

석사학위논문

병치 변형률 계측치를 이용한
다경간 프리랩 거더의 캠버 재구성

동아대학교 대학원

ICT융합해양스마트시티공학과

고도현

2021학년도

병치 변형률 계측치를 이용한 다경간 프리웹 거더의 캠버 재구성

지도교수 박 현 우

이 논문을 공학석사학위
청구논문으로 제출함

2022년 6월

동아대학교 대학원

ICT융합해양스마트시티공학과

고 도 현

고도현의 공학석사학위
청구논문을 인준함

2022년 6월

위 원 장 강 원 호 (인)

부 위 원 장 박 현 우 (인)

위 원 최 광 규 (인)

국문초록

병치 변형률 계측치를 이용한 다경간 프리팹 거더의 캠버 재구성

ICT융합해양스마트시티공학과 고 도 현
지 도 교 수 박 현 우

국내 건설분야의 스마트 건설기술 도입과 디지털 전환을 위한 노력으로 프리팹(prefabrication) 부재의 제작 및 사용이 증가하고 있다. 프리팹이란 미리 공장에서 부품의 가공 및 조립을 해놓고 현장에서 설치만을 행하는 시공 공법이다. 프리팹을 건설 부재로 생산하는 경우 현장 작업을 최소화하고 공사기간을 단축시킬 수 있다. 프리팹 프리스트레스트(PSC) 거더는 제작부터 가설까지 전 생애주기동안 시간 의존적 거동에 의한 거더의 형상 및 사용성 관리가 중요하다. 기존의 연구에서는 PSC 거더에 하중이 재하되어 있을 때의 형상 관리에 대한 연구에 집중되어 있었다. 또한 변형률을 이용한 캠버 재구성에 관한 연구는 단순보에 국한 되어있다. 이 논문에서는 다경간 프리팹 PSC 거더의 상·하연에 부착된 변형률 계측 데이터로부터 강선의 긴장 이후 발생하게 되는 캠버 형상을 재구성하는 기법을 제시하였다. 각 경간별로 최소자승법을 이용하여 변형률 계측 데이터를 가장 잘 근사할 수 있는 2차 곡률 함수를 추정하였다. 각 경간별 곡률함수에서 캠버 재구성 과정에서 발생하는 적분상수는 내부지점과 연속 조건을 이용하여 각각 계산하였다. 몬테카를로 수치 모사를 통해 센서의 개수와 계측 오차에 대해 재구성된 캠버의 통계적 정확도를 분석하고 타당성을 검증하였다.

주요어 : 프리랩 PSC 거더, 다경간 연속 보, 캠버 재구성, 병치 변형률 계측
치, 몬테카를로 수치 모사

목 차

I. 서 론	1
II. 프리팝 PSC 거더 곡률 및 처짐	6
2.1 2경간 연속보	6
2.2 경간장이 동일한 3경간 연속보	11
2.3 경간장이 다른 3경간 연속보	17
III. 프리팝 PSC 거더 캠버 재구성	24
3.1 변형률-곡률 관계	24
3.2 캠버 재구성 정식화	26
3.3 연속 조건을 활용한 캠버 재구성	30
IV. 검증예제	34
4.1 센서의 배치	34
4.2 수치 모사 실험	35
4.3 캠버 정확도·정밀도 오차	37
4.4 캠버 통계적 정확도	45
V. 결론	55
참고문헌	58
Abstract	63

표 목 차

표-4.1 수치해석을 위한 프리맵 PSC 거더 예제 제원	36
---------------------------------------	----

그 림 목 차

그림 1.1 프리팹 PSC 거더의 QR코드를 이용한 스마트 변형률 측정 센서 · 3	3
그림 2.1 2경간 연속보	6
그림 2.2 2경간 연속보의 캠버 형상 및 모멘트 다이어그램	10
그림 2.3 경간장이 동일한 3경간 연속보	11
그림 2.4 경간장이 동일한 3경간 연속보의 캠버 형상 및 모멘트 다이어그램	16
그림 2.5 경간장이 다른 3경간 연속보	17
그림 2.6 경간장이 다른 3경간 연속보의 캠버 형상 및 모멘트 다이어그램	22
그림 3.1 양의 방향(+)으로 모멘트가 발생한 보	24
그림 3.2 굽힘에 의한 보의 변형	24
그림 3.3 프리팹 PSC 거더의 단면에 병치된 변형률 센서	27
그림 3.4 프리팹 PSC 거더의 등가 하중 모델	28
그림 3.5 연속 조건을 활용한 다경간 연속보 캠버 재구성 형상	33
그림 4.1 각 경간 별 센서의 구성	35
그림 4.2 프리팹 PSC 거더의 캠버 재구성을 위한 수치 모사 절차	37
그림 4.3 2경간 연속보에서 재구성 캠버의 정확도 오차	38
그림 4.4 3경간 연속보에서 재구성 캠버의 정확도 오차	39
그림 4.5 2경간 연속보에서 재구성 캠버의 정확도 오차	40
그림 4.6 3경간 연속보에서 재구성 캠버의 정확도 오차	40
그림 4.7 2경간 연속보에서 재구성 캠버의 정밀도 오차	42
그림 4.8 3경간 연속보에서 재구성 캠버의 정밀도 오차	42
그림 4.9 2경간 연속보의 중앙 지점에서 각 경간별 재구성 캠버의 통계적 정확도	46
그림 4.10 2경간 연속보의 중앙 지점에서 재구성 캠버의 통계적 정확도 ...	47
그림 4.11 각 경간 길이가 같은 3경간 연속보의 중앙 지점에서 각 경간별 재구성 캠버의 통계적 정확도	47

그림 4.12 각 경간 길이가 같은 3경간 연속보의 중앙 지점에서 재구성 캠버 의 통계적 정확도	49
그림 4.13 각 경간의 길이가 다른 3경간 연속보의 중앙 지점에서 각 경간별 재구성 캠버의 통계적 정확도	49
그림 4.14 각 경간의 길이가 다른 3경간 연속보의 중앙 지점에서 재구성 캠 버의 통계적 정확도	51
그림 4.15 2경간 연속보 캠버 재구성 그래프	53
그림 4.16 3경간 연속보 캠버 재구성 그래프	53

I. 서론

국내 건설분야의 스마트 건설기술 도입과 디지털 전환을 위한 노력으로 프리팹(prefabrication) 제품의 확대가 있다. 따라 제작부터 가설까지 전 생애주기동안 프리팹 부재의 형상관리를 위한 연구들이 진행되어 왔다. 건축물의 구조부재인 기둥, 보, 슬래브의 기존 철근콘크리트 현장 작업을 공장에서 사전 제작하는 공법에는 프리캐스트 공법과 프리팹 공법이 있다. 일반 철근 콘크리트 구조는 하중에 의한 처짐과 균열이 발생하여 장기처짐에 불리하다. 반면 공장에서 사전제작하는 제품은 프리스트레스트 강선을 이용하여 콘크리트에서 선 압축력을 도입시킴으로써 중하중, 장스팬의 설계가 가능하며 부재자체가 탄성회복력을 갖게 되어 처짐 및 균열방지에 유리한 장점이 있다. 프리캐스트 공법은 몰드를 사용하여 공장에서 사전제작하는 방식이다. 따라서 사용되는 재료는 금형의 크기에 따라 다르다. 필요한 제품의 크기가 금형 치수보다 작으면 다른 용도에 사용할 수 없으므로 재료를 낭비하게 된다. 이는 전체 생산 공정에서 에너지, 원자재 및 노동력 측면에서 비효율적이다. 프리팹 공법은 프리캐스트 공법보다 친환경적이다. 프리팹 부재는 프로젝트의 지정된 요구 사항에 따라 제작된다. 따라서 제품을 만드는 데 사용되는 원자재의 양이 요구 사항과 일치하므로 작업을 완료하는 동안 폐기물이 최소화된다. 그러므로 프리팹 부재를 만드는 과정은 에너지 효율적이고 지속 가능하다. 프리팹 구조물의 최종 조립은 현장에서 이루어진다. 이렇게 하면 개별 조각을 동시에 쉽게 제작할 수 있어 시공 시간이 단축된다.

반면 프리캐스트 구조를 사용하여 구성 요소를 만드는 과정은 더 오랜 시간이 걸린다. 부품은 단계적으로 만들어지며 금형이 완전히 굳을 때까지 충분한 시간이 필요하다. 제품 치수가 금형 크기와 다른 경우 금형을 필요한 크기로 가져오는 데 추가적인 시간이 필요하다. 비용 효율성, 유연성 및 짧은 시공 시간이 필요한 곳에서는 프리캐스트 공법이 권장됨을 유추해낼 수 있다. 프리캐스트 공법은 더 나은 내구성, 품질 및 견고한 구조가 필요한 공사에 선택된다. 프리캐스트 공법의 대표적인 사례로 철근콘크리트(RC) 구조물을 프리캐스트 부재로 구축한다는 논문도 존재한다 (Gojeon et al. 1992). 국내의 경우 현재까지 건설된 교량의 바닥판은 현장에서 동바리를 설치한 후 거푸집을 제작하고 배근한 뒤 직접 콘크리트를 타설하는 현장타설 콘크리트 바닥판이 주를 이루고 있다. 현장타설 콘크리트에 의한 바닥판 시공은 단면 형상에 대한 적합성과 재료 운반의 용이성, 그리고 지역적 조건의 영향을 받지 않는다는 등의 장점이 있다. 하지만 이러한 기법은 날씨의 영향을 많이 받고 동바리 설치와 거푸집 제작, 대규모 양생 설비와 양생 기간을 필요로 하기 때문에 시공 기간이 길고, 노동력이 많이 들어가 인건비의 상승 및 인력의 고령화로 인한 기술인력의 부족으로 문제가 발생할 것이다. 따라서 바닥판이 손상되거나 교량이 노후화되어 바닥판의 보수 및 교체 공사가 증가함에 따라 교통흐름을 방해하는 등의 문제점이 있다. 이러한 점을 고려할 때 교통의 소통을 원활하게 하면서 단기간에 시공이 가능한 프리캐스트 바닥판 공법이 유용하게 쓰일 수 있을 것이다. 그러나 국내의 경우 프리캐스트 바닥판 공법에 대한 연구실적이나 시공실적이 미흡한 상태이다. 따라서 프리캐스트 바닥판

을 활용한 교량 건설을 위해서는 현장에서 프리캐스트 부재들간의 정합성이 매우 중요하다. 바닥판과 거더의 정합성이 중요하므로 프리캐스트 공법은 제작부터 거치전까지 거더의 형상관리가 중요하다(Culrno et al. 2017). 또한, 경간 연속화 과정을 거치면서 추가적으로 거더에 발생하는 캠버에 대한 형상 관리도 매우 중요하다. 프리스트레스트 콘크리트(PSC) 거더의 형상관리에 중요한 요소인 거더의 캠버는 시간의존적 요소에 영향을 많이 받는다(김태훈 et al. 2003, 박문호 et al 2010). 시간의존적 요소에는 크리프, 건조수축, 릴락세이션, 탄성수축 그리고 콘크리트 강도 등이 있다. PSC 거더의 형상관리를 위해서는 긴장력 도입 이후부터 거치까지의 캠버의 변화를 감시 해야한다. 그림 1.1(a)와 같이 제작단계에서 변형률 센서를 영구 매립하거나, 그림 1.1(b)와 같이 외부에 QR코드를 부착하여 실시간으로 변형률을 측정할 수 있는 스마트 센싱 기법이 제안되었다. 이를 통해 측정된 변형률을 이용하여 프리캐스트 PSC 거더의 캠버를 실시간으로 재구성하여 가설 단계까지의 형상관리가 가능하다.



(a) 영구 매립된 변형률 센서

(b) 실시간 변형률 데이터 측정을 위한 QR코드

그림 1.1 프리캐스트 PSC 거더의 QR코드를 이용한 스마트 변형률 측정 센서(Khan et al. 2021)

보의 변형률을 이용하여 보의 처짐을 재구성하는 연구가 진행되고 있다 (Glaser et al. 2012). 오일러-베르누이 보의 변형률-처짐 관계식을 사용하여 측정된 변형률 데이터로부터 다양한 구조물에 적용하여 처짐을 재구성하는 연구들이 주류이다. 다양한 구조물에는 철도교 IPC 거더 (Chung Wonseok, et al. 2006), PSC 구조물 (Chung Wonseok, et al. 2008), 단순지지 캔틸레버 보 (Sigurdardottir Dorotea H., et al. 2018), 양단 단순지지 보 (Sigurdardottir Dorotea H., et al. 2017), 프리스트레스 단순 보 (Sousa, Helder, et al. 2013), PSC 박스 거더 (Chen, Shi-Zhi, et al. 2017), 2차원 판구조 (Wang, Zuocai, et al. 2021) 등이 있다. Allwood, R.J.와 Y.S. Chung은 적절한 방정식을 사용하여 변형률을 곡률로 변형하고, 곡률을 수치적으로 이중적분하여 변형된 형상의 오차를 평가하는 방법을 제시했다. 그 결과, 변형된 형상에서 원하는 정확도를 구현하는 데 필요한 최소한의 센서 수를 결정하는 센서 네트워크 설계 방법을 제안한다 (Allwood, R. J. and Y. S. Chung. 1985). Vurpillot 등은 오일러-베르누이보 이론을 바탕으로 PSC 다경간 연속보에서 변형률 데이터와 경사계 측정치를 활용하여 처짐 형상을 재구성 하였다 (Vurpillot, Samuel, et al. 1998). 단순보에 대한 변형률을 활용한 처짐 형상 재구성 연구는 많았지만, 다경간 연속보에서 변형률데이터를 이용한 캠버 재구성 연구는 드물다.

이 연구에서는 다경간 프리캐스트 PSC 거더의 상·하연에 부착된 변형률 계측 데이터로부터 강선의 기장 이후 발생하게 되는 캠버 형상을 재구성하는 기법을 제시한다. 또한 각 경간별로 최소자승오차법을 이용하여 변

형률 계측 데이터를 가장 잘 근사할 수 있는 2차 곡률 함수를 추정한다. 각 경간별 곡률함수에서 캠버 재구성 과정에서 발생하는 적분상수는 내부지점과 연속조건을 이용하여 각각 계산한다. 몬테카를로 수치 모사를 통해 센서의 개수와 계측 오차에 대해 재구성된 캠버의 통계적 정확도를 분석하고 타당성을 검증한다.

II. 프리랩 PSC 거더 곡률 및 처짐

이 장에서는 변형일치법을 통해 긴장력 도입 시 프리랩 PSC 거더의 변형률을 계산하기 위한 곡률을 계산한다. 그리고 계산된 처짐 값이 올바른지 상용 프로그램을 통해 비교한다.

2.1 2경간 연속보

그림 2.1은 각 경간의 길이가 l 이고 등분포 하중 w 가 재하된 2경간 연속보이다. 각 경간의 왼쪽 지점을 원점이라고 가정한다. 다음은 변형 일치법을 이용한 2경간 연속보의 곡률과 처짐을 구하는 과정이다.

