Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Робототехника и комплексная автоматизация»
КАФЕДРА «Системы автоматизированного проектирования (РК-6)»

ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

по дисциплине «Аналитические модели и имитационное моделирование»

Студент:	Тэн Марина Миновна
Группа:	РК6-85б
Тип задания:	Домашнее задание №4
Название:	Теория надежности
Вариант:	169

Студент ________ подпись, дата — Тэн М. М. (Фамилия, И.О.)

Преподаватель ________ подпись, дата — Берчун Ю. В. (Фамилия, И.О.)

Оценка: ________

Москва, 2023

Содержание

Теория надежности

1 Цель выполнения домашнего задания

Цель выполнения домашнего задания – изучить систему по теории надежности

2 Задание

Рассматривается система, аналогичная задаче 3, но в которой возможна организация ремонта ранее вышедших из строя устройств. Одновременно может ремонтироваться только одно устройство. Если подлежат ремонту устройства разных типов, приоритет отдаётся тем, которых сломалось больше, а если их сломалось одинаковое число – тому типу, интенсивность поломок которого выше. Интенсивность ремонта устройств обоих типов одинакова и равна $\lambda_S = (N_A + N_B - (G \bmod 3)) * (G + (N \bmod 4))$.

Если N – номер зачётной книжки, а G – последняя цифра в номере группы, то параметры системы определяются следующим образом:

$$\lambda_A = G + (N \bmod 3)$$
$$\lambda_B = G + (N \bmod 5)$$
$$N_A = 2 + (G \bmod 2)$$
$$N_B = 2 + (N \bmod 2)$$
$$R_A = 4 + (G \bmod 2)$$
$$R_B = 5 - (G \bmod 2)$$
$$\lambda_S = (N_A + N_B - (G \bmod 3)) * (G + (N \bmod 4))$$

Требуется:

1. нарисовать граф состояний системы;
2. составить матрицу интенсивностей переходов;
3. записать алгебраические уравнения Колмогорова для установившегося режима работы;
4. рассчитать предельные вероятности состояний системы;
5. рассчитать математические ожидания прикладных характеристик системы:
   - вероятности отказа системы;
   - числа готовых к эксплуатации устройств каждого типа;
   - коэффициента загрузки ремонтной службы.
6. записать дифференциальные уравнения Колмогорова;

7. методами численного интегрирования решить полученную систему уравнений, исходя из того, что в начальный момент времени все устройства исправны, а время моделирования выбирается вдвое больше теоретической оценки времени переходного процесса (т.е. того времени, которое необходимо, чтобы эвклидова норма вектора невязки с ранее рассчитанным предельным вектором составляла не более 10% эвклидовой нормы последнего);

8. построить графики вероятностей нахождения системы в каждом из возможных состояний с течением времени;

9. провести имитационное моделирование системы в терминах непрерывных марковских цепей 100 раз, время моделирования выбирается вдвое больше экспериментальной оценки времени переходного процесса (т.е. того времени, которое необходимо, чтобы накопленная доля времени пребывания системы в каждом из состояний отличалась не более чем на 10% от результатов, полученных при обработке предыдущего переключения цепи), проанализировать статистику времени выхода на установившийся режим работы и рассчитать статистические оценки предельных вероятностей после выхода на установившийся режим;

10. провести имитационное моделирование системы в терминах дискретно-событийного моделирования (с независимым планированием времени наступления событий для каждого устройства в отдельности) 100 раз, время моделирования выбирается вдвое больше экспериментальной оценки времени переходного процесса (т.е. того времени, которое необходимо, чтобы накопленные средние оценки прикладных характеристик системы отличалась не более чем на 10% от результатов, полученных при обработке предыдущего события в системе), проанализировать статистику времени выхода на установившийся режим работы и рассчитать статистические оценки для прикладных характеристик системы после выхода на установившийся режим.

3 Решение

Рассчитаем начальные данные для выполнения домашнего задания по номеру зачетки $N = 169$ и группы $G = 5$:

$$\begin{array}{lcr}
\lambda_A & = G + (N \bmod 3) = 5 + (169 \bmod 3) = & 6 \\
\lambda_B & = G + (N \bmod 5) = 5 + (169 \bmod 5) = & 9 \\
N_A & = 2 + (G \bmod 2) = 2 + (5 \bmod 2) = & 3 \\
N_B & = 2 + (N \bmod 2) = 2 + (169 \bmod 2) = & 3 \\
R_A & = 4 + (G \bmod 2) = 4 + (5 \bmod 2) = & 5 \\
R_B & = 5 - (G \bmod 2) = 5 - (5 \bmod 2) = & 4 \\
\lambda_S & = (N_A + N_B - (G \bmod 3)) * (G + (N \bmod 4)) = & 24
\end{array}$$

Предположим что S^{ab}_{cd} - состояние системы, где

- a - количество работающих устройств типа A,
- b - количество резервных устройств типа A,
- c - количество работающих устройств типа B,
- d - количество резервных устройств типа B.

На рисунке 1 изображен граф состояний системы.

Для системы с данными параметрами был получен граф состояний системы, представленный на рисунке 1. Верхние и нижние индексы – пара чисел, первое – рабочие устройства типа (верхний) или (нижний), второе – остаток в резерве.

