確率論レポート課題

6324059: 塚本 智己

提出日:2025 年 11 月 8 日

1

問題

概収束, 確率収束,p 次平均収束, 分布収束について, 定義をまとめよ.

概収束

(実数値) 確率変数列 $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ と確率変数列 X に対して

$$P(\lim_{n\to\infty} X_n = X) = 1$$

となるとき, X_n は X に「概収束 (Almost sure Convergence)」するといい, $X_n \xrightarrow{a.s} X(n \to \infty)$ とかく.

確率収束

$(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ が任意の $\epsilon > 0$ に対して,

$$\lim_{n\to\infty} P(|X_n - X| > \epsilon)$$

となるとき, X_n は X に「確率収束 (Convergence in Probability)」するといい,

$$P \lim_{n\to\infty} X_n = X$$

$$X_n \xrightarrow{P} X(n \to \infty)$$

とかく.

p 次平均収束

$(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$, X は各 $n \in \mathbb{N}$ に対してある $p > 0$ で $E[|X_n|^p] = 0$ とする. このとき,

$$\lim_{n\to 0} E[|X_n - X|^p] = 0$$

ならば, X_n は X に「p 次平均収束 (Convergence in L^p)」あるいは L^p 収束するといい,

$$X_n \xrightarrow{L^p} X(n \to \infty)$$

と表す.

分布収束

$(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$, X が $\mathbb{R}$ 上の任意の有界連続関数 f に対して

$$\lim_{n\to\infty} E[|f(X_n)|] = E[f(X)]$$

を満たすとき, X_n は X に「分布収束 (Convergence in Distribution)」または「法則収束 (Convergence in Law)」するといい,

$$X_n \xrightarrow{d} X(n \to \infty)$$
$$X_n \Rightarrow X(n \to \infty)$$

などと表す.

2

問題

上記で述べた, 各種収束の関係性をその反例や証明を含めてまとめよ. 必要に応じて図などを使用してもよい.

チーム＼対戦相手	A	B	C	D
A		○ 3-1	× 0-2	○ 5-0
B	× 1-3		○ 2-0	△ 1-1
C	○ 2-0	× 0-2		× 0-1
D	× 0-5	△ 1-1	○ 1-111	