

# Анализ поляризации дипольных волн в скважинах некругового сечения в анизотропной породе

21 сентября 2015 г.

## Аннотация

В работе исследуется вопрос определения главных направлений анизотропной породы в скважинах с нарушением цилиндрической геометрии с помощью численного моделирования измерений акустического каротажа. Модель используемых на практике алгоритмов обработки предполагает распространение вдоль скважины двух ортогонально поляризованных волн, которые в рассматриваемых задачах соответствуют дипольным модам. На примере эллиптических скважин в работе показано, что направления колебаний мод могут быть существенно неортогональными и зависеть от частотного спектра сигнала источника, что приводит к некорректному определению главных направлений трансверсально-изотропной породы. Полученные после обработки направления сопоставлены с независимым расчётом собственных векторов дипольных мод полуаналитическим методом конечных элементов (SAFE). Результаты сравнения свидетельствуют об эффективности применения частотных фильтров и "неортогональных" алгоритмов для проверки корректности найденных направлений и повышения точности значений углов. Приведённые в работе результаты имеют особую ценность для обработки каротажных измерений в наклонных и горизонтальных скважинах с деформациями ствола.

## 1 Введение

Уже несколько десятилетий в акустическом каротаже широко и достаточно успешно практикуются методики кросс-дипольных измерений. Современные решения в технике и обработке полученных данных позволяют количественно производить оценку азимутальной и аксиальной (по отношению к стволу скважины) анизотропии для широкой группы горных пород. Кросс-дипольные измерения также могут быть использованы для определения ориентации крупных трещин и обнаружения анизотропии, индуцированной подземными горизонтальными напряжениями и трещиноватостью [1].

Как известно, в процессе измерений в трансверсально-изотропной (ТИ) породе наблюдается поляризация распространяющихся по стволу скважины поперечных волн. При наличии измерений от двух направленных ортогонально-ориентированных источников в скважине возможно определить направления главных осей ТИ модели и скорости распространения поперечных волн. В основе классического метода определения лежит допущение о симметричности матрицы измерений (составленной из данных четырёх измерений с различной ориентацией источников и приёмников), которая может быть приведена к диагональному виду ортогональным преобразованием [2].

Однако, зачастую ортогональность направлений поляризации поперечных волн отсутствует. Во многих случаях, например при распространении волн в анизотропной породе с орторомбическим типом симметрии [3] или в случае анизотропии вызванной наличием трещин [4], известно, что поляризация волн может быть существенно неортогональной. Чтобы учесть возможную неортогональность поперечных волн в однородной породе в [5] был рассмотрен альтернативный способ диагонализации матрицы измерений некоторым неортогональным преобразованием, обобщающий [2] на этот случай.

В скважинах с деформированным стволом, в частности эллиптического сечения, дипольные моды распространяются с разными скоростями [6]. Для таких скважин в анизотропной породе предположения классического метода, а также его неортогонального обобщения, о независимом распространении волн также не выполняются (кроме случая,

когда главные направления анизотропной породы совпадают с осями эллипса). Столь сильное нарушение симметрии задачи не позволяет выделить направления поляризации мод и определить главные направления анизотропной породы.

В данной работе с помощью численного моделирования исследуется вопрос оценки погрешности определения главных направлений ТИ породы по измерениям в скважинах нецилиндрического сечения. Целями исследования являются 1) выявление признаков, свидетельствующих о наличии большой ошибки в результатах определения главных направлений анизотропии при обработке методом Alford rotation, 2) изучение возможностей частотной фильтрации и "неортогональных" алгоритмов обработки для получения наиболее достоверных результатов по определению главных направлений, 3) разработка методики применения полуаналитического метода конечных элементов (SAFE) [7] для моделирования рассматриваемых задач и анализа структуры волнового поля в скважинах.