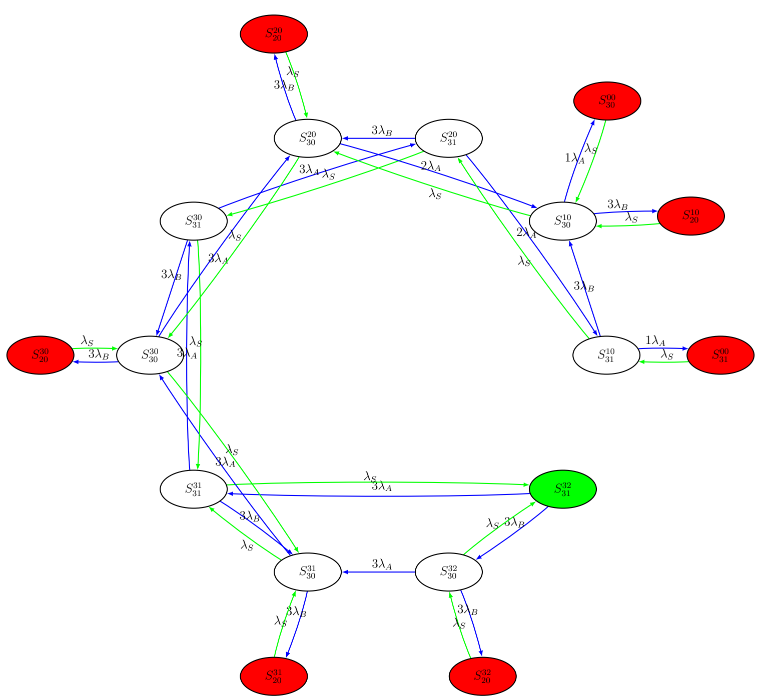

Рис. 1. Граф состояний системы ($\lambda_A = 6$, $\lambda_B = 9$)

По данному графу была получена матрица интенсивности:

$$
\Lambda = \begin{pmatrix}
-45 & 27 & 18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
24 & -69 & 0 & 27 & 18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
24 & 0 & -69 & 0 & 27 & 18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 24 & 0 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 24 & 0 & -69 & 0 & 27 & 18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 24 & 0 & 0 & -69 & 0 & 27 & 18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 0 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & -69 & 0 & 27 & 18 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & -63 & 0 & 27 & 12 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 0 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & -63 & 0 & 27 & 12 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & -57 & 0 & 27 & 6 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 0 & -24 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & -57 & 0 & 27 & 6 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & -24 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 0 & -24 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 24 & 0 & 0 & -24
\end{pmatrix}
$$

4 Уравнения Колмогорова

Составим систему алгебраических уравнений Колмогорова для установившегося режима работы.

$$
\begin{cases}
0 = 24P_1(t) + 24P_2(t) - 27P_0(t) - 18P_0(t) \\
0 = 27P_0(t) + 24P_3(t) - 24P_1(t) - 27P_1(t) - 18P_1(t) \\
0 = 18P_0(t) + 24P_4(t) + 24P_5(t) - 24P_2(t) - 27P_2(t) - 18P_2(t) \\
0 = 27P_1(t) - 24P_3(t) \\
0 = 18P_1(t) + 27P_2(t) + 24P_6(t) + 24P_7(t) - 24P_4(t) - 27P_4(t) - 18P_4(t) \\
0 = 18P_2(t) + 24P_8(t) - 24P_5(t) - 27P_5(t) - 18P_5(t) \\
0 = 27P_4(t) - 24P_6(t) \\
0 = 18P_4(t) + 27P_5(t) + 24P_9(t) + 24P_{10}(t) - 24P_7(t) - 27P_7(t) - 18P_7(t) \\
0 = 18P_5(t) + 24P_{11}(t) - 24P_8(t) - 27P_8(t) - 12P_8(t) \\
0 = 27P_7(t) - 24P_9(t) \\
0 = 18P_7(t) + 27P_8(t) + 24P_{12}(t) + 24P_{13}(t) - 24P_{10}(t) - 27P_{10}(t) - 12P_{10}(t) \\
0 = 12P_8(t) + 24P_{14}(t) - 24P_{11}(t) - 27P_{11}(t) - 6P_{11}(t) \\
0 = 27P_{10}(t) - 24P_{12}(t) \\
0 = 12P_{10}(t) + 27P_{11}(t) + 24P_{15}(t) + 24P_{16}(t) - 24P_{13}(t) - 27P_{13}(t) - 6P_{13}(t) \\
0 = 6P_{11}(t) - 24P_{14}(t) \\
0 = 27P_{13}(t) - 24P_{15}(t) \\
0 = 6P_{13}(t) - 24P_{16}(t)
\end{cases}
$$

Условие нормировки: $\sum\limits_{i=0}^{16} p_i = 1$. Тогда вектор предельных вероятностей может быть найдет после решения СЛАУ вида

$$\mathbf{\Lambda}^T \bar{p} = \bar{b}.$$

Вектор предельных вероятностей:

$$\bar{p} = (0.05, 0.03, 0.06, 0.03, 0.12, 0.02, 0.13, 0.11, 0.01, 0.13, 0.09, 0.0, 0.1, 0.05, 0.0, 0.05, 0.01)$$

