftrightarrow L_1I_1 - L_2I_2 = Const \Rightarrow$$

при $t=0$ $I_1 = I_2$ $Const = 0$

$$\Rightarrow L_1I_1 = L_2I_2$$
$$I_{общ} = I_1 + I_2$$

§27 Энергия поля

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 n^2 V}{2} I^2$$

$\oint \vec{H}d\vec{l} = NI$, где N - кол-во проводов $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow Hl = NI \Leftrightarrow H = nI \Leftrightarrow I = \frac{H}{n}$ $\Rightarrow$

n - общее число витков

$$\Rightarrow W = \frac{\mu\mu_0 n^2 V}{2} \cdot \frac{H^2}{n^2} = \frac{\mu\mu_0 V H^2}{2} = \frac{BH}{2} V$$

$$\omega = \frac{\vec{B}\cdot\vec{H}}{2} \qquad W = \frac{BHV}{2}$$

$$\omega = \frac{\vec{E}\cdot\vec{D}}{2}$$

Есть поле, значит есть энергия

§28 Уравнения Максвелла

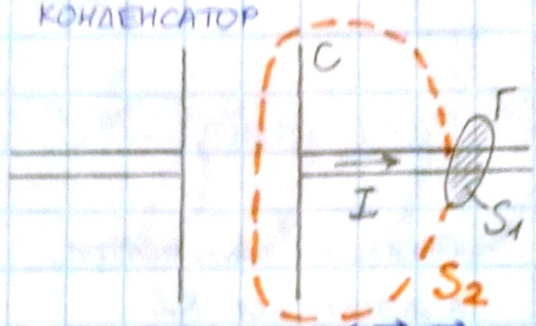
Переменный магнетизм рождает электричество

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \longrightarrow \mathcal{E}_{инд} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

И наоборот

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \longrightarrow \text{магнетизм}$$

∢ конденсатор



I – ток проводимости

∢ контур Г

S_1 – плоская поверхность

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = I = \int \vec{j} d\vec{S}$$

Для постоянных токов!

Максвелл: $\vec{j}_{полн}$

$$I_{смещения} = I_{проводимости} = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(C \cdot U) =$$

(изменение заряда на конденсаторе)

$$= \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} \cdot \frac{dU}{dt} \qquad U = E \cdot d \qquad \Rightarrow I_{см} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{\cancel{d}} \cdot \cancel{d} \cdot \frac{dE}{dt} = S \cdot \frac{dD}{dt} = j_{смещ} \cdot S$$

Т.О. $\vec{j}_{смещ} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Ток смещения – это переменное электрическое поле

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \int \underbrace{\left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)}_{\text{полный ток}} d\vec{S}$$

М/д обкладками конденсатора образуется переменное МПоле

Система уравнений Максвелла

$$\oint \vec{E}\,d\vec{l} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\,d\vec{S}$$ (Фарадей)

$$\oint \vec{B}\,d\vec{S} = 0$$ (Дирак)

$$\oint \vec{H}\,d\vec{l} = \int \left(\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) d\vec{S}$$ (Ампер)

$$\oint \vec{D}\,d\vec{S} = \int \rho\, dV$$ (Гаусс)

$\vec{B}, \vec{H}, \vec{E}, \vec{D}$

$d\vec{S}$ (поток вектора), $d\vec{l}$ (циркуляция)

1. Циркуляция вектора напряженности электрического поля по любому замкнутому контуру = − производной по времени от магнитного потока через любую поверхность, ограниченную данным контуром

2. Поток вектора индукции МПоля сквозь произвольную замкнутую поверхность всегда = 0

3. Поток вектора индукции электрического поля через любую замкнутую поверхность = алгебраической сумме сторонних зарядов, охватываемых этой поверхностью

4. Циркуляция вектора напряженности МПоля по любому замкнутому контуру = полному току (току проводимости и току смещения) через произвольную поверхность, ограниченную данным контуром

$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}$

$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$

$\vec{j} = (\vec{E} + \vec{E}^*)\sigma$

Общая система для нестационарных полей

Дифференциальная форма:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$ (Фарадей)

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$ (Дирак)

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$ (Ампер)

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho$$ (Гаусс)

Книга 4 Колебания и волны. Оптика.

