

PEiTC_01	Romaniak Hubert	Informatyka niestacjonarna II rok	Semestr zimowy 2023/24
----------	-----------------	--------------------------------------	---------------------------

Zadanie 1

Układy trzech rezystorów (połączenie szeregowe i równoległe)

Wstęp teoretyczny

Rezystancję układu można wyliczyć za pomocą wzoru:

$$R = \frac{U}{I}$$

Gdzie:

- U – napięcie między końcami układu w woltach [V]
- I – natężenie prądu elektrycznego płynącego przez układ w amperach [A]

Jednostką rezystancji jest ohm [Ω].

Dla każdego układu będącego połączeniem rezystancji można wyliczyć rezystancję zastępczą, czyli rezystancję, której wartość jest równoważna do danego układu.

W przypadku połączenia szeregowego n rezystancji, rezystancja zastępcza jest wyznaczana za pomocą wzoru:

$$R_z = \sum_{i=1}^n R_i$$

W przypadku połączenia równoległego n rezystancji, rezystancja zastępcza jest wyznaczana za pomocą wzoru:

$$R_z = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}}$$

Cel zadania

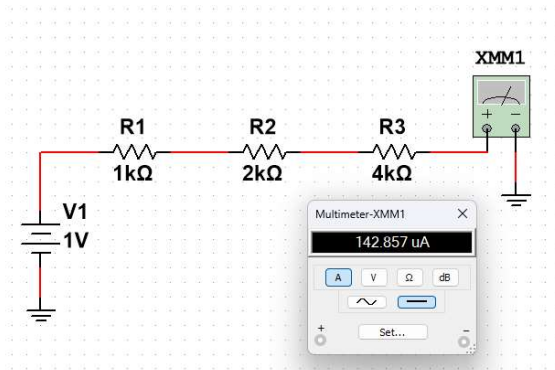
- Obliczyć teoretyczną rezystancję zastępczą połączenia szeregowego 3 rezystorów o wartościach $1k\Omega$, $2k\Omega$, $4k\Omega$ i porównać z wartością otrzymaną w symulatorze
- Obliczyć teoretyczną rezystancję zastępczą połączenia równoległego 3 rezystorów o wartościach $1k\Omega$, $2k\Omega$, $4k\Omega$ i porównać z wartością otrzymaną w symulatorze

Obliczenia teoretyczne

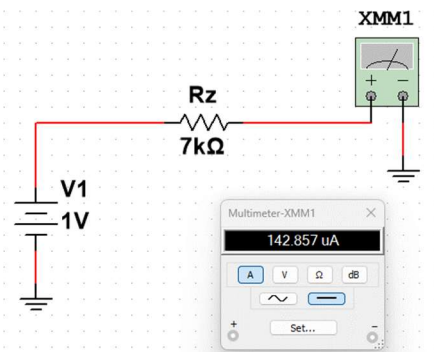
- $R_z = 1,00k + 2,00k + 4,00k = 7,00k [\Omega]$
- $R_z = \frac{1}{\frac{1}{1,00k} + \frac{1}{2,00k} + \frac{1}{4,00k}} = \frac{1}{1,00m + 0,50m + 0,25} = \frac{1}{1,75} \approx 571,43 [\Omega]$

Wyniki z programu symulacyjnego

a)



Rysunek 1 - układ 3 rezystorów połączonych szeregowo



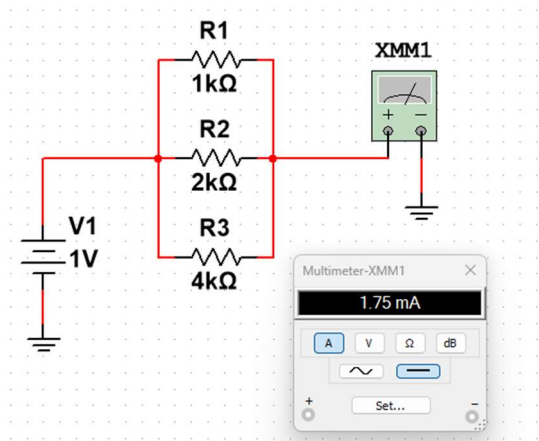
Rysunek 2 - układ z rezystorem zastępczym dla połączenia szeregowego

$$U = 1 [V]$$

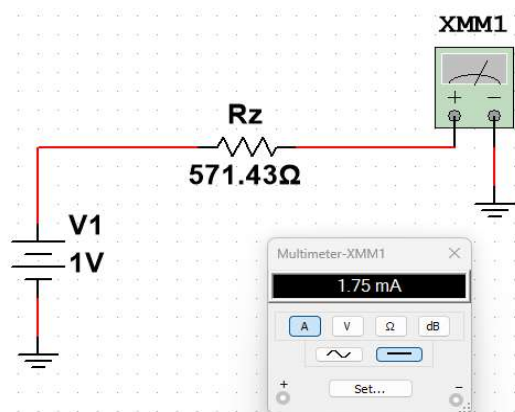
$$I \approx 142,86 \mu [A]$$

$$R_z \approx \frac{1}{142,86 \mu} \approx 7,00k [\Omega]$$

b)



Rysunek 3 - układ 3 rezystorów połączonych równolegle



Rysunek 4 - układ z rezystorem zastępczym dla połączenia równoległego

$$U = 1 [V]$$

$$I \approx 1,75m [A]$$

$$R \approx \frac{1}{1,75m} \approx 571,43 [\Omega]$$

Wnioski

Za pomocą podanych wzorów na rezystancję zastępczą można obliczyć wartość rezystancji zastępczej układu rezystorów, której działanie będzie takie samo jak działanie tego układu.

Zadanie 2

Filtr dolnoprzepustowy RC

Wstęp teoretyczny

Filtr w elektronice to układ odpowiedzialny za przepuszczanie lub blokowanie sygnałów o określonym zakresie częstotliwości. Filtry dzielą się na pasywne i aktywne. Filtry pasywne korzystają tylko z elementów RLC (rezystancji, indukcyjności, pojemności), natomiast filtry aktywne, poza elementami RLC, korzystają z dodatkowych elementów, takich jak m.in. wzmacniacze operacyjne.

Częstotliwość graniczna filtra to częstotliwość, poza którą tłumienie filtra staje się większe niż 3 dB (moc spada o więcej niż połowę) w stosunku do tłumienia wewnątrz pasma przepustowego.

Decybel (dB) jest miarą tłumienia sygnału. Wyraża się wzorem:

$$\begin{aligned} 1 \text{ dB} &= 10 \log \frac{P_{out}}{P_{in}} = 10 \log \frac{\frac{U_{out}^2}{R}}{\frac{U_{in}^2}{R}} = 10 \log \frac{U_{out}^2}{U_{in}^2} = 10 \log \left(\frac{U_{out}}{U_{in}} \right)^2 = 10 \times 2 \log \frac{U_{out}}{U_{in}} \\ &= 20 \log \frac{U_{out}}{U_{in}} \end{aligned}$$

