

**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska**

Modelowanie i Identyfikacja

**Sprawozdanie z projektu II, zadanie 43
Identyfikacja modeli statycznych i dynamicznych**

**Konrad Winnicki
283423**

Warszawa, 13 czerwca 2018

Spis treści

Polecenie	2
Zadania obowiązkowe	3
1. Identyfikacja modeli statycznych	3
Wykres danych statycznych.....	3
Podział danych statycznych na zbiór uczący i weryfikujący.....	4
Statyczne modele metodą najmniejszych kwadratów.....	5
Najlepszy model statyczny.....	9
2. Identyfikacja modeli dynamicznych	10
Wykresy danych dynamicznych	10
Dynamiczne modele liniowe metodą najmniejszych kwadratów.....	12
Najlepszy dynamiczny model liniowy w trybie rekurencyjnym.....	18
Dynamiczne wielomianowe modele nieliniowe metodą najmniejszych kwadratów	19
Najlepszy dynamiczny wielomianowy model nieliniowy w trybie rekurencyjnym.....	37
Zadanie dodatkowe.....	38
Charakterystyka statyczna najlepszego dynamicznego wielomianowego modelu nieliniowego..	38

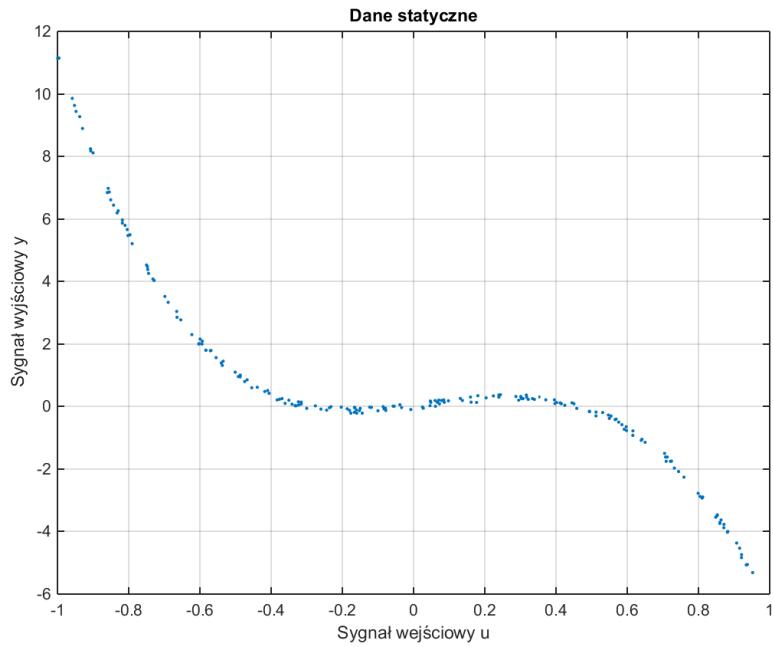
Polecenie

- W pliku danestat43.zip_ znajdują się dane statyczne zarejestrowane podczas pracy procesu (pierwsza kolumna – sygnał wejściowy u , druga kolumna – sygnał wyjściowy y , w kolejnych wierszach podane są kolejne próbki).
- Dane dynamiczne znajdują się w plikach danedynucz43.zip_ oraz danedynwer43.zip będące odpowiednio zbiorem uczącym i zbiorem weryfikującym (pierwsza kolumna – sygnał wejściowy u , druga kolumna – sygnał wyjściowy y , w kolejnych wierszach podane są próbki w kolejnych chwilach próbowania).
- Wykonać polecenia.

Zadania obowiązkowe

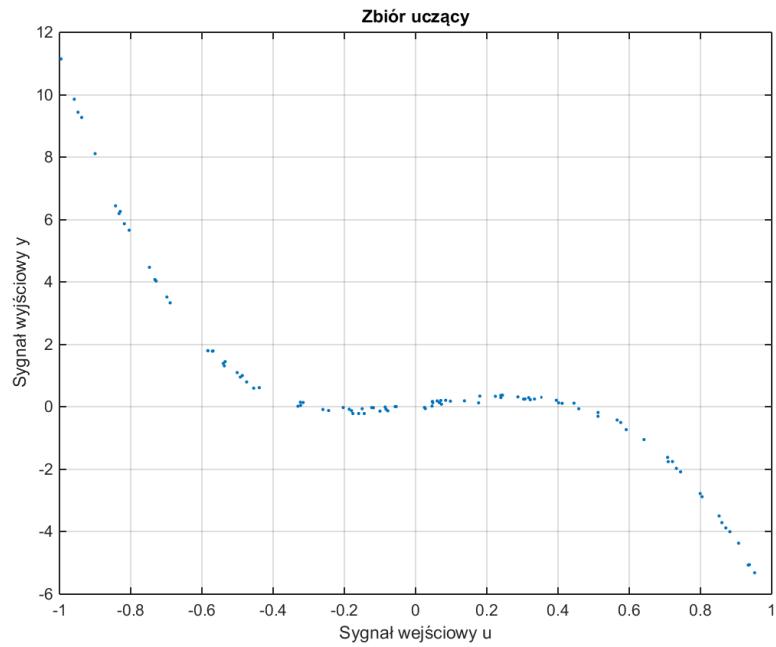
1. Identyfikacja modeli statycznych

Wykres danych statycznych

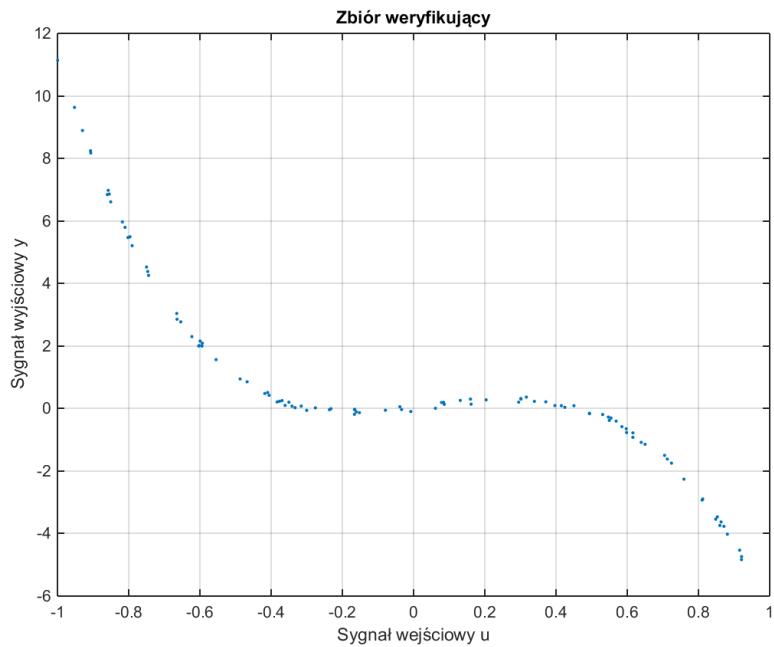


Podział danych statycznych na zbiór uczący i weryfikujący

Zbiór danych uczących

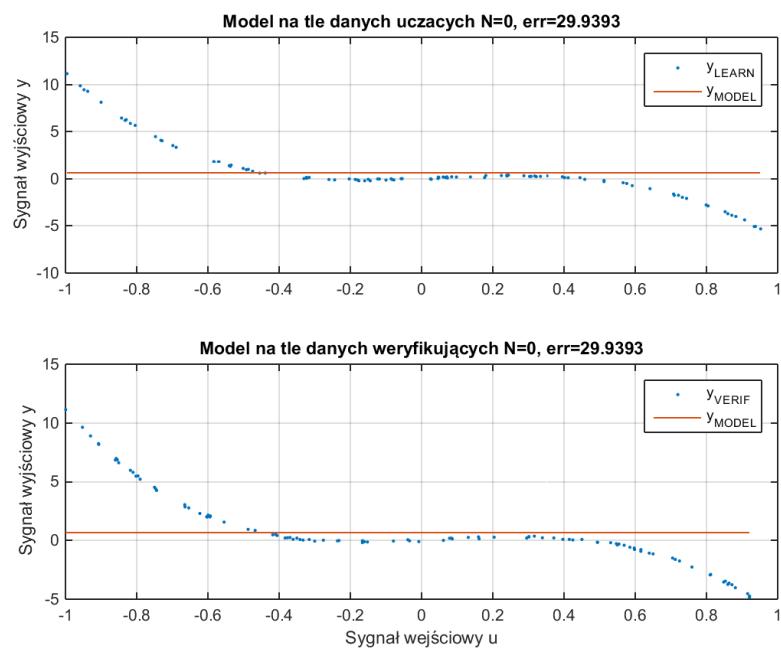


Zbiór danych weryfikujących

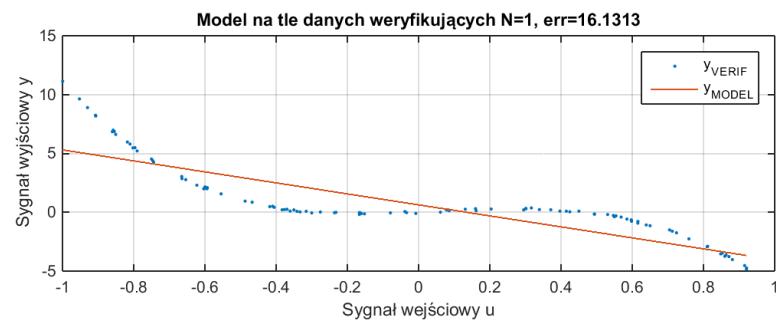
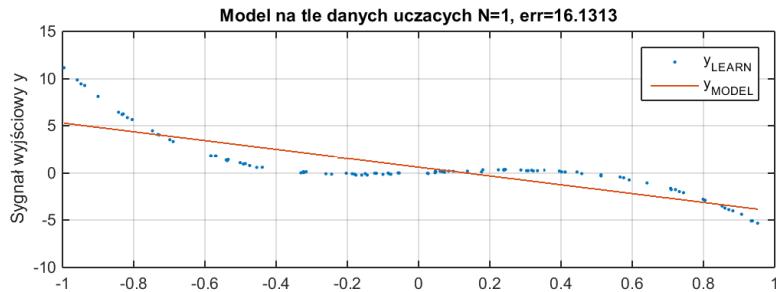


Statyczne modele metodą najmniejszych kwadratów

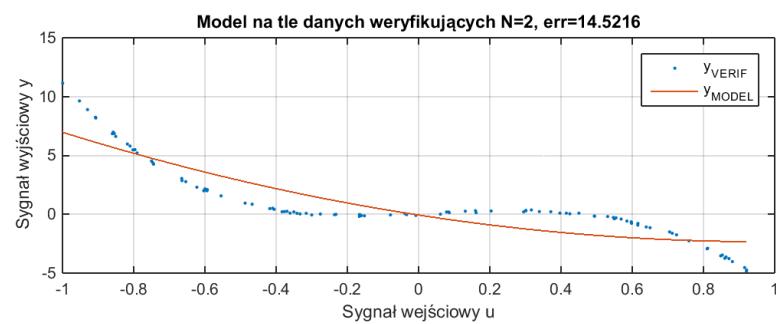
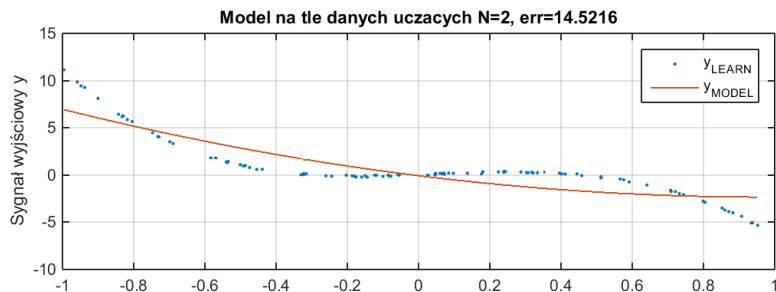
Model zerowego stopnia



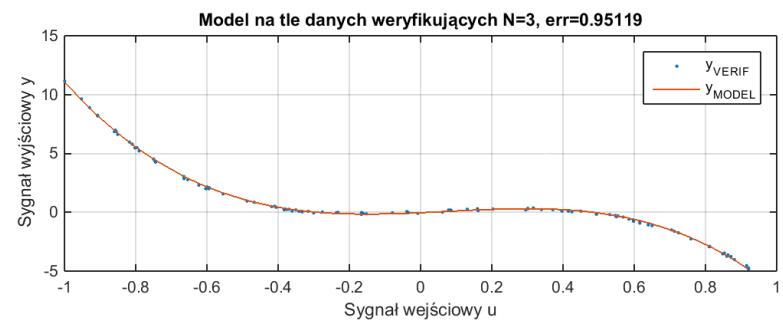
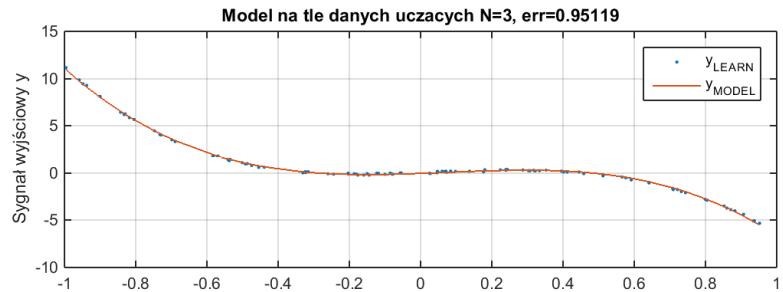
Model pierwszego stopnia