Глава 1 Колебания

§1 Гармонические колебания

Кинематические характеристики были

$\vec{r}, \vec{v}, \vec{w}$

φ, ω, β

Характеристики:

1. Закон, по к-ому повторяется движение
2. Время, ч/з к-ое система приходит в исходное состояние
3. Наиб. отклонение тела от ПР

Опр. Период – min промежуток времени, за который система приходит в исх. положение

Опр. Амплитуда – модуль наиб. отклонения тела от ПР

$T = \frac{1}{\nu}$

$[\nu] = Гц$

$[T] = с$

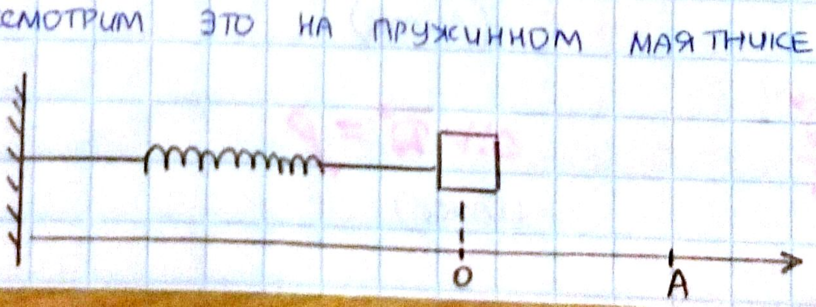
$[A] = м$

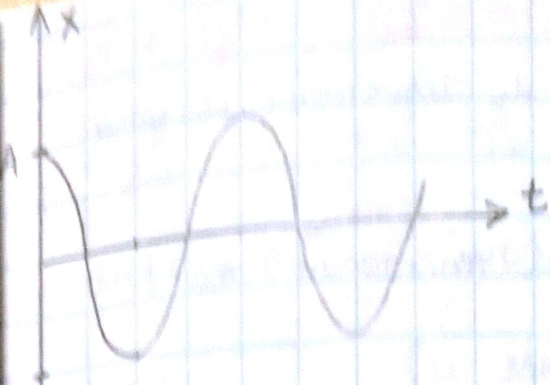
Только гарм. колебания $\Rightarrow$ закон от $\sin$ или $\cos$

Характеристики колеб. системы:

1. Колеб. система имеет ПР
2. Система толчком выводится из этого положения при $t=0$
3. Система проходит ПУР по инерции

Рассмотрим это на пружинном маятнике (вид сверху на стол)





$OX: \quad mw = -kx \quad$ (II з.н.)

$m\ddot{x} = -kx$

$m\ddot{x} + kx = 0$

$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (1)$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{x}}$

$$x = A \cdot \cos\underbrace{(\omega_0 t + \alpha)}_{\text{фаза}}$$

α — начальная фаза

$\dot{x} = V = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \alpha) = \ddot{x} \cdot \quad V_{max} = \omega_0 A$

$\dot{V} = \ddot{x} = W = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \alpha)$

Подставим в (1):

$(-A\omega_0^2 \cos) + \omega_0^2 A \cdot \cos = 0 \quad \equiv$ истина

Поговорим об энергии:

$W = W_{пот} + W_{кин} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$

Рассмотрим крайние положения:

1. $W_{пот}(max) = \frac{kA^2}{2}$

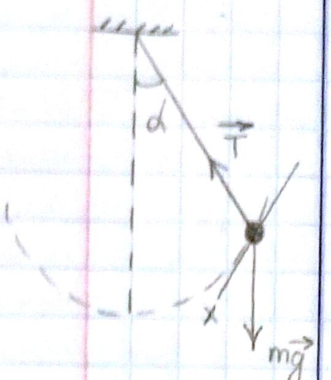
2. $W_{кин}(max) = \frac{m}{2} \cdot A^2\omega_0^2$

Проверим ЗСЭ: $\frac{kA^2}{\cancel{2}} = \frac{m}{\cancel{2}} \cdot A^2\omega_0^2 \iff \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \equiv$ ист

Период: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

1. $m\uparrow \Rightarrow T\uparrow$
2. $k\uparrow \Rightarrow T\downarrow$

Математический маятник



В крайнем положении ускорение max

Рассмотрим движение тела вдоль оси $\perp$ траектории движения маятника.

Спроецируем II ЗН на касательную к траектории: $ma = F$

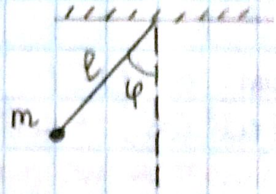
Ox: $ma = -mg\sin\alpha$

Т.к. $x \ll \ell$, то $\sin\alpha \approx \alpha = \frac{x}{\ell}$, тогда $a = -\frac{g}{\ell}x$

смещение — длины нити

$a = \ddot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{g}{\ell}\cdot x = 0$ ур-ие гармонических колебаний

Лирическое отступление:



$$I \cdot \beta_z = M_z \iff$$
$$m\ell^2 \cdot \ddot{\varphi} = -mg\ell \cdot \sin\varphi \iff$$
$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{\ell}\cdot \underbrace{\sin\varphi}_{\approx\varphi} = 0 \iff$$
$$\iff \ddot{\varphi} + \frac{g}{\ell}\cdot\varphi = 0$$

φ – угловое перемещение

1. В начальном положении I случай
$x_0 \neq 0$
$v_0 = 0$
$\Rightarrow x(t) = x_0 \cdot \cos(\omega_0 t)$