$-3 \text{ dB} = 10 \log(0,5)$ spadek mocy do 50,00% początkowej

$-3 \text{ dB} \approx 20 \log(0,7079)$ spadek napięcia do 70,79% początkowego

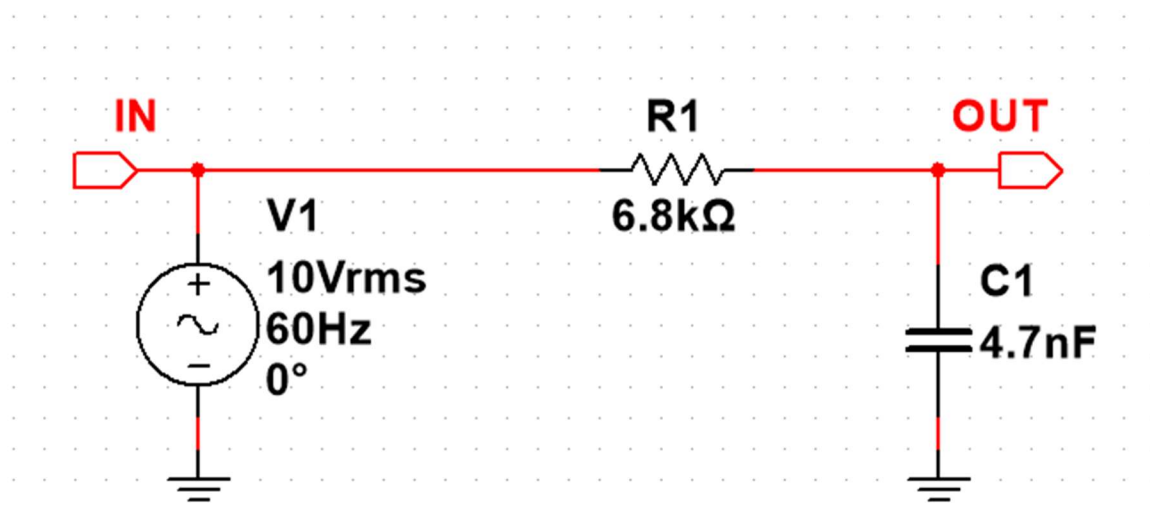
Filtr dolnoprzepustowy to filtr, który przepuszcza sygnały o częstotliwości poniżej częstotliwości granicznej, a tłumi sygnały o większej częstotliwości.

Częstotliwość graniczna pasywnego filtra dolnoprzepustowego RC wyznaczana jest ze wzoru:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

Cel zadania

Wyznaczyć częstotliwość graniczną dla filtra o wybranych wartościach ($R = 6,8 \text{ k}\Omega$, $C = 4,7 \text{ nF}$, $U_{in} = 10 \text{ V}$, $\psi_{in} = 0 \text{ rad}$). Zmieniać częstotliwość sygnału i odczytywać napięcie wyjściowe, a następnie porównać wyniki z obliczeniami teoretycznymi.



Rysunek 5 - schemat układu filtra dolnoprzepustowego RC

Obliczenia teoretyczne

Częstotliwość graniczna $f_c = \frac{1}{2\pi RC} \approx \frac{1}{2 \times 3,14 \times 6,8k \times 4,7n} \approx \frac{1}{0,000201} \approx 4,980k [Hz]$

$f = f_c$

Pulsacja $\omega = 2\pi f \approx 2 \times 3,14 \times 4,980k \approx 31,29k \left[\frac{rad}{s}\right]$

Reaktancja pojemnościowa $X_C = \frac{1}{\omega C} \approx \frac{1}{31,29k \times 4,7n} \approx \frac{1}{0,000147} \approx 6,8k [\Omega]$

Impedancja pojemnościowa $Z_C = -jX_C \approx -j6,8k [\Omega]$

Impedancja $Z = R + Z_C \approx 6,8k - j6,8k [\Omega]$

Napięcie wyjściowe (z dzielnika napięcia):

$$\begin{aligned} U_{out} &= U_{in} \frac{Z_C}{Z} \approx 10 \frac{-j6,8k}{6,8k - j6,8k} = 10 \frac{-j}{1-j} \times \frac{1+j}{1+j} = 10 \frac{-j-j^2}{1^2-j^2} = 10 \frac{-j-(-1)}{1-(-1)} = 10 \frac{-j+1}{1+1} \\ &= 10 \frac{1-j}{2} = 5(1-j) = \left\{ \begin{array}{l} z = 1-j = |z|e^{j\varphi} \\ |z| = \sqrt{1^2+(-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \\ \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \varphi = -\arccos \left| \frac{\sqrt{2}}{2} \right| = -\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\pi}{4} \end{array} \right\} \\ &= 5 \times \sqrt{2} e^{j(-\frac{\pi}{4})} \approx 5 \times 1,414 e^{j(-\frac{\pi}{4})} = 7,071 e^{j(-\frac{\pi}{4})} [V] \end{aligned}$$

Wartość skuteczna napięcia wyjściowego $U_{out} = 7,071 V$ i jest przesunięta w fazie o $\psi_{out} = -\frac{\pi}{4} \approx -0,785 rad (-45,000^\circ)$ w stosunku do napięcia wejściowego.

Tłumienie sygnału $20 \log \frac{7,071}{10} = 20 \log 0,7071 \approx 20 \times (-0,1505) = -3,010 [dB]$

Uwaga

Można zauważyć, że wzór na napięcie wyjściowe skraca się do postaci: $U_{out} = U_{in} \frac{1-\frac{f}{f_c}j}{1+(\frac{f}{f_c})^2}$.

Po kolejnych przekształceniach można zauważyć, że wzór na wartość napięcia wyjściowego ma postać:

$|U_{out}| = \frac{f_c U_{in}}{\sqrt{f^2 + f_c^2}}$, a wzór na przesunięcie w fazie wynosi $\psi = -\arccos \frac{f_c}{\sqrt{f^2 + f_c^2}}$. W obu wzorach pojawia

się wspólny czynnik $A = \frac{f_c}{\sqrt{f^2 + f_c^2}}$, który można wyliczyć osobno. Ostatecznie, wzory przyjmują postać:

$$A = \frac{f_c}{\sqrt{f^2 + f_c^2}}$$

$$|U_{out}| = AU_{in}$$

$$\psi_{out} = -\arccos A$$

$f = 1Hz$

$$A = \frac{f_c}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 1,0000$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 10,000 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = -\arccos A \approx -0,0002 \text{ rad } (-0,012^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{10,000}{10} = 0,000 \text{ dB}$$

$$f = 10 \text{ Hz}$$

$$A = \frac{f_c}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 1,0000$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 10,000 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = -\arccos A \approx -0,0002 \text{ rad } (-0,012^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{10,000}{10} = 0,000 \text{ dB}$$

$$f = 100 \text{ Hz}$$

$$A = \frac{f_c}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,9998$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 9,998 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = -\arccos A \approx -0,0201 \text{ rad } (-1,150^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{9,99}{10} = -0,002 \text{ dB}$$

$$f = 1 \text{ kHz}$$

$$A = \frac{f_c}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,9804$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 9,804 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = -\arccos A \approx -0,198 \text{ rad } (-11,354^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{9,804}{10} \approx -0,172 \text{ dB}$$

$$f = 10 \text{ kHz}$$

$$A = \frac{f_c}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,4458$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 4,458 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = -\arccos A \approx -1,109 \text{ rad } (-63,527^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{4,458}{10} \approx -7,018 \text{ dB}$$

$$f = 100 \text{ kHz}$$

$$A = \frac{f_c}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,0497$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 0,497 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = -\arccos A \approx -1,521 \text{ rad } (-87,149^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{0,497}{10} \approx -26,073 \text{ dB}$$

$$f = 1\text{MHz}$$

$$A = \frac{f_c}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,0050$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 0,050\text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

