

Bildungsstandards und Inhaltsfelder

Das neue Kerncurriculum für Hessen
Primarstufe

MATHEMATIK

Impressum

Bildungsstandards und Inhaltsfelder – Das neue Kerncurriculum für Hessen

Herausgeber: Hessisches Kultusministerium
Luisenplatz 10
65185 Wiesbaden

Telefon: 06 11 / 368 0
Fax: 06 11 / 368 2096
E-Mail: poststelle@hkm.hessen.de
Internet: www.kultusministerium.hessen.de

INHALT

Teil A.....	5
1 Konzept – Struktur – Perspektiven	5
2 Überfachliche Kompetenzen	8
Teil B.....	11
3 Kompetenzorientierung und Beitrag des Faches zur Bildung	11
4 Kompetenzbereiche des Faches.....	12
5 Inhaltliche Konzepte des Faches	14
6 Bildungsstandards und Inhaltsfelder.....	16
6.1 Bildungsstandards und Inhaltsfelder am Ende der Jahrgangsstufe 4	16
6.2 Kompetenzentwicklung in den Jahrgangsstufen 1 / 2.....	20
6.3 Schwerpunktsetzungen in den Inhaltsfeldern (Übersicht)	21
7 Synopse.....	22

Teil A

1 Konzept – Struktur – Perspektiven

Konzeptionelle Grundlagen

Das neue Kerncurriculum für Hessen ist die verbindliche curriculare Grundlage für den Unterricht an hessischen Schulen in allen Fächern der Primarstufe und der Sekundarstufe I. Wesentliches Merkmal und Anliegen seiner Konzeption ist die Darstellung eines kumulativen Kompetenzaufbaus von Jahrgang 1 bis zur Jahrgangsstufe 10 in einem einheitlichen Format. Im Mittelpunkt steht das, was alle Kinder und Jugendlichen am Ende ihrer schulischen Laufbahn (bzw. nach bestimmten Abschnitten ihres Bildungsweges) können und wissen sollen. Dies führt zur Beschreibung von Kompetenzen, die zu einem bestimmten Zeitpunkt von allen Lernenden erwartet werden. Kompetenzen werden dabei verstanden als Verbindung von Wissen und Können – Wissen soll transferierbar und in Anwendungssituationen nutzbar sein. Damit richtet sich der Blick nicht nur auf Wissenselemente, die sich zu einem Gesamtverständnis verknüpfen sollen, sondern auch auf weitere Bedingungen der erfolgreichen Bewältigung kognitiver Anforderungen. Hierzu zählen Strategien zum Erwerb von Wissen und dessen Nutzung und Anwendung sowie personale und soziale Dispositionen, Einstellungen und Haltungen. Im Zusammenwirken dieser Komponenten erfüllt sich der Anspruch einer umfassenden Persönlichkeitsbildung; er realisiert sich in der erfolgreichen und verantwortungsvollen Bewältigung aktueller Anforderungssituationen.

Damit greift das neue Kerncurriculum für Hessen die fachdidaktisch und pädagogisch begründeten Bildungs- und Erziehungsziele der bisherigen Lehr- und Bildungspläne auf. Die Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz als länderübergreifender Bildungsplan sind im hessischen Kerncurriculum berücksichtigt und konkretisiert.

Es beschränkt sich aber darauf, die angestrebten Ergebnisse des Lernens in Form von Könnenserwartungen (Bildungsstandards) darzustellen. Diese beschreiben zum einen Kompetenzen, die bis zu bestimmten Abschnitten des jeweiligen Bildungsweges erworben sein sollten („lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen“). Zum anderen legen die Bildungsstandards die Leistungsanforderungen zum Abschluss eines Bildungsganges fest. Bildungsstandards sind als Regelstandards formuliert und in Kompetenzbereiche gegliedert.

Die für den Kompetenzerwerb grundlegenden und unverzichtbaren Wissenselemente eines Faches und deren Verknüpfungen sind in Form von Inhaltsfeldern und deren inhaltlichen Schwerpunkten formuliert. Wichtige Schlüsselbegriffe, die für das Verstehen von Bedeutung sind, konkretisieren die inhaltlichen Zusammenhänge und unterstützen die thematische Strukturierung.

Bildungsstandards und Inhaltsfelder stehen in einem korrespondierenden Verhältnis zueinander: Kompetenzen werden – im Sinne vernetzten Lernens – an geeigneten Inhalten in lebensweltlich bedeutsamen Zusammenhängen erworben. Als dritte wesentliche Komponente rücken überfachliche Kompetenzaspekte (s. Kap. 2) besonders in den Blick.

Im Folgenden wird die Struktur des hessischen Kerncurriculums genauer erläutert.

Struktur und Gliederung

Kapitel 2 „Überfachliche Kompetenzen“ – Bedeutung überfachlicher Kompetenzen im Kontext fachlichen Kompetenzerwerbs (vgl. auch „Hessischer Referenzrahmen Schulqualität“ sowie „Bildungs- und Erziehungsplan für Kinder von 0–10 Jahren in Hessen“).

Kapitel 3 „Kompetenzorientierung und Beitrag des Faches zur Bildung“ – Bedeutung und Verantwortung des Faches und damit verbundene Zielvorstellungen für den Kompetenzerwerb der Lernenden.

Kapitel 4 „Kompetenzbereiche des Faches“ – Beschreibung und Strukturierung der allgemeinen fachlichen Kompetenzen in Kompetenzbereichen.

Kapitel 5 „Inhaltliche Konzepte des Faches“ – Erläuterung der grundlegenden inhaltlichen Konzepte des Faches.



Kapitel 6 (bzw. 6.1 Primarstufe) „Bildungsstandards und Inhaltsfelder“ – Darstellung der Bildungsstandards und Zuordnung von Inhaltsfeldern bezogen auf den Abschluss bzw. auf das Ende der Jahrgangsstufe 4. Beschreibung wesentlicher Eckpunkte der Kompetenzentwicklung in den Jahrgangsstufen 1/2 (Kapitel 6.2) und Synopsen inhaltlicher Schwerpunktsetzungen in verschiedenen Fächern (Kapitel 6.3), nur Primarstufe.

