

Анализ поляризации дипольных волн в нецилиндрических скважинах в анизотропной породе

5 мая 2015 г.

1 Введение

Уже несколько десятилетий в акустическом каротаже широко и достаточно успешно практикуются методики кросс-дипольных измерений. Современные решения в технике и обработке полученных данных позволяют количественно производить оценку азимутальной и аксиальной (по отношению к стволу скважины) анизотропии для широкой группы горных пород. Существенный прогресс в определении параметров породы в рамках модели трансверсально-изотропного (ТИ) тела по скоростям распространения поперечных волн называется рядом специалистов главным достижением методов акустического каротажа последних лет. Кросс-дипольные измерения также могут быть использованы для определения ориентации крупных трещин и обнаружения анизотропии, индуцированной подземными горизонтальными напряжениями [1].

Как известно, принцип работы данного метода основан на существовании в ТИ породе двух ортогональных выделенных направлений, что в общем случае приводит к поляризации распространяющихся по стволу скважины поперечных волн. При наличии измерений от двух направленных ортогонально-ориентированных источников в скважине возможно определить направления главных осей ТИ модели и скорости распространения поляризованных поперечных волн. В основе классического метода определения лежит допущение о симметричности матрицы измерений (составленной из данных четырёх измерений с различной ориентацией источников и приёмников), которая может быть приведена к диагональному виду ортогональным поворотом на некоторый угол [2]. В ряде практических случаев ортогональность направлений поляризации поперечных волн отсутствует, но в однородной породе симметрия матрицы измерений сохраняется и существуют возможности её диагонализации другими способами [3]. Помимо неортогональности на результат работы классического алгоритма может влиять наличие сильных горизонтальных напряжений, приводящих к возникновению индуцированной анизотропии и эффекту пересечения дисперсионных кривых быстрой и медленной волн. Результаты работы алгоритма становятся при этом зависимыми от ширины выбранного временного окна, что свидетельствует о зависимости направления поляризации волн от частоты [4]. Другим фактором, влияющим на поляризацию и разделение волн в скважине, является неидеально цилиндрическая форма поперечного сечения ствола [5]. В сочетании с анизотропными свойствами горной породы отклонения от цилиндрической формы могут приводить к проблемам определения направлений главных осей стандартными методами [?].

В данной работе рассматривается вопрос определения главных направлений ТИ породы по измерениям в скважинах эллиптического сечения, являющихся модельным приближением более общих несимметричных форм скважин. В качестве исходных данных используются результаты численного трёхмерного моделирования с помощью метода спектральных элементов [6]. Для анализа структуры волнового поля в скважинах на определённой частоте применяется полуаналитический метод конечных элементов (SAFE) [7]. Результаты расчётов сопоставляются с данными, получаемыми классическим алгоритмом Alford rotation [2] и его альтернативной неортогональной модификации [3] с применением оконной и частотной фильтрации и без неё.

2 Дипольный каротаж скважин и классический подход к обработке

В устройство классического прибора дипольного каротажа входят два массива приёмников и источников ортогонально ориентированных друг к другу. Свяжем с ориентацией этих массивов оси X и Y локальной системы координат прибора. В ходе работы прибора на выходе получают четыре разных массива данных, обозначаемых XX , XY , YX и YY , где первая буква обозначает активный в момент проведения измерения массив источников, а вторая - приемников. Полученные данные принято записывать в форме матрицы \mathbf{R}

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} XX & YX \\ XY & YY \end{bmatrix}$$

Известно, что в однородной недисперсионной среде с ТИ типом симметрии в произвольном направлении могут распространяться три вида плоских волн (квазипродольная, поперечная и квазипоперечная) с ортогональными векторами поляризации [8]. В рамках классического подхода при обработке приближение плоских волн используется и для описания волновых процессов в скважине. Дипольные излучатели возбуждают моды с поперечным характером колебаний, которые распространяются вдоль скважины независимо. В данных предположениях исходную матрицу измерений возможно диагонализировать [3]

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{P} \mathbf{D} \mathbf{P}^T, \\ \mathbf{D} &= \mathbf{P}^{-1} \mathbf{R} (\mathbf{P}^{-1})^T. \end{aligned} \quad (1)$$

где матрица \mathbf{P} является симметричной матрицей, отвечающей за проекцию сигнала источника на главные направления распространения нормальных дипольных мод, \mathbf{D} - диагональная матрица, определяющая распространение чистых мод вдоль скважины. Поскольку в цилиндрической скважине направления поляризации дипольных волн ортогональны, то существует естественная система координат, связанная с главными направлениями ТИ породы и матрица преобразования \mathbf{P} сводится к повороту на некоторый угол θ

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Алгоритм поиска этого угла был представлен в работе [2] и получил название Alford rotation. Хотя на практике полевые данные не обладают абсолютной симметрией, искомый угол может быть найден из условия минимизации энергии недиагональных компонент по всему интервалу времени измерений. Отметим, что данный подход корректно работает только при сохранении ориентации главных направлений вдоль всего пути распространения волны.