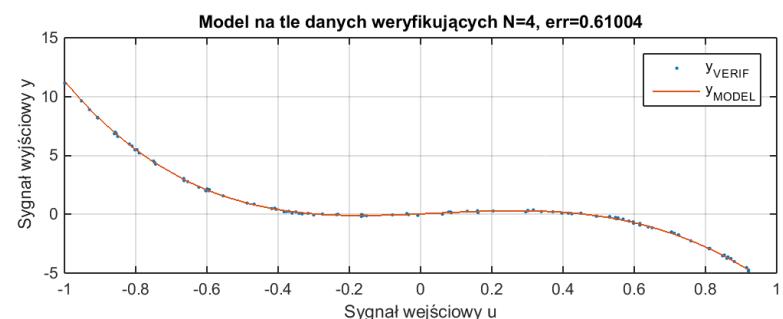
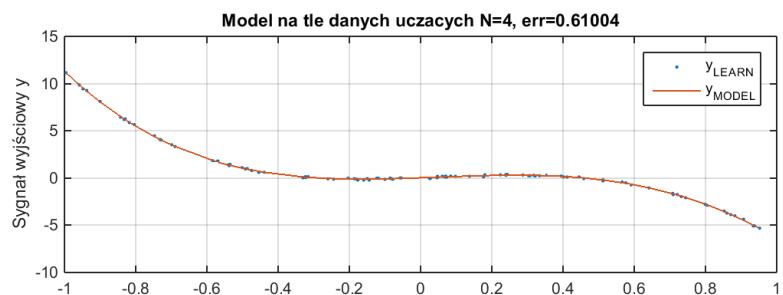
Model drugiego stopnia



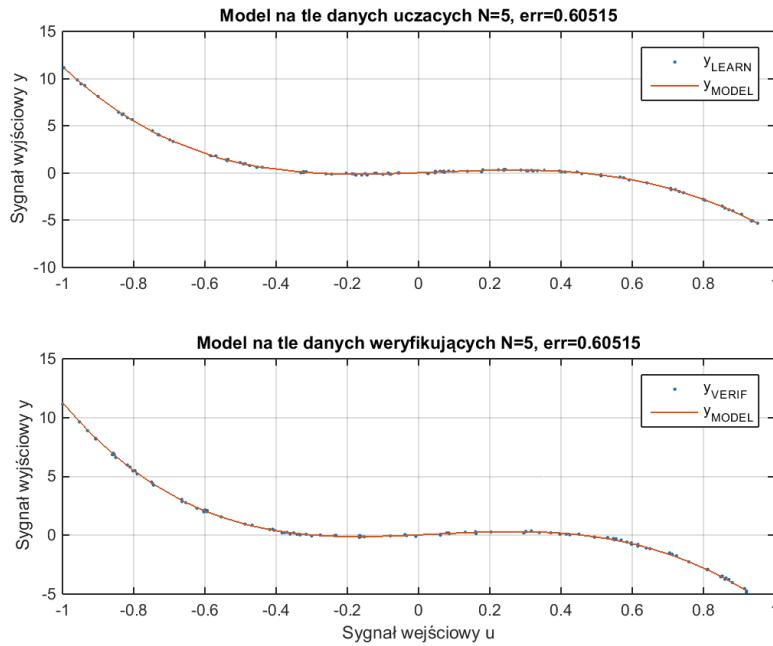
Model trzeciego stopnia



Model czwartego stopnia



Model piątego stopnia



Opis wykresów

- Obserwuję coraz to lepsze pokrycie modelu i danych uczących oraz weryfikacyjnych, szczególnie jest to zauważalne dla pierwszych czterech stopni modelu(0, 1, 2, 3), dalsze zmiany nie są aż tak wyraźne.
- Na podstawie wykresów szacuję, że model stopnia trzeciego jest najlepszym modelem.

Tabela błędów ekstrapolacji

Stopień	Learn	Verify
0	896,36	1000,94
1	260,22	277,09
2	210,88	210,92
3	0,90	0,83
4	0,37	0,51
5	0,37	0,51

- Tabela przedstawia błędy ekstrapolacji metodą najmniejszych kwadratów przy sprawdzaniu modelu danymi uczącymi i weryfującymi. Wybór najlepszego modelu statycznego polega na wybraniu takiego stopnia który daje w efekcie najmniejszą wartość błędu, a także zapewnia możliwie małą ilość współczynników.
- Obserwuję spadek błędu wraz ze wzrostem stopnia modelu.
- Tempo spadku jest malejące wraz ze wzrostem stopnia.
- Dla stopnia powyżej 4 wartość błędu zmienia się nieznacznie chwilami wzrastając – dalsze zwiększanie stopnia nie jest skuteczne.
- Na podstawie tabeli finalnie wybieram model stopnia trzeciego jako najlepszy.

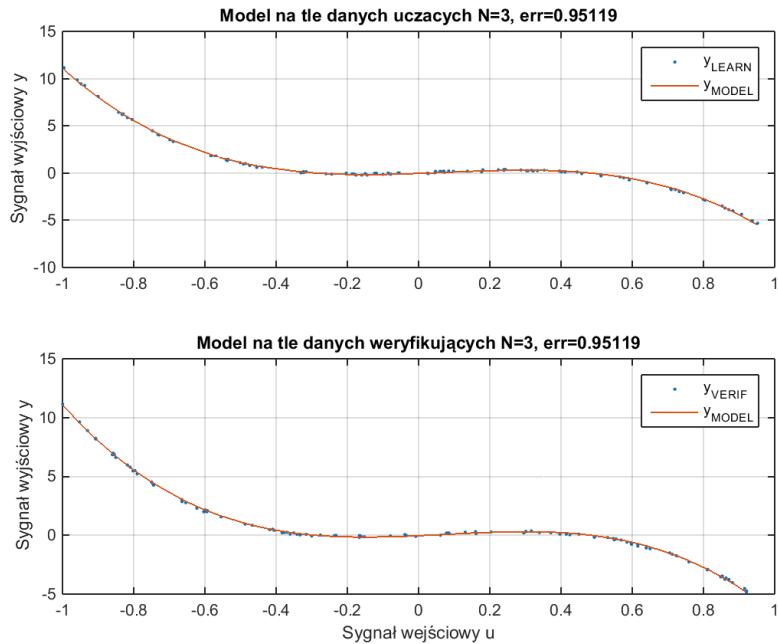
Najlepszy model statyczny

- Wybrany najlepszy model statyczny stopnia trzeciego.
- Równanie modelu statycznego:

$$y(u) = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3,$$

gdzie:

$$a = [-0.0405; \quad 1.3859; \quad 2.2666; \quad -10.2472]$$

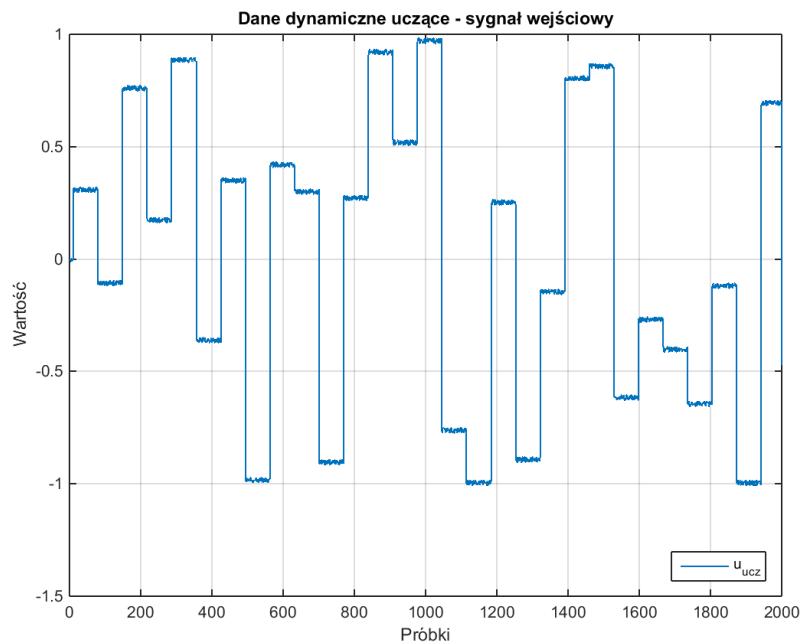


- Wybrany model statyczny trzeciego stopnia pokrywa zbiory danych uczących i weryfikujących w zadawalającym stopniu przy jednocześnie stosunkowo małej ilości współczynników.

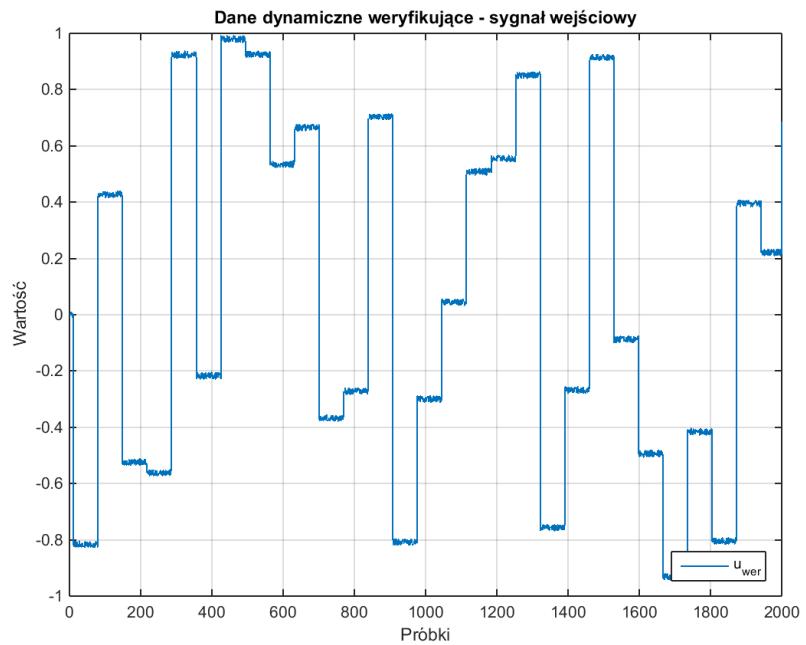
2. Identyfikacja modeli dynamicznych

Wykresy danych dynamicznych

Dane uczące, sygnał wejściowy u

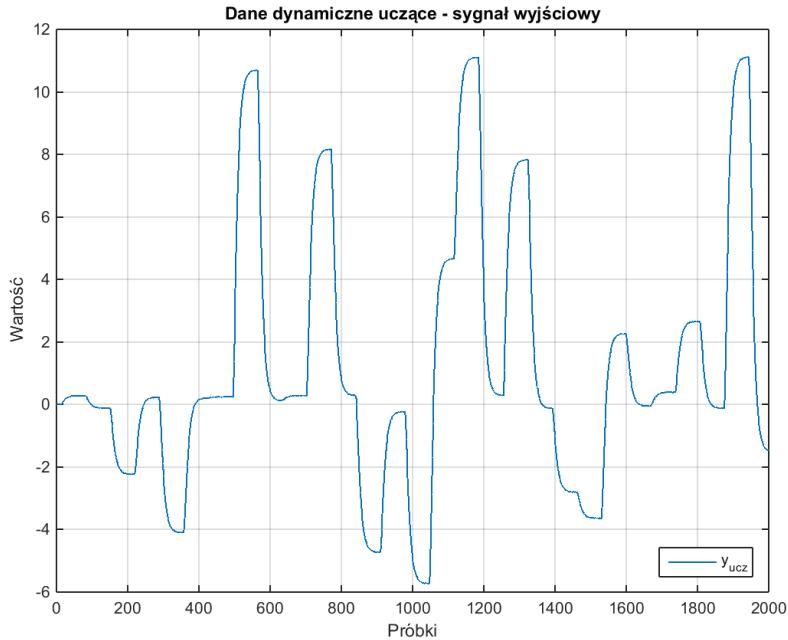


Dane weryfikujące, sygnał wejściowy u

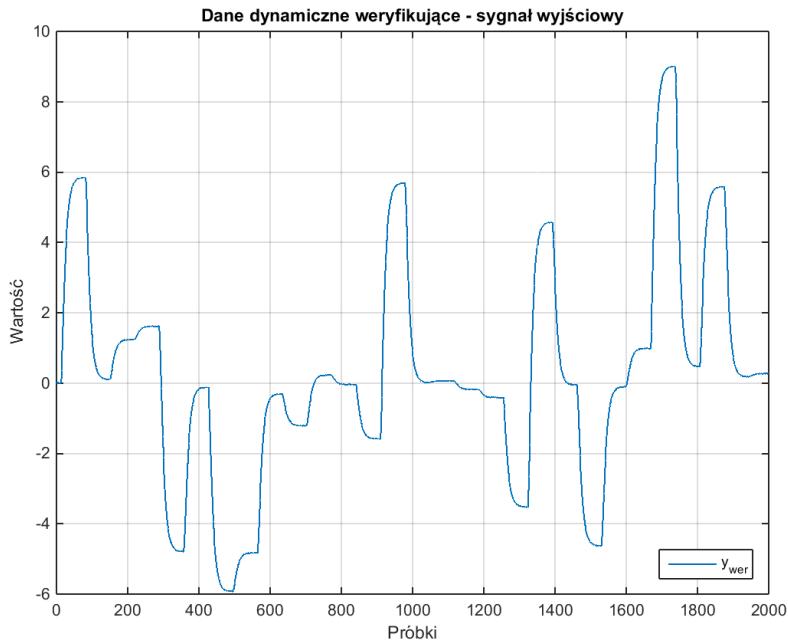


Dane weryfikujące, sygnał wejściowy u

Dane uczące, sygnał wyjściowy y



Dane weryfikujące, sygnał wyjściowy y

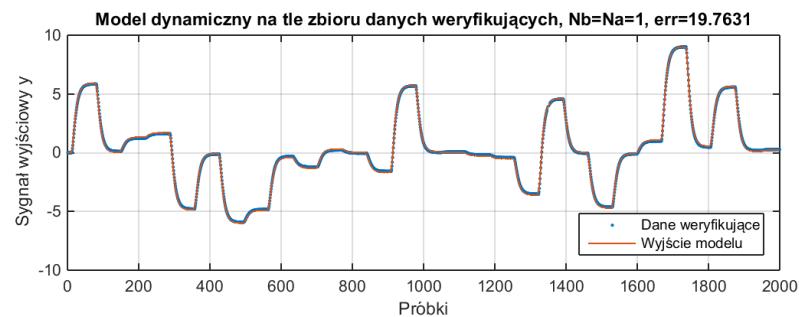


- Zgodnie z nazwą zbiorów dane służą do uczenia modelu oraz do weryfikowania jego poprawności. Konieczność taka wynika z możliwości zaistnienia sytuacji gdy model w takim stopniu dopasuje się do danych uczących, że zacznie tracić swoje zdolności dla danych nie będącymi danymi uczącymi czyli np. dla danych weryfikujących.