Kapitel 7 „Synopse“ (Primarstufe) – Synoptische Darstellung der Bildungsstandards am Ende der Jahrgangsstufe 4 und der sich jeweils daran anschließenden „lernzeitbezogenen Kompetenzerwartungen“ bzw. Bildungsstandards (bezogen auf den Mittleren Bildungsabschluss).

Kapitel 7 „Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen und Inhaltsfelder“ (Sekundarstufe I) – „Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen“ in Form von Standards und Inhaltsfeldern in Doppeljahrsgängen (in der überwiegenden Zahl der Fächer). Hierbei sind die jeweils gültigen Stundentafeln berücksichtigt. In einigen Fächern sind inhaltliche Schwerpunktsetzungen synoptisch dargestellt.

Kapitel 8 „Synopsen“ (nur Sekundarstufe I)

Zum Umgang mit dem neuen Kerncurriculum für Hessen

Gestaltung schuleigener Curricula

Das neue Kerncurriculum für Hessen bildet die Grundlage für die Entwicklung schulinterner Curricula. Die Kompetenzformulierungen und Inhaltsfelder sind auf die wesentlichen Aspekte, den Kern eines Faches, fokussiert und stellen die zentralen Ankerpunkte für die Ausgestaltung der jeweiligen Fachcurricula dar. Dies bietet zum einen eine Orientierung für schulische Entwicklungs- und Planungsprozesse, eröffnet aber auch Gestaltungsräume, um Interessen und Neigungen der Lernenden situationsbezogen in die curriculare Planung einzubeziehen bzw. regionale und schulspezifische Besonderheiten zu berücksichtigen. Damit wird das schuleigene Curriculum zum Bindeglied zwischen dem Kerncurriculum und der individuellen Unterrichtsgestaltung.

Bei der schulinternen curricularen Planung im jeweiligen Fach werden die wesentlichen Komponenten des Kerncurriculums weiter konkretisiert und im Unterricht über einen langen Zeitraum so zusammengeführt, dass sich Kompetenzen kumulativ entwickeln können.

Das Fachcurriculum bildet – ausgehend von den Abschlusserwartungen – die einzelnen Schritte des Kompetenzaufbaus ab. Diese Art der Konkretisierung und Umsetzung des hessischen Kerncurriculums bietet Anlass für eine gemeinsame Reflexion und Verständigung in den Fach- bzw. Planungsteams über Ziele und erfolgreiche Wege des Lernens und die angestrebte Kompetenzentwicklung der Lernenden sowohl im Fach als auch über die Fächergrenzen hinaus.

Im Sinne vernetzten Lernens ist eine Verknüpfung der verschiedenen Kompetenzbereiche und Inhaltsfelder untereinander notwendig. Für das Verständnis größerer Zusammenhänge ist es darüber hinaus unabdingbar, Kompetenzbereiche und Inhaltsfelder auch über die Fächergrenzen hinaus zu vernetzen, domänen spezifische, auch überfachliche Kongruenzen zu bestimmen und fachübergreifende Synergien zu nutzen. Auch sollten Prinzipien einer kompetenzorientierten Gestaltung von Lernwegen, Diagnostik und individueller Förderung sowie geeignete Formen der Leistungsbewertung in der curricularen Planung verankert werden. Die gemeinsame Planungs- und Gestaltungsarbeit baut hierbei auf bereits erarbeiteten Konzepten auf, geht bereits eingeschlagene Wege der Unterrichts- und Schulentwicklung weiter und initiiert neue Entwicklungsprozesse.

2 Überfachliche Kompetenzen

Im Entwicklungsprozess der Lernenden kommt dem Aufbau überfachlicher Kompetenzen eine besondere Bedeutung zu. Dabei geht es um ein Zusammenwirken von Fähigkeiten und Fertigkeiten, personalen und sozialen Dispositionen sowie Einstellungen und Haltungen. Den Lernenden wird hierdurch ermöglicht, in der Schule, in ihrem privaten und auch in ihrem künftigen beruflichen Leben Herausforderungen anzunehmen und erfolgreich und verantwortungsvoll zu meistern. Zu einer Entwicklung in diesem Sinne tragen alle Fächer gemeinsam bei.

Mit Blick auf die überfachlichen Kompetenzen wird im neuen Kerncurriculum für Hessen zwischen vier zentralen Bereichen – mit ihren Dimensionen und Aspekten – unterschieden:

Personale Kompetenz: Diese umfasst jene Fähigkeiten, Einstellungen und Haltungen, die es Lernenden ermöglichen, selbstbestimmt und eigenverantwortlich zu handeln. Ausgangspunkt hierfür sind eine realistische *Selbstwahrnehmung*, Autonomieerleben und Selbstwirksamkeit. Das Bewusstsein für eigene Potenziale ist Voraussetzung zur Entwicklung eines positiven *Selbstkonzepts*. Auf dieser Basis entwickeln sich ein positives Selbstbild und Selbstvertrauen. Zur personalen Kompetenz gehören auch Aspekte der *Selbstregulierung* wie die Fähigkeit, sich situationsangemessen zu verhalten und das eigene Handeln durch selbstgewählte Zielsetzungen zu steuern. Dies drückt sich auch darin aus, auf die eigene Gesundheit und das Wohlbefinden zu achten.

Sozialkompetenz: Hierbei geht es um die Fähigkeit und Bereitschaft, in sozialen Beziehungen zu leben und diese aktiv mitzugestalten. Grundlage für die Entwicklung sozialer Kompetenz ist *soziale Wahrnehmungsfähigkeit*. Im Miteinander bauen die Lernenden positive Beziehungen auf, entwickeln *Rücksichtnahme und Solidarität* und setzen sich für andere ein. Gemeinsames Arbeiten gelingt durch *Kooperation und Teamfähigkeit*. Bei auftretenden Spannungen setzen sich die Lernenden mit den eigenen sowie den Ansichten und Absichten anderer auseinander, suchen nach Lösungen und tragen dadurch zu einem angemessenen *Umgang mit Konflikten* bei. Die Lernenden übernehmen Verantwortung für sich und andere und nehmen Möglichkeiten, die Gemeinschaft mitzugestalten, wahr. So erleben sie sich als Teil eines Gemeinwesens und wachsen schrittweise in ihre *gesellschaftliche Verantwortung*, unter Beachtung der demokratischen Grundwerte, hinein. Auf der Basis der eigenen kulturellen Identität zeigen sie sich aufgeschlossen gegenüber anderen Kulturen und tragen so zur *interkulturellen Verständigung* bei.

