**Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych**

**Politechnika Warszawska**

**Modelowanie i Identyfikacja**

**Sprawozdanie z projektu II, zadanie 43**

**Identyfikacja modeli statycznych i dynamicznych**

**Konrad Winnicki**

**283423**

Warszawa, 13 czerwca 2018

**Spis treści**

[Polecenie 2](#_Toc516695285)

[Zadania obowiązkowe 3](#_Toc516695286)

[1. Identyfikacja modeli statycznych 3](#_Toc516695287)

[Wykres danych statycznych 3](#_Toc516695288)

[Podział danych statycznych na zbiór uczący i weryfikujący 4](#_Toc516695289)

[Statyczne modele metodą najmniejszych kwadratów 5](#_Toc516695290)

[Najlepszy model statyczny 9](#_Toc516695291)

[2. Identyfikacja modeli dynamicznych 10](#_Toc516695292)

[Wykresy danych dynamicznych 10](#_Toc516695293)

[Dynamiczne modele liniowe metodą najmniejszych kwadratów 12](#_Toc516695294)

[Najlepszy dynamiczny model liniowy w trybie rekurencyjnym 18](#_Toc516695295)

[Dynamiczne wielomianowe modele nieliniowe metodą najmniejszych kwadratów 19](#_Toc516695296)

[Najlepszy dynamiczny wielomianowy model nieliniowy w trybie rekurencyjnym 35](#_Toc516695297)

[Zadanie dodatkowe 36](#_Toc516695298)

[Charakterystyka statyczna najlepszego dynamicznego wielomianowego modelu nieliniowego 36](#_Toc516695299)

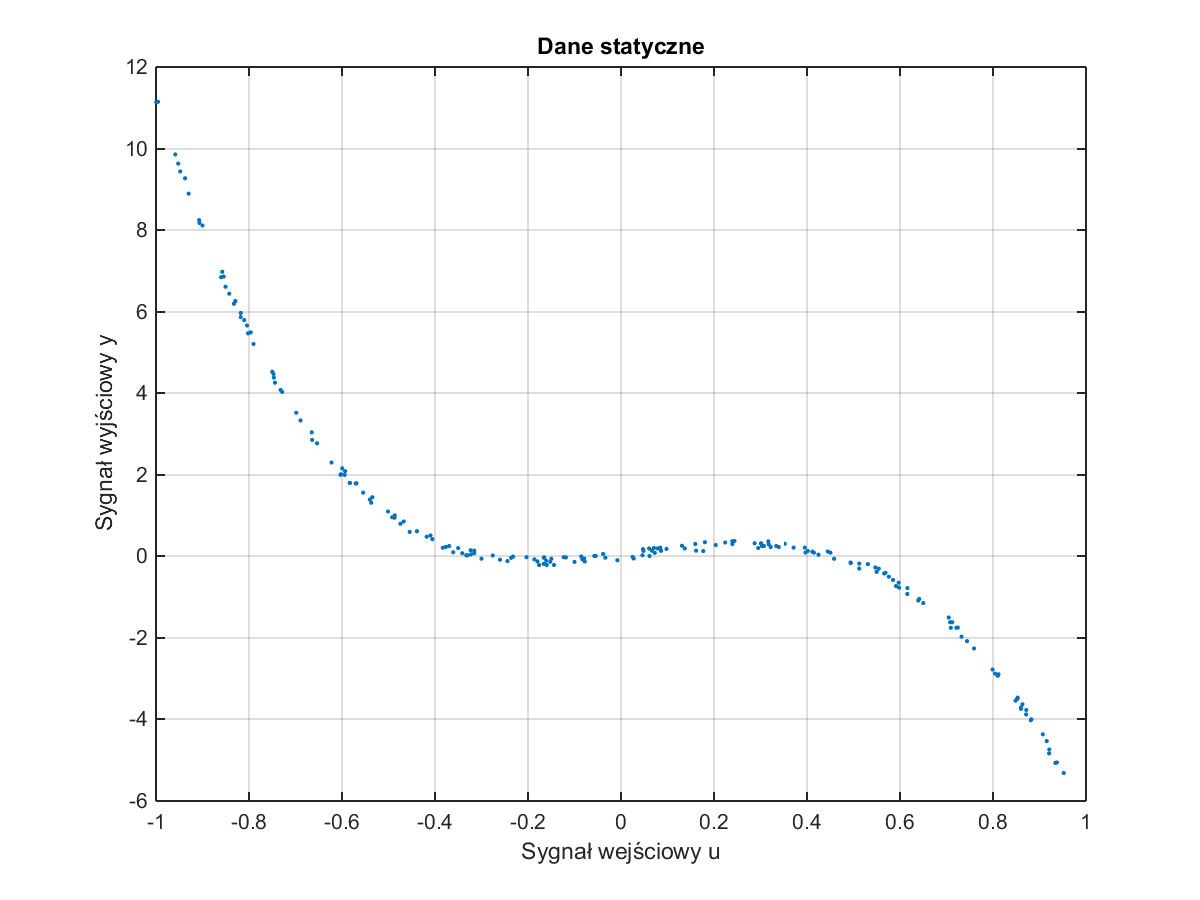
# **Polecenie**

* W pliku danestat43.zip\_ znajdują się dane statyczne zarejestrowane podczas pracy procesu (pierwsza kolumna – sygnał wejściowy *u*, druga kolumna – sygnał wyjściowy *y*, w kolejnych wierszach podane są kolejne próbki).
* Dane dynamiczne znajdują się w plikach danedynucz43.zip\_ oraz danedynwer43.zip będące odpowiednio zbiorem uczącym i zbiorem weryfikującym (pierwsza kolumna – sygnał wejściowy *u*, druga kolumna – sygnał wyjściowy *y*, w kolejnych wierszach podane są próbki w kolejnych chwilach próbkowania).
* Wykonać polecenia.

