Анализ поляризации дипольных волн в нецилиндрических скважинах в анизотропной породе

4 мая 2015 г.

1 Введение

Уже несколько десятилетий в акустическом каротаже широко и достаточно успешно практикуются методики кросс-дипольных измерений. Современные решения в технике и обработке полученных данных позволяют количественно производить оценку азимутальной и аксиальной (по отношению к стволу скважины) анизотропии для широкой группы горных пород. Существенный прогресс в определении параметров породы в рамках модели трансверсально-изотропного (ТИ) тела по скоростям распространения поперечных волн называется рядом специалистов главным достижением методов акустического каротажа последних лет. Кросс-дипольные измерения также могут быть использованы для определения ориентации крупных трещин и обнаружения анизотропии, индуцированной подземными горизонтальными напряжениями [?].

Как известно, принцип работы данного метода основан на существовании в ТИ породе двух ортогональных выделенных направлений, что в общем случае приводит к поляризации распространяющихся по стволу скважины поперечных волн. При наличии измерений от двух направленных ортогонально-ориентированных источников в скважине возможно определить направления главных осей ТИ модели и скорости распространения поляризованных поперечных волн. В основе классического метода определения лежит допущение о симметричности матрицы измерений (составленной из данных четырёх измерений с различной ориентацией источников и приёмников), которая может быть приведена к диагональному виду ортогональным поворотом на некоторый угол [?]. В ряде практических случаев ортогональность направлений поляризации поперечных волн отсутствует, но в однородной породе симметрия матрицы измерений сохраняется и существуют возможности её диагонализации другими способами [?]. Помимо неортогональности на результат работы классического алгоритма может влиять наличие сильных горизонтальных напряжений, приводящих к возникновению индуцированной анизотропии и эффекту пересечения дисперсионных кривых быстрой и медленной волн. Результаты работы алгоритма становятся при этом зависимыми от ширины выбранного временного окна, что свидетельствует о зависимости направления поляризации волн от частоты [?]. Другим фактором, влияющим на поляризацию и разделение волн в скважине, является неидеально цилиндрическая форма поперечного сечения ствола [?]. В сочетании с анизотропными свойствами горной породы отклонения от цилиндрической формы могут приводить к проблемам определения направлений главных осей стандартными методами [?].

В данной работе рассматривается вопрос определения главных направлений ТИ породы по измерениям в скважинах эллиптического сечения, являющихся модельным приближением более общих несимметричных форм скважин. В качестве исходных данных используются результаты численного трёхмерного моделирования с помощью метода спектральных элементов [?]. Для анализа структуры волнового поля в скважинах на определённой частоте применяется полуаналитический метод конечных элементов (SAFE) [?]. Результаты расчётов сопоставляются с данными, получаемыми классическим алгоритмом Alford rotation [?] и его альтернативной неортогональной модификации [?] с применением оконной и частотной фильтрации и без неё.

2 Дипольный каротаж скважин и классический подход к обработке

В устройство классического прибора дипольного каротажа входят два массива приёмников и источников ортогонально ориентированных друг к другу. Свяжем с ориентацией этих массивов оси X и Y локальной системы координат прибора. В ходе работы прибора на выходе получают четыре разных массива данных, обозначаемых XX, XY, YX и YY, где первая буква обозначает активный в момент проведения измерения массив источников, а вторая - приемников. Полученные данные принято записывать в форме матрицы \mathbf{R}

$$\mathbf{R} = \left\| \begin{array}{cc} XX & YX \\ XY & YY \end{array} \right\|$$

Известно, что в однородной недисперсионной среде с ТИ типом симметрии в произвольном направлении могут распространятся три вида плоских волн (квазипродольная, поперечная и квазипоперечная) с ортогональными векторами поляризации [?]. В рамках классического подхода при обработке приближение плоских волн используется и для описания волновых процессов в скважине. Дипольные излучатели возбуждают моды с поперечным характером колебаний, которые распространяются вдоль скважины независимо. В данных предположениях исходную матрицу измерений возможно диагонализировать [?]