Lernkompetenz: Sie zeigt sich in der Fähigkeit, variable Anforderungssituationen und Aufgaben mithilfe geeigneter Strategien und Arbeitsmethoden zu erschließen sowie den Lern- und Arbeitsprozess als solchen wahrzunehmen und seine Ergebnisse reflektieren zu können (metakognitive Kompetenz). *Problemlösekompetenz* zeigt sich darin, Probleme zu analysieren, (alternative) Lösungswege zu planen und letztlich Entscheidungen zu treffen. *Arbeitskompetenz* ermöglicht es, einen Arbeitsplan zu erstellen und diesen dann schrittweise umzusetzen. Die Entwicklung der Lernkompetenz vollzieht sich im Aufbau altersgemäßer Modelle des „Lernen Lernens“ und eines in dieser Perspektive zunehmend selbstständigen Arbeitens. Ein planvolles Vorgehen und eine angemessene Zeiteinteilung bei der Bewältigung von Aufgaben sind Ausdruck dieses Prozesses. Zur Lern- und Arbeitskompetenz gehört in diesem Zusammenhang unverzichtbar die Dimension der *Medienkompetenz*. Der Einsatz unterschiedlicher Medien und elementarer technischer Anwendungen, der Einsatz von Medien zur Information und Präsentation sowie eine kritische Mediennutzung schaffen die Voraussetzung, um in der heutigen Informations- und Mediengesellschaft kompetent und verantwortungsvoll zu handeln.

Sprachkompetenz: Im Rahmen der Entwicklung von Sprachkompetenz kommt dem Aufbau und der Sicherung der *Lesekompetenz* sowie der *Schreibkompetenz* im Hinblick auf eine adressatenbezogene

und sachgerechte mündliche und schriftliche Sprachverwendung eine besondere Bedeutung zu. Ohne ein angemessenes Leseverständnis sind erfolgreiche Lernprozesse auf Dauer nicht möglich. Lesekompetenz zeigt sich in der Fähigkeit, altersangemessenen Texten/Medien Informationen zu entnehmen, diese zu verstehen und in ihrem jeweiligen Kontext zu bewerten sowie Schlussfolgerungen ziehen zu können. Mit *Schreibkompetenz* erschließt sich den Lernenden die Möglichkeit, Gedanken schriftlich festzuhalten und zu kommunizieren; schrittweise lernen sie, Schreibformen zu unterscheiden, Schreibstrategien einzusetzen und Schreibnormen zu beachten. *Kommunikationskompetenz* setzt voraus, sich verständlich, an der Standardsprache orientiert, auszudrücken und sich an Gesprächen konstruktiv zu beteiligen. Die Lernenden entwickeln zunehmend die Fähigkeit, Kommunikations- und Interaktionssituationen aufmerksam wahrzunehmen und zu verfolgen. Dabei lernen sie, Rede- und Gesprächsformen zu unterscheiden und Rede- und Gesprächsstrategien anzuwenden.

Die angesprochenen vier Bereiche zeichnen sich dadurch aus, dass sie jeweils kognitions-, motivations- und handlungsbezogene Komponenten enthalten. Die hohe Komplexität sich überlagernder Teilespekte macht eine trennscharfe Unterscheidung der Kompetenzbereiche und ihrer Dimensionen nicht immer möglich. Gleichermaßen gilt für eine ausschließliche Zuordnung zu nur einem dieser Bereiche oder nur einer der Dimensionen. Auf eine Klassifizierung fachlicher und/oder überfachlicher Kompetenzen trifft dies gleichermaßen zu. Der Erwerb beider erfolgt daher notwendigerweise in enger Verbindung miteinander.

Im Unterschied zu den fachlichen Standards entziehen sich im Schulalltag die überfachlichen Kompetenzen weitgehend einer Normierung und empirischen Überprüfung. Insbesondere die Entwicklung personaler Kompetenzen ist durch schulische Erziehungs- und Bildungsprozesse nur in begrenztem Maße zu beeinflussen. Gleichwohl bietet die Schule den Lernenden Gelegenheiten zum verantwortlichen Handeln und zur Entwicklung eigener Potenziale. Zu berücksichtigen ist hierbei eine altersgemäß sinnvolle Gestaltung der Lernprozesse.

Im Folgenden werden die genannten vier überfachlichen Kompetenzbereiche in ihren Dimensionen und Aspekten weiter entfaltet.

Personale Kompetenz

- *Selbstwahrnehmung:* Die Lernenden nehmen ihre Interessen und Gefühle wahr und schätzen ihre Stärken und Schwächen realistisch ein. Sie entdecken ihre Gestaltungs- und Ausdrucksmöglichkeiten und entwickeln sie im Vertrauen auf die eigenen Fähigkeiten weiter.
- *Selbstkonzept:* Die Lernenden gehen mit Selbstvertrauen an die Lösung von Problemstellungen heran. Sie formulieren ihre Meinung und vertreten selbstbewusst ihre Interessen. Sie glauben daran, dass sie mit eigener Anstrengung ein Ziel erreichen können.
- *Selbstregulierung:* Die Lernenden formulieren Wünsche und Bedürfnisse und respektieren dabei die Wünsche und Bedürfnisse anderer. Sie drücken ihre Gefühle angemessen aus. Mit Situationen, Themen und Personen setzen sie sich kritisch auseinander und nehmen auch Kritik an. Sie reflektieren ihre Lernprozesse und Ergebnisse und setzen sich selbst Ziele.

Sozialkompetenz

- *Soziale Wahrnehmungsfähigkeit:* Die Lernenden nehmen unterschiedliche Bedürfnisse in sozialen Beziehungen wahr und zeigen Einfühlungsvermögen. Sie achten Andersartigkeit und Anderssein. Sie setzen sich für andere ein.