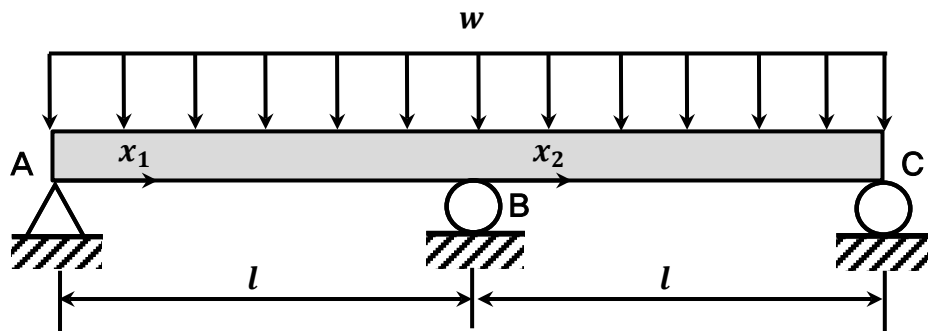


그림 2.1 2경간 연속보

각 지점의 반력을 계산하면 다음과 같다.

$$R_A = R_C = \frac{3wl}{8}, R_B = \frac{5wl}{4} \quad (2.1)$$

원점을 A로 설정했을 때 원점에서 x_1 만큼 떨어진 지점에서 모멘트 $M_1(x)$ 는 다음과 같다.

$$M_1(x) = \frac{3wl}{8}x - \frac{w}{2}x^2 \quad (2.2)$$

오일러-베르누이 보에서 처짐과 모멘트와의 관계식은 다음과 같다.

$$EIy''(x) = M(x) \quad (2.3)$$

식(2.2)을 식(2.3)에 대입하고 각 항에 dx 를 곱한 후 적분한다.

$$EI \int y_1'' dx = \int \frac{3wl}{8}x dx - \int \frac{w}{2}x^2 dx \quad (2.4)$$

식(2.4)을 계산하면 처짐각 식을 얻을 수 있다.

$$EI y_1' = -\frac{w}{6}x^3 + \frac{3wl}{16}x^2 + C_1 \quad (2.5)$$

여기서 C_1 은 적분 상수이다.

$$EI \int y_1' dx = -\int \frac{w}{6}x^3 dx + \int \frac{3wl}{16}x^2 dx + \int C_1 dx \quad (2.6)$$

처짐각에 대한 방정식을 적분하면 보의 처짐에 대한 식을 구할 수 있다. (2.5)번 식의 양변에 dx 를 곱하여 적분하면 다음 식이 구해진다.

$$EI y_1 = -\frac{w}{24}x^4 + \frac{wl}{16}x^3 + C_1x + C_2 \quad (2.7)$$

여기서 C_2 는 적분 상수이다.

$$y_1(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad (2.8)$$

적분 상수 C_2 는 왼쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

$$y_1(l) = 0 \rightarrow \frac{wl^4}{16} - \frac{wl^4}{24} + C_1 l = 0 \rightarrow C_1 = -\frac{wl^3}{48} \quad (2.9)$$

적분 상수 C_1 은 오른쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

처짐 식 $y_1(x)$ 는 다음과 같다. 이 식으로부터 보의 축을 따라 위치해 있는 임의의 점에 대한 처짐을 구할 수 있다.

$$y_1(x) = \frac{wx}{48EI}(-l^3 + 3lx^2 - 2x^3) \quad (2.10)$$

원점을 B로 설정했을 때 원점에서 x_2 만큼 떨어진 지점에서 모멘트 $M_2(x)$ 는 다음과 같다.

$$M_2(x) = \frac{3wl}{8}(l+x) + \frac{5wl}{4}x - \frac{w}{2}(l+x)^2 \quad (2.11)$$

식(2.11)번을 (2.3)번 식에 대입하고 각 항에 dx 를 곱한 후 적분한다.

$$EI \int y_2'' dx = \int \frac{3wl}{8}(l+x) dx + \int \frac{5wl}{4}x dx - \int \frac{w}{2}(l+x)^2 dx \quad (2.12)$$

(2.12)번 식을 계산하면 처짐각 식을 얻을 수 있다.

$$EI \ y_2' = -\frac{w}{6}x^3 + \frac{5wl}{16}x^2 - \frac{wl^2}{8}x + C_1 \quad (2.13)$$

여기서 C_1 은 적분 상수이다.

$$\begin{aligned} EI \int y_2' \, dx &= -\int \frac{w}{6}x^3 \, dx + \int \frac{5wl}{16}x^2 \, dx - \int \frac{wl^2}{8}x \, dx \\ &\quad + \int C_1 \, dx \end{aligned} \quad (2.14)$$

처짐각에 대한 방정식을 적분하면 보의 처짐에 대한 식을 구할 수 있다. (2.13)번 식의 양변에 dx 를 곱하여 적분하면 다음 식이 구해진다.

$$EI \ y_2 = -\frac{w}{24}x^4 + \frac{5wl}{48}x^3 - \frac{wl^2}{16}x^2 + C_1x + C_2 \quad (2.15)$$

$$y_2(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad (2.16)$$

적분 상수 C_2 는 왼쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

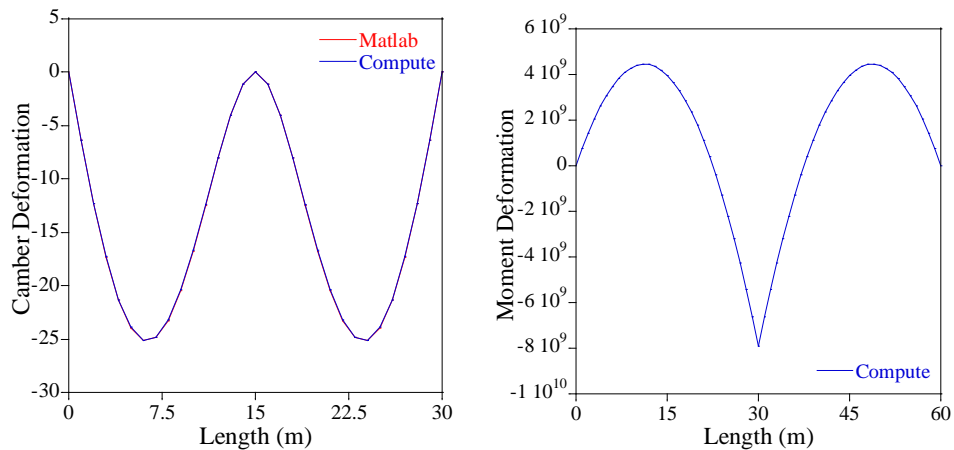
$$y_2(l) = 0 \rightarrow -\frac{wl^4}{24} + \frac{5wl^4}{48} - \frac{wl^4}{16} + C_1l = 0 \rightarrow C_1 = 0 \quad (2.17)$$

적분 상수 C_1 은 오른쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

처짐 식 $y_2(x)$ 는 다음과 같다. 이 식으로부터 보의 축을 따라 위치해 있는 임의의 점에 대한 처짐을 구할 수 있다.

$$y_2(x) = \frac{wx}{EI} \left(-\frac{x}{16} l^2 + \frac{5x^2}{48} l - \frac{x^3}{24} \right) \quad (2.18)$$

그림 2.2(a)는 AB경간의 처짐 식(2.10)과 BC경간의 처짐 식 (2.18)을 그래프로 나타낸 것이다. 상용 프로그램과 비교했을 때, 정확하게 일치하는 것을 알 수 있다. 그림 2.2(b)는 곡률-모멘트 관계를 이용하여 그림 2.1 2경간 연속보의 모멘트를 그래프로 나타낸것이다. 2경간 연속보의 형태가 대칭이고, 등분포 하중이 재하되어 있으므로 그림 2.2(a)의 캠버 형상과 그림 2.2(b)의 모멘트 형상 모두 대칭된 형태를 보여준다.



(a) 캠버 형상 (b) 모멘트 다이어그램
그림 2.2 2경간 연속보의 캠버 형상 및 모멘트 다이어그램
($l = 30m$, $w = 70.462kN/m$, $EI = 1228.6GN \cdot m^2$)

2.2 경간장이 동일한 3 경간 연속보

그림 2.3은 각 경간의 길이가 길이가 l 이고 등분포 하중 w 가 재하된 3경간 연속보이다. 각 경간의 왼쪽 지점을 원점이라고 가정한다. 다음은 변형일치법을 이용한 3경간 연속보의 곡률과 처짐을 구하는 과정이다.

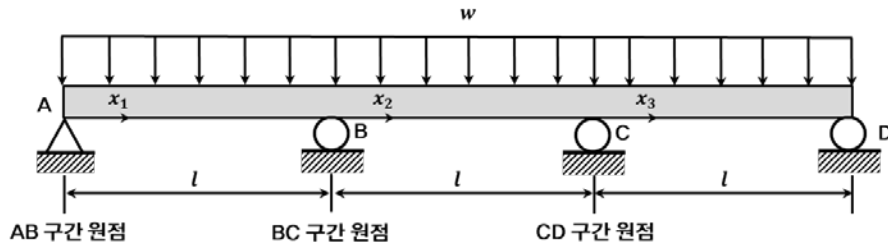


그림 2.3 경간장이 동일한 3경간 연속보

각 지점의 반력을 계산하면 다음과 같다.

$$R_A = R_D = \frac{2wl}{5}, R_B = R_C = \frac{11wl}{10} \quad (2.19)$$

원점을 A로 설정했을 때 원점에서 x_1 만큼 떨어진 지점에서 모멘트 $M_1(x)$ 는 다음과 같다.

$$M_1(x) = \frac{2wl}{5}x - \frac{w}{2}x^2 \quad (2.20)$$

식(2.20)을 식(2.3)에 대입하고 각 항에 dx 를 곱한 후 적분한다.

$$EI \int y_1'' dx = \int \frac{2wl}{5}x dx - \int \frac{w}{2}x^2 dx \quad (2.21)$$

식(2.21)을 계산하면 처짐각 식을 얻을 수 있다.

$$EI \ y_1' = -\frac{w}{6}x^3 + \frac{wl}{5}x^2 + C_1 \quad (2.22)$$

여기서 C_1 은 적분 상수이다.

$$EI \int y_1' \ dx = -\int \frac{w}{6}x^3 \ dx + \int \frac{wl}{5}x^2 \ dx + \int C_1 \ dx \quad (2.23)$$

처짐각에 대한 방정식을 적분하면 보의 처짐에 대한 식을 구할 수 있다. (2.22)번 식의 양변에 dx 를 곱하여 적분하면 다음 식이 구해진다.

$$EI \ y_1 = -\frac{w}{24}x^4 + \frac{wl}{15}x^3 + C_1x + C_2 \quad (2.24)$$

여기서 C_2 는 적분 상수이다.

$$y_1(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad (2.25)$$

적분 상수 C_2 는 왼쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

$$y_1(l) = 0 \rightarrow \frac{wl^4}{15} - \frac{wl^4}{24} + C_1l = 0 \rightarrow C_1 = -\frac{wl^3}{40} \quad (2.26)$$

적분 상수 C_1 은 오른쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

처짐 식 $y_1(x)$ 는 다음과 같다. 이 식으로부터 보의 축을 따라 위치해 있는 임의의 점에 대한 처짐을 구할 수 있다.

$$y_1(x) = \frac{wx}{EI} \left(-\frac{l^3}{40} + \frac{l}{15}x^2 - \frac{1}{24}x^3 \right) \quad (2.27)$$

원점을 B로 설정했을 때 원점에서 x_2 만큼 떨어진 지점에서 모멘트 $M_2(x)$ 는 다음과 같다.

$$M_2(x) = \frac{2wl}{5}(l+x) + \frac{11wl}{10}x - \frac{w}{2}(l+x)^2 \quad (2.28)$$

식(2.28)번을 (2.3)번 식에 대입하고 각 항에 dx 를 곱한 후 적분한다.

$$\begin{aligned} EI \int y_2'' dx &= \int \frac{2wl}{5}(l+x) dx + \int \frac{11wl}{10}x dx \\ &\quad - \int \frac{w}{2}(l+x)^2 dx \end{aligned} \quad (2.29)$$

식(2.29)을 계산하면 처짐각 식을 얻을 수 있다.

$$EI y_2' = -\frac{w}{6}x^3 + \frac{wl}{4}x^2 - \frac{wl^2}{10}x + C_1 \quad (2.30)$$

여기서 C_1 은 적분 상수이다.

$$\begin{aligned} EI \int y_2' dx &= -\int \frac{w}{6}x^3 dx + \int \frac{wl}{4}x^2 dx - \int \frac{wl^2}{10}x dx \\ &\quad + \int C_1 dx \end{aligned} \quad (2.31)$$

처짐각에 대한 방정식을 적분하면 보의 처짐에 대한 식을 구할 수 있다. 식(2.30)의 양변에 dx 를 곱하여 적분하면 다음 식이 구해진다.

$$EI y_2 = -\frac{w}{24}x^4 + \frac{wl}{12}x^3 - \frac{wl^2}{20}x^2 + C_1x + C_2 \quad (2.32)$$

여기서 C_2 는 적분 상수이다.

$$y_2(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad (2.33)$$

적분 상수 C_2 는 왼쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

$$y_2(l) = 0 \rightarrow -\frac{wl^4}{24} + \frac{wl^4}{12} - \frac{wl^4}{20} + C_1 l = 0 \rightarrow C_1 = \frac{wl^3}{120} \quad (2.34)$$

적분 상수 C_1 은 오른쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

처짐 식 $y_2(x)$ 는 다음과 같다. 이 식으로부터 보의 축을 따라 위치해 있는 임의의 점에 대한 처짐을 구할 수 있다.

$$y_2(x) = \frac{wx}{EI} \left(\frac{l^3}{120} - \frac{l^2}{20}x + \frac{l}{12}x^2 - \frac{1}{24}x^3 \right) \quad (2.35)$$

원점을 C로 설정했을 때 원점에서 x_3 만큼 떨어진 지점에서 모멘트 $M_3(x)$ 는 다음과 같다.

$$M_3(x) = \frac{2wl}{5}(2l+x) + \frac{11wl}{10}(l+x) + \frac{11wl}{10}x - \frac{w}{2}(2l+x)^2 \quad (2.36)$$

식(2.36)번을 (2.3)번 식에 대입하고 각 항에 dx 를 곱한 후 적분한다.

$$\begin{aligned} EI \int y_3'' dx &= \int \frac{2wl}{5}(2l+x)dx + \int \frac{11wl}{10}(l+x)dx \\ &+ \int \frac{11wl}{10}x dx - \int \frac{w}{2}(2l+x)^2 dx \end{aligned} \quad (2.37)$$

식(2.37)을 계산하면 처짐각 식을 얻을 수 있다.

$$EI \ y_3' = -\frac{w}{6}x^3 + \frac{3wl}{10}x^2 - \frac{wl^2}{10}x + C_1 \quad (2.38)$$

여기서 C_1 은 적분 상수이다.

$$\begin{aligned} EI \int y_3' \ dx = & -\int \frac{w}{6}x^3 \ dx + \int \frac{3wl}{10}x^2 \ dx - \int \frac{wl^2}{10}x \ dx \\ & + \int C_1 \ dx \end{aligned} \quad (2.39)$$

처짐각에 대한 방정식을 적분하면 보의 처짐에 대한 식을 구할 수 있다. (2.38)번 식의 양변에 dx 를 곱하여 적분하면 다음 식이 구해진다.

$$EI \ y_3 = -\frac{w}{24}x^4 + \frac{wl}{10}x^3 - \frac{wl^2}{20}x^2 + C_1x + C_2 \quad (2.40)$$

$$y_3(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad (2.41)$$

적분 상수 C_2 는 왼쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

$$y_3(l) = 0 \rightarrow -\frac{wl^4}{24} + \frac{wl^4}{10} - \frac{wl^4}{20} + C_1l = 0 \rightarrow C_1 = -\frac{wl^3}{120} \quad (2.42)$$

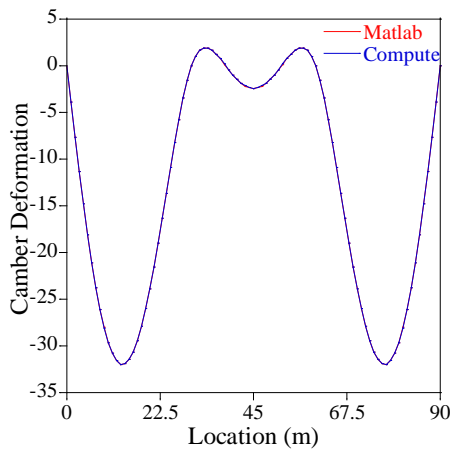
적분 상수 C_1 은 오른쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

처짐 식 $y_3(x)$ 는 다음과 같다. 이 식으로부터 보의 축을 따라 위치해

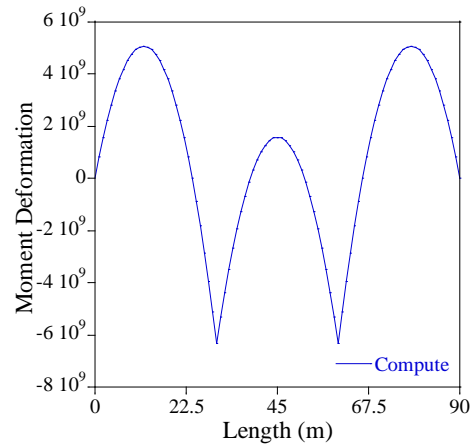
있는 임의의 점에 대한 처짐을 구할 수 있다.

$$y_3(x) = \frac{wx}{EI} \left(-\frac{l^3}{120} - \frac{l^2}{20}x + \frac{l}{10}x^2 - \frac{1}{24}x^3 \right) \quad (2.43)$$

그림 2.4(a)는 그림 2.3 의 각 경간의 길이가 같은 3 경간 연속보 AB 경간의 처짐 식(2.27), BC 경간의 처짐 식(2.35) 그리고 CD 경간의 처짐 식(2.43)을 그래프로 나타낸 것이다. 그림 2.4 (a)의 측경간에서 생기는 처짐이 주경간의 처짐보다 상대적으로 과도하고, (b)의 모멘트 다이어그램은 최대 정모멘트와 최대 부모멘트가 차이가 매우 크다.



