

Politechnika Warszawska  
Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych  
Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej

Projektowanie układów sterowania  
(projekt grupowy)

Sprawozdanie z projektu i ćwiczenia laboratoryjnego  
nr 1, zadanie nr 7

Autorzy:  
Grochowina Mateusz  
Winnicki Konrad  
Zgorzelski Jan

Warszawa, 19 marca 2019

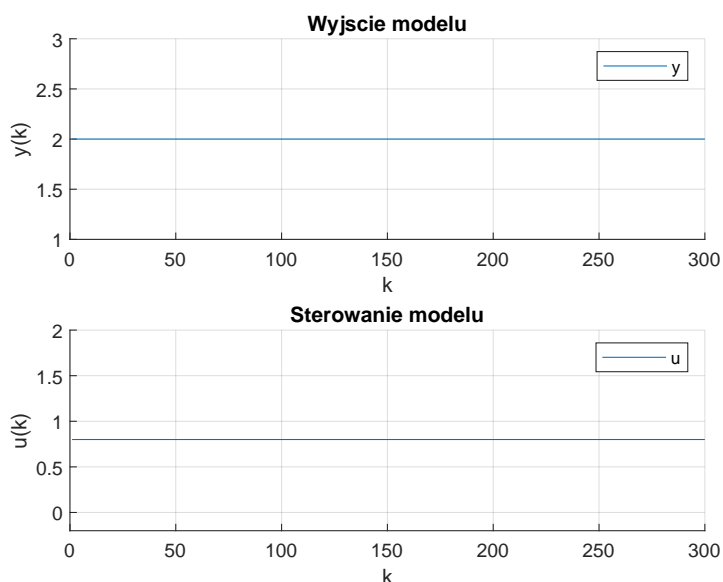
# Spis treści

<b>1. Projekt</b>	2
1.1. Sprawdzenie poprawności wartości $U_{pp}$ , $Y_{pp}$	2
1.2. Symulacyjne wyznaczenie odpowiedzi skokowej procesu	2
1.3. Przekształcenie otrzymanej odpowiedzi skokowej	4
1.4. Cyfrowy algorytm PID i DMC	4
1.4.1. Algorytm PID	4
1.4.2. Algorytm DMC	5
1.5. Dobór parametrów regulatorów PID i DMC	5
1.5.1. Regulator PID	6
1.5.2. Regulator DMC	8
1.6. Minimalizacja wskaźnika jakości regulacji	11
<b>2. Laboratorium</b>	13
2.1. Temperatura obiektu w punkcie pracy	13
2.2. Wyznaczenie odpowiedzi skokowej procesu	13
2.3. Przekształcenie otrzymanej odpowiedzi skokowej	15
2.4. Cyfrowy algorytm PID i DMC	16
2.4.1. Algorytm PID	16
2.4.2. Algorytm DMC	17
2.5. Dobór parametrów algorytmów PID i DMC	17

# 1. Projekt

## 1.1. Sprawdzenie poprawności wartości $U_{pp}$ , $Y_{pp}$

Przeprowadzono symulację odpowiedzi procesu dla punktu pracy. Ustalono stałe sterowania o wartości  $U_{pp} = 0,8$ . Wynik: Uzyskane wyjście procesu jest stałe i wynosi  $Y_{pp}=2,0$ .

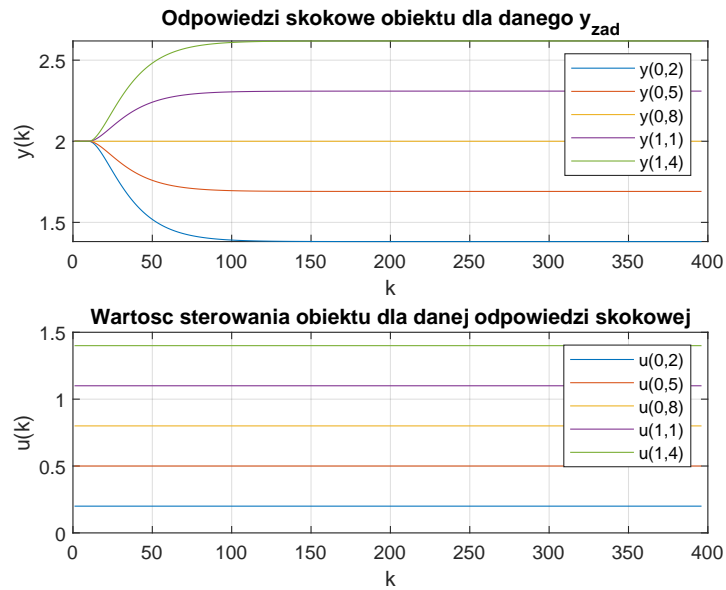


Rys. 1.1. Punkt pracy symulacji

Wniosek: Stała wartość wyjścia oznacza poprawność wartości  $U_{pp}$  i  $Y_{pp}$ .

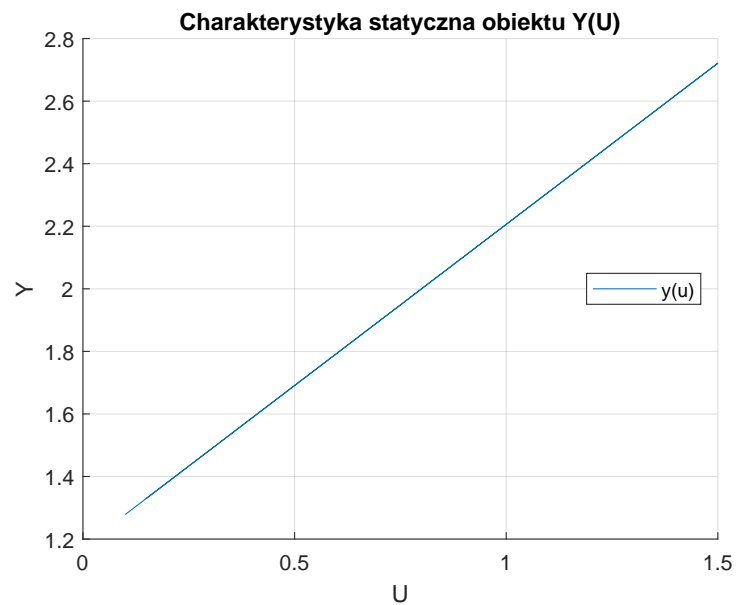
## 1.2. Symulacyjne wyznaczenie odpowiedzi skokowej procesu

Odpowiedzi skokowych procesu zostały wyznaczone symulacyjnie dla pięciu zmian sygnału sterującego. Uwzględnione zostały ograniczenia wartości tego sygnału  $U_{min}=0,1$ ,  $U_{max}=1,5$ . Początkowa wartość sterowania wynosiła  $U_{pp}=0,8$ .



Rys. 1.2. Odpowiedzi skokowe

Dzięki uzyskanym odpowiedziom skokowym otrzymano charakterystykę statyczną  $y(u)$



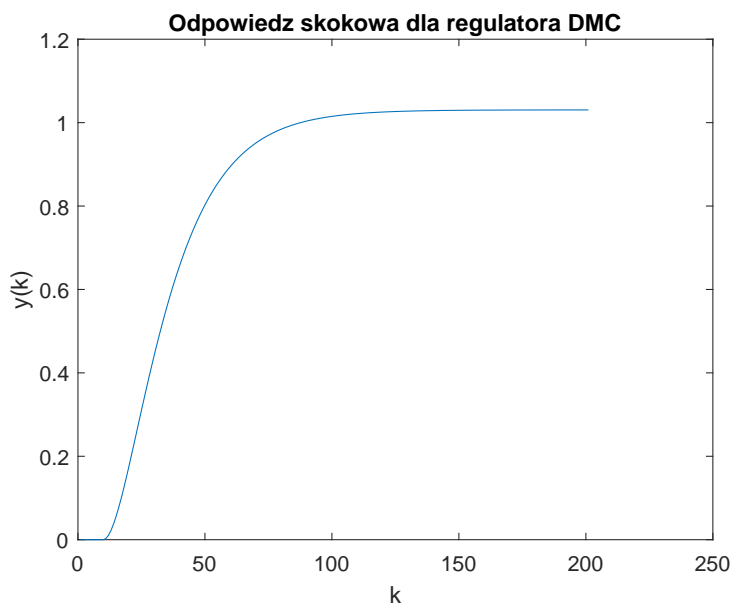
Rys. 1.3. Charakterystyka statyczna

Wniosek: Na podstawie wykresu charakterystyki statycznej można ustalić, że właściwości statyczne procesu są liniowe. Wzmocnienie statyczne procesu określone zostało dzięki obliczeniu współczynnika nachylenia wykresu charakterystyki statycznej, wynosi on  $K=1,0305$ .