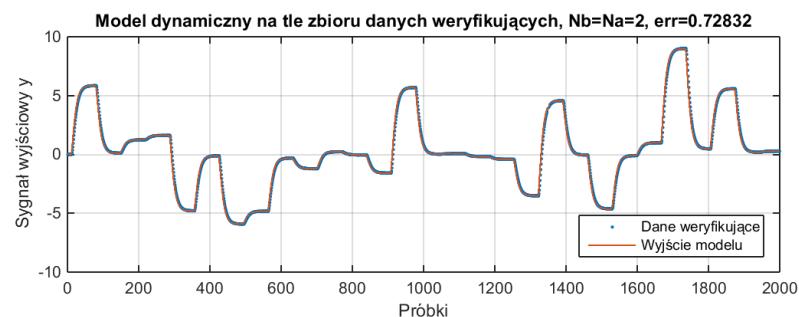
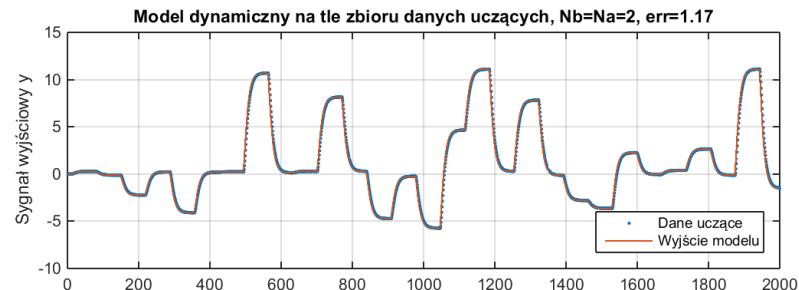
Dynamiczne modele liniowe metodą najmniejszych kwadratów

Modele bez rekurencji

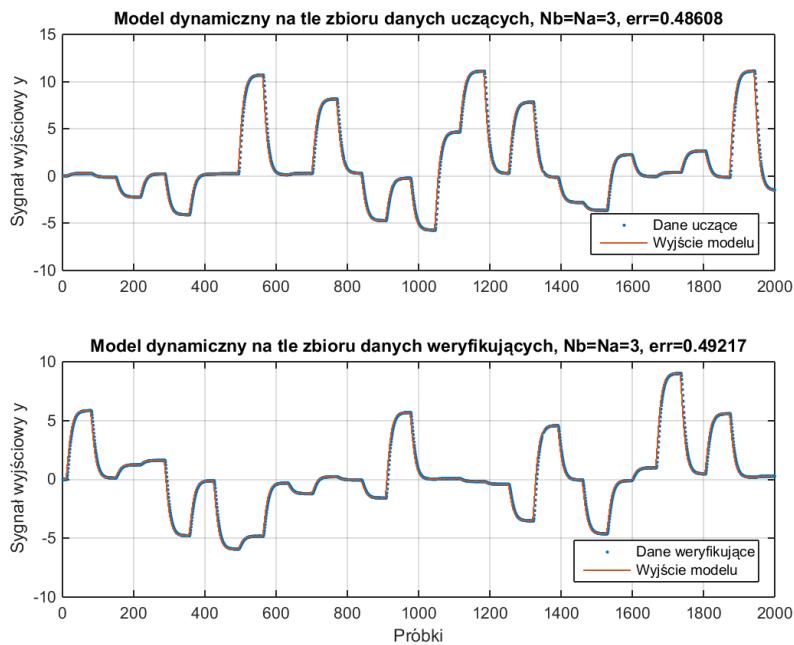
Model liniowy dynamiczny pierwszego rzędu ($n_A = n_B = 1$)



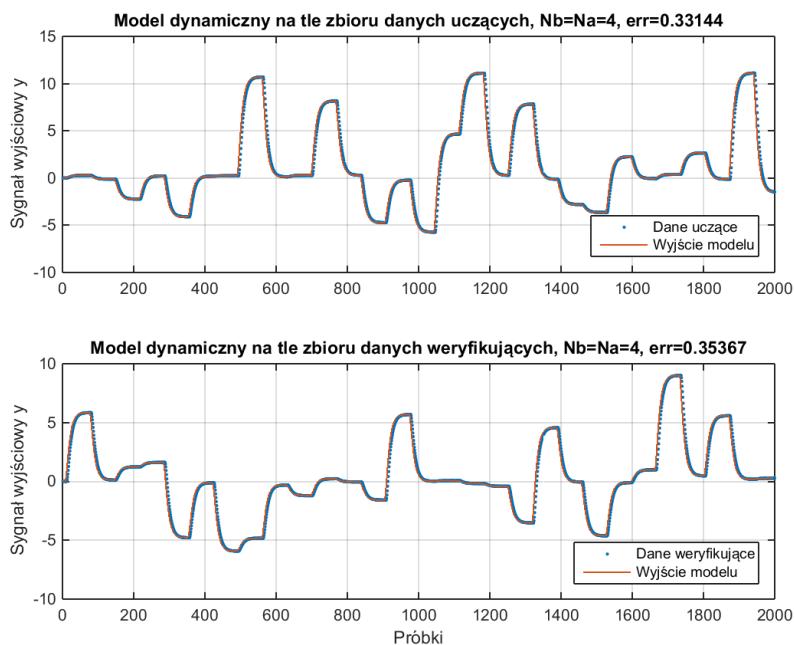
Model liniowy dynamiczny drugiego rzędu ($n_A = n_B = 2$)



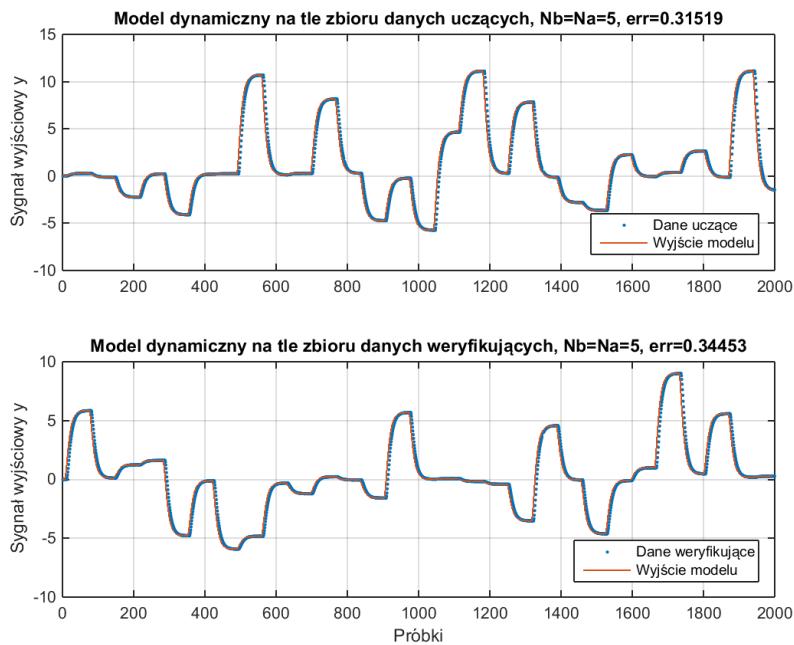
Model liniowy dynamiczny trzeciego rzędu ($n_A = n_B = 3$)



Model liniowy dynamiczny czwartego rzędu ($n_A = n_B = 4$)



Model liniowy dynamiczny piątego rzędu ($n_A = n_B = 5$)

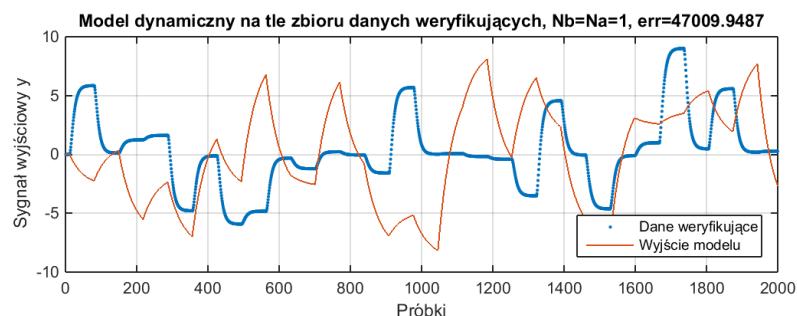
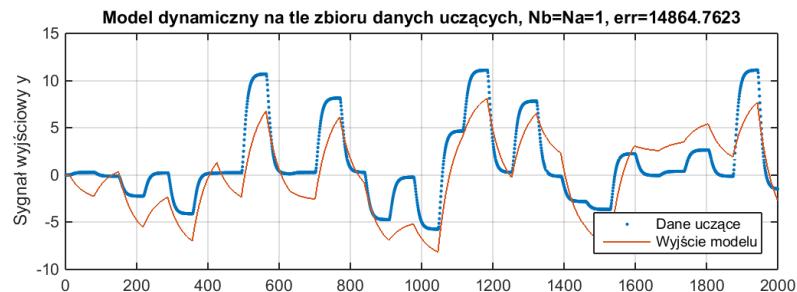


- Modele dynamiczne liniowe w trybie bez rekurencji wykazują bardzo dobre pokrycie danych uczących oraz danych weryfikujących. Mały błąd średniokwadratowy już od pierwszego rzędu
- Tabela podsumowująca badane modele

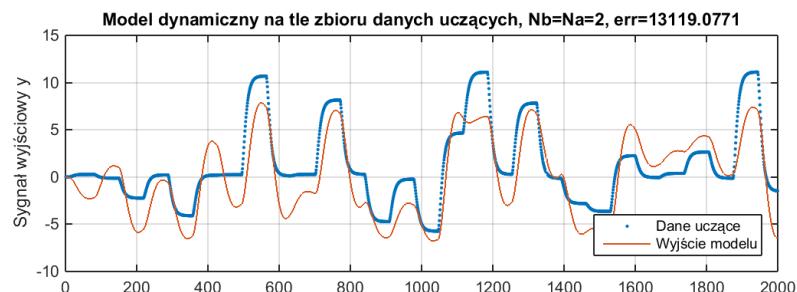
errArray =
rząd dyn errLearn errVerify
1.0000 27.3862 19.7631
2.0000 1.1700 0.7283
3.0000 0.4861 0.4922
4.0000 0.3314 0.3537
5.0000 0.3152 0.3445

Modele z rekurencją

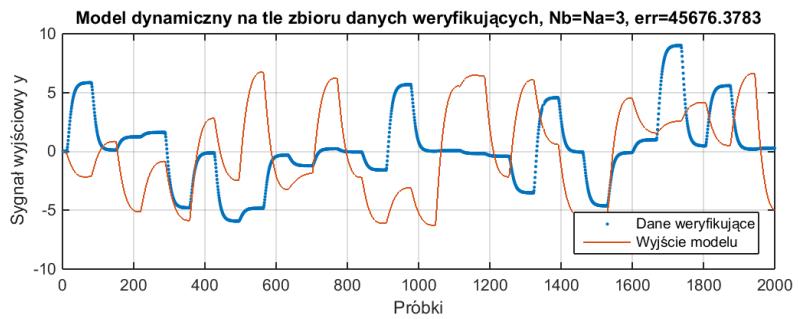
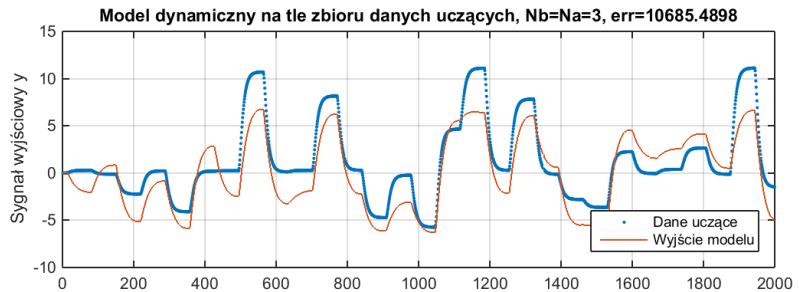
Model liniowy dynamiczny pierwszego rzędu ($n_A = n_B = 1$)



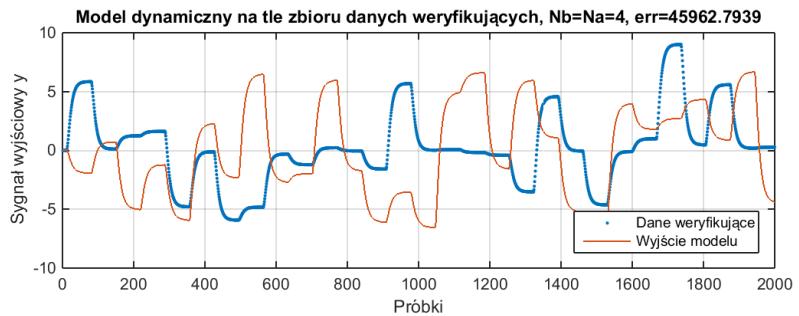
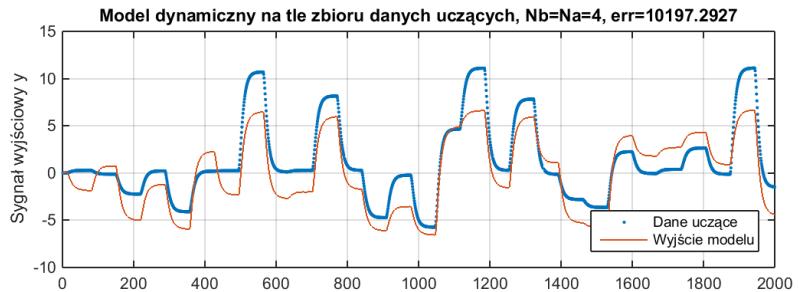
Model liniowy dynamiczny drugiego rzędu ($n_A = n_B = 2$)