2. В начальном положении II случай
$x_0 = 0$
$v_0 \neq 0$
? $x(t) = \frac{v_0}{\omega_0 \sin(\omega_0 t)}$

§2 Затухающие и вынужденные мех. колебания

$\measuredangle$ случай, когда в системе $\exists$ сила трения:

$$F_{тр} = -\beta V = -\beta\cdot\dot{x}$$

II З.Н. $ma = -kx - \beta V$ или

$$\ddot{x} = -\omega_0^2 x - \frac{\beta}{m}\dot{x}$$

$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ – РЕШАЕТ ДИФФ. УРАВНЕНИЕ

$\gamma = \frac{\beta}{2m}$; $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

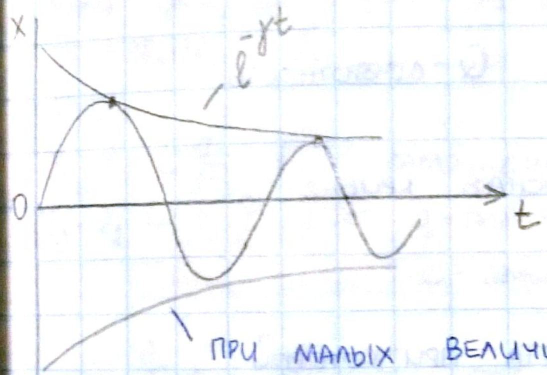
$x(t) = x_0 \cdot e^{-\alpha t} \cos(\omega t)$ ← АМПЛИТУДА ЗАТУХАЕТ

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ (ω ЗАВИСИТ ОТ γ)

$$\Rightarrow x(t) = x_0 \cdot e^{-\gamma t} \cdot \cos\left(\left(\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}\right) \cdot t\right)$$

ЧАСТОТА ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ < ЧАСТОТЫ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

γ – ДЕКРЕМЕНТ ЗАТУХАНИЯ



$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)}$

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЙ ДЕКРЕМЕНТ ЗАТУХАНИЯ

ПРИ МАЛЫХ ВЕЛИЧИНАХ ДЕКРЕМЕНТА ЗАТУХАНИЯ

Вынужденные механические колебания

Опр. Вынужденные мех. колебания – колебания, которые совершаются под влиянием внешних сил

II З.Н. $ma = -kx - 2\gamma m\dot{x} + F_0 \cos(\omega t)$

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cdot \cos(\omega t)$$

$x(t) = x_0 \cos(\omega t + \varphi)$ – РЕШЕНИЕ

$x_0 = \frac{F_0}{m} = \frac{1}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}}$ – АМПЛИТУДА КОЛЕБАНИЙ

$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{2\gamma\omega}{\omega^2 - \omega_0^2}$ – ФАЗА КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

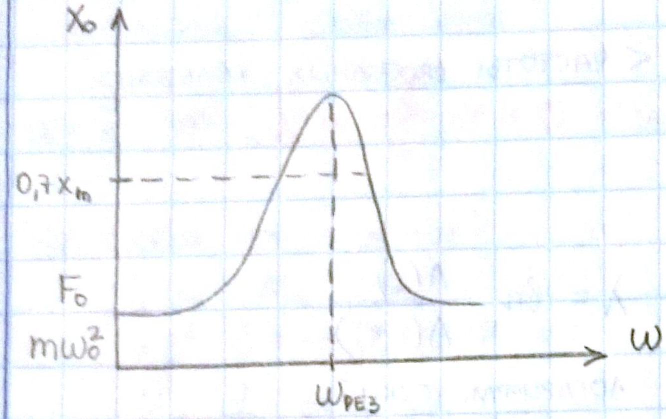
$\omega_0 = \frac{k}{m}$ – собственная частота колебательного контура

ω – частота вынуждающей силы

При какой частоте колебательной силы эти колебания имеют max амплитуду?

Имеем резонансную частоту:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$$



Резонансная кривая – зависимость амплитуды колебаний от частоты вынуждающей силы

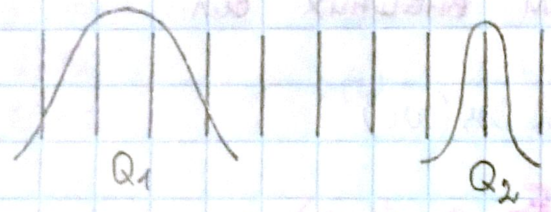
Q – добротность

Чем больше Q, тем уже резонансная кривая.

$$Q = \frac{\omega_{рез}}{\Delta\omega}$$

$\Delta\omega$ – полоса пропускания – частота, при которой амплитуда спадает в $\sqrt{2}$ раз

$$A(\omega_1) = \frac{A(\omega_{рез})}{\sqrt{2}} = 0{,}7\,A(рез)$$



Чем больше Q, тем лучше ловить сигналы

$Q_1 > Q_2$

Виды колебаний:

1) Свободные незатухающие колебания

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

2) Свободные затухающие колебания

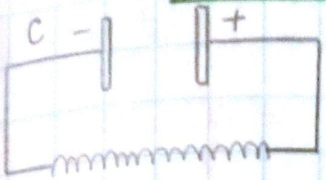
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$$

3) Вынужденные колебания

$F = F_0 \cos(\omega t)$; ω – частота вынуждающей силы

$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$ – резонансная частота вынужденных колебаний

§3 Электромагнитные колебания. Колебательный контур.



