

- O que é o método da redutibilidade? Explique como é aplicado, dê um exemplo.
R: A redutibilidade é um método de provar que certos problemas são computacionalmente **insolúveis** ou **indecidíveis**.
A ideia é transformar um problema desconhecido (A) em outro problema conhecido (B). Se sabemos que B não pode ser resolvido por nenhum algoritmo, e conseguimos transformar A em B de maneira computável, então A também é insolúvel.

Exemplo: Imagine que queremos viajar de Boston a Paris (problema A). Isso se reduz a comprar uma passagem aérea (problema B). Para comprar a passagem, precisamos de dinheiro (problema C). Para isso, precisamos de um emprego (problema D). Ou seja, se resolver o problema D (conseguir um emprego), conseguimos resolver todos os anteriores, por meio de **reduções sucessivas**.

- Qual a relação entre o método da redutibilidade e o problema de determinar se um problema é computacionalmente solúvel?

R: A redutibilidade nos permite provar que um problema é indecidível. Se conseguimos reduzir um problema indecidível conhecido (como o problema da parada) a um novo problema, e essa redução for computável, então o novo problema também não pode ser decidido por uma máquina de Turing. Assim, usamos a redutibilidade como uma ferramenta para transferir a indecidibilidade de um problema para outro.

- O que é redutibilidade por mapeamento?

R: É um tipo específico de redução, dizemos que um problema A é **redutível por mapeamento** a um problema B se existe uma **função computável f** tal que, para qualquer entrada w, temos:

$$w \in A \Leftrightarrow f(w) \in B$$

Ou seja, transformamos instâncias do problema A em instâncias do problema B, e se conseguirmos resolver B, conseguimos resolver A também.

- Dê a descrição e a prova de 3 problemas computacionalmente insolúveis (indecidíveis)

R:

1 - Problema da parada:

Dado uma máquina de Turing **M** e uma entrada w, determinar se **M** para ou entra em loop infinito ao processar w.

$\text{HALT} = \{ \langle M, w \rangle \mid M \text{ é uma MT que para com entrada } w \}$

Prova:

Suponha que exista uma máquina **H** que resolve HALT. Podemos usá-la para construir outra máquina que leva a uma **contradição lógica**, o que prova que HALT é indecidível.

2 - Verificação de software:

Dado um programa **P** e uma especificação formal **S**, determinar se **P** satisfaz **S** para toda entrada possível

Será que um algoritmo de ordenação **sempre** retorna uma lista ordenada para qualquer entrada válida? Esse tipo de verificação geral é indecidível.

Prova:

Reduz-se o problema da parada ao problema da verificação: se fosse possível verificar totalmente um programa, poderíamos verificar se ele para, o que contradiz a indecidibilidade do HALT.

3 - Problema da igualdade de linguagens:

$$EQ_TM = \{ \langle M_1, M_2 \rangle \mid M_1 \text{ e } M_2 \text{ são MTs e } L(M_1) = L(M_2) \}$$

Esse problema pergunta se duas máquinas de Turing diferentes aceitam exatamente a mesma linguagem. Ou seja, dado dois autômatos, queremos saber se tudo o que uma aceita, a outra também aceita, e vice-versa.

Esse problema é indecidível porque, se fosse possível decidir EQ_TM, seria possível resolver problemas como o da parada, o que sabemos ser impossível. A prova normalmente envolve reduzir o problema da parada a esse problema, mostrando que se EQ_TM fosse decidível, o problema da parada também seria — o que é uma contradição. Portanto, EQ_TM é indecidível.