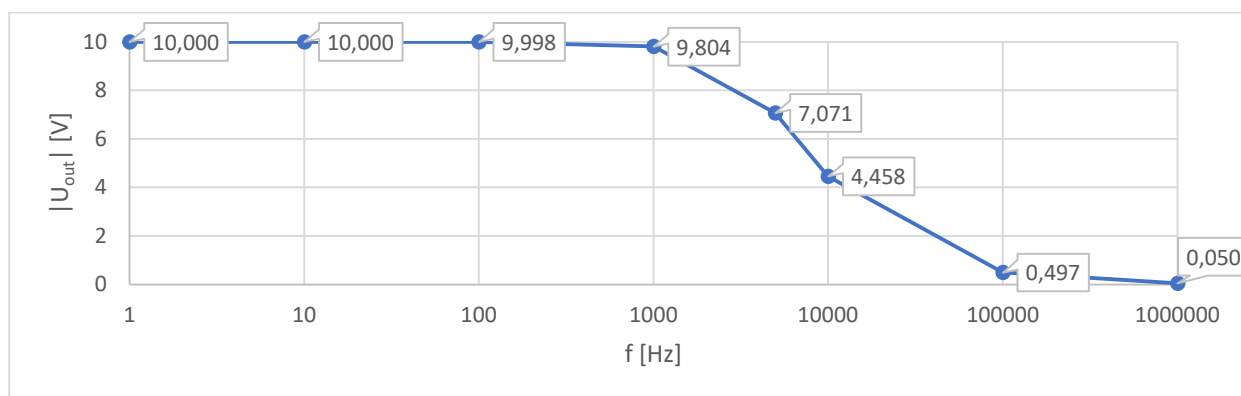
$$\psi_{out} = -\arccos A \approx -1,566\text{ rad } (-89,715^\circ)$$

Tłumienie sygnału

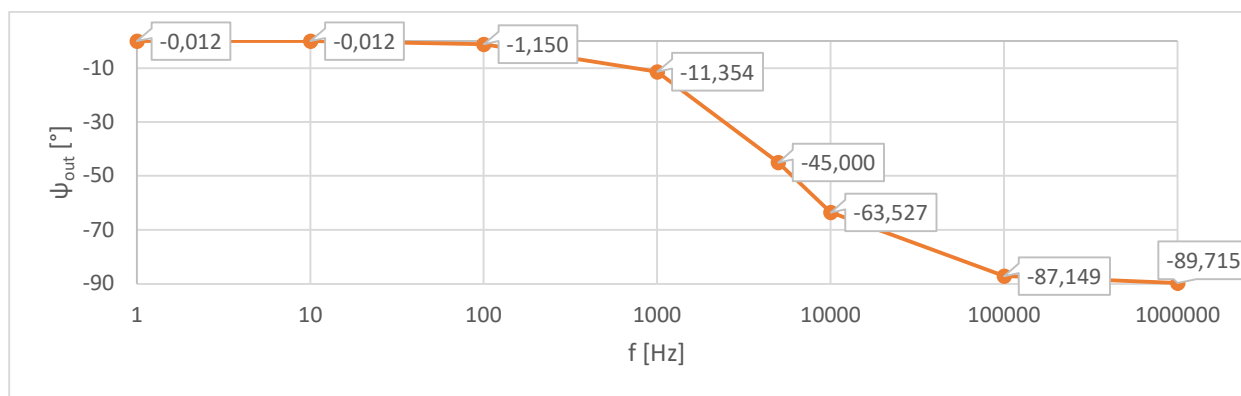
$$20 \log \frac{0,0050}{10} \approx -46,056\text{ dB}$$

Podsumowanie wyników

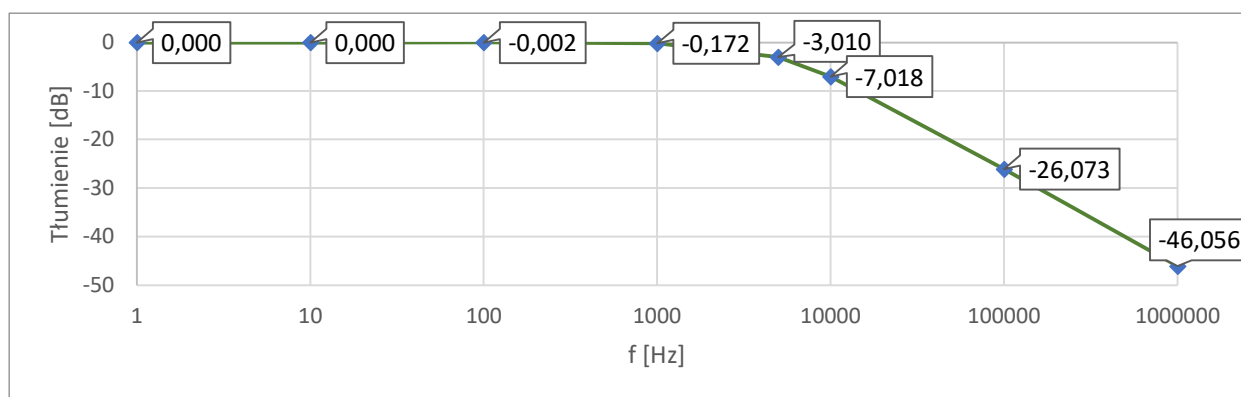
f [Hz]	1	10	100	1000	4980	10000	100000	1000000
$ U_{out} $ [V]	10,000	10,000	9,998	9,804	7,071	4,458	0,497	0,050
ψ_{out} [°]	-0,012	-0,012	-1,150	-11,354	-45,000	-63,527	-87,149	-89,715
Tłumienie [dB]	0,000	0,000	-0,002	-0,172	-3,010	-7,018	-26,073	-46,056



Rysunek 6 – wykres zależności wartości napięcia wyjściowego od częstotliwości dla filtra dolnoprzepustowego RC (obliczenia)



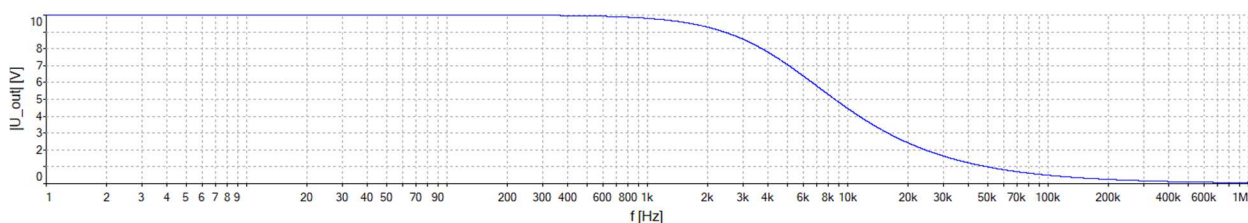
Rysunek 7 – wykres zależności przesunięcia fazowego od częstotliwości dla filtra dolnoprzepustowego RC (obliczenia)



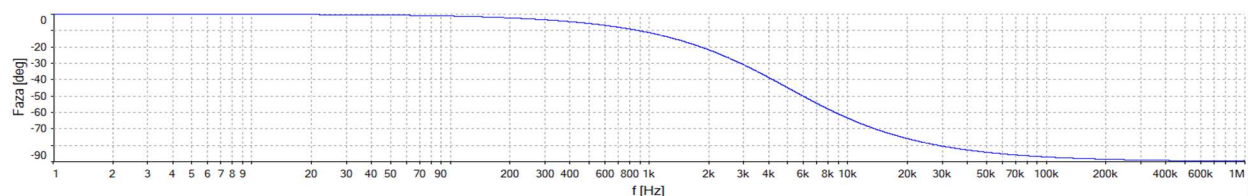
Rysunek 8 – wykres zależności tłumienia od częstotliwości dla filtra dolnoprzepustowego RC (obliczenia)