### 1.3. Przekształcenie otrzymanej odpowiedzi skokowej

Uzyskaną odpowiedź procesu na zmianę sygnału sterującego z punktu pracy  $U_{pp}=0,8$  na  $U_{max}=1,5$  przekształcono w następujący sposób: -Ograniczono (przycięto) czas zmiany sterowania  $u$  oraz wyjścia  $y$  od chwili skoku do ustabilizowania. -Wykres sterowania  $u$  przesunięty został o wartość początkową  $U_{pp}=0,8$  w dół -Wykres wyjścia  $y$  przesunięty został o wartość początkową  $Y_{pp}=2$  w dół -Wykres sterowania  $u$  i wyjścia  $y$  podzielono przez  $\Delta u=0,7$

Uzyskana odpowiedź skokowa daje nam zestaw liczb  $s_1, s_2 \dots$ , która wykorzystana będzie w algorytmie DMC.



Rys. 1.4. Wykres współczynników  $s$

## 1.4. Cyfrowy algorytm PID i DMC

### 1.4.1. Algorytm PID

Regulator PID to regulator składający się z 3 członów:

- proporcjonalnego P o wzmacnieniu  $K_r$ , kompensuje uchyb bieżący
- całkującego I o czasie zdwojenia  $T_i$ , kompensuje akumulację uchybów z przeszłości
- różniczkującego D o czasie wyprzedzania  $T_d$ , kompensuje przewidywane uchyby w przyszłości

Ważona suma tych trzech działań stanowi podstawę sygnału podawanego na człon wykonawczy w celu regulacji procesu (np. zmiana położenia zaworu regulacyjnego albo zwiększenie mocy grzałki). Regulator realizuje algorytm:

$$u(t) = K_r \left( e(t) + \int e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

gdzie  $u(t)$  - sygnał wyjścia regulatora,  $e(t)$  - uchyb regulacji.

## Transmitancja regulatora PID

$$G(s) = K_r \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

W realizacji naszego zadania wykorzystany był dyskretny regulator PID. Sterowanie regulatora wyznaczone było z poniższych wzorów, które zostały otrzymane dzięki metodzie Eulera i całkowania metodą trapezów:

$$u(k) = u_P(k) + u_I(k) + u_D(k)$$

gdzie

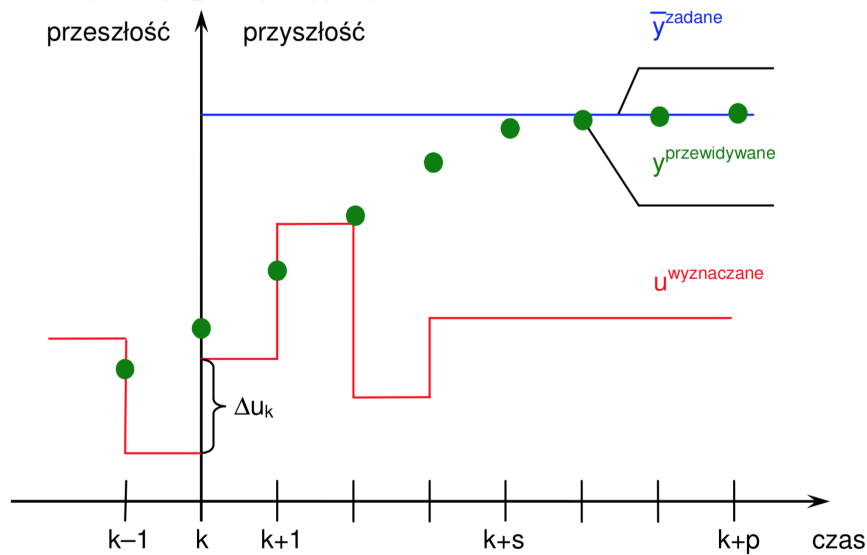
$$u_P(k) = K_r e(k)$$

$$u_I(k) = u_I(k-1) + \frac{K_r T_p}{T_I} \frac{e(k-1) + e(k)}{2}$$

$$u_D = K_r T_D \frac{e(k) - e(k-1)}{T_p}$$

## 1.4.2. Algorytm DMC

Algorytm DMC (Dynamic Matrix Control) algorytm regulacji predykcyjnej. Do predykcji wykorzystuje się model procesu w postaci odpowiedzi skokowych. W algorytmie DMC dynamika obiektu regulacji modelowana jest dyskretnymi odpowiedziami skokowymi, które opisują reakcję wyjścia na skok jednostkowy sygnału sterującego.

***Idea regulacji predykcyjnej***

Rys. 1.5. Idea działania regulatora DMC

## 1.5. Dobór parametrów regulatorów PID i DMC

Ocena jakości regulacji na podstawie rysunków przebiegów sygnałów polega na ocenie jakościowej, analizowane są takie kryteria jak czas regulacji czy przeregulowanie. Na podstawie tych kryteriów oceny dobierane są nastawy regulatora PID.

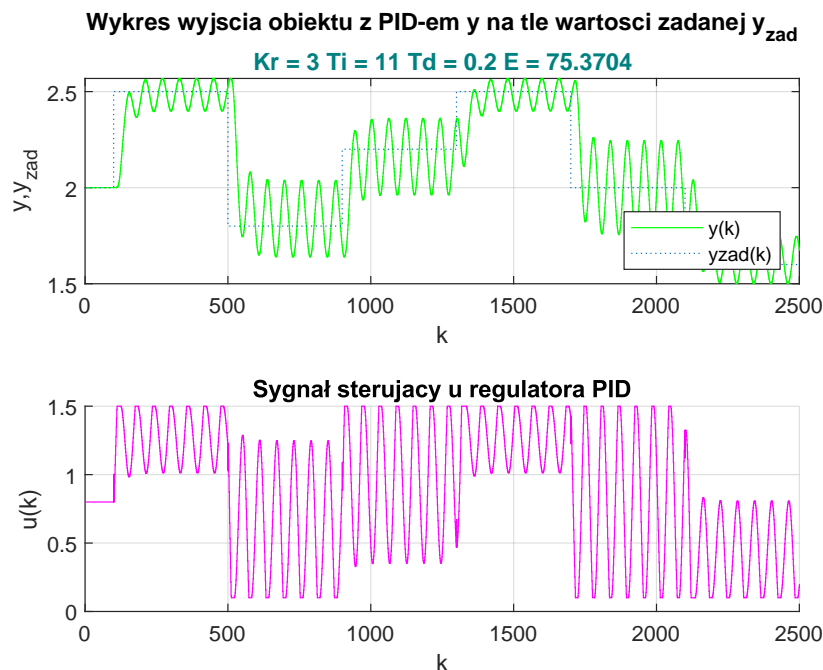
Ocena jakości regulacji ilościowa polega na wyznaczeniu wskaźnika jakości regulacji, którym jest suma kwadratów uchybów, a  $k_{konc}$  oznacza ilość kroków symulacji.