$$\mathbf{R} = \mathbf{P} \ \mathbf{D} \ \mathbf{P}^{T},$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{P}^{-1} \ \mathbf{R} \ (\mathbf{P}^{-1})^{T}.$$
(1)

где матрица ${\bf P}$ является симметричной матрицей, отвечающей за проекцию сигнала источника на главные направления распространения нормальных дипольных мод, ${\bf D}$ - диагональная матрица, определяющая распространение чистых мод вдоль скважины. Поскольку в цилиндрической скважине направления поляризации дипольных волн ортогональны, то существует естественная система координат, связанная с главными направлениями ${\bf T}{\bf M}$ породы и матрица преобразования ${\bf P}$ сводится к повороту на некоторый угол θ

$$\mathbf{P} = \left\| \begin{array}{cc} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{array} \right\|$$

Алгоритм поиска этого угла был представлен в работе [?] и получил название Alford rotation. Хотя на практике полевые данные не обладают абсолютной симметрией, искомый угол может быть найден из условия минимизации энергии недиагональных компонент по всему интервалу времени измерений. Отметим, что данный подход корректно работает только при сохранении ориентации главных направлений вдоль всего пути распространения волны.

Ортогональная поляризации изгибных мод строго говоря не является обязательным условием. Более того, в ряде случаев, например при распространении волн в анизотропной породе с орторомбическим типом симметрии [?] или в случае анизотропии вызванной наличием трещин [?], было доказано, что поляризация волн может быть существенно неортогональной.

Один из возможных вариантов обобщения Alford rotation на неортогональный случай был рассмотрен в работе [?] и заключается в введении дополнительного угла η , характеризующего ориентацию главных направлений. Утверждается, что если для системы справедливо представление (1), то матрицы преобразования будут иметь вид:

$$\mathbf{P} = \begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin(\theta + \eta) \\ \sin \theta & \cos(\theta + \eta) \end{vmatrix}$$
$$\mathbf{P}^{-1} = \frac{1}{\cos \eta} \begin{vmatrix} \cos(\theta + \eta) & \sin(\theta + \eta) \\ -\sin \theta & \cos(\theta) \end{vmatrix}$$

где, за θ принимается угол отсчитываемый против часовой стрелки между осью X и направлением поляризации первой моды, а за $\theta + \eta$ - угол между направлением поляризации второй моды и осью Y. Поиск значений углов производится путем минимизация энергии недиагональных компонент матрицы \mathbf{D} по двум параметрам. При $\eta = 0$ метод сводится к классическому Alford rotation.

Как известно, нарушение цилиндрической формы ствола скважины в изотропной породе также приводит к появлению двух изгибных мод [?]. Если главные направления анизотропной породы не совпадают с направлениями деформации ствола, то комплексное влияние этих двух факторов приводит к нарушению предположения классического метода (а также его неортогонального обобщения) о разделении изгибных мод. Из-за частотной зависимости влияния геометрии и сильной дисперсии изгибных волн, эффективное направление поляризации может меняться по мере удаления приемников от источника. Применение методов оконной и частотной фильтрации в ряде случаев может уменьшить ошибку работы классических алгоритмов даже в этих случаях. Однако универсального подхода, способного корректировать влияние геометрии ствола на точность определения главных направлений анизотропной породы, в настоящее время не предложено. В разделе 4 производится оценка точности ортогонального и неортогонального Alford rotation на основе синтетических данных трехмерного моделирования распространения волн в быстрой ТИ породы в скважинах эллиптического сечения.

3 Вычислительные методы

В качестве исходных данных каротажных измерений используются результаты прямого моделирования распространения волн методом спектральных элементов (SEM). Ранее данный метод успешно применялся для расчета задач геофизики [?] и моделирования акустического каротажа [?]. Численный алгоритм производит решение уравнений твердого линейно-упругого анизотропного тела в твердых областях и акустических уравнений для невязкой жидкости внутри скважины с соответствующими условиями на границе раздела фаз. Подробное описание и формулировка метода приводится в работе [?]. Используемая в работе реализация производит основные расчеты на графических процессорах (GPU), что дает значительные преимущества в скорости расчета по сравнению с многими другими пакетами 3D-моделирования.