Ортогональная поляризации изгибных мод строго говоря не является обязательным условием. Более того, в ряде случаев, например при распространении волн в анизотропной породе с орторомбическим типом симметрии [9] или в случае анизотропии вызванной наличием трещин [10], было доказано, что поляризация волн может быть существенно неортогональной.

Один из возможных вариантов обобщения Alford rotation на неортогональный случай был рассмотрен в работе [3] и заключается в введении дополнительного угла η , характеризующего ориентацию главных направлений. Утверждается, что если для системы справедливо представление (1), то матрицы преобразования будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin(\theta + \eta) \\ \sin \theta & \cos(\theta + \eta) \end{bmatrix} \\ \mathbf{P}^{-1} &= \frac{1}{\cos \eta} \begin{bmatrix} \cos(\theta + \eta) & \sin(\theta + \eta) \\ -\sin \theta & \cos(\theta) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

где, за θ принимается угол отсчитываемый против часовой стрелки между осью X и направлением поляризации первой моды, а за $\theta + \eta$ - угол между направлением поляризации второй моды и осью Y . Поиск значений углов производится путем минимизация энергии недиагональных компонент матрицы \mathbf{D} по двум параметрам. При $\eta = 0$ метод сводится к классическому Alford rotation.

Как известно, нарушение цилиндрической формы ствола скважины в изотропной породе также приводит к появлению двух изгибных мод [5]. Если главные направления анизотропной породы не совпадают с направлениями деформации ствола, то комплексное влияние этих двух факторов приводит к нарушению предположения классического метода (а также его неортогонального обобщения) о разделении изгибных мод. Из-за частотной зависимости влияния геометрии и сильной дисперсии изгибных волн, эффективное направление поляризации может меняться по мере удаления приемников от источника. Применение методов оконной и частотной фильтрации в ряде случаев может уменьшить ошибку работы классических алгоритмов даже в этих случаях. Однако универсального подхода, способного корректировать влияние геометрии ствола на точность определения главных направлений анизотропной породы, в настоящее время не предложено. В разделе 4 производится оценка точности ортогонального и неортогонального Alford rotation на основе синтетических данных трехмерного моделирования распространения волн в быстрой ТИ породы в скважинах эллиптического сечения.

3 Вычислительные методы

В качестве исходных данных каротажных измерений используются результаты прямого моделирования распространения волн методом спектральных элементов (SEM). Ранее данный метод успешно применялся для расчета задач геофизики [11] и моделирования акустического каротажа [12]. Численный алгоритм производит решение уравнений твердого линейно-упругого анизотропного тела в твердых областях и акустических уравнений для невязкой жидкости внутри скважины с соответствующими условиями на границе раздела фаз. Подробное описание и формулировка метода приводится в работе [11]. Используемая в работе реализация производит основные расчеты на графических процессорах (GPU), что дает значительные преимущества в скорости расчета по сравнению с многими другими пакетами 3D-моделирования.

Основная обработка и анализ данных, в том числе и Alford rotation, проводились с помощью вычислительного комплекса MATLAB. Для построения дисперсионных кривых нормальных мод использовался алгоритм, основанный на модифицированном методе Прони [13]. При обработке данных измерений в некоторых случаях применялись оконные, низкочастотные и высокочастотные фильтры сигнала, реализованные стандартными возможностями вычислительного пакета.

Для анализа решения в частотной области был выбран более простой и быстрый полуквантовый метод конечных элементов (SAFE) [7]. Формулировка метода основана на возможности Фурье разложения искомой функции вдоль направления оси скважины, что позволяет свести задачу к двумерной постановке. Ниже приведем краткое описание основных положений метода. Предполагая гармоническую зависимость вида $e^{-i\omega t}$ для смещений \mathbf{u} , деформаций $\boldsymbol{\varepsilon}$ и напряжений $\boldsymbol{\sigma}$, уравнения движения твёрдого тела в вариационной форме могут быть представлены в виде:

$$\int_V^{(s)} \delta \boldsymbol{\varepsilon}^* \boldsymbol{\sigma} dV - \omega^2 \int_V^{(s)} \rho_s \delta \mathbf{u}^* \mathbf{u} dV = \int_V^{(s)} \delta \mathbf{u}^* \mathbf{f} dV + \int_{\partial V}^{(s)} \delta \mathbf{u}^* \mathbf{t} d\Gamma, \quad (2)$$