Составим систему дифференциальных уравнений Колмогорова.

$$\begin{cases} P_0' = 24P_1(t) + 24P_2(t) - 27P_0(t) - 18P_0(t) \\ P_1' = 27P_0(t) + 24P_3(t) - 24P_1(t) - 27P_1(t) - 18P_1(t) \\ P_2' = 18P_0(t) + 24P_4(t) + 24P_5(t) - 24P_2(t) - 27P_2(t) - 18P_2(t) \\ P_3' = 27P_1(t) - 24P_3(t) \\ P_4' = 18P_1(t) + 27P_2(t) + 24P_6(t) + 24P_7(t) - 24P_4(t) - 27P_4(t) - 18P_4(t) \\ P_5' = 18P_2(t) + 24P_8(t) - 24P_5(t) - 27P_5(t) - 18P_5(t) \\ P_6' = 27P_4(t) - 24P_6(t) \\ P_7' = 18P_4(t) + 27P_5(t) + 24P_9(t) + 24P_{10}(t) - 24P_7(t) - 27P_7(t) - 18P_7(t) \\ P_8' = 18P_5(t) + 24P_{11}(t) - 24P_8(t) - 27P_8(t) - 12P_8(t) \\ P_9' = 27P_7(t) - 24P_9(t) \\ P_{10}' = 18P_7(t) + 27P_8(t) + 24P_{12}(t) + 24P_{13}(t) - 24P_{10}(t) - 27P_{10}(t) - 12P_{10}(t) \\ P_{11}' = 12P_8(t) + 24P_{14}(t) - 24P_{11}(t) - 27P_{11}(t) - 6P_{11}(t) \\ P_{12}' = 27P_{10}(t) - 24P_{12}(t) \\ P_{13}' = 12P_{10}(t) + 27P_{11}(t) + 24P_{15}(t) + 24P_{16}(t) - 24P_{13}(t) - 27P_{13}(t) - 6P_{13}(t) \\ P_{14}' = 6P_{11}(t) - 24P_{14}(t) \\ P_{15}' = 27P_{13}(t) - 24P_{15}(t) \\ P_{16}' = 6P_{13}(t) - 24P_{16}(t) \end{cases}$$

Система дифференциальных уравнений была решена неявным методом Эйлера (см. листинг 1).

Листинг 1. *Неявный метод Эйлера*

```
def backward_euler(u0, tau, vec, Q_T):
    from scipy import optimize
    from scipy.spatial import distance
    t = [0]
    u = [[x for x in u0]]

    def Phi(z, v):
        return z - tau * (Q_T @ z) - v

    u.append(optimize.fsolve(Phi, u[-1], args=(u[-1])))
```

```
    t.append(t[-1] + tau)

    # интегрируем пока L2 норма вектора невязки с ранее рассчитанным предельным
        вектором составляла не более 10% L2 нормы последнего
    while distance.euclidean(u[-1], vec) > 0.1 * np.linalg.norm(vec):
        u.append(optimize.fsolve(Phi, u[-1], args=(u[-1])))
        t.append(t[-1] + tau)

    for _ in range(int(t[-1] / tau)):
        u.append(optimize.fsolve(Phi, u[-1], args=(u[-2])))
        t.append(t[-1] + tau)

    return np.array(u), t
```

По вычисленным функциям были построены графики вероятностей нахождения системы в каждом из возможных состояний с течением времени (рисунки 2, 3).