(a) 캠버 형상



(b) 모멘트 다이어그램

그림 2.4 경간장이 동일한 3 경간 연속보의 캠버 형상 및 모멘트 다이어그램

$$(l = 30m, w = 70.462kN/m, EI = 1228.6GN \cdot m^2)$$

2.3 경간장이 다른 3경간 연속보

그림 2.3은 양 측경간의 길이가 $0.9l$, 주경간의 길이가 $1.2l$ 일 때 등분포 하중 w 가 재하된 3경간 연속보이다. 각 경간의 왼쪽 지점을 원점이라고 가정한다. 다음은 변형일치법을 이용한 3경간 연속보의 곡률과 처짐을 구하는 과정이다.

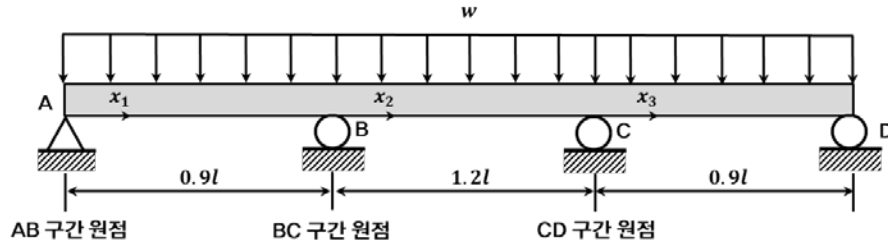


그림 2.5 경간장이 다른 3경간 연속보

각 지점의 반력을 계산하면 다음과 같다.

$$R_A = R_D = \frac{233wl}{720}, R_B = R_C = \frac{847wl}{720} \quad (2.44)$$

원점을 A로 설정했을 때 원점에서 x_1 만큼 떨어진 지점에서 모멘트 $M_1(x)$ 는 다음과 같다.

$$M_1(x) = \frac{233wl}{720}x - \frac{w}{2}x^2 \quad (2.45)$$

식(2.45)을 식(2.3)에 대입하고 각 항에 dx 를 곱한 후 적분한다.

$$EI \int y_1'' dx = \int \frac{233wl}{720}x dx - \int \frac{w}{2}x^2 dx \quad (2.46)$$

식(2.46)을 계산하면 처짐각 식을 얻을 수 있다.

$$EI \ y_1' = -\frac{w}{6}x^3 + \frac{233wl}{1440}x^2 + C_1 \quad (2.47)$$

여기서 C_1 은 적분 상수이다.

$$EI \int y_1' \ dx = -\int \frac{w}{6}x^3 \ dx + \int \frac{233wl}{1296}x^2 \ dx + \int C_1 \ dx \quad (2.48)$$

처짐각에 대한 방정식을 적분하면 보의 처짐에 대한 식을 구할 수 있다. (2.47)번 식의 양변에 dx 를 곱하여 적분하면 다음 식이 구해진다.

$$EI \ y_1 = -\frac{w}{24}x^4 + \frac{233wl}{4320}x^3 + C_1x + C_2 \quad (2.49)$$

여기서 C_2 는 적분 상수이다.

$$y_1(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad (2.50)$$

적분 상수 C_2 는 왼쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} y_1(0.9l) = 0 &\rightarrow \frac{187wl^4}{4756} - \frac{188wl^4}{6877} + 0.9C_1l = 0 \rightarrow C_1 \\ &= -\frac{230wl^3}{17277} \end{aligned} \quad (2.51)$$

적분 상수 C_1 은 오른쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

처짐 식 $y_1(x)$ 는 다음과 같다. 이 식으로부터 보의 축을 따라 위치해

있는 임의의 점에 대한 처짐을 구할 수 있다.

$$y_1(x) = \frac{wx}{EI} \left(-\frac{230l^3}{17277} + \frac{233l}{4320}x^2 - \frac{1}{24}x^3 \right) \quad (2.52)$$

원점을 B로 설정했을 때 원점에서 x_2 만큼 떨어진 지점에서 모멘트 $M_2(x)$ 는 다음과 같다.

$$M_2(x) = \frac{233wl}{720}(0.9l + x) + \frac{847wl}{720}x - \frac{w}{2}(0.9l + x)^2 \quad (2.53)$$

식(2.53)번을 (2.3)번 식에 대입하고 각 항에 dx 를 곱한 후 적분한다.

$$\begin{aligned} EI \int y_2'' dx &= \int \frac{233wl}{720}(0.9l + x) dx + \int \frac{847wl}{720}x dx \\ &\quad - \int \frac{w}{2}(l + x)^2 dx \end{aligned} \quad (2.54)$$

식(2.54)을 계산하면 처짐각 식을 얻을 수 있다.

$$EI y_2' = -\frac{w}{6}x^3 + \frac{3wl}{10}x^2 - \frac{91wl^2}{800}x + C_1 \quad (2.55)$$

여기서 C_1 은 적분 상수이다.

$$\begin{aligned} EI \int y_2' dx &= -\int \frac{w}{6}x^3 dx + \int \frac{3wl}{10}x^2 dx - \int \frac{91wl^2}{800}x dx \\ &\quad + \int C_1 dx \end{aligned} \quad (2.56)$$

처짐각에 대한 방정식을 적분하면 보의 처짐에 대한 식을 구할 수 있다. 식(2.55)의 양변에 dx 를 곱하여 적분하면 다음 식이 구해진다.

$$EI \ y_2 = -\frac{w}{24}x^4 + \frac{wl}{10}x^3 - \frac{91wl^2}{1600}x^2 + C_1x + C_2 \quad (2.57)$$

여기서 C_2 는 적분 상수이다.

$$y_2(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad (2.58)$$

적분 상수 C_2 는 왼쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} y_2(1.2l) = 0 &\rightarrow -\frac{54wl^4}{625} + \frac{108wl^4}{625} - \frac{819wl^4}{10000} + 1.2C_1l = 0 \\ &\rightarrow C_1 = -\frac{3wl^3}{800} \end{aligned} \quad (2.59)$$

적분 상수 C_1 은 오른쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

처짐 식 $y_2(x)$ 는 다음과 같다. 이 식으로부터 보의 축을 따라 위치해 있는 임의의 점에 대한 처짐을 구할 수 있다.

$$y_2(x) = \frac{wx}{EI} \left(-\frac{3l^3}{800} - \frac{91l^2}{1600}x + \frac{l}{10}x^2 - \frac{1}{24}x^3 \right) \quad (2.60)$$

원점을 C로 설정했을 때 원점에서 x_3 만큼 떨어진 지점에서 모멘트 $M_3(x)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M_3(x) = \frac{233wl}{720}(2.1l + x) + \frac{847wl}{720}(1.2l + x) + \frac{847wl}{720}x \\ - \frac{w}{2}(2.1l + x)^2 \end{aligned} \quad (2.61)$$

식 (2.61) 번을 (2.3) 번 식에 대입하고 각 항에 dx 를 곱한 후 적분한다.

$$EI \int y_3'' dx = \int \frac{233wl}{720} (2.1l + x) + \int \frac{847wl}{720} (1.2l + x) dx \\ + \int \frac{847wl}{720} x dx - \int \frac{w}{2} (2.1l + x)^2 dx \quad (2.62)$$

식 (2.62) 을 계산하면 처짐각 식을 얻을 수 있다.

$$EI y_3' = -\frac{w}{6}x^3 + \frac{83wl}{288}x^2 - \frac{249wl^2}{2189}x + C_1 \quad (2.63)$$

여기서 C_1 은 적분 상수이다.

$$EI \int y_3' dx = -\int \frac{w}{6}x^3 dx + \int \frac{83wl}{288}x^2 dx - \int \frac{249wl^2}{2189}x dx \\ + \int C_1 dx \quad (2.64)$$

처짐각에 대한 방정식을 적분하면 보의 처짐에 대한 식을 구할 수 있다. (2.63)번 식의 양변에 dx 를 곱하여 적분하면 다음 식이 구해진다.

$$EI y_3 = -\frac{w}{24}x^4 + \frac{83wl}{864}x^3 - \frac{249wl^2}{4378}x^2 + C_1x + C_2 \quad (2.65)$$

여기서 C_2 는 적분 상수이다.

$$y_3(0) = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad (2.66)$$

적분 상수 C_2 는 왼쪽 지지점에서 보의 처짐이 0이 된다는 조건으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
y_3(0.9l) = 0 &\rightarrow -\frac{188wl^4}{6877} + \frac{179wl^4}{2556} - \frac{167wl^4}{3625} + 0.9C_1l = 0 \\
&\rightarrow C_1 = \frac{32wl^3}{9481}
\end{aligned} \tag{2.67}$$

처짐 식 $y_3(x)$ 는 다음과 같다. 이 식으로부터 보의 축을 따라 위치해 있는 임의의 점에 대한 처짐을 구할 수 있다.

$$y_3(x) = \frac{wx}{EI} \left(\frac{169l^3}{3418} - \frac{249l^2}{4378}x + \frac{83l}{864}x^2 - \frac{1}{24}x^3 \right) \tag{2.68}$$

그림 2.6(a)는 그림 2.5 의 각 경간의 길이가 다른 3 경간 연속보의 AB 경간의 처짐 식(2.52), BC 경간의 처짐 식(2.60) 그리고 CD 경간의 처짐 식(2.68)을 그래프로 나타낸 것이다.

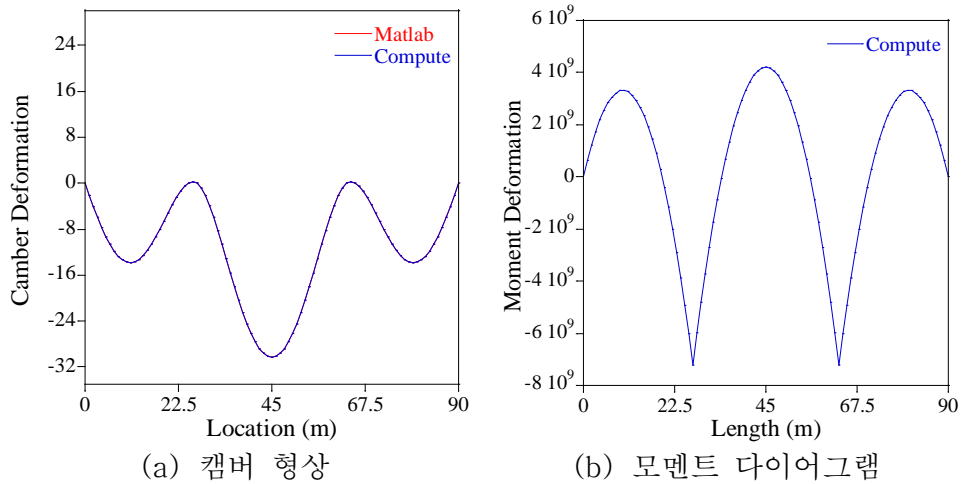


그림 2.6 경간장이 다른 3경간 연속보의 캠버 형상 및 모멘트 다이어그램

$$(l = 30m, w = 70.462kN/m, EI = 1228.6GN \cdot m^2)$$

그림 2.3과 전체 경간의 길이가 $3l$ 로 같지만, 주 경간과 측 경간의 비율을 달리하여 그림 2.5와 같게 모델링 하였다. 그림 2.4 (a)와 그림 2.6(a)를 비교해보면 주경간과 측 경간에서 발생하는 캠버의 차이가 줄어들었고, 경간별로 발생한 캠버의 차이가 줄어들었다. 그림 2.4(b)와 2.6(b)를 비교하면 정모멘트와 부모멘트의 차이가 줄어들었고, 각 경간별로 고르게 모멘트가 배분되고 있다.

Ⅲ. 프리랩 PSC 거더 챔버 재구성

3.1 변형률-곡률 관계

그림 2와 같이 등분포하중이 재하된 연속보에서 곡률 측정치는 위와 같다. 0일차의 보에서 곡률 측정치와 상·하연에 병치된 변형률 사이의 거리를 알면 변형률을 구할 수 있다.

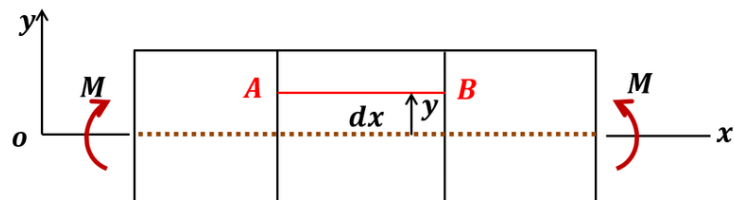


그림 3.1 양의 방향(+)으로 모멘트가 발생한 보

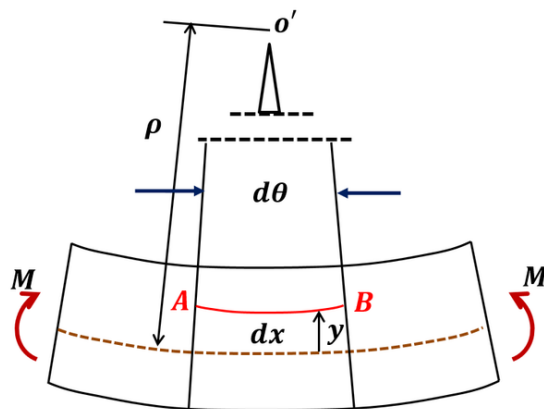


그림 3.2 굽힘에 의한 보의 변형

그림 3.1과 같이 보가 양의 방향(+)으로 모멘트가 발생할 때, 그림 3.2와 같이 변형된다. 이 때 윗부분은 압축력이 발생하여 길이가 줄어들게되고, 아랫부분은 인장력이 발생하여 길이가 늘어나게 된다. 압축이나 인장을 받아도 길이의 변화가 없는 부분이 존재한다. 이 부분을 중립면이라고 한다. 그리고 이 중립면이 어떤 단면의 평면과 만나는 교선을 중립축이라고 한다. 이 중립면 혹은 중립축을 제외한 부분에서는 변형이 발생하는데, 압축응력 또는 인장응력에 의한 변형이 일어나게 되므로 수직변형이 발생하게 된다.