$$E = \sum_{k=1}^{k_{konc}} (y_{zad}(k) - y(k))^2$$

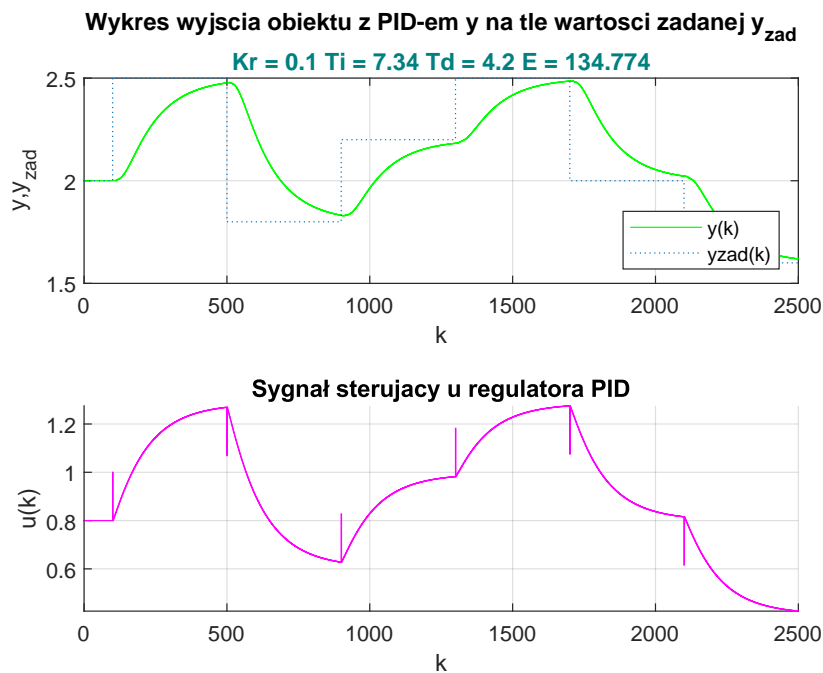
Ocena jakości regulacji jakościowa jest metodą mniej dokładną od oceny ilościowej, nie występują tam obliczenia a jedynie analiza rysunków przebiegów. Podczas analizy rysunku osoba oceniająca jakość regulacji narażona jest na mało precyzyjne wnioski, gdyż należy wtedy zwracać uwagę na skalę rysunku i wiele innych parametrów. Ocena ilościowa nie bierze pod uwagę takich czynników jak np. oscylacje, jedynym kryterium jest suma kwadratów uchybów. Jeżeli do oceny jakości regulacji wymagane są inne kryteria niż podany wskaźnik jakości należy rozpatrzyć metodę oceny jakościowej.

### 1.5.1. Regulator PID

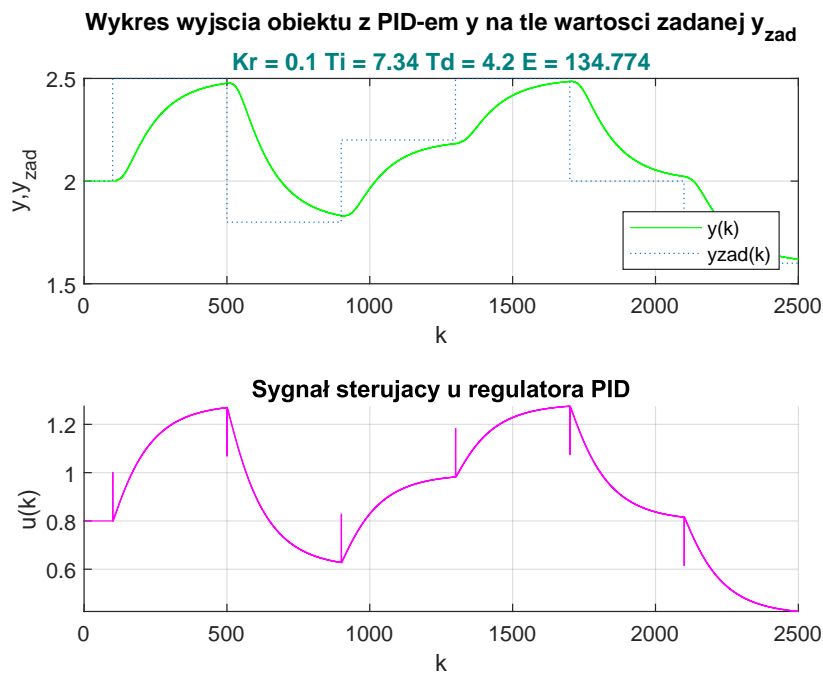
Do doboru nastaw regulatora PID zastosowano metodę inżynierską, która polega na przeprowadzeniu doświadczeń i analizy uzyskanych wyników. Na podstawie wyciągniętych wniosków modyfikowane są nastawy regulatora. Parametry dobierane są metodą prób i błędów, aż do osiągnięcia oczekiwanych wyników. Jako pierwszy dobierany był parametr wzmocnienia członu proporcjonalnego, poprzez obserwację zachowania się uchybu regulacji w stanie ustalonym oraz przeregulowanie. Zmniejszając stopniowo wzmocnienie zmniejszano przeregulowanie, a uchyb zwiększał się. Parametr zwiększając go co likwidowało uchyb regulacji, zbyt duży czas zdwojenia zwiększał czas regulacji. Ostatnim elementem strojenia jest wyznaczenie parametru czasu wyprzedzenia, również metodą prób i błędów, tak by zminimalizować czas regulacji. Po wykonaniu tej czynności kończy się proces strojenia regulatora.