Основная обработка и анализ данных, в том числе и Alford rotation, проводились с помощью вычислительного комплекса MATLAB. Для построения дисперсионных кривых нормальных мод использовался алгоритм, основанный на модифицированном методе Прони [?]. При обработке данных измерений в некоторых случаях применялись оконные, низкочастотные и высокочастотные фильтры сигнала, реализованные стандартными возможностями вычислительного пакета.

Для анализа решения в частотной области был выбран более простой и быстрый полуаналитический метод конечных элементов (SAFE) [?]. Формулировка метода основана на возможности Фурье разложения искомой функции вдоль направления оси скважины, что позволяет свести задачу к двухмерной постановке. Ниже приведем краткое описание основные положений метода. Предполагая гармоническую зависимость вида $e^{-i\omega t}$ для смещений \mathbf{u} , деформаций $\boldsymbol{\varepsilon}$ и напряжений $\boldsymbol{\sigma}$, уравнения движения твёрдого тела в вариационной форме могут быть представлены в виде:

$$\int_{V}^{(s)} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^* \boldsymbol{\sigma} dV - \omega^2 \int_{V}^{(s)} \rho_s \delta \mathbf{u}^* \mathbf{u} dV = \int_{V}^{(s)} \delta \mathbf{u}^* \mathbf{f} dV + \int_{\partial V}^{(s)} \delta \mathbf{u}^* \mathbf{t} d\Gamma, \tag{2}$$

здесь \mathbf{f} , \mathbf{t} – векторы объёмных и поверхностных сил, ρ_s – плотность, тензор напряжений связан с тензором деформаций для упругого тела через закон Гука:

$$\sigma = C\varepsilon$$
.

При описании движения невязкой жидкости будем пользоваться формулировкой уравнений в терминах потенциала скорости ϕ : $\dot{\mathbf{u}}_f = -\nabla \phi$. Тогда давление в жидкости определяется выражением $p = \rho_f \dot{\phi}$. Уравнения движения для жидкой среды в вариационной форме

$$\int_{V}^{(f)} \delta(\nabla \phi)^* \rho_f \nabla \phi dV - \omega^2 \int_{V}^{(f)} c^{-2} \rho_f \delta \phi^* \phi dV = \frac{1}{i\omega} \int_{\partial V}^{(f)} \rho_f \delta(\nabla \phi)^* \mathbf{t} d\Gamma + \frac{1}{i\omega} \int_{V}^{(f)} \delta(\nabla \phi)^* \mathbf{f} dV, \tag{3}$$

где $c=\sqrt{\lambda/
ho_f}$ – скорость звука в жидкости.

Свяжем вертикальную ось скважины с направлением оси Z системы координат. Тогда значения искомых величин в плоскости поперечного сечения скважины можно аппроксимировать системой базисных функций на сетке конечных элементов [?]:

$$\mathbf{u}(x, y, k, \omega) = \mathbf{N}_{u}(x, y)\mathbf{U}^{(j)}(k, \omega)e^{i(kz-\omega t)}$$

$$\phi(x, y, k, \omega) = \mathbf{N}_{\phi}(x, y)\mathbf{\Phi}^{(j)}(k, \omega)e^{i(kz-\omega t)}$$
(4)

С учётом условий на границе раздела жидкости и твёрдого тела при подстановке неизвестных (4) в уравнения (2) и (3) задача может быть записана в форме [?, ?]:

$$(\mathbf{K}_1 + ik\mathbf{K}_2 + k^2\mathbf{K}_3 - \omega^2\mathbf{M} + i\omega\mathbf{P})\hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{F}}$$
(5)

где матрицы \mathbf{K}_1 , \mathbf{K}_2 , \mathbf{K}_3 , \mathbf{M} , \mathbf{P} формируются из значений объёмных и поверхностных интегралов в уравнениях (2) и (3) на элементах.