## 2 Ортогональный и неортогональный алгоритмы Alford rotation

В устройство классического прибора дипольного каротажа входят два массива приёмников и источников направленного действия, ортогонально ориентированных друг к другу. Свяжем с ориентацией этих массивов оси  $X$  и  $Y$  локальной системы координат прибора. В ходе работы прибора на выходе получают четыре разных массива значений акустического сигнала от времени, обозначаемых  $XX$ ,  $XY$ ,  $YX$  и  $YY$ , где первая буква обозначает активный в момент проведения измерения массив источников, а вторая - приемников. Данные, полученные с приемников на определённом расстоянии от источника, принято записывать в форме матрицы  $\mathbf{R}$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} XX & YX \\ XY & YY \end{pmatrix} \quad (1)$$

Известно, что в однородной недисперсионной среде с ТИ типом симметрии в произвольном направлении могут распространяться три вида плоских волн (квазипродольная, поперечная и квазипоперечная) с ортогональными векторами поляризации. Дипольные излучатели в скважине возбуждают преимущественно моды с поперечным характером колебаний, которые распространяются вдоль скважины независимо друг от друга. В рамках классического подхода для описания их распространения используется модель плоских волн. В данных предположениях исходную матрицу измерений (1) возможно приближённо представить в виде [5]

$$\mathbf{R} \approx \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{P}^T, \quad (2)$$

где  $\mathbf{D}$  - диагональная матрица, содержащая чистые сигнатуры двух дипольных мод; матрица  $\mathbf{P}$  проецирует сигналы отдельных мод на оси локальной системы координат прибора. Так как поляризации плоских волн ортогональны, то матрица преобразования  $\mathbf{P}$  сводится к повороту на некоторый угол  $\theta$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

Алгоритм поиска этого угла был представлен в работе [2] и получил название Alford rotation.

Для случаев, когда поляризация изгибных мод не является ортогональной, один из возможных вариантов обобщения Alford rotation был предложен в работе [5] и заключается в введении дополнительного угла  $\eta$ , характеризующего ориентацию главных направлений. Для приближенного представления (2) матрица преобразования будет иметь вид:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin(\theta + \eta) \\ \sin \theta & \cos(\theta + \eta) \end{pmatrix}$$

где, за  $\theta$  принимается угол отсчитываемый против часовой стрелки между осью  $X$  и направлением поляризации первой моды, а за  $\theta + \eta$  - угол между направлением поляризации второй моды и осью  $Y$ . При  $\eta = 0$  метод сводится к классическому Alford rotation. При обработке данных моделирования в данной работе используются следующие обозначения для найденных углов: ортогональный Alford rotation:  $\theta_1^o = \theta$ ,  $\theta_2^o = \theta - 90$ ; неортогональный Alford rotation:  $\theta_1^n = \theta$ ,  $\theta_2^n = \theta + \eta$ . Поиск значений углов производится через минимизацию энергии недиагональных компонент матрицы  $\mathbf{D}$  по двум параметрам.

### 3 Вычислительные методы

Основная обработка и анализ данных, в том числе и Alford rotation, проводились средствами MATLAB. Для построения дисперсионных кривых нормальных мод использовался алгоритм, основанный на модифицированном методе Прони [8]. При обработке данных измерений в некоторых случаях применялись оконные, низкочастотные и высокочастотные фильтры сигнала, реализованные в MATLAB.

В качестве исходных данных каротажных измерений используются результаты прямого моделирования распространения волн методом спектральных элементов (SEM). Ранее данный метод успешно применялся для расчёта задач геофизики [9] и моделирования акустического каротажа [10]. Численный алгоритм производит решение нестационарных уравнений колебаний линейно-упругой анизотропной породы и уравнений акустики для невязкой жидкости внутри скважины с соответствующими условиями на границе раздела фаз. Подробное описание и формулировка метода приводится в работе [9].