그림 3.1에서 AB의 y방향의 높이 y라고 할 때, 그림 3.2에서 AB는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$AB_{\text{after}} = (\rho - y)d\theta \quad (3.1)$$

그리고 곡률을 단위 접선 벡터의 변화율로써 나타내면 다음과 같다.

$$\kappa = \frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx} \quad (3.2)$$

식(3.1)과 식(3.2)로부터 다음과 같은 식을 유도 할 수 있다.

$$AB_{\text{after}} = (\rho - y)d\theta = \left(\frac{dx}{d\theta} - y\right)d\theta = dx - yd\theta \quad (3.3)$$

AB_{after} = 변형 전 길이 - 변형 후 길이 = $-yd\theta$ 로 나타낼 수 있다.

이를 통해 변형률-곡률 관계식을 유도 할 수 있다.

$$\epsilon_x = \frac{AB_{\text{after}}}{AB_{\text{origin}}} = \frac{-yd\theta}{dx} = -\kappa y \quad (3.4)$$

3.2 캠버 재구성 정식화

캠버는 PSC 거더의 형상관리에 중요한 요소이므로, 긴장력 도입 이후부터 거치까지 캠버의 변화를 감시해야한다. 그러기 위해서 보의 상·하연에 배치된 센서로부터 측정된 변형률을 이용해 캠버를 재구성해야한다. 그림 2와 같이 원점으로부터 ξ_l^{span} 에 위치한 프리웹 PSC 거더 단면에서 그림 3.3과 같이 상·하연에 병치된 변형률 센서로부터 τ_k 시점의 측정된 곡률의 측정값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_{k,l}^{\text{meas}} = \frac{\underline{\epsilon}_{k,l}^{\text{meas}} - \bar{\epsilon}_{k,l}^{\text{meas}}}{h_l} \quad (3.5)$$

여기서 ϕ^{meas} , $\bar{\epsilon}^{\text{meas}}$ 그리고 $\underline{\epsilon}^{\text{meas}}$ 는 각각 곡률의 측정치, 상연의 변형률 측정치 그리고 하연의 변형률 측정치를 나타낸다. 아래첨자 k 와 m 은 센서의 측정 시점 단계 τ_k 와 센서가 있는 각 경간의 위치 ξ_l^{span} 를 나타낸다. ξ_l^{span} 의 기준점의 위치는 각 경간의 왼쪽 지점이라고 가정한다. 그림 3.3과 같이 거더의 상·하연에 병치된 센서 사이의 거리를 알 때, 중립축의 위치를 모르더라도 단면의 곡률을 알 수 있다.

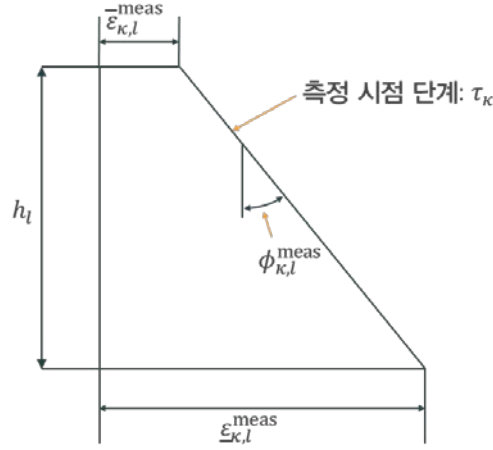


그림 3.3 프리캡 PSC 거더의 단면에 병치된 변형률 센서 (김현영 등, 2022)

식(3.5)에서 구한 곡률의 측정치를 활용하여 프리캡 PSC 거더 전구간에 발생한 곡률을 최소자승오차법을 이용하여 재구성할 수 있다 (Xu et al. 2015). PSC 거더의 곡률 형상함수를 다음과 같이 m 차 다항함수로 가정한다.

$$\phi_m^{\text{recon}}(\tau; \xi) = \sum_{p=0}^m a_p(\tau) \xi^p \quad (3.6)$$

여기서 ϕ^{recon} , a_p 그리고 m 은 각각 재구성된 곡률, 다항함수의 상수항 그리고 다항함수의 최고차항을 나타낸다. ξ 와 τ 는 위치와 시간을 나타내는 미지수 이다. 다항함수의 상수항은 측정 시점과 관련된 함수이다. 곡률의 형상함수의 최고차항이 m 임으로, 미지수의 개수는 $m+1$ 이다. 따라서 각 시간별로 곡률의 형상함수를 구성할 때, 식(3.5)에서 주어진 측정곡률의 개수가 미지수의 기수보다 같거나 커야 프리캡 PSC 거더

전구간에 발생한 곡률을 재구성 할 수 있다.

곡률의 형상함수의 최고차항 m 은 지점과 하중의 종류에 따라 결정된다. 이 연구에서는 긴장력 도입시점부터 가설 전 단계까지의 변형률 데이터를 수치 모사 할 수 있는 프리캐스트 PSC 거더 구조해석 모델을 구성하기 위해, 초기 긴장 시 발생하는 프리스트레스에 의한 프리캐스트 PSC 거더의 탄성 거동 해석을 위한 등가하중모델로 가정한다.

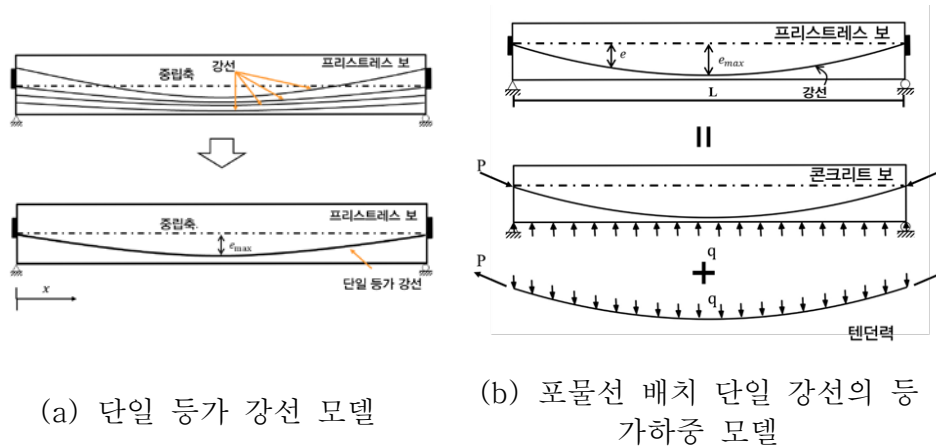


그림 3.4 프리캐스트 PSC 거더의 등가 하중 모델 (김현영 등, 2022)

포물선으로 배치된 여러 가닥의 강선을 그림 3.4(a)와 같이 단일 등가 강선으로 치환이 가능하고, 치환된 등가 강선을 그림 3.4(b)와 같이 강선에 작용하는 프리스트레스 긴장력을 콘크리트에 작용하는 등가상향력으로 치환할 수 있다고 가정한다. 그리고 강선에서 발생하는 즉시 손실에 해당하는 정착 장치의 활동으로 인한 손실과 강재와 쉬스관 사이의 마찰 손실은 무시할 수 있다고 가정한다. 초기 긴장력 도입 시기에 프리

앱 PSC 거더가 그림 3.4와 같이 등가하중모델인 경우 곡률의 형상함수를 2차함수로 표현 가능하므로 식(3.6)의 다항함수를 최고차항 m 이 2인 2차함수로 나타낼 수 있다.

$$\phi_2^{\text{recon}}(\tau; \xi) = a_0(\tau) + a_1(\tau)\xi + a_2(\tau)\xi^2 \quad (3.7)$$

식(3.7)에는 미지수(a_0, a_1, a_2)가 3개 있다. 따라서 최소 3개 지점에서 측정한 곡률값이 필요하다. 또한 제작 단계에서 프리앱 PSC 거더에 부착되는 스마트 센서의 경우에는 가격이나 센서의 작동 방법을 고려하여 최적의 지점에서 최소한의 개수로 센서 네트워크를 구성해야한다.

측정 시점 단계 τ_k 에서 곡률의 형상함수를 재구성하기 위해 식(3.5)의 곡률의 측정치와 식(3.7)의 2차 함수에 대하여 최소자승오차법을 적용하면 다음과 같다.

$$\min_{a_p(\tau_k)} \Pi = \sum_{l=1}^{n^{\text{meas}}} |\phi_2^{\text{recon}}(\tau_k; \xi_l) - \phi_{k,l}^{\text{meas}}|^2 \quad (3.8)$$

여기서 n^{meas} 는 곡률 측정값의 개수를 나타낸다.

식(3.8)의 측정 시점 단계 τ_k 에서 얻은 \hat{a}_p 를 식(3.7)에 대입하면, 곡률 형상함수의 2차식인 $\hat{\phi}_2^{\text{recon}}$ 를 구할 수 있다. 곡률 형상함수인 $\hat{\phi}_2^{\text{recon}}$ 를 이중적분하면 프리앱 PSC 거더 전체에 발생하는 캠버 형상을 재구성 할 수 있다. 식은 다음과 같다.

$$\Delta(\tau_k; \xi) = \iint \hat{\phi}_2^{\text{recon}}(\tau_k; \xi) d\xi + c_1 \xi + c_2 \quad (3.9)$$

여기서 적분상수 c_1 과 c_2 는 연속조건과 지점조건을 활용하여 구할 수 있다.

3.3 연속 조건을 활용한 캠버 재구성

2경간 연속보에서 곡률 함수를 이중적분한 변형률-캠버 형상 재구성 식은 다음과 같다.

$$\Delta^{AB} = \frac{1}{2}a_0^{AB}x^2 + \frac{1}{6}a_1^{AB}x^3 + \frac{1}{12}a_2^{AB}x^4 + c_1^{AB}x + c_2^{AB} \quad (3.10)$$

$$\Delta^{BC} = \frac{1}{2}a_0^{BC}x^2 + \frac{1}{6}a_1^{BC}x^3 + \frac{1}{12}a_2^{BC}x^4 + c_1^{BC}x + c_2^{BC} \quad (3.11)$$

곡률 함수를 이중적분하면서 발생하는 적분상수 c_1^{span} 와 c_2^{span} 를 구하기 위한 연속 조건은 다음과 같다.

$$\Delta^{AB}(x = 0) = c_2^{AB} = 0 \quad (3.12)$$

$$\Delta^{BC}(x = L^{BC}) = \frac{1}{2}a_0^{BC}\xi^2 + \frac{1}{6}a_1^{BC}\xi^3 + \frac{1}{12}a_2^{BC}\xi^4 + c_1^{BC}\xi + c_2^{BC} \quad (3.13)$$

$$\Delta^{AB}(x = L^{AB}) = \Delta^{BC}(x = 0) \quad (3.14)$$

$$(\Delta^{AB})'(x = L^{AB}) = (\Delta^{BC})'(x = 0) \quad (3.15)$$

연속 조건을 만족하는 적분상수를 구하기 위한 행렬식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L^{BC} & 1 \\ L^{AB} & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1^{AB} \\ c_2^{AB} \\ c_1^{BC} \\ c_2^{BC} \end{Bmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2}a_0^{BC}(L^{BC})^2 - \frac{1}{6}a_1^{BC}(L^{BC})^3 - \frac{1}{12}a_2^{BC}(L^{BC})^4 \\ -\frac{1}{2}a_0^{AB}(L^{AB})^2 - \frac{1}{6}a_1^{AB}(L^{AB})^3 - \frac{1}{12}a_2^{AB}(L^{AB})^4 \\ -a_0^{AB}L^{AB} - \frac{1}{2}a_1^{AB}(L^{AB})^2 - \frac{1}{3}a_2^{AB}(L^{AB})^3 \end{pmatrix} \quad (3.16)
 \end{aligned}$$

3경간 연속보에서 곡률 함수를 이중적분한 변형률-캠버 형상 재구성 식은 다음과 같다.

$$\Delta^{AB} = \frac{1}{2}a_0^{AB}x^2 + \frac{1}{6}a_1^{AB}x^3 + \frac{1}{12}a_2^{AB}x^4 + c_1^{AB}x + c_2^{AB} \quad (3.17)$$

$$\Delta^{BC} = \frac{1}{2}a_0^{BC}x^2 + \frac{1}{6}a_1^{BC}x^3 + \frac{1}{12}a_2^{BC}x^4 + c_1^{BC}x + c_2^{BC} \quad (3.18)$$

$$\Delta^{CD} = \frac{1}{2}a_0^{CD}x^2 + \frac{1}{6}a_1^{CD}x^3 + \frac{1}{12}a_2^{CD}x^4 + c_1^{CD}x + c_2^{CD} \quad (3.19)$$

2경간에서와 마찬가지로 변형률-캠버 재구성 식에 생긴 적분상수 c_1^{Span} 와 c_2^{Span} 를 구하기 위한 연속 조건은 다음과 같다.

$$\Delta^{AB}(x=0) = 0 \quad (3.20)$$

$$\Delta^{AB}(x=L^{AB}) = \Delta^{BC}(x=0) \quad (3.21)$$

$$(\Delta^{AB})'(x = L^{AB}) = (\Delta^{BC})'(x = 0) \quad (3.22)$$

$$\Delta^{BC}(x = L^{BC}) = \Delta^{CD}(x = 0) \quad (3.23)$$

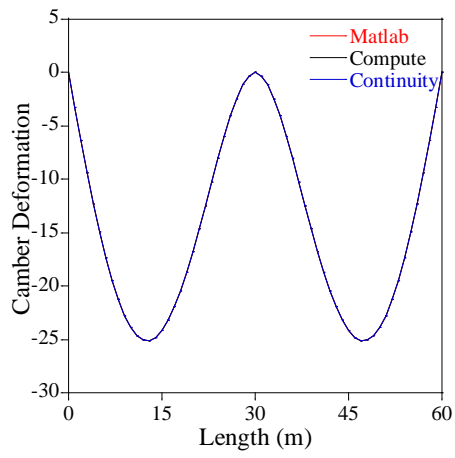
$$(\Delta^{BC})'(x = L^{BC}) = (\Delta^{CD})'(x = 0) \quad (3.24)$$

$$\Delta^{CD}(x = L^{CD}) = 0 \quad (3.25)$$

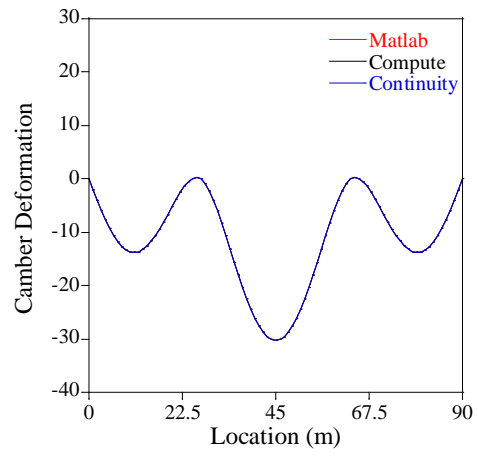
연속 조건을 만족하는 적분상수를 구하기 위한 행렬식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L^{AB} & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L^{BC} & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L^{CD} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1^{AB} \\ c_2^{AB} \\ c_1^{BC} \\ c_2^{BC} \\ c_1^{CD} \\ c_2^{CD} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2}a_0^{AB}(L^{AB})^2 - \frac{1}{6}a_1^{AB}(L^{AB})^3 - \frac{1}{12}a_2^{AB}(L^{AB})^4 \\ -a_0^{AB}L^{AB} - \frac{1}{2}a_1^{AB}(L^{AB})^2 - \frac{1}{3}a_2^{AB}(L^{AB})^3 \\ -\frac{1}{2}a_0^{BC}(L^{BC})^2 - \frac{1}{6}a_1^{BC}(L^{BC})^3 - \frac{1}{12}a_2^{BC}(L^{BC})^4 \\ -a_0^{BC}L^{AB} - \frac{1}{2}a_1^{BC}(L^{BC})^2 - \frac{1}{3}a_2^{BC}(L^{BC})^3 \\ -\frac{1}{2}a_0^{CD}(L^{CD})^2 - \frac{1}{6}a_1^{CD}(L^{CD})^3 - \frac{1}{12}a_2^{CD}(L^{CD})^4 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

식(3.16)과 식(3.26)을 역행렬을 이용하여 풀면 적분상수를 얻을 수 있다. 연속 조건을 만족하는 적분상수를 구하여 캠버 재구성 식에 사용하면 그림 3.5의 캠버 형상을 얻을 수 있다. 그림 3.5의 그래프를 보면 실제 캠버 값과 연속보를 이용해 재구성한 캠버가 서로 잘 일치한다.