- *Rücksichtnahme und Solidarität:* Die Lernenden respektieren die Meinungen und Verhaltensweisen anderer. Sie helfen und unterstützen sich gegenseitig, gehen achtsam und unvoreingenommen mit anderen um.
- *Kooperation und Teamfähigkeit:* Die Lernenden halten sich an Regeln und Absprachen. Sie gehen auf andere ein und stimmen ihr Verhalten mit anderen ab. Sie bringen sich konstruktiv in die Gemeinschaft ein und kooperieren.
- *Umgang mit Konflikten:* Die Lernenden tragen Kritik konstruktiv vor, nehmen Kritik von anderen entgegen und reflektieren darüber. Sie sind in der Lage, um Verzeihung zu bitten und können anderen verzeihen. Sie setzen sich für faire Konfliktlösungen ein.
- *Gesellschaftliche Verantwortung:* Sie übernehmen Verantwortung für ihr eigenes Verhalten in der Gemeinschaft. Sie treten aktiv für ein gemeinschaftliches Ziel ein und treffen gemeinsam Entscheidungen. Sie nutzen ihre Möglichkeiten der Mitgestaltung und Mitsprache.
- *Interkulturelle Verständigung:* Die Lernenden nehmen unterschiedliche Verhaltensweisen von Menschen aus anderen Ländern wahr und deuten sie als kulturtypische Gewohnheiten. Sie sind aufgeschlossen gegenüber anderen Kulturen und arbeiten mit Kindern verschiedener Herkunft zusammen.

Lernkompetenz

- *Problemlösekompetenz:* Die Lernenden bearbeiten Fragestellungen und kommen dabei zu sachgerechten Lösungen. Sie setzen sich selbst Ziele und reflektieren über Arbeitsprozess und Arbeitsergebnis. Sie planen ihre Arbeit und setzen sie schrittweise um. Dazu nutzen sie verfügbare Informationen.
- *Arbeitskompetenz:* Die Lernenden nutzen Strategien zur Lösung von Aufgaben, wählen Arbeitsmethoden anforderungsbezogen aus und wenden sie sachgerecht an.
- *Medienkompetenz:* Die Lernenden nutzen anforderungsbezogen unterschiedliche Medien gestalterisch und technisch. Sie dokumentieren ihre Lern- und Arbeitsergebnisse auch prozessbezogen und präsentieren Lern- und Arbeitsergebnisse mithilfe geeigneter Medien. Sie nutzen Neue Medien verantwortungsvoll und kritisch.

Sprachkompetenz

- *Lesekompetenz:* Die Lernenden lesen und rezipieren Texte unterschiedlicher Text-/Medienformen und wenden dabei verschiedene Strategien an. Sie entnehmen Informationen aus unterschiedlichen Text-/Medienformen und verstehen sie im jeweiligen Kontext. Sie denken über unterschiedliche Texte nach und nehmen dazu begründet Stellung.
- *Schreibkompetenz:* Die Lernenden verfassen eigene Texte sach- und adressatengerecht unter Berücksichtigung elementarer Schreibnormen.
- *Kommunikationskompetenz:* Die Lernenden hören anderen aufmerksam zu, drücken sich in Kommunikationssituationen verständlich aus und beteiligen sich konstruktiv an Gesprächen. Sie nehmen Kommunikations- und Interaktionsprozesse wahr und reflektieren sie.

Teil B

3 Kompetenzorientierung und Beitrag des Faches zur Bildung

Das Unterrichtsfach Mathematik sieht sich in der Tradition der kulturellen Entwicklung. Mathematik bildet eine Grundlage für die Bewältigung von Anforderungen aus der unmittelbaren Lebenswelt und zur Gestaltung der Zukunft durch die Lernenden. Das Unterrichtsfach Mathematik legt zusammen mit anderen Fächern das Fundament, damit sich die Bildung der Lernenden entfalten kann, und ist Voraussetzung für das lebenslange Lernen. In Verbindung mit der Ausbildung innermathematischer Strategien und deren flexibler Nutzung wird die Denkfähigkeit erweitert. Die mathematische Bildung ermöglicht es, sich im Alltag zu orientieren und sich konstruktiv mit den Entwicklungen in der Gesellschaft auseinanderzusetzen.

Der Mathematikunterricht der Grundschule greift die mathematischen Alltagserfahrungen der Kinder auf, vertieft und erweitert sie durch die Gestaltung geeigneter Lernangebote und Lernumgebungen. Auf dieser Grundlage entwickeln die Lernenden allgemeine mathematische Kompetenzen. Den Kindern wird durchgängig Gelegenheit gegeben, mathematische Inhalte darzustellen, über Mathematik zu kommunizieren, zu argumentieren, mit symbolischen, formalen und technischen Elementen umzugehen, selbstständig und mit anderen Probleme zu lösen und zu modellieren. Allgemeine mathematische Kompetenzen werden in der aktiven Auseinandersetzung mit den Inhaltsfeldern Muster und Strukturen, Zahl und Operation, Raum und Form, Größen und Messen sowie Daten und Zufall systematisch erworben.

Die Prozesse des Mathematiklernens sind ebenso wichtig wie die Lernprodukte. Im Vordergrund steht hierbei der Aufbau positiver Einstellungen und Grundhaltungen zur Mathematik. Das Fach Mathematik rückt die Entwicklung der Kompetenzen in den Kompetenzbereichen Darstellen, Kommunizieren, Argumentieren, Umgehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen, Problemlösen und Modellieren in den Mittelpunkt des Lernens. Ziel ist es, die Freude an der Mathematik und die Entdeckerhaltung der Kinder zu fördern und zu stärken.

Voraussetzung hierfür ist die Gestaltung einer Lernumgebung, die Eigenaktivität und Neugier der Lernenden anregt. Besteht eine lernförderliche Atmosphäre mit wertschätzender Haltung, fordert der Unterricht Lernende heraus und bereichert das gemeinsame Lernen und Arbeiten. Dazu gehört, dass Fehler als Lösungsversuche zugelassen und diese als Anlass zum Austausch über Vorgehensweisen genutzt werden. Unterschiedliche Lernerfahrungen werden aufgegriffen und individuelle Lernmöglichkeiten berücksichtigt. Lernende setzen sich Ziele und arbeiten allein und mit anderen an herausfordernden Lernaufgaben.