здесь \mathbf{f} , \mathbf{t} – векторы объёмных и поверхностных сил, ρ_s – плотность, тензор напряжений связан с тензором деформаций для упругого тела через закон Гука:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon}.$$

При описании движения невязкой жидкости будем пользоваться формулировкой уравнений в терминах потенциала скорости ϕ : $\dot{\mathbf{u}}_f = -\nabla\phi$. Тогда давление в жидкости определяется выражением $p = \rho_f \dot{\phi}$. Уравнения движения для жидкой среды в вариационной форме

$$\int_V^{(f)} \delta(\nabla\phi)^* \rho_f \nabla\phi dV - \omega^2 \int_V^{(f)} c^{-2} \rho_f \delta\phi^* \phi dV = \frac{1}{i\omega} \int_{\partial V}^{(f)} \rho_f \delta(\nabla\phi)^* \mathbf{t} d\Gamma + \frac{1}{i\omega} \int_V^{(f)} \delta(\nabla\phi)^* \mathbf{f} dV, \quad (3)$$

где $c = \sqrt{\lambda/\rho_f}$ – скорость звука в жидкости.

Свяжем вертикальную ось скважины с направлением оси Z системы координат. Тогда значения искоемых величин в плоскости поперечного сечения скважины можно аппроксимировать системой базисных функций на сетке конечных элементов [14]:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(x, y, k, \omega) &= \mathbf{N}_u(x, y) \mathbf{U}^{(j)}(k, \omega) e^{i(kz - \omega t)} \\ \phi(x, y, k, \omega) &= \mathbf{N}_\phi(x, y) \Phi^{(j)}(k, \omega) e^{i(kz - \omega t)} \end{aligned} \quad (4)$$

С учётом условий на границе раздела жидкости и твёрдого тела при подстановке неизвестных (4) в уравнения (2) и (3) задача может быть записана в форме [7, 15]:

$$(\mathbf{K}_1 + ik\mathbf{K}_2 + k^2\mathbf{K}_3 - \omega^2\mathbf{M} + i\omega\mathbf{P})\hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{F}} \quad (5)$$

где матрицы \mathbf{K}_1 , \mathbf{K}_2 , \mathbf{K}_3 , \mathbf{M} , \mathbf{P} формируются из значений объёмных и поверхностных интегралов в уравнениях (2) и (3) на элементах.

Для каждого заданного значения частоты ω задача (5) может быть сведена к обобщённой задаче на собственные значения, решением которой являются пары собственных значений и векторов $[k_m, \hat{\mathbf{U}}_m]$, соответствующие различным волновым модам системы. При наличии эффективного алгоритма отбора собственных векторов, возможно выделить отдельные компоненты волнового поля, такие как дипольные моды в скважине. Рассмотрев значения выбранного собственного решения в области скважины можно получить направление поляризации моды на конкретной частоте. Имея данные на совокупности частот в определенном диапазоне, можно судить о частотной зависимости поляризации волн. Сравнение результатов моделирования таких зависимостей с данными полученными прямой обработкой временных измерений с приемников приведены в разделе 5.

4 Результаты обработки Alford rotation

Влияние несимметричности формы скважины на результат работы упомянутых алгоритмов определения главных направлений анизотропного тела рассмотрим на примере эллиптических скважин в ТИ породах Bakken Shale и Cotton Valey Shale. Обе породы относятся к классу глинистых сланцев и имеют скорость распространения поперечных волн превышающую скорость звука в жидкости в скважине (быстрые породы). Значение упругих постоянных материалов приведены в таблице 1. Ось симметрии ТИ породы наклонена по отношению к оси скважины под углом 90° (НТИ), в плоскости поперечного сечения скважины ось повернута относительно осей эллипса на $\theta = 45^\circ$. Определение угла θ является задачей алгоритма. В расчетах использовались скважины размерами полуосей 12.70×10.16 см (5×4 дюймов) и 15×10 см с соотношением полуосей эллипса соответственно 25% и 50%. Полное описание рассматриваемых моделей можно найти в таблице 2.

Метод спектральных элементов (SEM) использовался для моделирования результатов каротажных измерений, полученные записи с приёмников были поданы на вход исследуемых алгоритмов обработки. В качестве сигнала дипольного акустического источника в скважине была взята производная вейвлета Блэкмана-Харриса с центральной частотой 4 кГц. Полученные в результате обработки значения углов приведены в таблице 3.