Rys. 1.6. Przebiegi symulacji z danym regulatorem PID

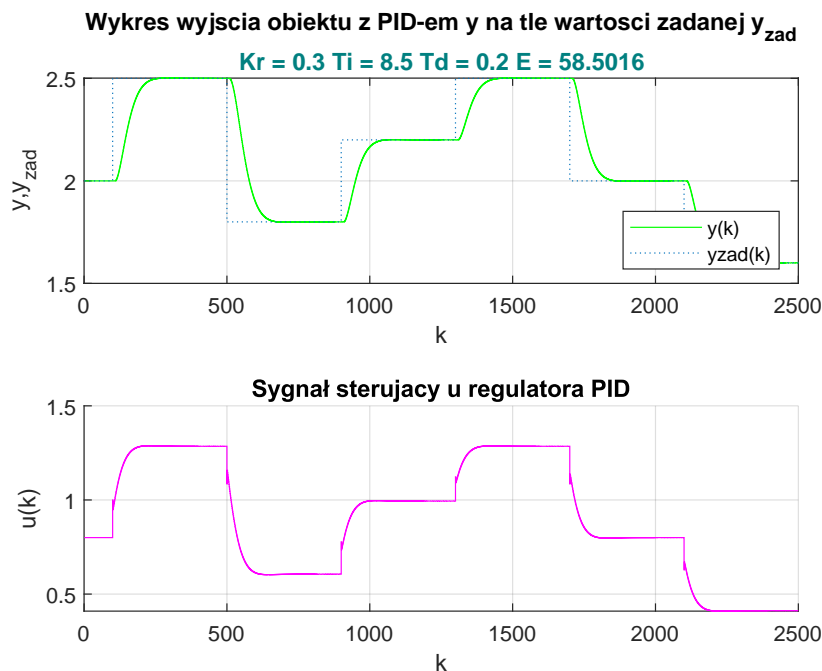


Rys. 1.7. Przebiegi symulacji z danym regulatorem PID



Rys. 1.8. Przebiegi symulacji z danym regulatorem PID





Rys. 1.9. Przebiegi symulacji z najlepszym uzyskanym regulatorem PID

### 1.5.2. Regulator DMC

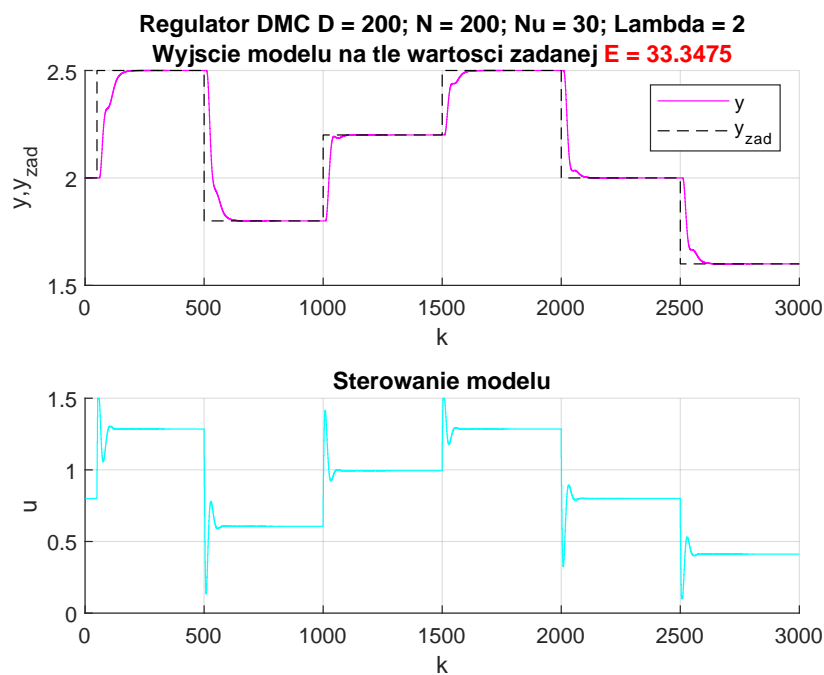
Do doboru nastaw regulatora DMC zastosowano metodę inżynierską, która polega na przeprowadzeniu doświadczeń i analizy uzyskanych wyników. Na podstawie wyciągniętych wniosków modyfikowane są nastawy regulatora. Parametry dobierane są metodą prób i błędów, aż do osiągnięcia oczekiwanych wyników.

Horyzont dynamiki  $D$  jest to liczba współczynników odpowiedzi skokowej, tzn. liczbę kroków dyskretyzacji, po której można uznać odpowiedź skokową za stabilną równą  $K_{\text{stat}}$ . Wyznaczona ona została z odpowiedzi skokowej obiektu poprzez wyznaczenie z niej chwili, w której odpowiedź jest stabilna.

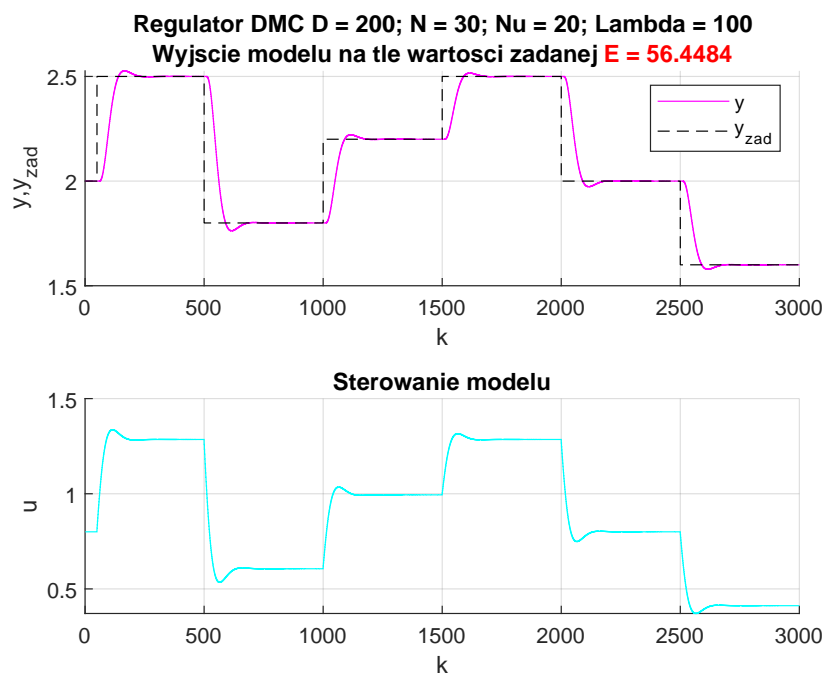
Horyzont predykcji  $N$  jest to wartość na podstawie, której prognozuje się zachowanie modelu. Zwiększając ten parametr uzyskaliśmy bardzo dobry czas regulacji oraz praktycznie zerowe przesterowanie.

Horyzont sterowania  $N_u$  tak jak horyzont predykcji jest parametrem dostrajania regulatora, zależnymi od szybkości dynamiki procesu, możliwości obliczeniowych oraz dokładności modelu, eksperymentalnie dobrano wartość tego parametru.

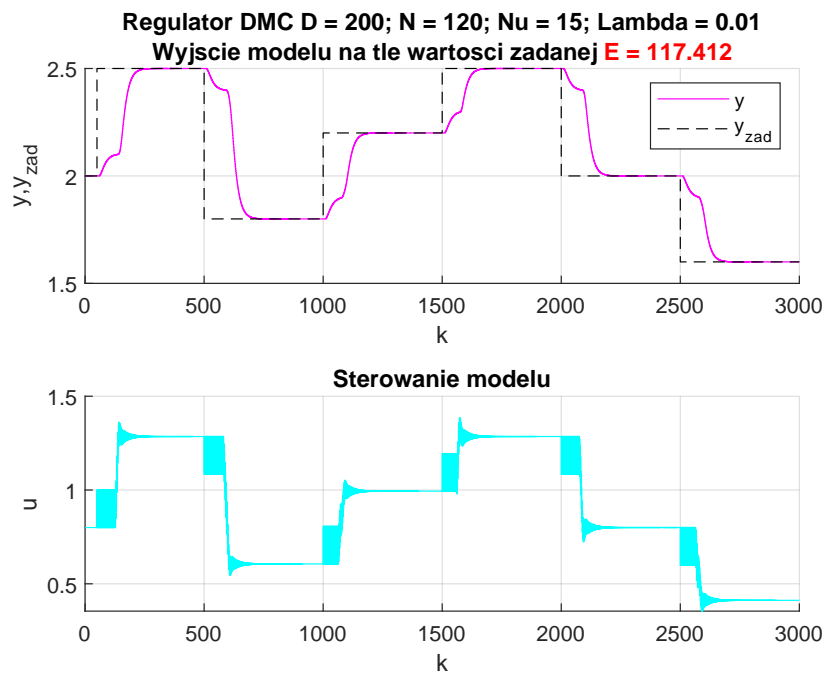
Ostatnim krokiem w dostrajaniu naszego regulatora było wyznaczenie współczynnika kary  $\lambda$ , za pomocą którego można zapewnić kompromis pomiędzy szybkością regulacji, a postacią sygnału sterującego. Ponownie był on wyznaczany metodą testowania. Zwiększenie współczynnika kary pogorszyło wynik działania regulatora, został więc on zmniejszony.



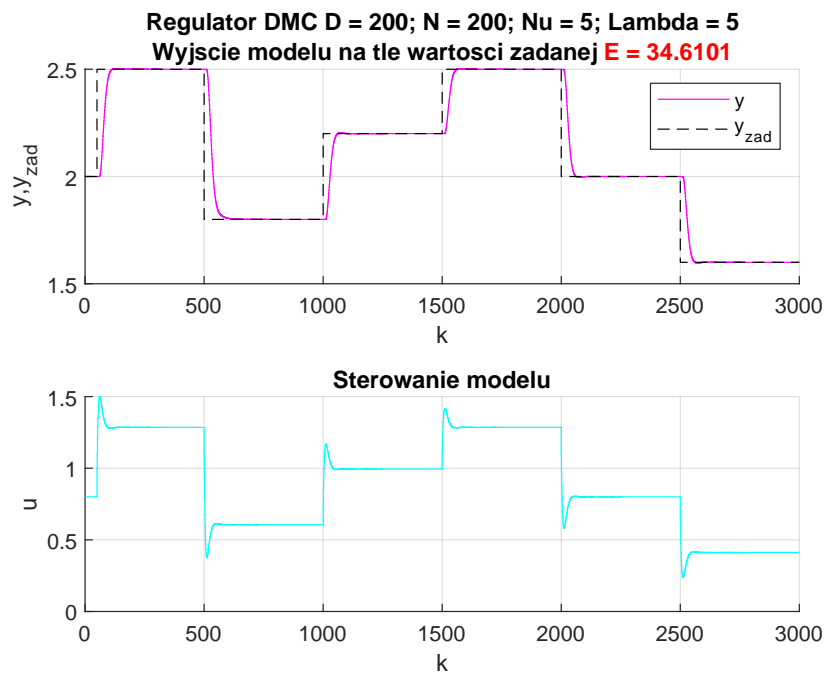
Rys. 1.10. Przebiegi symulacji z danym regulatorem DMC