(a) 연속 조건을 활용한 2경간
연속보 캠버 재구성 형상



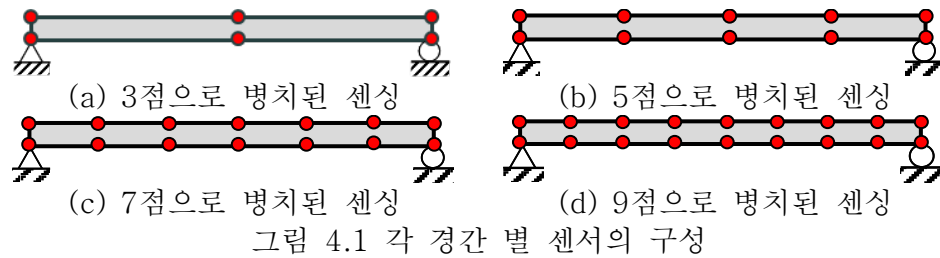
(b) 연속 조건을 활용한 3경간
연속보 캠버 재구성 형상

그림 3.5 연속 조건을 활용한 다경간 연속보 캠버 재구성 형상

IV. 검증 예제

4.1 센서의 배치

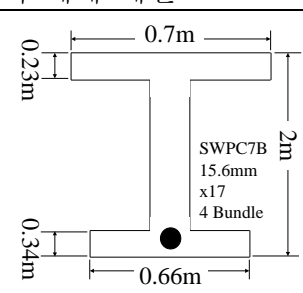
3장의 캠버 재구성을 예제에 적용하기 위해서는 센서를 통한 변형률 측정이 최소의 개수로 정확하게 이루어져야 하므로, 센서 배치는 매우 중요한 요소이다. 따라서 그림 4.1과 같이 4가지 경우의 각 경간 별 센서의 구성을 통해 수치모사 실험을 진행하였다. 그림 4.1(a)는 3점 센싱으로 보의 상·하연에 병치된 변형률 센서를 각 경간의 단부 또는 연속화되는 지점과 경간의 중앙에 각각 배치하였다. 그림 4.1(b)는 5점 센싱으로 각 경간의 단부 또는 연속화 되는 지점과 1/4지점, 중앙지점, 3/4지점에 변형률 센서를 각각 배치하였다. 그림 4.1(c)는 7점 센싱으로 각 경간의 단부 또는 연속화되는 지점과 L/6지점, L/3지점, 중앙지점, 2L/3지점, 5L/6지점에 변형률 센서를 각각 배치하였다. 그림 4.1(d)는 9점 센싱으로 각 경간의 단부 또는 연속화 되는 지점과 L/8지점, L/4지점, 3L/8지점, 중앙지점, 5L/8지점, 3L/8지점, 7L/8지점에 변형률 센서를 각각 배치하였다. 3점으로 병치된 센싱은 캠버 재구성을 위한 최소한의 센서 배치이다. 3장에서 변형률-캠버재구성 식에서 곡률 함수를 2차로 가정하였고, 최고차항에 따라 $m + 1$ 개의 상수항이 미지수가 되므로 측정 곡률의 개수가 2개일 때 캠버 재구성을 위한 센서의 최소 개수는 3개가 된다. 센서 개수 별로 캠버 재구성을 수행하고, 그에 따른 재구성 성능을 분석 하였다.



4.2 수치 모사 실험

수치 모사 실험을 실시하기 위한 예제로 표-4.1의 프로토타입 PSC 거더를 사용하였다. 그림 4.1의 각 경간 별 병치된 센서의 위치에서 초기 긴장력 도입 시기의 식(3.4)로부터 계산된 보의 상·하연의 변형률을 계측 변형률 데이터로 나타내었다. 수치 모사된 변형률 데이터에 측정시 발생가능한 오차를 임의의 상대오차 5%, 10% 그리고 20%로 각각 보통, 큼, 매우 큼 수준으로 설정하여 대입했다. 임의의 상대오차를 몬테카를로 모사를 통해 10000회 시행하고, 계측 오차가 포함된 변형률 데이터를 이용하여 3장에 제시한 과정을 통해 캠버를 재구성하였다. 재구성된 캠버의 정확한 값은 식(3.5)에서 계산된 곡률 값을 사다리꼴을 활용한 정적분을 근사하는 수치적분 방법(Trapezoidal rule)을 활용하여 구하였다. 수치적분을 위해 필요한 두개의 적분 상수는 3.3절의 연속 조건과 지점에서 캠버 값이 0이 되도록 하는 지점 조건을 활용하여 계산하였다. 수치 적분의 정확도를 위해 간격을 각

경간의 1/2000으로 실시하였다. 그림 4.2는 예제 검증 과정에서 수행된 수치 모사 실험의 전반적인 절차를 제시한다.

표-4.1 수치해석을 위한 프리캐스트 PSC 거더 예제 채원	
거더의 중앙 단면	 <p>(김현영 등, 2022)</p>
콘크리트의 탄성 계수 (E_c)	29984MPa
강선의 탄성 계수 (E_p)	205000MPa
총단면의 단면 2차모멘트 (I_g)	0.330m ⁴
콘크리트의 총 단면적 (A_g)	0.662m ²
초기 프리스트레스 (P_0/A_p)	1440MPa
콘크리트 강도	40MPa
철근비 (A_p/A_g)	0.0142
강선의 최대 편심비 (e_{\max}/h)	0.359

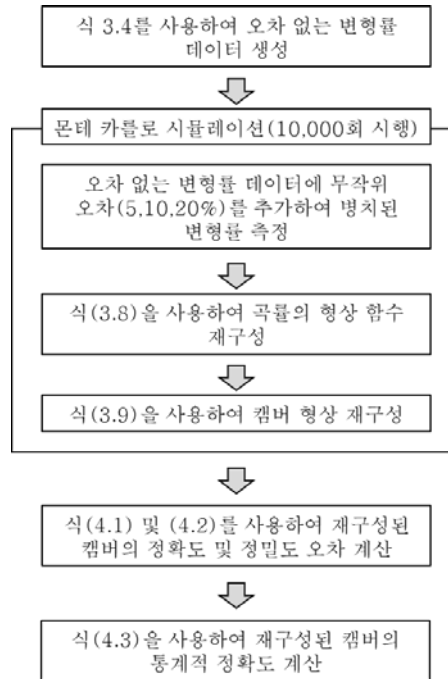


그림 4.2 프리랩 PSC 거더의 캠버 재구성을 위한 수치 모사 절차
(김현영 등, 2022)

4.3 캠버 정확도 · 정밀도 오차

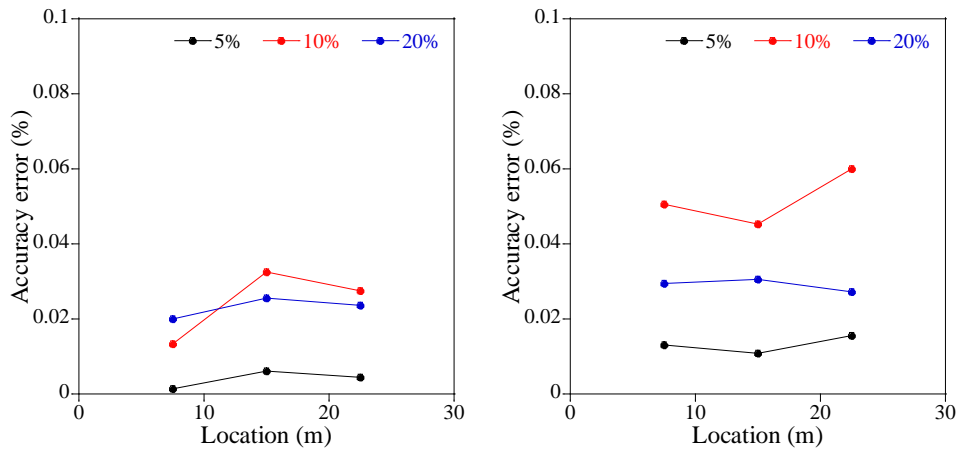
강선의 초기 긴장 시 캠버의 정확도 오차를 계산하기 위한 식은 다음과 같다.

$$\text{Accuracy error (\%)} = \left| \frac{\Delta_{k,l}^{\text{mean}} - \Delta_{k,l}^{\text{exact}}}{\Delta_{k,l}^{\text{exact}}} \right| \times 100 \quad (4.1)$$

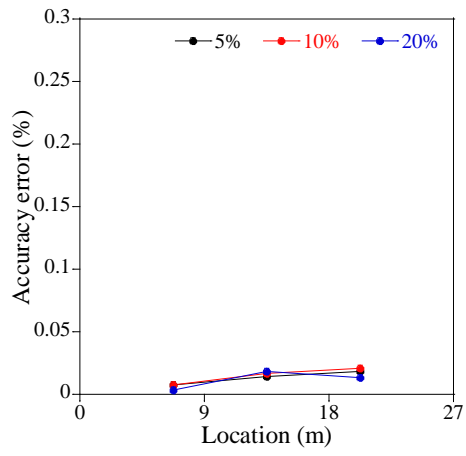
여기서 Δ^{mean} 과 Δ^{exact} 는 각각 몬테카를로 시뮬레이션을 10000회 시행하여 재구성된 캠버의 평균 값과 이에 상응하는 캠버의 정해에 해당한다.

아래첨자 k 와 l 은 식(3.5)의 아래첨자와 동일하게 시간과 위치를 나타낸다.

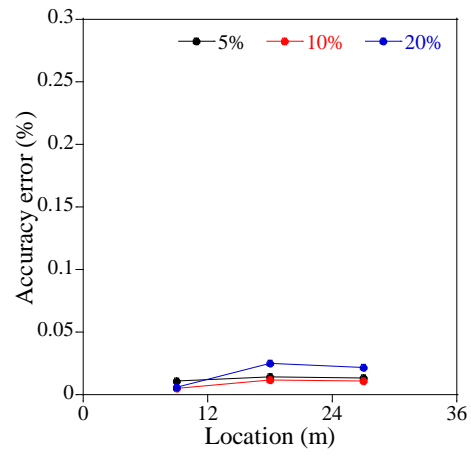
그림 4.3과 4.4는 5점 센싱에 대하여 그림 2.1의 2경간 연속보와 그림 2.3의 주경간과 측경간의 길이가 다른 3경간 연속보의 강선의 초기 긴장 시 몬테카를로 시뮬레이션에 의해 재구성된 캠버의 정확도 오차를 각 경간의 1/2 지점에 대해서 나타낸 것이다. 그림 4.5와 그림 4.6은 2.1장의 2경간 연속보와 3경간 연속보의 강선 초기 긴장 시 몬테카를로 시뮬레이션에 의해 재구성된 각 경간의 1/2 지점의 캠버의 정확도 오차를 센서의 개수에 대해 나타낸 것이다.



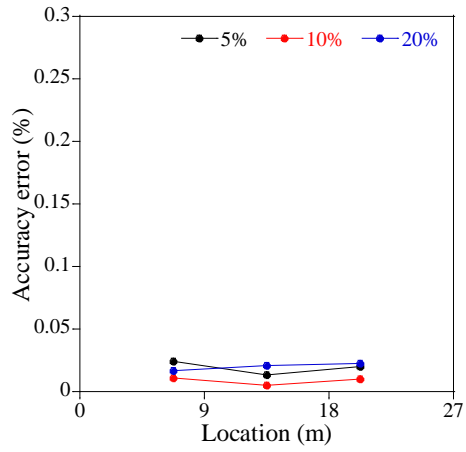
(a) . 1/2지점($\xi = L/2$)-AB경간 (b) . 1/2지점($\xi = L/2$)-BC경간
그림 4.3 2경간 연속보에서 재구성 캠버의 정확도 오차



(a) . 1/2지점($\xi = L/2$)-AB경간

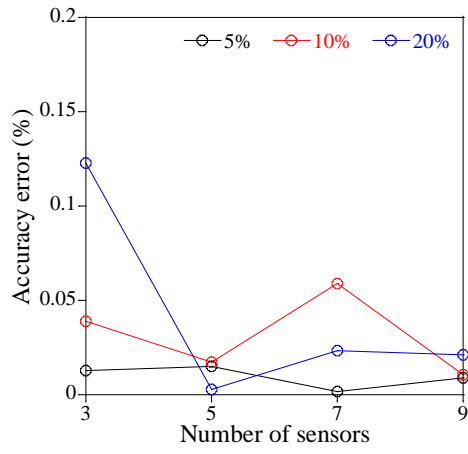


(b) . 1/2지점($\xi = L/2$)-BC경간

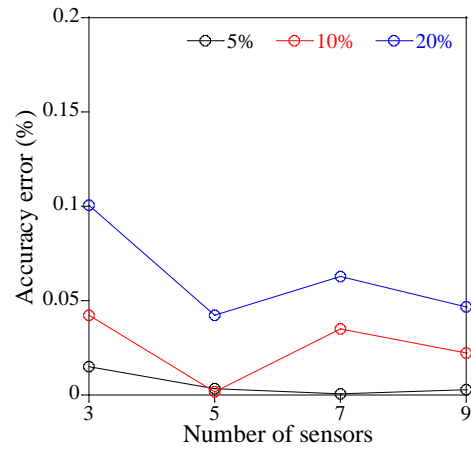


(c) . 1/2지점($\xi = L/2$)-CD경간

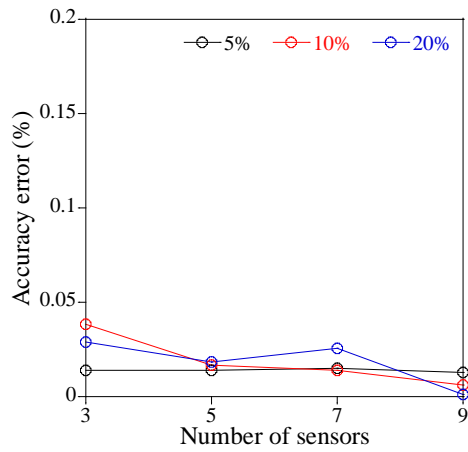
그림 4.4 3경간 연속보에서 재구성 캠버의 정확도 오차



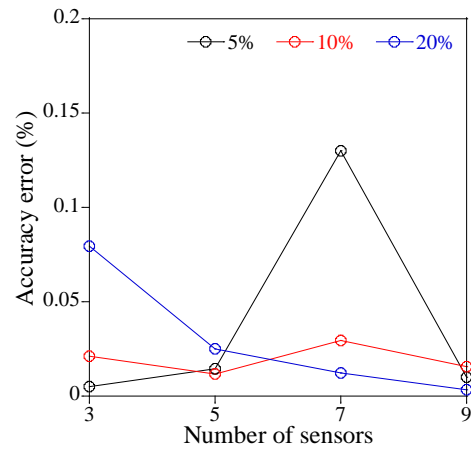
(a) . 1/2지점($\xi = L/2$)-AB경간
그림 4.5 2경간 연속보에서



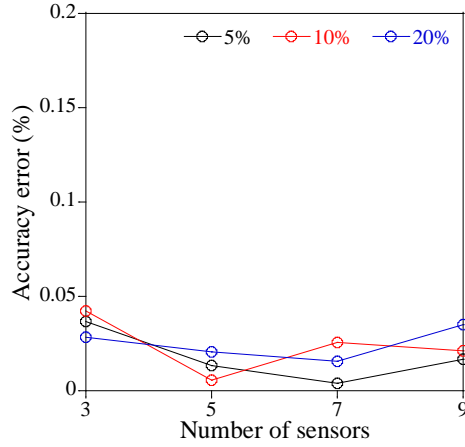
(b) . 1/2지점($\xi = L/2$)-BC경간
재구성 캠버의 정확도 오차



(a) . 1/2지점($\xi = L/2$)-AB경간



(b) . 1/2지점($\xi = L/2$)-BC경간



(c) . 1/2지점($\xi = L/2$)-CD경간

그림 4.6 3경간 연속보에서 재구성 캠버의 정확도 오차

강선의 초기 긴장 시 재구성된 캠버의 정확도 오차를 지점의 위치, 센서의 개수, 계측 오차 크기에 대해 분석하였다. 계측 오차에 대해서 센서의 개수에 상관 없이 2경간 연속보와 3경간 연속보 모두 0.15% 이내의 차이를 보여주었다. 프리랩 PSC거더의 초기 긴장상태에서 재구성된 캠버의 정확도 오차는 거의 차이가 없는 것을 알 수 있다.