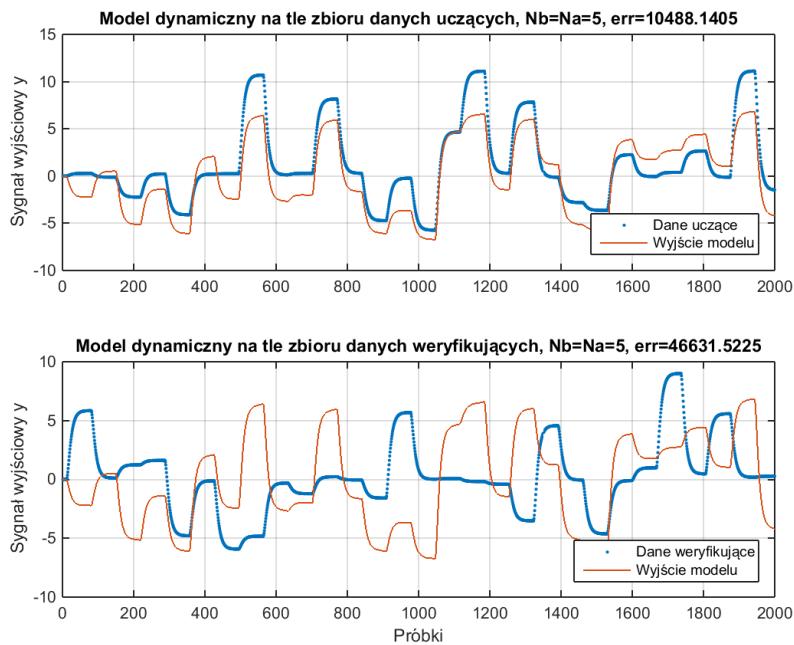
Model liniowy dynamiczny trzeciego rzędu ($n_A = n_B = 3$)



Model liniowy dynamiczny czwartego rzędu ($n_A = n_B = 4$)



Model liniowy dynamiczny piątego rzędu ($n_A = n_B = 5$)

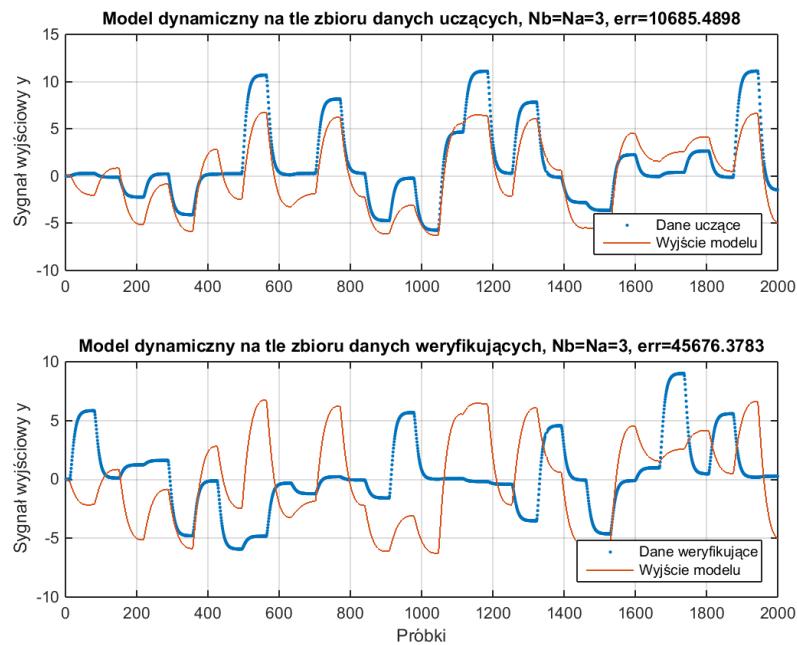


- Modele liniowe w trybie z rekurencją nie spełniają swej roli.
- Tabela przedstawiająca błędy badanych modeli

```
errArray =
rzad dyn | errLearn | errVerify
1.0e+04 *
0.0001  1.4865  4.7010
0.0002  1.3119  5.0544
0.0003  1.0685  4.5676
0.0004  1.0197  4.5963
0.0005  1.0488  4.6632
```

Najlepszy dynamiczny model liniowy w trybie rekurencyjnym

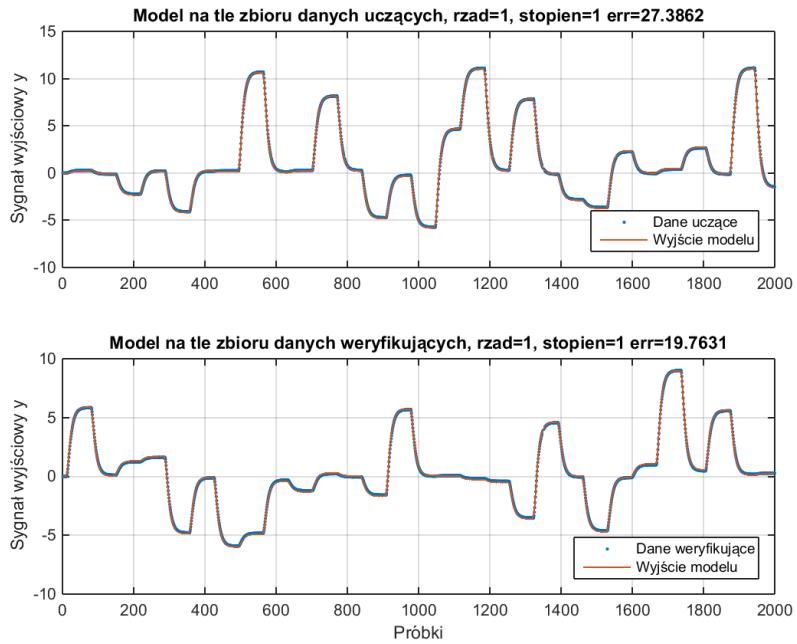
- Modelowanie liniowe dynamicznego obiektu w tym przypadku okazało się nieskuteczne
- Przebiegi modelu nie pokrywają się z przebiegami danych uczących, a w szczególności z przebiegami danych weryfikujących
- Opracowany model nie nadaje się do stosowania
- Ze wszystkich porównywanych modeli dynamicznych liniowych w trybie rekurencji wybieram model trzeciego rzędu jako dający względnie mały błąd średniokwadratowy.



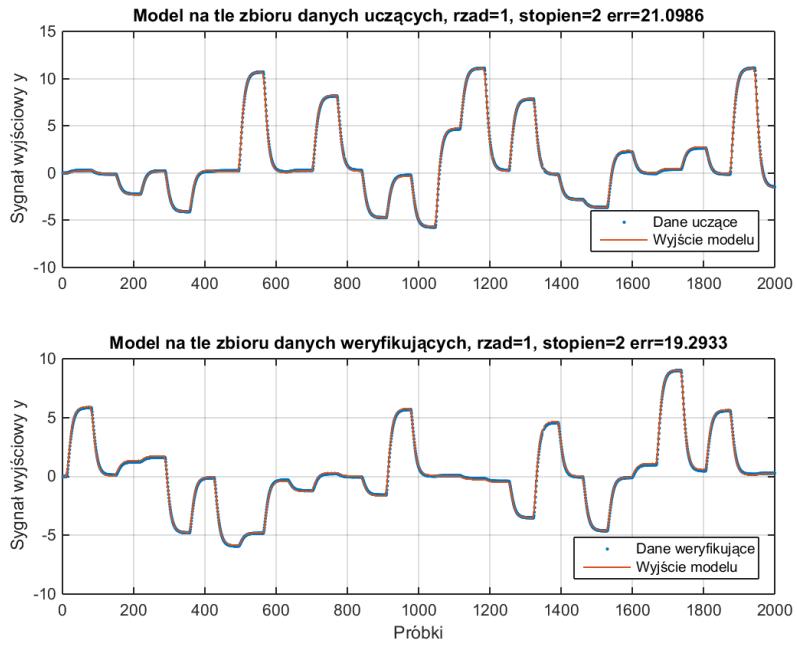
Dynamiczne wielomianowe modele nieliniowe metodą najmniejszych kwadratów