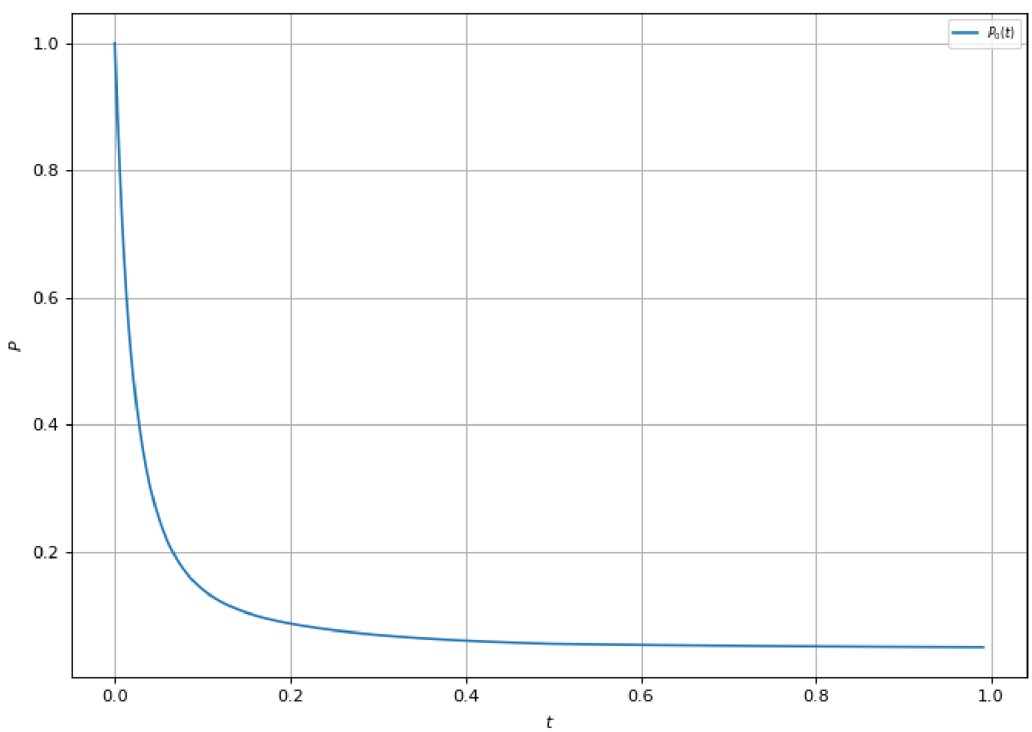

Рис. 2. Функция вероятности для 0 состояния

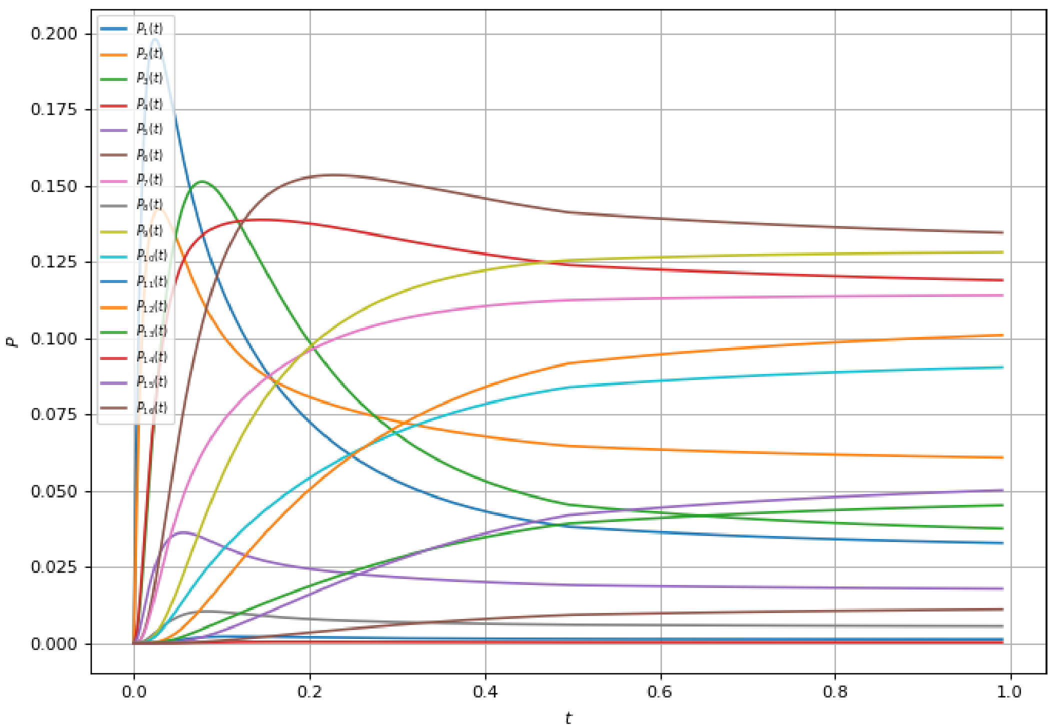

Рис. 3. Функции вероятностей для всех состояний (помимо 0)

Прикладные характеристики системы

Функция отказа может быть определена следующим образом:

$$1 - R(t) = P_{term}(t)$$

График функции отказа $1 - R(t)$ представлен на рисунке 4.