Wyniki z programu symulacyjnego

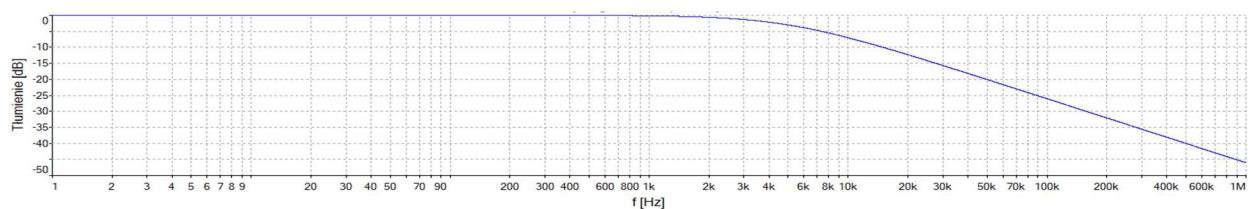
f [Hz]	1	10	100	1000	4980	10000	100000	1000000
$ U_{out} $ [V]	10,000	10,000	9,998	9,804	7,071	4,458	0,497	0,050
ψ_{out} [°]	-0,012	-0,115	-1,150	-11,355	-45,000	-63,528	-87,149	-89,715
Tłumienie [dB]	0,000	0,000	-0,002	-0,172	-3,010	-7,018	-26,067	-46,071



Rysunek 9 – wykres zależności wartości napięcia wyjściowego od częstotliwości dla filtra dolnoprzepustowego RC (symulacja)



Rysunek 10 – wykres zależności przesunięcia fazowego od częstotliwości dla filtra dolnoprzepustowego RC (symulacja)



Rysunek 11 – wykres zależności tłumienia od częstotliwości dla filtra dolnoprzepustowego RC (symulacja)

Wnioski

Filtr pasywny dolnoprzepustowy RC przepuszcza sygnały, których częstotliwość jest poniżej częstotliwości granicznej, a tłumi sygnały o częstotliwości powyżej. Pasmo zaporowe filtra to zakres częstotliwości, dla których tłumienie jest większe niż 3 dB, co przekłada się na spadek mocy do 50% wartości początkowej lub spadek napięcia skutecznego/amplitudy napięcia do 70,79% wartości początkowej.

Tłumienie dolnoprzepustowego filtra RC, poza oczywistym zmniejszeniem amplitudy, przekłada się też na przesunięcie w fazie sygnału przefiltrowanego w stosunku do sygnału wejściowego. Przy częstotliwości granicznej, przesunięcie to wynosi $-\frac{\pi}{4} \approx -0,79 \text{ radiana } (-45^\circ)$, natomiast powyżej tej częstotliwości, przesunięcie zbliża się asymptotycznie do $-\frac{\pi}{2} \approx -1,57 \text{ radiana } (-90^\circ)$.

Zadanie 3

Filtr górnoprzepustowy RC

Wstęp teoretyczny

WSTĘP DO FILTRÓW – PATRZ „ZADANIE 2: WSTĘP TEORETYCZNY”

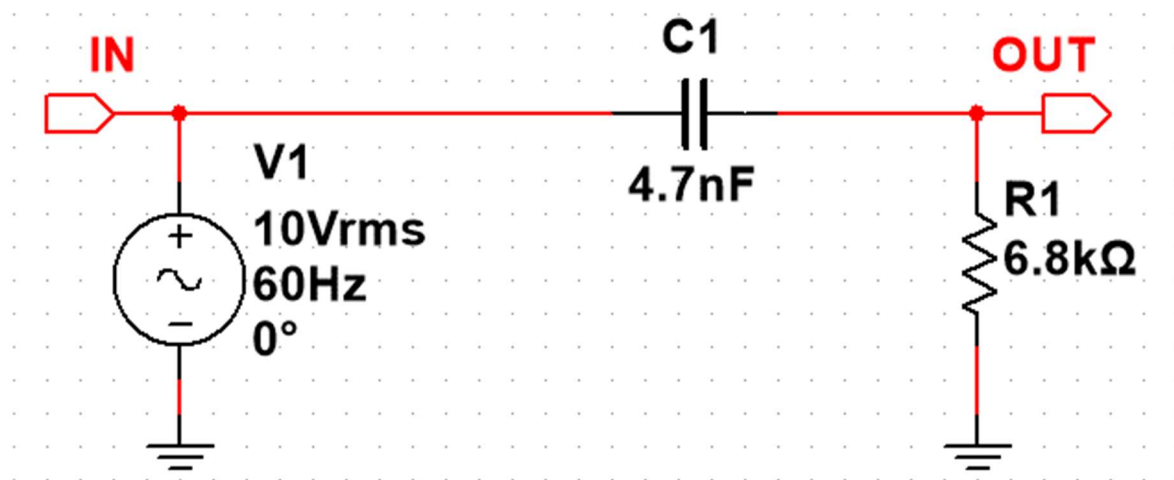
Filtr górnoprzepustowy to filtr, który przepuszcza sygnały o częstotliwości powyżej częstotliwości granicznej, a tłumi sygnały o mniejszej częstotliwości.

Częstotliwość graniczna pasywnego filtra górnoprzepustowego RC wyznaczana jest ze wzoru:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

Cel zadania

Wyznaczyć częstotliwość graniczną dla filtra o wybranych wartościach ($R = 6,8k\Omega$, $C = 4,7nF$, $U_{in} = 10V$, $\psi_{in} = 0 \text{ rad}$). Zmieniać częstotliwość sygnału i odczytywać napięcie wyjściowe, a następnie porównać wyniki z obliczeniami teoretycznymi.



Rysunek 12 - schemat układu filtra górnoprzepustowego RC

Obliczenia teoretyczne

Obliczenia teoretyczne są bardzo zbliżone do obliczeń z zadania 2, dlatego część wartości zostaje przepisana (PATRZ „ZADANIE 2: OBLICZENIA TEORETYCZNE”).

Częstotliwość graniczna $f_c \approx 4,980k \text{ [Hz]}$

$f = f_c$

Impedancja $Z \approx 6,8k - j6,8k \text{ [\Omega]}$

Napięcie wyjściowe (dzielnik napięcia):

$$\begin{aligned}
 U_{out} &= U \frac{R}{Z} \approx 10 \frac{6,8k}{6,8k - j6,8k} = 10 \frac{1}{1-j} \times \frac{1+j}{1+j} = 10 \frac{1+j}{1^2 - j^2} = 10 \frac{1+j}{1 - (-1)} = 10 \frac{1+j}{1+1} \\
 &= 10 \frac{1+j}{2} = 5(1+j) = \left\{ \begin{array}{l} z = 1+j = |z|e^{j\varphi} \\ |z| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \\ \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \varphi = \arccos \left| \frac{\sqrt{2}}{2} \right| = \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4} \end{array} \right\} = 5 \times \sqrt{2} e^{j\frac{\pi}{4}} \\
 &\approx 5 \times 1,414 e^{j\frac{\pi}{4}} = 7,071 e^{j\frac{\pi}{4}} [V]
 \end{aligned}$$

Wartość skuteczna napięcia wyjściowego $U_{out} = 7,071 V$ i jest przesunięta w fazie o $\psi_{out} = \frac{\pi}{4} \approx 0,785 \text{ rad}$ ($45,000^\circ$) w stosunku do napięcia wejściowego.

Tłumienie sygnału $20 \log \frac{7,071}{10} = 20 \log 0,7071 \approx 20 \times (-0,1505) = -3,010 [dB]$

Uwaga

Można zauważyć, że wzór na napięcie wyjściowe skraca się do postaci: $U_{out} = U_{in} \frac{(\frac{f}{f_c})^2 + \frac{f}{f_c}j}{1 + (\frac{f}{f_c})^2}$.