4 Kompetenzbereiche des Faches



Abb. 1: Kompetenzbereiche

Die Kinder entwickeln im Fach Mathematik Kompetenzen in sechs Kompetenzbereichen: **Darstellen, Kommunizieren, Argumentieren, Umgehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen, Problemlösen und Modellieren**. Die Kompetenzbereiche verdeutlichen die Art und Weise der Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten und sind ein wesentlicher Teil der Bildung. Der Erwerb von Kompetenzen fördert eine positive Einstellung und Grundhaltung zum Fach und ist nicht an einzelne mathematische Inhalte gebunden.

Darstellen

Darstellen bedeutet, vorgegebene Darstellungsformen auszuwählen und zu nutzen sowie eigenständig Darstellungen zu entwickeln. Die Lernenden stellen eigene Denkprozesse und Vorgehensweisen nachvollziehbar dar. Dies geschieht handelnd, verbal und schriftlich. Die Lernenden übertragen eine Darstellung in eine andere, vergleichen und bewerten diese.

Kommunizieren

Das Kommunizieren über mathematische Zusammenhänge wird deutlich sowohl im Beschreiben eigener Denkprozesse und Vorgehensweisen als auch im Verstehen, Nachvollziehen und Überprüfen der Äußerungen anderer. Die Lernenden verwenden dabei die mathematischen Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht. Bei der gemeinsamen Bearbeitung von Aufgaben diskutieren sie Lösungsstrategien und Lösungswege.

Argumentieren

Mathematisches Argumentieren umfasst das Formulieren von Fragen und Vermutungen, das Erklären von Beziehungen und Gesetzmäßigkeiten sowie das Beschreiben von Lösungswegen und das Begründen.

den von Zusammenhängen. Die Lernenden überprüfen mathematische Aussagen auf ihre Korrektheit und vollziehen Lösungswege nach. Dabei wägen sie Vor- und Nachteile von Lösungswegen ab.

Umgehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen

Mathematische Symbole, Verfahren und Werkzeuge dienen dazu, Zusammenhänge strukturiert darzustellen. Die Lernenden übersetzen die symbolische und formale Sprache in Umgangssprache und umgekehrt. Sie setzen Mess- und Zeichenwerkzeuge sachgerecht und anforderungsbezogen ein.

Problemlösen

Mathematisches Problemlösen ist erforderlich, wenn in einer Situation nicht unmittelbar ein Lösungsweg ersichtlich ist, sondern eine Strategie ausgewählt oder entwickelt werden muss. Die Lernenden erschließen Zusammenhänge, reflektieren Lösungsideen und übertragen die Erkenntnisse auf ähnliche Sachverhalte.

Modellieren

Beim Modellieren geht es darum, eine realitätsbezogene Situation durch den Einsatz mathematischer Mittel zu verstehen, zu strukturieren und einer Lösung zuzuführen sowie Mathematik in der Realität zu erkennen und zu beurteilen. Die Lernenden entnehmen aus Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen und bearbeiten sie mithilfe eines mathematischen Modells. Sie finden innermathematische Lösungen und beziehen diese auf die Ausgangssituation. Anschließend bewerten die Lernenden das gewählte Modell. Sie übertragen Terme, Gleichungen und bildliche Darstellungen in reale, kindnahe Situationen.

Kompetenzentwicklung im Kontext anderer Fächer

Lernende erwerben Kompetenzen – in Verantwortung für sich und andere – mit dem Ziel der Erschließung und Aneignung von Welt. Die komplexe Aufgabe der Entwicklung und Förderung **überfachlicher** Kompetenzen (s. Kap. 2) kann nur in gemeinsamer Verantwortung aller Fächer und der gesamten Schulgemeinde bewältigt werden.

Im Hinblick auf die Entwicklung **fächerverbindender** und **fachübergreifender** Kompetenzen gilt es, Fächergrenzen zu überwinden und unter Schwerpunktsetzungen die Kompetenzbereiche des Faches mit denen anderer Fächer zu vernetzen. So können Synergien ermittelt und genutzt werden.

Für die Lernenden ist diese Vernetzung zugleich Voraussetzung und Bedingung dafür, Kompetenzen in vielfältigen und vielschichtigen Anforderungssituationen zu erwerben.