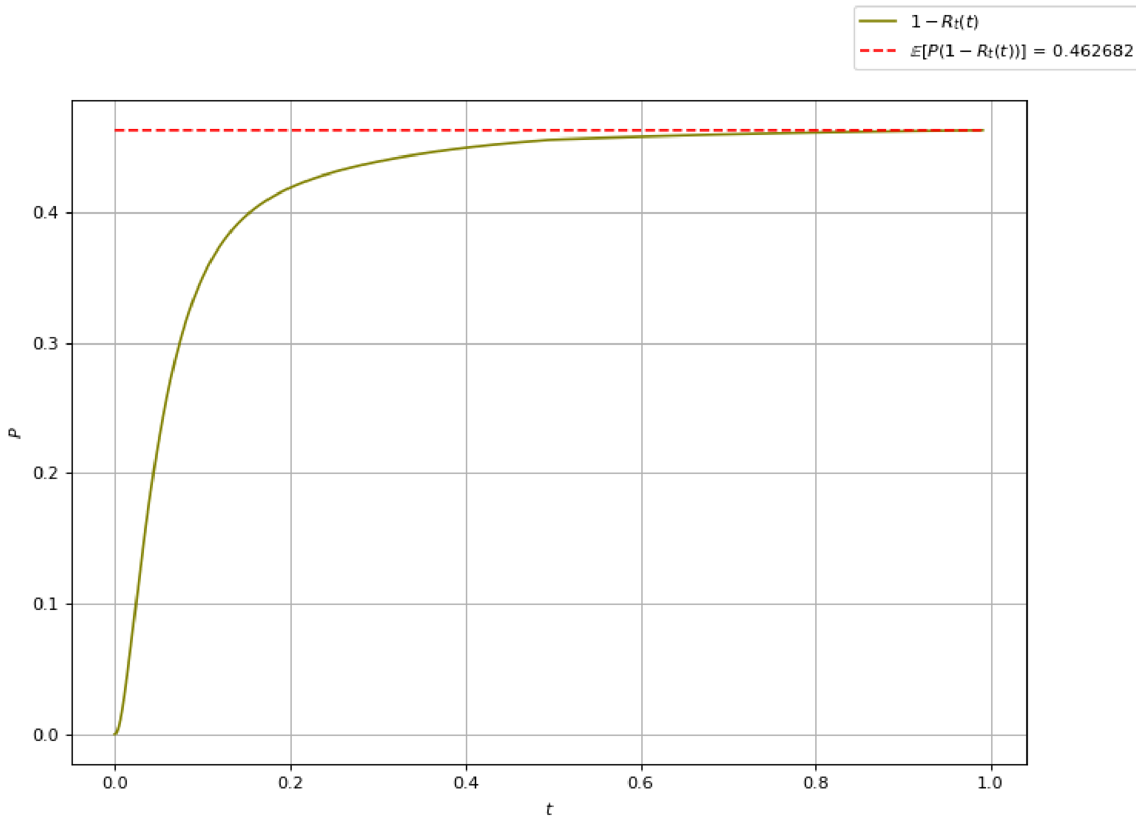

Рис. 4. Функция отказа системы

- Математическое ожидание вероятности отказа: $\mathbb{E}[P(1 - R_t(t))] = 0.462682$;
- Коэффициент загрузки ремонтной службы: 0.90809;
- Среднее число готовых к эксплуатации устройств типа A и B: $4.26, 3.76$ соответственно;

Имитационное моделирование системы

Для системы с непрерывным временем была реализована функция, осуществляющая переходы по состояниям.

Листинг 2. *реализация марковского процесса*

```
# моделирование одного эпизода с непрерывным временем
def MD(m):
    current_s = 0
    current_t = 0
    states_tr = [current_s]
    t_tr = [0]
    times = np.zeros(len(m))
```

```
    last = np.zeros(len(m))

    while 1:
        l_b, l_a, l_s = find_lambda(m[current_s])
         # -log(1-y)/(lambda_a+lambda_b)
        t_cur_s = F_t(l_a[0] + l_b[0] + l_s[0],
                          np.random.uniform(low=0.0, high=1.0, size=None))

        times[current_s] += t_cur_s
        current_t += t_cur_s
        idx_b = l_b[1]
        idx_a = l_a[1]
        idx_s = l_s[1]
        current_s = np.random.choice([idx_a, idx_b, idx_s],
                                      p=[l_a[0] / (l_a[0] + l_b[0] + l_s[0]),
                                         l_b[0] / (l_a[0] + l_b[0] + l_s[0]),
                                         l_s[0] / (l_a[0] + l_b[0] + l_s[0])])
        # для дальнейшей отрисовки
        states_tr.append(current_s)
        t_tr.append(current_t)

        if distance.euclidean(times / current_t, last)<0.00001:
            return states_tr, t_tr, [np.mean(w_A), np.mean(w_B)], times / current_t, current_t

        last = times / current_t
```

На рисунке 5 представлен график переключению состояний системы для 1 прогона ($N = 1$).

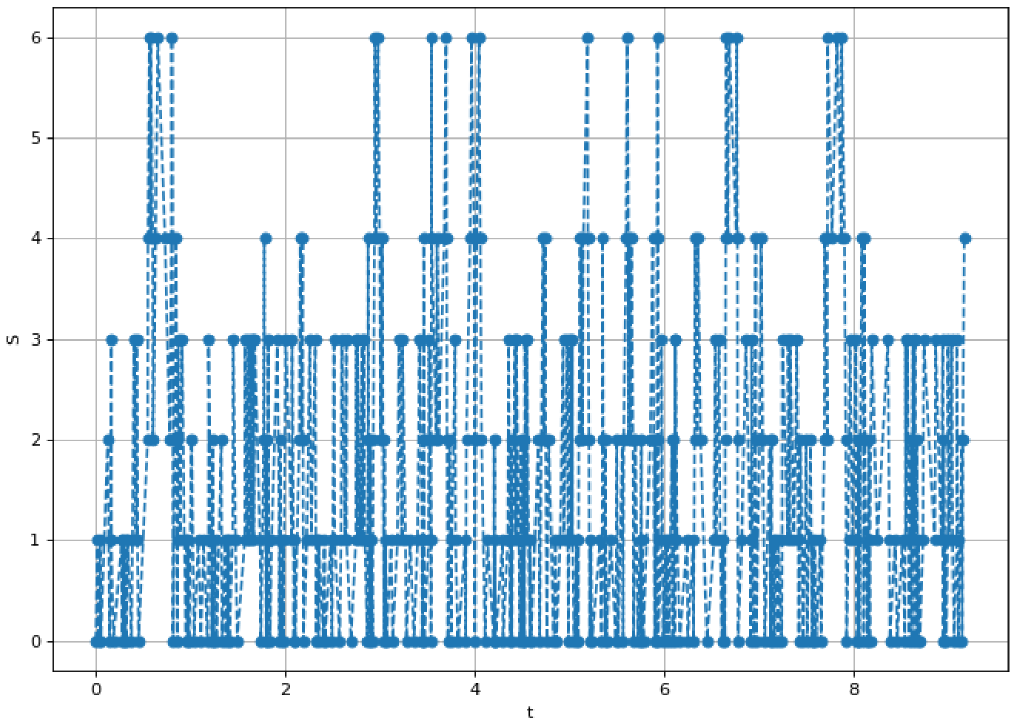

Рис. 5. График переключению состояний системы

Для $N = 100$:

- Среднее t выхода на установившийся режим работы 6.263742156319151;
- Статистические оценки предельных вероятностей после выхода на установившийся режим:

$$[0.39, 0.22, 0.14, 0.12, 0.08, 0.0, 0.04, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0]$$

5 Дискретно-событийное моделирование системы

Основные элементы дискретно-событийного моделирования системы:

- Часы – текущее "время"внутри моделирования.
- События – поломка или починка устройства.

Блок-схема алгортима дискретно-событийного моделирования представлена на рисунке 6

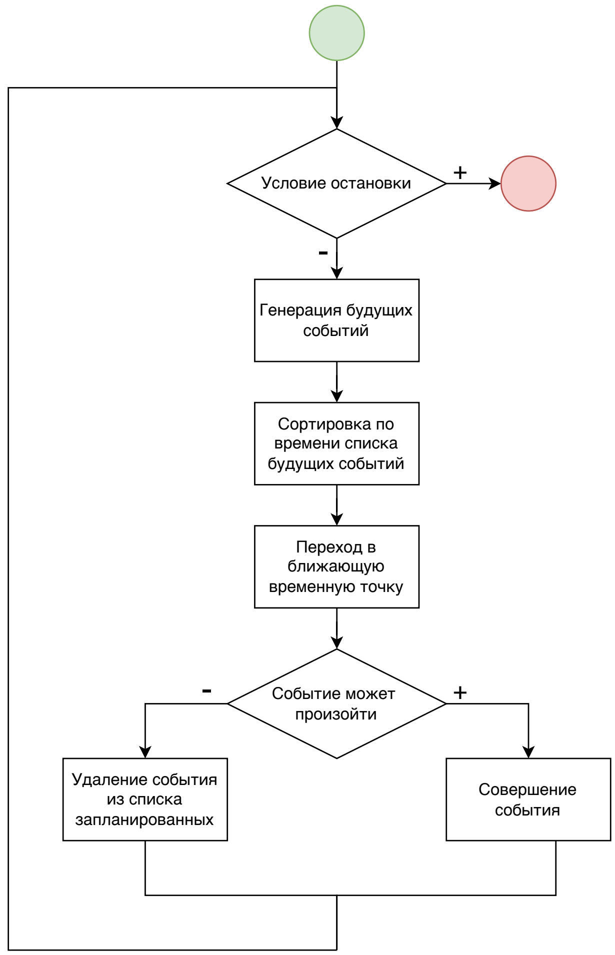

Рис. 6. Блок-схема алгоритма дискретно-событийного моделирования

Результаты моделирования при $N = 1$:

```
Сломан A в момент времени 0.066 всего устройств типа A и B 5 4
                                                  --------------> 4 4
Сломан A в момент времени 0.067 всего устройств типа A и B 4 4
                                                  --------------> 3 4
Сломан B в момент времени 0.082 всего устройств типа A и B 3 4
                                                  --------------> 3 3
Починен A в момент времени 0.095 всего устройств типа A и B 3 3
                                                  --------------> 4 3
Сломан B в момент времени 0.106 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан B в момент времени 0.126 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан B в момент времени 0.151 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 0.166 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> 5 3
Сломан A в момент времени 0.168 всего устройств типа A и B 5 3
                                                  --------------> 4 3
Сломан B в момент времени 0.178 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 0.208 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> 5 3
```

```
Сломан A в момент времени 0.225 всего устройств типа A и B 5 3
                                                  --------------> 4 3
Починен A в момент времени 0.229 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> 5 3
Сломан A в момент времени 0.231 всего устройств типа A и B 5 3
                                                  --------------> 4 3
Сломан A в момент времени 0.238 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> 3 3
Починен A в момент времени 0.239 всего устройств типа A и B 3 3
                                                  --------------> 4 3
Сломан A в момент времени 0.273 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> 3 3
Сломан B в момент времени 0.277 всего устройств типа A и B 3 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан B в момент времени 0.311 всего устройств типа A и B 3 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан A в момент времени 0.319 всего устройств типа A и B 3 3
                                                  --------------> 2 3
Починен B в момент времени 0.332 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> 2 4
Сломан B в момент времени 0.335 всего устройств типа A и B 2 4
                                                  --------------> 2 3
Сломан A в момент времени 0.339 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> 1 3
Сломан A в момент времени 0.341 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен B в момент времени 0.378 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> 1 4
Сломан B в момент времени 0.395 всего устройств типа A и B 1 4
                                                  --------------> 1 3
Сломан B в момент времени 0.405 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 0.434 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> 2 3
Сломан B в момент времени 0.438 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 0.441 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> 3 3
Сломан A в момент времени 0.457 всего устройств типа A и B 3 3
                                                  --------------> 2 3
Сломан A в момент времени 0.480 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> 1 3
Сломан B в момент времени 0.490 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 0.544 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> 2 3
Сломан A в момент времени 0.545 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> 1 3
Починен B в момент времени 0.557 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> 1 4
Сломан A в момент времени 0.563 всего устройств типа A и B 1 4
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 0.629 всего устройств типа A и B 1 4
                                                  --------------> 2 4
Сломан B в момент времени 0.629 всего устройств типа A и B 2 4
                                                  --------------> 2 3
Сломан B в момент времени 0.629 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан B в момент времени 0.671 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан A в момент времени 0.698 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> 1 3
Сломан A в момент времени 0.704 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан A в момент времени 0.732 всего устройств типа A и B 1 3
```

```
                                                 --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен B в момент времени 0.754 всего устройств типа A и B 1 3
                                                 --------------> 1 4
Сломан B в момент времени 0.764 всего устройств типа A и B 1 4
                                                 --------------> 1 3
Сломан B в момент времени 0.822 всего устройств типа A и B 1 3
                                                 --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан B в момент времени 0.865 всего устройств типа A и B 1 3
                                                 --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан A в момент времени 0.873 всего устройств типа A и B 1 3
                                                 --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 0.898 всего устройств типа A и B 1 3
                                                 --------------> 2 3
Сломан A в момент времени 0.911 всего устройств типа A и B 2 3
                                                 --------------> 1 3