Po kolejnych przekształceniach można zauważyć, że wzór na wartość napięcia wyjściowego ma postać:

$|U_{out}| = \frac{f U_{in}}{\sqrt{f^2 + f_c^2}}$, a wzór na przesunięcie w fazie wynosi $\psi = \arccos \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}}$. W obu wzorach pojawia się wspólny czynnik $A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}}$, który można wyliczyć osobno. Ostatecznie, wzory przyjmują postać:

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}}$$

$$|U_{out}| = A U_{in}$$

$$\psi_{out} = \arccos A$$

$f = 1 \text{ Hz}$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,0002$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = A U_{in} \approx 0,002 V$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = \arccos A \approx 1,571 \text{ rad} (89,988^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{0,002}{10} = -73,944 \text{ dB}$$

$f = 10 \text{ Hz}$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,0020$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = A U_{in} \approx 0,020 V$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = \arccos A \approx 1,569 \text{ rad} (89,885^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{0,020}{10} = -53,945 \text{ dB}$$

$$f = 100 \text{ Hz}$$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,0201$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 0,201 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = \arccos A \approx 1,551 \text{ rad } (88,850^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{0,201}{10} = -33,946 \text{ dB}$$

$$f = 1 \text{ kHz}$$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,1969$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 1,969 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = \arccos A \approx 1,373 \text{ rad } (78,646^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{1,96}{10} \approx -14,116 \text{ dB}$$

$$f = 10 \text{ kHz}$$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,8951$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 8,951 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = \arccos A \approx 0,462 \text{ rad } (26,473^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{8,951}{10} \approx -0,962 \text{ dB}$$

$$f = 100 \text{ kHz}$$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,9988$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 9,988 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = \arccos A \approx 0,050 \text{ rad } (2,851^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{9,988}{10} \approx -0,011 \text{ dB}$$

$$f = 1 \text{ MHz}$$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 1,0000$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 10,000 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

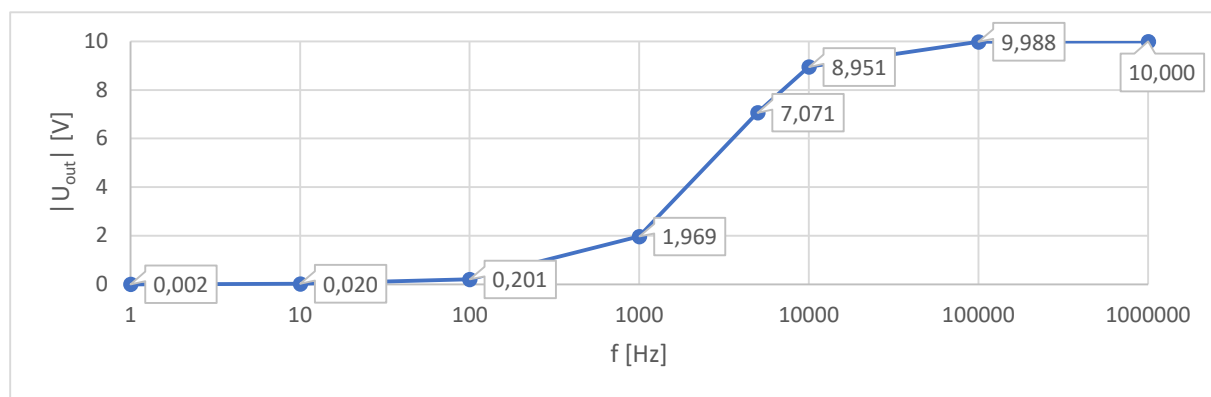
$$\psi_{out} = \arccos A \approx 0,005 \text{ rad } (0,285^\circ)$$

Tłumienie sygnału

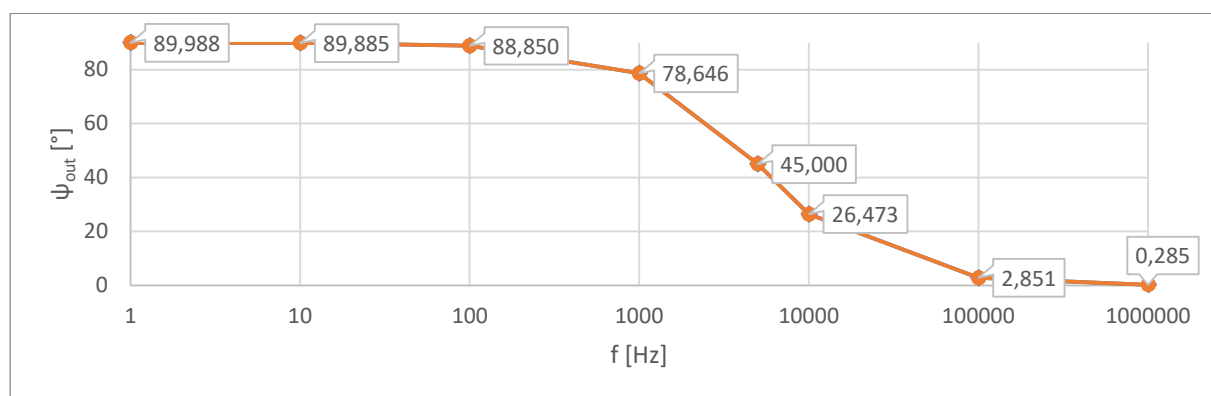
$$20 \log \frac{10,000}{10} \approx 0,000 \text{ dB}$$

Podsumowanie wyników

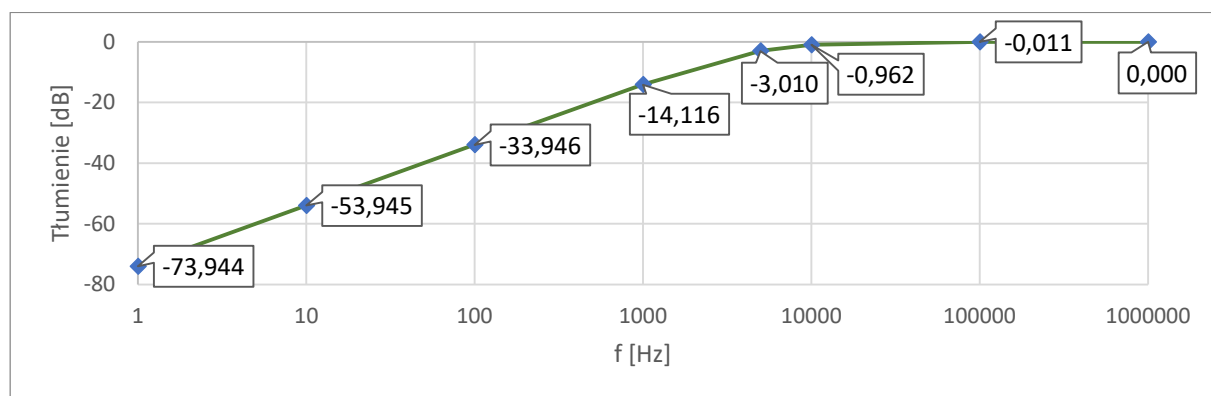
f [Hz]	1	10	100	1000	4980	10000	100000	1000000
$ U_{out} $ [V]	0,002	0,020	0,201	1,969	7,071	8,951	9,988	10,000
ψ_{out} [°]	89,988	89,885	88,850	78,646	45,000	26,473	2,851	0,285
Tłumienie [dB]	-73,944	-53,945	-33,946	-14,116	-3,010	-0,962	-0,011	0,000