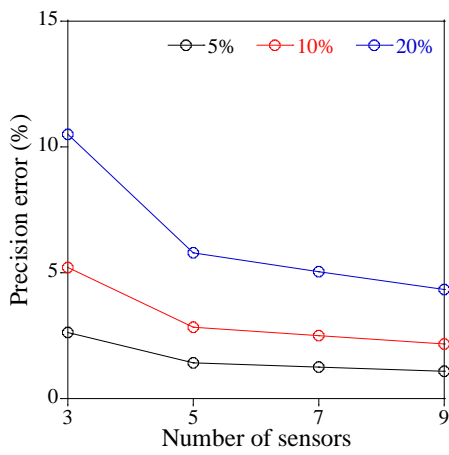
강선의 초기 긴장 시 캠버의 정밀도 오차를 나타내기 위한 식은 다음과 같다.

$$\text{Precision error (\%)} = \frac{\Delta_{k,l}^{\text{std}}}{\Delta_{k,l}^{\text{mean}}} \times 100 \quad (4.2)$$

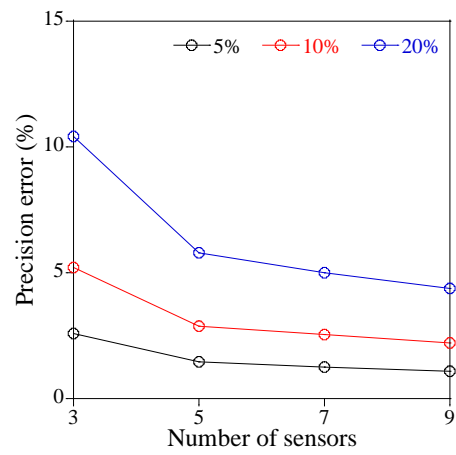
여기서 Δ^{std} 는 몬테카를로 모사에서 재구성된 캠버의 표준편차를 나타낸다.

그림 4.7과 4.8은 그림 2.1의 2경간 연속보와 그림 2.5의 3경간 연속

보의 강선의 초기 긴장 시 몬테카를로 시뮬레이션에 의해 재구성된 캠버의 정밀도 오차를 각 경간의 1/2 지점에 대해서 나타낸 것이다. 재구성된 캠버의 정밀도 오차를 각 경간 별로 중앙 지점에서 계측점의 개수와 계측 오차 크기에 대하여 분석하였다.

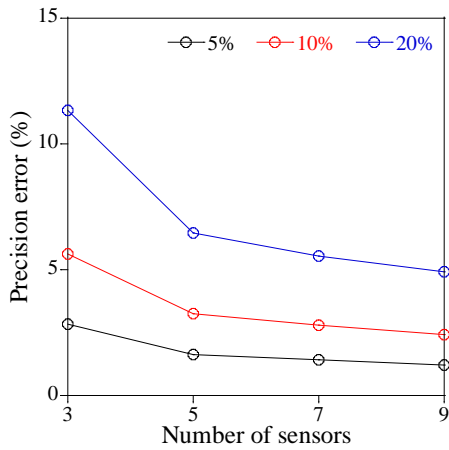


(a) . 1/2지점($\xi = L/2$)-AB경간

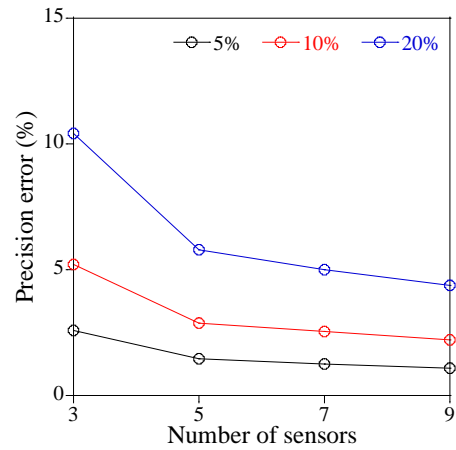


(b) . 1/2지점($\xi = L/2$)-BC경간

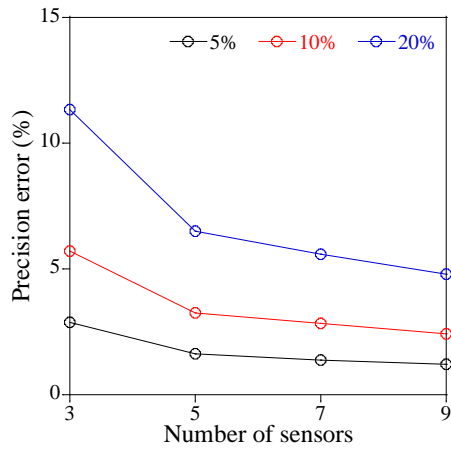
그림 4.7 2경간 연속보에서 재구성 캠버의 정밀도 오차



(a) . 1/2지점($\xi = L/2$)-AB경간



(b) . 1/2지점($\xi = L/2$)-BC경간



(c) . 1/2지점($\xi = L/2$)-CD경간

그림 4.8 3경간 연속보에서 재구성 캄버의 정밀도 오차

그래프를 보면 각 경간의 중앙 지점에서 비슷한 경향을 보인다. 계측 오차가 5%, 10%, 20%로 증가함에 따라 캄버의 정밀도 오차가 커지는 것을 알 수 있다. 그리고 센서 수가 증가하면서 계측 점이 증가하는데, 이에 따라 정밀도 오차가 작아지는 것을 알 수 있다. 3점 센싱의 경우 계측 오차가 5%, 10% 그리고 20%의 경우 재구성 캄버의 정밀도 오차는 최대를 기준으로 각각 약 3%, 6% 그리고 13%이다. 5점 센싱의 경우 계측 오차가 약 5%, 10% 그리고 20%의 경우 재구성 캄버의 정밀도 오차는 최대를 기준으로 각각 약 1.7%, 2.8% 그리고 6.5%이다. 7점 센싱의 경우 계측 오차가 5%, 10% 그리고 20%의 경우 재구성 캄버의 정밀도 오차는 최대를 기준으로 각각 약 1.5%, 2.9% 그리고 5.5%이다. 9점 센싱의 경우 계측 오차가 5%, 10% 그리고 20%의 경우 재구성 캄버의 정밀도 오차는 최대를 기준으로 각각 약 1.2%, 2.4% 그리고 4.4%이다. 그림 4.7과 4.8을 보면 센서의 개수가 증가함에 따라 정밀도 오차가 감

소하는 것을 알 수 있다. 계측 오차 20%를 기준으로 3점 센싱에서 5점 센싱으로 계측점이 증가할 때, 정밀도 오차 감소량은 약 6.5%이다. 5점 센싱에서 7점 센싱으로 계측점이 증가할 때, 정밀도 오차 감소량은 약 1%이고, 7점 센싱에서 9점 센싱으로 계측점이 증가할 때, 정밀도 오차 감소량은 약 1.1%이다. 이에 따라 재구성 캄버의 정밀도 오차는 센서의 개수보다 계측 오차에 의해 영향을 많이 받는다는 것을 알 수 있다. 동일한 계측 오차의 경우에는 센서의 개수가 많을수록 향상된 정밀도를 보여준다. 계측 오차 보통과 매우 큼에 대하여 3점 센싱에서 계측 오차간의 차이는 약 10%이고, 5점 센싱에서 약 4.8%, 7점 센싱에서 약 4%, 9점 센싱에서 약 3.2%이다. 계측점이 증가함에 따라 계측 오차 간의 정밀도 오차가 감소하는 것을 알 수 있다. 센서가 증가함에 따라 계측 오차 사이에 발생하는 오차가 줄어드는 이유는 최소자승오차법(Method of least squares)을 활용한 곡률 재구성 과정에서 계측점의 개수가 증가함에 따라 계측 오차를 상쇄시키는 효과가 발생하기 때문이다. 따라서, 센서의 개수를 증가시켜 무작위로 발생하는 계측 오차에 대하여 캄버의 정밀도를 향상시킬 수 있다. 하지만 계측점의 개수가 증가한다고 하더라도 이에 따른 정밀도 오차의 감소가 극적인 효과를 보여주는 것은 아니다. 그러므로 센서 부착에 필요한 다른 요소들을 함께 고려하여 적절한 센서 네트워크 구성을 하는 것이 필요하다.

4.4 캠버 통계적 정확도

재구성된 캠버가 정규분포를 따른다고 가정할 때, 정확도 오차 식과 정밀도 오차 식으로 구성된 통계적 유의 수준에 대한 캠버의 통계적 정확도를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

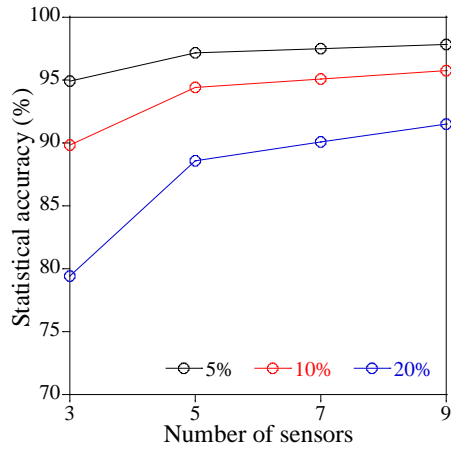
$$\text{Statistical accuracy (\%)} = \text{Min}[1 - \frac{\{\Delta_{k,l}^{\text{exact}} - (\Delta_{k,l}^{\text{mean}} \pm \sigma \Delta_{k,l}^{\text{std}})\}}{\Delta_{k,l}^{\text{exact}}}] \times 100 \quad (4.3)$$

여기서 σ 는 통계적 유의 수준에 따라 결정된다. 95%와 99% 유의수준에 대하여 각각 1.96, 2.58에 해당한다. 그림 4.3과 4.4와 같이 정확도 오차 $(\frac{\Delta_{k,l}^{\text{mean}} - \Delta_{k,l}^{\text{exact}}}{\Delta_{k,l}^{\text{exact}}})$ 가 ≈ 0 일 때 식(4.3)을 근사적으로 나타내면 다음과 같다.

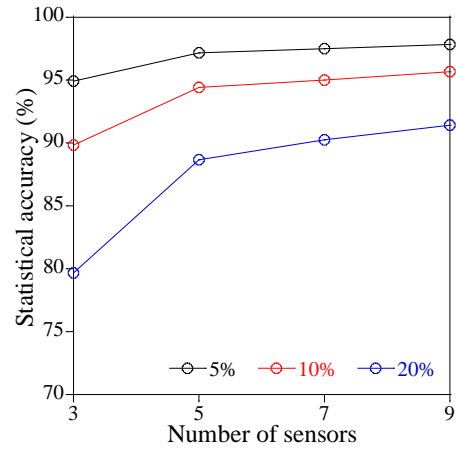
$$\text{Statistical accuracy (\%)} \approx (1 - \sigma \frac{\Delta_{k,l}^{\text{std}}}{\Delta_{k,l}^{\text{exact}}}) \times 100 \quad (4.4)$$

그림 4.9와 그림 4.10은 그림 2.1의 2경간 연속보의 통계적 유의수준을 그래프로 나타낸 것이다. 그림 4.11과 그림 4.12는 그림 2.3의 각 경간 길이가 같은 3경간 연속보의 통계적 유의수준을 그래프로 나타낸 것이다. 그림 3.13과 그림 14는 그림 2.5의 측경간과 주경간 길이가 다른 3경간 연속보의 통계적 유의수준을 그래프로 나타낸 것이다. 식(4.4)에 따르면, 통계적 유의수준이 주어진 경우 통계적 정확도는 그림 4.7과 그림 4.8의 정밀도 오차에 따라 결정된다. 정밀도 오차는 캠버가 재구성되는 위치와 상관이 없기 때문에, 연속보의 각 경간의 중앙 지점에 대해

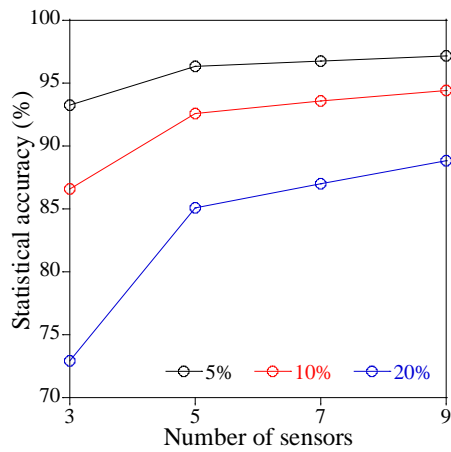
서만 표현했다.



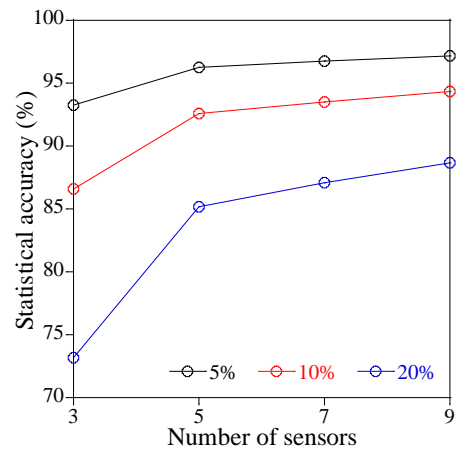
(a) 유의수준 95%-AB



(b) 유의수준 95%-BC

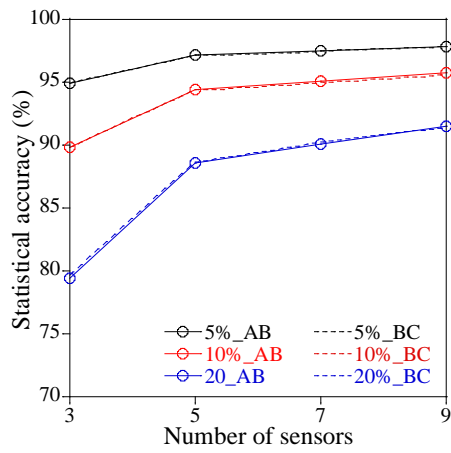


(c) 유의수준 99%-AB

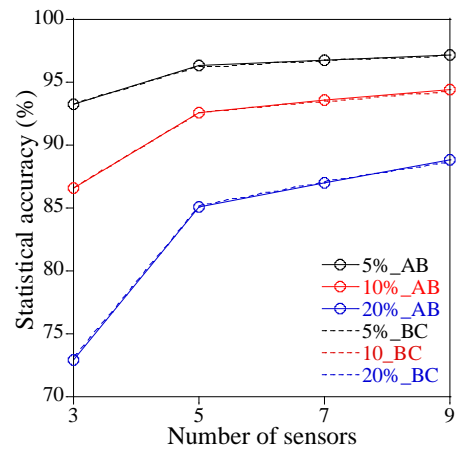


(d) 유의수준 99%-BC

그림 4.9 2경간 연속보의 중앙 지점에서 각 경간별 재구성 캠버의 통계적 정확도

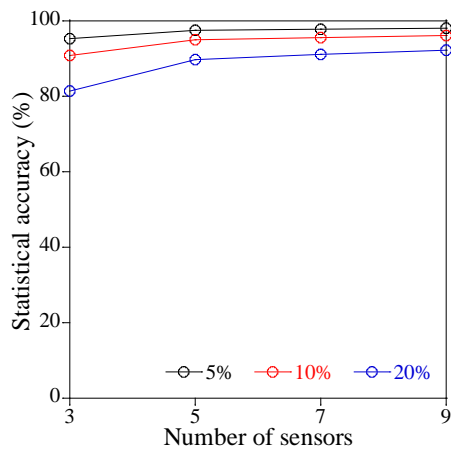


(a) 유의수준 95%

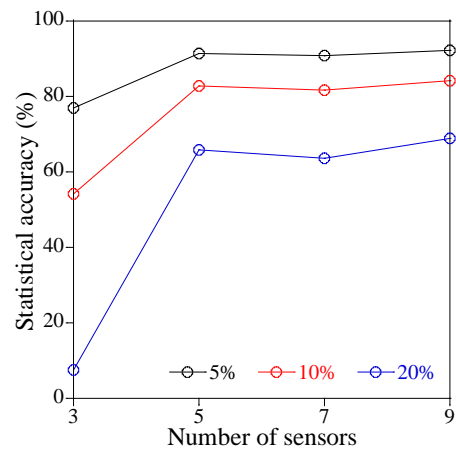


(b) 유의수준 99%

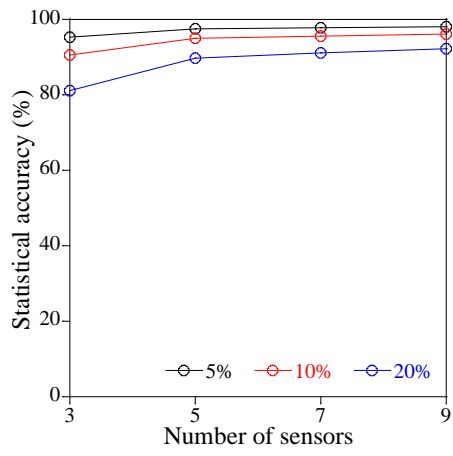
그림 4.10 2경간 연속보의 중앙 지점에서 재구성 캠버의 통계적 정확도