Для анализа решения в частотной области в предположении однородности среды и геометрии по  $Z$  был выбран более простой и быстрый полуаналитический метод конечных элементов (SAFE) [7]. Формулировка метода основана на Фурье разложения искомой функции вдоль направления оси скважины, что позволяет свести задачу к набору двухмерных постановок. Приведем краткое описание метода. Предполагая гармоническую зависимость от времени вида  $e^{-i\omega t}$  для смещений  $\mathbf{u}$ , деформаций  $\boldsymbol{\varepsilon}$  и напряжений  $\boldsymbol{\sigma}$ , уравнения движения твёрдого тела в вариационной форме могут быть представлены в виде:

$$\int_V^{(s)} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^* \boldsymbol{\sigma} dV - \omega^2 \int_V^{(s)} \rho_s \delta \mathbf{u}^* \mathbf{u} dV = \int_V^{(s)} \delta \mathbf{u}^* \mathbf{f} dV + \int_{\partial V}^{(s)} \delta \mathbf{u}^* \mathbf{t} d\Gamma, \quad (3)$$

здесь  $\mathbf{f}$ ,  $\mathbf{t}$  – векторы объёмных и поверхностных сил,  $\rho_s$  – плотность, тензор напряжений  $\boldsymbol{\sigma}$  связан с тензором деформаций  $\boldsymbol{\varepsilon}$  для упругого тела через закон Гука:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}.$$

При описании движения невязкой жидкости будем пользоваться формулировкой уравнений в терминах потенциала скорости  $\phi$ :  $i\omega \mathbf{u}_f = \nabla \phi$ . Тогда давление в жидкости определяется выражением  $p = -i\omega \rho_f \phi$ , а уравнения движения для жидкой среды в вариационной форме имеют вид:

$$\int_V^{(f)} \delta (\nabla \phi)^* \rho_f \nabla \phi dV - \omega^2 \int_V^{(f)} c^{-2} \rho_f \delta \phi^* \phi dV = \frac{1}{i\omega} \int_{\partial V}^{(f)} \rho_f \delta (\nabla \phi)^* \mathbf{t} d\Gamma + \frac{1}{i\omega} \int_V^{(f)} \delta (\nabla \phi)^* \mathbf{f} dV, \quad (4)$$

где  $c$  – скорость звука в жидкости.

Свяжем вертикальную ось скважины с направлением оси  $Z$  системы координат и применим преобразование Фурье по  $z$  к исходным уравнениям. Для каждого элемента из сетки конечных элементов в плоскости поперечного сечения скважины значения искомых величин аппроксимируем системой базисных функций  $N_j(x, y)$  [11]:

$$\mathbf{u}^{(e)}(x, y, z, t) = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n N_j(x, y) U_x^{(j)} \\ \sum_{j=1}^n N_j(x, y) U_y^{(j)} \\ \sum_{j=1}^n N_j(x, y) U_z^{(j)} \end{bmatrix} e^{i(kz - \omega t)}$$

$$\phi^{(e)}(x, y, z, t) = \left( \sum_{j=1}^n N_j(x, y) \psi^{(j)} \right) e^{i(kz - \omega t)}$$
(5)

где  $n$  – число узлов в элементе с номером  $e$ .

С учётом условий на границе раздела жидкости и твёрдого тела при подстановке неизвестных (5) в уравнения (3) и (4) задача сводится к системе линейных уравнений [7, 12]:

$$(\mathbf{K}_1 + ik\mathbf{K}_2 + k^2\mathbf{K}_3 - \omega^2\mathbf{M} + i\omega\mathbf{P})\hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{F}} \quad (6)$$

где матрицы  $\mathbf{K}_1$ ,  $\mathbf{K}_2$ ,  $\mathbf{K}_3$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{P}$  формируются из значений объёмных и поверхностных интегралов в уравнениях (3) и (4) на элементах, а  $\hat{\mathbf{U}}$  состоит из значений искоемых величин  $\mathbf{U}^{(j)}$  и  $\psi^{(j)}$  в узлах каждого элемента.