Rysunek 13 – wykres zależności wartości napięcia wyjściowego od częstotliwości dla filtra górnoprzepustowego RC (obliczenia)



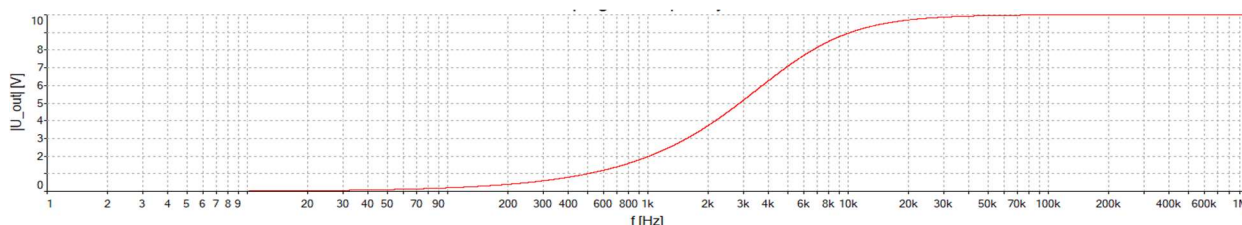
Rysunek 14 – wykres zależności przesunięcia fazowego od częstotliwości dla filtra górnoprzepustowego RC (obliczenia)



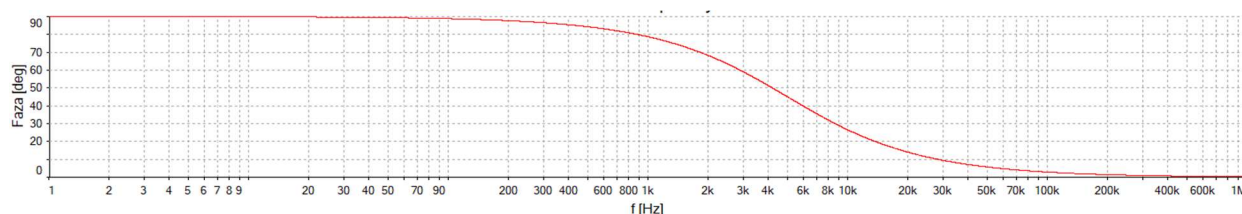
Rysunek 15 – wykres zależności tłumienia od częstotliwości dla filtra górnoprzepustowego RC (obliczenia)

Wyniki z programu symulacyjnego

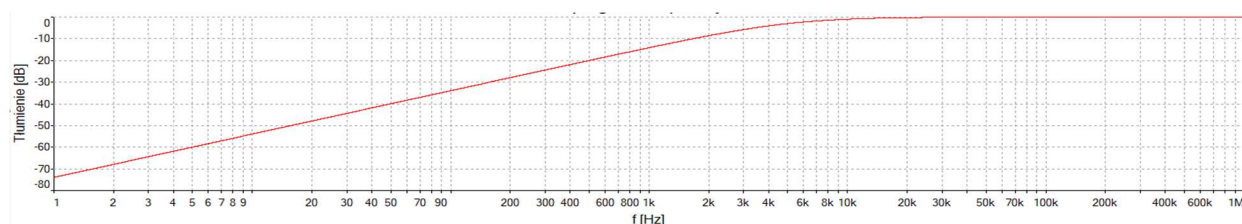
f [Hz]	1	10	100	1000	4980	10000	100000	1000000
$ U_{out} $ [V]	0,002	0,020	0,201	1,969	7,071	8,952	9,988	10,000
ψ_{out} [°]	89,989	89,885	88,850	78,646	44,999	26,473	2,851	0,285
Tłumienie [dB]	-73,944	-53,944	-33,946	-14,116	-3,010	-0,962	-0,011	0,000



Rysunek 16 – wykres zależności wartości napięcia wyjściowego od częstotliwości dla filtra górnoprzepustowego RC (symulacja)



Rysunek 17 – wykres zależności przesunięcia fazowego od częstotliwości dla filtra górnoprzepustowego RC (symulacja)



Rysunek 18 – wykres zależności tłumienia od częstotliwości dla filtra górnoprzepustowego RC (symulacja)

Wnioski

Filtr pasywny górnoprzepustowy RC przepuszcza sygnały, których częstotliwość jest powyżej częstotliwości granicznej, a tłumí sygnały o częstotliwości poniżej. Pasmo zaporowe filtra to zakres częstotliwości, dla których tłumienie jest większe niż 3 dB, co przekłada się na spadek mocy do 50% wartości początkowej lub spadek napięcia skutecznego/amplitudy napięcia do 70,79% wartości początkowej.

Tłumienie górnoprzepustowego filtra RC, poza oczywistym zmniejszeniem amplitudy, przekłada się też na przesunięcie w fazie sygnału przefiltrowanego w stosunku do sygnału wejściowego. Przy częstotliwości granicznej, przesunięcie to wynosi $\frac{\pi}{4} \approx 0,79 \text{ radiana}$ (45°), natomiast poniżej tej częstotliwości, przesunięcie zbliża się asymptotycznie do $\frac{\pi}{2} \approx 1,57 \text{ radiana}$ (90°).

Zadanie 4

Filtr górnoprzepustowy RL

Wstęp teoretyczny

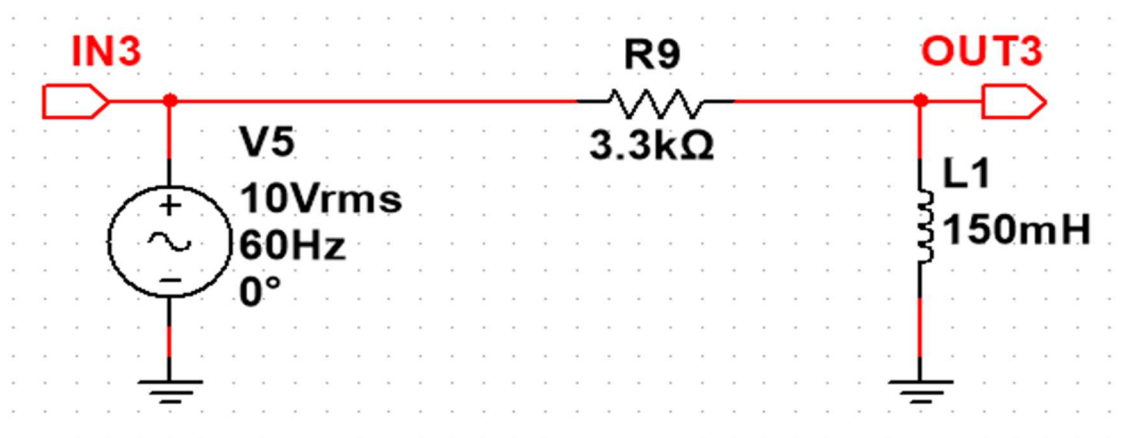
WSTĘP DO FILTRÓW – PATRZ „ZADANIE 3: WSTĘP TEORETYCZNY”

Częstotliwość graniczna pasywnego filtra górnoprzepustowego RL wyznaczana jest ze wzoru:

$$f_c = \frac{R}{2\pi L}$$

Cel zadania

Wyznaczyć częstotliwość graniczną dla filtra o wybranych wartościach ($R = 3,3 \text{ k}\Omega$, $F = 150 \text{ mH}$, $U_{in} = 10 \text{ V}$, $\psi_{in} = 0 \text{ rad}$). Zmieniać częstotliwość sygnału i odczytywać napięcie wyjściowe, a następnie porównać wyniki z obliczeniami teoretycznymi.