Modele bez rekurencji o dynamice pierwszego rzędu i różnym stopniu wielomianów

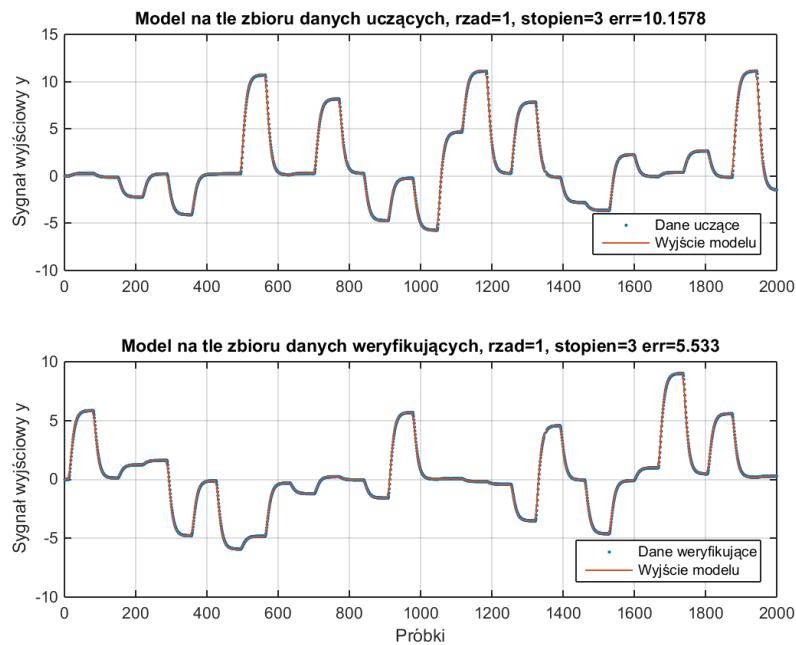
Model dynamiczny stopnia pierwszego



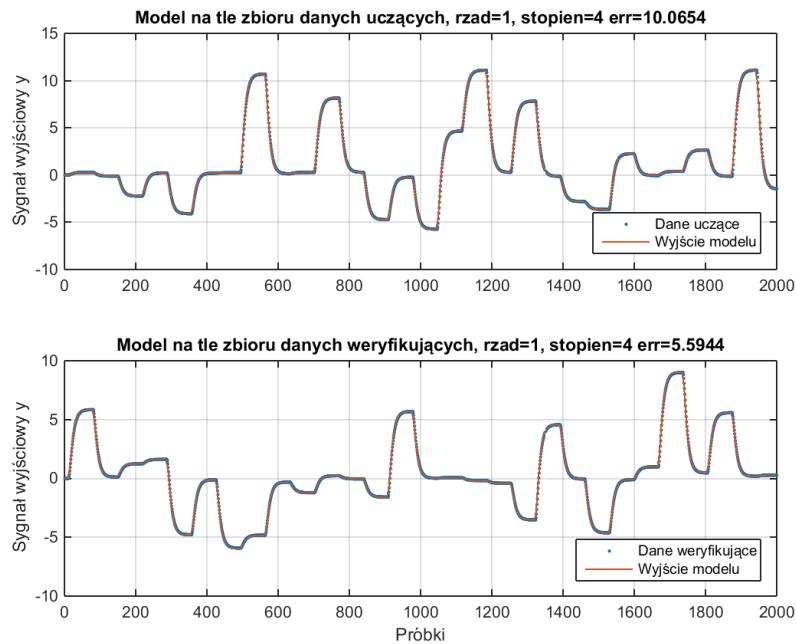
Model dynamiczny stopnia drugiego



Model dynamiczny stopnia trzeciego

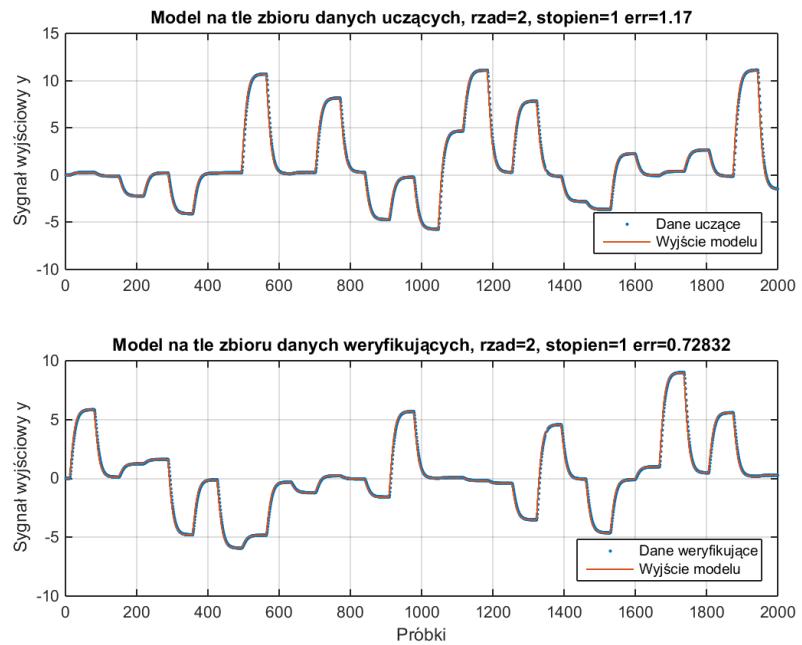


Model dynamiczny stopnia czwartego

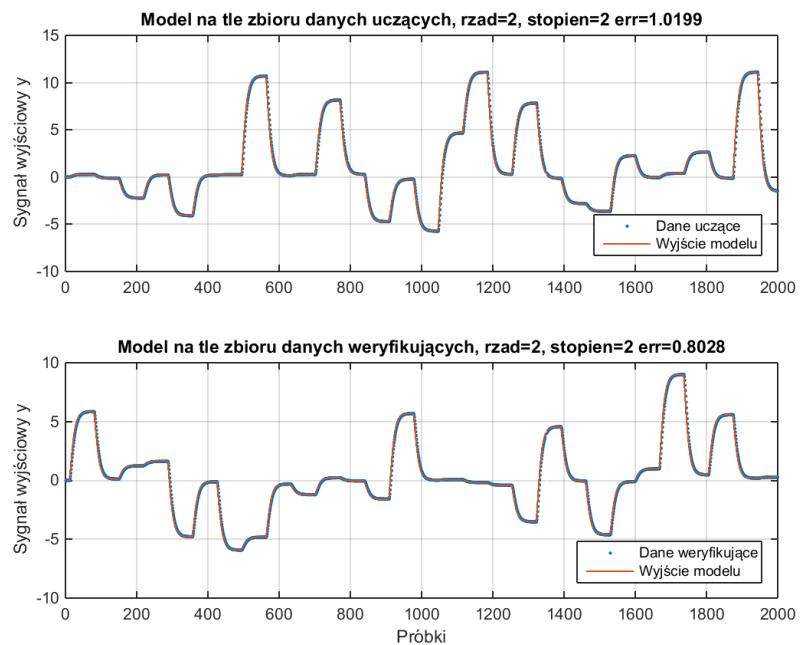


Modele bez rekurencji o dynamice drugiego rzędu i różnym stopniu wielomianów

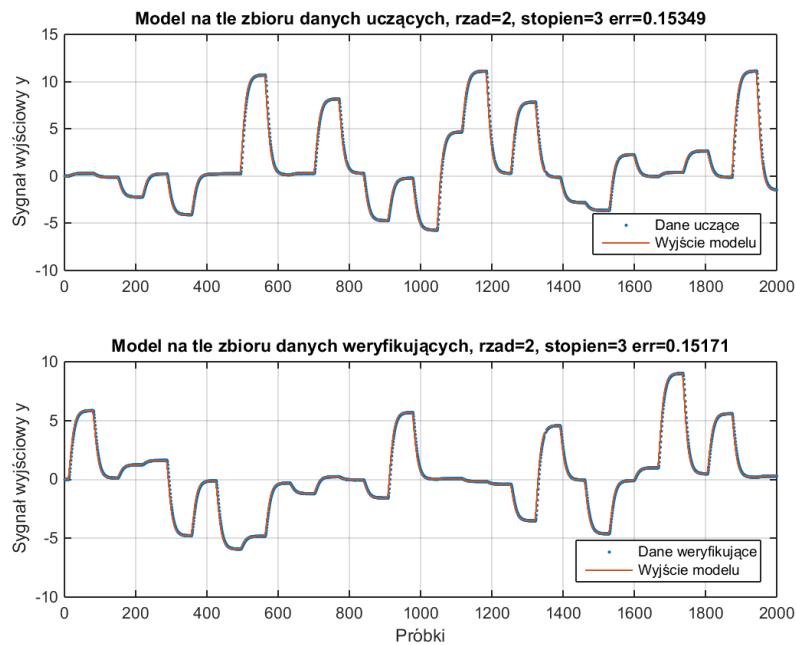
Model dynamiczny stopnia pierwszego



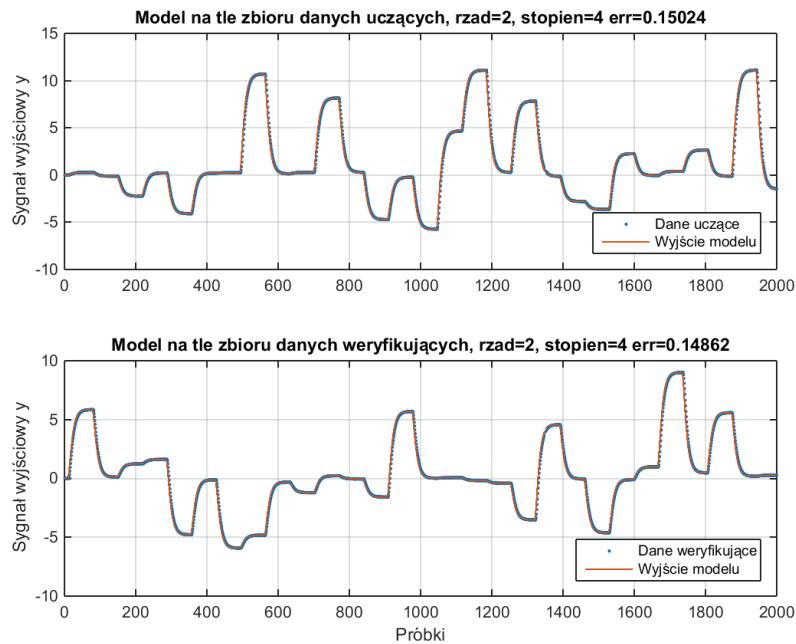
Model dynamiczny stopnia drugiego



Model dynamiczny stopnia trzeciego

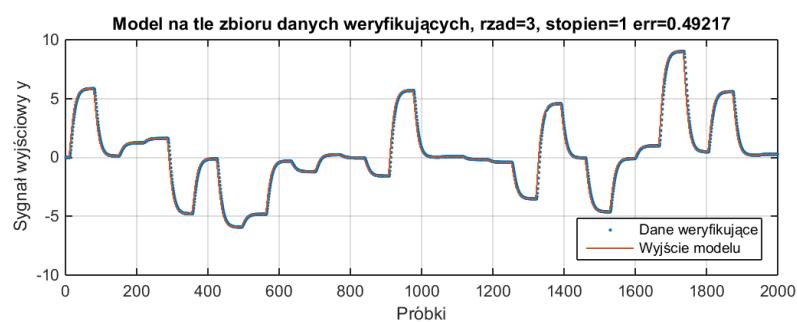
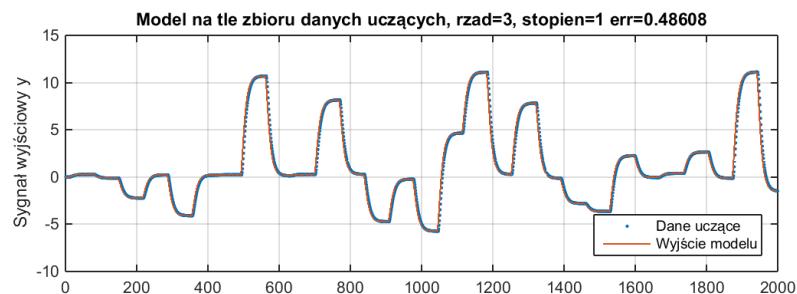


Model dynamiczny stopnia czwartego

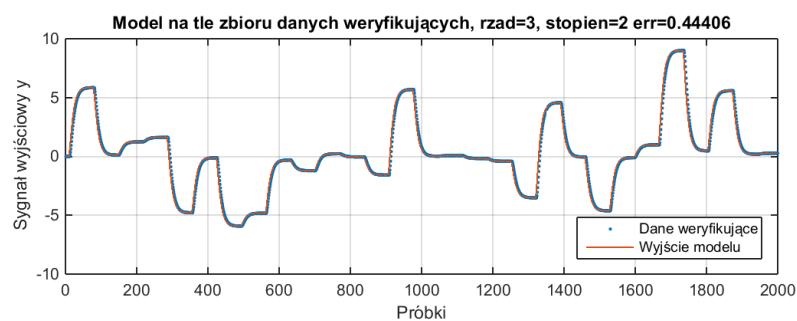
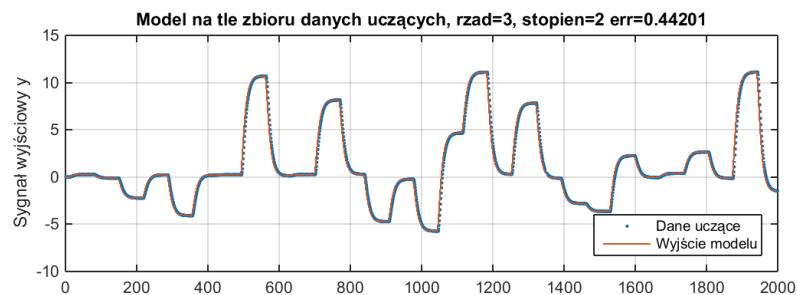