# **Zadania obowiązkowe**

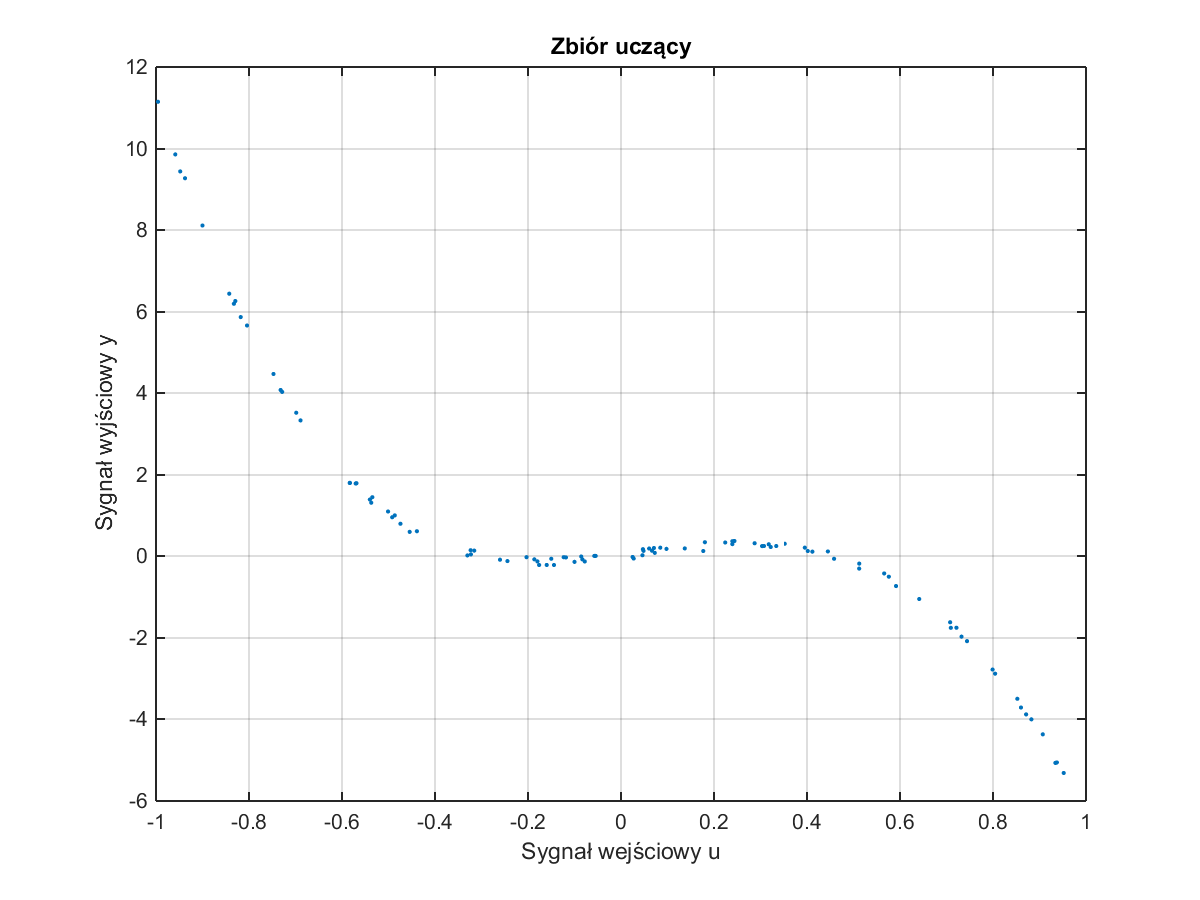
## **Identyfikacja modeli statycznych**

### Wykres danych statycznych

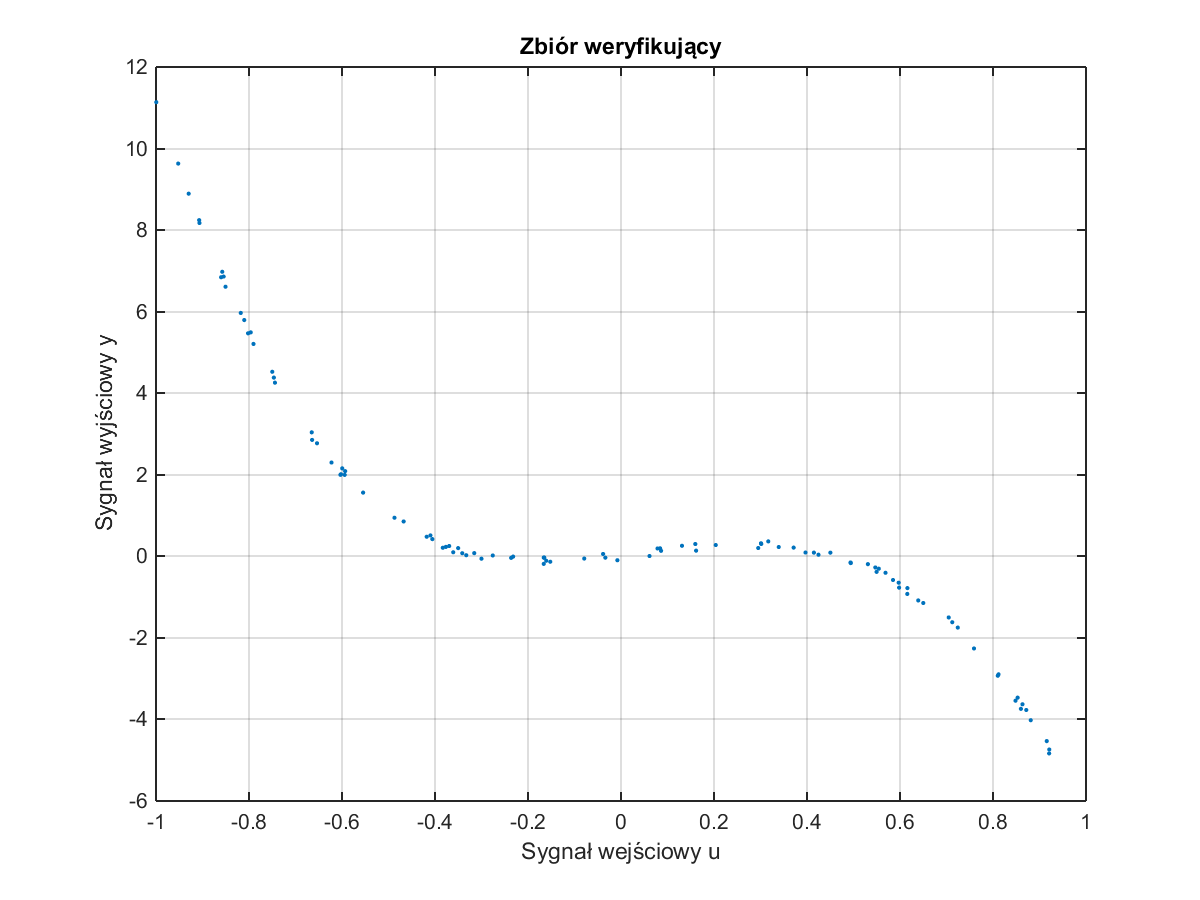


### Podział danych statycznych na zbiór uczący i weryfikujący

#### Zbiór danych uczących



#### Zbiór danych weryfikujących

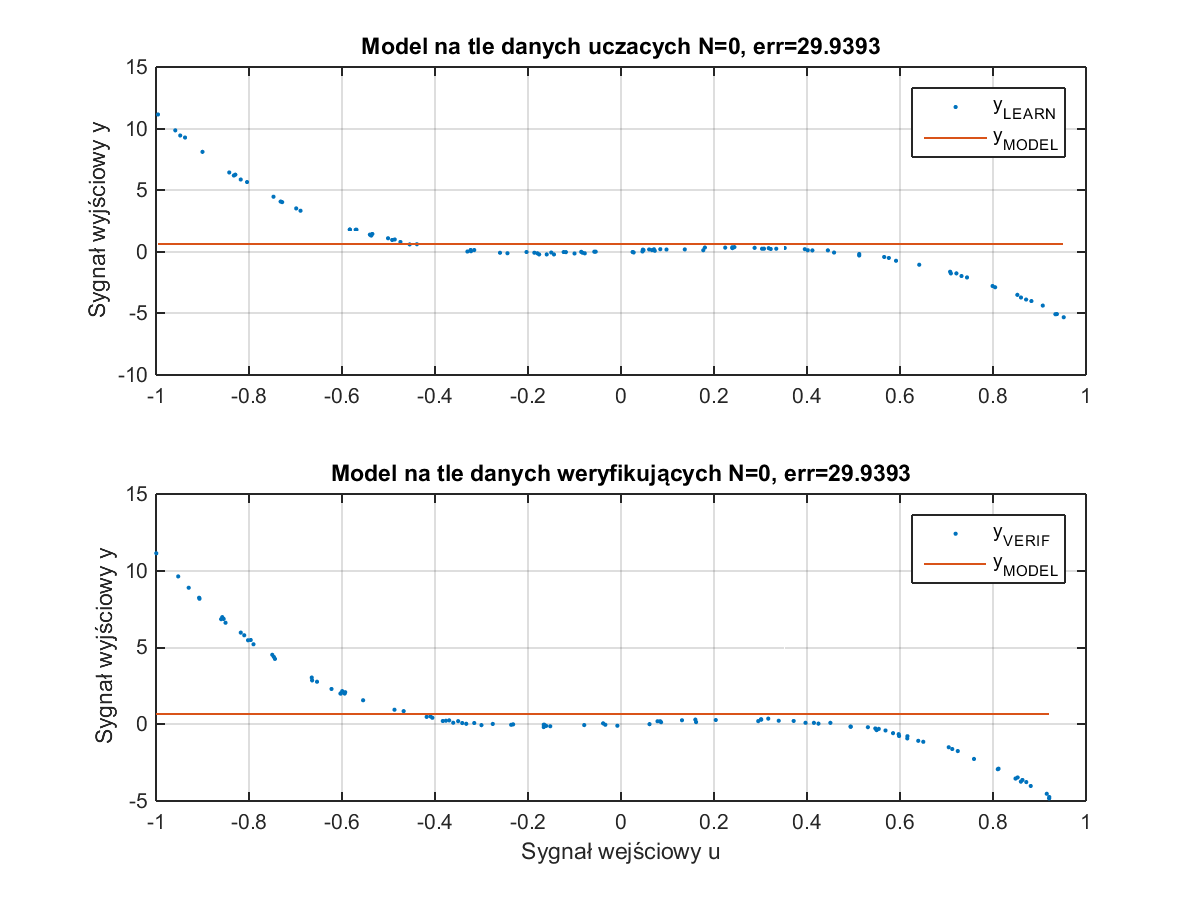


### Statyczne modele metodą najmniejszych kwadratów

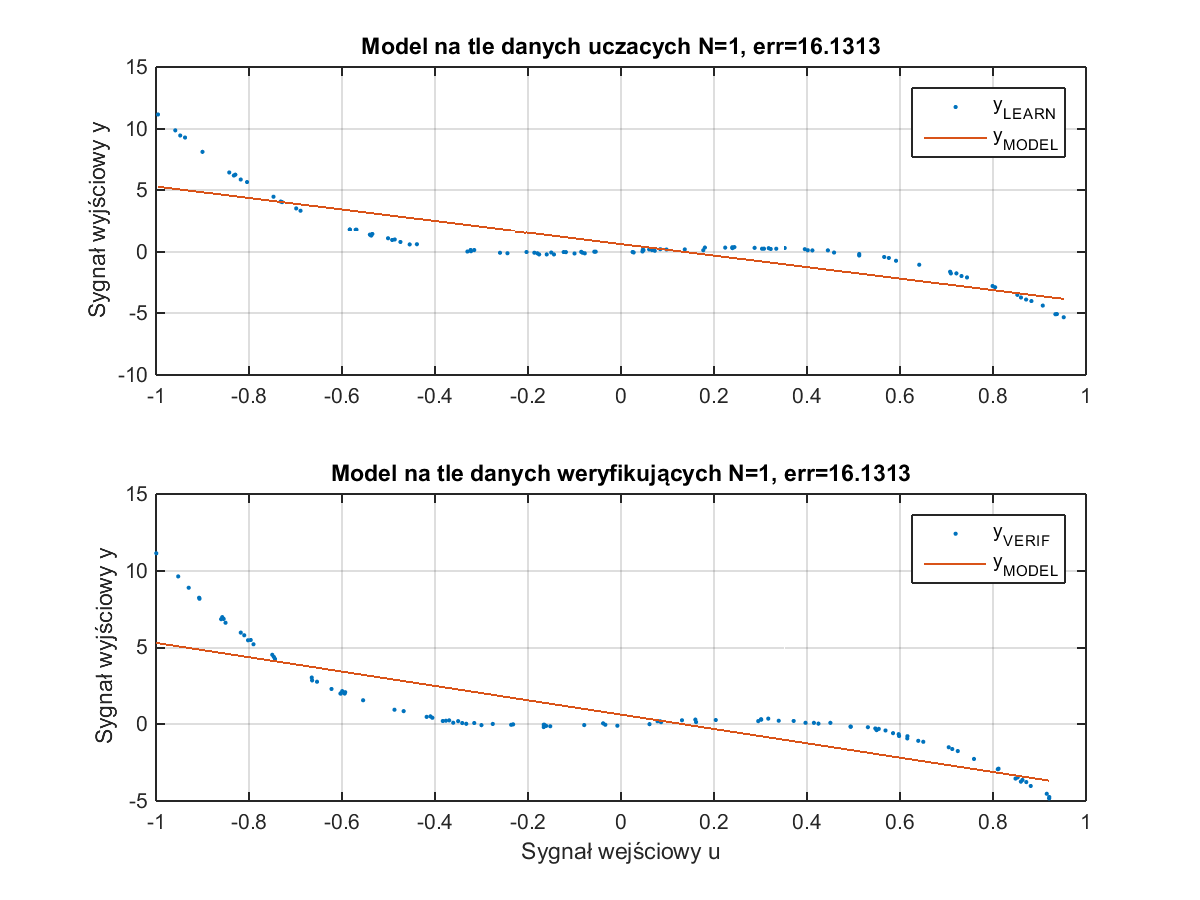
#### Opis jakiś

Super opis

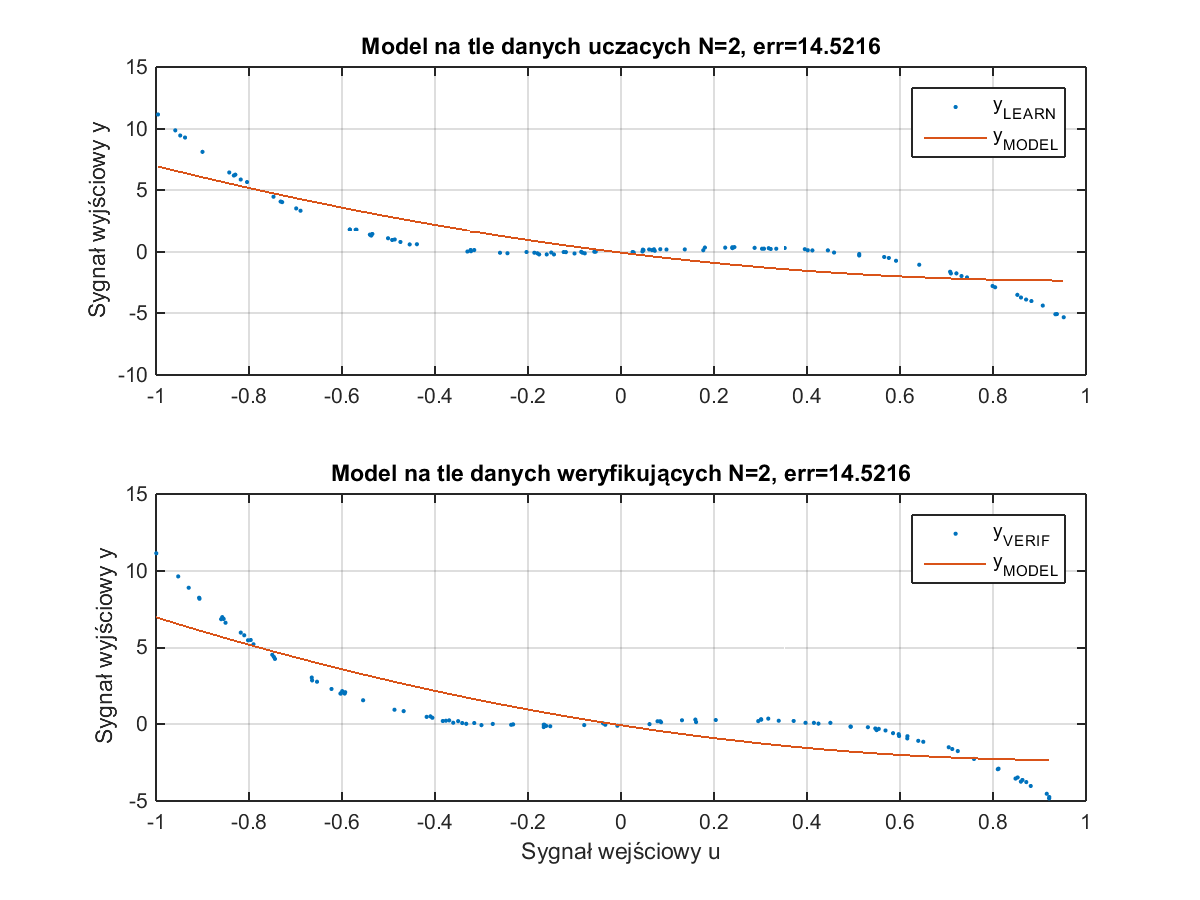
#### Model zerowego stopnia



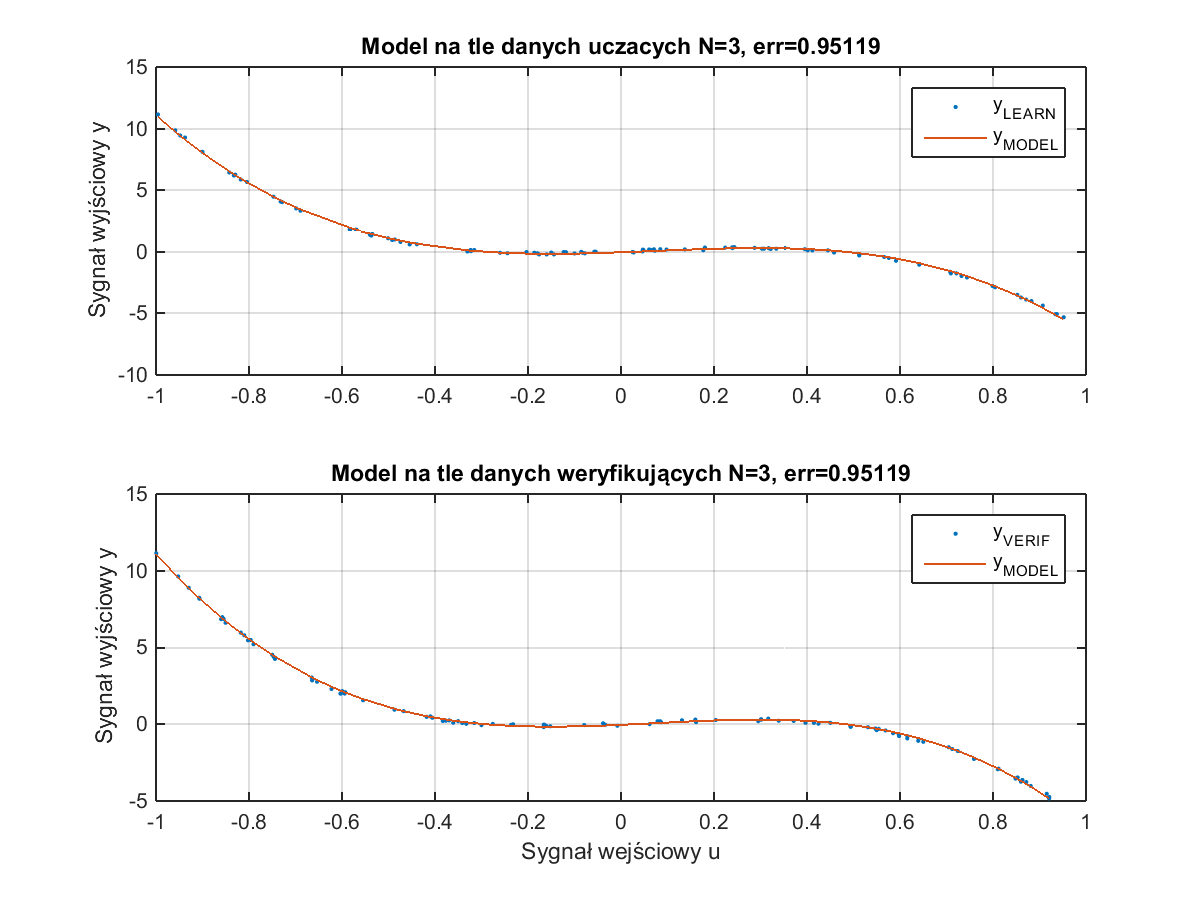
#### Model pierwszego stopnia



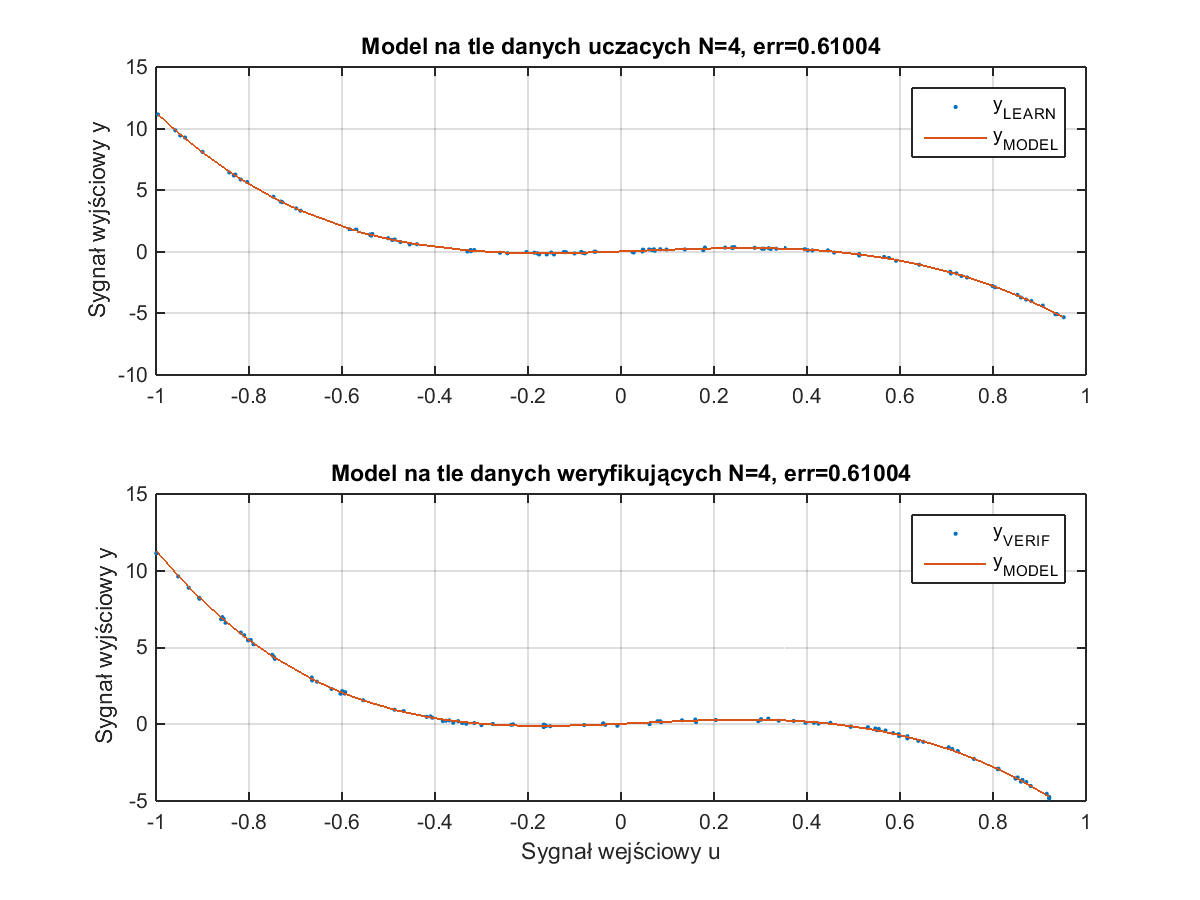
#### Model drugiego stopnia



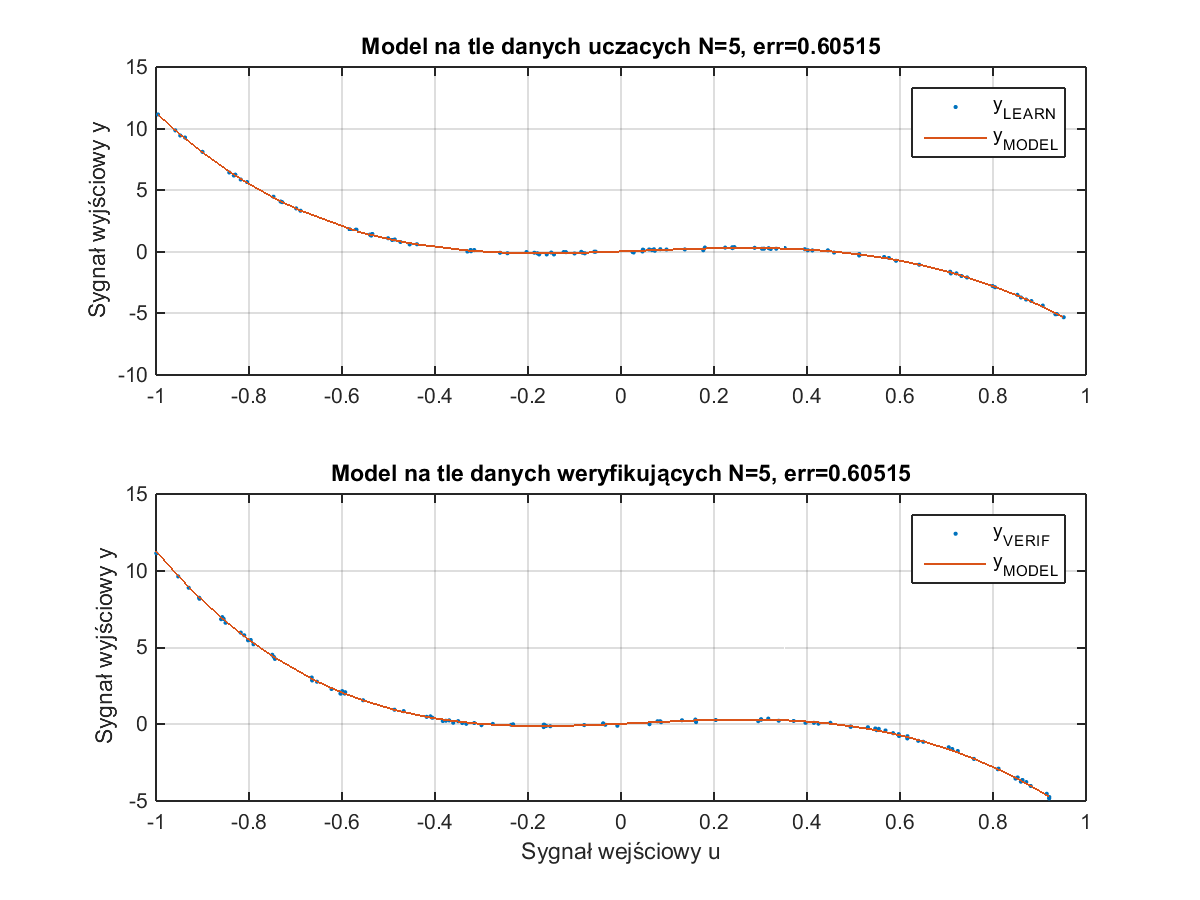
#### Model trzeciego stopnia



#### Model czwartego stopnia



#### Model piątego stopnia



#### Opis wykresów

* Obserwuję coraz to lepsze pokrycie modelu i danych uczących oraz weryfikacyjnych, szczególnie jest to zauważalne dla pierwszych czterech stopni modelu(0, 1, 2, 3), dalsze zmiany nie są aż tak wyraźne.
* Na podstawie wykresów szacuję, że model stopnia trzeciego jest najlepszym modelem.

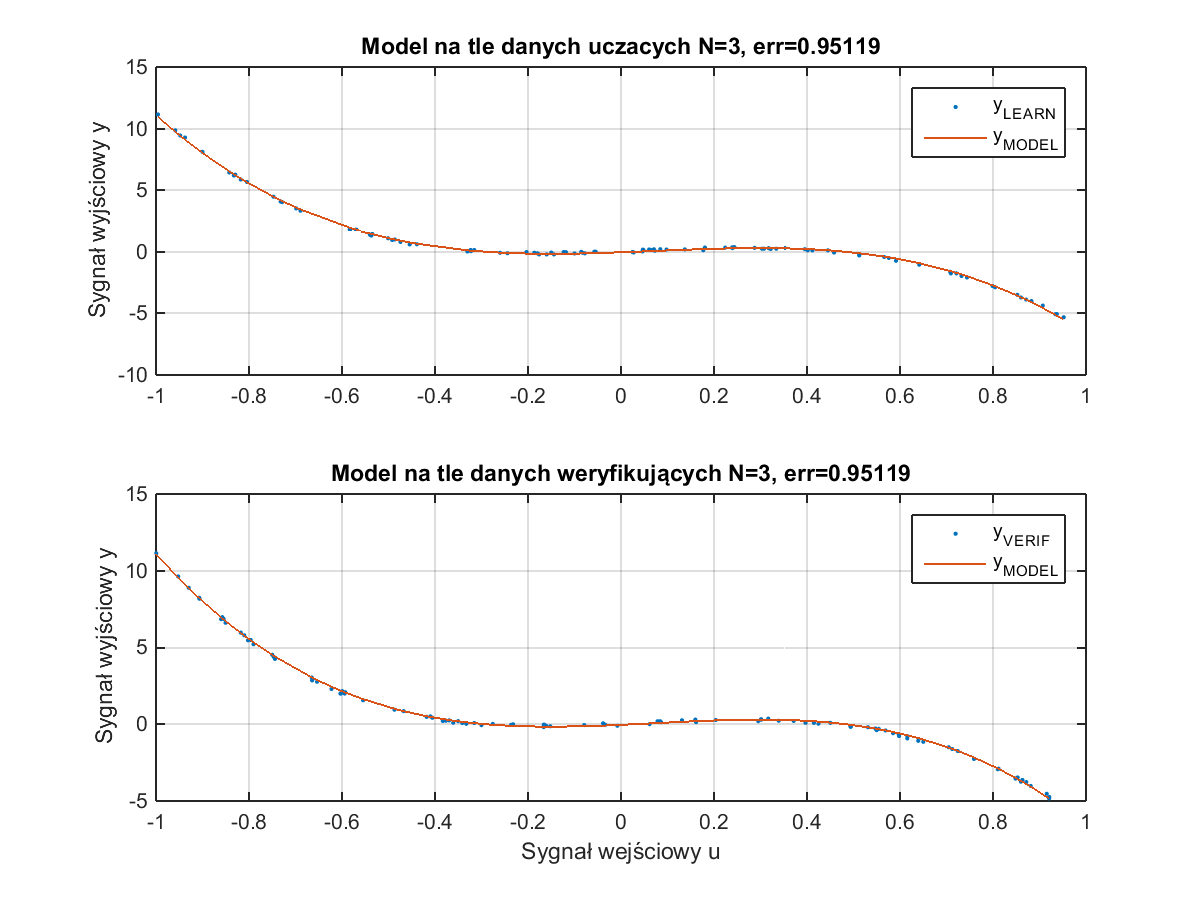
#### Tabela błędów ekstrapolacji



* Tabela przedstawia błędy ekstrapolacji metodą najmniejszych kwadratów przy sprawdzaniu modelu danymi uczącymi i weryfikującymi. Wybór najlepszego modelu statycznego polega na wybraniu takiego stopnia który daje w efekcie najmniejszą wartość błędu, a także zapewnia możliwie małą ilość współczynników.
* Obserwuję spadek błędu wraz ze wzrostem stopnia modelu.
* Tempo spadku jest malejące wraz ze wzrostem stopnia.
* Dla stopnia powyżej 4 wartość błędu zmienia się nieznacznie chwilami wzrastając – dalsze zwiększanie stopnia nie jest skuteczne.
* Na podstawie tabeli finalnie wybieram model stopnia trzeciego jako najlepszy.

### Najlepszy model statyczny

* Wybrany najlepszy model statyczny stopnia trzeciego.
* Równanie modelu statycznego:

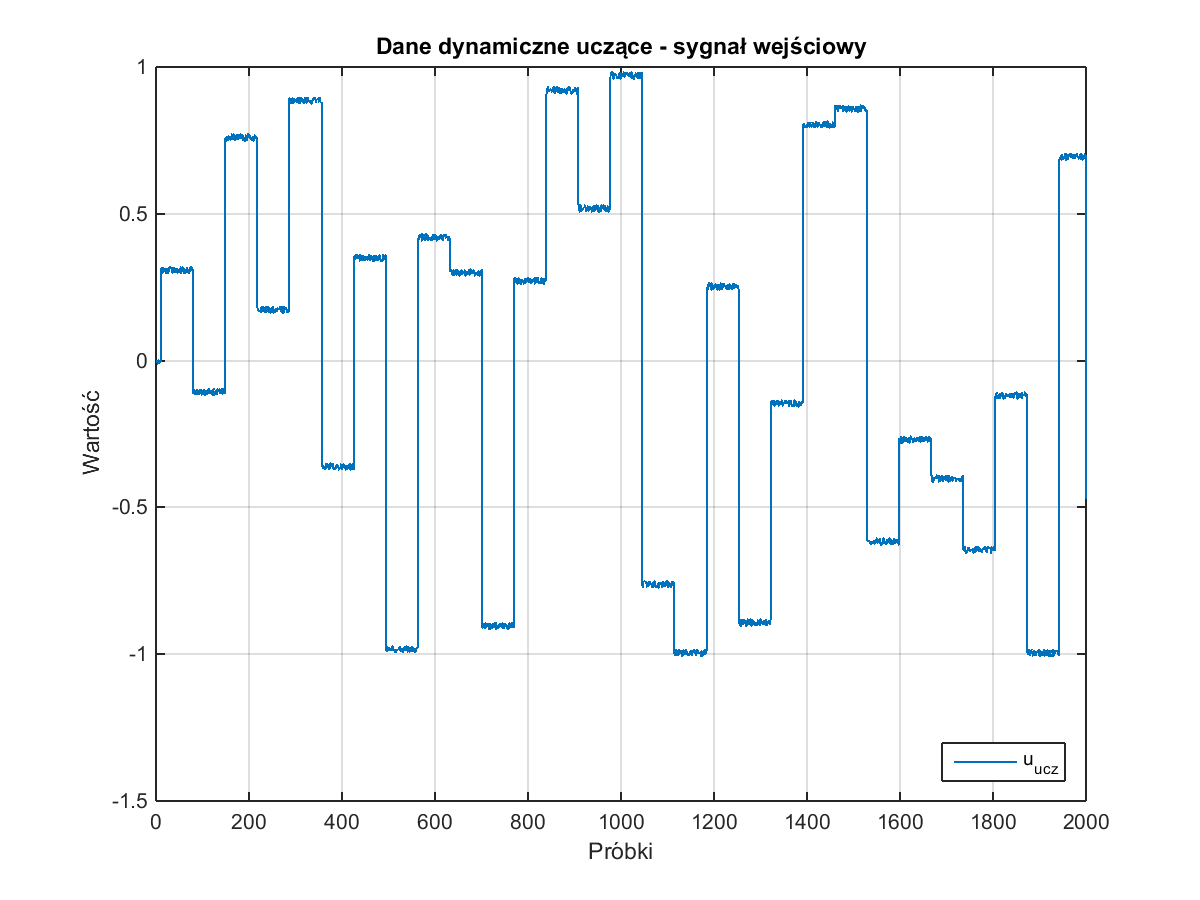


* Wybrany model statyczny trzeciego stopnia pokrywa zbiory danych uczących i weryfikujących w zadawalającym stopniu przy jednocześnie stosunkowo małej ilości współczynników.

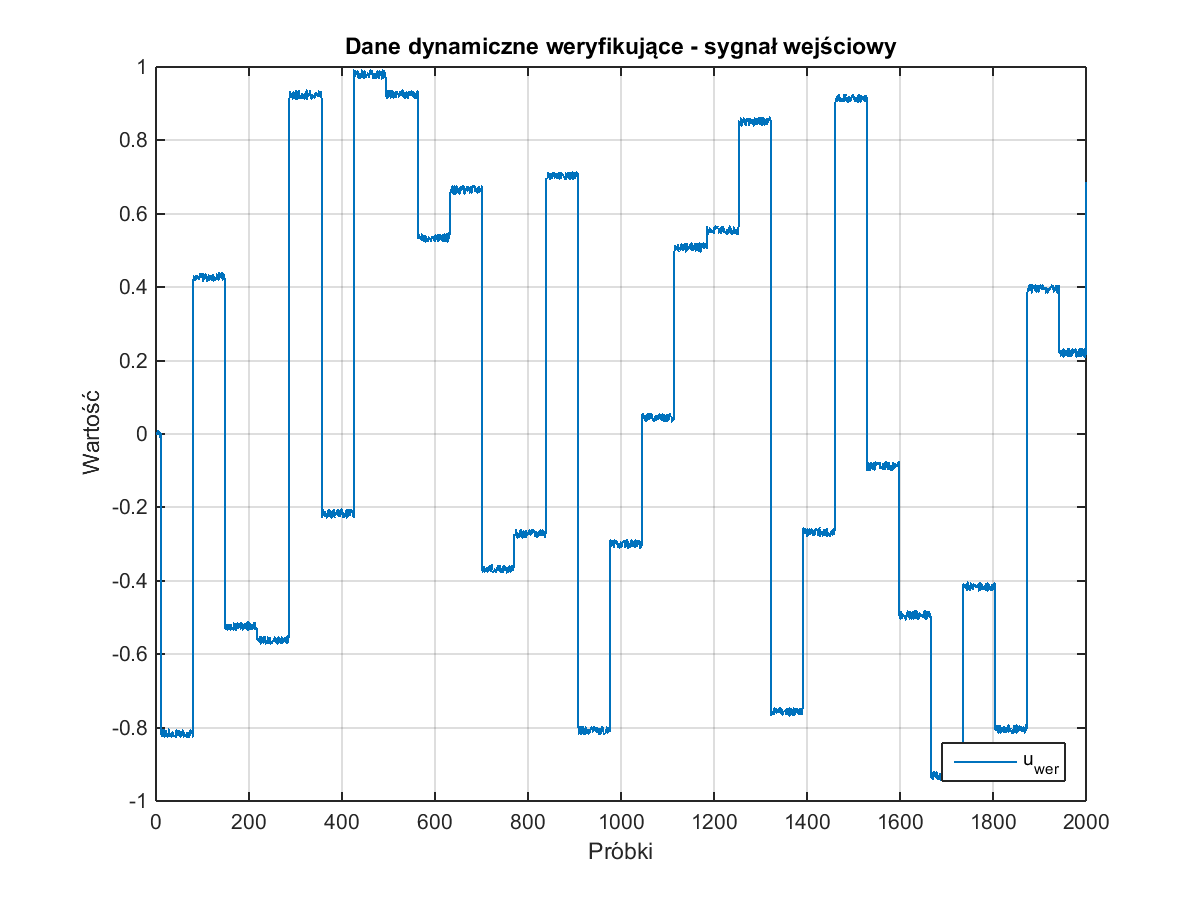
## **Identyfikacja modeli dynamicznych**

### Wykresy danych dynamicznych

#### Dane uczące, sygnał wejściowy u



#### Dane weryfikujące, sygnał wejściowy u



#### Dane weryfikujące, sygnał wejściowy u

#### Dane uczące, sygnał wyjściowy y

#### 

#### Dane weryfikujące, sygnał wyjściowy y



* Zgodnie z nazwą zbiorów dane służą do uczenia modelu oraz do weryfikowania jego poprawności. Konieczność taka wynika z możliwości zaistnienia sytuacji gdy model w takim stopniu dopasuje się do danych uczących, że zacznie tracić swoje zdolności dla danych nie będącymi danymi uczącymi czyli np. dla danych weryfikujących.