Для каждого заданного значения частоты  $\omega$  формулируется обобщённая задача на собственные значения для матрицы уравнения (6), решением которой являются пары собственных значений и векторов  $[k_m, \hat{\mathbf{U}}_m]$ , соответствующие различным волновым модам системы. Специальный отбор собственных векторов позволяет выделить компоненты волнового поля, соответствующие дипольным модам в скважине. Градиент значений выбранного собственного вектора внутри скважины указывает направление колебаний частиц для конкретной моды. Если на некотором диапазоне частот эти направления меняются незначительно, будем говорить о поляризации такой локализованной в частотной области волны. Сравнение таких модельных направлений поляризации с результатами, полученными прямой обработкой временных измерений с приёмников, приведены в разделе 5.

## 4 Результаты обработки Alford rotation

Метод спектральных элементов использовался для имитации результатов каротажных измерений. В качестве сигнала по времени дипольного акустического источника в скважине была взята производная вейвлета Блэкмана-Харриса с центральной частотой 4 кГц. Матрица измерений  $\mathbf{R}$  вообще говоря не является строго симметричной из-за наличия шума в сигналах. Чем меньше отношение  $E_{rel}$  суммы квадратов значений недиагональных компонент, полученной после преобразования матрицы  $\mathbf{D}$  к диагональным, тем лучше работает алгоритм диагонализации и тем достовернее значения полученных углов. При обработке эталонных имитируемых измерений в цилиндрической скважине величина  $E_{rel}$  имеет значения порядка  $10^{-7}$ ; угол  $\theta$  совпадает с заданным модельным значением до десятых долей градуса. Эти значения имеют порядок погрешности численного метода и алгоритма обработки.

Для оценки влияния несимметричности формы скважины на результат работы Alford rotation и его неортогонального обобщения были рассмотрены примеры эллиптических скважин в ТИ породах Bakken Shale и Cotton Valey Shale. Обе породы относятся к классу глинистых сланцев и имеют скорость распространения поперечных волн, превышающую скорость звука в жидкости в скважине (т. н. быстрые породы). Значение упругих постоянных материалов приведены в таблице 1. Ось симметрии ТИ породы наклонена по отношению к оси скважины под углом  $90^\circ$  (горизонтальная трансверсальная изотропия), искомый угол поворота оси симметрии в плоскости поперечного сечения скважины равен  $\theta = 45^\circ$ . В расчётах использовались скважины с размерами полуосей  $12.70 \times 10.16$  см ( $5 \times 4$  дюймов) и  $15 \times 10$  см.

Таблица 1: Параметры упругих анизотропных материалов

Название	Плотность кг/м <sup>3</sup>	Модули упругости, ГПа					
		$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{66}$
Cotton Valey Shale	2640	74.73	14.75	25.29	58.84	22.05	29.99
Bakken Shale	2230	40.9	10.3	8.5	26.9	10.5	15.3

Как можно видеть, оба алгоритма на исходных модельных данных дают примерно одинаковые результаты (Таблица 2). Полученные главные направления почти ортогональны, но значительно отличаются от заданных в модели значений  $45^\circ$  и  $-45^\circ$ . В недиагональных компонентах при этом остаётся достаточно мало - от 1% до 3% - энергии. Таким образом, Alford rotation в скважинах с деформированным стволом может давать направления, не совпадающие с физическими.

Рассмотрим, как результат обработки зависит от частотного спектра приходящего сигнала. Как известно, характерной особенностью дипольных колебаний в скважине является большая дисперсия. Используя модифицированный метод Прони [8], были построены дисперсионные кривые для гармоник исходного сигнала с наиболее высокой амплитудой. В моделируемых задачах они соответствуют двум главным дипольным модам. По этим кривым был выделен диапазон низких частот, где скорость распространения волны стационарна и близка к одной из скоростей поперечных волн в породе, а также диапазон высоких частот с относительно постоянной скоростью распространения.