Таблица 1: Параметры упругих анизотропных материалов

Название	Плотность кг/м ³	Упругие модули, ГПа					
		C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{33}	C_{44}	C_{66}
Cotton Valey Shale	2640	74.73	14.75	25.29	58.84	22.05	29.99
Bakken Shale	2230	40.9	10.3	8.5	26.9	10.5	15.3

Таблица 2: Параметры модельных задач

Обозначение	Геометрия, см	Материал породы
Модель 1	Эллиптическая 12.70 × 10.16	Bakken Shale
Модель 2	Эллиптическая 15.00 × 10.00	Bakken Shale
Модель 3	Эллиптическая 12.70 × 10.16	Cotton Valey Shale
Модель 4	Эллиптическая 15.00 × 10.00	Cotton Valey Shale

Величина E_{cr}^n/E_t^n относительной энергии суммы недиагональных компонент \mathbf{D} , полученной после поворота на найденный угол матрицы измерений, характеризует степень адекватности применяемых методик и достоверность результатов. На модельных данных в недиагональных компонентах остается от 1 до 3% энергии. При этом значения углов значительно отличаются от заданного значения в 45°. Для сравнения, при обработке модельных измерений для цилиндрической скважины в анизотропной породе E_{cr}^n/E_t^n имеет существенно меньшие значения порядка 10^{-7} для обоих алгоритмов и точное совпадение значений углов.

Применение модифицированного метода Прони [13] к исходным трассам измерений позволяет построить дисперсионные кривые для гармоник сигнала с наиболее высокой амплитудой. В моделируемых задачах они соответствуют двум главным дипольным модам (рис. 1). Аналогичные кривые также были построены по результатам расчётов полуаналитическим методом конечных элементов (SAFE) и нанесены на графики для проверки точности. Опираясь на дисперсионные кривые, можно выделить диапазон низких частот, в котором скорость распространения волн оказывается ближе всего к скоростям поперечных волн в породе.

Как видно из таблицы 4, обработка данных, пропущенных через низкочастотный фильтр выделенного диапазона, может давать оценки углов, значительно отличающиеся от нефильтрованного случая. Также отметим что, при обработке фильтрованных данных наблюдается заметная неортогональность между направлениями поляризации дипольных мод на низких частотах и почти полностью ортогональная ориентация вдоль осей деформации формы скважины на высоких частотах. Следующий раздел будет посвящен более подробному обсуждению вопроса связи этих результатов с настоящей физической поляризацией распространяющихся волн.

5 Сравнение с SAFE

Применение SAFE позволяет сопоставить ранее полученные значения углов с рассчитанными направлениями поляризации дипольных мод в рамках используемой математической модели породы. После применения частотной фильтрации к исходному сигналу выделим частоту в спектре сигналов приемников с максимальной энергией и построим собственные решения для двух дипольных мод на этой частоте. Учитывая более узкий частотный диапазон в фильтрованном сигнале, поляризация этих решений по нашему предположению должно быть близко результатам обработки Alford rotation. На рисунке 2 приведено

Таблица 3: Результаты расчетов

	θ_1^o	θ_1^n	θ_2^o	θ_2^n	$\Delta\theta^n$	E_{cr}^o/E_t^o	E_{cr}^n/E_t^n
Модель 1	15.56	14.72	-74.44	-73.92	1.36	0.0299	0.0298
Модель 2	8.39	8.12	-81.61	-81.56	0.32	0.0169	0.0168
Модель 3	3.26	3.04	-86.74	-86.66	0.30	0.0075	0.0075
Модель 4	1.63	1.78	-88.37	-88.42	0.00	0.0064	0.0064

* здесь θ_1^o, θ_2^o и θ_1^n, θ_2^n соответствуют результатам, полученным ортогональной и неортогональной версией алгоритма. Величина E_{cr}/E_t обозначает отношение энергии недиагональных компонент матрицы измерений к полной энергии.