Modele bez rekurencji o dynamice trzeciego rzędu i różnym stopniu wielomianów

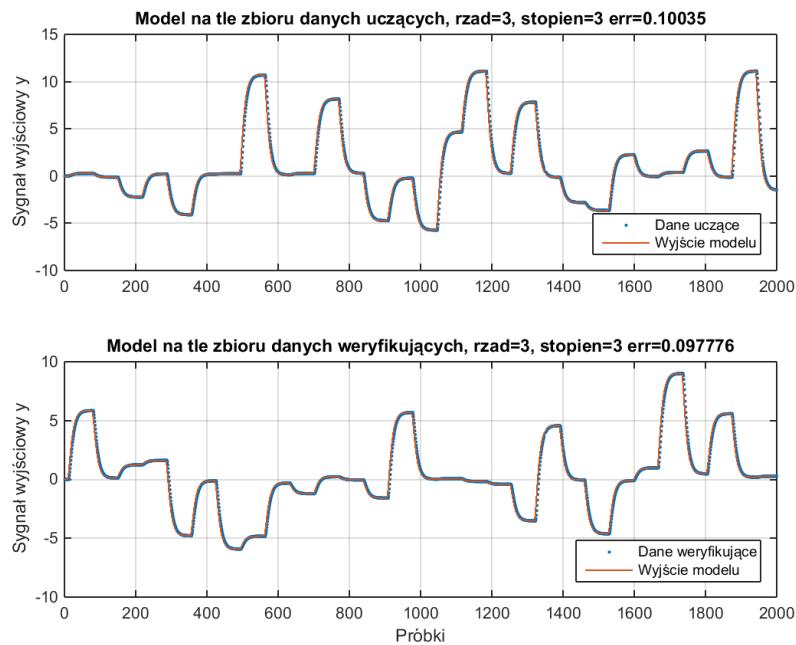
Model dynamiczny stopnia pierwszego



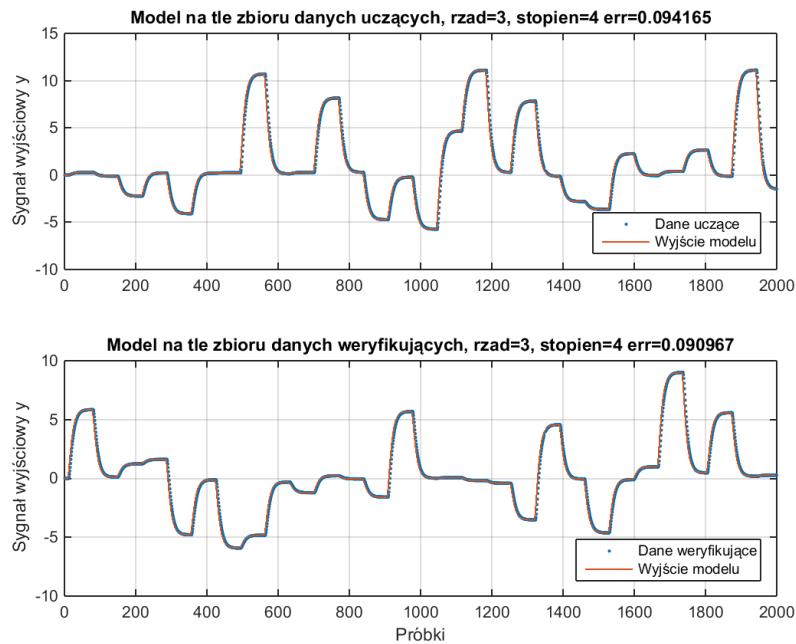
Model dynamiczny stopnia drugiego



Model dynamiczny stopnia trzeciego

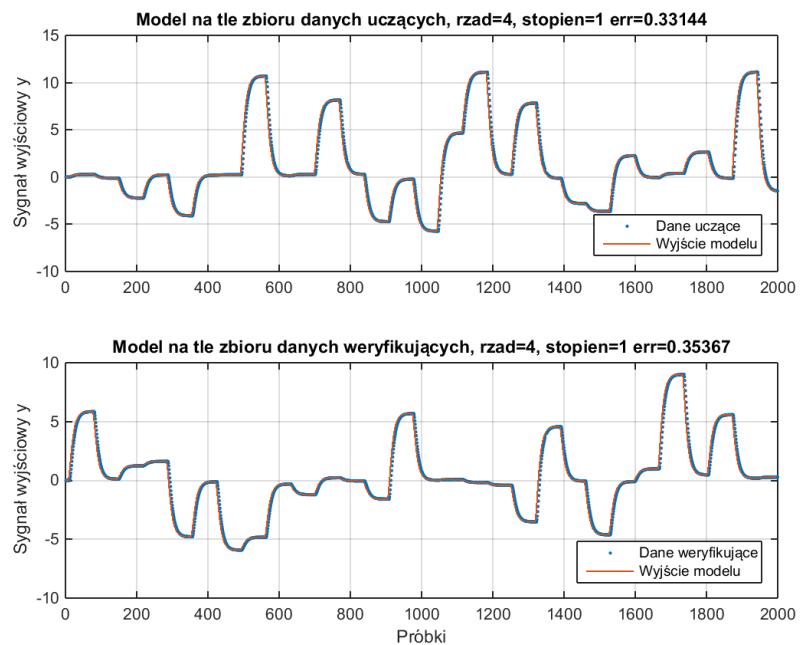


Model dynamiczny stopnia czwartego

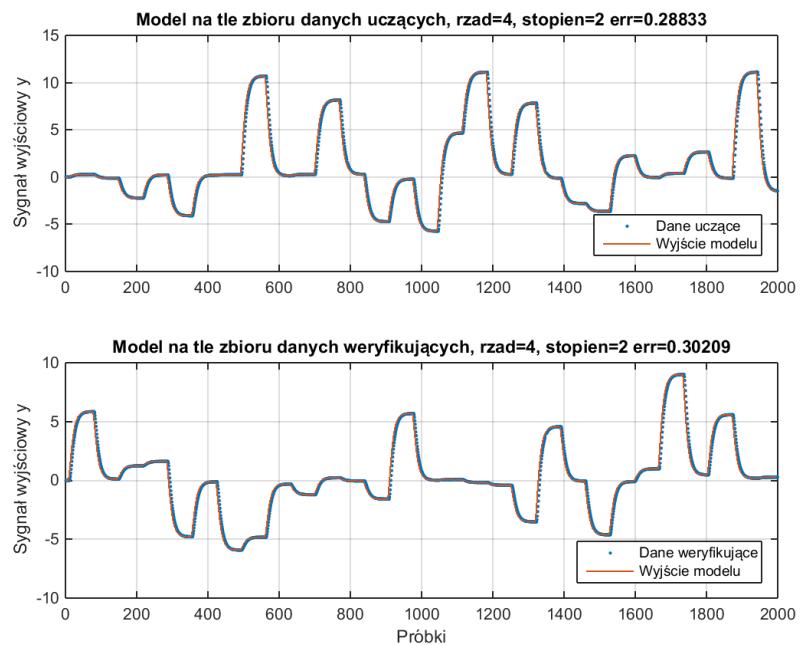


Modele bez rekurencji o dynamice czwartego rzędu i różnym stopniu wielomianów

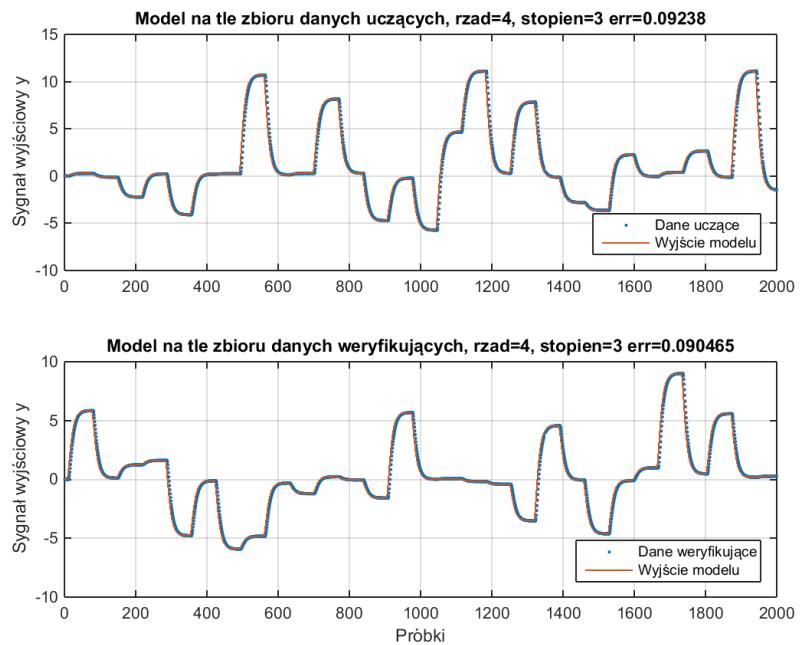
Model dynamiczny stopnia pierwszego



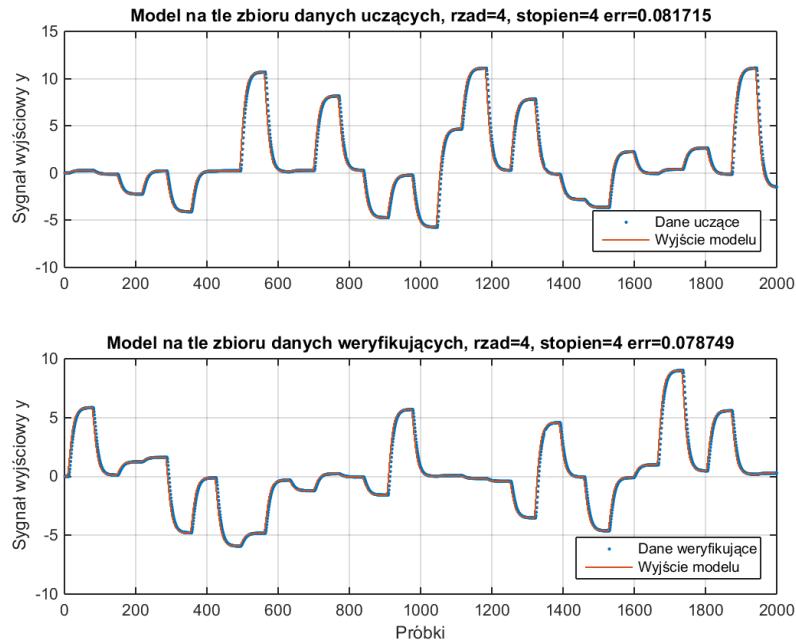
Model dynamiczny stopnia drugiego



Model dynamiczny stopnia trzeciego



Model dynamiczny stopnia czwartego

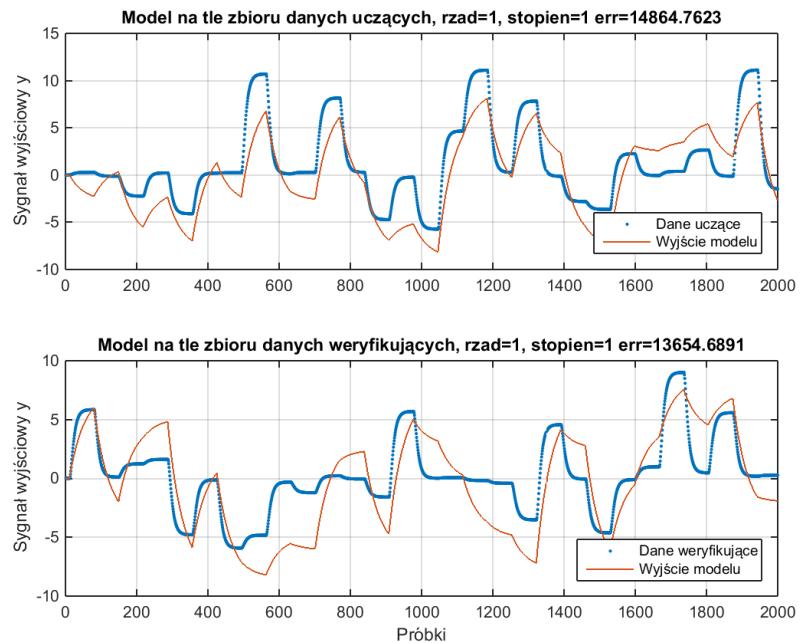


- Modele w trybie bez rekurencji znakomicie pokrywają dane uczące oraz dane weryfikujące już przy najniższych stopniach i rzędach modelu. Błąd jest mały.
- Tabela pokazująca błąd badanych modeli

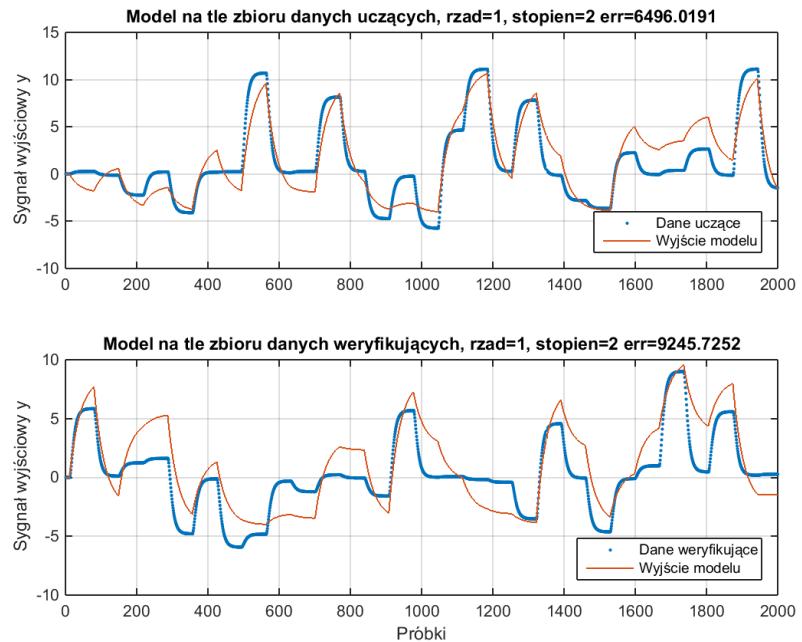
errArray =							
rząd dyn stopien errLearn errVerify				rzząd dyn stopien errLearn errVerify			
1.0000	1.0000	27.3862	19.7631	2.0000	1.0000	21.0986	19.2933
3.0000	1.0000	10.1578	5.5330	4.0000	1.0000	10.0654	5.5944
1.0000	2.0000	1.1700	0.7283	2.0000	2.0000	1.0199	0.8028
3.0000	2.0000	0.1535	0.1517	4.0000	2.0000	0.1502	0.1486
1.0000	3.0000	0.4861	0.4922	2.0000	3.0000	0.4420	0.4441
3.0000	3.0000	0.1003	0.0978	4.0000	3.0000	0.0942	0.0910
1.0000	4.0000	0.3314	0.3537	2.0000	4.0000	0.2883	0.3021
3.0000	4.0000	0.0924	0.0905	4.0000	4.0000	0.0817	0.0787

Modele w trybie z rekurencją o dynamice pierwszego rzędu i różnym stopniu wielomianów

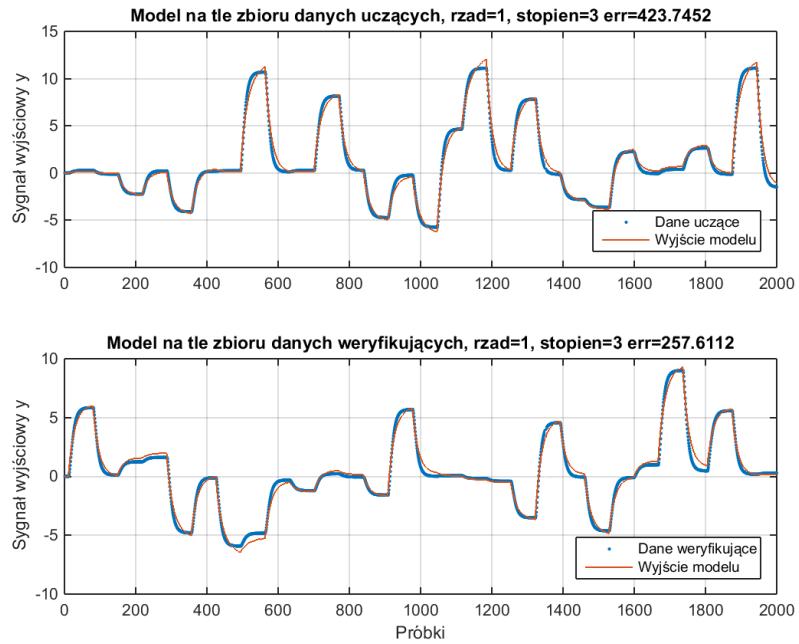
Model dynamiczny stopnia pierwszego



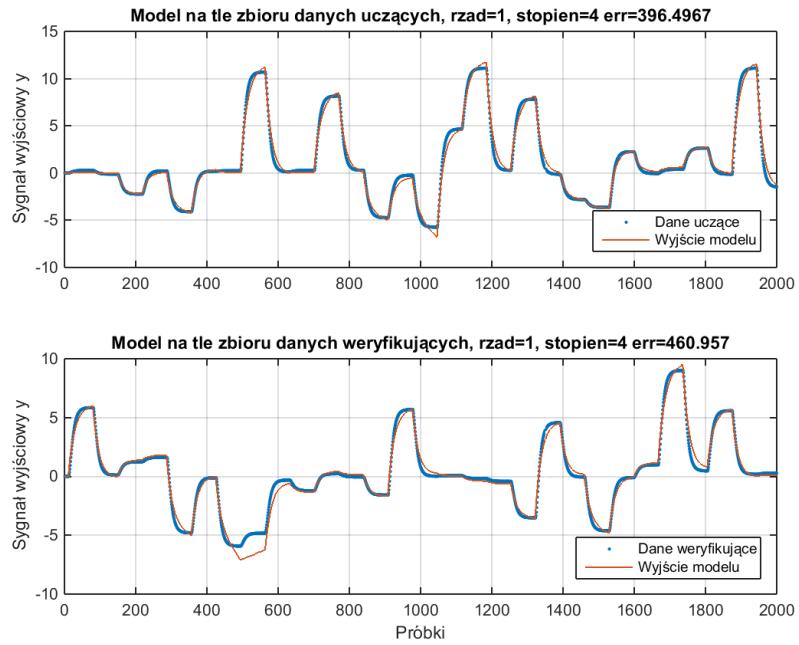
Model dynamiczny stopnia drugiego



Model dynamiczny stopnia trzeciego

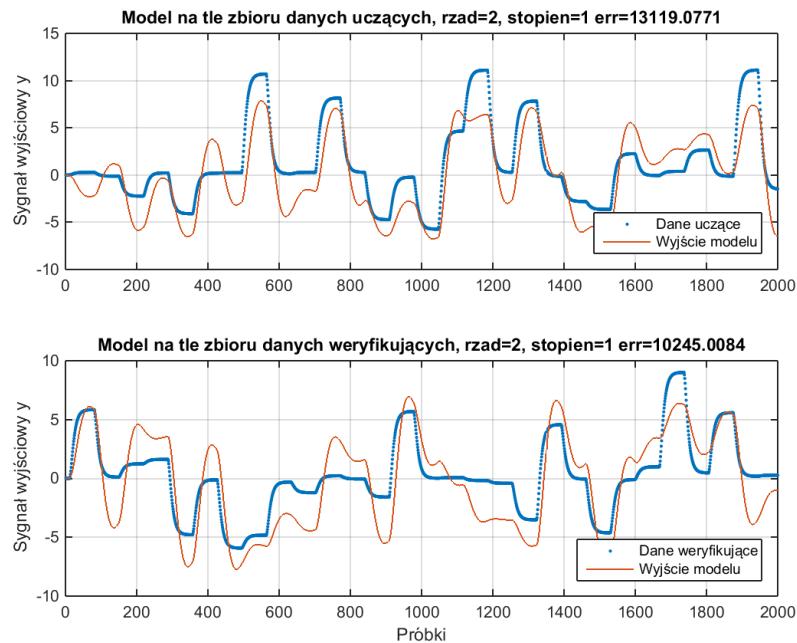


Model dynamiczny stopnia czwartego

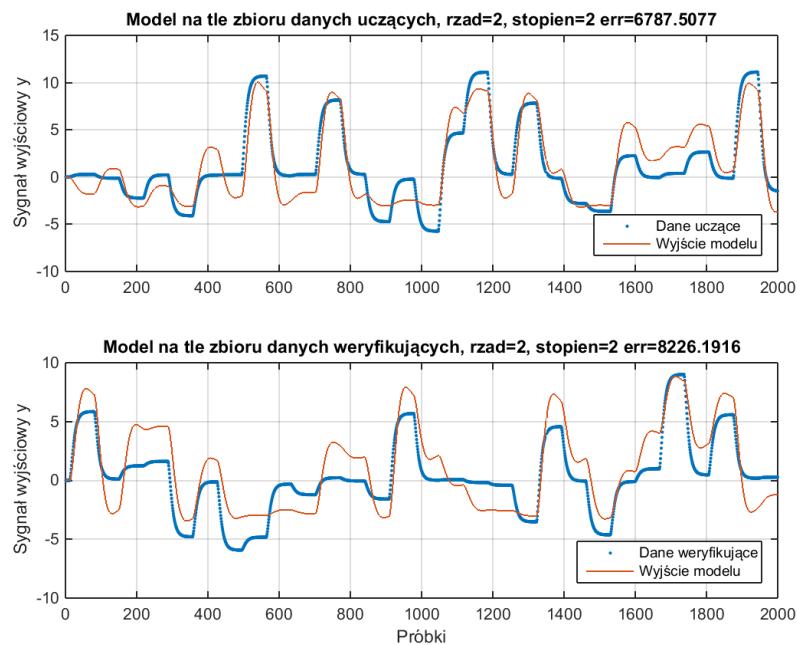


Modele w trybie z rekurencją o dynamice drugiego rzędu i różnym stopniu wielomianów