5 Inhaltliche Konzepte des Faches

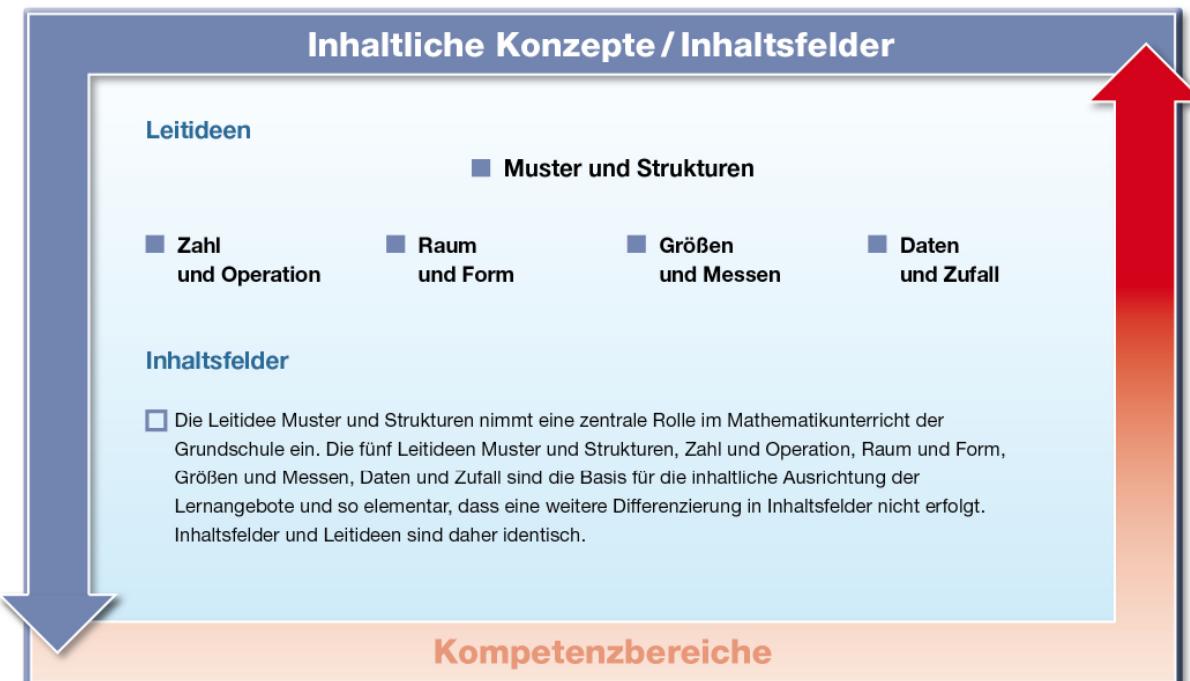


Abb. 2: Leitideen / Inhaltsfelder

Die fünf Leitideen **Muster und Strukturen**, **Zahl und Operation**, **Raum und Form**, **Größen und Messen**, **Daten und Zufall** sind die Basis für die inhaltliche Ausrichtung der Lernangebote und so elementar, dass eine weitere Differenzierung in Inhaltsfelder nicht erfolgt. Inhaltsfelder und Leitideen sind daher identisch. Die Benennung der Leitideen in der Primarstufe und der Sekundarstufe erfolgt übereinstimmend.

Muster und Strukturen

Mathematik wird in der Fachdidaktik als Wissenschaft der Muster und Strukturen gesehen. Diese Leitidee nimmt eine zentrale Rolle im Mathematikunterricht der Grundschule ein. Daher sind wesentliche Aspekte das Erkennen, Beschreiben und Darstellen von Gesetzmäßigkeiten und funktionalen Beziehungen.

Zahl und Operation

Die wesentlichen inhaltlichen Schwerpunkte des Inhaltsfeldes sind Zahldarstellungen, Zahlbeziehungen, Rechenoperationen und das Rechnen in Zusammenhängen, die eng miteinander verbunden sind und aufeinander aufbauen. Sie bilden die Grundlage für alle Rechenfähigkeiten.

Raum und Form

Das Inhaltsfeld beinhaltet die Orientierung im Raum und die Entwicklung der Raumvorstellung, das Erkennen, Benennen und Darstellen von geometrischen Figuren, Abbildungen und Körpern sowie das Vergleichen und Messen von Flächen und Rauminhalten.

Größen und Messen

Schwerpunkte sind in diesem Inhaltsfeld die Entwicklung von Größenvorstellungen, Kenntnissen und Fertigkeiten beim Umgang mit Größen sowie die Bearbeitung von Sachsituationen.

Daten und Zufall

Das Inhaltsfeld beschreibt das Erheben und Darstellen von Daten in Bezug auf konkrete Fragestellungen sowie das Vergleichen, Beurteilen und Bewerten von Wahrscheinlichkeiten einfacher Ereignisse in Zufallsexperimenten.

6 Bildungsstandards und Inhaltsfelder



Nachfolgend werden Bildungsstandards – gegliedert nach Kompetenzbereichen – und Inhaltsfelder, die für den Kompetenzerwerb unverzichtbare inhaltliche Zusammenhänge darstellen, aufgeführt.

6.1 Bildungsstandards und Inhaltsfelder am Ende der Jahrgangsstufe 4

Kompetenzbereiche

Bildungsstandards

Darstellen

Die Lernenden können

- geeignete Darstellungen für das Bearbeiten mathematischer Probleme auswählen und nutzen,
- Darstellungen entwickeln,
- eine Darstellung in eine andere übertragen,
- Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten.

Kommunizieren

Die Lernenden können

- Vorgehensweisen beschreiben,
- Lösungswege anderer nachvollziehen,
- Lösungswege gemeinsam reflektieren,
- eingeführte mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden.

Argumentieren

Die Lernenden können

- mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen,
- Vermutungen über mathematische Zusammenhänge äußern,
- Begründungen formulieren,
- Lösungswege vergleichen und bewerten.

Umgehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen

Die Lernenden können

- neben der Umgangssprache auch Fachsprache nutzen,
- in Sachzusammenhängen Fachsprache in Umgangssprache übersetzen und umgekehrt sowie geeignete Symbole verwenden,
- Kontrollverfahren zur Überprüfung von Ergebnissen ausführen,
- Mess- und Zeichengeräte sachgerecht und anforderungsbezogen einsetzen.

Problemlösen

Die Lernenden können

- in Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen und Zusammenhänge erfassen und diese in eigenen Worten formulieren,
- Lösungsstrategien entwickeln und auf ähnliche Sachverhalte übertragen,
- Ergebnisse reflektieren,
- Lösungswege reflektieren.

Modellieren

Die Lernenden können

- kurzen Sachtexten und einfachen Darstellungen aus der Lebenswirklichkeit Informationen entnehmen,
- Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen,
- innermathematische Aspekte der Problemstellung sachgerecht bearbeiten,
- Probleme mathematisch lösen und diese Lösungen wieder auf die Ausgangssituation beziehen,
- das gewählte Modell bewerten,
- zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren.

Inhaltsfelder

Die oben genannten Bildungsstandards und die nachfolgenden Inhaltsfelder stehen in einem korrespondierenden Verhältnis: In der aktiven Auseinandersetzung mit den wesentlichen Aspekten der Inhaltsfelder und deren Zusammenhängen entwickeln die Lernenden anwendungsbezogenes Wissen und Können.