Таблица 4: Результаты расчетов с применением фильтров

	θ_1^o	θ_1^n	θ_2^o	θ_2^n	$\Delta\theta^n$	E_{cr}^o/E_t^o	E_{cr}^n/E_t^n
Модель 1	15.56	14.72	-74.44	-73.92	1.36	0.0299	0.0297
Модель 1 с НЧФ 3	49.41	40.46	-40.59	-35.41	14.13	0.0204	0.0124
Модель 1 с ВЧФ 1	14.01	13.25	-75.99	-75.58	1.17	0.0039	0.0038
Модель 2	8.39	8.12	-81.61	-81.56	0.32	0.0169	0.0169
Модель 2 с НЧФ 3	41.21	25.71	-48.79	-31.97	32.32	0.2210	0.1199
Модель 2 с ВЧФ 2	7.54	10.22	-82.46	-82.63	2.84	0.0110	0.0101
Модель 3	3.26	3.04	-86.74	-86.66	0.30	0.0075	0.0075
Модель 3 с НЧФ 4	48.42	39.73	-41.58	-35.50	14.77	0.0974	0.0701
Модель 3 с ВЧФ 3	2.77	3.26	-87.23	-87.43	0.69	0.0045	0.0045
Модель 4	1.63	1.78	-88.37	-88.42	0.00	0.0064	0.0064
Модель 4 с НЧФ 4	6.03	7.73	-83.97	-56.60	25.67	0.0789	0.0726
Модель 4 с ВЧФ 3	1.49	2.04	-88.51	-88.71	0.74	0.0184	0.0183

* здесь θ_1^o, θ_2^o и θ_1^n, θ_2^n соответствуют результатам, полученным ортогональной и неортогональной версией алгоритма. Величина E_{cr}/E_t обозначает отношение энергии недиагональных компонент матрицы измерений к полной энергии.

сравнение значений углов из таблицы 4 для моделей 1 и 2 с рассчитанными профилями амплитуды давления собственных векторов на частотах 3.29 кГц и 5.52 кГц, соответствующих максимумам энергии в спектре фильтрованных данных.

Представленные данные хорошо демонстрируют, что неортогональная версия Alford rotation дает более близкие оценки направлений поляризации дипольных волн на низких частотах. Поляризация в этом частотном диапазоне практически не отличается для случаев с эллиптичностью 25% и 50%. При этом направления поляризации основных мод, полученные по результатам моделирования SAFE, не совпадают с заданной ориентацией оси симметрии трансверсально-изотропной породы. Этот факт подтверждает неприменимость классического подхода оценки главных направлений ТИ породы в задачах такого типа.

Отметим, что близкие на первый взгляд к 45° значения угла классического ортогонального Alford rotation являются лишь случайным совпадением осредненных реальных поляризаций мод на этих частотах с заданным значением в модели. В пользу последнего утверждения также говорит и тот факт, что энергия недиагональных компонент при ортогональной обработке почти на 10% выше.