Rys. 1.11. Przebiegi symulacji z danym regulatorem DMC



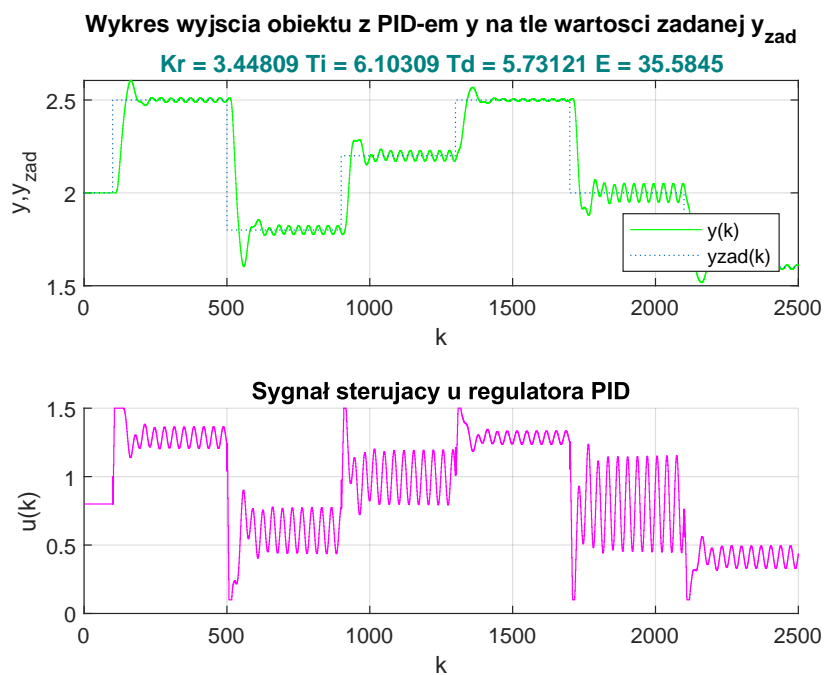
Rys. 1.12. Przebiegi symulacji z danym regulatorem DMC



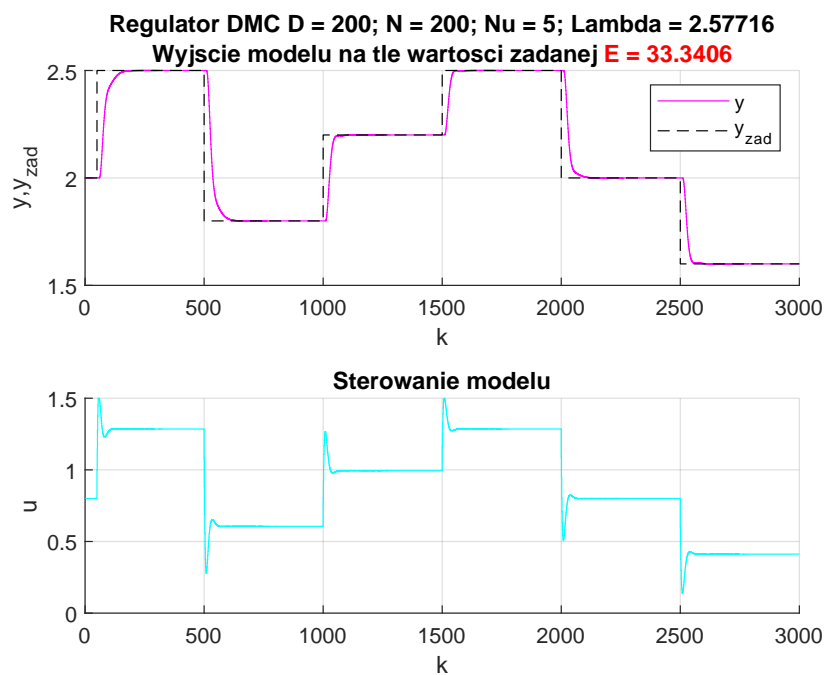
Rys. 1.13. Przebiegi symulacji z najlepszym uzyskanym regulatorem DMC

## 1.6. Minimalizacja wskaźnika jakości regulacji

W celu doboru parametrów modelu wykorzystano optymalizację poprzez funkcję *fmincon* programu MATLAB, jako parametr optymalizacji wybrano wskaźnika jakości regulacji  $E$ .



Rys. 1.14. Regulator PID z optymalizacji

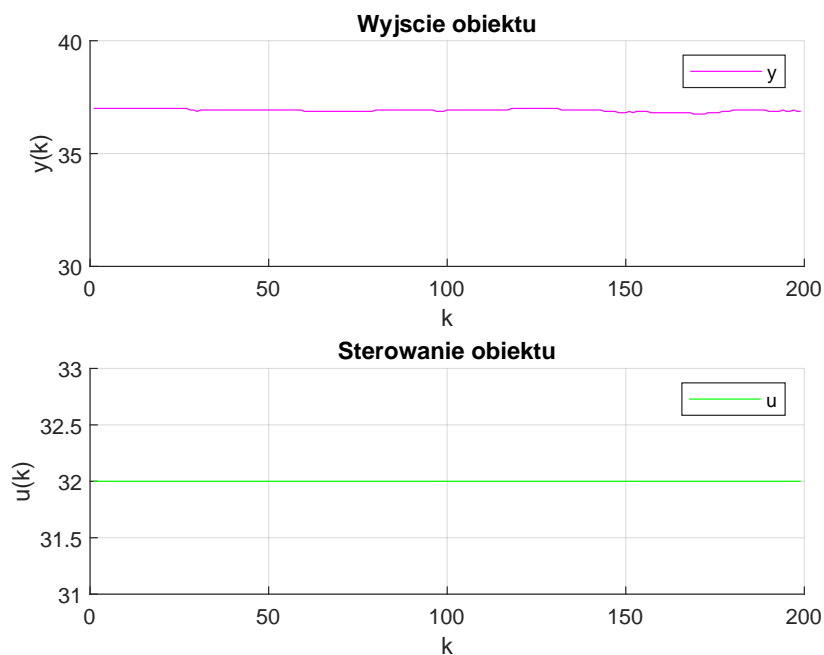


Rys. 1.15. Regulator DMC z optymalizacji

## 2. Laboratorium

### 2.1. Temperatura obiektu w punkcie pracy

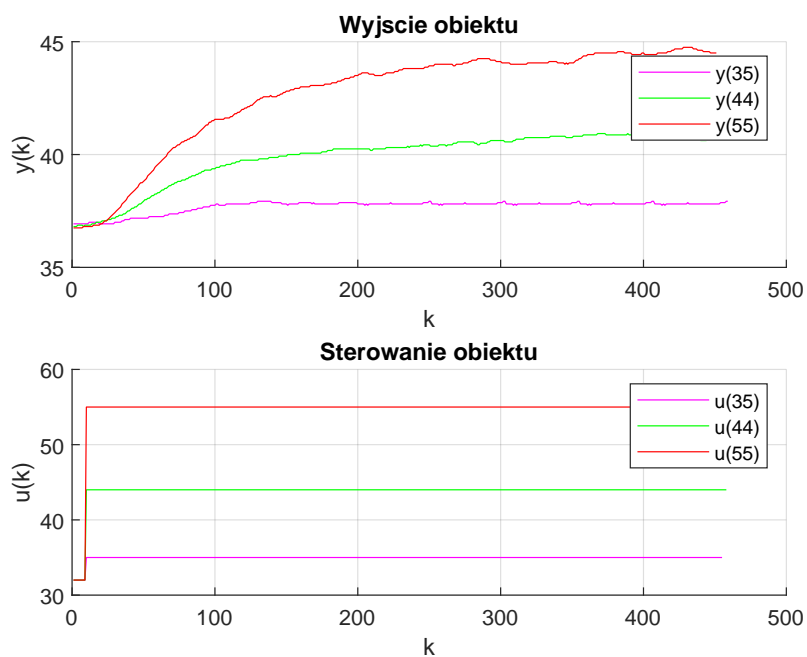
Zgodnie z poleceniem prowadzącego punkt pracy sterowania ustalono na 32%. Sygnał sterujący W1 czyli moc wentylatora ustawiono na 50%, a sygnał sterujący G1 czyli moc grzałki na wyliczone wcześniej 32% mocy całkowitej. Następnie przeprowadzono pomiar temperatury w punkcie pracy. Uzyskana wartość temperatury punktu pracy wyniosła  $36,8^{\circ}\text{C}$ .