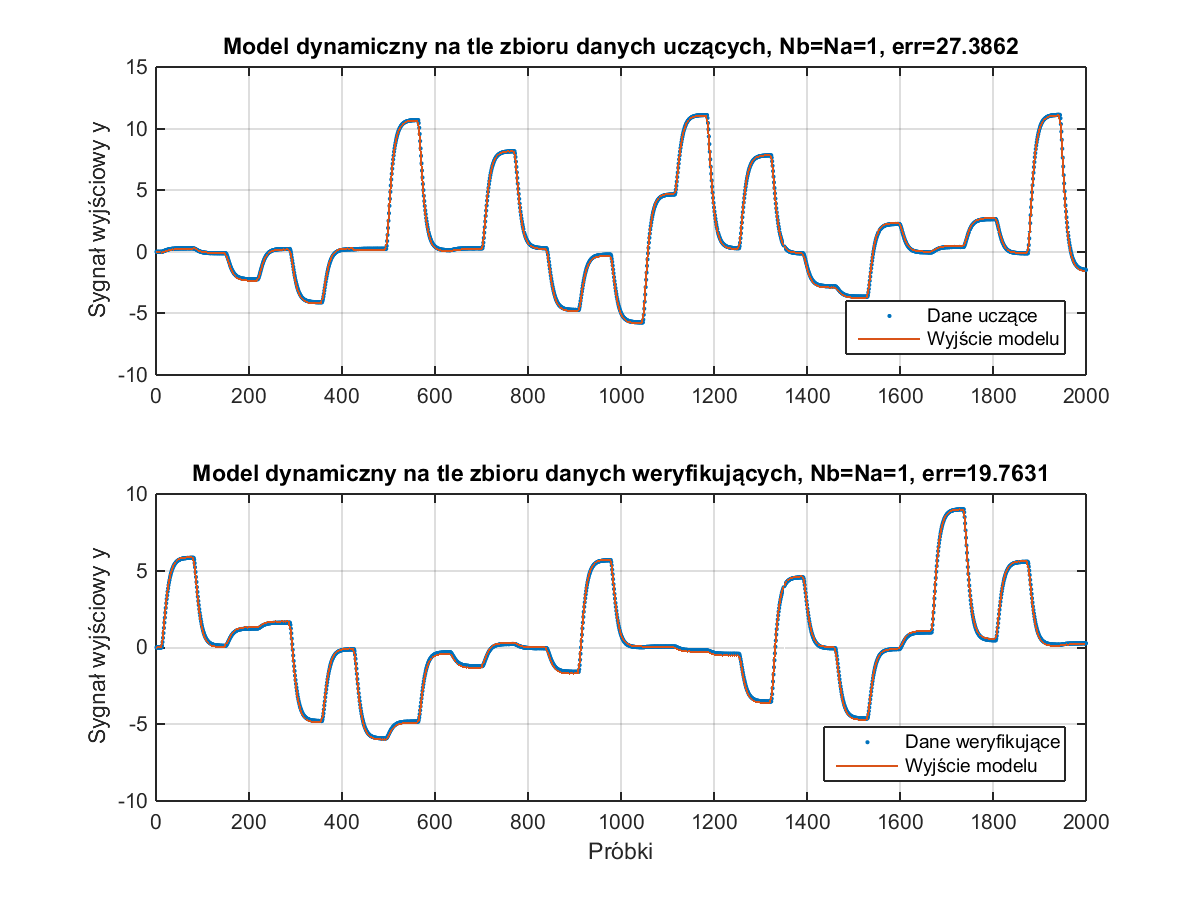
### Dynamiczne modele liniowe metodą najmniejszych kwadratów

#### Jakiś opis

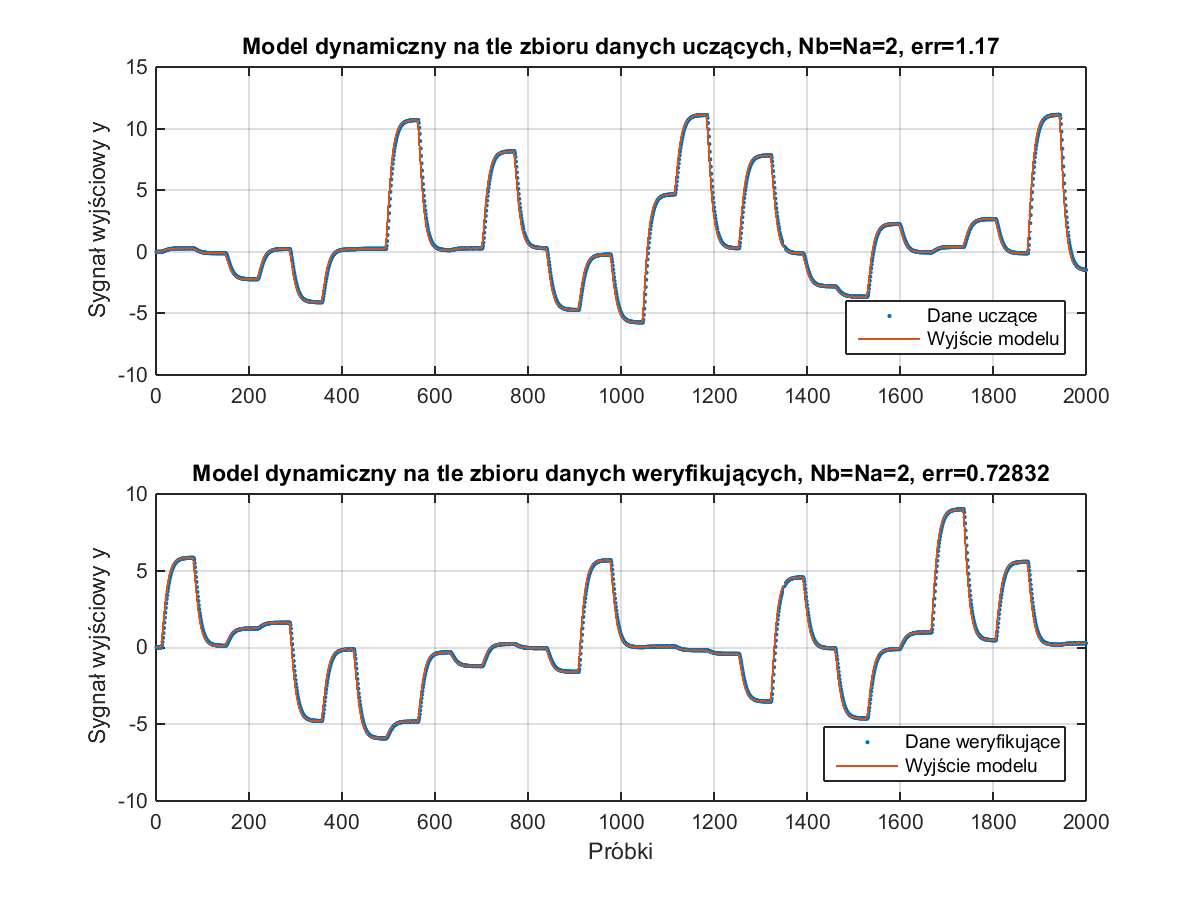
* Super opis

#### Modele bez rekurencji

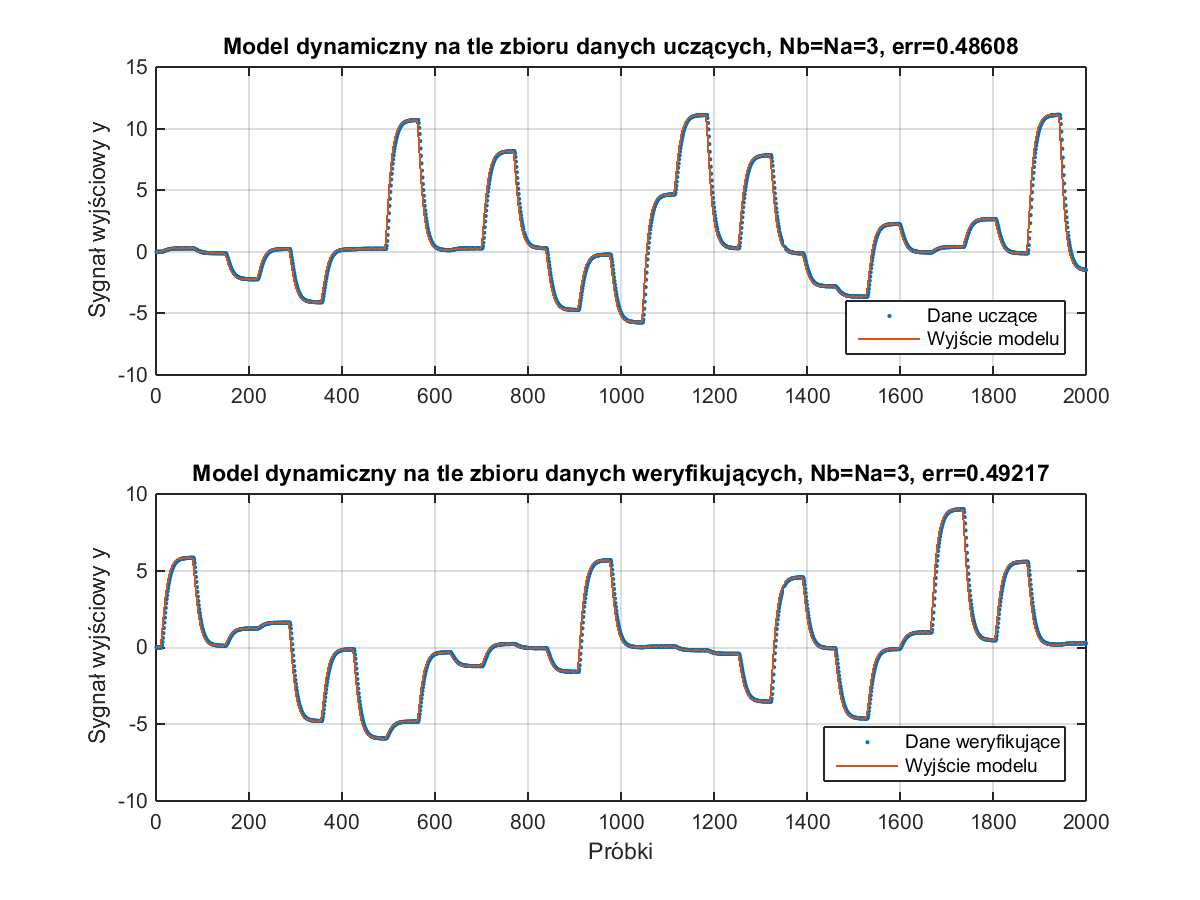
#### Model liniowy dynamiczny pierwszego rzędu (nA = nB = 1)



#### Model liniowy dynamiczny drugiego rzędu (nA = nB = 2)



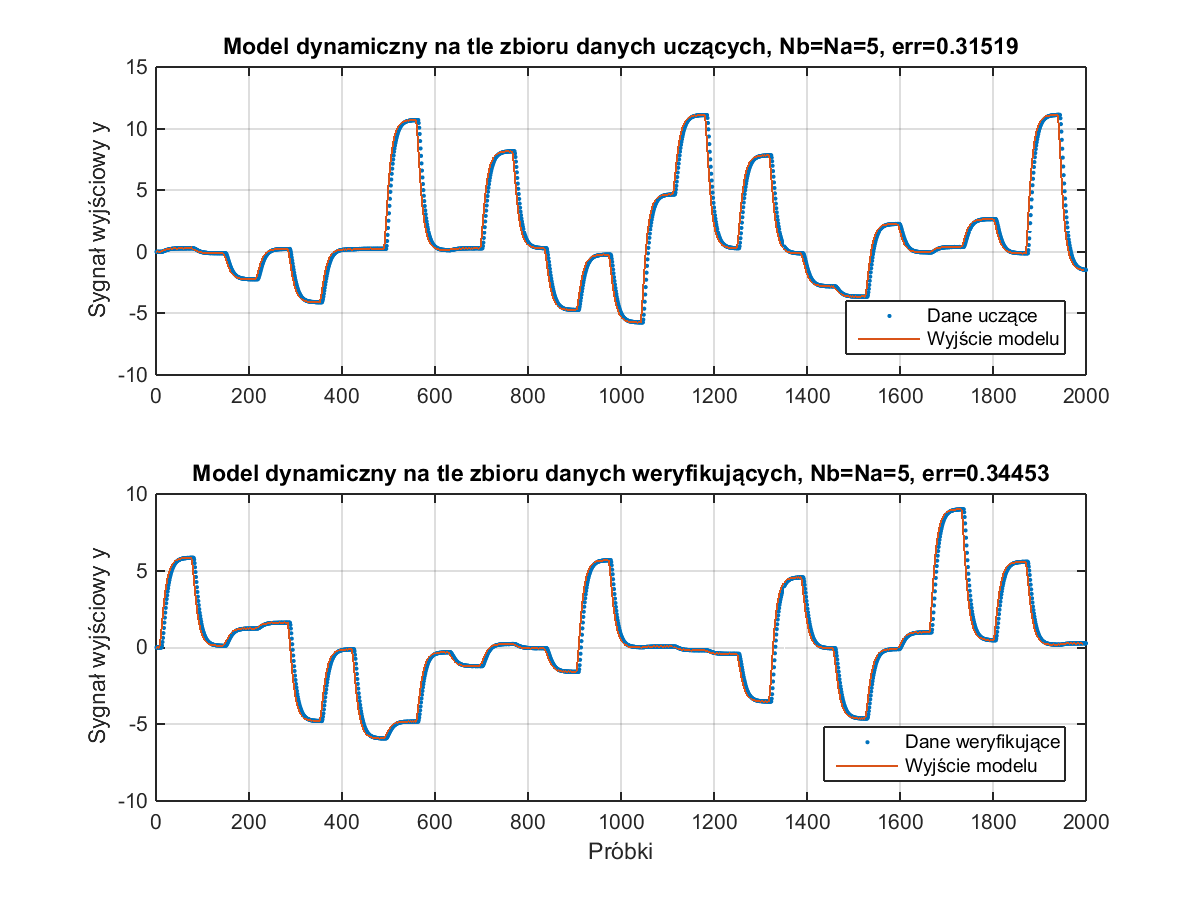
#### Model liniowy dynamiczny trzeciego rzędu (nA = nB = 3



#### Model liniowy dynamiczny czwartego rzędu (nA = nB = 4)



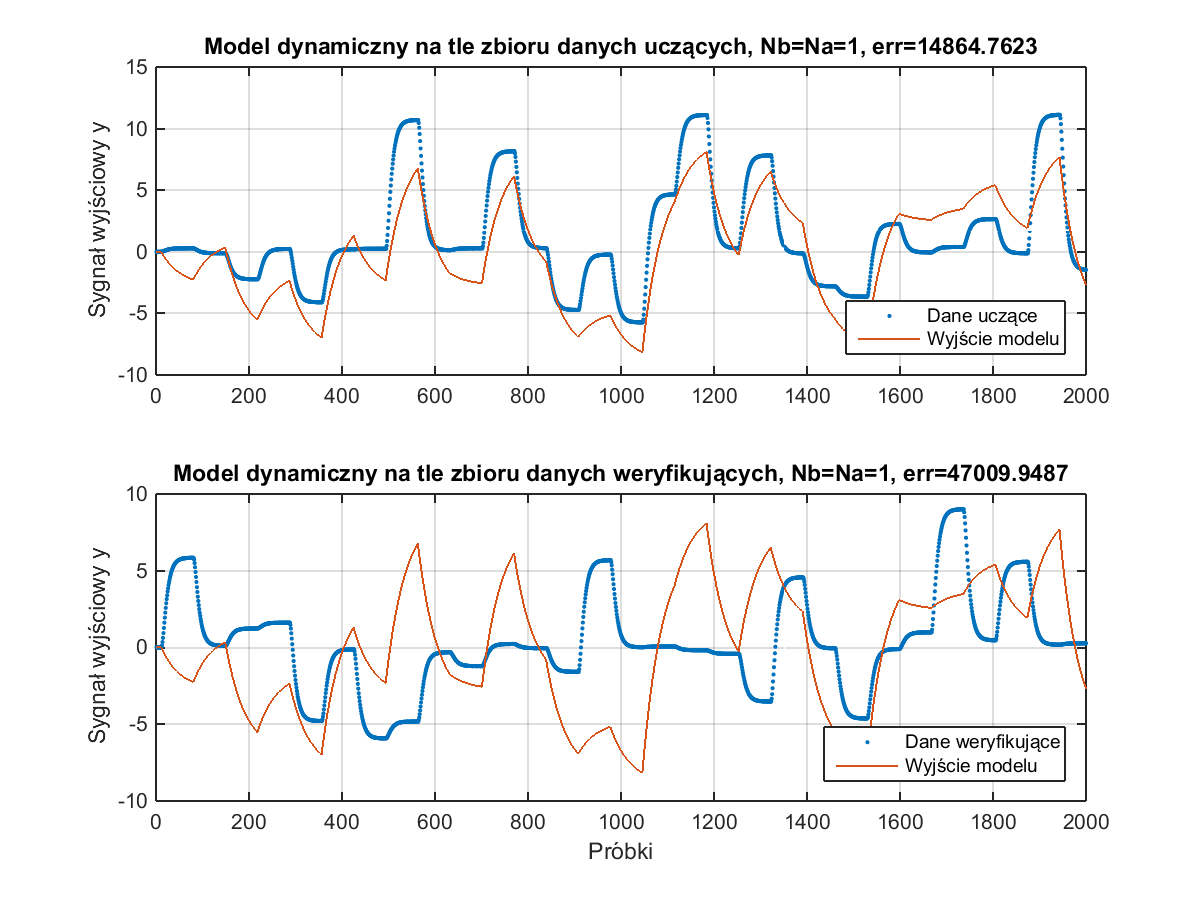
#### Model liniowy dynamiczny piątego rzędu (nA = nB = 5)



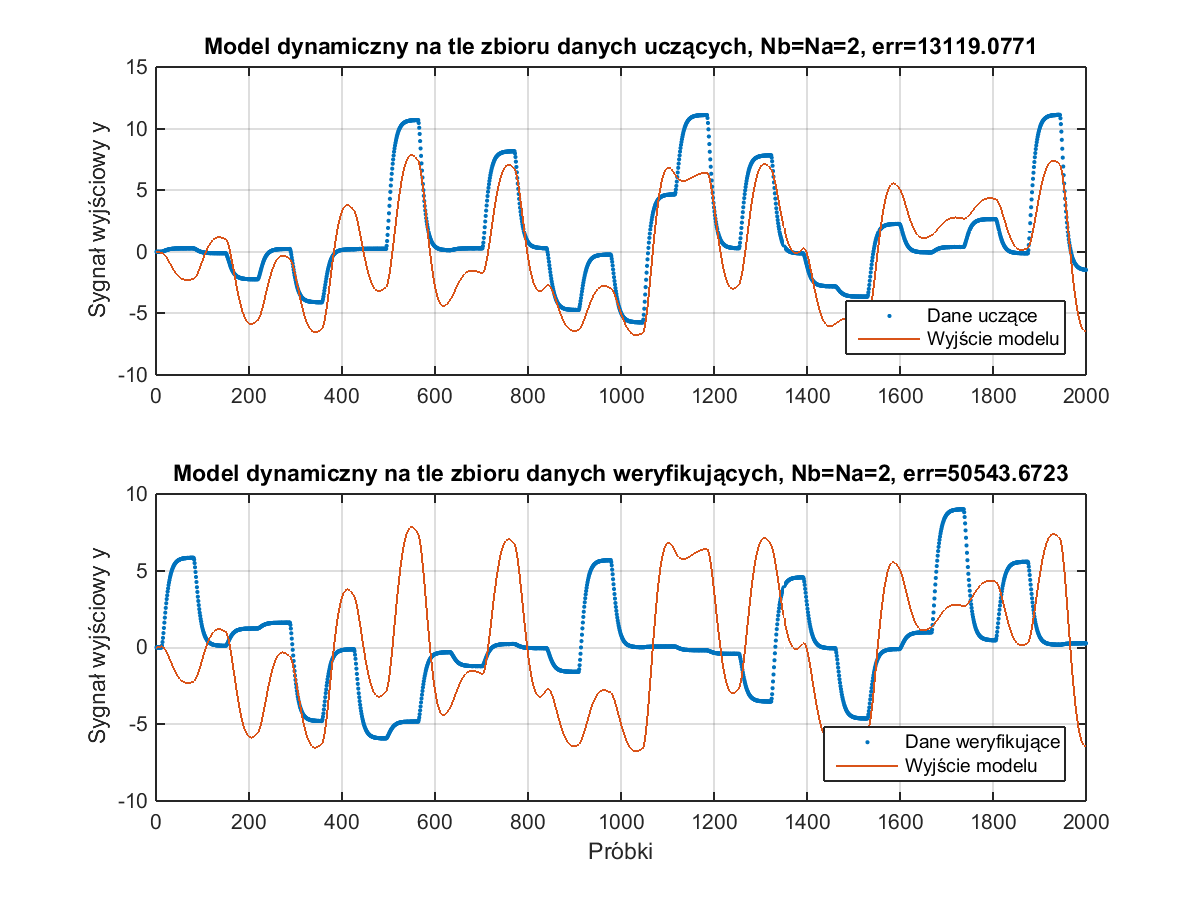
Modele dynamiczne liniowe w trybie bez rekurencji wykazują bardzo dobre pokrycie danych uczących oraz danych weryfikujących. Mały błąd średniokwadratowy już od pierwszego rzędu

#### Modele z rekurencją

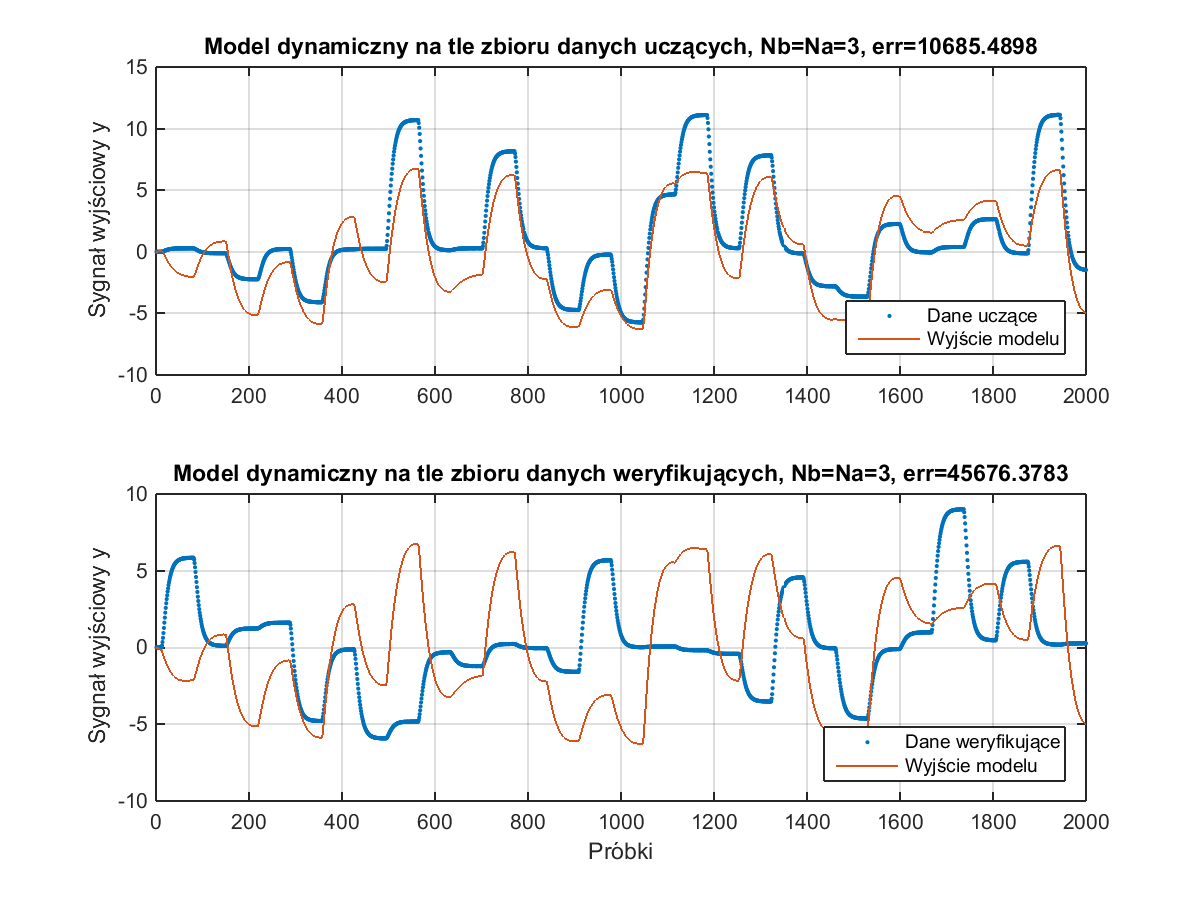
#### Model liniowy dynamiczny pierwszego rzędu (nA = nB = 1)



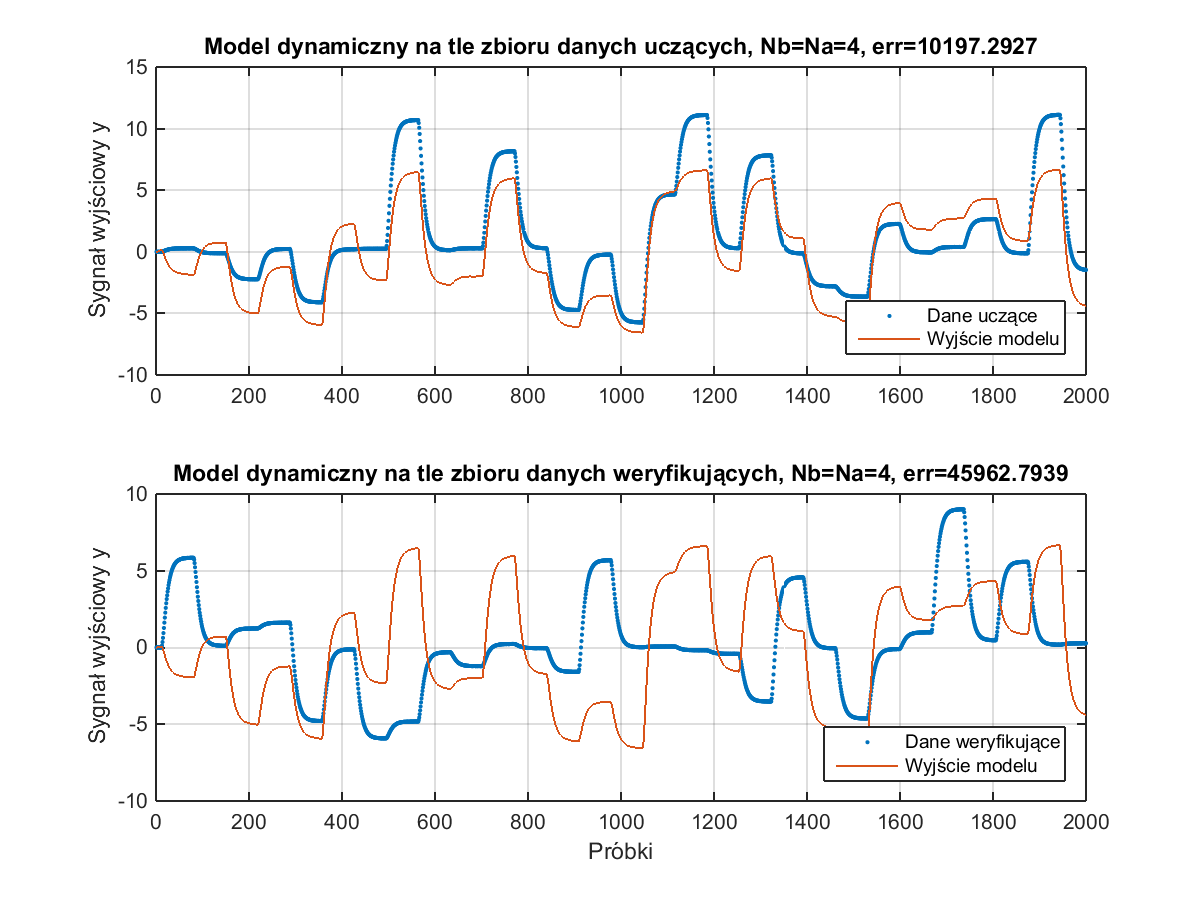
#### Model liniowy dynamiczny drugiego rzędu (nA = nB = 2)