Ранее было показано [6], что в эллиптических скважинах на низких частотах форма скважины почти не оказывает влияние на распространение волн, а определяется свойствами породы. Поэтому перед обработкой данных к ним были применены низкочастотные фильтры, выделяющие исследуемую область. Как видно из таблицы 3, полученные оценки углов гораздо ближе к модельным значениям, чем значения от нефильтрованного сигнала. Также отметим, что при обработке фильтрованных данных наблюдается заметная неортогональность между направлениями поляризации дипольных мод на низких частотах. Применение высокочастотных фильтров, напротив приводит почти полностью ортогональному результату, близкому к направлениям осей эллипса. В следующем разделе более подробно исследуется вопрос связи приведённых результатов с физической поляризацией распространяющихся волн.

Таблица 2: Результаты обработки исходных данных алгоритмами Alford rotation

	$\theta_1^o$	$\theta_1^n$	$\theta_2^o$	$\theta_2^n$	$\Delta\theta^n$	$E_{rel}^o, \%$	$E_{rel}^n, \%$
Bakken Shale ( $12.70 \times 10.16$ )	15.6	14.7	-74.4	-73.9	1.4	3.0	3.0
Bakken Shale ( $15.00 \times 10.00$ )	8.4	8.1	-81.6	-81.6	0.3	1.7	1.7
Cotton Valey Shale ( $12.70 \times 10.16$ )	3.3	3.0	-86.7	-86.7	0.3	0.8	0.8
Cotton Valey Shale ( $15.00 \times 10.00$ )	1.6	1.8	-88.4	-88.4	0.0	0.6	0.6

\* здесь  $\theta_1^o, \theta_2^o$  и  $\theta_1^n, \theta_2^n$  соответствуют результатам, полученным ортогональной и неортогональной версией алгоритма. Величина  $E_{rel}$  обозначает отношение энергии недиагональных компонент матрицы измерений к полной энергии.

## 5 Сравнение с SAFE

Полуаналитический метод конечных элементов позволяет представить решение для волнового поля в скважине волн в виде суммы мод. Основная энергия в волне, возбуждаемой дипольным источником, содержится в дипольных модах, поэтому из всего набора

Таблица 3: Результаты расчетов с применением фильтров

	$\theta_1^o$	$\theta_1^n$	$\theta_2^o$	$\theta_2^n$	$\Delta\theta^n$	$E_{rel}^o, \%$	$E_{rel}^n, \%$
<b>Bakken Shale</b> ( $12.70 \times 10.16$ )	<b>15.6</b>	<b>14.7</b>	<b>-74.4</b>	<b>-73.9</b>	<b>1.4</b>	<b>3.0</b>	<b>3.0</b>
-//-/- с НЧФ	49.4	40.5	-40.6	-35.4	14.1	2.0	1.2
-//-/- с ВЧФ	14.0	13.3	-76.0	-75.6	1.2	0.4	0.4
<b>Bakken Shale</b> ( $15.00 \times 10.00$ )	<b>8.4</b>	<b>8.1</b>	<b>-81.6</b>	<b>-81.6</b>	<b>0.3</b>	<b>1.7</b>	<b>1.7</b>
-//-/- с НЧФ	41.2	25.7	-48.8	-32.0	32.3	22.1	12.0
-//-/- с ВЧФ	7.5	10.2	-82.5	-82.6	2.8	1.1	1.0
<b>Cotton Valey Shale</b> ( $12.70 \times 10.16$ )	<b>3.3</b>	<b>3.0</b>	<b>-86.7</b>	<b>-86.7</b>	<b>0.3</b>	<b>0.8</b>	<b>0.8</b>
-//-/- с НЧФ	48.4	39.7	-41.6	-35.5	14.8	9.7	7.0
-//-/- с ВЧФ	2.8	3.3	-87.2	-87.4	0.7	0.5	0.5
<b>Cotton Valey Shale</b> ( $15.00 \times 10.00$ )	<b>1.6</b>	<b>1.8</b>	<b>-88.4</b>	<b>-88.4</b>	<b>0.00</b>	<b>0.6</b>	<b>0.6</b>
-//-/- с НЧФ	6.0	7.7	-84.0	-56.6	25.7	7.9	7.3
-//-/- с ВЧФ	1.5	2.0	-88.5	-88.7	0.7	1.8	1.8