Результаты обработки нефильтрованного сигнала в рассмотренных задачах, как вид-

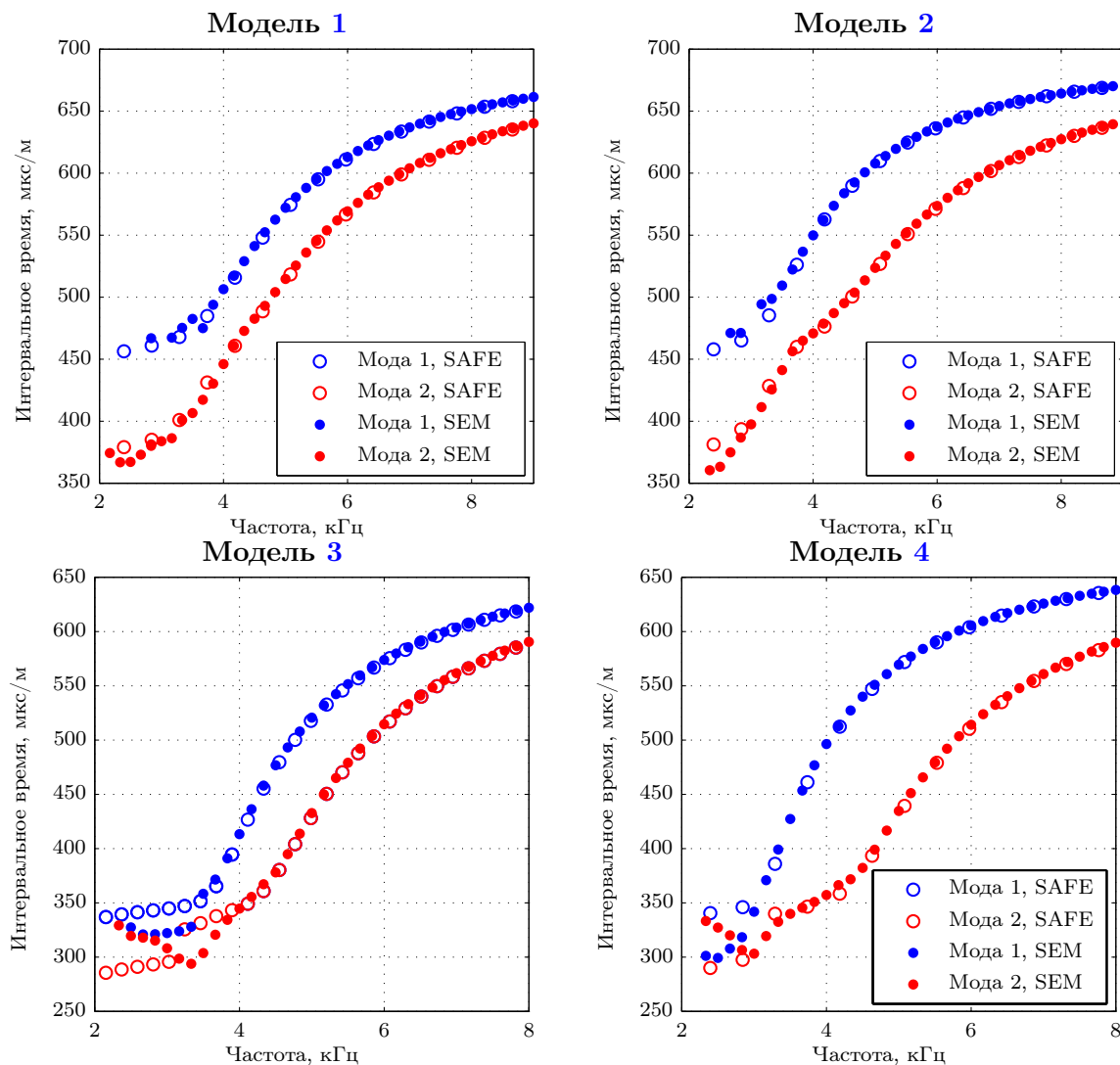


Рис. 1: Дисперсионные кривые для основных задач.

но из данных таблиц, близки ориентацией мод на высоких частотах. Интересно, что при этом поляризация мод почти ортогональна и может не совпадать геометрически с ориентацией полуосей эллипса поперечного сечения скважины (см. модель 1-2), как в случае с изотропной породой. При увеличении степени эллиптичности ствола это различие сокращается. Таким образом, даже при корректной (с точки зрения диагонализации матрицы измерений) работе алгоритма полученное значение угла на направление главной оси анизотропного материала может не отвечать ни физическим свойствам породы, ни геометрии задачи.