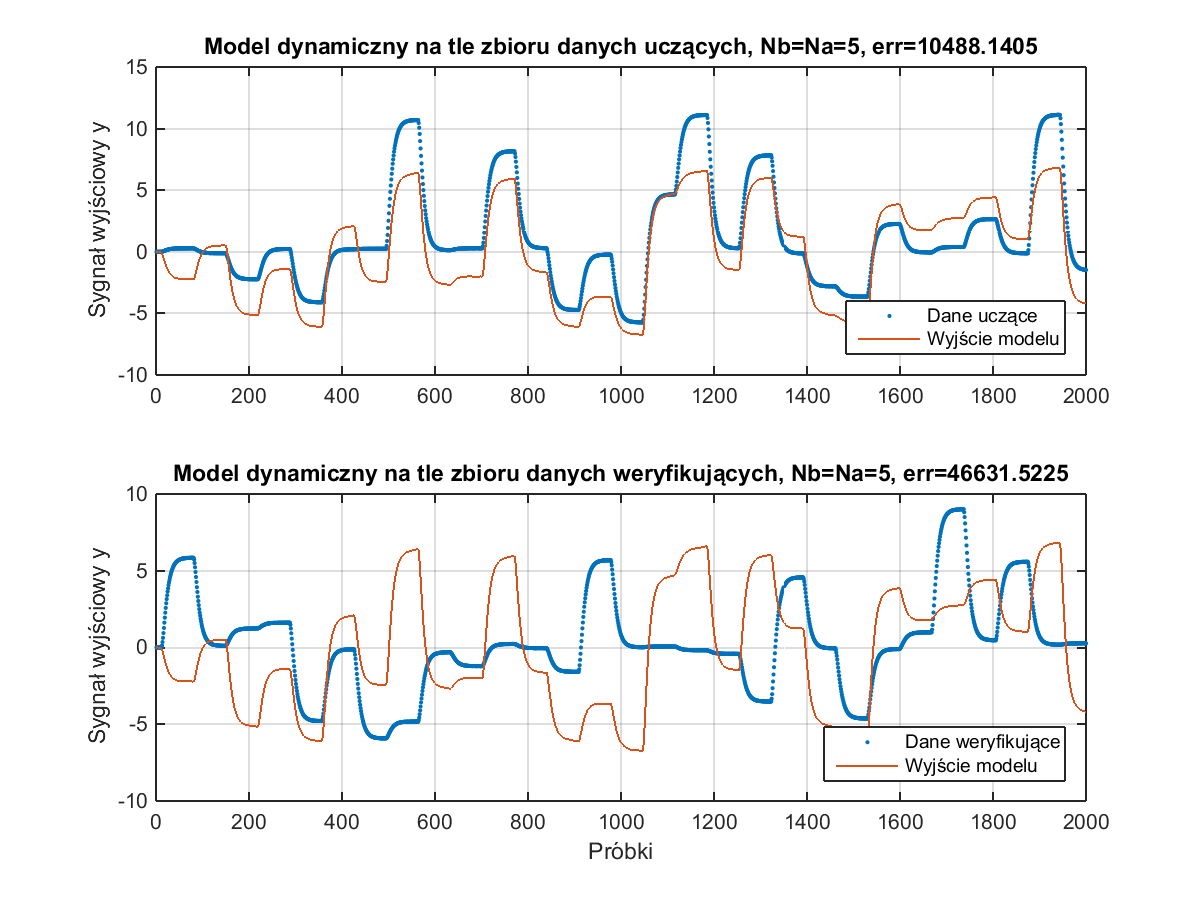
#### Model liniowy dynamiczny trzeciego rzędu (nA = nB = 3



#### Model liniowy dynamiczny czwartego rzędu (nA = nB = 4)



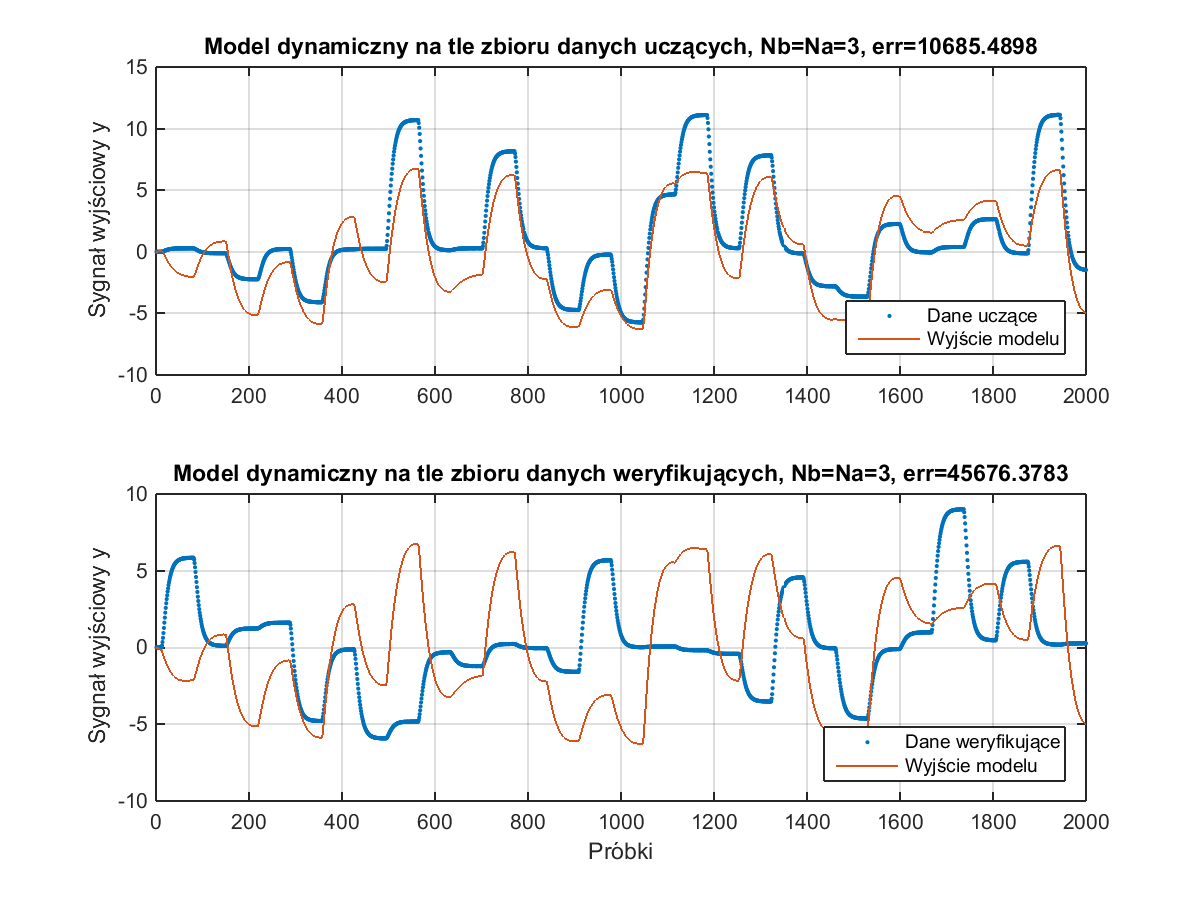
#### Model liniowy dynamiczny piątego rzędu (nA = nB = 5)



* Modele liniowe w trybie z rekurencją nie spełniają swej roli.

### Najlepszy dynamiczny model liniowy w trybie rekurencyjnym

* Modelowanie liniowe dynamicznego obiektu w tym przypadku okazało się nieskuteczne
* Przebiegi modelu nie pokrywają się z przebiegami danych uczących, a w szczególności z przebiegami danych weryfikujących
* Opracowany model nie nadaje się do stosowania
* Ze wszystkich porównywanych modeli dynamicznych liniowych w trybie rekurencji wybieram model trzeciego rzędu jako dający względnie mały błąd średniokwadratowy.



### Dynamiczne wielomianowe modele nieliniowe metodą najmniejszych kwadratów

#### Super opis

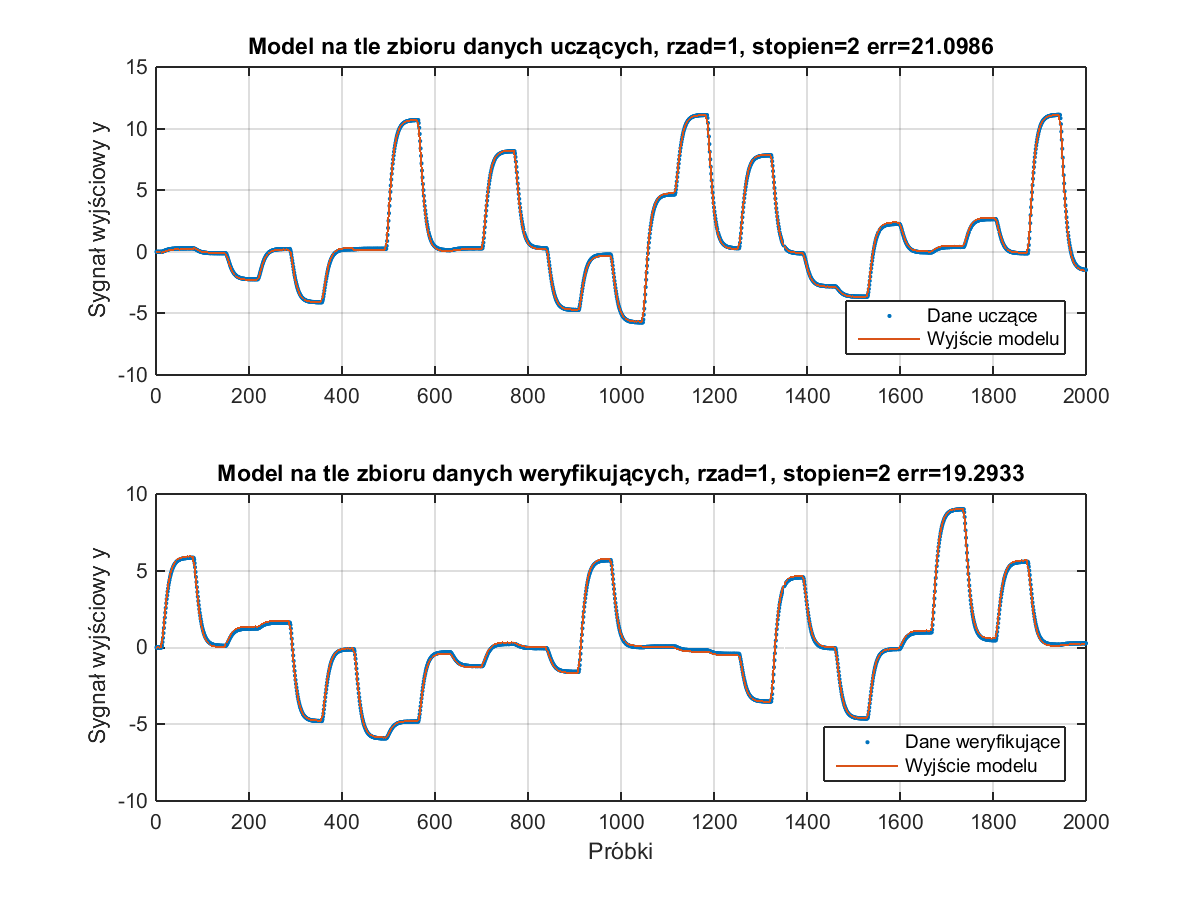
* Opis

#### Modele bez rekurencji o dynamice pierwszego rzędu i różnym stopniu wielomianów

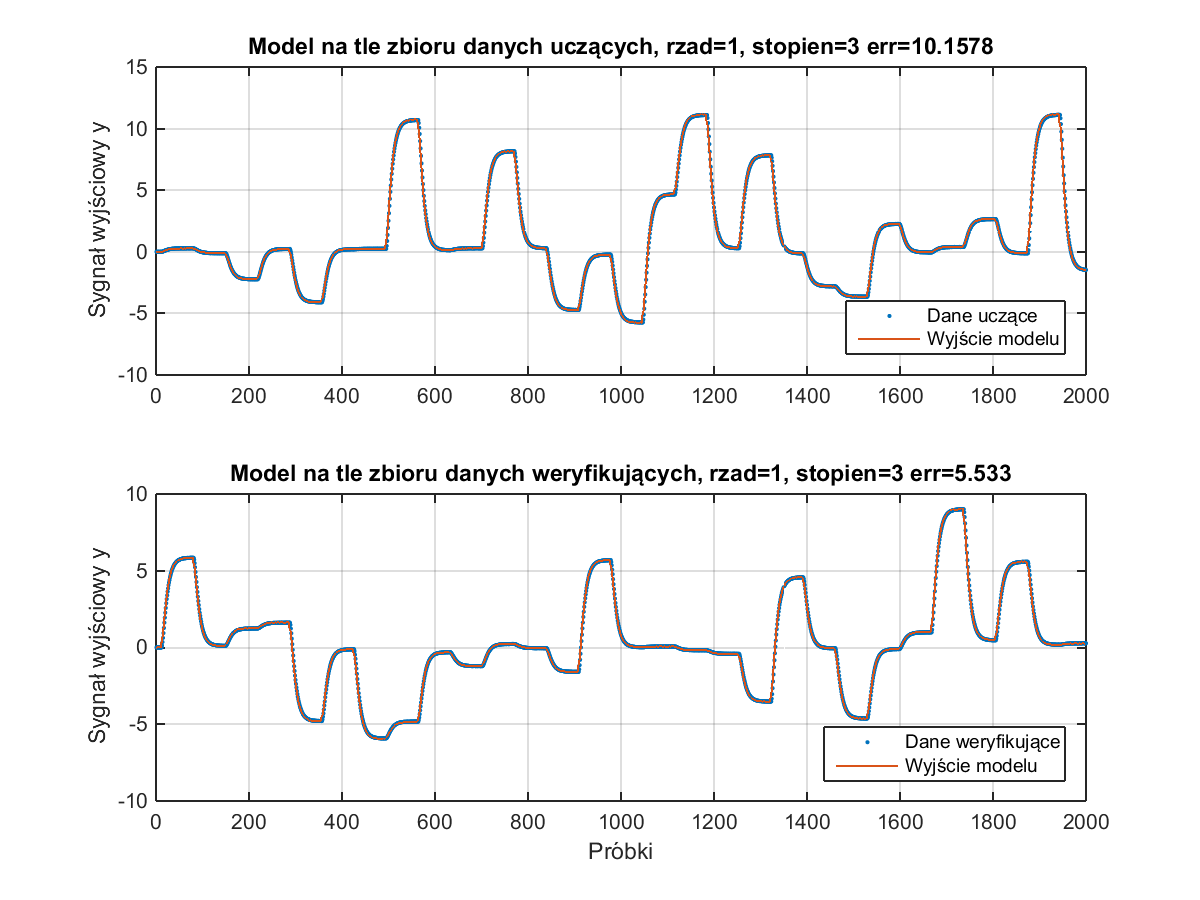
#### Model dynamiczny stopnia pierwszego



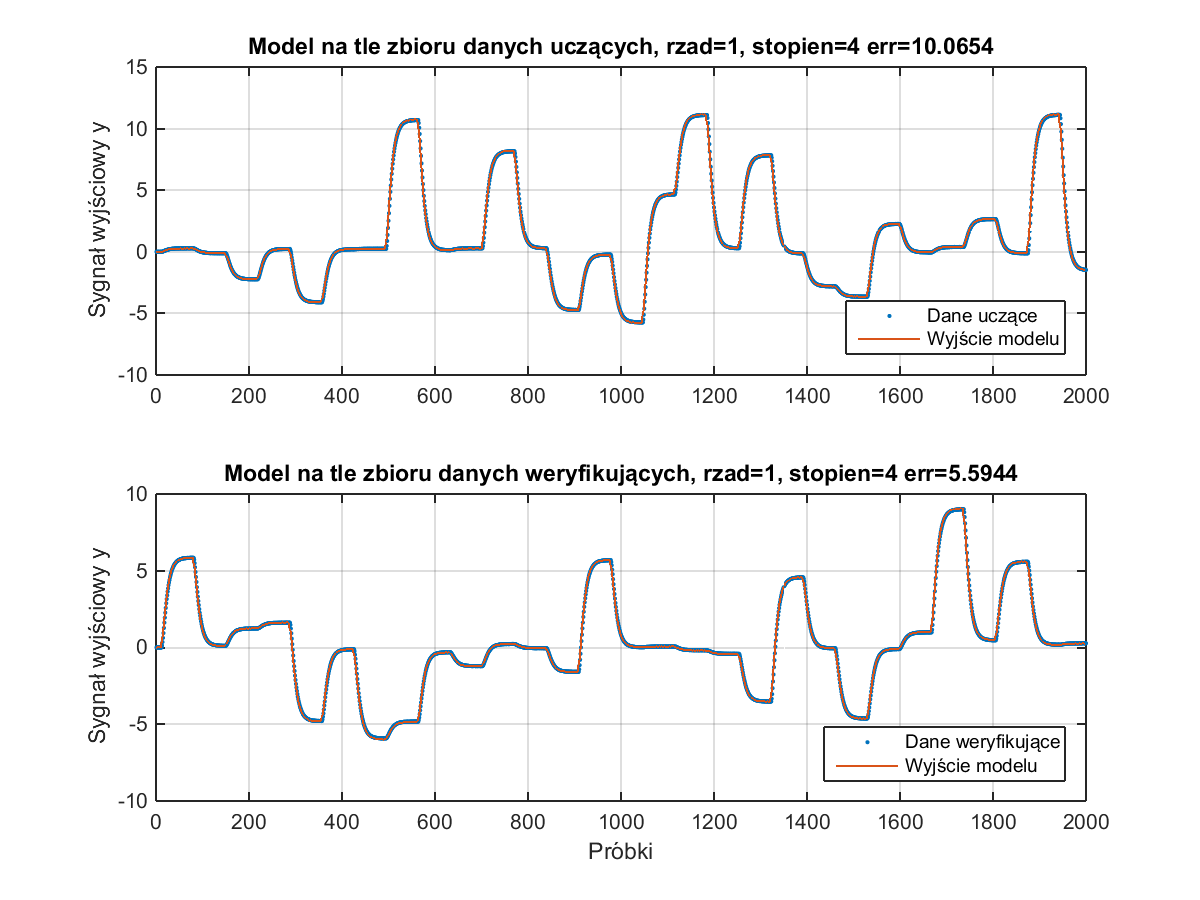
#### Model dynamiczny stopnia drugiego



#### Model dynamiczny stopnia trzeciego



#### Model dynamiczny stopnia czwartego

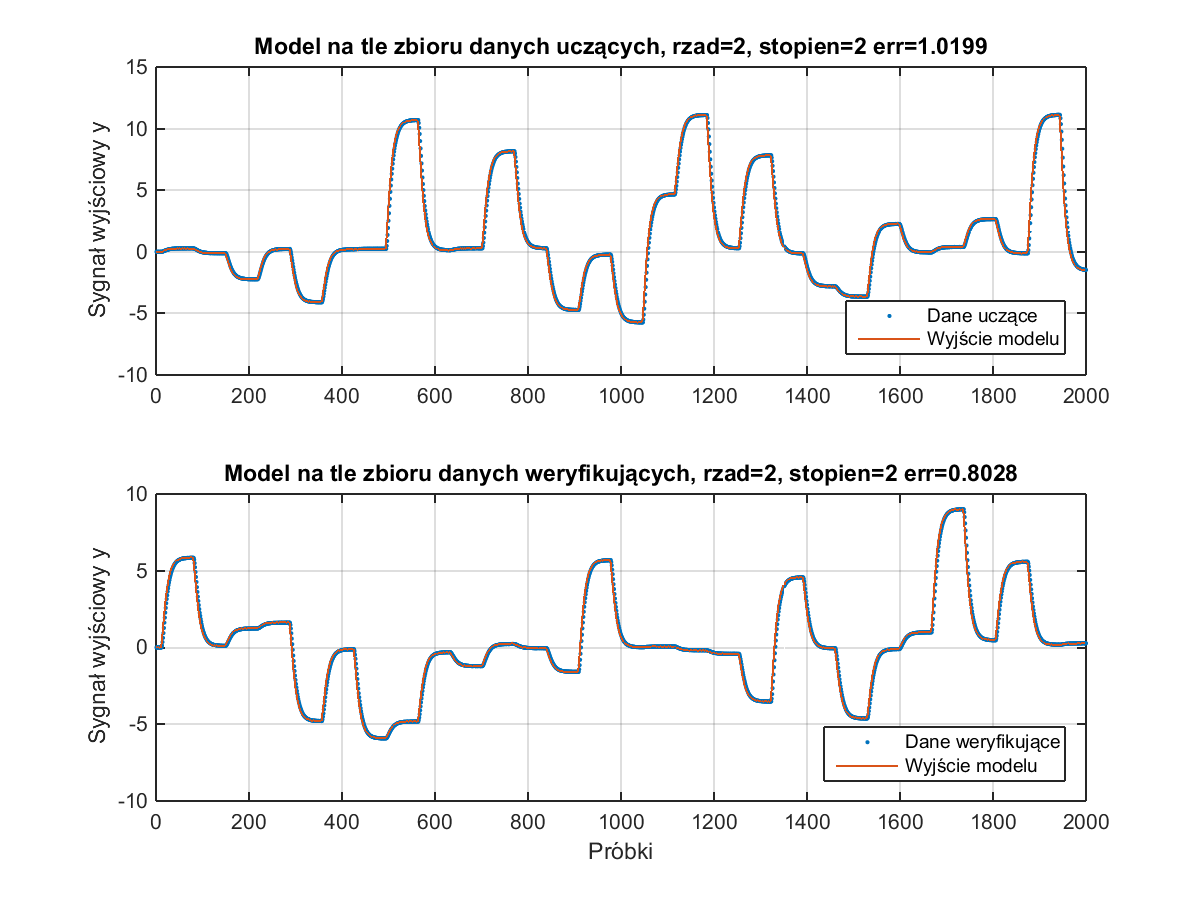


#### Modele bez rekurencji o dynamice drugiego rzędu i różnym stopniu wielomianów

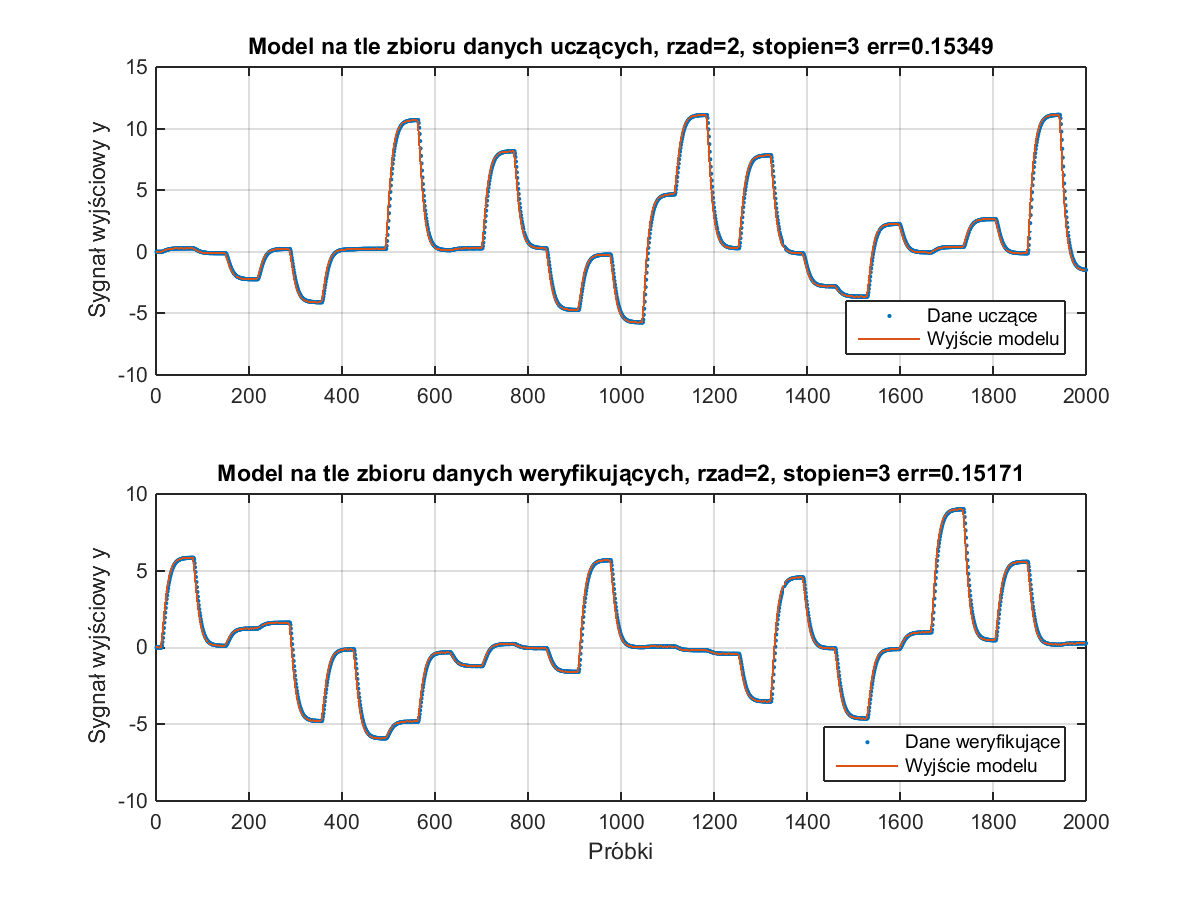
#### Model dynamiczny stopnia pierwszego