L - катушка индуктивности

1) Случай, когда $R = 0$

Колебаться будут:

1. заряд на конденсаторе
2. напряжение на конденсаторе
3. ток через катушку

$t = 0$ конденсатор заряжен.

Замыкаем ключ.

При замыкании ключа ток течет в цепи по часовой стрелке.

Закон Ома для неоднородного участка цепи

$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_S$

$R = 0$

$\mathcal{E}_S = -L\dfrac{dI}{dt}$ (ЭДС самоиндукции)

$\varphi_1 - \varphi_2 = -\dfrac{q}{C}$, где q - положит. заряд на обкладке

C - емкость конденсатора

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{q}{C} + L\underbrace{\frac{dI}{dt}}_{\ddot{q}} = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad \ddot{q} + \frac{1}{LC}\cdot q = 0$$

ур-ие гармонических колебаний величины q

$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ собственная частота колебательного контура

Решение этого ур-ия:

$q(t) = q_0 \cos(\omega_0 t + \alpha)$ заряд на конденсаторе

$T = \dfrac{2\pi}{\sqrt{LC}}$ - период э/м колебаний

$W_{эл.max} = \dfrac{CU_{max}^2}{2}$ $\qquad W_{магн.max} = \dfrac{LI_{max}^2}{2}$

$CU_{max}^2 = LI_{max}^2$ соотношение между max значением напряжения на конденсаторе и max значением тока

Глава 2 Волны

§4 Упругие волны. Уравнение волны

Опр. Волна – процесс переноса колебаний

Волны:

1. упругие
2. электромагнитные
3. в жидкостях

Упругие волны могут распространяться только в среде и не могут в вакууме.

Любая колебательная система взаимодействует с окр. средой, вызывая вынужденные колебания ближайших точек среды.

$\measuredangle$ Два вида волн: продольные и поперечные

1) Продольные

Если частицы среды совершают колебания вдоль направления распространения волны /среды/

2) Поперечные

Если частицы совершают колебания в плоскости, $\perp$-ой направлению скорости волны.

Может распространяться только в твердых телах.

В жидких и газообразных – только продольные.

В твердых – и поперечные, и продольные

Частный случай: волна распространяется вдоль оси OX в положительном направлении.

t – время, за которое сигнал придет из начальной точки в конечную;

v – скорость волны

ℓ – расстояние м/д точками

$$t - t_0 = \frac{\ell}{v}$$

Фаза колебаний $\Delta\alpha = \omega(t - t_0) = \omega \cdot \frac{\ell}{v}$

$S(x=0; t) = A \cdot \sin(\omega t + \alpha_0)$ – КОЛЕБАНИЯ В ТОЧКЕ

$S(x=x; t) = A \cdot \sin\left(\omega\left(t - \frac{x}{\gamma}\right) + \alpha_0\right)$

$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu} = \frac{2\pi v}{\omega}$ ДЛИНА ВОЛНЫ

ЭТА ВОЛНА НАЗ-СЯ ПЛОСКОЙ:

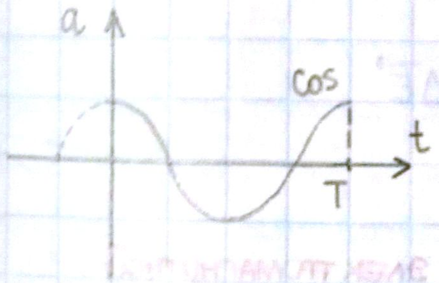
НАЧАЛЬНАЯ ФАЗА

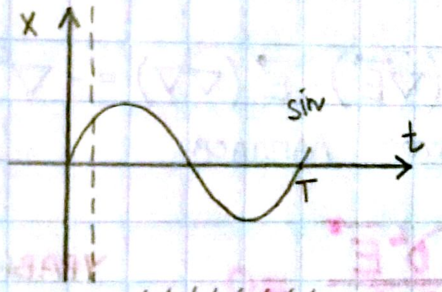
$S(x; t) = A \cdot \sin\left(\omega t - \underbrace{\frac{2\pi}{\lambda}}_{K} \cdot x + \alpha_0\right)$ УРАВНЕНИЕ ПЛОСКОЙ УПРУГОЙ ВОЛНЫ