Сломан B в момент времени 0.913 всего устройств типа A и B 1 3
                                                 --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан B в момент времени 0.942 всего устройств типа A и B 1 3
                                                 --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан A в момент времени 1.029 всего устройств типа A и B 1 3
                                                 --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 1.048 всего устройств типа A и B 1 3
                                                 --------------> 2 3
Починен A в момент времени 1.050 всего устройств типа A и B 2 3
                                                 --------------> 3 3
Сломан B в момент времени 1.072 всего устройств типа A и B 3 3
                                                 --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен B в момент времени 1.084 всего устройств типа A и B 3 3
                                                 --------------> 3 4
Сломан A в момент времени 1.113 всего устройств типа A и B 3 4
                                                 --------------> 2 4
Сломан A в момент времени 1.174 всего устройств типа A и B 2 4
                                                 --------------> 1 4
Сломан A в момент времени 1.213 всего устройств типа A и B 1 4
                                                 --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен B в момент времени 1.219 всего устройств типа A и B 1 4
                                                 --------------> пропуск события ввиду исправности всех устройств типа B
Починен A в момент времени 1.221 всего устройств типа A и B 1 4
                                                 --------------> 2 4
Починен A в момент времени 1.230 всего устройств типа A и B 2 4
                                                 --------------> 3 4
Сломан A в момент времени 1.231 всего устройств типа A и B 3 4
                                                 --------------> 2 4
Сломан B в момент времени 1.259 всего устройств типа A и B 2 4
                                                 --------------> 2 3
Сломан B в момент времени 1.269 всего устройств типа A и B 2 3
                                                 --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан B в момент времени 1.300 всего устройств типа A и B 2 3
                                                 --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан A в момент времени 1.321 всего устройств типа A и B 2 3
                                                 --------------> 1 3
Починен A в момент времени 1.424 всего устройств типа A и B 1 3
                                                 --------------> 2 3
Починен A в момент времени 1.475 всего устройств типа A и B 2 3
                                                 --------------> 3 3
Сломан A в момент времени 1.482 всего устройств типа A и B 3 3
                                                 --------------> 2 3
Починен A в момент времени 1.522 всего устройств типа A и B 2 3
                                                 --------------> 3 3
Сломан A в момент времени 1.541 всего устройств типа A и B 3 3
                                                 --------------> 2 3
Сломан A в момент времени 1.554 всего устройств типа A и B 2 3
                                                 --------------> 1 3
Починен B в момент времени 1.555 всего устройств типа A и B 1 3
                                                 --------------> 1 4
```

```
Сломан B в момент времени 1.582 всего устройств типа A и B 1 4
                                                  --------------> 1 3
Сломан B в момент времени 1.601 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан A в момент времени 1.640 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 1.642 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> 2 3
Сломан A в момент времени 1.648 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> 1 3
Починен A в момент времени 1.649 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> 2 3
Сломан A в момент времени 1.654 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> 1 3
Починен B в момент времени 1.670 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> 1 4
Сломан A в момент времени 1.752 всего устройств типа A и B 1 4
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан B в момент времени 1.809 всего устройств типа A и B 1 4
                                                  --------------> 1 3
Починен A в момент времени 1.882 всего устройств типа A и B 1 3
                                                  --------------> 2 3
Починен A в момент времени 1.885 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> 3 3
Починен B в момент времени 1.891 всего устройств типа A и B 3 3
                                                  --------------> 3 4
Починен A в момент времени 1.892 всего устройств типа A и B 3 4
                                                  --------------> 4 4
Сломан B в момент времени 1.899 всего устройств типа A и B 4 4
                                                  --------------> 4 3
Починен A в момент времени 1.939 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> 5 3
Сломан B в момент времени 1.945 всего устройств типа A и B 5 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан A в момент времени 1.974 всего устройств типа A и B 5 3
                                                  --------------> 4 3
Сломан A в момент времени 2.028 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> 3 3
Сломан B в момент времени 2.047 всего устройств типа A и B 3 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан B в момент времени 2.109 всего устройств типа A и B 3 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан A в момент времени 2.120 всего устройств типа A и B 3 3
                                                  --------------> 2 3
Сломан B в момент времени 2.123 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 2.142 всего устройств типа A и B 2 3
                                                  --------------> 3 3
Починен B в момент времени 2.158 всего устройств типа A и B 3 3