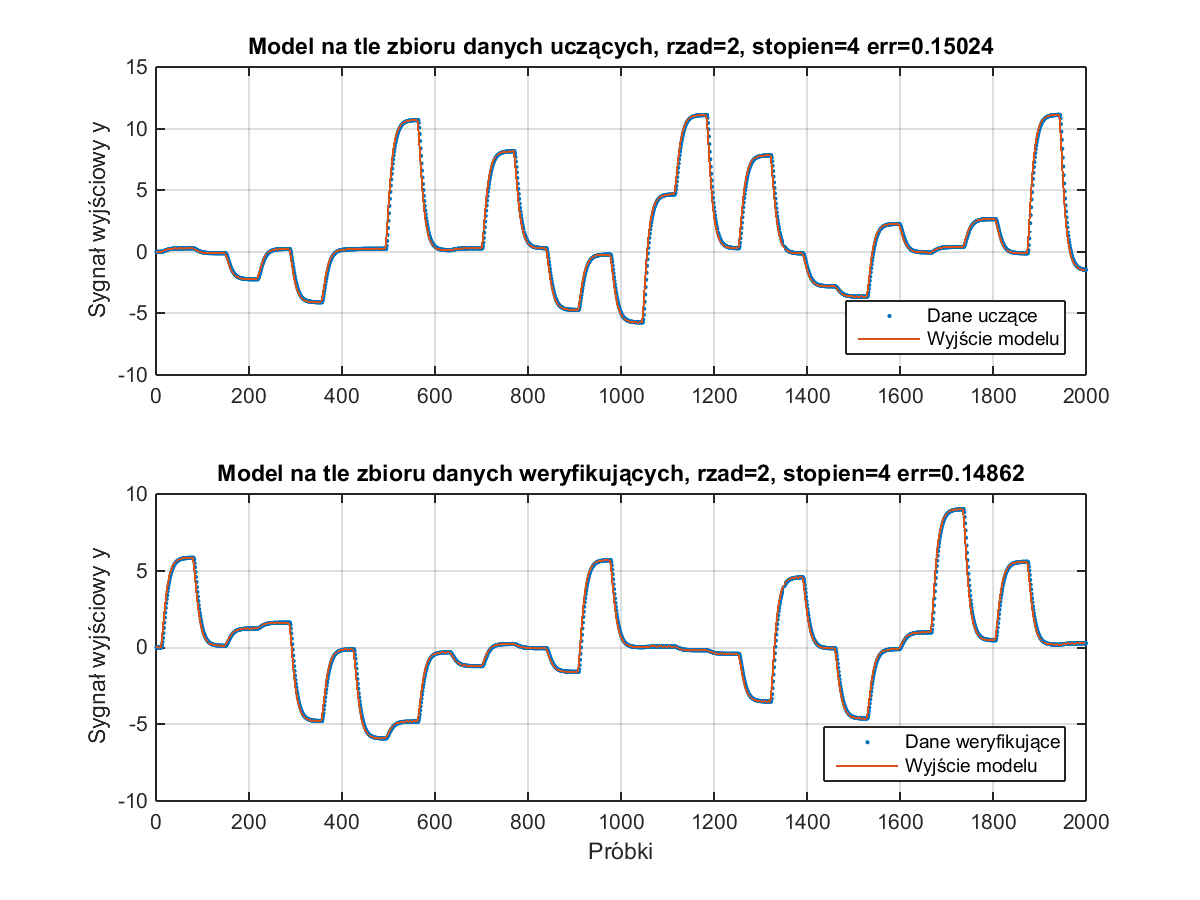
#### Model dynamiczny stopnia drugiego



#### Model dynamiczny stopnia trzeciego

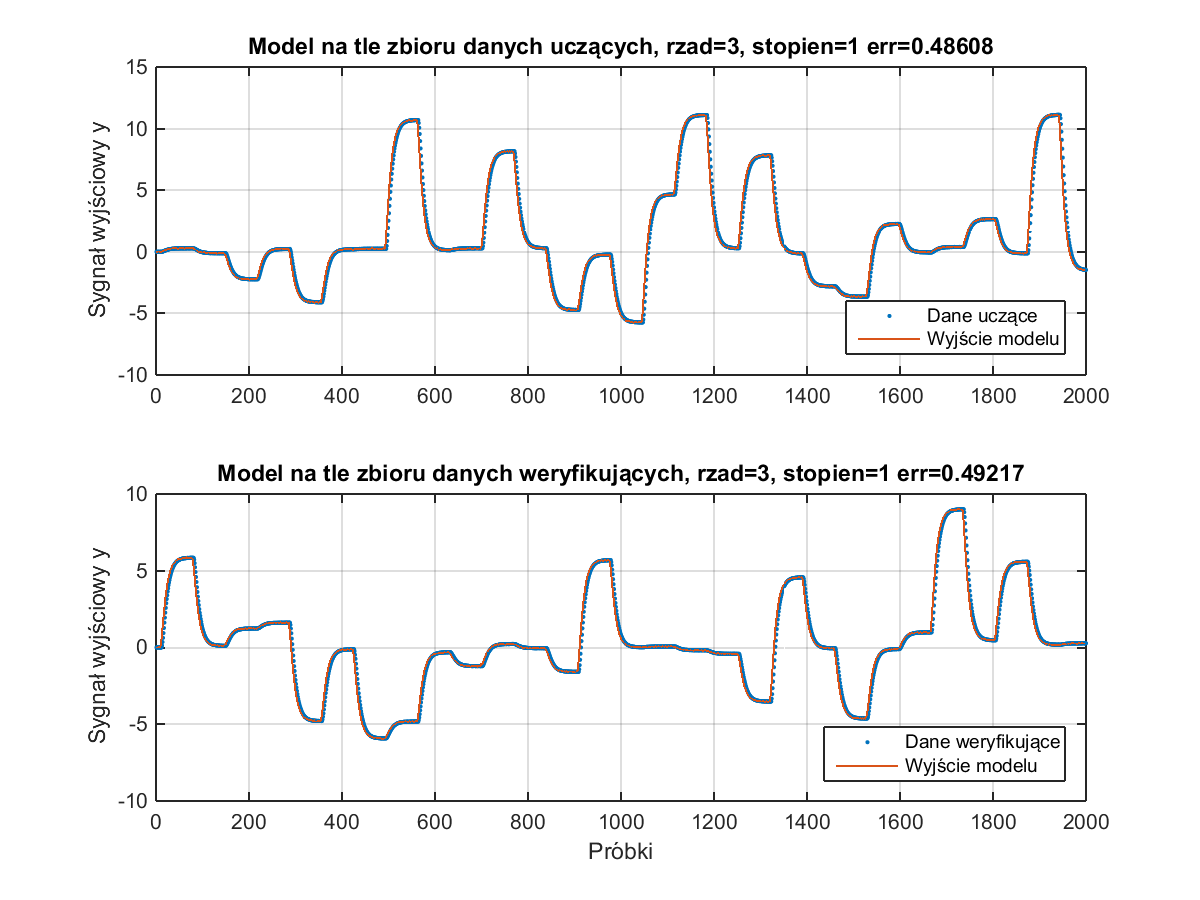


#### Model dynamiczny stopnia czwartego

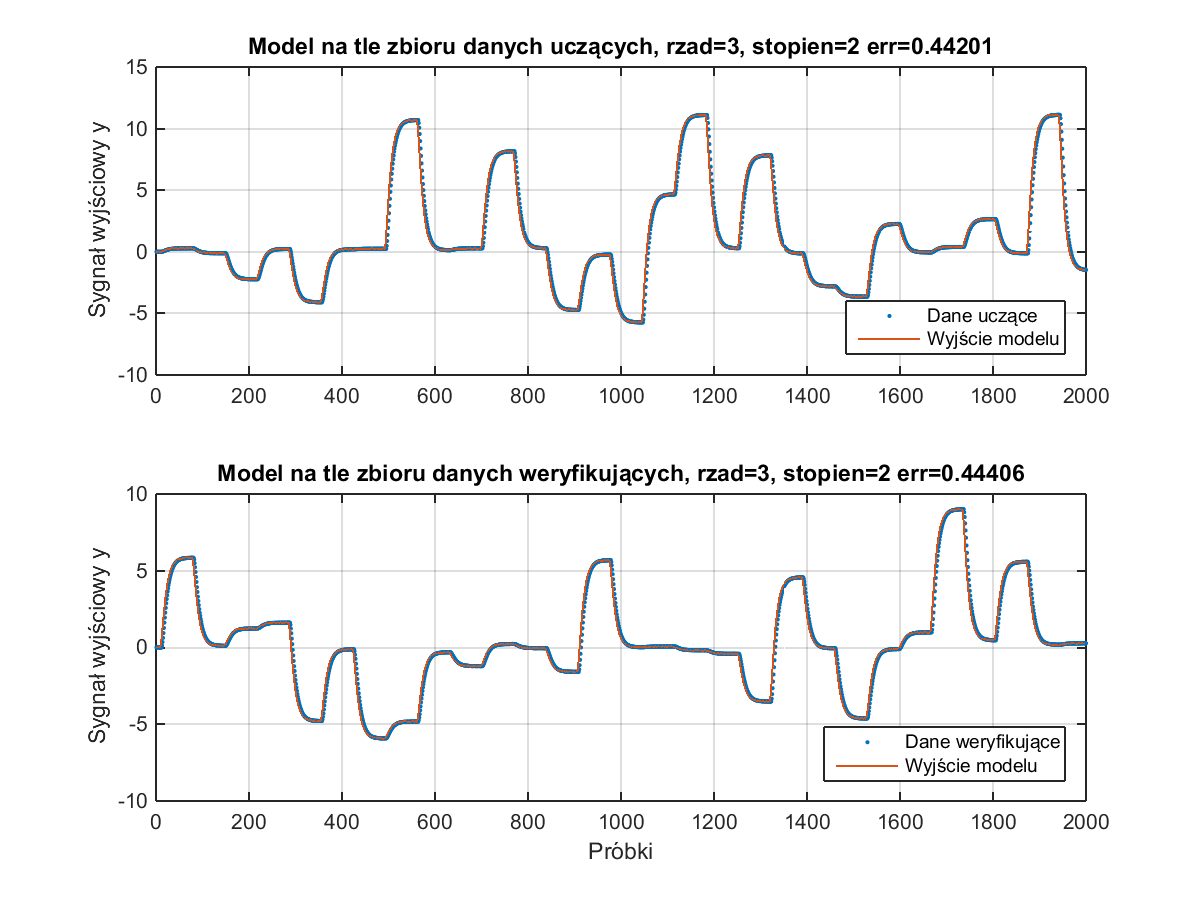


#### Modele bez rekurencji o dynamice trzeciego rzędu i różnym stopniu wielomianów

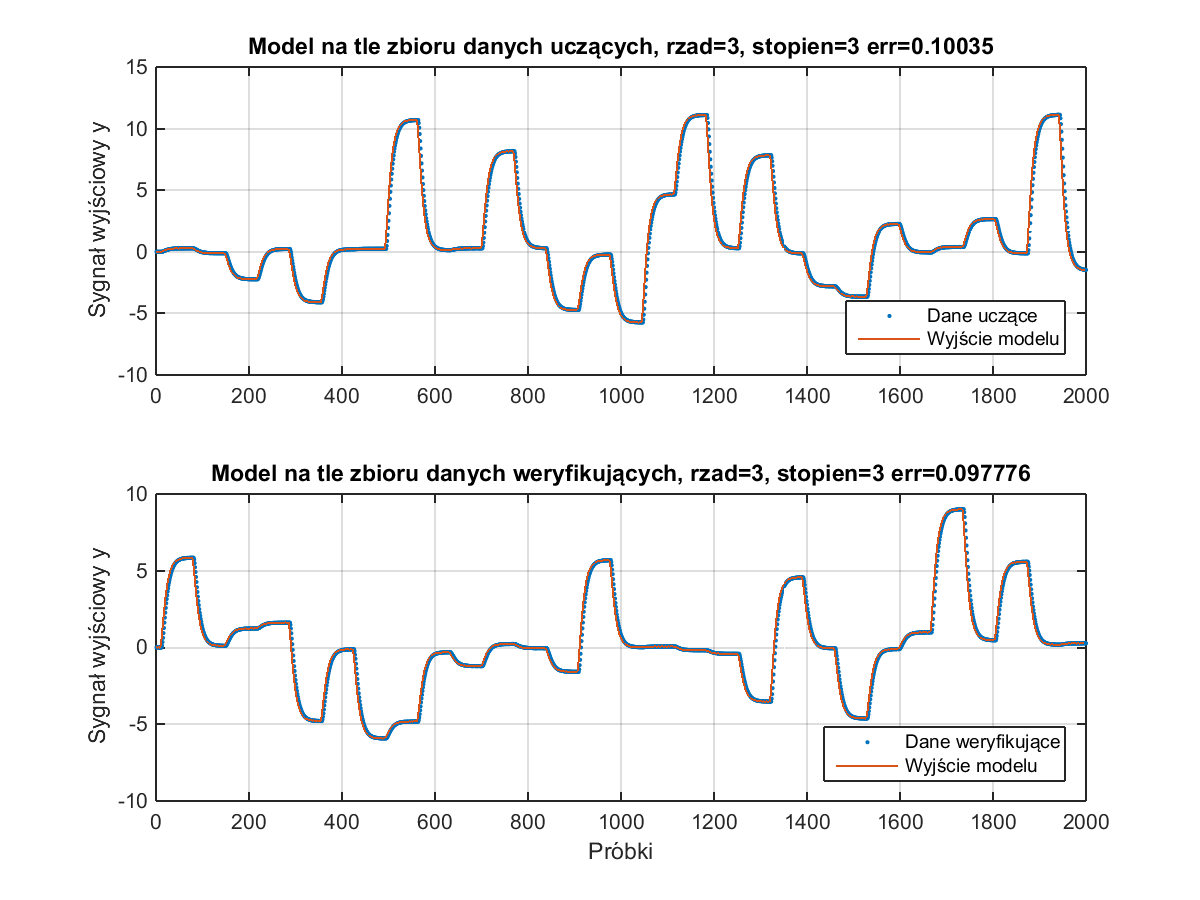
#### Model dynamiczny stopnia pierwszego