Rysunek 19 - schemat układu filtra górnoprzepustowego RL

Obliczenia teoretyczne

Częstotliwość graniczna $f_c = \frac{R}{2\pi L} \approx \frac{3,3k}{2 \times 3,14 \times 150m} \approx \frac{3,3k}{0,942478} \approx 3,501k \text{ [Hz]}$

$$f = f_c$$

Pulsacja $\omega = 2\pi f \approx 2 \times 3,14 \times 4,98k \approx 22,00k \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$

Reaktancja pojemnościowa $X_L = \omega L = 22,00k \times 150m = 3,3k \text{ } [\Omega]$

Impedancja pojemnościowa $Z_L = jX_L \approx j3,3k \text{ } [\Omega]$

Impedancja $Z = R + Z_L \approx 3,3k + j3,3k \text{ } [\Omega]$

Napięcie wyjściowe (z dzielnika napięcia):

$$\begin{aligned}
 U_{out} &= U_{in} \frac{Z_L}{Z} \approx 10 \frac{j3,3k}{3,3k - j3,3k} = 10 \frac{j}{1-j} \times \frac{1+j}{1+j} = 10 \frac{j+j^2}{1^2-j^2} = 10 \frac{j+(-1)}{1-(-1)} = 10 \frac{-1+j}{1+1} \\
 &= 10 \frac{-1+j}{2} = 5(-1+j) = \begin{cases} z = -1+j = |z|e^{j\varphi} \\ |z| = \sqrt{(-1)^2+1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \\ \cos \varphi = \frac{-1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \varphi = \arccos \left| -\frac{\sqrt{2}}{2} \right| = \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4} \end{cases} = 5 \times \sqrt{2} e^{j\frac{\pi}{4}} \\
 &\approx 5 \times 1,414 e^{j\frac{\pi}{4}} = 7,071 e^{j\frac{\pi}{4}} [V]
 \end{aligned}$$

Wartość skuteczna napięcia wyjściowego $U_{out} = 7,071 V$ i jest przesunięta w fazie o $\psi_{out} = \frac{\pi}{4} \approx 0,785 \text{ rad}$ (45,000°) w stosunku do napięcia wejściowego.

Tłumienie sygnału $20 \log \frac{7,07}{10} = 20 \log 0,7071 \approx 20 \times (-0,1505) = -3,010 [dB]$

Uwaga

Można zauważyć, że wzór na napięcie wyjściowe skraca się do postaci: $U_{out} = U_{in} \frac{-(\frac{f}{f_c})^2 + \frac{f}{f_c}j}{1 + (\frac{f}{f_c})^2}$.

Po kolejnych przekształceniach można zauważyć, że wzór na wartość napięcia wyjściowego ma postać:

$|U_{out}| = \frac{f U_{in}}{\sqrt{f^2 + f_c^2}}$, a wzór na przesunięcie w fazie wynosi $\psi = \arccos \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}}$. W obu wzorach pojawia się wspólny czynnik $A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}}$, który można wyliczyć osobno. Ostatecznie, wzory przyjmują postać:

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}}$$

$$|U_{out}| = A U_{in}$$

$$\psi_{out} = \arccos A$$

$f = 1 \text{ Hz}$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,0003$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = A U_{in} \approx 0,003 V$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = \arccos A \approx 1,571 \text{ rad} (89,984^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{0,003}{10} = -70,884 \text{ dB}$$

$f = 10 \text{ Hz}$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,0029$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = A U_{in} \approx 0,029 V$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = \arccos A \approx 1,568 \text{ rad } (89,836^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{0,029}{10} = -50,884 \text{ dB}$$

$$f = 100 \text{ Hz}$$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,0286$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 0,286 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = \arccos A \approx 1,542 \text{ rad } (88,364^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{0,286}{10} = -30,887 \text{ dB}$$

$$f = 1 \text{ kHz}$$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,2746$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 2,746 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = \arccos A \approx 1,293 \text{ rad } (74,059^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{2,746}{10} \approx -11,224 \text{ dB}$$

$$f = 10 \text{ kHz}$$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,9438$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 9,438 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = \arccos A \approx 0,337 \text{ rad } (19,295^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{9,438}{10} \approx -0,502 \text{ dB}$$

$$f = 100 \text{ kHz}$$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 0,9994$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 9,994 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

$$\psi_{out} = \arccos A \approx 0,035 \text{ rad } (2,005^\circ)$$

Tłumienie sygnału

$$20 \log \frac{9,994}{10} \approx -0,005 \text{ dB}$$

$$f = 1 \text{ MHz}$$

$$A = \frac{f}{\sqrt{f^2 + f_c^2}} \approx 1,0000$$

Wartość napięcia wyjściowego

$$|U_{out}| = AU_{in} \approx 10,000 \text{ V}$$

Przesunięcie w fazie

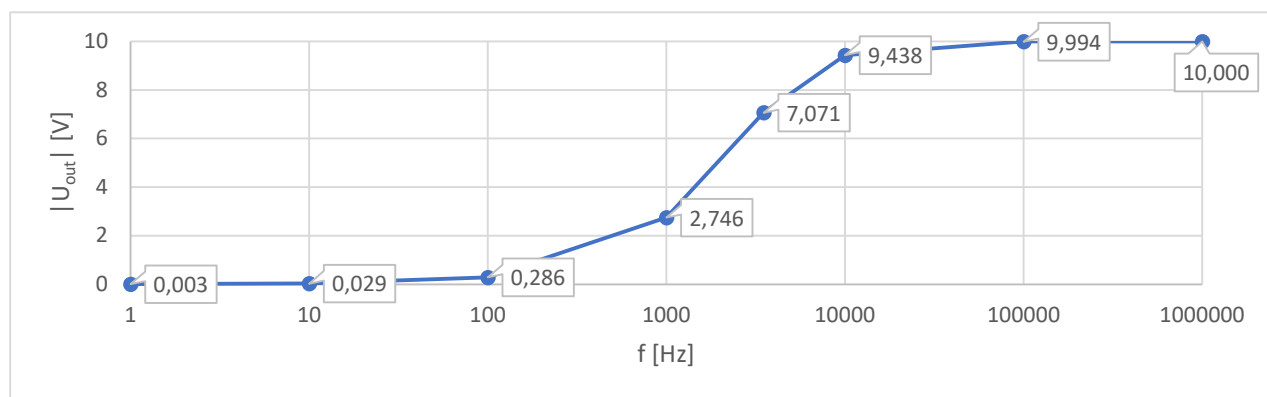
$$\psi_{out} = \arccos A \approx 0,004 \text{ rad } (0,201^\circ)$$