                                                  --------------> 3 4
Починен A в момент времени 2.164 всего устройств типа A и B 3 4
                                                  --------------> 4 4
Сломан B в момент времени 2.190 всего устройств типа A и B 4 4
                                                  --------------> 4 3
Сломан B в момент времени 2.283 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан A в момент времени 2.318 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> 3 3
Починен A в момент времени 2.338 всего устройств типа A и B 3 3
                                                  --------------> 4 3
Починен A в момент времени 2.347 всего устройств типа A и B 4 3
                                                  --------------> 5 3
Починен A в момент времени 2.354 всего устройств типа A и B 5 3
                                                  --------------> пропуск события ввиду исправности всех устройств типа A
Починен A в момент времени 2.355 всего устройств типа A и B 5 3
```

```
                                                --------------> пропуск события ввиду исправности всех устройств типа A
Сломан B в момент времени 2.355 всего устройств типа A и B 5 3
                                                --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 2.383 всего устройств типа A и B 5 3
                                                --------------> пропуск события ввиду исправности всех устройств типа A
Сломан A в момент времени 2.393 всего устройств типа A и B 5 3
                                                --------------> 4 3
Сломан B в момент времени 2.421 всего устройств типа A и B 4 3
                                                --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Сломан A в момент времени 2.442 всего устройств типа A и B 4 3
                                                --------------> 3 3
Сломан B в момент времени 2.562 всего устройств типа A и B 3 3
                                                --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 2.581 всего устройств типа A и B 3 3
                                                --------------> 4 3
Сломан A в момент времени 2.590 всего устройств типа A и B 4 3
                                                --------------> 3 3
Починен A в момент времени 2.595 всего устройств типа A и B 3 3
                                                --------------> 4 3
Сломан A в момент времени 2.609 всего устройств типа A и B 4 3
                                                --------------> 3 3
Починен A в момент времени 2.613 всего устройств типа A и B 3 3
                                                --------------> 4 3
Починен A в момент времени 2.653 всего устройств типа A и B 4 3
                                                --------------> 5 3
Починен A в момент времени 2.665 всего устройств типа A и B 5 3
                                                --------------> пропуск события ввиду исправности всех устройств типа A
Сломан B в момент времени 2.676 всего устройств типа A и B 5 3
                                                --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 2.681 всего устройств типа A и B 5 3
                                                --------------> пропуск события ввиду исправности всех устройств типа A
Сломан B в момент времени 2.710 всего устройств типа A и B 5 3
                                                --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 2.849 всего устройств типа A и B 5 3
                                                --------------> пропуск события ввиду исправности всех устройств типа A
Сломан B в момент времени 2.863 всего устройств типа A и B 5 3
                                                --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
Починен A в момент времени 2.866 всего устройств типа A и B 5 3
                                                --------------> пропуск события ввиду исправности всех устройств типа A
Починен A в момент времени 2.876 всего устройств типа A и B 5 3
                                                --------------> пропуск события ввиду исправности всех устройств типа A
Починен B в момент времени 2.877 всего устройств типа A и B 5 3
                                                --------------> 5 4
Починен A в момент времени 2.877 всего устройств типа A и B 5 4
                                                --------------> пропуск события ввиду исправности всех устройств типа A
Починен A в момент времени 2.878 всего устройств типа A и B 5 4
                                                --------------> пропуск события ввиду исправности всех устройств типа A
Сломан A в момент времени 2.892 всего устройств типа A и B 5 4
                                                --------------> 4 4
Сломан A в момент времени 2.893 всего устройств типа A и B 4 4
                                                --------------> 3 4
Починен A в момент времени 2.897 всего устройств типа A и B 3 4
                                                --------------> 4 4
Сломан B в момент времени 2.899 всего устройств типа A и B 4 4
                                                --------------> 4 3
Починен A в момент времени 2.911 всего устройств типа A и B 4 3
                                                --------------> 5 3
Сломан A в момент времени 2.913 всего устройств типа A и B 5 3
                                                --------------> 4 3
Сломан B в момент времени 2.926 всего устройств типа A и B 4 3
                                                --------------> пропуск события ввиду неработоспособности системы
```

Статистические данные при $N = 100$:

- Среднее число готовых к эксплуатации устройств типа A и B $= 3.96, 3.39$,
- Среднее время выхода в установившийся режим работы $= 2.3868694724754715$

6 Вывод

В ходе выполнения домашнего задания была промоделирована работа СМО в терминах непрерывных марковских цепей, а также выполнен анализ ее работы.

Постановка: © *старший преподаватель кафедры РК-6, Берчун Ю.В.*
Решение и вёрстка: © *студент группы РК6-85б, Тэн М. М.*

2023, зимний семестр