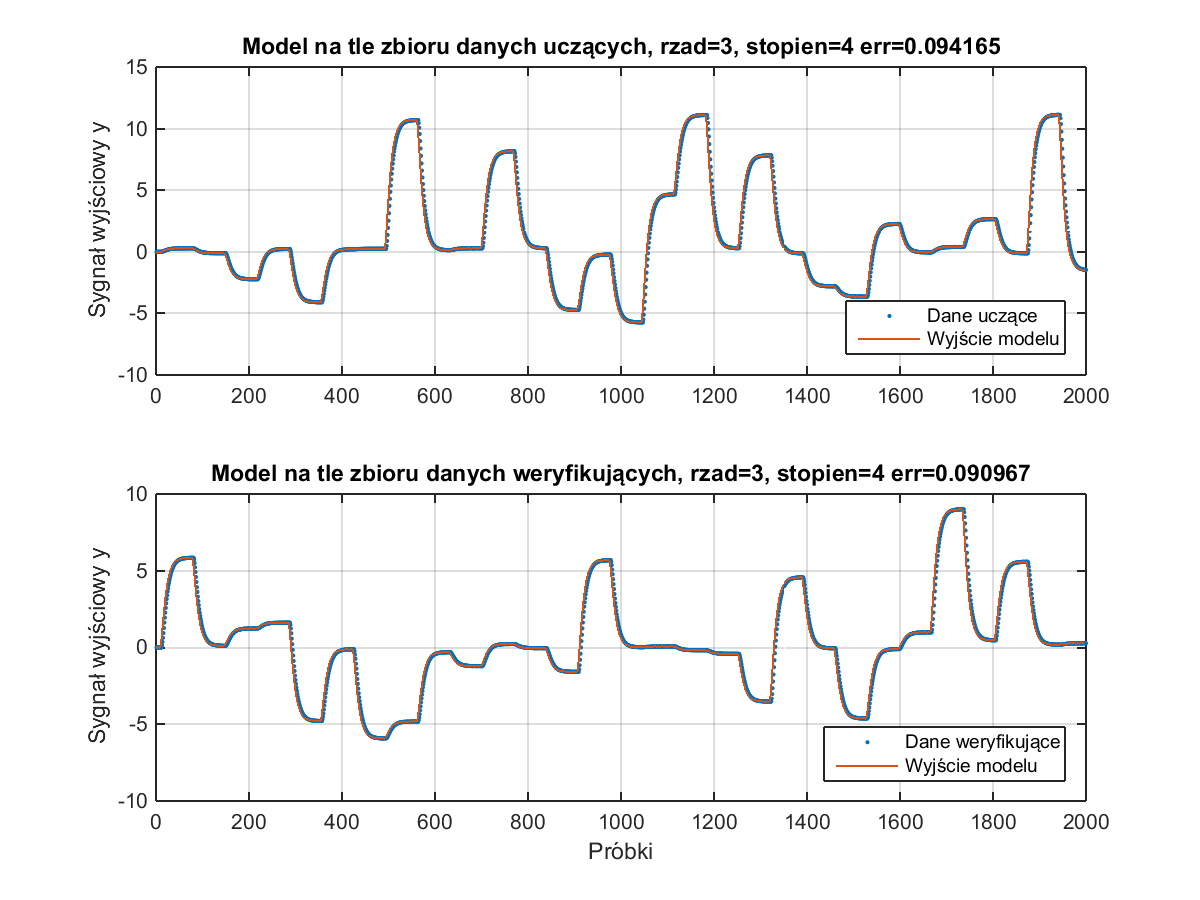
#### Model dynamiczny stopnia drugiego



#### Model dynamiczny stopnia trzeciego

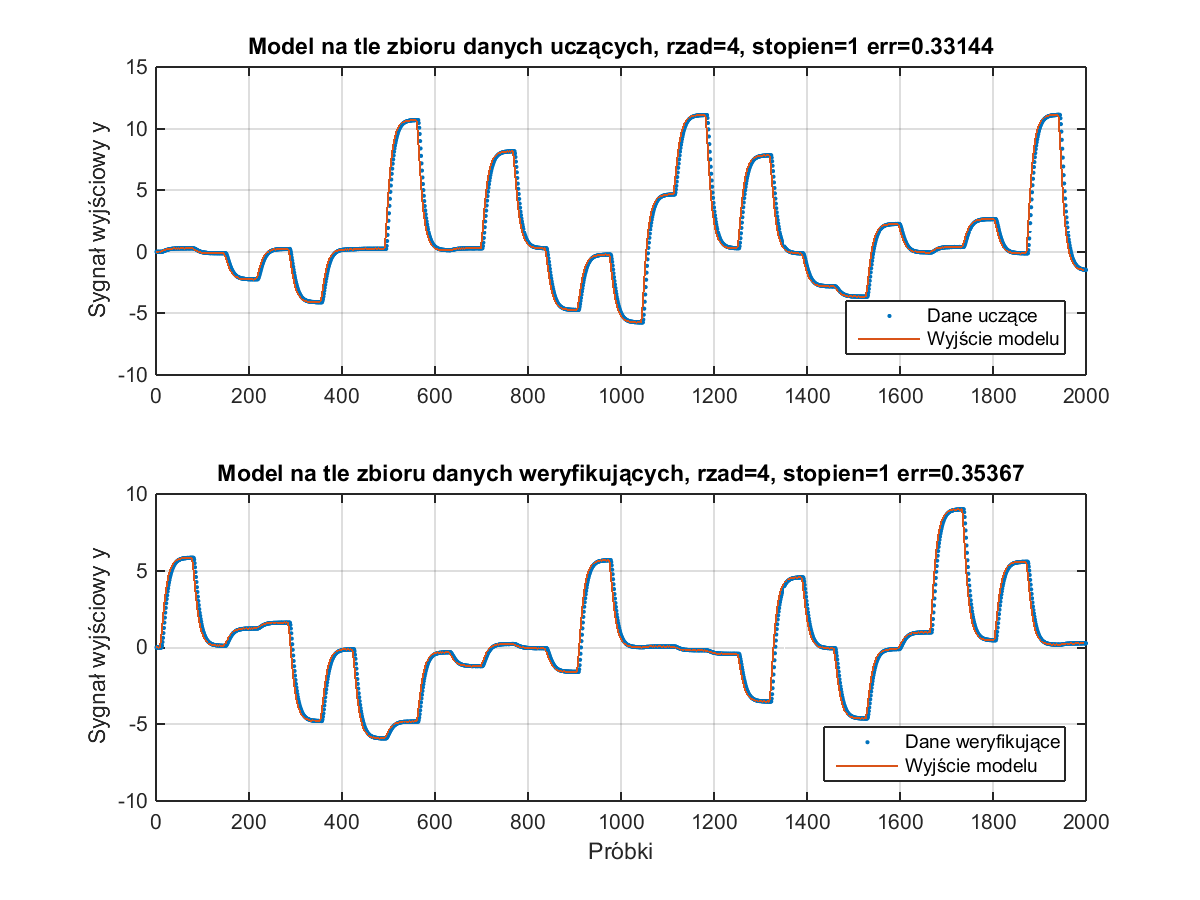


#### Model dynamiczny stopnia czwartego

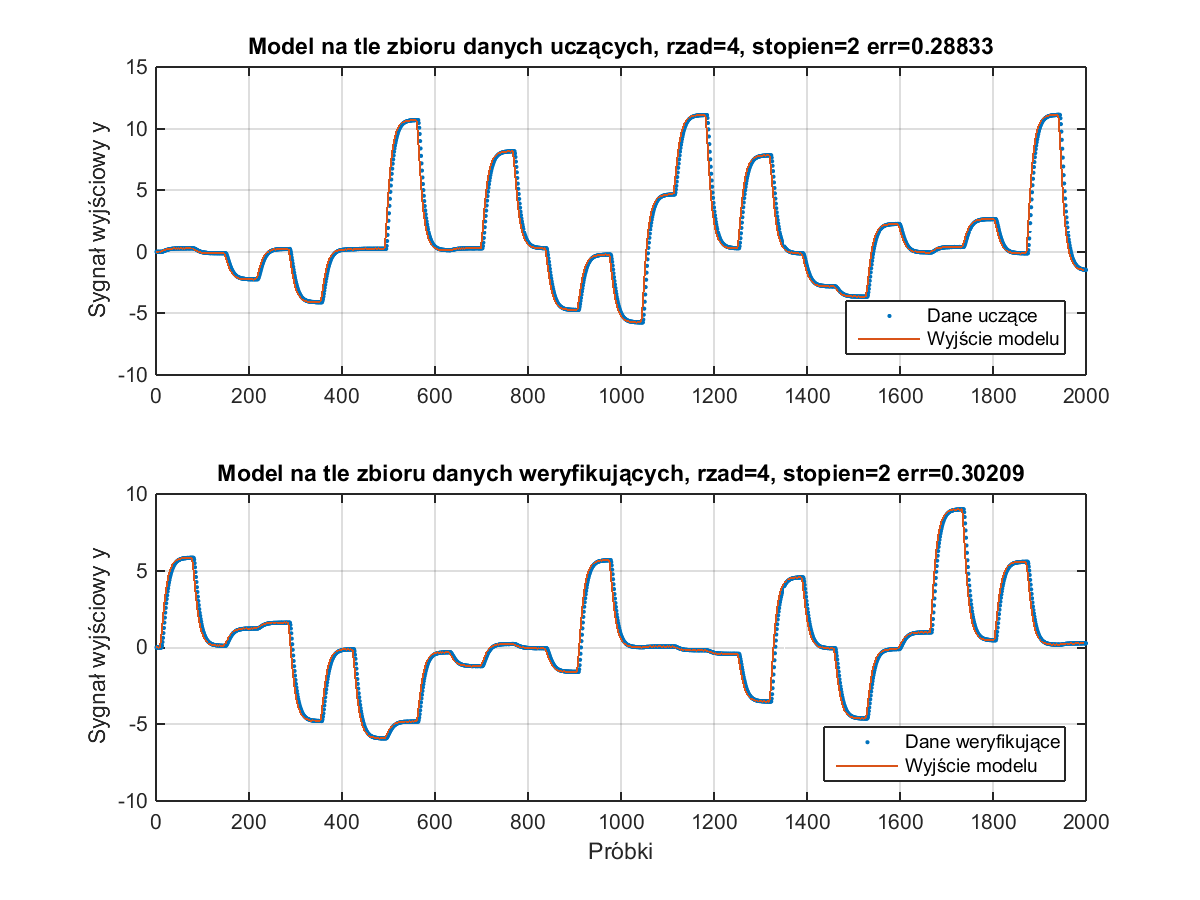


#### Modele bez rekurencji o dynamice czwartego rzędu i różnym stopniu wielomianów

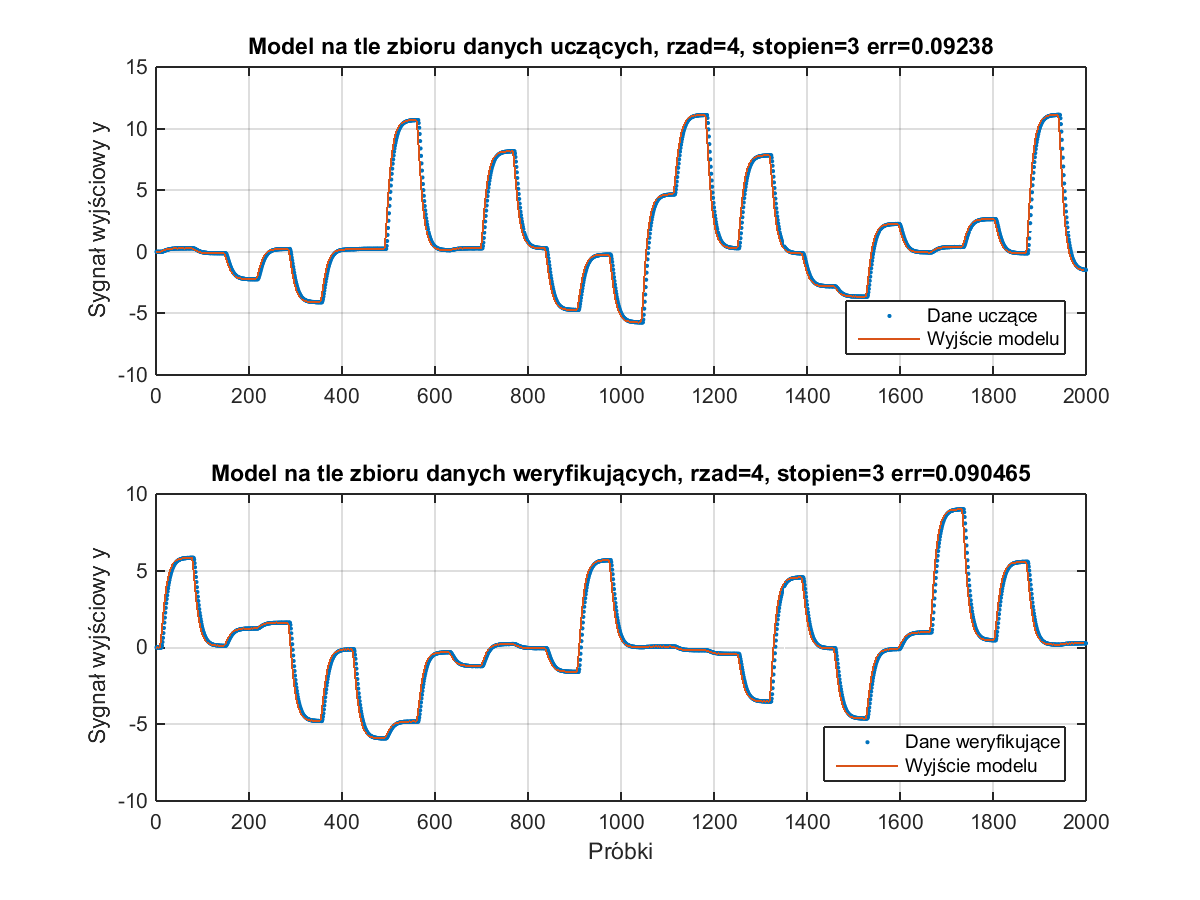
#### Model dynamiczny stopnia pierwszego



#### Model dynamiczny stopnia drugiego



#### Model dynamiczny stopnia trzeciego



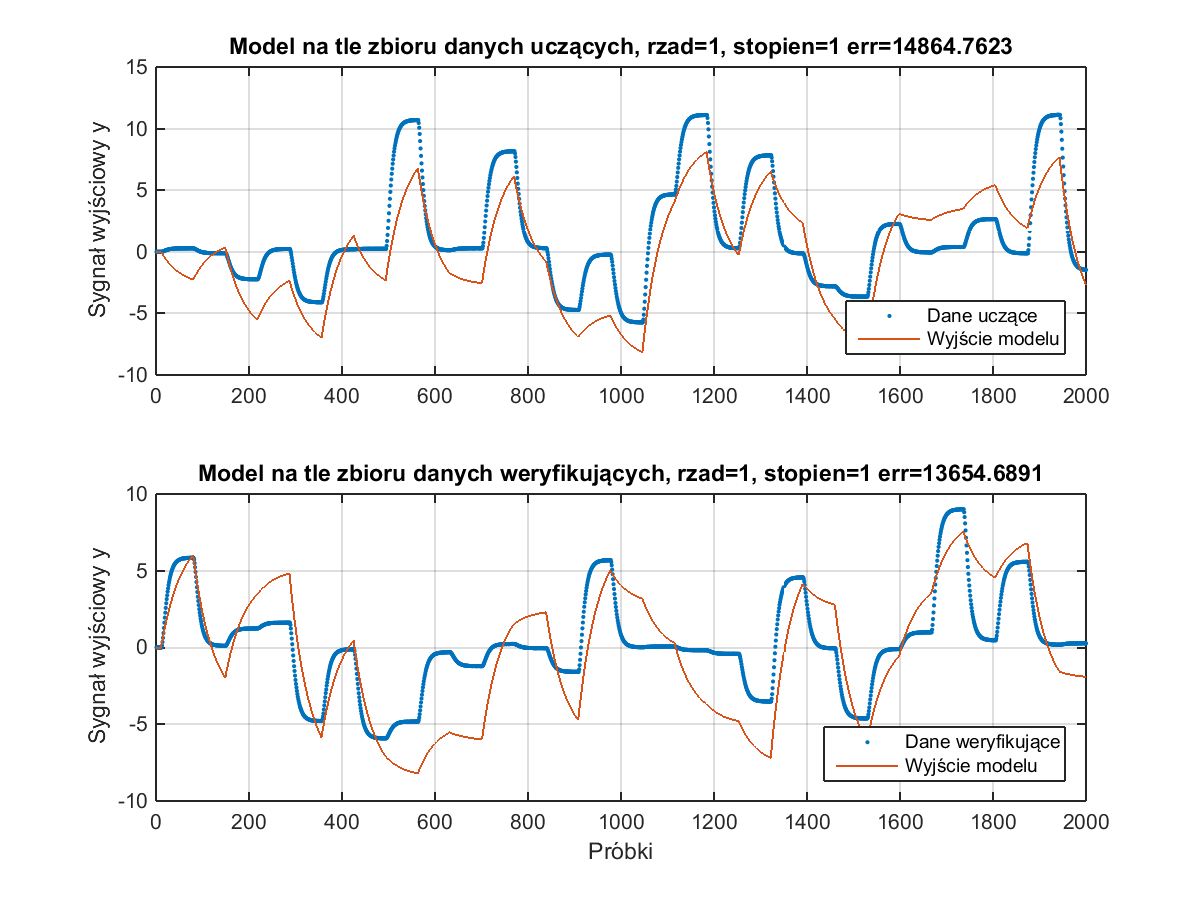
#### Model dynamiczny stopnia czwartego



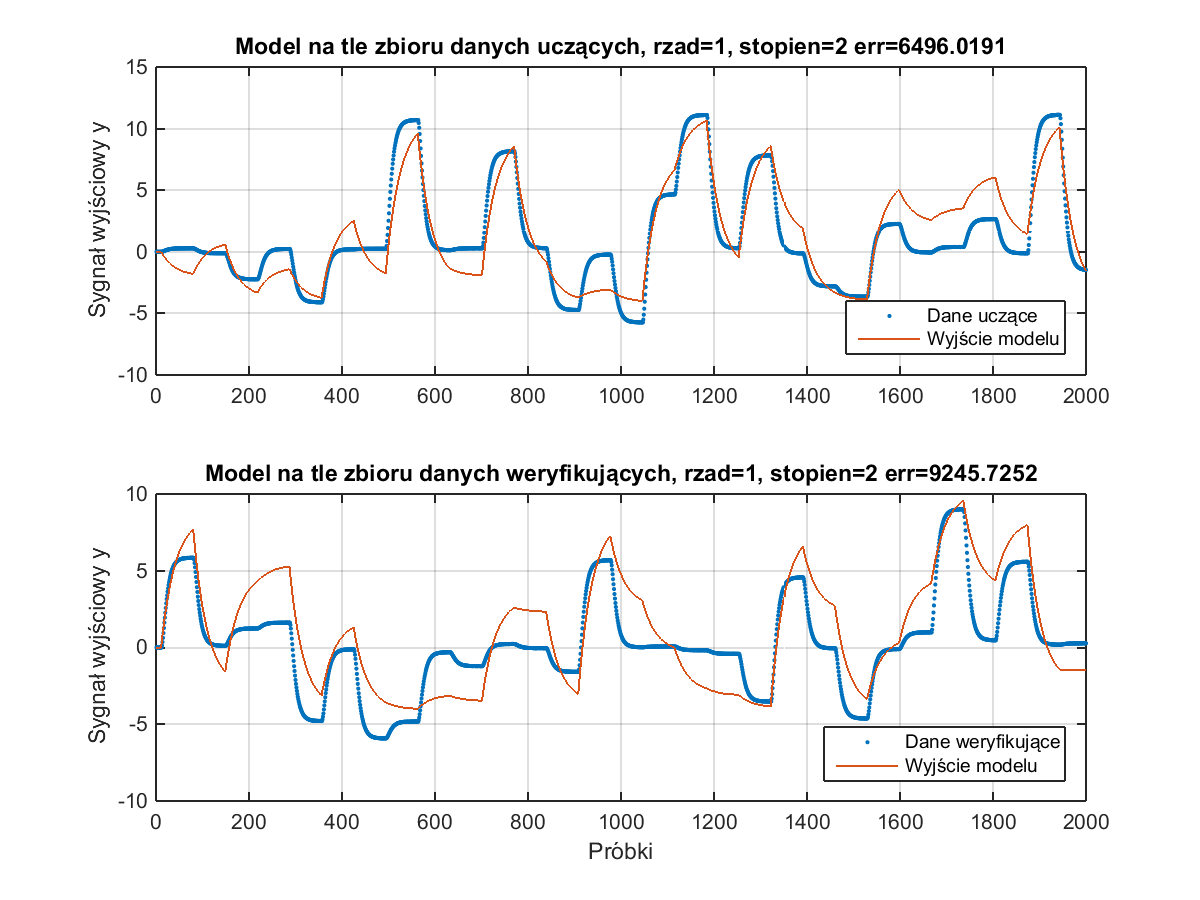
* Modele w trybie bez rekurencji znakomicie pokrywają dane uczące oraz dane weryfikujące już przy najniższych stopniach i rzędach modelu. Błąd jest mały.

#### Modele w trybie z rekurencją o dynamice pierwszego rzędu i różnym stopniu wielomianów

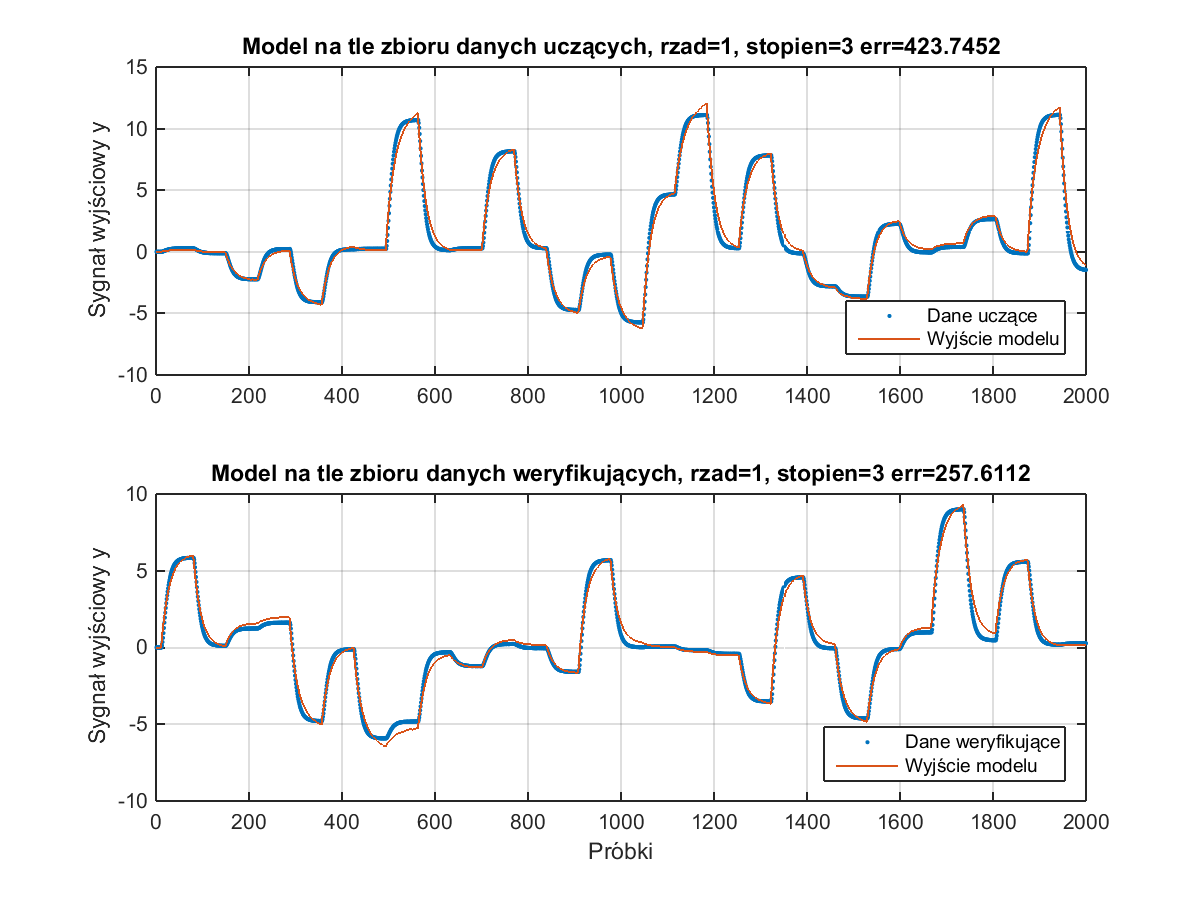
#### Model dynamiczny stopnia pierwszego