$K = \frac{2\pi}{\lambda}$ – ВОЛНОВОЕ ЧИСЛО

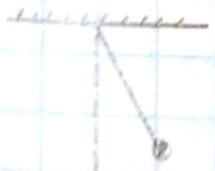
$S(\vec{r}; t) = \frac{A}{r} \cdot \sin(\omega t - \vec{K}\vec{r} + \alpha_0)$ – УР-ИЕ ДЛЯ СФЕРИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ

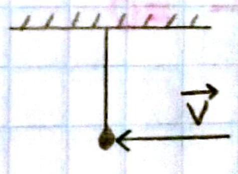
$S(x, t) = A \cdot \sin(\omega t - Kx + \alpha_0)$ – ДЛЯ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ





$T \to 2\pi$





$x = A \cdot \cos(\omega_0 t + \alpha)$

$\alpha = \frac{3\pi}{2}$ $\quad x = A \cos\left(\omega_0 t + \frac{3\pi}{2}\right) = A \cdot \cos\left(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}\right)$

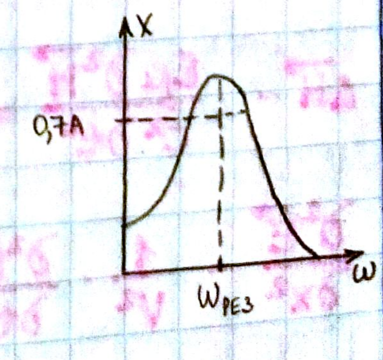
$x(t) = A(\omega) \cdot \cos(\omega t - \varphi)$

↳ ЧАСТОТА ВЫНУЖДАЮЩЕЙ СИЛЫ

$\omega_{РЕЗ} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\gamma^2}$

$Q = \frac{\omega_{РЕЗ}}{\Delta\omega}$

$Q = \frac{A_{РЕЗ}}{A_{ВН. СИЛ}}$



Волновое уравнение для электромагнитных волн

$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$

$v = \frac{c}{n} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}}$

$$\text{rot}\,\vec{E} = \nabla \times \vec{E}$$
$$\text{div}\,\vec{E} = \nabla \cdot \vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \qquad \vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} = \mu\mu_0 \vec{H}$$
$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\nabla \times \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla \times \vec{E}\right) = -\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla \times \vec{H}\right) =$$
$$= -\mu\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = -\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla \vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \nabla \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \vec{E}) - \vec{E}(\nabla\nabla) = -\nabla^2 \vec{E} = -\Delta \vec{E}$$

$\Delta = \nabla^2$ оператор Лапласа

$$\Delta \vec{E} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$ уравнение электромагнитной волны

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

Совпадение этой величины для скорости электромагнитной волны со скоростью света, измеренной астрономами, позволило предположить, что свет – это ЭМволна.

$$\Delta \vec{H} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\cdot\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$ волновое уравнение для плоской волны

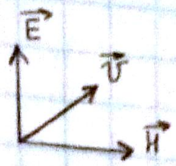
Подставить (1) в (2)

↳ общее решение $\vec{E}(x,t) = \vec{E}_+ f\left(t - \frac{x}{v}\right) + \vec{E}_- f\left(t + \frac{x}{v}\right)$

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \sin(\omega t - kx + \alpha_0) \quad (2)$$

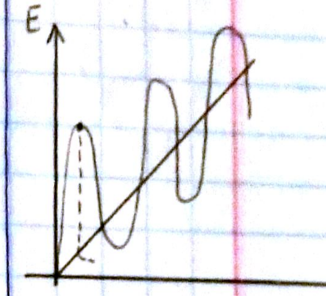
Свойства плоской монохроматической волны

1. Электромагнитные волны – поперечные, т.е. $\vec{E} \perp \vec{k}$ и $\vec{H} \perp \vec{k}$



2. Векторы электрического и магнитного полей перпендикулярны и составляют правую тройку векторов

3. Колебания электрического и магнитного полей происходят в фазе



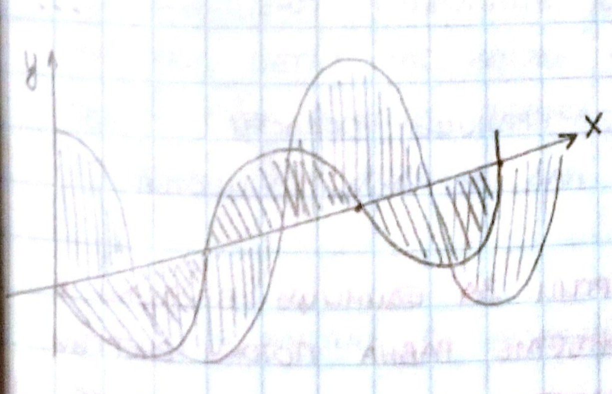
$$\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 = \mu\mu_0 H_m^2 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad E D = B \cdot H$$

т.к. $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \quad \Rightarrow \quad E = vB$

4.