Rys. 2.1. Punkt pracy obiektu

### 2.2. Wyznaczenie odpowiedzi skokowej procesu

Początkowy sygnał sterujący G1 ustalono w punkcie pracy  $U = 32$ . Przeprowadzone zostały trzy skoki sterowania: na wartości  $U_1 = 35$ ,  $U_2 = 44$ ,  $U_3 = 55$ . Uzyskane odpowiedzi skokowe dla tych zmian sygnału zostały przedstawione na poniższym rysunku.



Rys. 2.2. Odpowiedzi skokowe obiektu

Właściwości statyczne obiektu zostały określone z wykresu charakterystyki statycznej, który utworzony został na podstawie serii odpowiedzi skokowych.



Rys. 2.3. Charakterystyka statyczna obiektu

Właściwości statyczne obiektu są w przybliżeniu liniowe, można więc wyznaczyć wzmocnienie statyczne procesu, które równe jest nachyleniu wykresu charakterystyki statycznej  $K = 0,8073$ .

### 2.3. Przekształcenie otrzymanej odpowiedzi skokowej

Uzyskaną odpowiedź procesu na zmianę sygnału sterującego z punktu pracy  $U_{pp} = 32,0$  na  $U_{max} = 55,0$  przekształcono w następujący sposób:

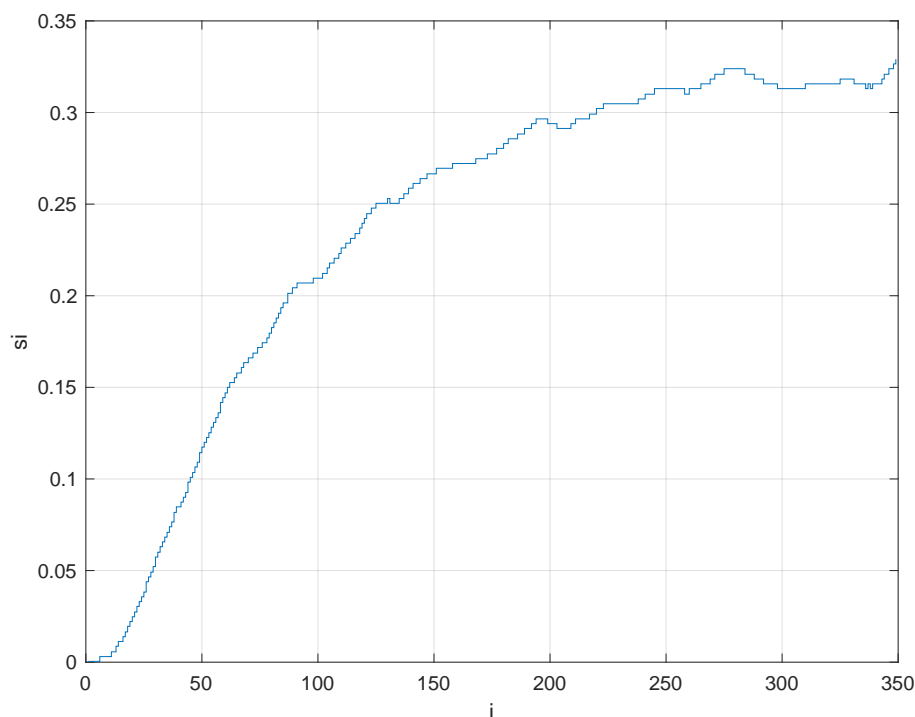
- Ograniczono (przycięto) czas zmiany sterowania  $u$  oraz wyjścia  $y$  od chwili skoku do ustabilizowania,

- Wykres sterowania  $u$  przesunięty został o wartość początkową  $U_{pp} = 32,0$  w dół,

- Wykres wyjścia  $y$  przesunięty został o wartość początkową  $Y_{pp} = 36,8$  w dół,

- Wykres sterowania  $u$  i wyjścia  $y$  podzielono przez zmianę sterowania  $\Delta u = 23,0$ .

Uzyskana odpowiedź skokowa daje nam wektor współczynników  $s$ , który wykorzystywany będzie w algorytmie DMC.



Rys. 2.4. Wykres współczynników  $s$

W ramach pierwszego laboratorium zespół miał za zadanie zaproksymować odpowiedź skokową pozyskaną ze stanowiska grzewczo-chłodzącego w celu późniejszego jej wykorzystania w algorytmie DMC. Aproksymacja została wykonana jako człon inercyjny drugiego rzędu z opóźnieniem. Opisany jest on następującą transmitancją:

$$G(s) = \frac{K}{(sT_1 + 1)(sT_2 + 1)} e^{-T_d s}$$

Powyższa transmitancja po przekształceniu do dziedzin czasu dyskretnego i przejściu na postać równania różnicowego:

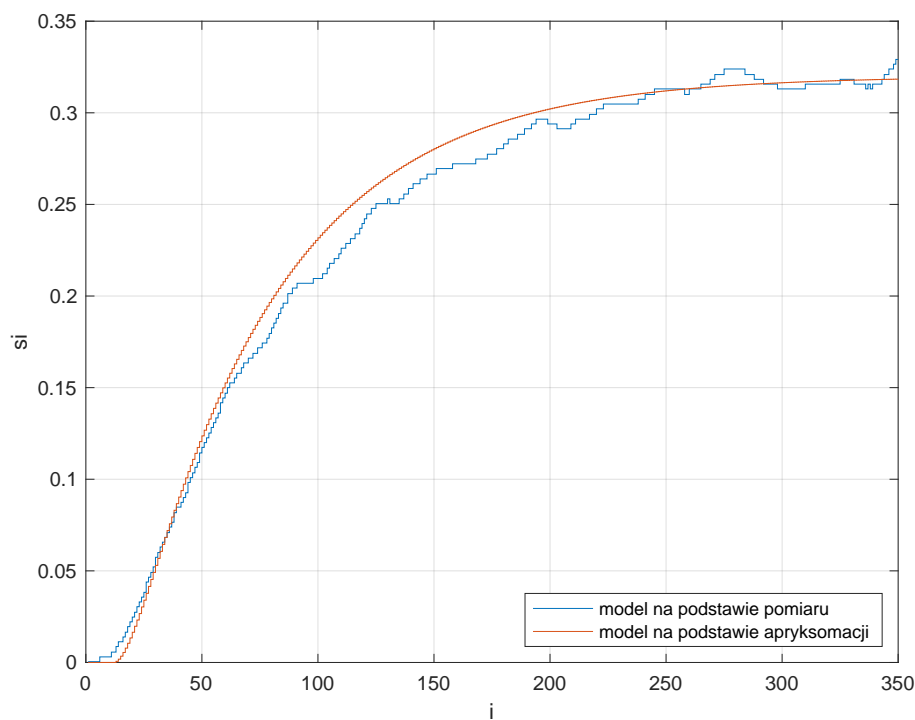


$$y[k] = b_1 u[k - T_D - 1] + b_2 u[k - T_D - 2] + a_1 y[k - 1] + a_2 y[k - 2]$$

Na podstawie danych pozyskanych ze stanowiska laboratoryjnego dobrano parametry  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $K$ ,  $T_d$ , tak aby błąd dopasowania, rozumiany jako suma kwadratów kolejnych uchybów sterowania, był jak najmniejszy. Należy jednak pamiętać, że wielkość  $T_d$  może przyjmować tylko wartości całkowite (ze względu na zastosowany czas dyskretny). W celu doboru parametrów modelu wykorzystano funkcję optymalizacyjną *fmincon* programu MATLAB, jako parametr optymalizacji wybrano błąd dopasowania (rozumiany jako suma kwadratów błędów dla kolejnych elementów odpowiedzi skokowych), ponieważ im mniejszy błąd dopasowania tym lepsza aproksymacja.

Otrzymane parametry aproksymacji to:

$$T_1 = 7,59 \quad T_2 = 62,4 \quad K = 0,32 \quad T_d = 10,0$$



Rys. 2.5. Aproksymacja odpowiedzi skokowej

## 2.4. Cyfrowy algorytm PID i DMC

### 2.4.1. Algorytm PID

Regulator PID to regulator składający się z 3 członów:

- proporcjonalnego P o wzmacnieniu  $K_r$ , kompensuje uchyb bieżący
- całkującego I o czasie zdwojenia  $T_i$ , kompensuje akumulację uchybów z przeszłości
- różniczkującego D o czasie wyprzedzania  $T_d$ , kompensuje przewidywane uchyby w przyszłości

Ważona suma tych trzech działań stanowi podstawę sygnału podawanego na człon wykonawczy w celu regulacji procesu (np. zmiana położenia zaworu regulacyjnego albo zwiększenie mocy grzałki). Regulator realizuje algorytm:

$$u(t) = K_r \left( e(t) + \int e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

gdzie  $u(t)$  - sygnał wyjścia regulatora,  $e(t)$  - uchyb regulacji.

Transmitancja regulatora PID

$$G(s) = K_r \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

W realizacji naszego zadania wykorzystany był dyskretny regulator PID. Sterowanie regulatora wyznaczone było z poniższych wzorów, które zostały otrzymane dzięki metodzie Eulera i całkowania metodą trapezów:

$$u(k) = u_P(k) + u_I(k) + u_D(k)$$

gdzie

$$u_P(k) = K_r e(k)$$

$$u_I(k) = u_I(k-1) + \frac{K_r T_p}{T_I} \frac{e(k-1) + e(k)}{2}$$

$$u_D = K_r T_D \frac{e(k) - e(k-1)}{T_p}$$

#### 2.4.2. Algorytm DMC

Algorytm DMC (Dynamic Matrix Control) algorytm regulacji predykcyjnej. Do predykcji wykorzystuje się model procesu w postaci odpowiedzi skokowych. W algorytmie DMC dynamika obiektu regulacji modelowana jest dyskretnymi odpowiedziami skokowymi, które opisują reakcję wyjścia na skok jednostkowy sygnału sterującego.

### 2.5. Dobór parametrów algorytmów PID i DMC

Wykonano dwa skoki o różnej amplitudzie dla sygnału zadanego, na podstawie odpowiedzi obiektu dobrano nastawy regulatora PID metodą eksperymentalną. Ocena jakości regulacji na podstawie rysunków przebiegów sygnałów polega na ocenie jakościowej, analizowane są takie kryteria jak czas regulacji czy przeregulowanie. Na podstawie tych kryteriów oceny dobierane są nastawy regulatora PID.

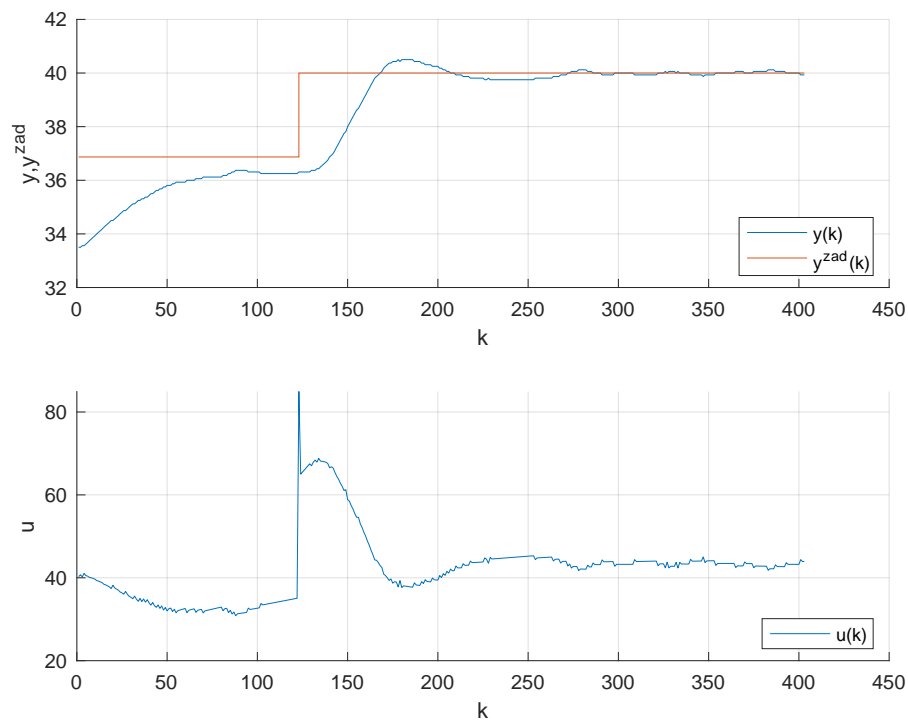
Ocena jakości regulacji ilościowa polega na wyznaczaniu wskaźnika jakości regulacji, którym jest suma kwadratów uchybów.

$$E = \sum_{k=1}^{k_{konc}} (y_{zad}(k) - y(k))^2$$

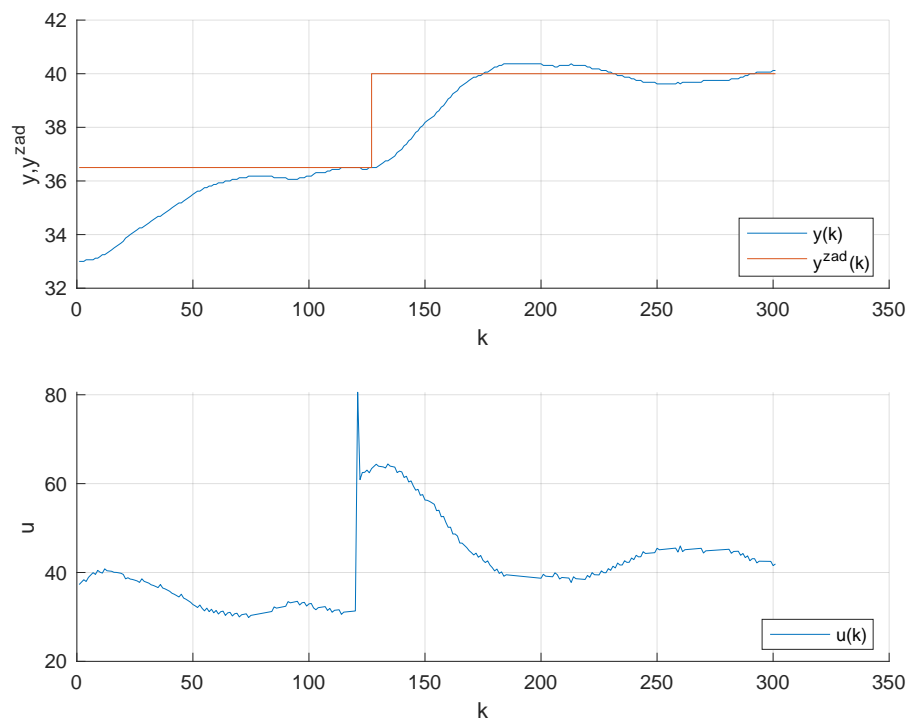
Ocena jakości regulacji jakościowa jest metodą mniej dokładną od oceny ilościowej, nie występują tam obliczenia a jedynie analiza rysunków przebiegów. Podczas analizy rysunku osoba oceniająca jakość regulacji narażona jest na mało precyzyjne wnioski, gdyż należy wtedy zwracać uwagę na skalę rysunku i wiele innych parametrów. Ocena ilościowa nie bierze pod uwagę takich czynników jak np. oscylacje, jedynym kryterium jest suma kwadratów uchybów. Jeżeli do

oceny jakości regulacji wymagane są inne kryteria niż podany wskaźnik jakości należy rozpatrzyć metodę oceny jakościowej.

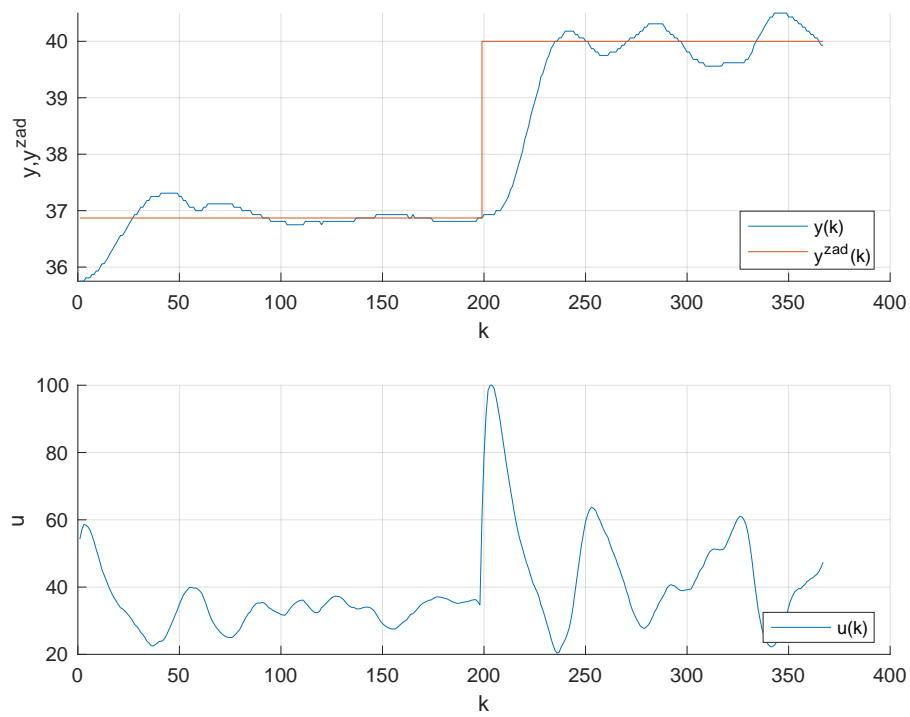
Wyznaczona długość horyzontu dynamiki  $D$  wynosi 350



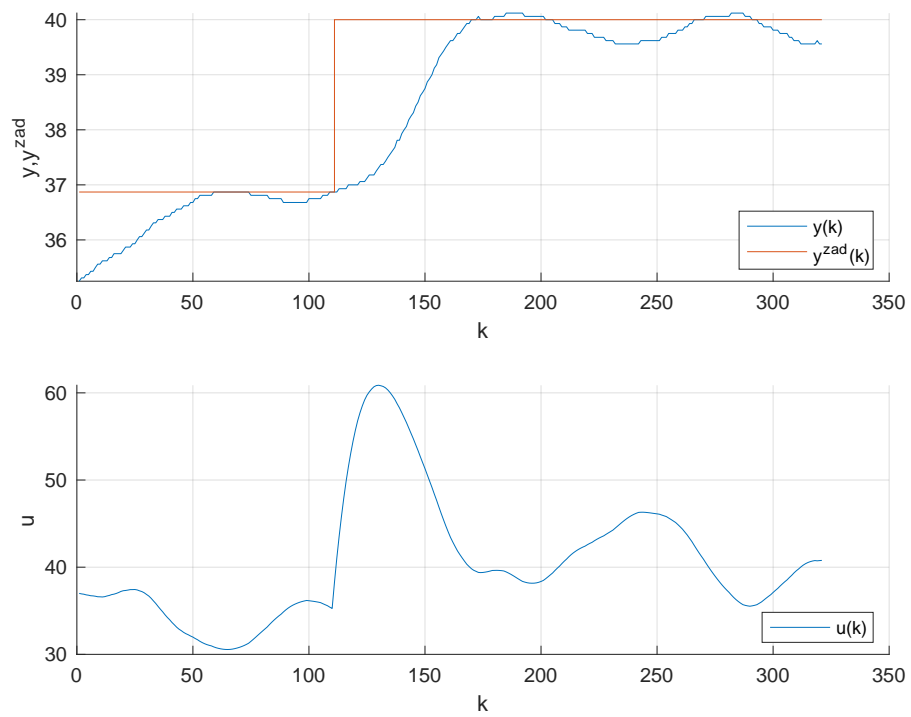
Rys. 2.6. Regulator PID,  $P = 4,5$ ,  $I = 70,5$ ,  $D = 0,0$ ,  $E = 612,3$



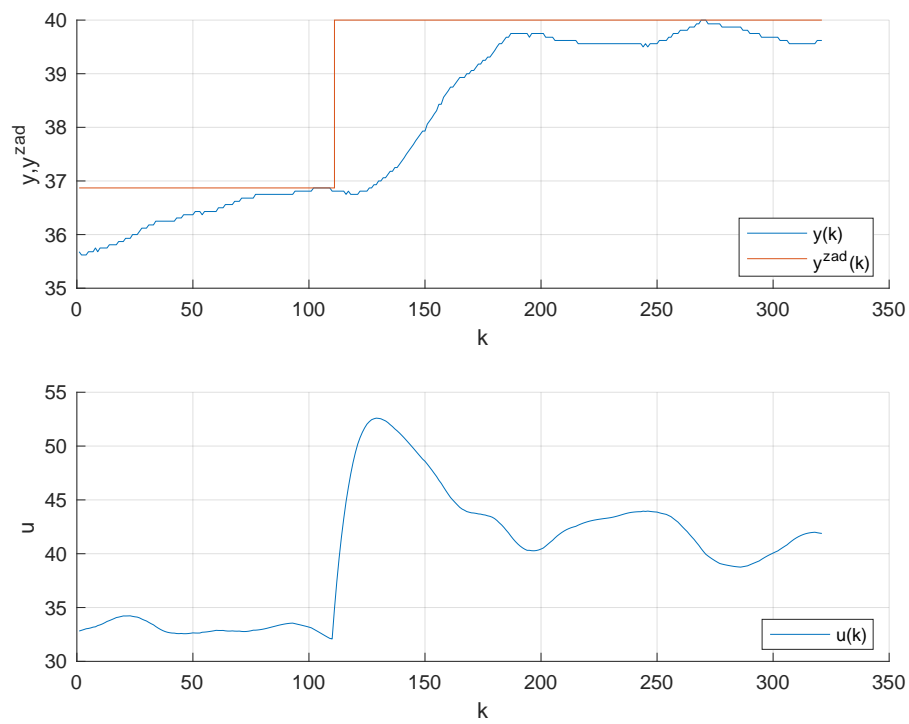
Rys. 2.7. Regulator PID,  $P = 3,7$ ,  $I = 60,5$ ,  $D = 0,0$ ,  $E = 559,2$



Rys. 2.8. Regulator DMC,  $N = 200$ ,  $N_u = 5$ ,  $\lambda = 3,0$ ,  $E = 209,3$



Rys. 2.9. Regulator DMC,  $N = 200$ ,  $N_u = 15$ ,  $\lambda = 1,0$ ,  $E = 323,1$



Rys. 2.10. Regulator DMC,  $N = 200$ ,  $N_u = 20$ ,  $\lambda = 1,0$ ,  $E = 439,7$