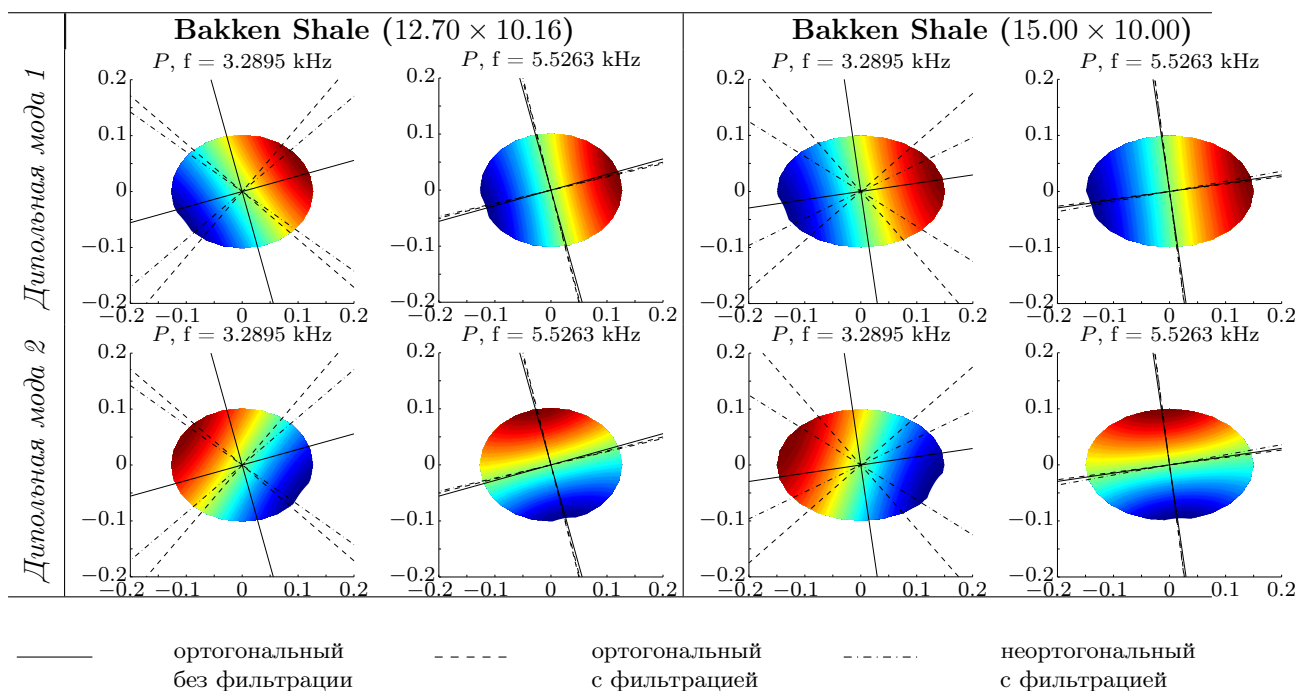


Рис. 2: Результаты расчетов собственных векторов для Модели 1 и Модели 2

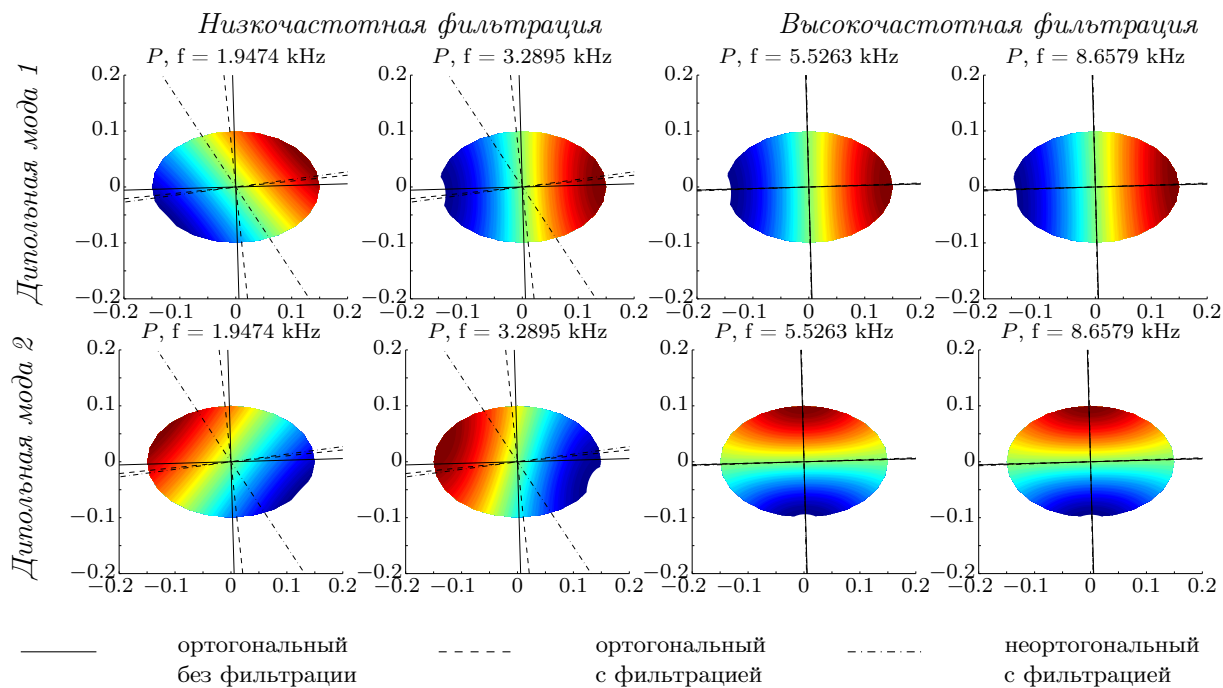


Рис. 3: Результаты расчетов собственных векторов для Модели 4

6 Заключение

Как следует из данного исследования, результаты обработки каротажных измерений в быстрых породах ортогональными и неортогональными методами, основанными на диагонализации матрицы измерений, в значительной части определяются поляризацией нормальных мод на высоких частотах. При этом на примере расчета задачи нецилиндрической скважины в породе Bakken shale показано, что эти результаты могут не соответствовать главным направлениям анизотропной породы, что является серьезным недостатком при оценке этого параметра в задачах интерпретации.

Применение частотной фильтрации позволяет получить более точные оценки главных направлений анизотропной породы, однако требует учёта возможной неортогональности этих направлений. При исследовании пород с высокой степенью симметрии тензора упругих постоянных, ортогональность на низких частотах можно считать маркером корректности решения задачи.