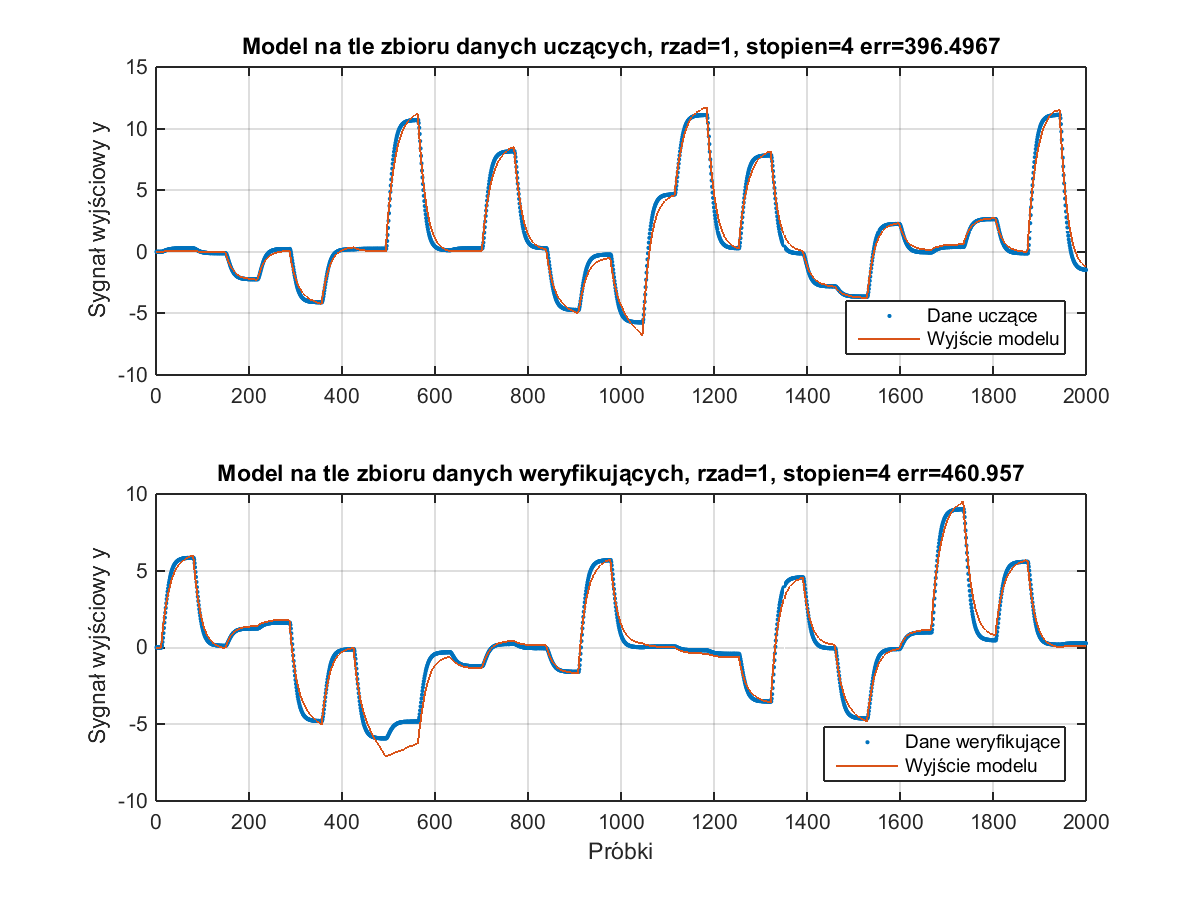
#### Model dynamiczny stopnia drugiego



#### Model dynamiczny stopnia trzeciego

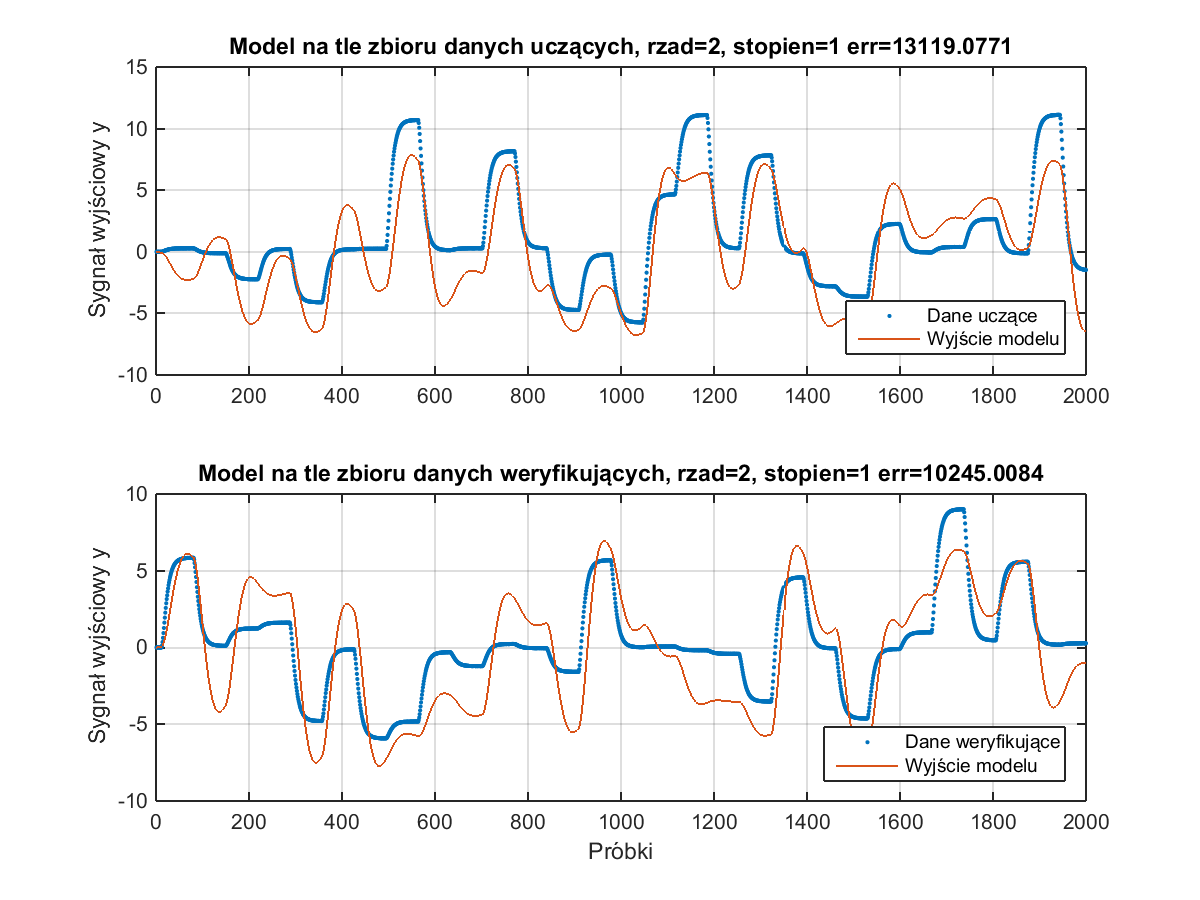


#### Model dynamiczny stopnia czwartego

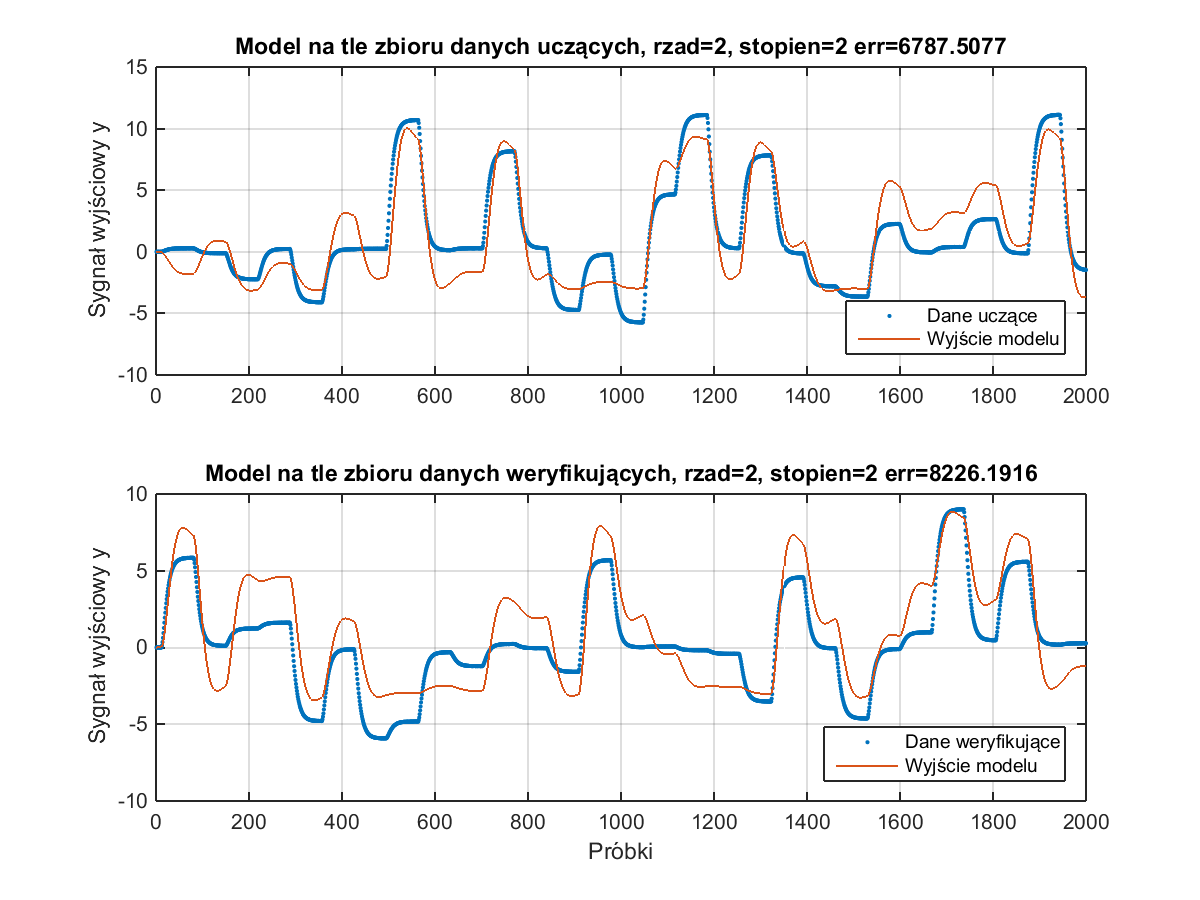


#### Modele w trybie z rekurencją o dynamice drugiego rzędu i różnym stopniu wielomianów

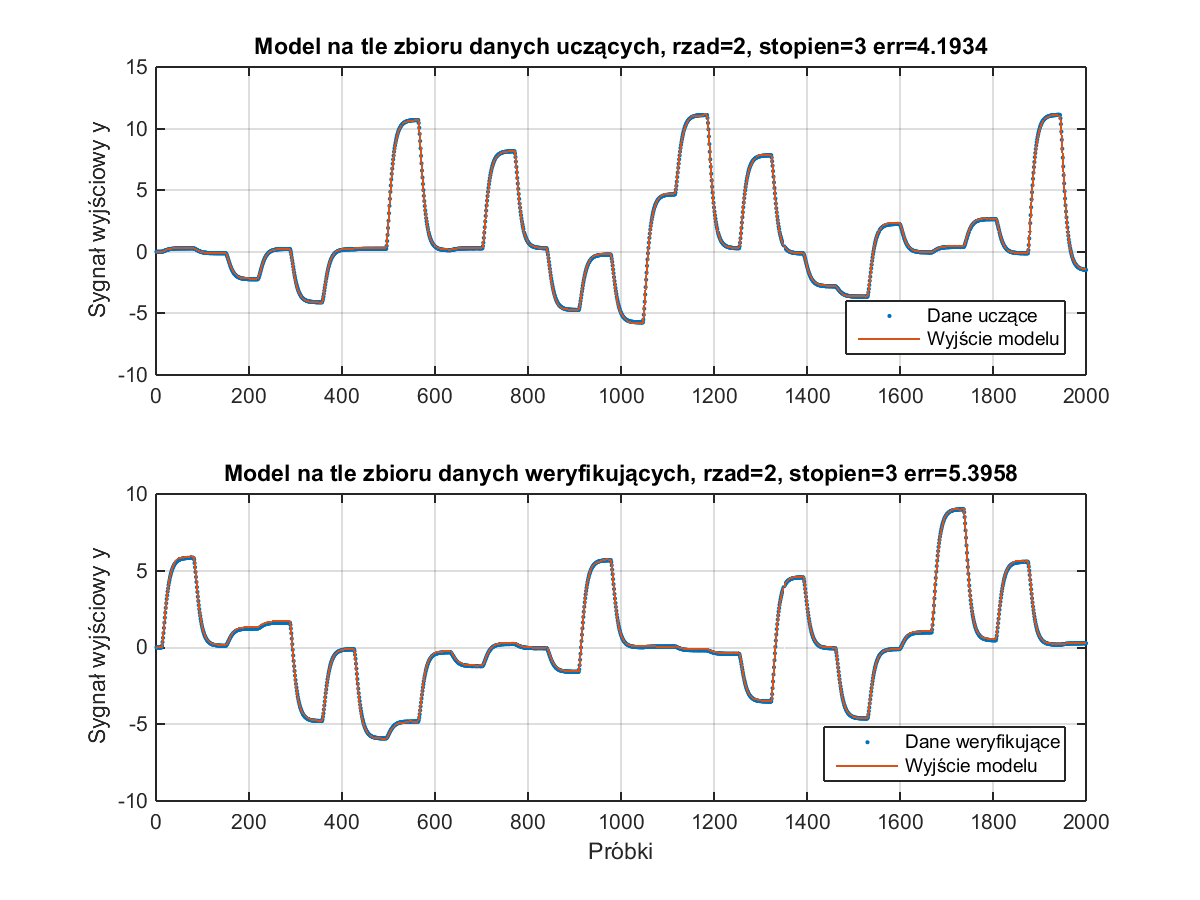
#### Model dynamiczny stopnia pierwszego



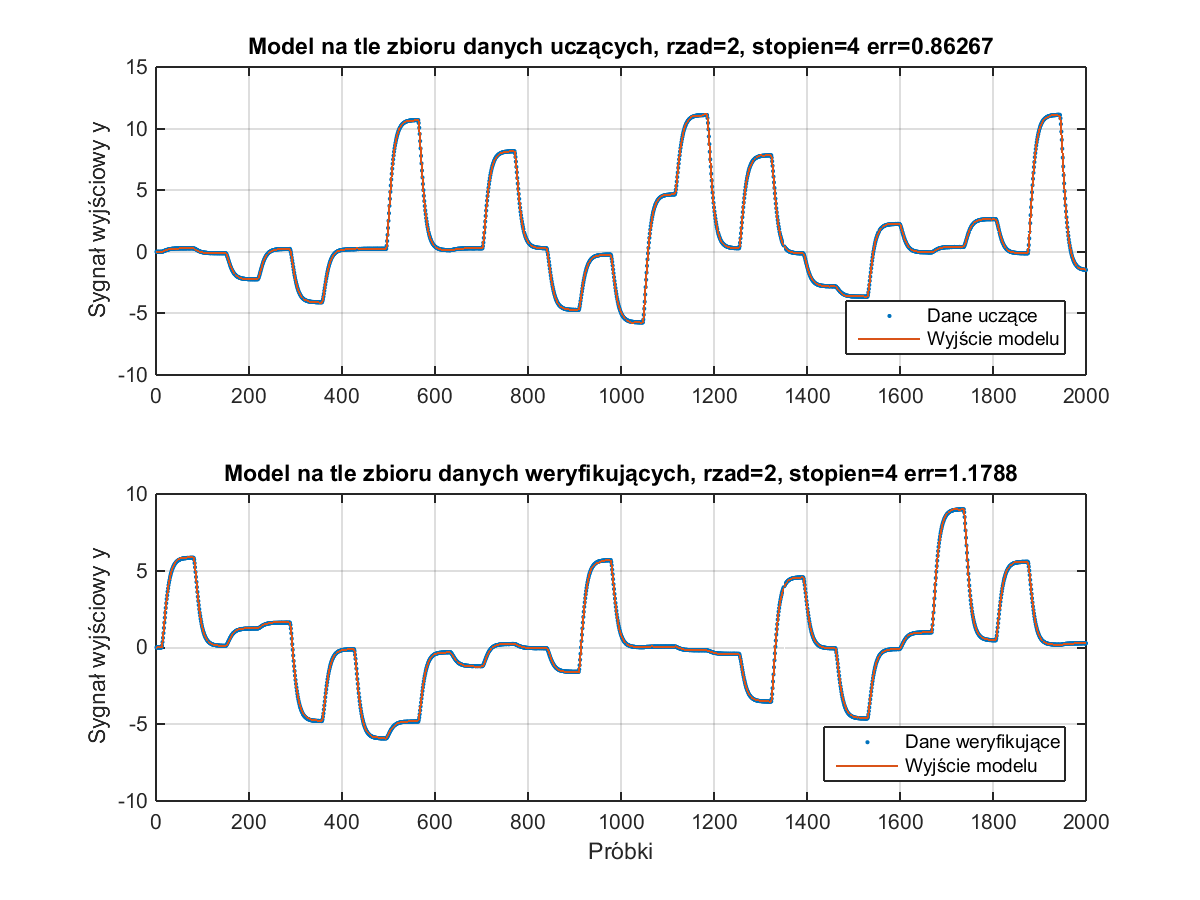
#### Model dynamiczny stopnia drugiego



#### Model dynamiczny stopnia trzeciego

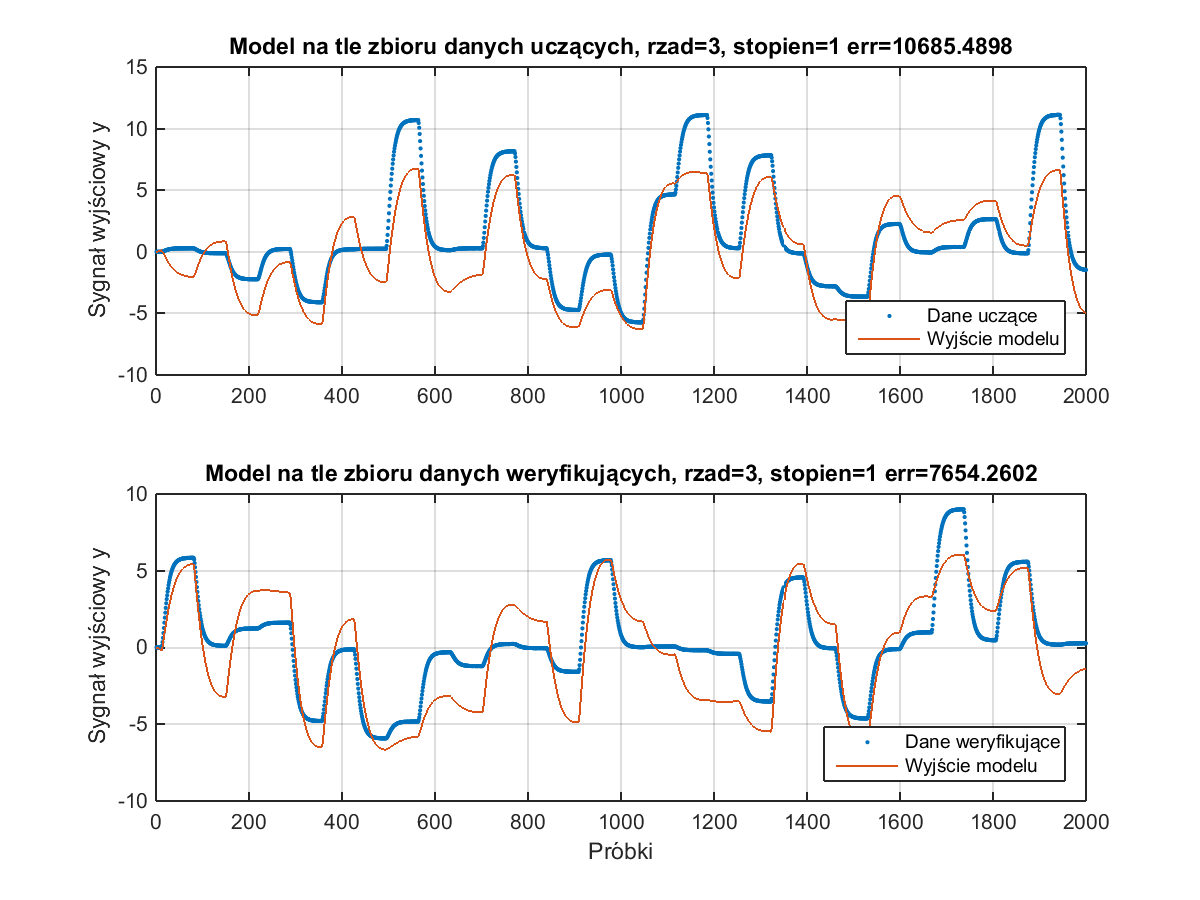


#### Model dynamiczny stopnia czwartego

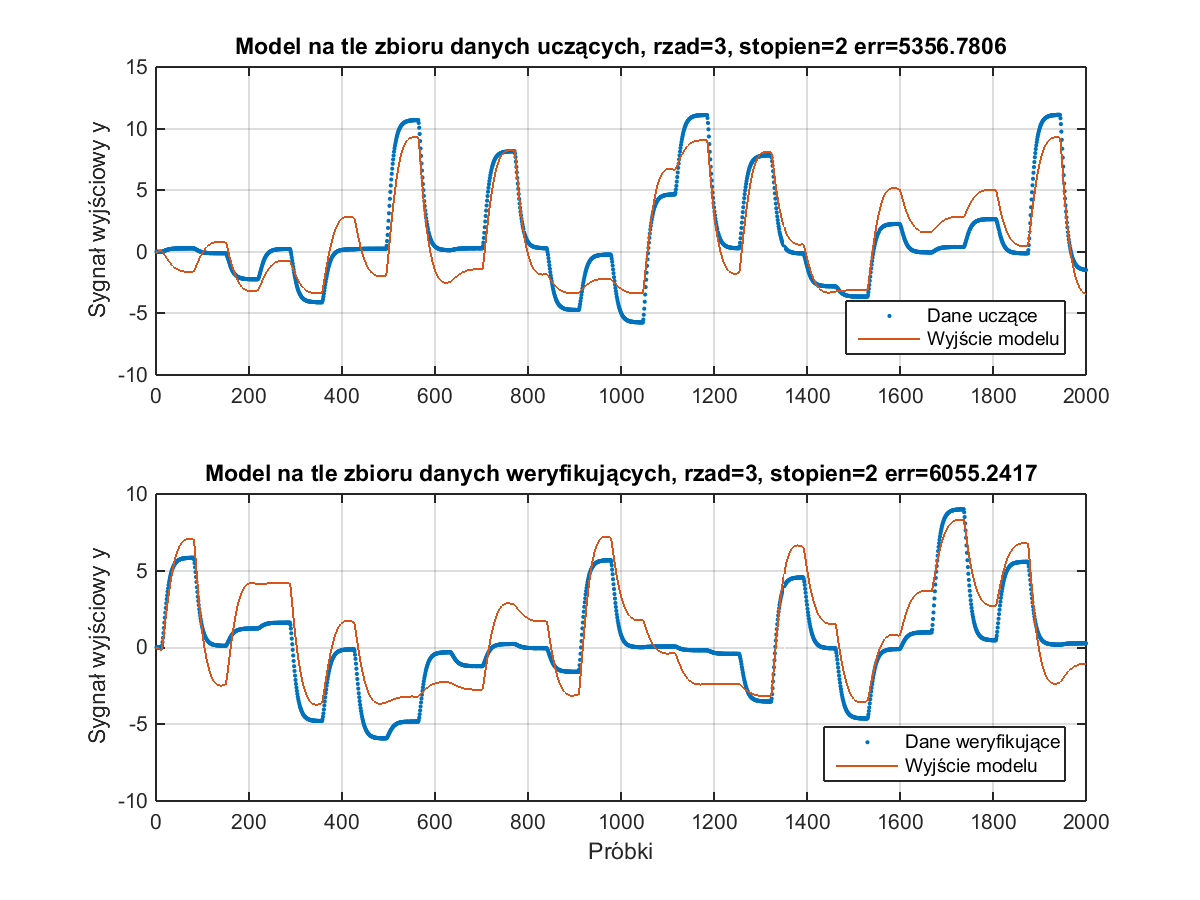


#### Modele w trybie z rekurencją o dynamice trzeciego rzędu i różnym stopniu wielomianów

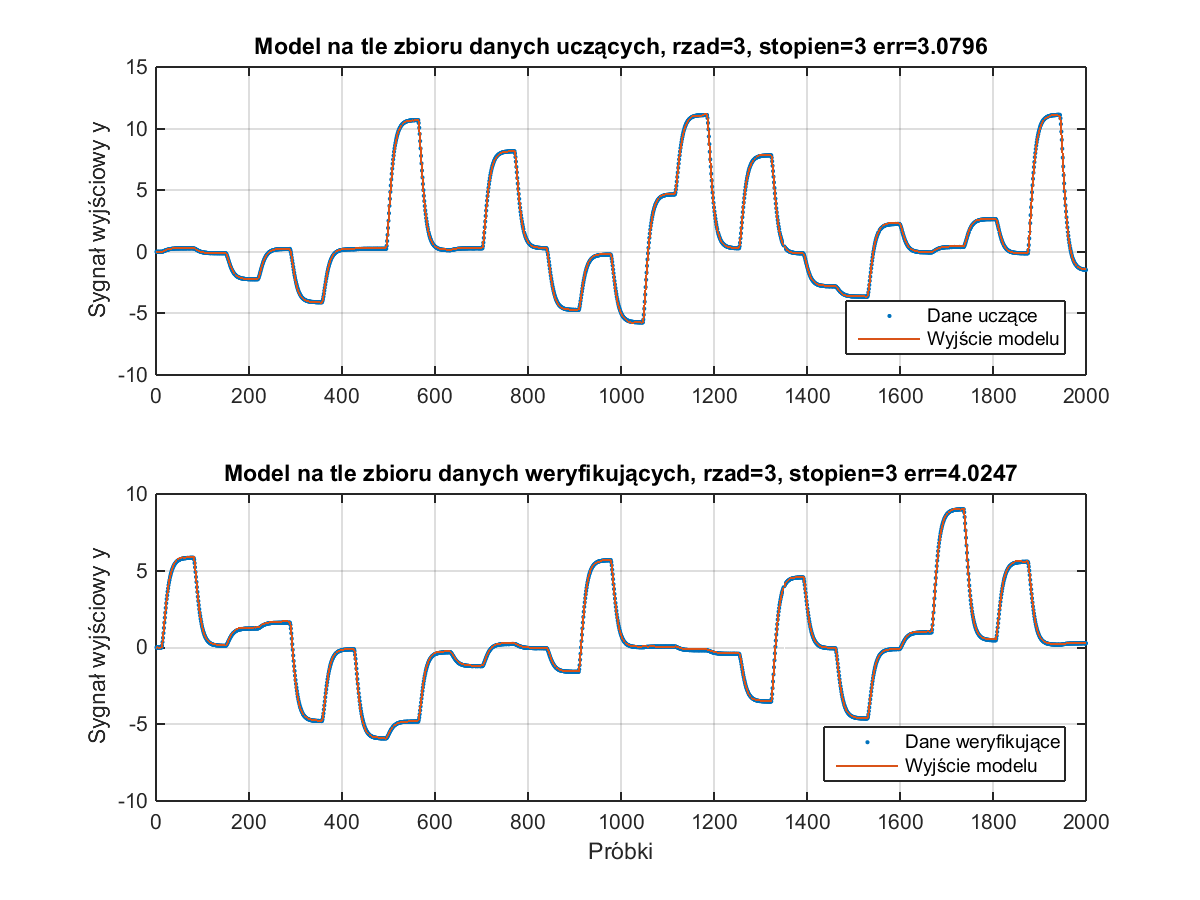
#### Model dynamiczny stopnia pierwszego