5. Поляризация волн



$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{c}{\lambda}$$

$$\nu = 100 \text{ МГц} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{3\text{м}}$$

Шкала ЭМВ

Название		λ, м	ν
Радиоволны	ДВ	$\sim 10^{3}$	10^{5}
	СВ	$\sim 10^{2}$	10^{6}
	КВ	$\sim 10^{1}$	10^{7}
	УКВ	$10^{0} - 10^{-1}$	10^{9}
СВЧ	TV	10^{-2}	10^{10}
Видимый диапазон	ИК	10^{-4}	
	"Глаз"	$(0{,}5 - 0{,}75) \cdot 10^{-6}$	10^{15}
	УФ	10^{-8}	
Рентген	мягкий	10^{-10}	10^{18}
	γ-лучи	$10^{-12} - 10^{-14}$	10^{20}

Звук - упругая волна

Ухо $20 \text{ Гц} < \nu < 20 \text{ кГц}$

$I_0 \sim 10^{-12} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$ - порог слышимости

$$L = \lg \frac{I}{I_0} \quad (\text{Белл})$$

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \quad (\text{дБ})$$

$I = 2 \text{ Белл} = 20 \text{ дБ}$

$I = 100 I_0$

Энергия и импульс ЭМВ. Вектор Пойнтинга.

Изменение энергии:

1. „Вытекание" энергии через границы области
2. Совершение работы полем над зарядами вещества

Теорема Пойнтинга: Убыль энергии за единицу времени в данном объеме равна потоку энергии сквозь поверхность, ограничивающую этот объем, плюс работа, совершаемая в единицу времени (т.е. мощность), которую поле производит над зарядами вещ-ва внутри данного объема

$d\vec{A}$ - элемент поверхности

$$-\frac{d\vec{W}}{dt} = \oint \vec{S} \, d\vec{A} + P$$

$\vec{S}$ - вектор Пойнтинга

$W = \int w\,dV$, $P = \int \vec{j}\,\vec{E}\,dV$

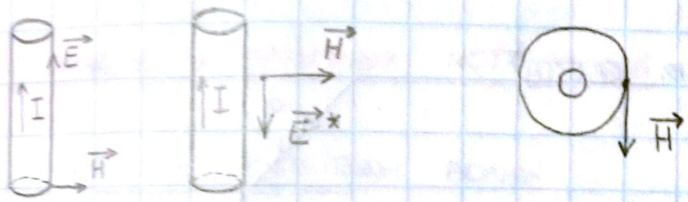
$\vec{S} = w\vec{v}$

↳ совпадает с направлением скорости волны

$$w = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} + \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\vec{B}\vec{H}}{2} + \frac{\vec{E}\vec{D}}{2}$$

$$w = E\cdot D = v\cdot B\cdot D = \frac{E\cdot H}{v}$$

$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}]$



Выводы:

1. На однородных участках цепи постоянного тока джоулево тепло поступает в проводник через его поверхность в виде энергии эмагнитных сил поля (энергия „втекает")

2. На участках, где действуют сторонние силы, энергия „втекает" через боковую поверхность проводника

3. В замкнутой цепи постоянного тока энергия от участков, где действуют сторонние силы, передается другим участкам цепи не вдоль проводников, а через окружающее пространство в виде потока ЭМ энергии, характеризуемого вектором Пойнтинга

$p = \frac{W}{c}$ (для частиц с нулевой массой покоя)

$\frac{S}{c^2} = G = \frac{\omega}{c}$

ω - объемная плотность энергии. $\omega = \frac{S}{c}$

G - объемная плотность импульса

$\vec{G} = \frac{1}{c^2}[\vec{E}\times\vec{H}]$

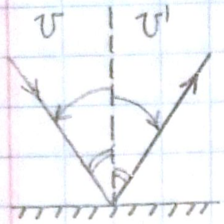
Давление света $P = 10^{-5}$ Па

§9 Геометрическая оптика

$d \gg \lambda$, $\lambda \to 0$

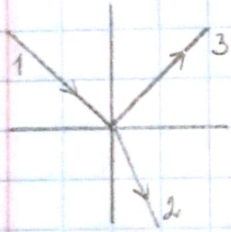
I Закон: прямолинейного распространения света (в однородной среде)

II Закон: отражения света

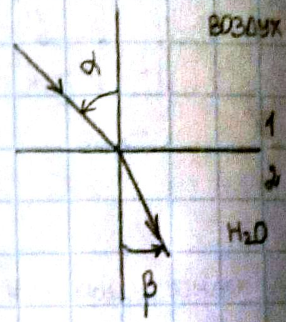


$\upsilon = \upsilon'$

Угол падения равен углу отражения. Они лежат в одной полуплоскости с нормалью к поверхности.