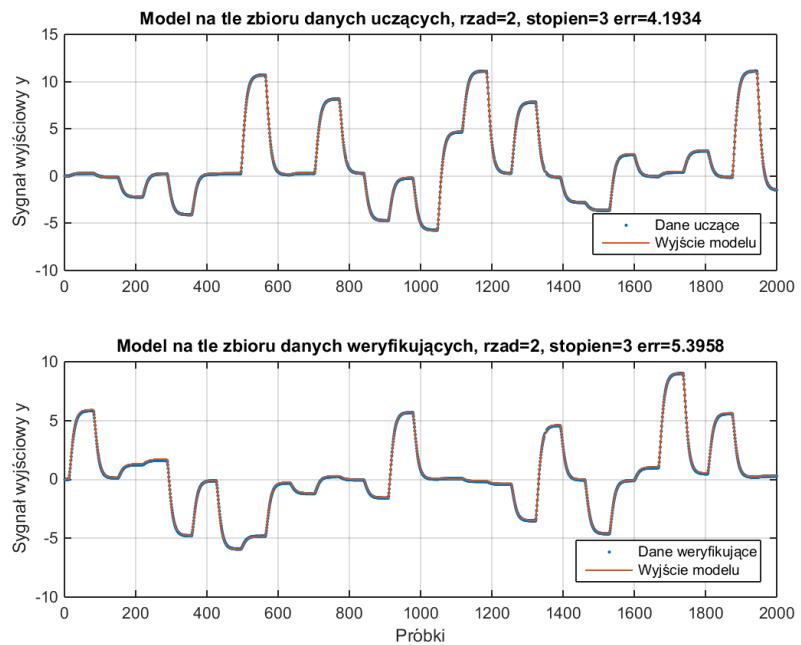
Model dynamiczny stopnia pierwszego



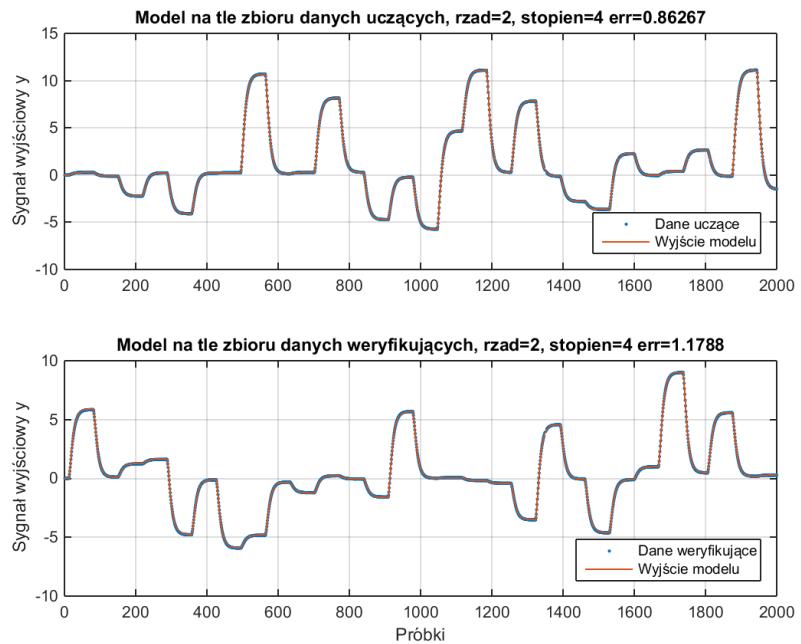
Model dynamiczny stopnia drugiego



Model dynamiczny stopnia trzeciego

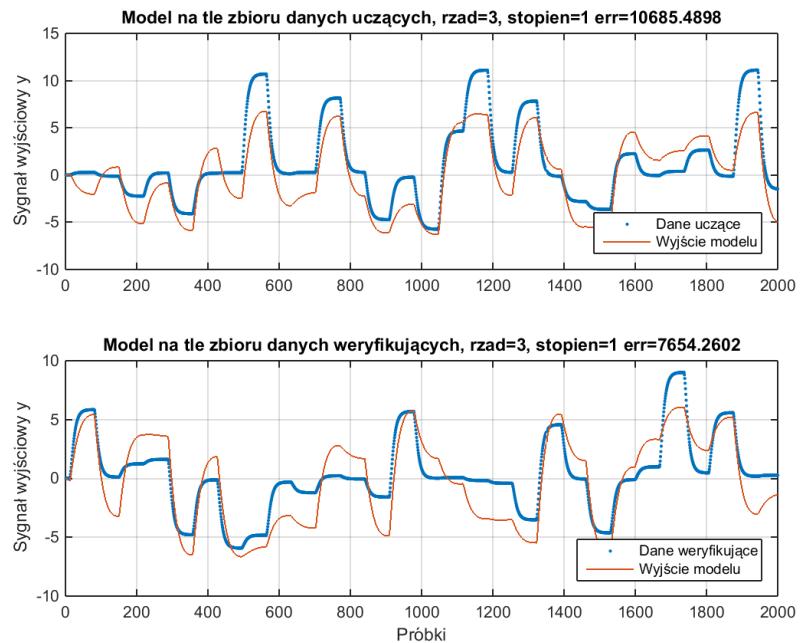


Model dynamiczny stopnia czwartego

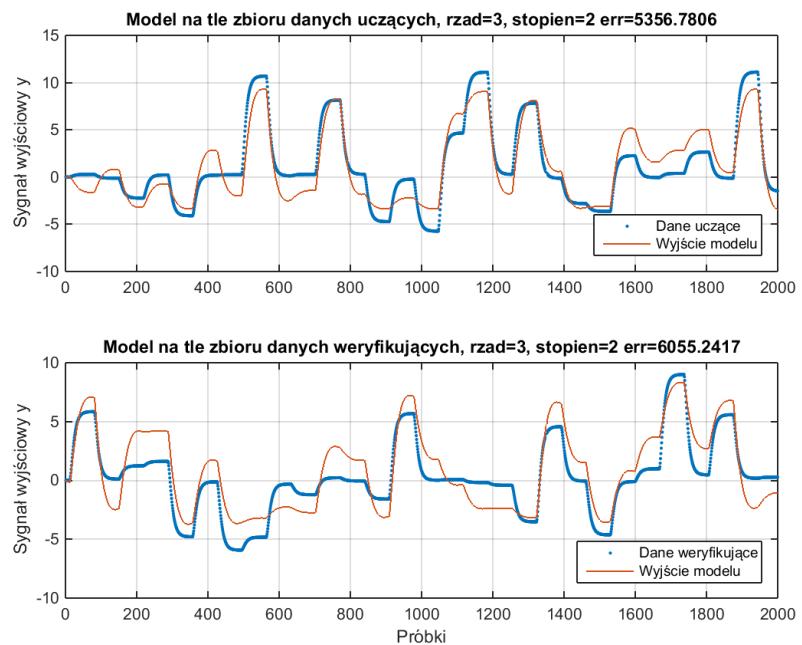


Modele w trybie z rekurencją o dynamice trzeciego rzędu i różnym stopniu wielomianów

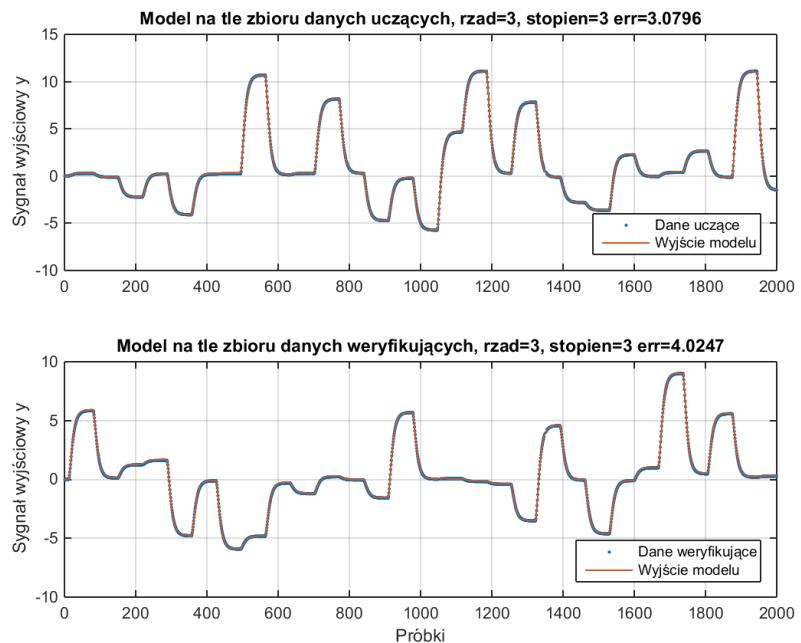
Model dynamiczny stopnia pierwszego



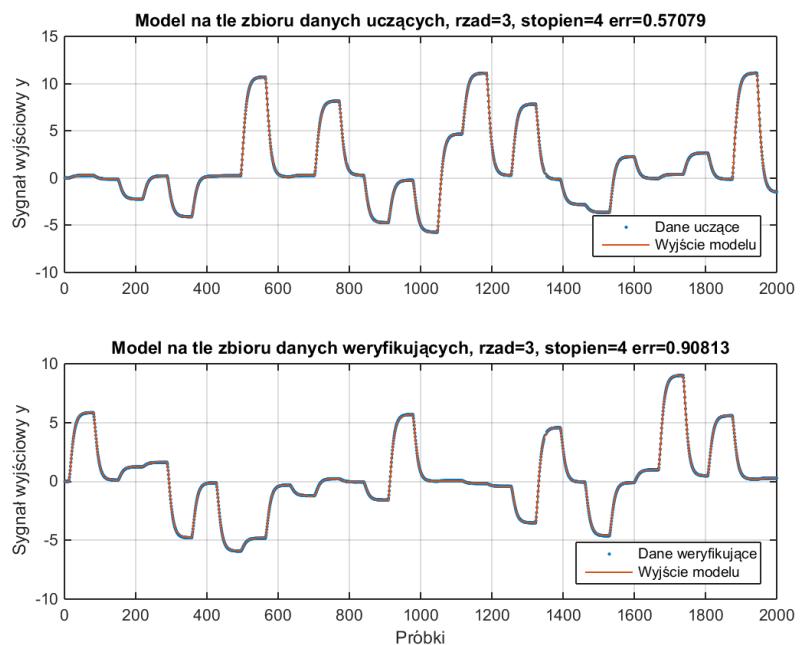
Model dynamiczny stopnia drugiego



Model dynamiczny stopnia trzeciego

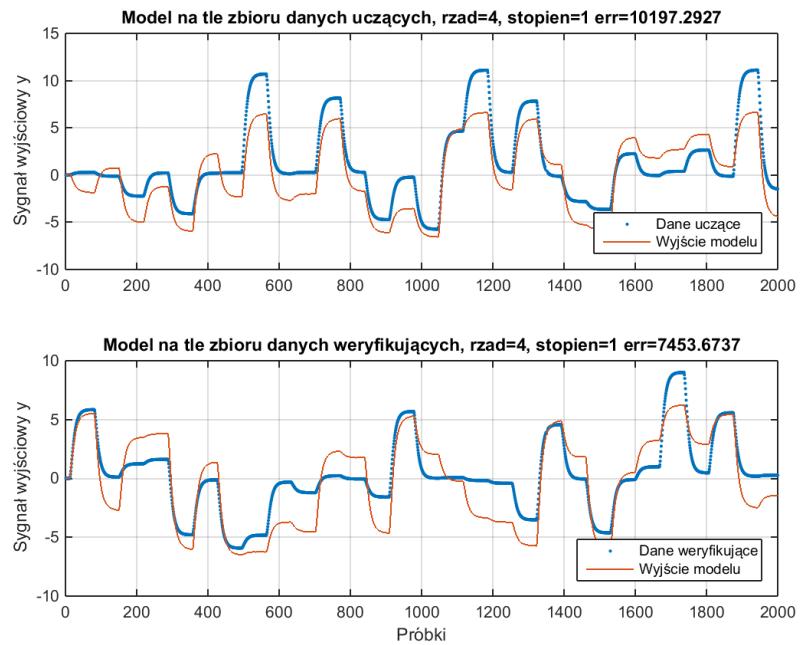


Model dynamiczny stopnia czwartego

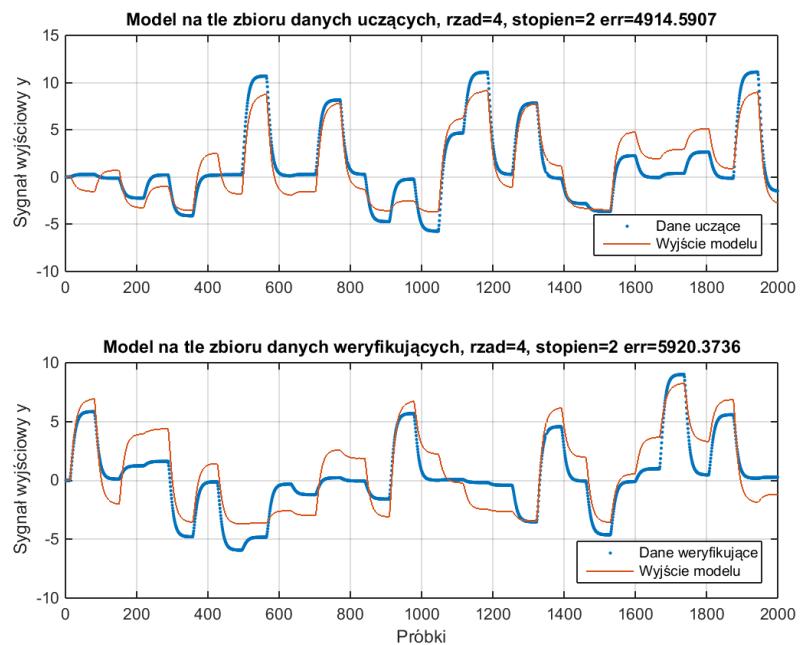


Modele w trybie z rekurencją o dynamice czwartego rzędu i różnym stopniu wielomianów