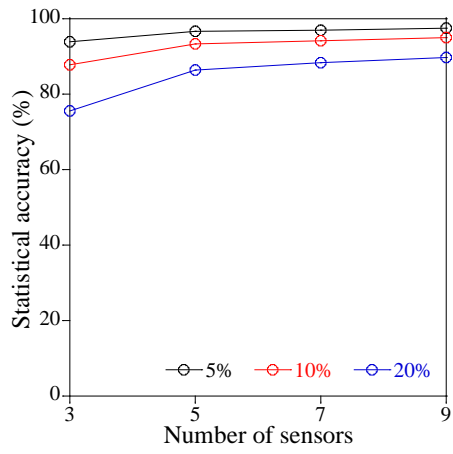
(a) 유의수준 95%-AB



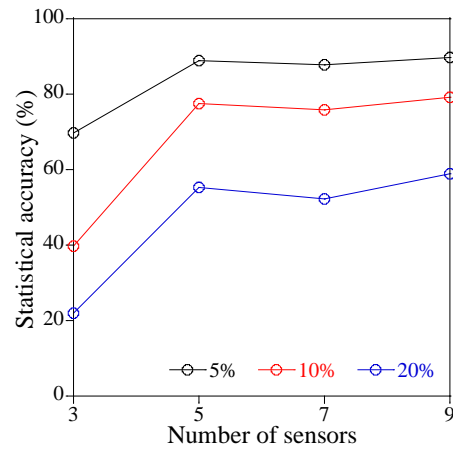
(b) 유의수준 95%-BC



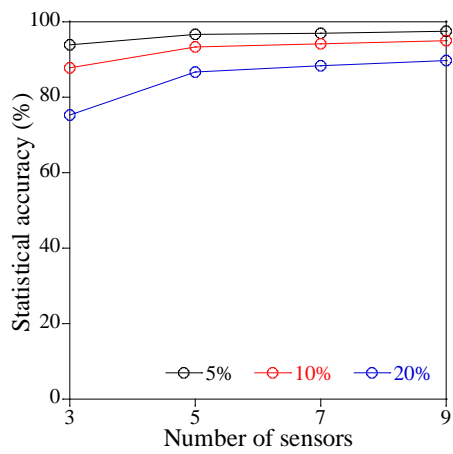
(c) 유의수준 95%-CD



(d) 유의수준 99%-AB

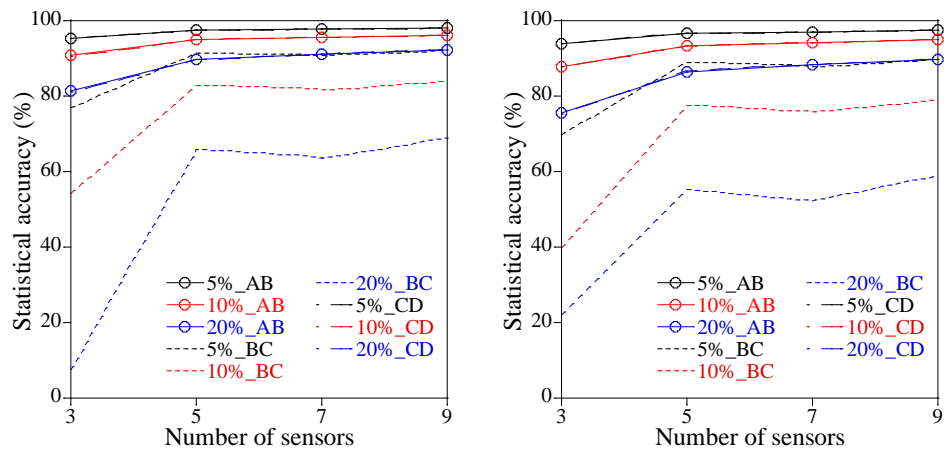


(e) 유의수준 99%-BC



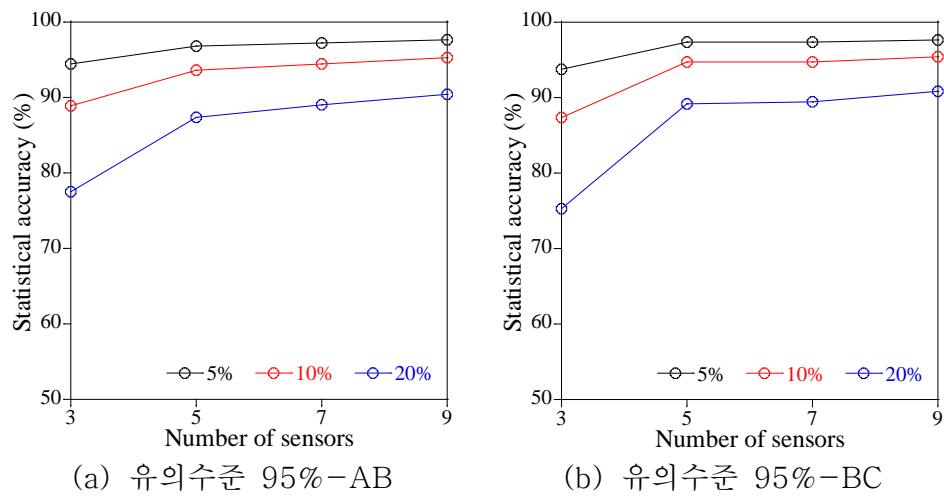
(f) 유의수준 99%-CD

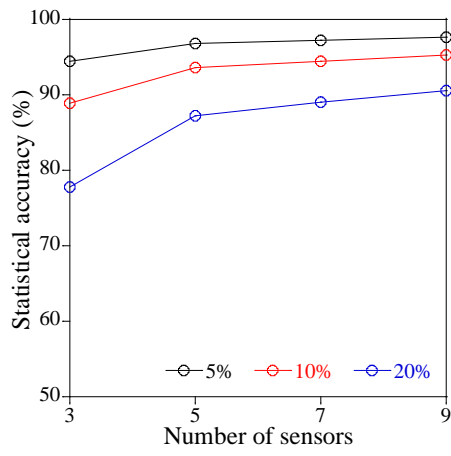
그림 4.11 각 경간 길이가 같은 3경간 연속보의 중앙 지점에서 각 경간별 재구성 캄버의 통계적 정확도



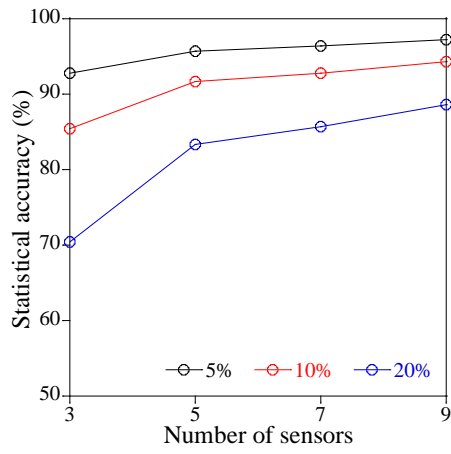
(a) 유의수준 95% (b) 유의수준 99%

그림 4.12 각 경간 길이가 같은 3경간 연속보의 중앙 지점에서 재구성 캄버의 통계적 정확도

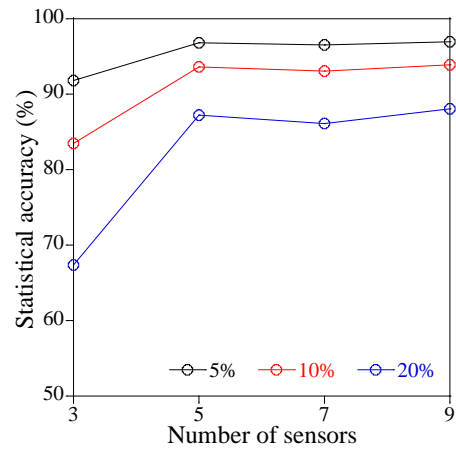




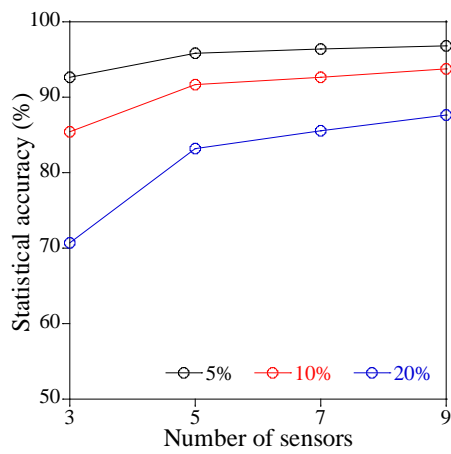
(c) 유의수준 95%-CD



(d) 유의수준 99%-AB



(e) 유의수준 99%-BC



(f) 유의수준 99%-CD

그림 4.13 각 경간의 길이가 다른 3경간 연속보의 중앙 지점에서 각 경간별 재구성 캄버의 통계적 정확도

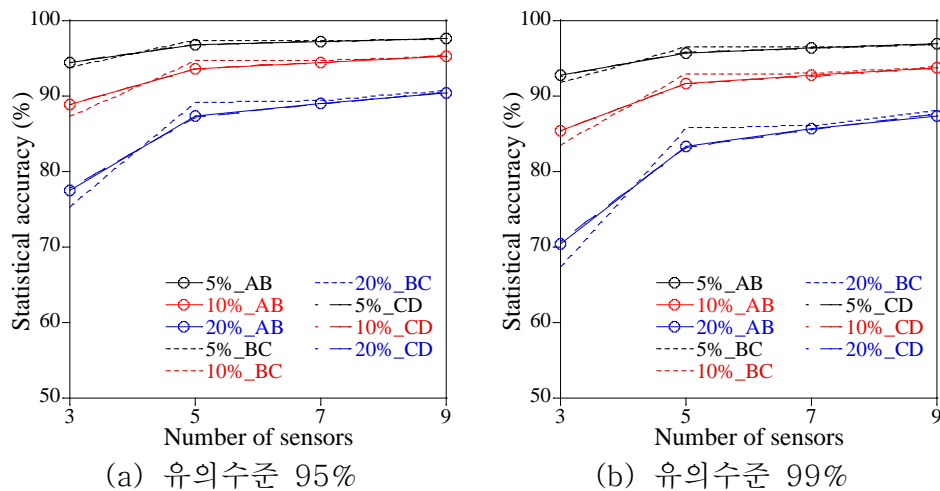
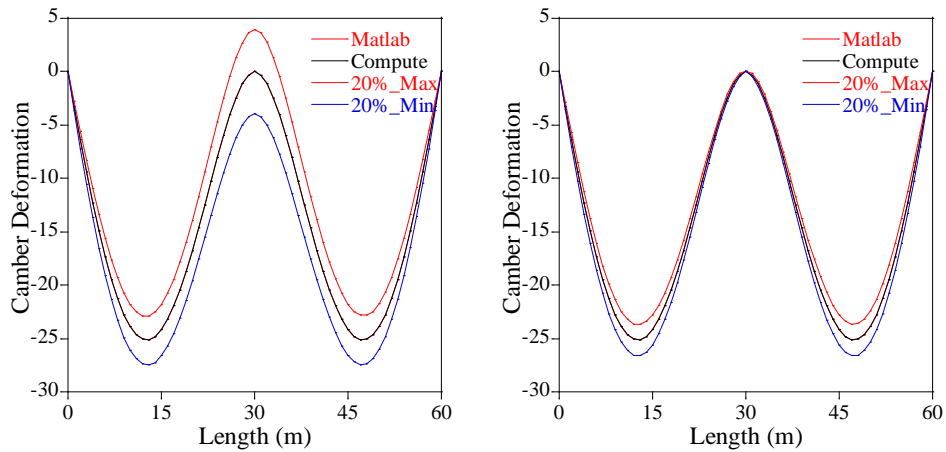


그림 4.14 각 경간의 길이가 다른 3경간 연속보의 중앙 지점에서 재구성 캄버의 통계적 정확도

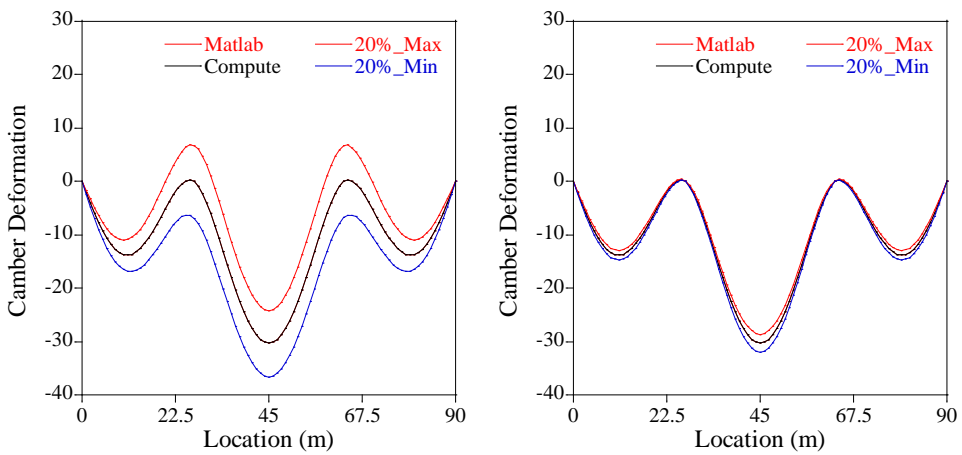
2경간 연속보에서 계측 오차가 5%, 10% 그리고 20%의 경우 3점 센싱의 재구성 캄버의 통계적 정확도는 유의수준 95%에 대해 약 95%, 약 90%, 그리고 79%이다. 5점 센싱의 경우에는 약 97%, 94% 그리고 약 89%이다. 7점 센싱의 경우에는 약 98%, 약 95% 그리고 약 90%이다. 9점 센싱의 경우에는 약 98%, 약 96% 그리고 약 92%이다. 2경간 연속보에서 계측 오차가 5%, 10% 그리고 20%의 경우 3점 센싱의 재구성 캄버의 통계적 정확도는 유의수준 99%에 대해 약 93%, 87% 그리고 약 73%이다. 5점 센싱의 경우에는 약 96%, 약 93% 그리고 약 87%이다. 7점 센싱의 경우에는 약 97%, 약 94% 그리고 약 89%이다. 9점 센싱의 경우에는 약 97%, 약 94% 그리고 약 89%이다. 그림 2.1