\* здесь  $\theta_1^o, \theta_2^o$  и  $\theta_1^n, \theta_2^n$  соответствуют результатам, полученным ортогональной и неортогональной версией алгоритма. Величина  $E_{rel}$  обозначает отношение энергии недиагональных компонент матрицы измерений к полной энергии.

собственных векторов были выбраны те, которые соответствуют именно этим колебаниям. Градиент значений собственного вектора в скважине позволяет получить направление преимущественного колебания частиц на некоторой частоте. В породах, выбранных для моделирования, эти направления существенно меняются в районе от 4 до 6 кГц [13]. Но в зонах пропускания используемых низкочастотных и высокочастотных фильтров изменения направлений собственных векторов невелики. Для сравнения с результатами обработки Alford rotation (Таблица 3) были выбраны собственные вектора для дипольных мод на частоте, соответствующей максимумам энергии в спектре фильтрованных данных (см. Рис 1).

Представленные данные хорошо демонстрируют неортогональность рассчитанных направлений колебаний дипольных мод на низких частотах. Результаты, полученные неортогональной версией Alford rotation, хорошо согласуются как качественно, так и количественно с направлениями собственных векторов. Заметим также, что в этом частотном диапазоне результат практически не отличается для двух выбранных геометрий скважин. При этом полученные направления не совпадают с заданной в изначальной модели ориентацией оси симметрии трансверсально-изотропной породы. Этот факт подтверждает неприменимость классического подхода оценки главных направлений ТИ породы в задачах такого типа.

Отметим, что близкие к  $45^\circ$  значения угла классического ортогонального Alford rotation являются лишь случайным совпадением осредненных реальных поляризаций мод на этих частотах с заданным значением в модели. В пользу этого утверждения говорит факт, что энергия недиагональных компонент при ортогональной обработке достаточно велика - до 10% (см. Таблицу 3).

Результаты обработки нефильтрованного сигнала в рассмотренных задачах, как видно из данных таблиц, в целом дают близкие значения результатам обработки сигнала после применения высокочастотного фильтра. Интересно, что при этом поляризация мод почти ортогональна, но не совпадает с направлениями полуосей эллипса поперечного сечения скважины. При увеличении степени эллиптичности ствола это различие уменьшается. Таким образом, даже при корректной (с точки зрения диагонализации матрицы измерений) работе алгоритма полученное значение угла на направление главной оси анизотропного материала может не отвечать ни физическим свойствам породы, ни геометрической ориентации скважины.

## 6 Заключение

Приведённые в работе расчёты показывают, что деформация ствола скважины может значительно влиять на результат работы алгоритмов определения главных направлений анизотропной породы в случаях, когда характерные направления деформации и анизотропии не совпадают. Изменение формы приводит к появлению неортогональности направлений поляризации дипольных мод, а также к зависимости этих направлений от частотного спектра распространяющейся волны. Таким образом, неортогональная модификация алгоритма Alford rotation позволяет выявить на этапе обработки данных признаки возможного несоответствия результата физическим свойствам породы.

Применение частотных фильтров, сужающих спектр исходных данных измерений в низкочастотную область, позволяет получить более точные оценки главных направлений. Рассмотренные в работе примеры демонстрируют, что ортогональность направлений, полученных в ходе обработки, сама по себе не является критерием корректности результата - необходимо отсутствие сильной зависимости получаемого ответа от параметров фильтра и ширины временного окна. Недостатком обработки измерений в низкочастотной области является, очевидно, резкое падение энергии приходящего сигнала по сравнению с естественными шумами.