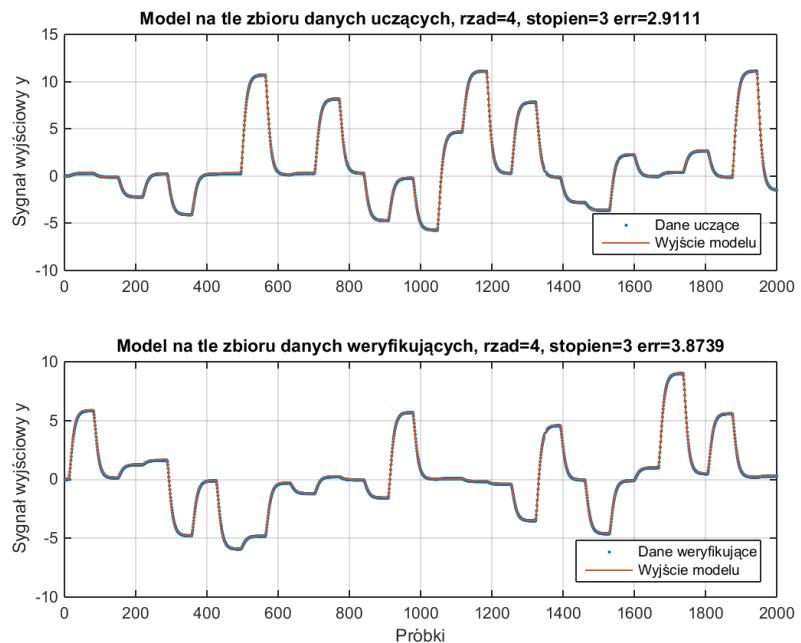
Model dynamiczny stopnia pierwszego



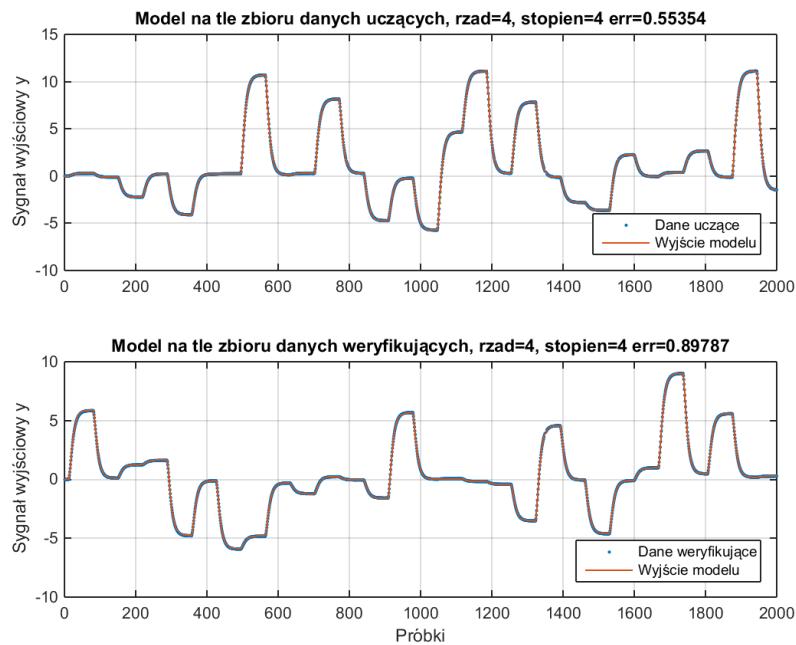
Model dynamiczny stopnia drugiego



Model dynamiczny stopnia trzeciego



Model dynamiczny stopnia czwartego

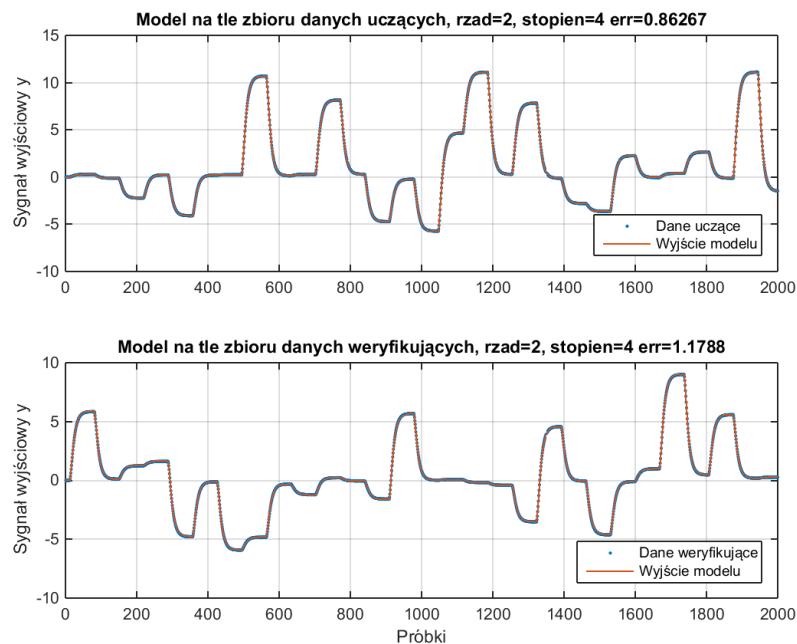


- Modele w trybie z rekurencją gorzej radzą sobie przy początkowych wartościach stopni i modeli, jednak przy wzroście wartości tychże parametrów wzrasta jakość pokrycia danych uczących oraz danych weryfikujących.
- Błąd ogólnie maleje wraz ze wzrostem stopnia oraz rzędu modelu, jednakże przy zbyt dużych wartościach może on zwiększyć swą wartość.
- Tabela pokazująca błędy badanych modeli

errArray =									
rzad dyn stopien errLearn errVerify rzad dyn stopien errLearn errVerify									
$1.0e+04 *$									
0.0001	0.0001	1.4865	1.3655	0.0002	0.0001	0.6496	0.9246		
0.0003	0.0001	0.0424	0.0258	0.0004	0.0001	0.0396	0.0461		
0.0001	0.0002	1.3119	1.0245	0.0002	0.0002	0.6788	0.8226		
0.0003	0.0002	0.0004	0.0005	0.0004	0.0002	0.0001	0.0001		
0.0001	0.0003	1.0685	0.7654	0.0002	0.0003	0.5357	0.6055		
0.0003	0.0003	0.0003	0.0004	0.0004	0.0003	0.0001	0.0001		
0.0001	0.0004	1.0197	0.7454	0.0002	0.0004	0.4915	0.5920		
0.0003	0.0004	0.0003	0.0004	0.0004	0.0004	0.0001	0.0001		

Najlepszy dynamiczny wielomianowy model nieliniowy w trybie rekurencyjnym

- Dynamiczne nieliniowe modele wielomianowe znakomicie pokrywają dane uczące oraz dane weryfikujące, zarówno w trybie bez rekurencji, jak i w trybie z rekurencją, co jak pamiętam było słabością liniowego modelu dynamicznego – nie potrafił on pracować skutecznie w trybie z rekurencją.
- Wybrany dynamiczny model nieliniowy wielomianowy o rzędzie dynamiki równym dwa, oraz o stopniu wielomianów równym cztery



Zadanie dodatkowe

Charakterystyka statyczna najlepszego dynamicznego wielomianowego modelu nieliniowego

- Podsumowaniem projektu jest wyznaczenie charakterystyki statycznej naszego modelu z poprzedniego podpunktu
- Spodziewane jest iż powinien on pokryć charakterystykę statyczną z pierwszego zadania
- Z tego powodu przyrównam otrzymaną charakterystykę statyczną z char. z zadania pierwszego
- Równanie różnicowe modelu nieliniowego

```
%model dynamiczny nieliniowy
y(k) = ...
wsp_u(1)*u(k-1) + wsp_u(2)*u(k-1)^2 + wsp_u(3)*u(k-1)^3 + wsp_u(4)*u(k-1)^4 ...
+ wsp_u(5)*u(k-2) + wsp_u(6)*u(k-2)^2 + wsp_u(7)*u(k-2)^3 + wsp_u(8)*u(k-2)^4 ...
+ wsp_y(1)*y(k-1) + wsp_y(2)*y(k-1)^2 + wsp_y(3)*y(k-1)^3 + wsp_y(4)*y(k-1)^4 ...
+ wsp_y(5)*y(k-2) + wsp_y(6)*y(k-2)^2 + wsp_y(7)*y(k-2)^3 + wsp_y(8)*y(k-2)^4 ;
```

Gdzie

wsp_u oraz wsp_y to współczynniki modelu wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów

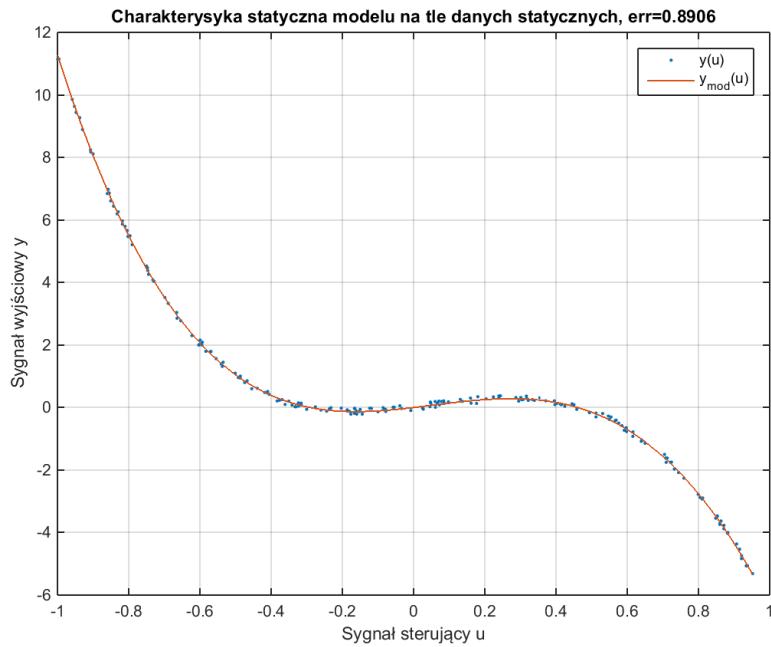
- Równanie statyczne modelu w postaci nierozwiążanej

```
% ogólne wstępne równanie modelu statycznego nieliniowego
y = wsp_u(1)*u + wsp_u(2)*u^2 + wsp_u(3)*u^3 + wsp_u(4)*u^4 ...
+ wsp_u(5)*u + wsp_u(6)*u^2 + wsp_u(7)*u^3 + wsp_u(8)*u^4 ...
+ wsp_y(1)*y + wsp_y(2)*y^2 + wsp_y(3)*y^3 + wsp_y(4)*y^4 ...
+ wsp_y(5)*y + wsp_y(6)*y^2 + wsp_y(7)*y^3 + wsp_y(8)*y^4 ;
```

- Pętla wyznaczająca charakterystykę statyczną modelu nieliniowego

```
% pętla obliczająca kolejne wartości y(u)
for ku=1:length(uVect)
    % kolejna wartość u
    u=uVect(ku);
    % wskaźnik na funkcję nieliniową
    y_fun = @(y) -y...
        + wsp_u(1)*u + wsp_u(2)*u^2 + wsp_u(3)*u^3 + wsp_u(4)*u^4 ...
        + wsp_u(5)*u + wsp_u(6)*u^2 + wsp_u(7)*u^3 + wsp_u(8)*u^4 ...
        + wsp_y(1)*y + wsp_y(2)*y^2 + wsp_y(3)*y^3 + wsp_y(4)*y^4 ...
        + wsp_y(5)*y + wsp_y(6)*y^2 + wsp_y(7)*y^3 + wsp_y(8)*y^4 ;
    % rozwiązanie funkcji nieliniowej
    y_mod(ku) = fsolve(y_fun,0);
end
```

Wykres wyznaczonej charakterystyki statycznej modelu nieliniowego na tle charakterystyki statycznej z zadania pierwszego



- Wyznaczona charakterystyka statyczna dynamicznego modelu nieliniowego znakomicie pokrywa dane statyczne z zadania pierwszego co utwierdza w przekonaniu iż proces identyfikacji przebiegł poprawnie.