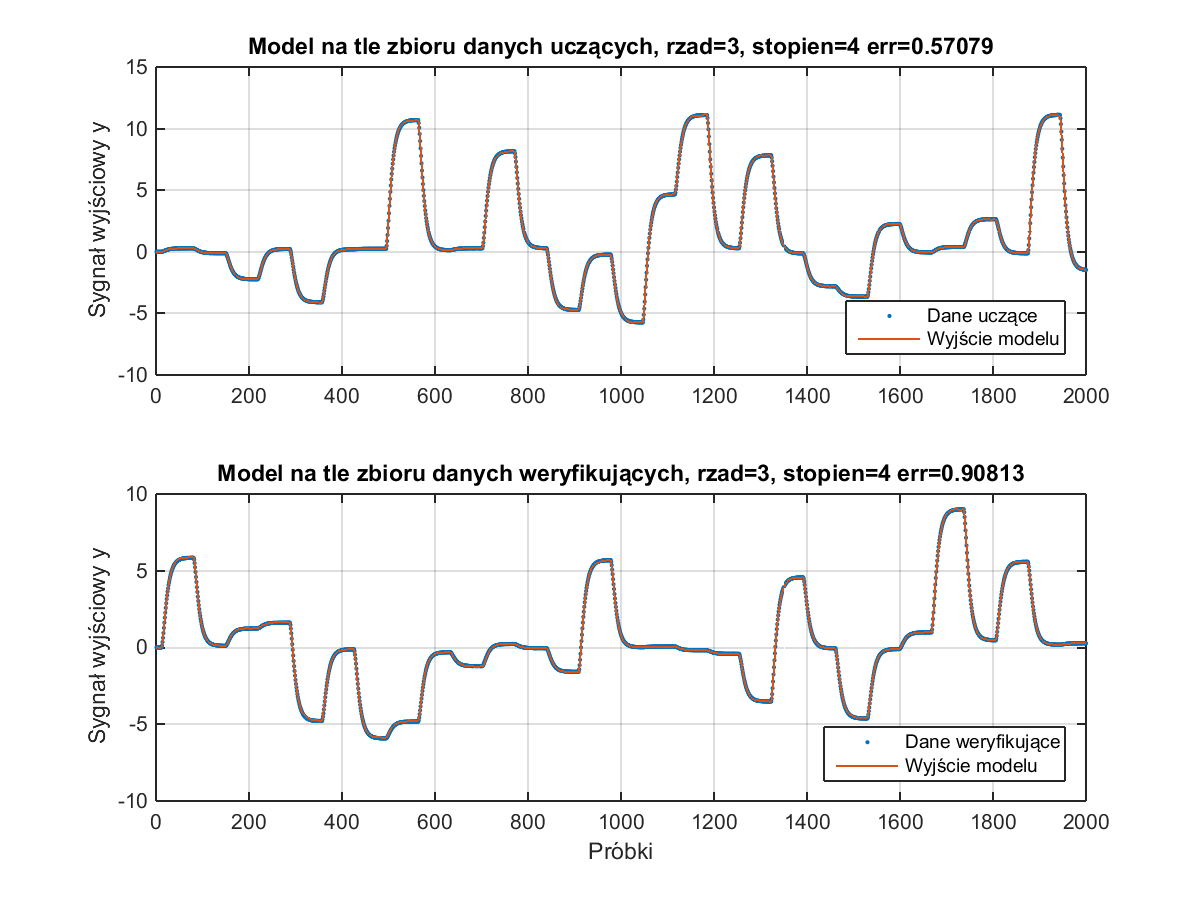
#### Model dynamiczny stopnia drugiego



#### Model dynamiczny stopnia trzeciego

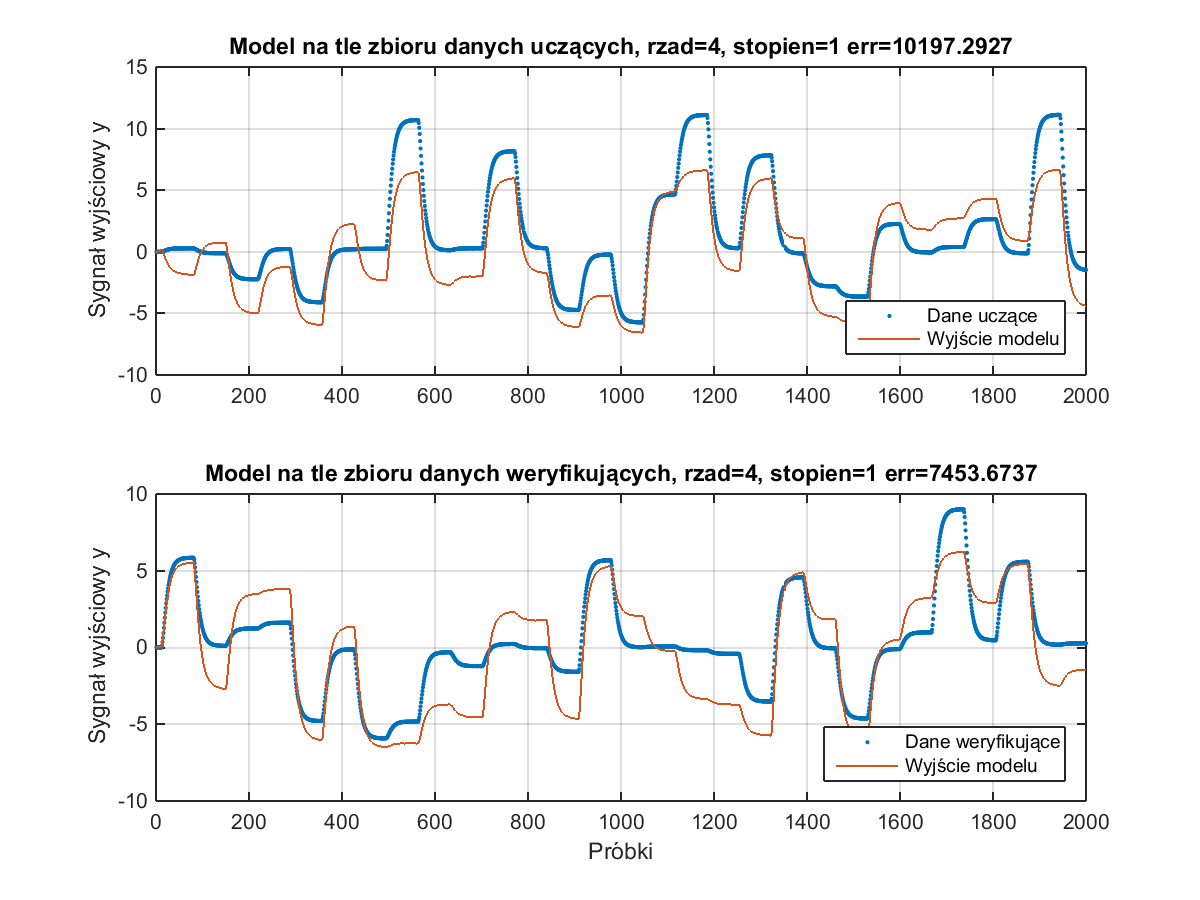


#### Model dynamiczny stopnia czwartego

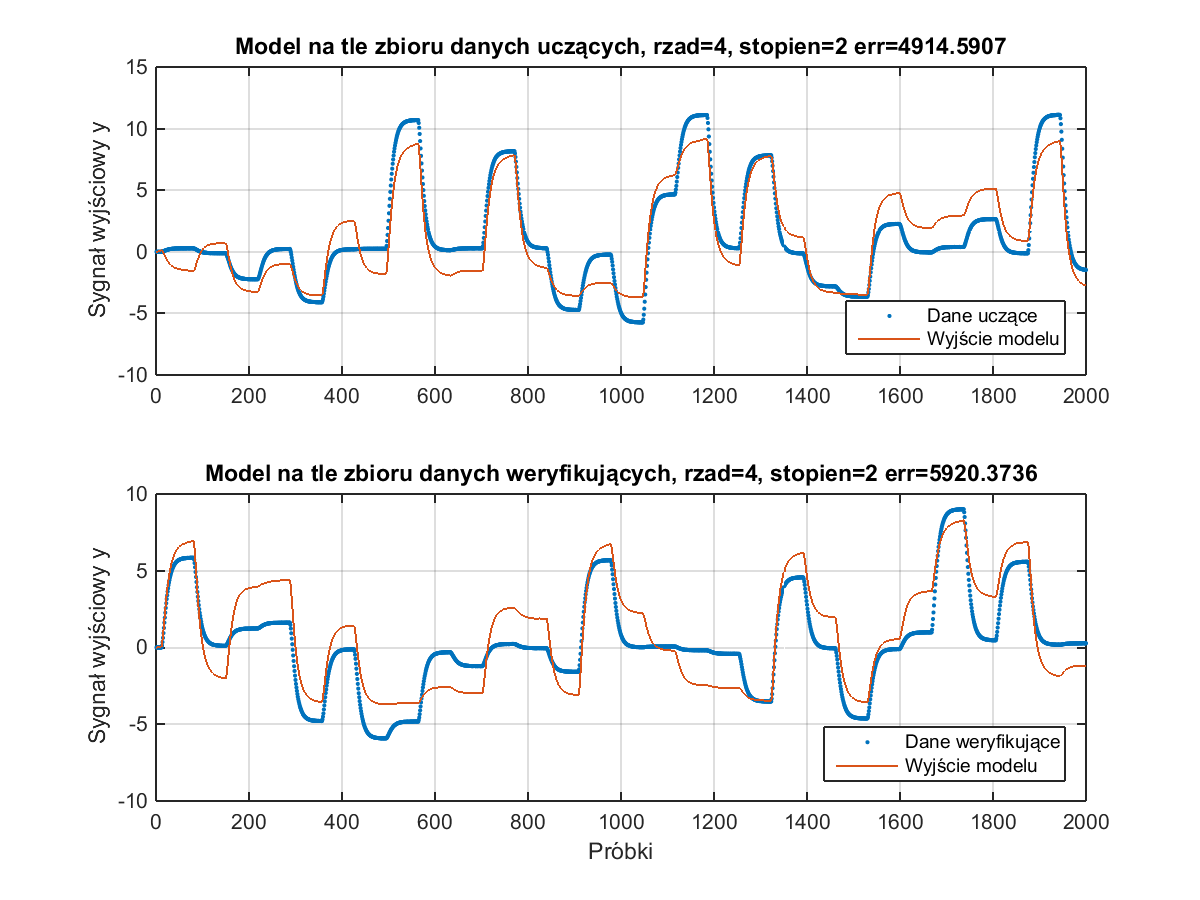


#### Modele w trybie z rekurencją o dynamice czwartego rzędu i różnym stopniu wielomianów

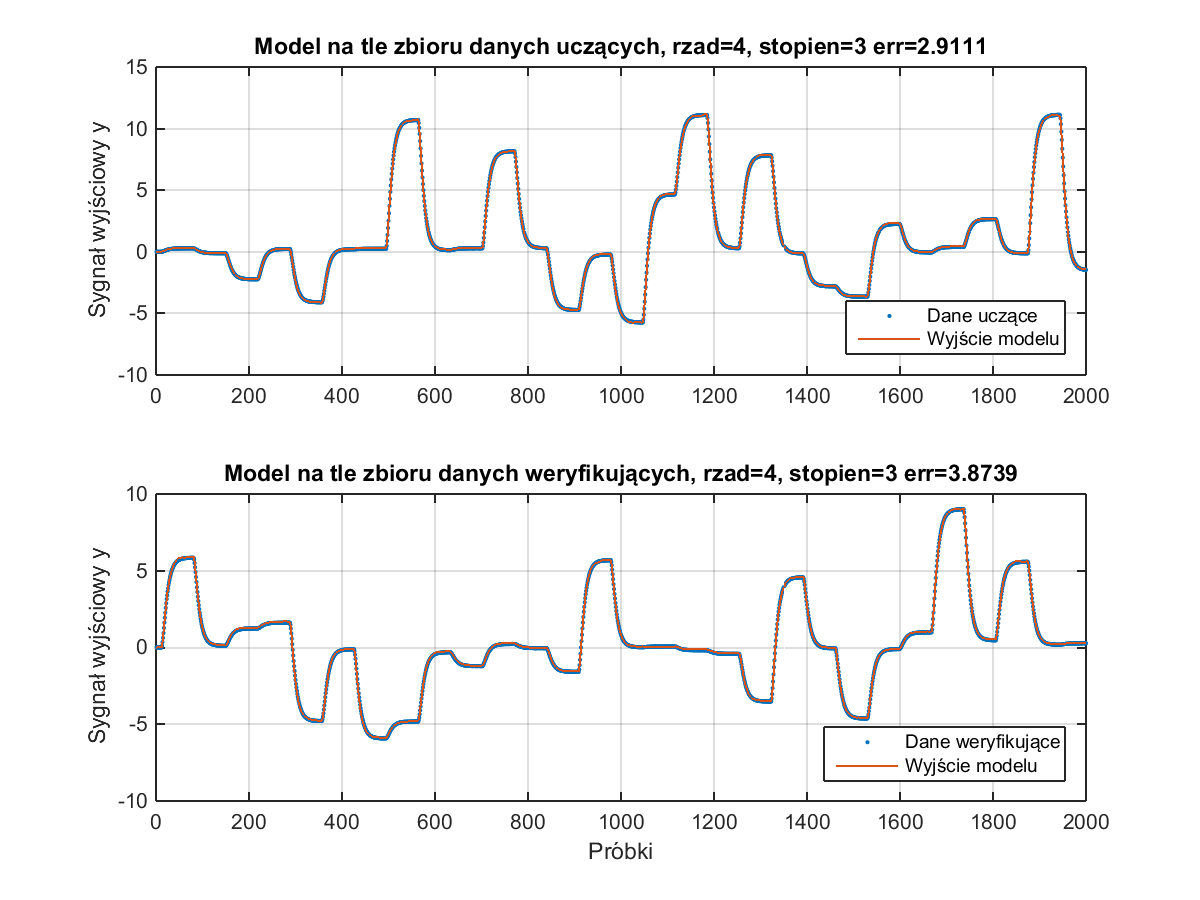
#### Model dynamiczny stopnia pierwszego



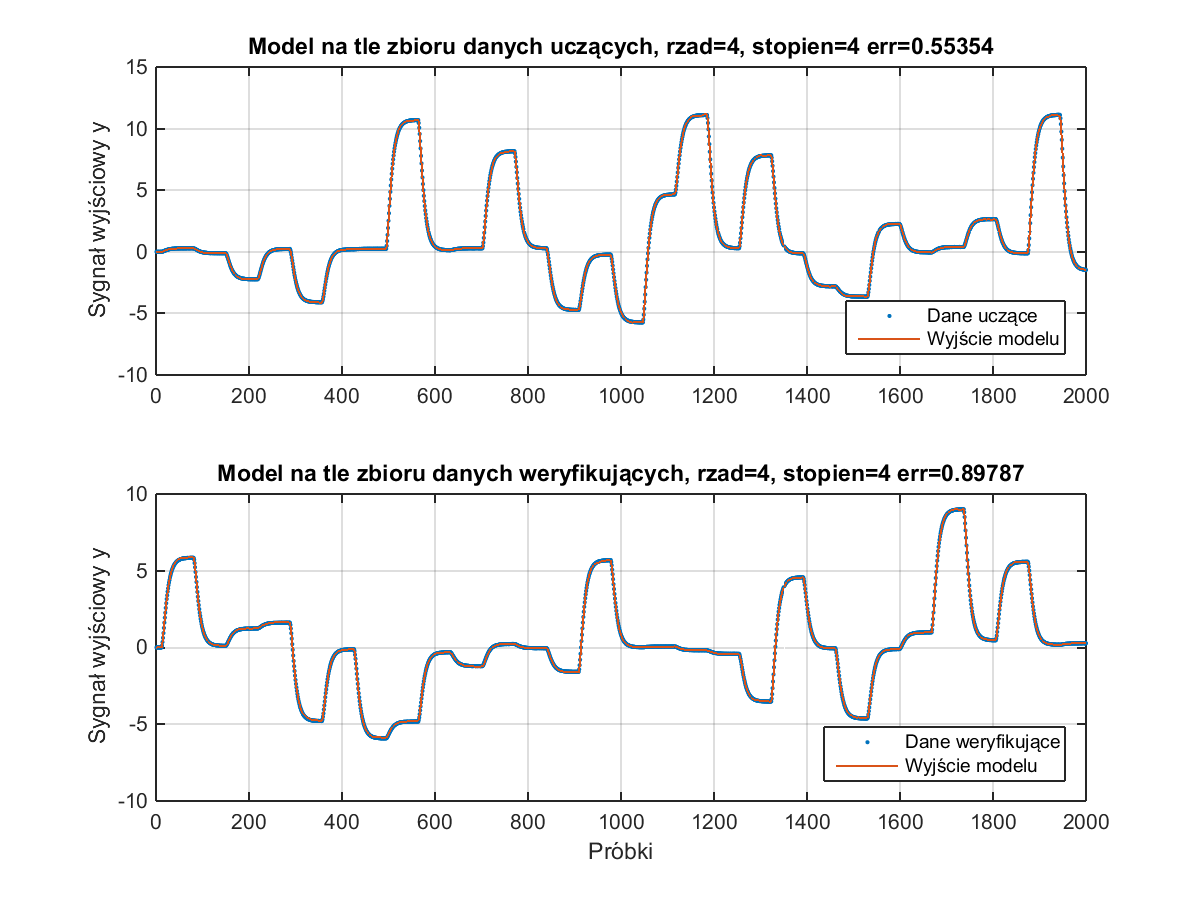
#### Model dynamiczny stopnia drugiego



#### Model dynamiczny stopnia trzeciego



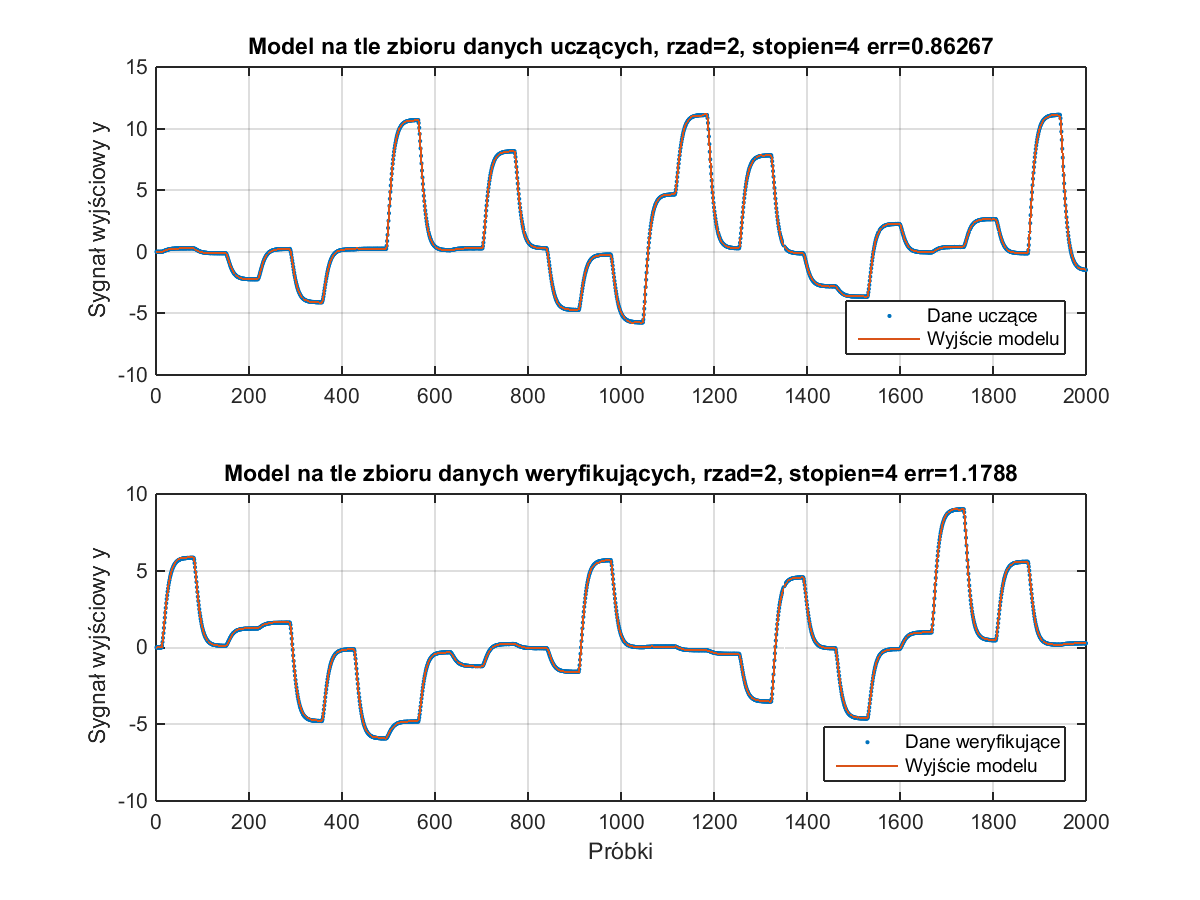
#### Model dynamiczny stopnia czwartego



* Modele w trybie z rekurencją gorzej radzą sobie przy początkowych wartościach stopni i modeli, jednak przy wzroście wartości tychże parametrów wzrasta jakość pokrycia danych uczących oraz danych weryfikujących.
* Błąd ogólnie maleje wraz ze wzrostem stopnia oraz rzędu modelu, jednakże przy zbyt dużych wartościach może on zwiększyć swą wartość.

### Najlepszy dynamiczny wielomianowy model nieliniowy w trybie rekurencyjnym

* Dynamiczne nieliniowe modele wielomianowe znakomicie pokrywają dane uczące oraz dane weryfikujące, zarówno w trybie bez rekurencji, jak i w trybie z rekurencją, co jak pamiętamy było słabością liniowego modelu dynamicznego – nie potrafił on pracować skutecznie w trybie z rekurencją.
* Wybrany dynamiczny model nieliniowy wielomianowy o rzędzie dynamiki równym dwa, oraz o stopniu wielomianów równym cztery



# **Zadanie dodatkowe**

### Charakterystyka statyczna najlepszego dynamicznego wielomianowego modelu nieliniowego

* Podsumowaniem projektu jest wyznaczenie charakterystyki statycznej naszego modelu z poprzedniego podpunktu
* Spodziewane jest iż powinien on pokryć charakterystykę statyczną z pierwszego zadania
* Z tego powodu przyrównam otrzymaną charakterystykę statyczną z char. z zadania pierwszego
* Równanie różnicowe modelu nieliniowego

%model dynamiczny nieliniowy

y(k) = …

wsp\_u(1)\*u(k-1) + wsp\_u(2)\*u(k-1)^2 + wsp\_u(3)\*u(k-1)^3 + wsp\_u(4)\*u(k-1)^4 ..+ wsp\_u(5)\*u(k-2) + wsp\_u(6)\*u(k-2)^2 + wsp\_u(7)\*u(k-2)^3 + wsp\_u(8)\*u(k-2)^4 + wsp\_y(1)\*y(k-1) + wsp\_y(2)\*y(k-1)^2 + wsp\_y(3)\*y(k-1)^3 + wsp\_y(4)\*y(k-1)^4 + wsp\_y(5)\*y(k-2) + wsp\_y(6)\*y(k-2)^2 + wsp\_y(7)\*y(k-2)^3 + wsp\_y(8)\*y(k-2)^4 ;

Gdzie

wsp\_u oraz wsp\_y to współczynniki modelu wyznaczone metodą najmniejszych kwadratów

* Równanie statyczne modelu w postaci nierozwiązanej

% ogólne wstępne rownanie modelu statycznego nieliniowego

y = wsp\_u(1)\*u + wsp\_u(2)\*u^2 + wsp\_u(3)\*u^3 + wsp\_u(4)\*u^4 ...

+ wsp\_u(5)\*u + wsp\_u(6)\*u^2 + wsp\_u(7)\*u^3 + wsp\_u(8)\*u^4 ...

+ wsp\_y(1)\*y + wsp\_y(2)\*y^2 + wsp\_y(3)\*y^3 + wsp\_y(4)\*y^4 ...

+ wsp\_y(5)\*y + wsp\_y(6)\*y^2 + wsp\_y(7)\*y^3 + wsp\_y(8)\*y^4 ;

* Pętla wyznaczająca charakterystykę statyczną modelu nieliniowego

% pętla obliczająca kolejne wartości y(u)

for ku=1:1:length(uVect)

% kolejna wartość u

u=uVect(ku);

% wskaźnik na funkcję nieliniową

y\_fun = @(y) -y...

+ wsp\_u(1)\*u + wsp\_u(2)\*u^2 + wsp\_u(3)\*u^3 + wsp\_u(4)\*u^4 ...

+ wsp\_u(5)\*u + wsp\_u(6)\*u^2 + wsp\_u(7)\*u^3 + wsp\_u(8)\*u^4 ...

+ wsp\_y(1)\*y + wsp\_y(2)\*y^2 + wsp\_y(3)\*y^3 + wsp\_y(4)\*y^4 ...

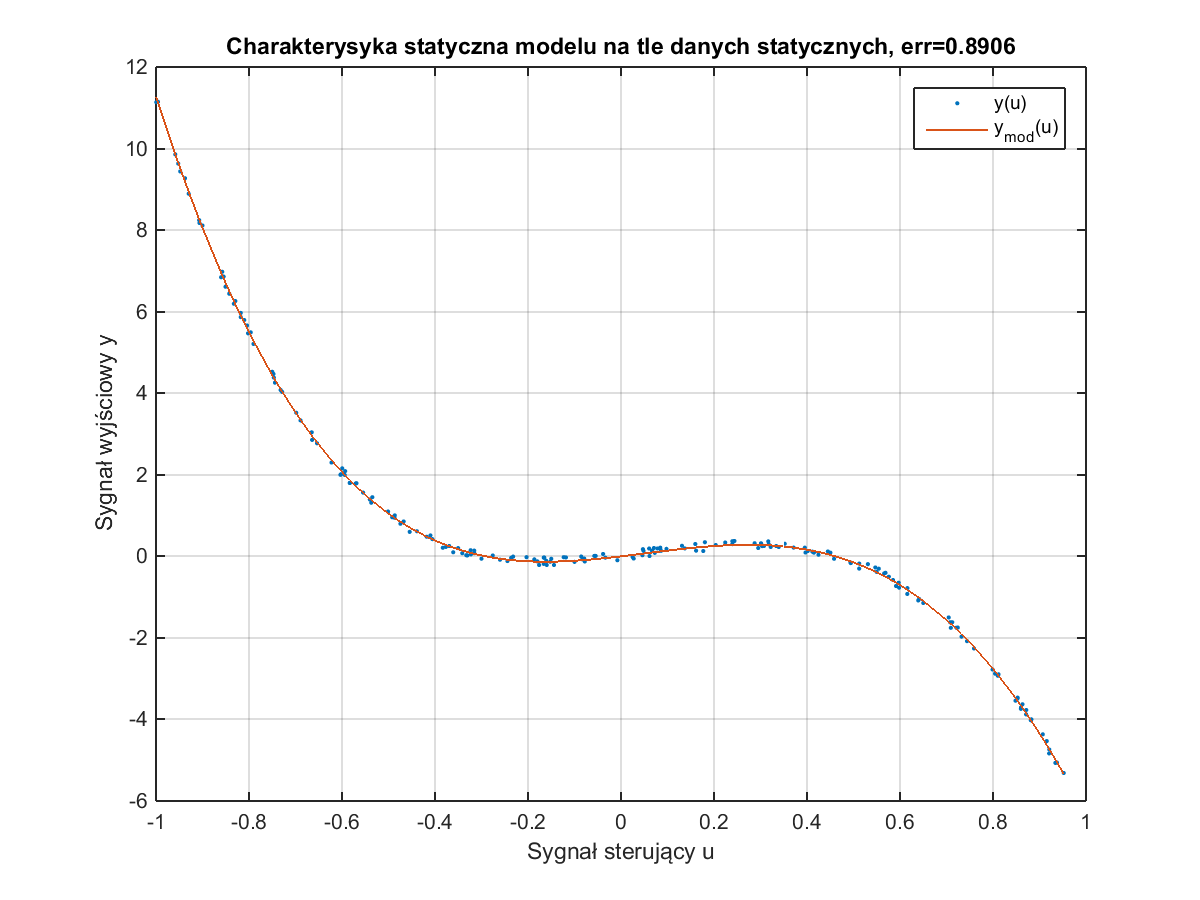
+ wsp\_y(5)\*y + wsp\_y(6)\*y^2 + wsp\_y(7)\*y^3 + wsp\_y(8)\*y^4 ;

% rozwiązanie funkcji nieliniowej

y\_mod(ku) = fsolve(y\_fun,0);

end

#### Wykres wyznaczonej charakterystyki statycznej modelu nieliniowego na tle charakterystyki statycznej z zadania pierwszego



* Wyznaczona charakterystyka statyczna dynamicznego modelu nieliniowego znakomicie pokrywa dane statyczne z zadania pierwszego co utwierdza w przekonaniu iż proces identyfikacji przebiegł poprawnie.