Результаты обработки каротажных измерений в быстрых породах ортогональным и неортогональным методами, основанными на диагонализации матрицы измерений, определяются поляризацией нормальных мод на высоких частотах. Данный вывод является достаточно интересным, так как, несмотря на продемонстрированную сильную частотную зависимость направлений собственных векторов дипольных мод, поперечная поляризация волн всего сигнала в целом существует и хорошо согласуется с высокочастотными решениями, полученными SAFE.

Приведённый в статье материал демонстрирует возможности спектральных алгоритмов построенных на основе полуаналитического метода конечных элементов (SAFE), для анализа и интерпретации особенностей волнового поля в скважинах. Высокая скорость расчётов, а также возможность распространения метода на среды с более общим типом анизотропии, среды с затуханием и преднапряженных пород, открывает широкие перспективы применения рассмотренной методики для улучшения качества обработки каротажных измерений.



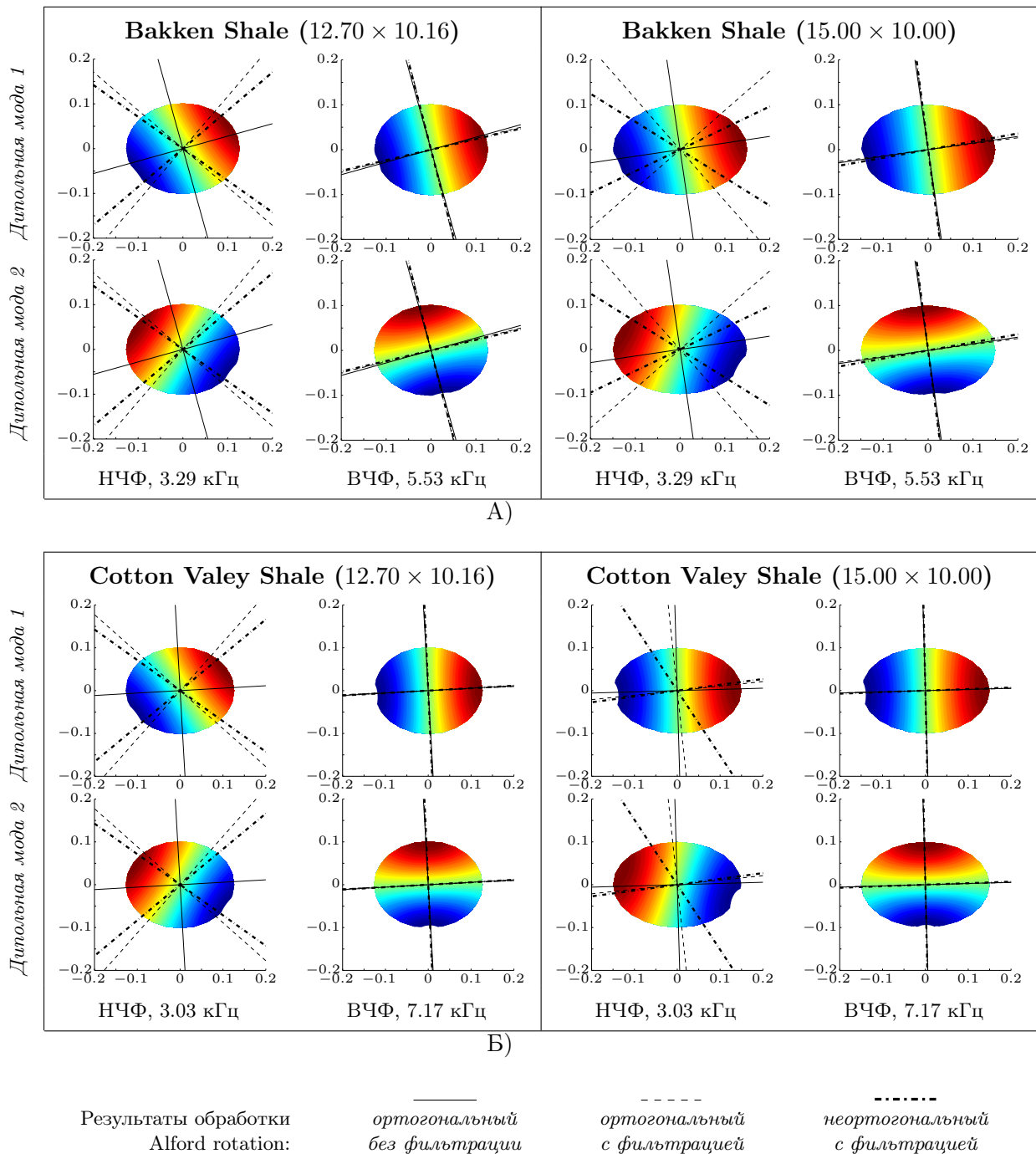


Рис. 1: Сравнение результатов обработки фильтрованных данных измерений и значений собственных векторов дипольных мод на частоте, соответствующей максимуму энергии в спектре сигнала, в породе Bakken Shale (А) и Cotton Valey Shale (Б). Цветом показано нормированное на интервале  $[0,1]$  значение собственного вектора (давление) для указанной частоты. НЧФ и ВЧФ обозначают тип фильтрации - низкочастотная и высокочастотная - применённой к исходным данным.



## Список литературы

- [1] D. Patterson and X. M. Tang. Shear wave anisotropy measurement using cross-dipole acoustic logging: An overview. *Petrophysics*, 42(2), 2001.
- [2] R. M. Alford. Shear data in the presence of azimuthal anisotropy: Dilley Texas. In *1986 SEG Annual Meeting*, pages 476–479. Society of Exploration Geophysicists, 1986.
- [3] J. Dellinger, B. Nolte, and J. T. Etgen. Alford rotation, ray theory, and crossed-dipole geometry. *Geophysics*, 66(2):637, 2001.