Приведённый в статье материал демонстрирует возможности спектральных методов, схожих с полуаналитическим методом конечных элементов (SAFE), по анализу и интерпретации отдельных аспектов волнового поля в скважинах. Имея полученные из данных каротажа оценки упругих свойств анизотропной породы, при помощи численного моделирования SAFE можно проводить коррекцию полученных значений направлений, опираясь на невязку с модельными углами на нескольких выбранных частотах в зависимости от частотного спектра источника. Высокая скорость расчетов, а также возможность расширения метода на среды с более общим типом анизотропии, среды с затуханием и преднапряженных пород, открывает широкие перспективы применения рассмотренной методики при обработке каротажных измерений.

Список литературы

- [1] D. Patterson and X. M. Tang. Shear wave anisotropy measurement using cross-dipole acoustic logging: An overview. *Petrophysics*, 42(2), 2001.
- [2] R. M. Alford. Shear data in the presence of azimuthal anisotropy: Dilley Texas. In *1986 SEG Annual Meeting*, pages 476–479. Society of Exploration Geophysicists, 1986.
- [3] J. Dellinger, J. Etgen, and B. Nolte. Symmetric alford diagonalization. *1998 SEG Annual Meeting*, 1998.
- [4] B. Nolte, R. Rao, and X. Huang. Dispersion analysis of split flexural waves. Technical Report 1993, Massachusetts Institute of Technology. Earth Resources Laboratory, 1997.
- [5] C. J. Randall. Modes of noncircular fluid-filled boreholes in elastic formations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 89(3):1002–1016, 1991.
- [6] D. Komatitsch, C. Barnes, and J. Tromp. Wave propagation near a fluid-solid interface: A spectral element approach. *Geophysics*, 65(2):623–631, March 2000.
- [7] I. Bartoli, A. Marzani, F. L. di Scalea, and E. Viola. Modeling wave propagation in damped waveguides of arbitrary cross-section. *Journal of Sound and Vibration*, 295:685–707, 2006.
- [8] M. J. P. Musgrave. *Crystal Acoustics: Introduction to the Study of Elastic Waves and Vibrations in Crystals*. Holden-Day, San Francisco, 1970.
- [9] J. Dellinger, B. Nolte, and J. T. Etgen. Alford rotation, ray theory, and crossed-dipole geometry. *Geophysics*, 66(2):637, 2001.

- [10] B. Nolte and A. C. H. Cheng. Estimation Of Nonorthogonal Shear Wave Polarizations And Shear Wave Velocities From Four-Component Dipole Logs. Technical report, Massachusetts Institute of Technology. Earth Resources Laboratory, 1996.
- [11] D. Komatitsch and J. Tromp. Introduction to the spectral element method for three dimensional seismic wave propagation. *Geophysical Journal International*, 139:806–822, 1999.
- [12] M. Charara, A. Vershinin, E. Deger, D. Sabitov, and G. Pekar. 3D spectral element method simulation of sonic logging in anisotropic viscoelastic media. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2011*, pages 432–437, January 2011.
- [13] M. P. Ekstrom. Dispersion estimation from borehole acoustic arrays using a modified matrix pencil algorithm. In *Proceedings of ASILOMAR-29*, pages 449–453, Pacific Grove, CA, USA, 1995. IEEE.
- [14] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor. *Finite Element Method (5th Edition) Volume 1 - The Basis*. Elsevier, April 2000.
- [15] Fabien Treyssède and Laurent Laguerre. Numerical and analytical calculation of modal excitability for elastic wave generation in lossy waveguides. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(6):3827–37, 2013.

А Фильтрация данных

Таблица 5: Параметры применяемых фильтров

Оконные фильтры

Обозначение	Величина окна, мс	Интервальное время, мкс/м
ОФ-1	0.5	987
ОФ-2	1.0	400
ОФ-3	0.5	320
ОФ-4	0.5	650
ОФ-5	0.6	320
ОФ-6	0.5	400

Низкочастотные фильтры

Обозначение	Частота дискретизации, Гц	A_{pass} , дБ	A_{stop} , дБ	F_{pass} , Гц	F_{stop} , Гц
НЧФ-1	1194892	1	80	4000	5000
НЧФ-2	1194892	1	80	5000	6000
НЧФ-3	-	1	80	3000	4000
НЧФ-4	-	1	80	3000	3500

Высокочастотные фильтры

Обозначение	Частота дискретизации, Гц	A_{pass} , дБ	A_{stop} , дБ	F_{pass} , Гц	F_{stop} , Гц
ВЧФ-1	1194892	1	80	5000	4000
ВЧФ-2	1194892	1	80	6000	5000
ВЧФ-3	-	1	80	7000	6000