과 그림 2.2를 통해 AB경간과 BC경간이 대칭되어 있고 캠버 형상 또한 대칭된 형태로 나타나는 것을 알 수 있다. 또한 몬테카를로 시뮬레이션을 충분히 많은 10000회 시행하기 때문에, 2경간에서 AB경간과 BC경간의 값이 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 3경간 연속보에서 계측 오차가 5%, 10% 그리고 20%의 경우 3점 센싱의 재구성 캠버의 통계적 정확도는 유의수준 95%에 대해 약 94%, 약 87% 그리고 75%이다. 5점 센싱의 경우에는 약 97%, 약 95% 그리고 약 89%이다. 7점 센싱의 경우에는 약 97%, 약 95% 그리고 89%이다. 9점 센싱의 경우에는 약 98%, 약 95% 그리고 약 91%이다. 3경간 연속보에서 계측 오차가 5%, 10% 그리고 20%의 경우 3점 센싱의 재구성 캠버의 통계적 정확도는 유의수준 99%에 대해 약 92%, 83% 그리고 67%이다. 5점 센싱의 경우에는 약 96%, 약 93% 그리고 약 86%이다. 7점 센싱의 경우에는 약 97%, 약 93% 그리고 약 86%이다. 9점 센싱의 경우에는 약 97%, 약 94% 그리고 약 88%이다. 이 결과를 통해 계측 오차가 증가할수록 계측점의 개수 증가 효과가 더 크다는 것을 알 수 있다. 재구성된 캠버가 정규분포를 따른다고 가정할 때, 계측 오차가 매우 큼 20%이고 3점 센싱의 경우 통계적 정확도는 2경간과 3경간에서 각각 약 73%, 약 67% 이상의 통계적 정확도를 나타낸다. 이를 통해 제안된 캠버 재구성 기법이 높은 통계적 신뢰도로 정확한 결과를 보여준다는 것을 알 수 있다. 그림 4.11과 4.12의 BC경간의 3점센싱의 경우 캠버의 정해 값이 0에 가까운 값을 가지므로 비정상적인 그래프 경향을 보인다. 또한 그림 4.12, 그림 4.14에서 AB경간과 CD경의 값이 거의 일치하는 경향을 보

인다. 그림 그림 2.3과 그림 2.5 모두 주경간을 기준으로 양 측경간이 대칭이고, 충분히 많은 횟수인 10000회의 시뮬레이션을 시행했기 때문이다.



(a) 2경간 연속보 연속조건 사용 (b) 2경간 연속보 지점조건 사용
그림 4.15 2경간 연속보 캠버 재구성 그래프



(a) 3경간 연속보 연속조건 사용 (b) 3경간 연속보 지점조건 사용
그림 4.16 3경간 연속보 캠버 재구성 그래프

그림 4.15와 그림 4.16은 3장에서 제안된 절차에 따라 변형률을 이용

한 캬버 재구성 기법을 활용하여 그래프로 나타낸 것이다. 각각 변형을 데이터에 계측 오차 매우 큼 20%를 추가하여 몬테카를로 모사를 시행하였다. 그리고 캬버 평균 \pm 표준편차를 통해 연속조건을 사용하여 캬버를 재구성한 그래프와 지점조건을 사용하여 캬버를 재구성한 그래프를 비교하였다. 그림 4.15 (a)와 그림 4.16 (a)는 3.3장의 연속조건을 활용한 캬버 재구성 기법의 절차를 따라 진행하였다. 그림 4.15 (a)의 최대 처짐이 발생하는 지점에서 캬버 평균 값을 기준으로 상대오차가 최소값 대비 약 9.875%, 최대값 대비 약 10.11% 발생했다. 그림 4.15 (b)의 최대 처짐이 발생하는 지점에서 캬버 평균 값을 기준으로 상대오차가 최소값 대비 약 5.71%, 최대값 대비 약 5.77% 발생했다. 그림 4.16 (a)의 최대 처짐이 발생하는 지점에서 캬버 평균 값을 기준으로 상대오차가 최소값 대비 약 20.23%, 최대값 대비 약 20.77% 발생했다. 그림 4.16 (b)의 최대 처짐이 발생하는 지점에서 캬버 평균 값을 기준으로 상대오차가 최소값 대비 약 8.56%, 최대값 대비 약 5.45% 발생했다. 3.3장의 연속조건을 활용하여 캬버를 재구성 할 경우, 각 경간의 오차가 서로에게 영향을 주기 때문에, 상쇄되어 최대 처짐이 발생하는 지점의 오차가 줄어들 것이라고 예측했지만, 그림 4.15 (a)와 그림 4.16 (a)에서 알 수 있듯이 반대로 각 경간의 오차가 서로에게 영향을 주어 증폭된다는 것을 알 수 있다. 따라서 지점조건을 활용하여 각 지점에서 캬버값이 0이라고 가정하고, 캬버를 재구성 하는 것이 오차의 영향을 덜 받는 다는 것을 알 수 있다.

V. 결론

공장에서 사전제작되는 프리랩 PSC 거더를 대상으로 제작부터 긴장 및 가설까지 전 생애주기 동안 거더의 형상관리를 위한 다경간 연속보의 캠버 재구성 기법을 제시하였다.

변형률-곡률 관계를 식으로 나타내고, 긴장력 도입 시점의 프리랩 PSC 거더의 변형률 데이터를 수치 모사하고 제안된 캠버 재구성 기법의 타당성을 검증하였다. 각 경간 길이가 같은 2경간과 3경간 연속보의 곡률 및 처짐 식을 해석적으로 구하였다. 이렇게 계산한 모델의 상·하연에 병치된 변형률을 이용하여 오일러-베르누이 보의 변형률-처짐 관계식을 이용하여 캠버 형상을 재구성하였다. 예제는 2경간 연속보의 경우 각 경간의 길이가 30m인 PSC 거더를 사용하였고, 3경간 연속보의 경우 주경간의 길이가 36m이고 측경간의 길이가 27m인 PSC 거더를 사용하였다. PSC 연속보의 각 경간에 대해서 측정점의 개수를 3점, 5점, 7점 및 9점 병치 센싱으로 설정하고 임의의 측정 변형률 오차를 보통, 큼, 그리고 매우 큼(5%, 10% 그리고 20%)로 고려하여 몬테카를로 시뮬레이션을 10000회 시행하여 통계적 정확도를 분석하였다. 곡률함수를 이중적분하여 캠버 형상을 재구성하는 과정에서 생기는 적분 상수를 구하는 방법을 연속조건을 사용하는 방법과 지점조건을 사용하는 방법으로 나누어서 캠버 재구성 기법에 적용했다.

재구성된 캠버의 정확도 오차의 경우 2경간 연속보와 3경간 연속보의 지점의 위치, 센서의 개수, 계측 오차 크기에 대하여 분석을 실시하였다.

5점 센싱에서 지점 위치에 따라 2경간 연속보와 3경간 연속보 모두 초기 긴장시 재구성된 캠버의 정확도 오차는 0.15% 이내로 매우 작은 차이를 보여주었다. 그리고 센서의 개수에 따른 영향과 계측 오차 크기에 대한 영향 또한 미미 했다. 따라서 강선의 초기 긴장 시에는 경간의 개수, 지점의 위치, 센서의 개수, 계측 오차의 크기에 상관 없이 재구성된 캠버의 정확도 오차의 영향은 거의 없는 것을 알 수 있었다.

재구성된 캠버의 정밀도 오차의 경우는 센서의 개수와 계측 오차의 크기가 영향을 준다. 정밀도 오차는 센서의 개수보다 계측 오차에 의해 영향을 많이 받았다. 동일한 계측 오차의 경우에는 센서의 개수가 많을수록 향상된 정밀도를 보여줬다. 최소자승오차법을 활용한 곡률 재구성 과정에서 계측점의 개수가 증가함에 따라 계측 오차를 상쇄시키는 효과가 있으므로, 센서가 증가함에 따라 계측 오차 사이에 발생하는 오차가 줄어들고 정밀도가 향상됐다.

재구성 캠버의 통계적 정확도는 재구성 캠버의 정밀도 오차와 통계적 유의수준에 의하여 결정됐다. 계측 오차 보통 5%에 대해서는 2경간 3경간 모두 유의수준 95%, 99%에서 재구성 캠버의 통계적 정확도는 90% 이상으로 평가 되었다. 그리고 3점 센싱의 경우 유의 수준 99%와 계측 오차 매우 큼 20%에 대해서 2경간은 약 73%, 3경간은 약 67%의 통계적 정확도가 평가되었다. 최소 배치인 3점 센싱으로도 제안된 캠버 재구성 기법은 충분히 높은 통계적 신뢰도로 정확한 결과를 보여주었다. 연속조건을 활용한 재구성 캠버와 지점 조건을 활용한 재구성 캠버를 계측 오차 매우 큼 20%에 대해서 비교해봤다. 연속조건을 사용한 경우 각 경

간의 오차가 서로에게 영향을 주고, 지점조건을 사용한 경우 지점에서 모든 값이 0이 되므로 각 경간의 오차가 서로에게 영향을 주지 않는다. 연속조건을 사용했을 때, 각 경간의 오차가 서로에게 영향을 주어 더욱 증폭되는 현상을 보였다. 따라서 지점 조건을 활용하여 캠버를 재구성하는 것이 오차의 영향을 덜 받는다는 것을 알 수 있었다.

제안된 캠버 재구성 기법을 활용하면 단경간뿐만 아니라 다경간 연속 보에서 프리랩 PSC 거더의 형상관리를 정밀하게 할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 1) Vurpillot, Samuel, et al. "Vertical Deflection of a Pre-Stressed Concrete Bridge Obtained Using Deformation Sensors and Inclinator." *ACI Structural Journal* 95.5 (1998): 518–526.
- 2) 정원석, et al. "Long-gauge 광섬유 센서를 이용한 철도교 PSC 거더의 처짐유추." *한국철도학회 논문집* 9.4 (2006): 467–472.
- 3) Chung, Wonseok, et al. "Deflection estimation of a full scale prestressed concrete girder using long-gauge fiber optic sensors." *Construction and Building Materials* 22.3 (2008): 394–401.
- 4) Sigurdardottir, Dorotea H., and Branko Glisic. "Evaluation of error of deformed shape determined from strain measurements and double integration of curvature." *9th European Workshop on Structural Health Monitoring, EWSHM 2018*. 2018.
- 5) Sigurdardottir, Dorotea H., Jett Stearns, and Branko Glisic.

"Error in the determination of the deformed shape of prismatic beams using the double integration of curvature." *Smart Materials and Structures* 26.7 (2017): 075002.

- 6) Chen, Shi-Zhi, Gang Wu, and Tuo Xing. "Deflection monitoring for a box girder based on a modified conjugate beam method." *Smart Materials and Structures* 26.8 (2017): 085034.
- 7) Sousa, Helder, et al. "Bridge deflection evaluation using strain and rotation measurements." *Smart Struct. Syst* 11.4 (2013): 365–386.
- 8) Cheng, Wen-Chieh, James C. Ni, and Shui-Long Shen. "Experimental and analytical modeling of shield segment under cyclic loading." *International Journal of Geomechanics* 17.6 (2017): 04016146.
- 9) Wang, Zuocai, et al. "Local bending deformation monitoring of bi-dimensional bridge deck based on the displacement-strain transfer matrix." *Journal of Civil Structural Health Monitoring* 11.3 (2021): 809–832.

- 10) Xu, Hui, Wei-Xin Ren, and Zuo-Cai Wang. "Deflection estimation of bending beam structures using fiber bragg grating strain sensors." *Advances in Structural Engineering* 18.3 (2015): 395–403.
- 11) Wang, Zuo-Cai, et al. "Strain modes based dynamic displacement estimation of beam structures with strain sensors." *Smart Materials and Structures* 23.12 (2014): 125045.
- 12) Jasim, Nabeel Abdulrazzaq, and Abdulamer Atalla. "Deflections of partially composite continuous beams: A simple approach." *Journal of Constructional Steel Research* 49.3 (1999): 291–301.
- 13) Campbell, T. I., and Venkatesh Kumar R. Kodur. "Deformation controlled nonlinear analysis of prestressed concrete continuous beams." *PCI Journal* 35.5 (1990): 42–55.
- 14) Doebling, Scott W., Charles R. Farrar, and Michael B. Prime. "A summary review of vibration-based damage identification methods." *Shock and vibration digest* 30.2 (1998): 91–105.

- 15) Allwood, R. J., and Y. S. Chung. "An optimality criteria method applied to the design of continuous beams of varying depth with stress, deflection and size constraints." *Computers & structures* 20.6 (1985): 947–954.
- 16) Du, J. S., et al. "Deflection of unbonded partially prestressed concrete continuous beams." *Engineering Structures* 118 (2016): 89–96.
- 17) Lan, Zhangli, et al. "Study on non-contact weighted-stretched-wire system for measuring bridge deflections and its effect factors." *Engineering structures* 30.9 (2008): 2413–2419.
- 18) Khan, Suleman, et al. "SSVM: An Ultra-Low-Power Strain Sensing and Visualization Module for Long-Term Structural Health Monitoring." *Sensors* 21.6 (2021): 2211.
- 19) GoJeon, Park-Mi. "건축의 프리캐스트화와 생산성 향상." *Journal of the Korea Construction Safety Engineering Association* 2.3 (1992): 76–86.

- 20) Kim Tae-Hoon, et al (2003). "An Analytical Study on the Time-Dependent Behavior of Prestressed Concrete Structures." Proceedings of the Korean Society of Civil Engineers A 23.5A: 869-875.
- 21) 김현영, 고도현, and 박현우. "병치된 변형률 계측치를 이용한 프리웹 PSC 거더 캠버 재구성." *대한토목학회논문집* 42.2 (2022): 151-162.
- 22) 신현목 (2008). '프리스트레스트 콘크리트 제9판'. 동명사
- 23) 박문호, et al (2010). "크리프 및 건조수축을 고려한 PSC 교량의 시간의존해석." *한국산업융합학회 논문집* 13.3: 125-131.
- 24) 건설교통부 (1997.11), 프리캐스트 콘크리트 교량 바닥판의 개발 및 실용화

Abstract

Camber Reconstruction for a Multi-Span Prefab PSC Girder Using Collocated Strain Measurements

by

KO DO HYEON

Department of ICT integrated

Ocean-front Smart City Engineering

Graduate school, Dong-A University

Busan, Korea

The production and use of prefab members are increasing in efforts to introduce smart construction technologies and digital transformation in the domestic construction sector. Prefab is a construction method in which individual components are assembled in the factory in advance and installed in the field. When prefab is produced as a construction member, field work can be minimized and the construction time can be reduced significantly. For prefab

prestressed concrete (PSC) girders, it is important to manage the shape and serviceability of the girders concerning time-dependent behavior during the life cycle from production to installation. Previous studies have focused on shape management when load is applied on the PSC girder. In addition, research on camber reconstruction using strain is limited to simple beams. In this paper, we present a technique for reconstructing the camber shape that occurs after prestressing by using the strain measurement data collected on the top and the bottom of the girder. For each span, a quadratic curvature function that can best approximate the strain measurement data was estimated using the least squares method. For each span, the integration constant generated in the camber reconstruction process was calculated using either internal support conditions or the continuity conditions, respectively. Through Monte Carlo simulation, the statistical accuracy of the reconstructed camber for the number of sensors and measurement error was analyzed and the validity was verified.

Key word : Prefab PSC girder, Multi-span continuous beam, Camber reconstruction, Collocated strain measurement, Monte Carlo simulation