Для каждого заданного значения частоты ω задача (5) может быть сведена к обобщённой задаче на собственные значения, решением которой являются пары собственных значений и векторов $[k_m, \hat{\mathbf{U}}_m]$, соответствующие различным волновым модам системы. При наличии эффективного алгоритма отбора собственных векторов, становится возможен структурный анализ компонент волнового поля, а также их поляризации в зависимости от частоты. Результаты такого анализа в сравнении с данными обработки классическими алгоритмами приведены в разделе 5.

4 Результаты обработки Alford rotation

Влияние несимметричности формы скважины на результат работы упомянутых алгоритмов определения главных направлений анизотропного тела рассмотрим на примере эллиптических скважин в ТИ породах Bakken Shale и Cotton Valey Shale. Обе породы относятся к классу глинистых сланцев и имеют скорость распространения поперечных волн превышающую скорость звука в жидкости в скважине (быстрые породы). Значение упругих постоянных материалов приведены в таблице 1. Ось симметрии ТИ породы наклонена по отношению к оси скважины под углом 90°(HTI), в плоскости поперечного сечения скважины ось повернута относительно осей эллипса на $\theta=45$ °. Определение угла θ является задачей алгоритма. В расчетах использовались скважины размерами полуосей 12.70×10.16 см (5 × 4 дюймов) и 15 × 10 см с соотношением полуосей эллипса соответственно 25% и 50%. Полное описание рассматриваемых моделей можно найти в таблице 2.

Метод спектральных элементов (SEM) использовался для моделирования результатов каротажных измерений, полученные записи с приёмников были поданы на вход исследуемых алгоритмов обработки. В качестве сигнала дипольного акустического источника в скважине была взята производная вейвлета Блэкмана-Харриса с центральной частотой 4 кГц. Полученные в результате обработки значения углов приведены в таблице 3.

Таблица 1: Параметры упругих анизотропных материалов

Название	Плотность	Упругие модули, ГПа						
Пазвание	кг/м ³	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{33}	C_{44}	C_{66}	
Cotton Valey Shale	2640	74.73	14.75	25.29	58.84	22.05	29.99	
Bakken Shale	2230	40.9	10.3	8.5	26.9	10.5	15.3	

Таблица 2: Параметры модельных задач

Обозначение	Форма скважины	Геометрия, см	Материал породы	$\mathrm{T}\mathrm{H}$ угол ζ	$\mathrm{T}\mathrm{H}\;\mathrm{yron}\;\phi$
Модель 1	Эллиптическая	12.70×10.16	Bakken Shale	90	45
Модель 2	Эллиптическая	15.00×10.00	Bakken Shale	90	45
Модель 3	Эллиптическая	12.70×10.16	Cotton Valey Shale	90	45
Модель 4	Эллиптическая	15.00×10.00	Cotton Valey Shale	90	45

Величина E^n_{cr}/E^n_t относительной энергии суммы недиагональных компонент \mathbf{D} , полученной после поворота на найденный угол матрицы измерений, характеризует достоверность работы алгоритмов. На модельных данных в недиагональных компонентах остается от 1 до 3% энергии. При этом значения углов значительно отличаются от заданного значения в 45°. Для сравнения, при обработке модельных измерений для цилиндрической скважины в анизотропной породе E^n_{cr}/E^n_t имеет существенно меньшие значения порядка 10^{-7} для обоих алгоритмов и точное совпадение значений углов.

Применение модифицированного метода Прони [?] к исходным трассам измерений позволяет построить дисперсионные кривые для гармоник сигнала с наиболее высокой амплитудой. В моделируемых задачах они соответствуют двум главным дипольным модам (рис. 1). Аналогичные кривые также были построены по результатам расчётов полуаналитическим методом конечных элементов (SAFE) и нанесены на графики для проверки точности. Опираясь на дисперсионные кривые, можно выделить диапазон низких частот, в котором скорость распространения волн оказывается ближе всего к скоростям поперечных волн в породе. В соответствии с этими оценками были построены низкочастотные и высокочастотные фильтры для исходных трасс, чтобы сравнить значения полученных алгоритмами углов в разных частотных диапазонах (Таблица 4).