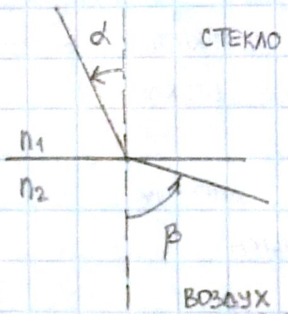


Закон Снелла (преломления света)



$n_1 \sin\alpha = n_2 \cdot \sin\beta \Rightarrow$

$\Rightarrow \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{n_2}{n_1}$ $(n_2 > n_1)$



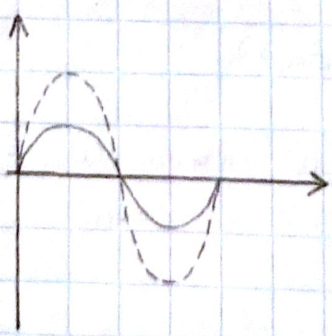
$(n_1 > n_2)$

$\dfrac{\sin\alpha_{пол}}{\sin 90^\circ} = \dfrac{1}{n}$

§10 Интерференция света

Опр. Интерференцией называется изменение средней плотности потока энергии $\overline{S}$, обусловленное суперпозицией ЭМВ

частоты равны;
разность фаз = const



$\omega_1 = \omega_2$

$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2}$

$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2\overline{E}_1\overline{E}_2$

$\langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2\langle \overline{E}_1\overline{E}_2 \rangle$

1) $\langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle$; $I = I_1 + I_2$ интерференции нет.

2) $\langle E^2 \rangle \neq \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle$; $I \neq I_1 + I_2$ нет интерференции

$\langle \bar{E}_1 \bar{E}_2 \rangle \neq 0$ необходимое условие интерференции.

За время изменения t разность фаз $\varphi_1 - \varphi_2$ должна сохранять свое значение

Волны, удовлетворяющие этому условию, наз-ся когерентные

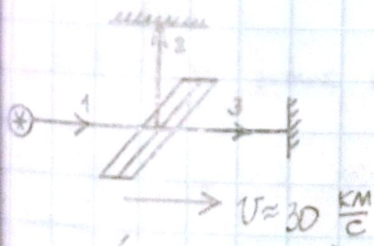
L 3м пакет (цуг.) волн

Создание когерентных источников

1. Деление амплитуды волны
Интерферометр Майкельсона (*)

2. Деление волнового фронта
К таким устройствам относятся схема Юнга, бипризма Френеля, билинза Бийе, зеркало Ллойда, бизеркало Френеля

Интерферометр Майкельсона:

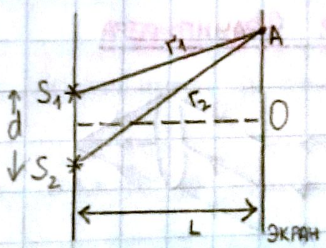


$$\Delta = \pm \lambda \left(m + \frac{1}{2}\right) = \pm (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

$m = 0, 1, 2, \dots$

Условие **min**

Схема Юнга:



$d \ll L$
$x \ll L$

$$\Delta = \pm \lambda m = \pm 2m \cdot \frac{\lambda}{2}$$

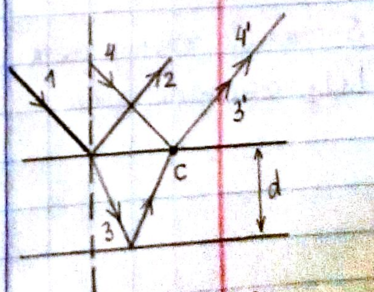
$m = 0, 1, 2, \dots$

Условие возникновения интерференционного **max**

x - область наблюдения интерференции

min $\Delta = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \dots, (2m+1)\frac{\lambda}{2}$

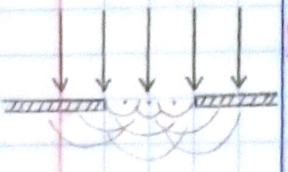
max $\Delta = 0, \lambda, 2\lambda, \dots, 2m\frac{\lambda}{2}$



$\Delta = f(d, n)$

Интерференция наблюдается от положения дискретного числа источников

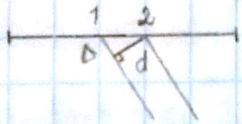
§11 Дифракция. Принцип Гюйгенса-Френеля



Принцип Гюйгенса: каждая точка волнового фронта может рассматриваться как источник вторичных волн, огибающая которых дает волновой фронт в следующий момент времени

Метод зон Френеля

Открытый участок фронта волны по отношению к рассматриваемой точке пространства разбивают на участки (зоны) так, чтобы разность хода лучей, идущих от эквивалентных краев двух соседних зон, была равна половине длины волны $\left(\frac{\lambda}{2}\right)$.