- [4] B. Nolte and A. C. H. Cheng. Estimation Of Nonorthogonal Shear Wave Polarizations And Shear Wave Velocities From Four-Component Dipole Logs. Technical report, Massachusetts Institute of Technology. Earth Resources Laboratory, 1996.
- [5] J. Dellinger, J. Etgen, and B. Nolte. Symmetric alford diagonalization. *1998 SEG Annual Meeting*, 1998.
- [6] C. J. Randall. Modes of noncircular fluid-filled boreholes in elastic formations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 89(3):1002–1016, 1991.
- [7] I. Bartoli, A. Marzani, F. L. di Scalea, and E. Viola. Modeling wave propagation in damped waveguides of arbitrary cross-section. *Journal of Sound and Vibration*, 295:685–707, 2006.
- [8] M. P. Ekstrom. Dispersion estimation from borehole acoustic arrays using a modified matrix pencil algorithm. In *Proceedings of ASILOMAR-29*, pages 449–453, Pacific Grove, CA, USA, 1995. IEEE.
- [9] D. Komatitsch and J. Tromp. Introduction to the spectral element method for three dimensional seismic wave propagation. *Geophysical Journal International*, 139:806–822, 1999.
- [10] M. Charara, A. Vershinin, E. Deger, D. Sabitov, and G. Pekar. 3D spectral element method simulation of sonic logging in anisotropic viscoelastic media. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2011*, pages 432–437, January 2011.
- [11] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor. *Finite Element Method (5th Edition) Volume 1 - The Basis*. Elsevier, April 2000.
- [12] Fabien Treyssède and Laurent Laguerre. Numerical and analytical calculation of modal excitability for elastic wave generation in lossy waveguides. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(6):3827–37, 2013.
- [13] T V Zharnikov and D E Syresin. Repulsion of dispersion curves of quasidipole modes of anisotropic waveguides studied by finite element method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 137(6):EL396–402, June 2015.