Как можно заметить, при обработке фильтрованных данных наблюдается заметная неортогональность между направлениями поляризации дипольных мод на низких частотах и почти полностью ортогональная ориентация вдоль осей деформации формы скважины на высоких частотах. Отметим также значительное различие значений углов, полученных на фильтрованных данных в зависимости от частоты. В следующем разделе будет более подробно обсужден вопрос связи этих результатов с действительной физической поляризацией распространяющихся волн.

5 Сравнение с SAFE

Структура решения, полученного методом SAFE, позволяет выделять и рассматривать отдельные компоненты волнового поля, анализировать их поляризацию в зависимости от частоты. На рисунках 2 и 3 приведена визуализация амплитуды давления собственных векторов, относящихся к двум дипольным модам внутри скважины для моделей 1 и 2. Направление градиента отражает направление поляризации каждой из волн, которое меняется в зависимости от частоты. Отметим также, что поляризация на низких частотах практически не отличается для случаев с эллиптичностью 25% и 50%. Наибольшая неортогональность

Таблица 3: Результаты расчетов

	·						
	θ_1^o	θ_1^n	$ heta_2^o$	$ heta_2^n$	$\Delta \theta^n$	E_{cr}^o/E_t^o	E_{cr}^n/E_t^n
Модель 1	15.56	-74.44	14.72	-73.92	1.36	0.0299	0.0298
Модель 2	8.39	-81.61	8.12	-81.56	0.3	0.0169	0.0168
Модель 4	1.63	-88.37	1.78	-88.42	0.0	0.0064	0.0064
Модель 3	3.26	3.04	-86.74	-86.66	0.3	0.0075	0.0075

^{*} здесь θ_1^o, θ_2^o и θ_1^n, θ_2^n соответствуют результатам, полученным ортогональной и неортогональной версией алгоритма. Величина E_{cr}/E_t обозначает отношение энергии недиагональных компонент матрицы измерений к полной энергии.

Таблица 4: Результаты расчетов с применением фильтров

Таолица 1. 1 соульта	θ_1^o	θ_1^n	θ_2^o	θ_2^n	$\Delta \theta^n$	E_{cr}^o/E_t^o	E_{cr}^n/E_t^n
Модель 1	15.56	14.72	-74.44	-73.92	1.36	0.0299	0.0297
Модель 1 с НЧФ 3	49.41	40.46	-40.59	-35.41	14.1	0.0204	0.0124
Модель 1 с ВЧФ 1	14.01	13.25	-75.99	-75.58	1.2	0.0039	0.0038
Модель 2	8.39	8.12	-81.61	-81.56	0.3	0.0169	0.0169
Модель 2 с НЧФ 3	41.21	25.71	-48.79	-31.97	32.3	0.2210	0.1199
Модель 2 с ВЧФ 2	7.54	10.22	-82.46	-82.63	2.84	0.0110	0.0101
Модель 3	3.26	3.04	-86.74	-86.66	0.3	0.0075	0.0075
Модель 3 с НЧФ 4	48.42	39.73	-41.58	-35.50	14.8	0.0974	0.0701
Модель 3 с ВЧФ 3	2.77	3.26	-87.23	-87.43	0.69	0.0045	0.0045
Модель 4	1.63	1.78	-88.37	-88.42	0.0	0.0064	0.0064
Модель 4 с НЧФ 4	6.03	7.73	-83.97	-56.60	25.6	0.0789	0.0726
Модель 4 с ВЧФ 3	1.49	2.04	-88.51	-88.71	0.74	0.0184	0.0183

^{*} здесь θ_1^o, θ_2^o и θ_1^n, θ_2^n соответствуют результатам, полученным ортогональной и неортогональной версией алгоритма. Величина E_{cr}/E_t обозначает отношение энергии недиагональных компонент матрицы измерений к полной энергии.

этих направлений наблюдается в диапазоне частот от 2 до 4 к Γ ц для рассматриваемых случаев.