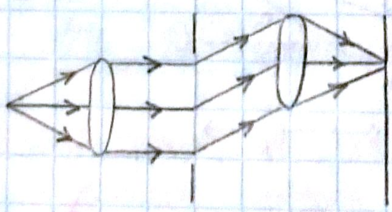


$$\Delta = d\sin\varphi$$

При таком условии лучи от соседних зон приходят в точку наблюдения в противоположной фазе и гасят друг друга. Результат суммирующий будет зависеть от четности числа зон Френеля, на которые разбивается фронт волны.

Размер зоны Френеля зависит от угла дифракции φ и длины волны λ.

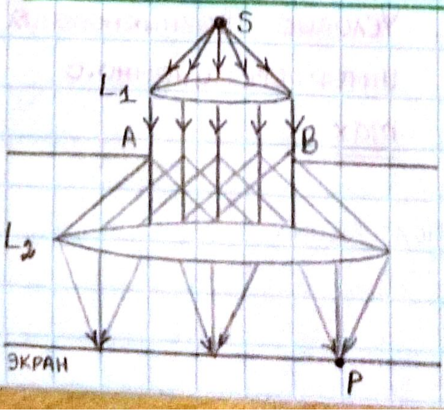
Дифракция Фраунгофера



reflection (отражение)
refraction (преломление)
diffraction (огибание)

§12 Дифракция Фраунгофера на щели

S - точечный источник света
L_1, L_2 - собирающие линзы



$AB = b$

Мысленно разобьем щель на очень узкие полоски шириной dx, так, чтобы разность хода от эквивалентных краев двух соседних зон была равна $\frac{\lambda}{2}$:

$\Delta = d_x \cdot \sin\Theta = \dfrac{\lambda}{2}$

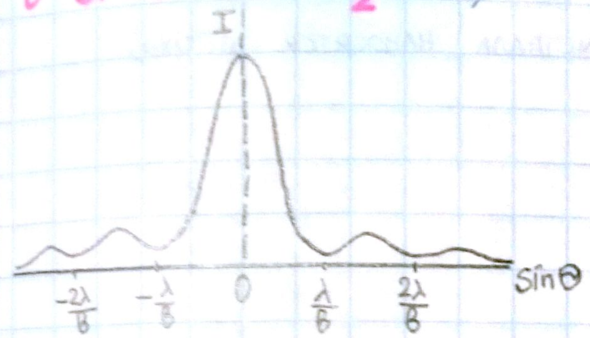
Число зон Френеля $\dfrac{b}{d_x}$

Если это число четное $(2k)$, то наблюдается минимум

$$\frac{b}{d_x} = \frac{2b\sin\Theta}{\lambda} = 2k$$

Отсюда получаем условие дифракционного минимума на щели:

$$b \cdot \sin\Theta = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad \text{где } k = \pm1, \pm2, \dots \qquad (13)$$



Минимумы интенсивности будут наблюдаться в точках, в которых $\sin\alpha = 0$ (кроме центральной точки) $\alpha = m\pi$, $m = \pm1, \pm2, \dots$

Формула для минимума: $b \cdot \sin\Theta = m\lambda$, $m = \pm1, \pm2, \dots$

В центре экрана $\Theta = 0$ всегда наблюдается максимум освещенности, т.к. все лучи не имеют разности хода и не подчиняются формуле (13).

$b\downarrow$ => ширина центрального максимума $\dfrac{2\lambda}{b}\uparrow$ и $\uparrow$ углы, при которых наблюдаются максимумы и минимумы.

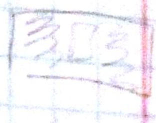
$b \gg \lambda$ => на экране яркое и четкое изображение источника.

Из (13): $\sin\Theta \sim \lambda$ => красный свет отклоняется сильнее, чем синий.

Если число зон Френеля $\dfrac{b}{d_x}$ нечетное $(2k+1)$, то наблюдается максимум:

$$b \cdot \sin\Theta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}, \quad \text{где } k = 0, \pm1, \pm2, \dots$$

поляризатор



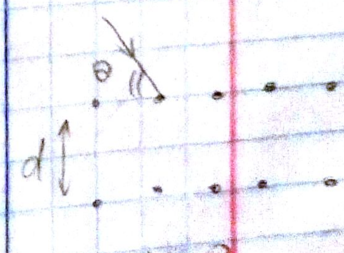
анизотропия

Θ - угол дифракции

N - число щелей

Рентген

d - постоянная решетки кристалла (расстояние между атомными плоскостями)



$\Delta = 2d\sin\Theta$

$\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$

$n_x = n_y \neq n_z$

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n$

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta_\perp} = n_z$

$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta_\parallel} = n_y$

Диффракционная решетка

Опр. ДР – это прибор для разложения световой волны в спектр и определения ее спектрального состава.

Виды ДР:

1. Стеклянные
   (на прозрачную поверхность наносятся штрихи)
2. Металлические
   (на полированную поверхность металла наносятся штрихи)