Inhaltsfelder		Bezüge zu Kompetenzbereichen
Muster und Strukturen	<p>Durch die Auseinandersetzung mit Gesetzmäßigkeiten von geometrischen und arithmetischen Mustern sowie strukturierten Zahldarstellungen lassen sich Einsichten in operative Strukturen gewinnen und Erkenntnisse daraus nutzen. Daneben ist das Erfassen von funktionalen Beziehungen (Proportionalität) in Sachsituationen, Tabellen und grafischen Darstellungen von Bedeutung. Im aktiven Erforschen, Fortsetzen, Umgestalten und Selbsterzeugen gilt es, Regelmäßigkeiten, Wiederholungen und Beziehungen im Umgang mit Mustern und Strukturen zu erkennen, zu beschreiben und zu nutzen.</p>	Alle benannten Kompetenzbereiche können mit den Inhaltsfeldern verknüpft werden.
Zahl und Operation	<p>Eine sichere Orientierung im Zahlenraum bis 1.000.000 und ein Verständnis vom Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems dienen als Grundlage für den Umgang mit Mathematik. Hierbei kommt der Entwicklung von Zahlvorstellungen, Zahlbeziehungen und der Darstellung von Zahlen eine besondere Bedeutung zu. Auf dieser Basis lassen sich innerhalb dieses Zahlenraumes auch problemhafte Fragestellungen aus der kindlichen Lebenswelt mithilfe der vier Grundoperationen bewältigen.</p> <p>Dabei gilt es, die einzelnen Lösungsschritte auf die Sachsituation zu beziehen, die Ergebnisse auf Plausibilität zu überprüfen und zu entscheiden, ob eine Überschlagsrechnung anstelle eines genauen Ergebnisses ausreicht. Sachsituationen lassen sich systematisch variieren.</p> <p>Lösungen einfacher kombinatorischer Aufgaben ergeben sich durch Probieren oder systematisches Vorgehen. Hierzu dienen das Beherrschten der Grundaufgaben des Kopfrechnens, die halbschriftlichen und schriftlichen Rechenverfahren (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division) sowie deren flexible Anwendung unter Nutzung von Rechengesetzen und Rechenvorteilen. Die entsprechenden Fachbegriffe präzisieren Beschreibungen und Begründungen.</p>	

Raum und Form	<p>Durch die handelnde Auseinandersetzung (Sortieren, Messen, Herstellen, Untersuchen) mit ebenen Figuren und Körpern sowie deren Modellen wächst die Fähigkeit, diese selbst und deren geometrische Eigenschaften sowie einfache Abbildungen (auch Achsensymmetrie, symmetrische Muster) auch in der Umwelt zu erkennen und zu benennen. Durch Zeichnen mit Hilfsmitteln und das Freihandzeichnen lassen sich geometrische Figuren und Abbildungen darstellen.</p> <p>Das Erkennen, Beschreiben und Nutzen räumlicher Beziehungen (Pläne, Wege, Anordnungen, Ansichten), die Entwicklung räumlichen Vorstellungsvermögens und das In-Beziehung-Setzen zweidimensionaler Darstellungen unterstützen die Orientierung im Raum. Durch Zerlegen und Auslegen mit Einheitsflächen werden Umfang und Flächeninhalte ebener Figuren vergleich- und messbar. Mit Einheitswürfeln lassen sich Rauminhalte bestimmen und vergleichen.</p>	
Größen und Messen	<p>Das Inhaltsfeld Größen und Messen stellt ein wichtiges Bindeglied zwischen den Inhaltsfeldern Zahl und Operation und Raum und Form dar. Durch Messprozesse (Vergleichen, Schätzen, Messen) auch mithilfe von Repräsentanten der Standardeinheiten sowie geeigneten Standardeinheiten selbst entwickeln sich Größenvorstellungen in den Größenbereichen Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte, Flächen- und Rauminhalte. Dies bildet die Grundlage für den Umgang mit Größen in Sachsituationen.</p> <p>Das Lösen von alltagsnahen Sachproblemen mit Größen erfordert darüber hinaus einen sicheren Umgang mit der Umwandlung von Maßeinheiten. Maßzahlen als einfache Bruchzahlen erschließen sich durch im Alltag gebräuchliche Maße.</p>	
Daten und Zufall	<p>Die Sammlung und Strukturierung von Daten erfolgt auf der Grundlage von Beobachtungen, Untersuchungen und Experimenten. Das Erfassen von Daten in tabellarischer Form, in Schaubildern und Diagrammen und ihre Weiterverarbeitung (Häufigkeiten) erhöhen ihren Informationsgehalt und machen die Informationsentnahme übersichtlich.</p> <p>Durch einfache Zufallsexperimente und deren Beurteilung erhalten die Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeit (wahrscheinlich, unmöglich, sicher) einen mathematischen Gehalt und bewerten Gewinnchancen.</p>	

6.2 Kompetenzentwicklung in den Jahrgangsstufen 1 / 2

Der Kompetenzerwerb im Fach Mathematik beginnt bereits im vorschulischen Bereich und wird in der Schule dem Lern- und Entwicklungsstand des Kindes entsprechend handelnd angebahnt und weiterentwickelt: Kompetenzen werden systematisch und schrittweise aufgebaut und in der aktiven Auseinandersetzung mit Inhalten erworben.

Mathematisches Grundwissen beinhaltet Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten wie die sichere Orientierung im Zahlenraum durch die Entwicklung von Zahlvorstellungen und durch das Verstehen von Zahlbeziehungen sowie das Beherrschen der Grundrechenarten. Weitere Aspekte sind der Aufbau von Größenvorstellungen, die Sammlung von Daten auf der Grundlage von Beobachtungen, Orientierungsvermögen im Raum und in der Ebene sowie Eigenschaften aufgrund von Symmetrie.

Grundlage für das Anfertigen von Darstellungen ist der sachgerechte Umgang mit einfachen Zeichengeräten. Die Beschäftigung mit Gesetzmäßigkeiten von arithmetischen und geometrischen Mustern ermöglicht Einsichten in operative Strukturen. Wichtig ist in diesen Prozessen das Entwickeln und Nutzen von Strategien und Handlungsmustern.

6.3 Schwerpunktsetzungen in den Inhaltsfeldern (Übersicht)

Die im Rahmen der Schwerpunktsetzungen erfolgte Zuordnung der in Klammern gesetzten Lerninhalte zu den Jahrgangsstufen 2 bzw. 4 ist nicht zwingend als festgelegte zeitliche Abfolge aufzufassen, sondern versteht sich vielmehr als Orientierungshilfe.