Для лучшего восприятия данных моделирования на полученные профили амплитуд нанесены результаты обработки данных из таблицы 4: для частот 1.94 к Γ ц и 3.29 к Γ ц нанесены результаты с применением низкочастотной фильтрации и без, для частот 5.52 к Γ ц и 8.65 к Γ ц - высокочастотной фильтрации и без неё.

Спектр фильтрованного сигнала достаточно широк и оба алгоритма дают оценку некоторого среднего направления ориентации мод. Представленные данные хорошо демонстрируют, что неортогональная версия Alford rotation дает более близкие оценки направлений поляризации дипольных волн на низких частотах. Как можно заметить, направления поляризации основных мод не совпадают с заданной ориентацией оси симметрии трансверсально-изотропной породы. Близкие к 45°значения угла классического алгоритма вероятно являются лишь случайным совпадением осредненных ортогональным способом реальных поляризаций мод на этих частотах с заданным значением в модели. В пользу последнего утверждения также говорит и тот факт, что энергия недиагональных компонент при ортогональной обработке почти на 10% выше.

Результаты обработки нефильтрованного сигнала в рассмотренных задачах, как видно

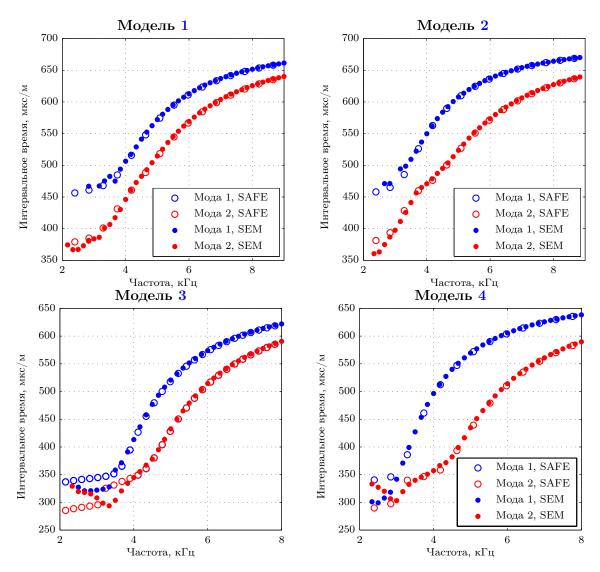


Рис. 1: Дисперсионные кривые для основных задач.

из данных таблиц, полностью определяются ориентацией мод на высоких частотах. Интересно, что при этом поляризация мод почти ортогональна и может не совпадать геометрически с ориентацией полуосей эллипса поперечного сечения скважины (см. модель 1-2), как в случае с изотропной породой. При увеличении степени эллиптичности ствола это различие сокращается. Таким образом, даже при корректной (с точки зрения диагонализации матрицы измерений) работе алгоритма полученное значение угла на направление главной оси анизотропного материала может не отвечать ни физическим свойствам породы, ни геометрии задачи.

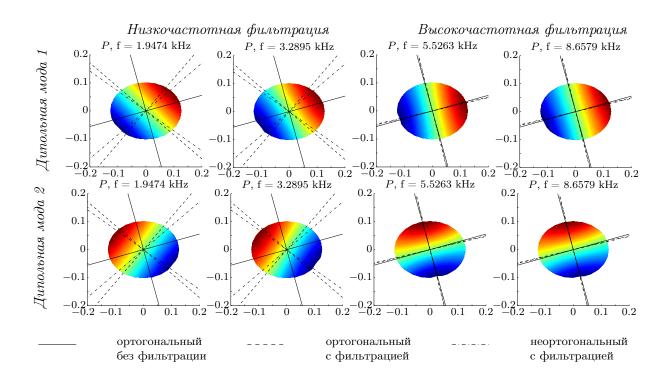


Рис. 2: Результаты расчетов собственных векторов для Модели 1

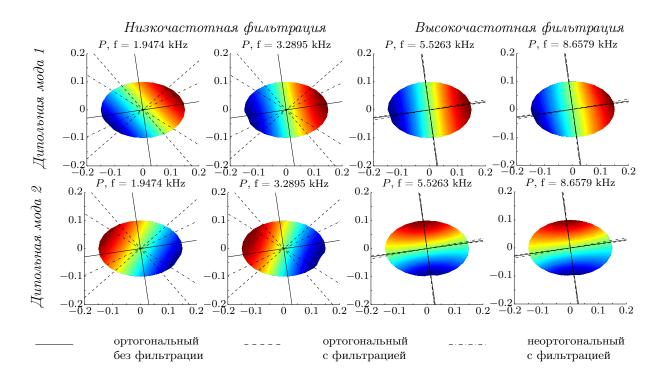


Рис. 3: Результаты расчетов собственных векторов для Модели 2

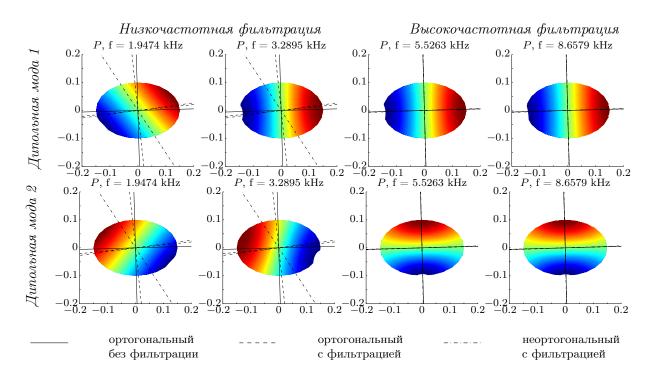


Рис. 4: Результаты расчетов собственных векторов для Модели 4

6 Заключение

Как следует из данного исследования, результаты обработки каротажных измерений в быстрых породах ортогональными и неортогональными методами, основанными на диагонализации матрицы измерений, в значительной части определяются поляризацией нормальных мод на высоких частотах. При этом на примере расчета задачи нецилиндрической скважины в породе Bakken shale показано, что эти результаты могут не соответствовать главным направлениям анизотропной породы, что является серьезным недостатком при оценке этого параметра в задачах интерпретации.

Применение частотной фильтрации позволяет получить более точные оценки главных направлений анизотропной породы, однако требует учёта возможной неортогональности этих направлений. При исследовании пород с высокой степенью симметрии тензора упругих постоянных, ортогональность на низких частотах можно считать маркером корректности решения задачи.

Приведённый в статье материал демонстрирует возможности спектральных методов, схожих с полуаналитическим методом конечных элементов (SAFE), по анализу и интерпретации отдельных аспектов волнового поля в скважинах. При наличии данных о геометрии и неортогональности главных направлений изгибных волн, данный метод может быть использован для коррекции результатов обработки каротажных измерений и решения обратных задач инверсии параметров упругой среды.

Список литературы

А Фильтрация данных

Таблица 5: Параметры применяемых фильтров

Оконные фильтры

Обозначение	Величина окна, мс	Интервальное время, мкс/м
ОФ-1	0.5	987
ОФ-2	1.0	400
ОФ-3	0.5	320
ОФ-4	0.5	650
ОФ-5	0.6	320
ОФ-6	0.5	400

Низкочастотные фильтры

Обозначение	Частота дискретизации, Гц	A_{pass} , дБ	A_{stop} , дБ	F_{pass} , Гц	F_{stop} , Гц	
НЧФ-1	1194892	1	80	4000	5000	
НЧФ-2	1194892	1	80	5000	6000	
НЧФ-3	-	1	80	3000	4000	
НЧФ-4	-	1	80	3000	3500	

Высокочастотные фильтры

Обозначение	Частота дискретизации, Гц	A_{pass} , дБ	A_{stop} , дБ	F_{pass} , Гц	F_{stop} , Гц
ВЧФ-1	1194892	1	80	5000	4000
ВЧФ-2	1194892	1	80	6000	5000
ВЧФ-3	-	1	80	7000	6000