Tłumienie sygnału

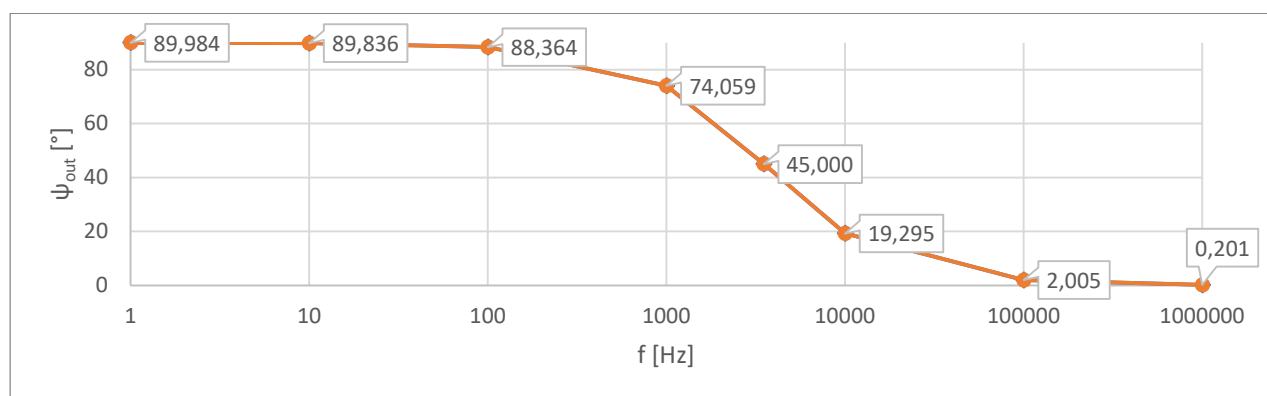
$$20 \log \frac{10,000}{10} \approx 0,000 \text{ dB}$$

Podsumowanie wyników

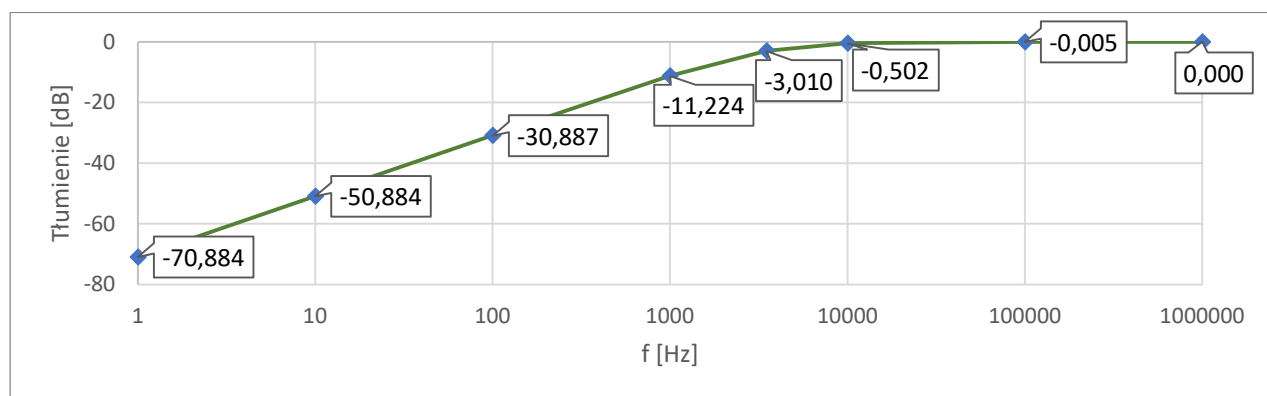
f [Hz]	1	10	100	1000	3501	10000	100000	1000000
$ U_{out} $ [V]	0,003	0,029	0,286	2,746	7,071	9,438	9,994	10,000
ψ_{out} [°]	89,984	89,836	88,364	74,059	45,000	19,295	2,005	0,201
Tłumienie [dB]	-70,884	-50,884	-30,887	-11,224	-3,010	-0,502	-0,005	0,000



Rysunek 20 – wykres zależności wartości napięcia wyjściowego od częstotliwości dla filtra górnoprzepustowego RL (obliczenia)



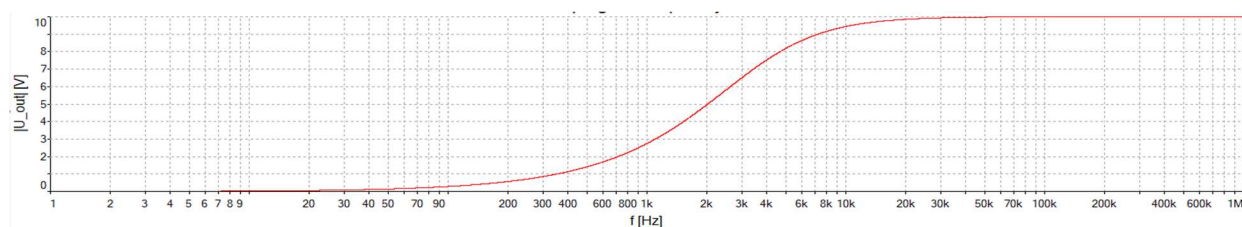
Rysunek 21 – wykres zależności przesunięcia fazowego od częstotliwości dla filtra górnoprzepustowego RL (obliczenia)



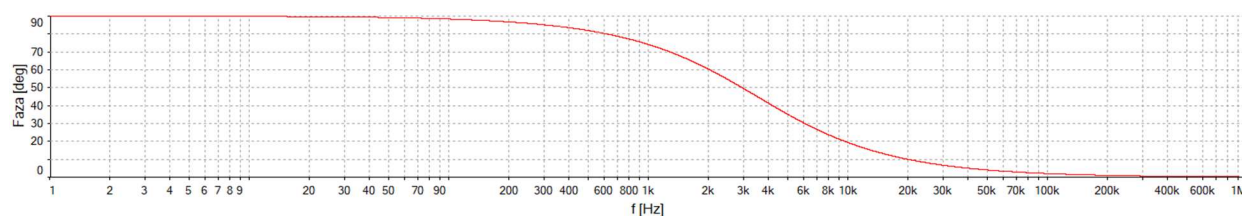
Rysunek 22 – wykres zależności tłumienia od częstotliwości dla filtra górnoprzepustowego RL (obliczenia)

Wyniki z programu symulacyjnego

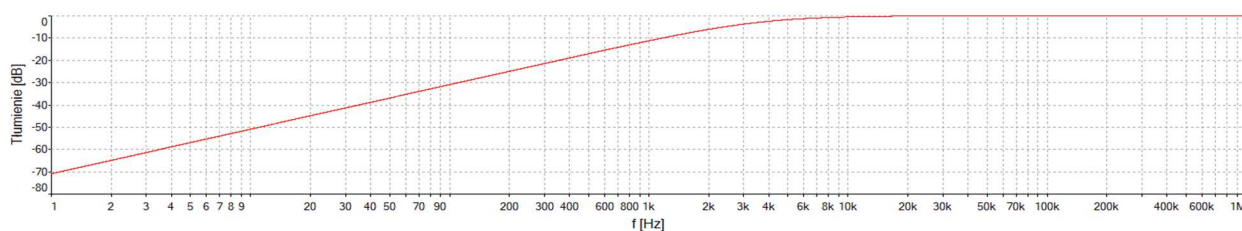
f [Hz]	1	10	100	1000	3501	10000	100000	1000000
$ U_{out} $ [V]	0,003	0,029	0,285	2,746	7,071	9,438	9,994	10,000
ψ_{out} [°]	89,984	89,836	88,364	74,060	45,003	19,297	2,005	0,201
Tłumienie [dB]	-70,885	-50,885	-30,888	-11,225	-3,011	-0,502	-0,005	0,000



Rysunek 23 – wykres zależności wartości napięcia wyjściowego od częstotliwości dla filtra górnoprzepustowego RL (symulacja)



Rysunek 24 – wykres zależności przesunięcia fazowego od częstotliwości dla filtra górnoprzepustowego RL (symulacja)



Rysunek 25 – wykres zależności tłumienia od częstotliwości dla filtra górnoprzepustowego RL (symulacja)

Wnioski

Można zauważyć, że działanie górnoprzepustowego filtra RL jest takie samo jak filtra RC. Jediną różnicą jest ich budowa. Zatem wnioski również będą takie same (PATRZ „ZADANIE 3: WNIOSKI”).