Inhaltsfelder	Schwerpunktsetzungen
Muster und Strukturen	<ul style="list-style-type: none">• Gesetzmäßigkeiten in Mustern• Strukturierte Zahldarstellungen (wie die Hunderttafel)• Funktionale Beziehungen in Sachsituationen, Tabellen und grafischen Darstellungen (Proportionalität)• Geometrische und arithmetische Muster
Zahl und Operation	<ul style="list-style-type: none">• Zahldarstellung und Zahlbeziehungen (Jahrgangsstufe 2: im Zahlenraum bis 100; Jahrgangsstufe 4: im Zahlenraum bis 1.000.000)• Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems• Grundrechenarten (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division)• Umkehroperationen• Sachsituationen (auch Kombinatorik)
Raum und Form	<ul style="list-style-type: none">• Geometrische Figuren und Abbildungen – auch in der Umwelt• Zwei- und dreidimensionale Darstellungen• Orientierung im Raum• Umfang ebener Figuren• Flächen- und Rauminhalte
Größen und Messen	<ul style="list-style-type: none">• Rechnen mit Größen (Jahrgangsstufe 2: Geldwerte, Längen, Zeitspannen; Jahrgangsstufe 4: Gewichte, Flächen- und Rauminhalte)• Umgang mit Größen in Sachsituationen• Mess- und Zeichengeräte
Daten und Zufall	<ul style="list-style-type: none">• Sammlung, Strukturierung und Darstellung von Daten• Informationsentnahme aus grafischen Darstellungen• Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeit• Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten

7 Synopse

Bildungsstandards am Ende der Jahrgangsstufe 4		Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 (Realschule)
Darstellen		
Die Lernenden können		Die Lernenden
<ul style="list-style-type: none"> ■ geeignete Darstellungen für das Bearbeiten mathematischer Probleme auswählen und nutzen, ■ Darstellungen entwickeln, ■ eine Darstellung in eine andere übertragen, ■ Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten. 		<ul style="list-style-type: none"> ■ erkennen Grundstrukturen und Grundmuster in der Lebensumwelt wieder und stellen sie sachgerecht dar, ■ entwickeln Darstellungen, ■ verwenden unterschiedliche Darstellungsformen und beschreiben Beziehungen zwischen ihnen, ■ vergleichen Darstellungen miteinander und bewerten diese.
Kommunizieren		
<ul style="list-style-type: none"> ■ Vorgehensweisen beschreiben, ■ Lösungswege anderer nachvollziehen, ■ Lösungswege gemeinsam reflektieren, ■ eingeführte mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden. 		<ul style="list-style-type: none"> ■ beschreiben Vorgehensweisen, ■ vollziehen mathematische Argumentationen anderer nach und überprüfen sie, ■ präsentieren, erläutern und überprüfen ihre Arbeitsergebnisse, sowie die zu-grunde liegenden Überlegungen und Strategien, ■ verwenden die eingeführten Fachbegriffe und Darstellungen.

Bildungsstandards am Ende der Jahrgangsstufe 4		Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 (Realschule)
Argumentieren		
<ul style="list-style-type: none"> ■ mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ hinterfragen und verdeutlichen mathematische Sachverhalte und überprüfen diese, 	
<ul style="list-style-type: none"> ■ Vermutungen über mathematische Zusammenhänge äußern, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ äußern begründete Vermutungen über mathematische Zusammenhänge und stellen Vergleiche an, 	
<ul style="list-style-type: none"> ■ Begründungen formulieren, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ setzen mathematische Begriffe und deren anschauliche Konkretisierung zueinander in Beziehung, 	
<ul style="list-style-type: none"> ■ Lösungswege vergleichen und bewerten. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ beschreiben, vergleichen und bewerten unterschiedliche Verfahren, Lösungswege und Argumentationen. 	
Umgehen mit symbolischen, formalen und technischen Elementen		
<ul style="list-style-type: none"> ■ neben der Umgangssprache auch Fachsprache nutzen, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ deuten Variable als Platzhalter in Gleichungen zur symbolischen Darstellung mathematischer Probleme und Sachsituationen, 	
<ul style="list-style-type: none"> ■ in Sachzusammenhängen Fachsprache in Umgangssprache übersetzen und umgekehrt sowie geeignete Symbole verwenden, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ übersetzen in Sachzusammenhängen Fachsprache in Umgangssprache und umgekehrt und verwenden geeignete Symbole, 	
	<ul style="list-style-type: none"> ■ erstellen einfache Tabellen und Diagramme und entnehmen diesen Daten und Werte, 	
<ul style="list-style-type: none"> ■ Kontrollverfahren zur Überprüfung von Ergebnissen ausführen, 	<ul style="list-style-type: none"> ■ führen Lösungs- und Kontrollverfahren aus, 	
<ul style="list-style-type: none"> ■ Mess- und Zeichengeräte sachgerecht und anforderungsbezogen einsetzen. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ nutzen angemessene Mess- und Zeichengeräte wie Lineal, Geodreieck und Zirkel. 	

Bildungsstandards am Ende der Jahrgangsstufe 4	Lernzeitbezogene Kompetenzerwartungen am Ende der Jahrgangsstufe 6 (Realschule)
Problemlösen	
<ul style="list-style-type: none"> ■ in Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen und Zusammenhänge erfassen und diese in eigenen Worten formulieren, ■ Lösungsstrategien entwickeln und auf ähnliche Sachverhalte übertragen, ■ Ergebnisse reflektieren, ■ Lösungswege reflektieren. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ erfassen in Problemsituationen mögliche mathematische Fragestellungen, formulieren diese in eigenen Worten und entwickeln Lösungsideen, ■ wenden heuristische Problemlösestrategien und mathematische Verfahren zur Lösung einfacher Alltagsprobleme an, ■ entnehmen einer anwendungsbezogenen Problemstellung die zu ihrer Lösung relevanten Daten, ■ interpretieren Ergebnisse mit Blick auf das zu lösende Problem, ■ reflektieren Lösungswege.
Modellieren	
<ul style="list-style-type: none"> ■ kurzen Sachtexten und einfachen Darstellungen aus der Lebenswirklichkeit Informationen entnehmen, ■ Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, ■ innermathematische Aspekte der Problemstellung sachgerecht bearbeiten, ■ Probleme mathematisch lösen und diese Lösungen wieder auf die Ausgangssituation beziehen, ■ das gewählte Modell bewerten, ■ zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren. 	<ul style="list-style-type: none"> ■ entnehmen Sachtexten und Darstellungen aus der Lebenswirklichkeit Informationen, ■ übersetzen Sachprobleme der Realität in mathematische Modelle, ■ arbeiten innerhalb des mathematischen Modells, ■ interpretieren die im mathematischen Zusammenhang gewonnenen Lösungen in der Realsituation und überprüfen sie, ■ bewerten das gewählte Modell, ■ formulieren zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben.