

Университет ИТМО

«Допустить к защите»_____

Заведующий кафедрой

к. т. н., доцент Е. И. Яблочников

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА К
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ
РАБОТЕ**

**«Разработка математической модели
шестикоординатной системы управления для
установок быстрого prototyping»**

Научный руководитель

к. т. н., доцент М. Я. Афанасьев

Рецензент

? . ? . - ? . ?, ? ? ? ? ? ? . ? . ? ? ? ? ?

Санкт-Петербург, 2015 – 2015

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Постановка задачи	6
1.1. Общие положения	6
1.2. Характеристика и описание FDM-устройств	8
1.3. Постановка задачи	10
Глава 2. Разработка математической модели	12
2.1. Описание методики	12
2.2. Этап предварительного анализа	13
2.3. Этап применения математической модели локсодромы	14
2.4. Этап применения математической модели архимедовой сферической спирали	19
Глава 3. Практическое применение	23
3.1. Анализ требований	23
3.2. Концепция установки	24
3.3. Возможности применения подхода на практике	28
Заключение	29
Список литературы	31
Приложение А. Программа генерации архимедовой сферической спирали	32
Приложение Б. Эскизы сферических слоев	35
Приложение В. Эскизы концепта установки быстрого прототипирования	38

Введение

Начиная с самого своего появления, установки быстрого прототипирования, реализующие аддитивную технологию, определили свою конструкцию и алгоритм работы. В настоящий момент такие установки, более известные, как 3D-принтеры, являются достаточно распространённым устройством самых разных конфигураций, от компактных настольных моделей до больших промышленных. Но их всех объединяет общность построения объекта, а именно — представление модели в виде набора плоских слоёв-срезов и последующее формирование их из материала при помощи печатающей головки. Достоинства такого подхода уже давно известны: простота формирования управляющей программы, наглядность, возможность управления точностью объекта. Но есть и недостатки, и в данной работе приводится их анализ и решается вопрос, обладают ли актуальностью рассматриваемый здесь другой подход к построению моделей и настолько он может быть лучше стандартного общепринятого.

Объект исследований в данной работе — система управления рабочим органом установки, поскольку, говоря о подходе к построению моделей, именно её имеют в виду в первую очередь.

Цель работы состоит в концепции системы управления с приданием ей большего числа степеней свободы и изменении общего подхода к построению моделей. Для достижения этого придётся обозначить и решить ряд **основных задач**:

- определить наиболее простой способ разбиения модели на криволинейные слои, в частности, самой примитивной фигурой для этого является сфера;
- обозначить преимущества и недостатки разбиения модели на криволинейные слои;

- сформировать алгоритм создания такого сферического слоя и вывести соответствующую математическую модель, дающую нам траекторию и набор координат;
- реализовать вывод набора координат и соответствующую им кривую при помощи программных средств и языка программирования;
- исследовать возможное практическое применение данной технологии и его целесообразность.

Практическая ценность работы заключается в том, что всё это может дать на выходе систему управления более гибкую и более точную, с возможностью подстраиваться под конкретные условия построения объектов.

Как уже было сказано выше, сферическая поверхность является наиболее простой для описания, поэтому методики, использовавшиеся для формирования математической модели, опирались именно на неё. Задание поверхности сферы кривой и, соответственно, математическое описание этой кривой, выполнялось в среде Python с подключением модуля графиков Matplotlib, а в программе SolidWorks из получаемого набора координат вершин формировалась поверхность и общая визуализация разбиения объекта.

Структура данной работы содержит введение, три главы, посвященных вопросам и задачам работы, и заключение.

В первой главе приводится краткое описание технологии быстрого прототипирования объектов, ещё раз развёрнуто формулируется постановка задачи, обозначается объект исследований и обзор проблем существующей общепринятой системы управления.

Во второй главе проводится исследование шестикоординатных систем управления, выполняется формулировка общей идеи предложенной

методики, определяются его преимущества и недостатки, как по сравнению с общепринятым подходом, так и глобальные. Так же приводится техническое обоснование для создания такого подхода. Далее в данной описывается решение задачи, а именно: создание и описание математической модели траектории рабочего органа при помощи программных средств и варианты визуализации.

В третьей главе исследуется практическое применение рассматриваемой методики и его целесообразность, а так же исследование ряда устройств, с помощью которых можно будет добиться практического результата.

В заключении представлены общие выводы по проделанной работе, успешность и полнота решения поставленных задач и те задачи, решение которых будет темой последующих исследований и разработок.

Глава 1

Постановка задачи

1.1. Общие положения

Аддитивные технологии — одно из появившихся относительно недавно направлений производства, но уже доказавшее свою значимость для промышленной области, и поэтому в наши дни оно получило широкую известность. Многие компании, связанные с промышленным производством, видят в аддитивных технологиях будущее и стараются вносить свой вклад в их развитие. В наши дни на рынок поступают множество разнообразных моделей установок быстрого prototyping, от небольших устройств, умещающихся на столе, до крупномасштабных, занимающих целую комнату, а спектр продукции, который эти установки в состоянии производить, очень широк.

Суть аддитивных технологий заложена в их названии. Объект обраzuется не удалением материала с заготовки, как при операциях технологической обработки, а, наоборот, послойным наращиванием. Как правило, управляющая программа получает на вход объект в виде 3D-модели, разбивает её на набор плоских срезов, генерирует управляющую программу (УП), а затем рабочий модуль слой за слоем выполняет построение модели из материала. Это наиболее простая для обработки методика, но при этом не обладающая гибкостью. Стандартное программное обеспечение, идущее в комплекте с устройством, позволяет, тем не менее, оперировать некоторыми параметрами, а именно:

- регулировать толщину слоя, что сказывается на точности объекта и время построения;
- выполнять смену материала в процессе печати для получения, на-

пример, разных цветов;

- уменьшать плотность заливки внутреннего объёма, что позволяет экономить материал, но при этом модель становится более хрупкой.

Ввиду сложившегося подхода к построению моделей система управления 3D-принтера ограничена тремя степенями свободы, обычно это две координаты перемещения печатающей головки и одна координата перемещения стола. Это уже устоявшаяся и общепринятая система, которая заложена в основе практических всех подобных устройств [1].

Существует несколько видов аддитивных технологий, отличающихся друг от друга подходом к построению моделей. К основным из них относятся:

- SLA (Laser stereolithography) - лазерная стереолитография, в качестве материала выступает жидкий фотополимер, который затвердевает под действием лазерного излучения;
- SLS (Selective laser sintering) - селективное лазерное спекание, построения объекта выполняется из порошкового материала, который плавится и спекается под воздействием лазерного излучения;
- FDM (Fused deposition modeling) - моделирование методом наплавления, материал подаётся в виде расплавленной нити из плавкого материала.

Так как FDM-принтеры наиболее дешёвые и доступные из всего спектра устройств, в работе будет рассматриваться и подразумеваться методика послойного наплавления.

1.2. Характеристика и описание FDM-устройств

FDM-устройства реализуют моделирование методом послойного наплавления, то есть, создание трёхмерных объектов происходит за счёт нанесения последовательных слоёв расплавленного материала. Это одна из самых распространённых и дешёвых технологий, созданных ещё в конце 80-х годов и к нынешнему моменту успешно применяющаяся на практике как коммерческими компаниями, так и энтузиастами.

Схема FDM-устройства представлена на рисунке 1.1. Процесс построения можно представить в виде ряда этапов:

- создание или импорт цифровой трёхмерной модели объекта, обычно в формате STL;
- ориентировка модели на рабочем столе принтера, модель необходимо расположить наиболее приемлемым для печати образом;
- обработки модели, включая расчёт построения поддерживающих структур и слайсинга — разделения модели на набор плоских слоёв;
- формирование на основе полученного набора слоёв УП в виде набора G-кодов;
- процесс печати, заключающийся в последовательном наплавлении материала;
- снятие модели при завершении печати и последующая физическая и химическая обработка, если она требуется.

Расходный материал представлен в виде нити сечением обычно около 1 мм, намотанной на катушку, и подаётся при помощи гибкой трубки от катушки к экструдеру. Для печати могут использоваться различные виды термопластиков, таких, как ABS, поликарбонаты, полистиролы и

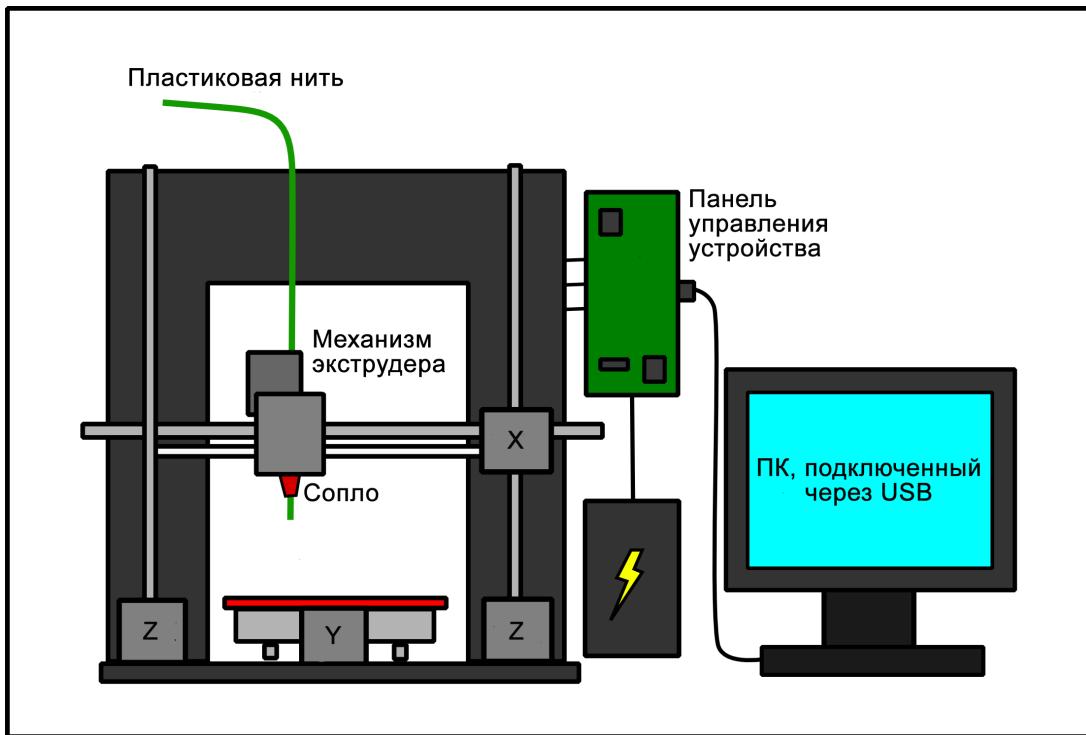


Рисунок 1.1 — Схема FDM-устройства

многие другие. Иногда используются даже некоторые виды металлов. Для каждого из материалов нужно осуществлять нагрев сопла до точки плавления, которая у каждого материала своя. Также может осуществляться принудительное охлаждение верхней части сопла для резкого градиента температур, так как это позволяет подавать материал более плавно.

Печатающая головка с экструдером и соплом перемещается в декартовой системе координат по направлениям X и Y согласно подаваемой на вход УП. Так как направляющие для печатающей головки, в основном, жёстко закреплены на раме устройства, третье направление Z берёт на себя стол, смещаясь вниз на толщину слоя по мере формирования объекта. Послойное построение в упрощённом виде представлено на рисунке 1.2. Для нависающих частей модели также выполняется построение поддерживающей структуры, которую после извлечения готовой модели необходимо удалить. Поддерживающая структура для облегчения удаления может формироваться из другого вида пластика [3].

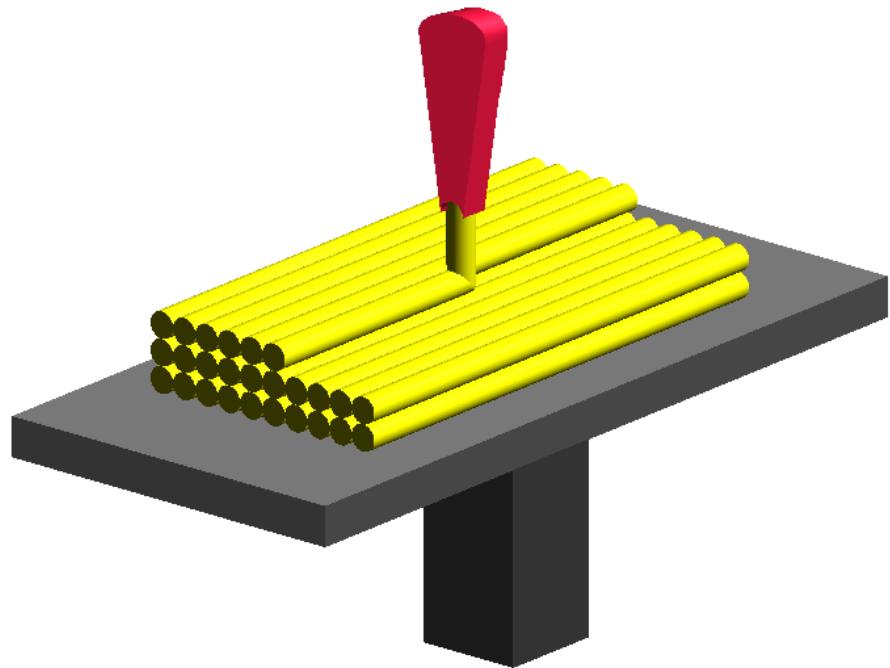


Рисунок 1.2 — Послойное построение

Согласно вышеизложенному, данный подход является самым недорогим и популярным средством, однако он обладает одним существенным недостатком — он плохо адаптируется к разным условиям построения модели. Как показывает практика, далеко не все модели удобно строить по плоским слоям, от этого может страдать их точность и качество. Поэтому в данной работе предлагается изменённая методика для организации системы управления.

1.3. Постановка задачи

Основная идея изменённого подхода состоит в том, чтобы дать системе управления устройства возможность формировать слои не только плоской, но и криволинейной формы, как того могут потребовать условия построения. Но стандартная трёхкоординатная система не сможет с этим справиться, поэтому необходимо увеличить количество её степеней свободы до шести, то есть, к трём направлениям перемещения добавить три направления вращения. Исходя из этого предположения, можно

определить формулировку постановки задачи и ряд основных вопросов.

Постановка задачи: сформулировать концепцию построения модели на основе слоёв криволинейной формы и разработать математическую модель для описания траектории формирования слоя.

Другими словами, в данной работе необходимо исследовать следующие вопросы:

- как именно можно разбить модель на набор криволинейных поверхностей;
- определить жизнеспособность данного подхода, выявить возможные достоинства и недостатки;
- как выполнить построение криволинейной поверхности при помощи расплавленной нити из материала;
- определить возможность практического применения данной системы управления.

Решение вышеперечисленных задач составит основу данной работы и определит актуальность предложенных изменений в рассматриваемой методике построения.

Глава 2

Разработка математической модели

2.1. Описание методики

Разработку концепции изменённой системы управления следует начать с определения, будет ли установка использовать все шесть координат. Ведь, строго говоря, она будет иметь пять координат, три поступательных и два вращательных направления. Шестая координата, а именно, вращение печатающей головки вокруг своей оси, не будет иметь столь решающей роли в механизме, но, тем не менее, оно тоже будет учитываться, например, для предотвращения соударений.

Разбиение модели на криволинейные слои элементарнее всего представить в виде сфер, так как среди всех криволинейных поверхностей сферические поверхности характеризуются простотой представления и описания математическим языком. Другими словами, идея заключается в разбиении модели на набор сферических слоёв с определённой толщиной стенок, согласно возможностям сопла и экструдера установки, и постепенное их наращивание при построении модели. На этапе разработки можно сказать, что данный подход обладает следующими достоинствами:

- возможность манипулирования рабочим модулем в более широком диапазоне, что позволит лучше контролировать процесс построения модели;
- возможность выбора способа построения модели стандартными плоскими или криволинейными слоями, организация которого может происходить как вручную при настройке построения, так и автоматически, на этапе анализа модели;

- повышение точности и качества построения криволинейных поверхностей, например, поверхности линз;
- повышение прочностных характеристик модели, так как площадь соприкосновения между слоями будет больше.

Недостатки, выявленные в ходе предварительного анализа подхода:

- невозможно получить экономию материала, поскольку материал поддержки для нависающих частей модели всё ещё требуется;
- увеличение времени печати модели, так как может потребоваться больше процессорного времени для составления УП и проведения вычислений;
- исходящее из предыдущего пункта усложнение генерации УП, что может быть неприемлемо при промышленных темпах работы.

Таким образом, можно видеть, что данный подход имеет больше достоинств, чем недостатков, и может быть принят к рассмотрению.

2.2. Этап предварительного анализа

Определившись с концепцией, необходимо представить себе разбиение модели на сферические поверхности, воспользовавшись для этого программой для создания 3д-моделей. Одной из наиболее популярных и простых в освоении программ является OpenSCAD.

OpenSCAD - инструмент, выполняющий построение модели путём составления ряда команд. Он хорошо подходит для работы с объектами, описываемыми формулами или параметрами, и его подход к 3D объекту основывается на математике и программировании [4].

Для наглядности объектом для разбиения был выбран трёхмерный крест, состоящий из семи кубов, и составлен соответствующий набор команд для отображения фигуры. Манипулируя диаметрами сфер в коде, можно получить представление о любом из слоёв.

Listing 2.1 — Набор команд для отображения сферического слоя детали в OpenSCAD

```
1 difference() // обрезка половины
2 {
3 difference()
4 {
5 union()
6 {
7         cube(size=[100,100,300], center = true);
8         cube(size=[100,300,100], center = true);
9         cube(size=[300,100,100], center = true);
10    }
11   union()
12 {
13     difference()
14   {
15       sphere(d=400);
16       sphere(d=232); // внешний диаметр
17     }
18     sphere(d=230); // внутренний диаметр
19   } }
```

Результат работы кода представлен на рисунке [2.1](#).

2.3. Этап применения математической модели ЛОКСОДРОМЫ

Таким образом, теперь стоит задача описания такого сферического слоя при помощи рабочего модуля, который оперирует нитью расплав-

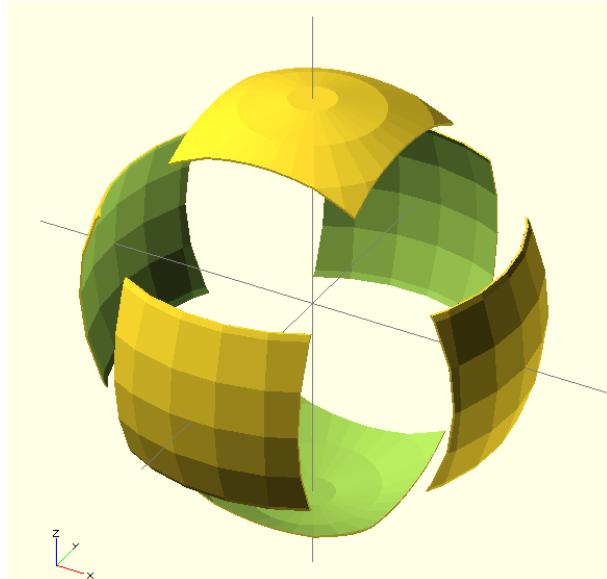


Рисунок 2.1 — Результат работы кода в OpenSCAD, один из сферических слоёв исходной фигуры

ленного материала, то есть, сферическая поверхность должна быть описана единой линией. Наиболее подходящей кривой для такого описания является кривая, известная как **сферическая кривая** или **локсадрома**(рисунок 2.2).

Локсадрома – линия двоякой кривизны, лежащая на сфере или другой поверхности вращения и пересекающая все меридианы поверхности под постоянным углом [5].

Есть несколько формул для описания локсадромы, в том числе, системы параметрических уравнений.

Для первоначального анализа использовалась программа SolidWorks, а именно, функция «кривая по уравнению». Для отображения кривой в трёхмерном эскизе использовалась следующая система простых параметрических уравнений, дающих довольно приблизительную сферическую спираль.

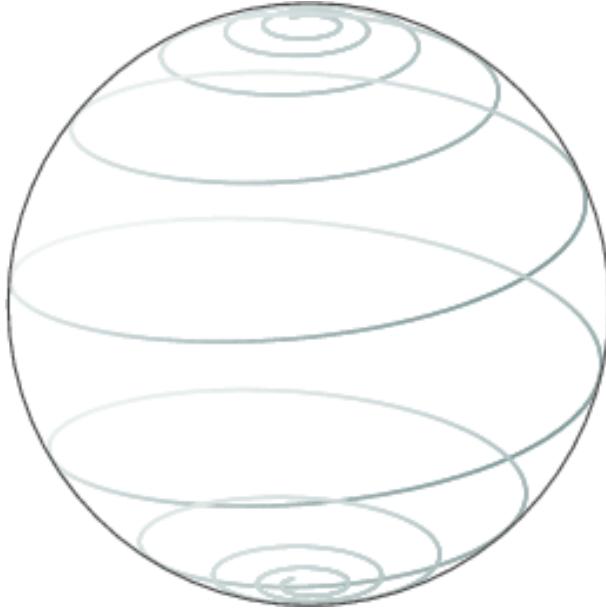


Рисунок 2.2 — Сферическая спираль (локсодрома)

$$\begin{cases} X = R \cdot \cos(2t) \cdot \sqrt{t} \\ Y = R \cdot \sin(2t) \cdot \sqrt{t} \\ Z = R \cdot t \end{cases} \quad (2.1)$$

где R - радиус сферы, а t - плавающий параметр, принимающий значения на отрезке $(-1 ; 1)$. Подставляя эти формулы в параметры кривой, а также используя функцию «бобышка/основание по траектории» для придания получившейся из уравнений кривой некоторой толщины, получается фигура, представленная на рисунке 2.3.

Строго говоря, данная кривая не является локсодромой, так как в формуле нет постоянного угла, а так же расположение витков непостоянно и сгущается к экватору, полюса же остаются пустыми. Необходимо использовать другую формулу, а именно формула локсодромы с использованием постоянного угла и гиперболических функций [6]:

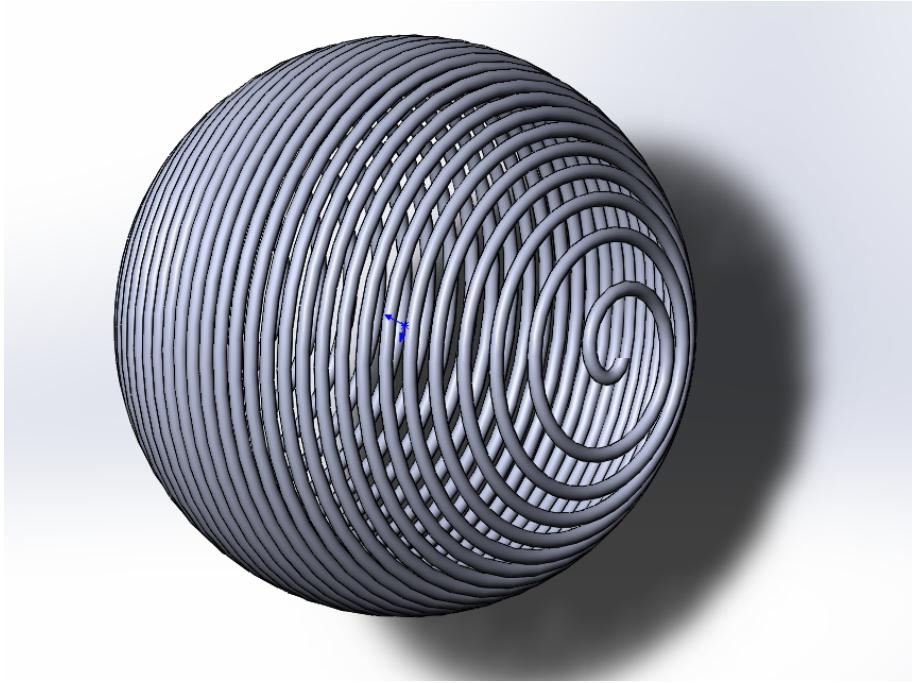


Рисунок 2.3 — Результат построения сферической кривой в SolidWorks

$$\begin{cases} X = \frac{R \cdot \cos(\lambda)}{\cosh[m(\lambda - \lambda_0)]} \\ Y = \frac{R \cdot \sin(\lambda)}{\cosh[m(\lambda - \lambda_0)]} \\ Z = R \cdot \tanh[m(\lambda - \lambda_0)] \end{cases} \quad (2.2)$$

где R - радиус сферы, m - параметр, определяющий угол между кривой и меридианом, λ - значение, лежащее в отрезке $(-\infty; +\infty)$, а λ_0 - значение параметра λ на экваторе сферы.

Данную систему параметрических уравнений также можно выразить, осуществив замену гиперболических функций их тригонометрическими представлениями.

$$\begin{cases} X = R \cdot \cos(\lambda) \cdot \cos\left(\frac{1}{\tan[m(\lambda - \lambda_0)]}\right) \\ Y = R \cdot \sin(\lambda) \cdot \cos\left(\frac{1}{\tan[m(\lambda - \lambda_0)]}\right) \\ Z = R \cdot \sin\left(\frac{1}{\tan[m(\lambda - \lambda_0)]}\right) \end{cases} \quad (2.3)$$

На основе формулы (2.2) была составлена программа уже на язы-

ке Python с подключенным пакетом Matplotlib [7] [9]. Пакет Matplotlib осуществляет построение графиков, в том числе трёхмерных, что необходимо для отображения необходимой кривой. Соответственно, программа должна принимать на вход набор параметров (радиус, угол, λ_0) и, подставляя значения в формулу, строить трёхмерный график с локсадромой.

Текст программы:

Listing 2.2 — Программа генерации локсадромы

```
1 from matplotlib.pyplot import *
2 from numpy import *
3 from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
4
5 r = 50 # радиус
6 m = 0.038 # угол
7
8 # диапазон значений \(\lambda\)
9 t = linspace(-100.0, 100.0, 500)
10 l = 0.9 ** t # \(\lambda_0\)
11
12 # набор параметрических уравнений
13 x = r * cos(t) / cosh(m * (t-1))
14 y = r * sin(t) / cosh(m * (t-1))
15 z = r * tanh(m * (t-1)) + t
16
17 # вывод графика
18 fig = figure(figsize=(4,4))
19 ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
20 ax.view_init(30,60)
21 ax.plot(x,y,z)
22 ax.set_xlabel(r'x')
23 ax.set_ylabel(r'y')
24 ax.set_zlabel(r'z')
```

График, получаемый при запуске программы, приведён на рис. 2.4:

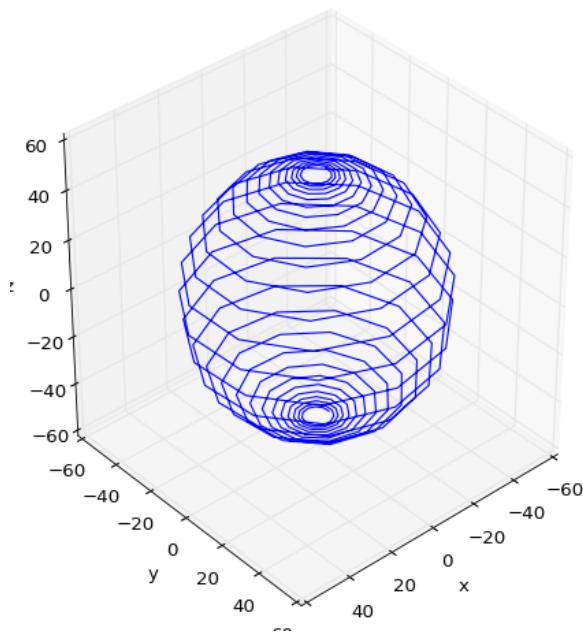


Рисунок 2.4 — Результат работы программы на Python, построение локсадромы

Анализируя полученный результат, данная математическая модель была признана не удовлетворяющей условиям поставленной задачи, поскольку расстояние между витками очень сильно плавает, а на полюсах сферы можно видеть пустые области. Построение такой сферы нитью расплавленного материала невозможно при любых входных параметрах, поэтому код программы необходимо переписать для получения сферической кривой с равным расстоянием между витками.

2.4. Этап применения математической модели

архимедовой сферической спирали

Сpirаль, обладающая постоянной частотой витков, носит название **архимедова спираль** и описание её уже не ограничивается параметрическими уравнениями. При построении такой спирали учитываются уже не один постоянный угол, а два: вертикальный и горизонтальный. В ходе написания программы была определена математическая модель

описания кривой, которую в общем виде можно описать следующими параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} X = R \cdot \cos(t \cdot \alpha) \cdot \cos(\phi) \\ Y = R \cdot \sin(t \cdot \alpha) \\ Z = R \cdot \cos(t \cdot \alpha) \cdot \sin(\phi) \end{cases} \quad (2.4)$$

где R - радиус сферы, $\alpha = \frac{\pi}{0,5 \cdot R}$ - вертикальный угол, $\phi = i \cdot \beta; i \in (0; 2R)$ - угол поворота каждого из отрезков кривой, $\beta = \frac{\pi}{R \cdot n}$ - горизонтальный угол, n - число витков, $t \in (-R; R)$.

На основе данной математической модели была составлена программа на языке Python с подключением пакета графиков Matplotlib. Текст программы находится в приложении A. При запуске программы строится следующий график:

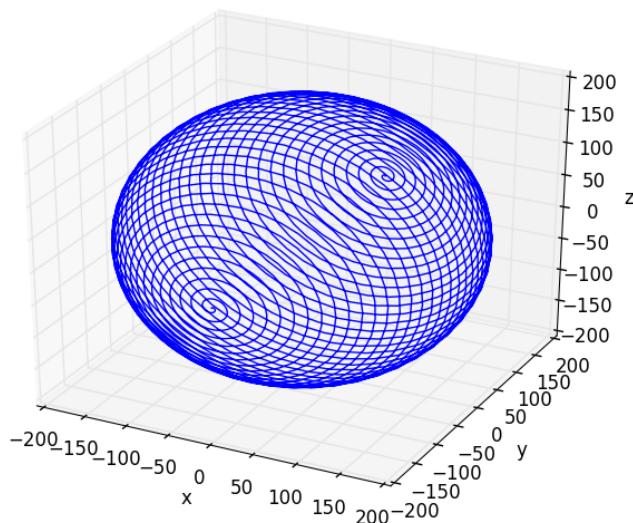


Рисунок 2.5 — Результат работы программы на Python, построение архимедовой сферической спирали

Анализ полученного графика показал, что витки спирали находятся на одинаковом расстоянии, так что можно сделать вывод, что разработ-

ка математической модели описания кривой завершено. Теперь необходимо представить эту кривую в виде нити с некоторой толщиной сечения. Для решения этой задачи требуется SolidWorks, а точнее, функция «кривая через точки XYZ». Данная функция принимает на вход координаты кривой в виде файла с расширением .sldcrv. Структура такого файла содержит строки со значениями координат по направлениям X, Y и Z, формируя таким образом массив $3 \times n$, где n - число точек, образующих кривую. Программа была модифицирована путём добавления процедуры записи координат точек кривой в файл. Таким образом, файл с координатами был сгенерирован и принят на вход программой SolidWorks со следующим результатом:

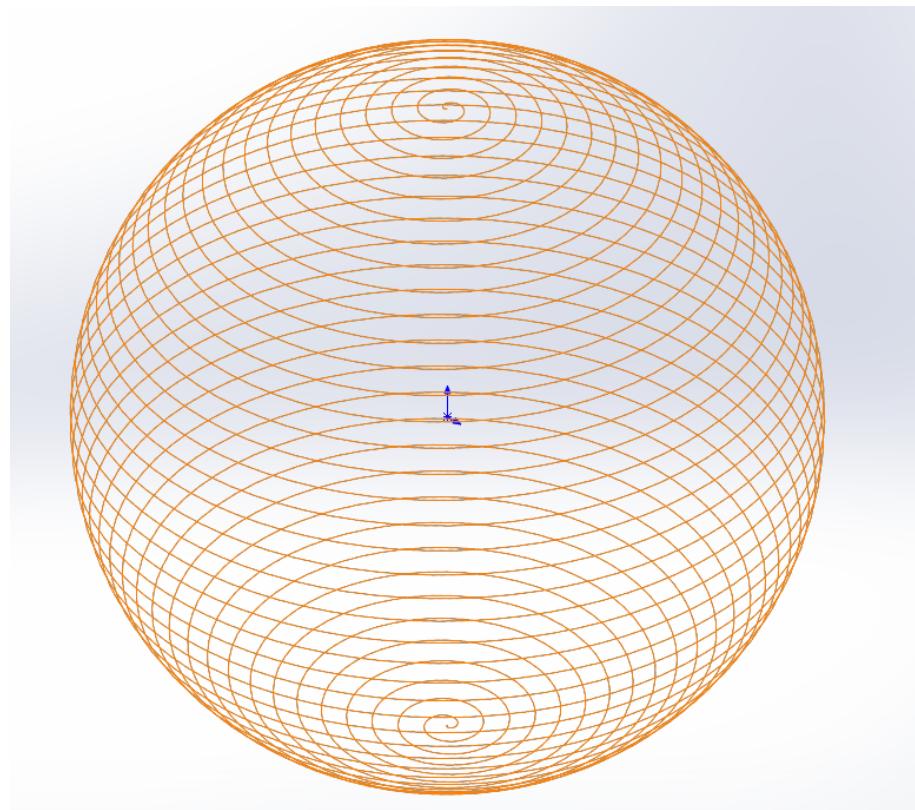


Рисунок 2.6 — Построение архимедовой сферической спирали в SolidWorks через координаты

Придавая получившейся линии некоторую толщину, можно получить некоторое представление сферического слоя, выполненного нитью из материала. Изображение такого слоя представлено в приложении [B](#).

При этом нужно понимать, что толщина нити при печати обычно очень небольшая и составляет около 0,1–0,2 мм. Для создания многослойных структур необходимо выявить зависимость между радиусом и числом витков:

$$h = \frac{\pi \cdot R}{n} \Leftrightarrow n = \frac{\pi \cdot R}{h} \quad (2.5)$$

где h - толщина нити в мм, R - радиус сферического слоя по центру сечения нити, n - количество витков. Например, при радиусе в 20 мм и толщине нити 0,2 мм, число витков будет равно 100.

Пользуясь этим соотношением, можно сформировать эскиз многослойного построения в программе SolidWorks, генерируя наборы координат с соответствующими входными параметрами. Примеры эскизов представлены в приложении [B](#).

Глава 3

Практическое применение

3.1. Анализ требований

Очевидно, что ни одна серийная установка быстрого прототипирования не обладает техническими возможностями для реализации предлагаемого подхода на практике. Возможность такого подхода должна быть заложена при разработке устройства. При этом должна использоваться система, отличная от методик, применяемых при проектировании пятикоординатных фрезерных станков, так как эти устройства реализуют разные технологии. В целом к установке быстрого прототипирования может быть выдвинут ряд требований:

- организация возможности перемещения рабочего модуля в, как минимум, пяти координатах;
- возможность упрощения составления УП при загрузке модели, другими словами, задание положения рабочего модуля при помощи элементарных манипуляций;
- возможность построения модели при помощи разных методик;
- минимальные отклонения от стандартных конструкций FDM-устройств.

Однако, такой подход обладает рядом ограничений при построении модели и проектировании устройства, которые тоже необходимо учитывать. К этим ограничениям относятся:

- физические характеристики расплавленного материала, позволяющие строить лишь верхнюю половину описываемой сферической поверхности;

- размеры устройства, которые должны учитывать все варианты перемещения рабочего модуля, а также размеры самого рабочего модуля;
- максимальный размер получаемой модели, напрямую исходящий из размеров устройства;

Таким образом, реализуемое устройство при первичном проектировании должно отвечать всем вышеперечисленным требованиям.

Рассматривая рынок технических устройств можно сказать, что наиболее близкой к требованиям является платформа Стюарта.

3.2. Концепция установки

Платформа Стюарта или платформа Гью–Стюарта - это вид параллельного манипулятора, состоящего из верхнего и нижнего оснований, соединённых между собой шестью приводами-стойками при помощи шарнирных соединений. Приводы могут быть разного устройства, но чаще всего они являются пневматическими или жидкостными. Расстановка приводов такова, что верхнее основание может как перемещаться параллельно нижнему, так и наклоняться на небольшие углы. Можно сказать, что данная установка как твёрдое тело обладает шестью степенями свободы, то есть, способна совершать три поступательных и три вращательных перемещения. Внешний вид платформы Гью–Стюарта представлен на рисунке 3.1 [8].

Разновидностей платформ Стюарта бывает несколько, в зависимости от расположения стоек (рисунок 3.2). Стойки могут быть установлены как по контуру оснований, так и октаэдрально, что даёт разную жёсткость и разную кинематику. Применение данное устройство нашло в самых разных сферах, таких как станкостроение, ортопедическая хи-



Рисунок 3.1 — Платформа Гью–Стюарта

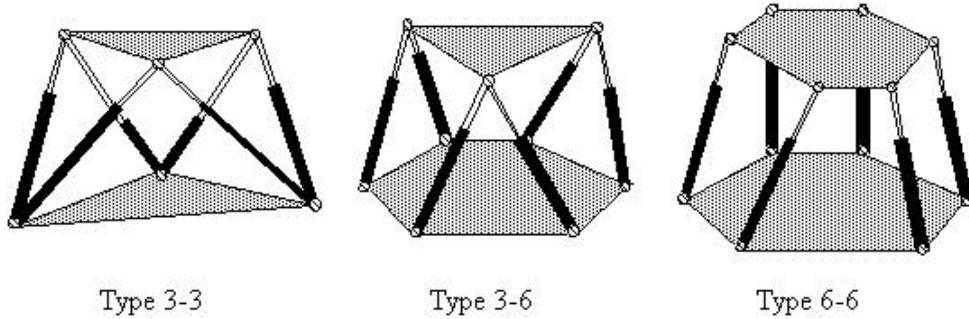


Рисунок 3.2 — Виды платформы Гью–Стюарта

рургия, подводные исследования, учебные тренажёры для водителей грузовиков и многих других.

Тем не менее, рассматривая платформу Гью–Стюарта в качестве основы установки быстрого прототипирования, можно отметить некоторые недостатки, которые не позволяют использовать устройство и требуют внесения изменений в конструкцию.

- классическая конструкция не позволяет осуществлять наклоны верхнего основания на достаточно большие углы;
- применение как пневматических, так и гидравлических приводов требует составления системы дифференциальных уравнений динамики и решения обратной кинематической задачи [2];

- использование больших энергозатрат в приводах.

При проектировании устройства есть два пути применения механизма: оснастить подвижностью экструдер с соплом либо стол. Подвижность экструдера ограничена токопроводящим оборудованием и каналом подачи материала, который должен быть достаточно гибким, однако сам модуль легче и им проще оперировать. Подвижность стола предполагает наличие более мощных приводов, так как стол обладает большей массой, и наличия некоторого крепежа для модели во избежание падения. Однако, грамотная организация модуля стола позволит уменьшить габариты устройства.

Таким образом, был сделан выбор в пользу первого варианта и, ориентируясь на вышеизложенные проблемы, концепция устройства описывается на механизм платформы, но в конструкции учтены следующие поправки:

- рабочее основание переориентированы с верхнего на нижнее, так как конструкция 3D-принтера подразумевает ориентировку сопла «вниз»;
- замена пневматических приводов на шаговые электроприводы;
- увеличение длины приводных стоек с одновременным уменьшением рабочего основания.

Эскизы, отображающий примерный внешний вид устройства, выполненный в 3D-редакторе, представлен на рисунке 3.3. В основе устройства лежит шестиугольная рама на стойках в виде корзины 1, внутри которой располагаются рабочий модуль 2 и стол 3. Рабочий модуль, состоящий из экструдера и сопла, смонтирован на нижнем основании и

«подвешен» на системе из шести электроприводов-стоеч 4. Электроприводы соединены попарно и располагаются с трёх сторон, каждый из приводов вместе со смежным приводом из другой пары подходят к одной из вершин рабочего основания, выполненного в виде треугольника. Со стороны рамы приводы установлены на двойном шарнире 5 с применением подшипников и ориентированы под углом в 45 градусов к плоскости нижнего основания. Таким образом осуществляется большая подвижность рабочего модуля. Канал подачи материала подходит к экструдеру сверху. Стол круглой формы закреплён непосредственно под рабочим основанием и обладает возможностью вертикального перемещения приводом либо, как в данном случае, системой зажимов 6.

Более подробные эскизы находятся в приложении 3.

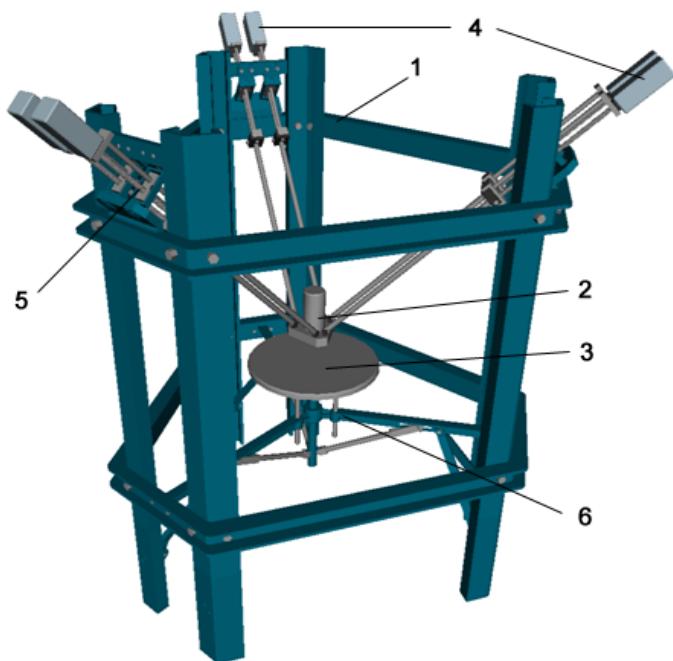


Рисунок 3.3 — Внешний вид установки быстрого прототипирования

3.3. Возможности применения подхода на практике

Очевидно, что данная методика обладает большим спектром возможностей в производстве моделей и позволяет получать более точные модели. При шести степенях свободы становится возможным манипулировать рабочим модулем в гораздо более обширных пределах. Вот некоторые из возможностей применения:

- получение моделей неоптических линз и других тел вращения с меньшей «ступенчатостью» поверхности, и, соответственно, с меньшим временем последующей доработки;
- получение моделей с повышенными прочностными характеристиками за счёт большей площади соприкосновения слоёв и их формы;
- получение моделей с совмещением методик построения, другими словами, часть модели может быть выполнена плоскими слоями, часть — криволинейными;
- возможность адаптации САМ-системы к методике построения на основе анализа загруженной модели.

Заключение

В данной научно-исследовательской работе был рассмотрен комплекс задач, целями которого являлись проектирование концепции построения модели на основе слоёв криволинейной формы и разработка математической модели для формирования простейшей из криволинейных поверхностей — сферической поверхности. В ходе выполнения работы были достигнуты следующие результаты:

1. Сформирован и обоснован подход разбиения модели на слои криволинейной формы.
2. Разработана математическая модель формирования сферической поверхности при помощи нити из расплавленного материала печати.
3. Определены требования к построению прототипа устройства быстрого прототипирования, реализующего описанный подход.
4. Предложен концепт и описание устройства установки на основе платформы Гью–Стюарта, отвечающее в теории данным требованиям.

Предложенные изменения в подходе позволяют существенно улучшить процесс построения моделей и расширить функционал установки быстрого прототипирования. В то же время, нужно признать, что есть задачи, решение которых невозможно без постройки рабочего прототипа, так как некоторые моменты опираются лишь на предположения.

1. Определение времени работы программы-«слайсера», САМ-системы для генерации УП и времени печати, а также сравнение показателей с показателями стандартного подхода и определение путей их оптимизации.

2. Подбор ряда материалов для печати, так как разные сорта пластиков обладают разными физическими характеристиками в расплавленном виде, в частности, текучестью и вязкостью. Очевидно, что не все материалы из доступного ассортимента подходят для достижения результата.
3. Сравнение качества полученной с помощью описанного подхода модели с моделью, построенной обычным способом.

Список литературы

1. Довбыш . ., Забеднов . ., Зленко . . Аддитивные технологии и изделия из металла. 2012. URL: www.ipmd.net.
2. Андриевский . ., Зегжда . ., Казунин . . Управление платформой Стюарта с шестью степенями свободы на базе пневмоприводов // XII Всероссийское совещание по проблемам управления. 2014. — 16-19 июня. С. 4.
3. Одарченко . . Моделирование методом послойного наплавления // 3D Today. 2013. С. 4.
4. Доступная 3D печать для науки, образования и устойчивого развития; Пер. с англ. / Под ред. C. Fonda, E. Canessa, M. Sennaro. The Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics, 2013. Т. 1.
5. Alexander J. Loxodromes: A Rhumb Way to Go // Mathematics Magazine. 2004. — December. Vol. 77, no. 5. P. 349–356.
6. Petrovic M. Differential equation of a loxodrome on the spheroid // NASE MORE. 2007. P. 87–89.
7. Rossum G. An introduction to Python / Ed. by F. Drake. Network Theory ltd, 2003.
8. Stewart D. A Platform with Six Degrees of Freedom // UK Institution of Mechanical Engineers Proceedings. 1965. Vol. 180, no. 15.
9. Tosi S. Matplotlib for Python Developers. Packt Publishing, 2009.

Приложение А

Программа генерации архимедовой сферической спирали

```
1 import math
2 from pprint import pprint
3
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 import numpy as np
6 from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
7
8 # входные данные
9 LEANING_ANGLE = 0           # угол положения
10 RADIUS = 70                 # радиус
11 ROTATION_COUNT = 17         # число витков
12 FINENESS = 0.25             # шаг
13
14 # расчёт вертикального и горизонтального угла
15 v_angle_unit = math.pi / RADIUS / 2
16 h_angle_unit = math.pi / RADIUS * ROTATION_COUNT * FINENESS
17
18 xr = LEANING_ANGLE / 180 * math.pi
19 xrc = math.cos(xr)
20 xrs = math.sin(xr)
21
22 pnts = []
23 total_rot = 0
24 flg = -1
25
26 # генерация точек кривой
27 i = -RADIUS
28 while i <= RADIUS:
29     x = math.cos(i * v_angle_unit) * RADIUS
```

```

30     y = math.sin(i * v_angle_unit) * RADIUS
31
32     v = [x*math.cos(total_rot), y, x*math.sin(total_rot)]
33
34     pnts.append([v[0], v[1] * xrc - v[2] * xrs, v[2] * xrc + v[1] * xrs])
35     total_rot += h_angle_unit
36     i += FINENESS
37
38 # процессура формирования файла с координатами
39 n = len(pnts)
40 coords = open('./line-' + str(RADIUS) + '-' + str(ROTATION_COUNT) + '.sldcrv', 'w')
41 for i in range(n):
42     xr = round(pnts[i][2], 3)
43     yr = round(pnts[i][1], 3)
44     zr = round(pnts[i][0], 3)
45     coords.write(str(xr) + ' ' + str(yr) + ' ' + str(zr) + '\n')
46 coords.close()
47
48 # вывод графика
49 fig = plt.figure()
50 ax = fig.gca(projection='3d')
51
52 X = np.zeros(n)
53 Y = np.zeros(n)
54 Z = np.zeros(n)
55
56 for i in range(n):
57     for j in range(3):
58         if j == 0:
59             Z[i] = pnts[i][j]
60         elif j == 1:
61             Y[i] = pnts[i][j]
62         else:
63             X[i] = pnts[i][j]
64

```

```
65 ax.plot(X, Y, Z, label='curve')
66
67 ax.set_xlabel(r'x')
68 ax.set_ylabel(r'y')
69 ax.set_zlabel(r'z')
70
71 fig.savefig("Test.svg", bbox_inches="tight", pad_inches=.15)
72
73 plt.show()
74
75 # нроуеðура групнроеи координаи
76 def makePathAndPutIntoGroup(pnts, group):
77     if pnts.length > 0:
78         if (pnts.length > 1):
79             pnts = [pnts.pop(), pnts.pop()].reverse()
80         else:
81             pnts = [pnts.pop()]
82     return pnts
```

Приложение Б

Эскизы сферических слоев



Рисунок Б.1 — Представление сферического слоя в SolidWorks, выполненного расплавленной нитью из материала

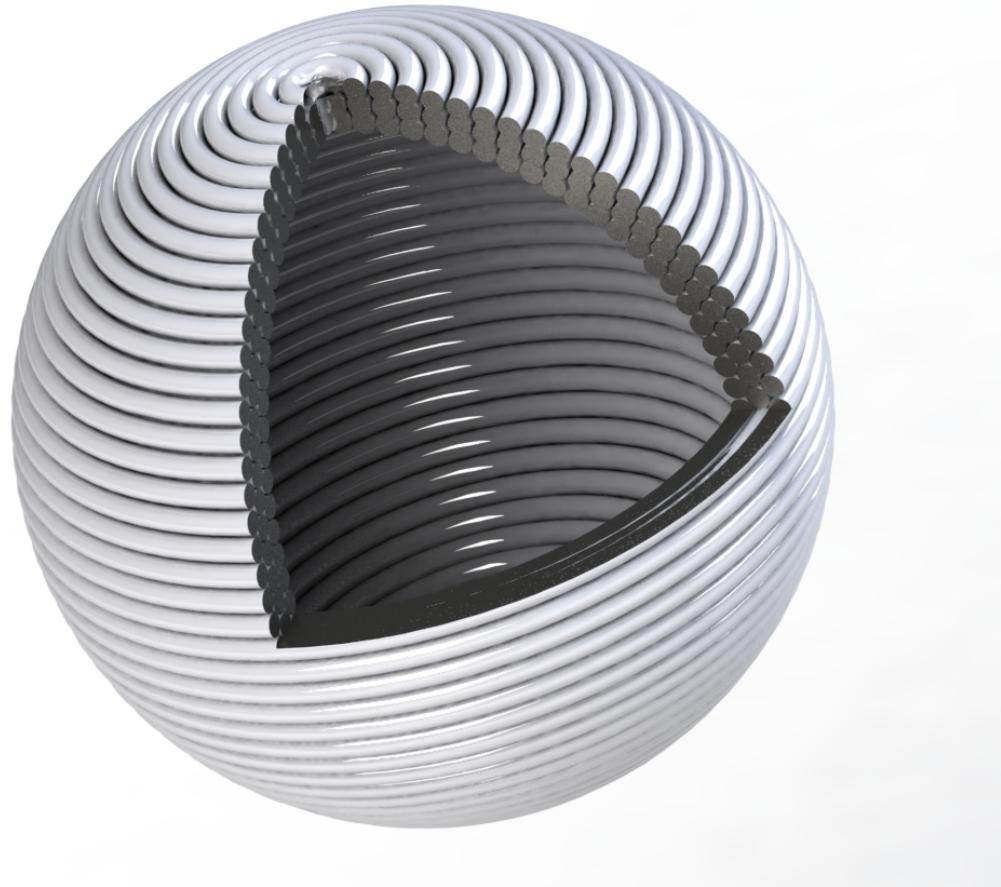


Рисунок Б.2 — Представление группы из трёх наложенных сферических слоёв в разрезе

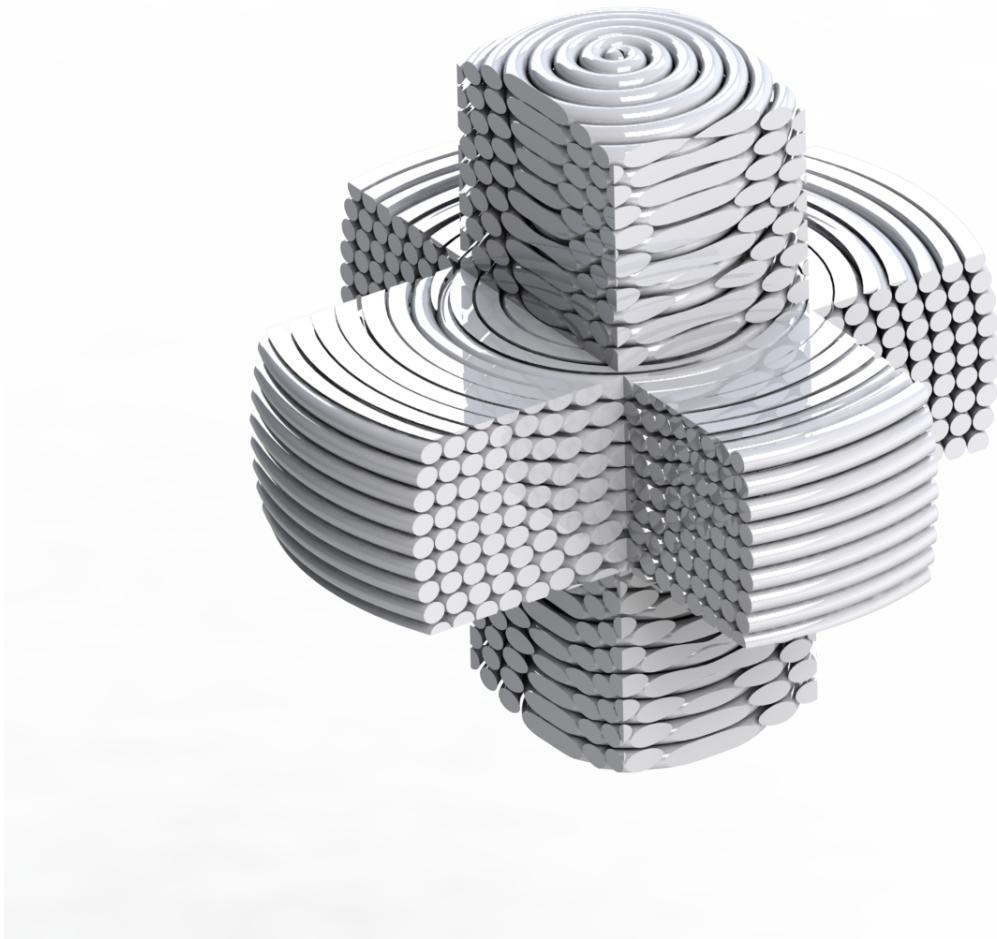


Рисунок Б.3 — Фигура, выполненная из сферических слоёв

Приложение В

Эскизы концепта установки быстрого прототипирования

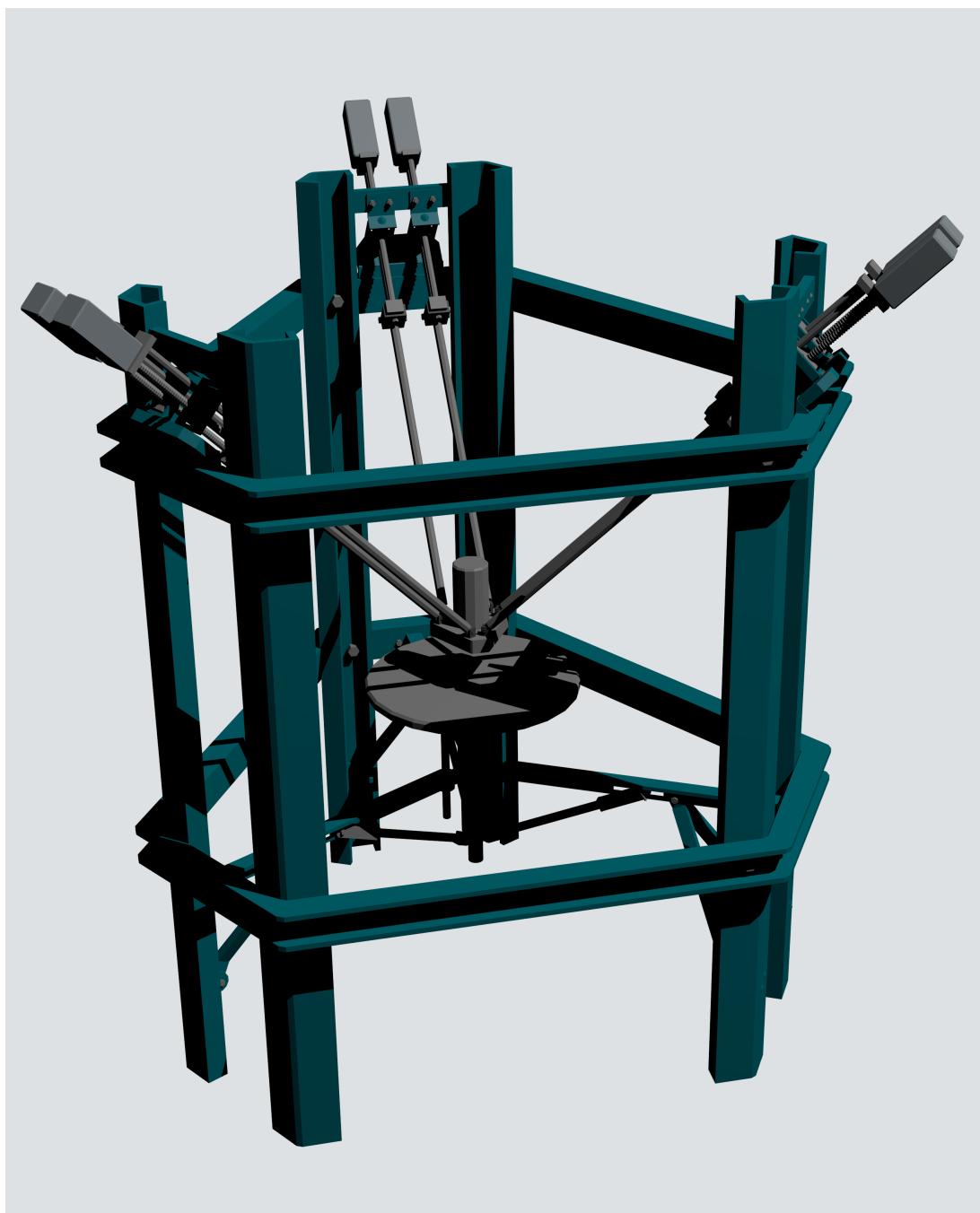


Рисунок В.1 — Установка быстрого прототипирования, общий вид 1

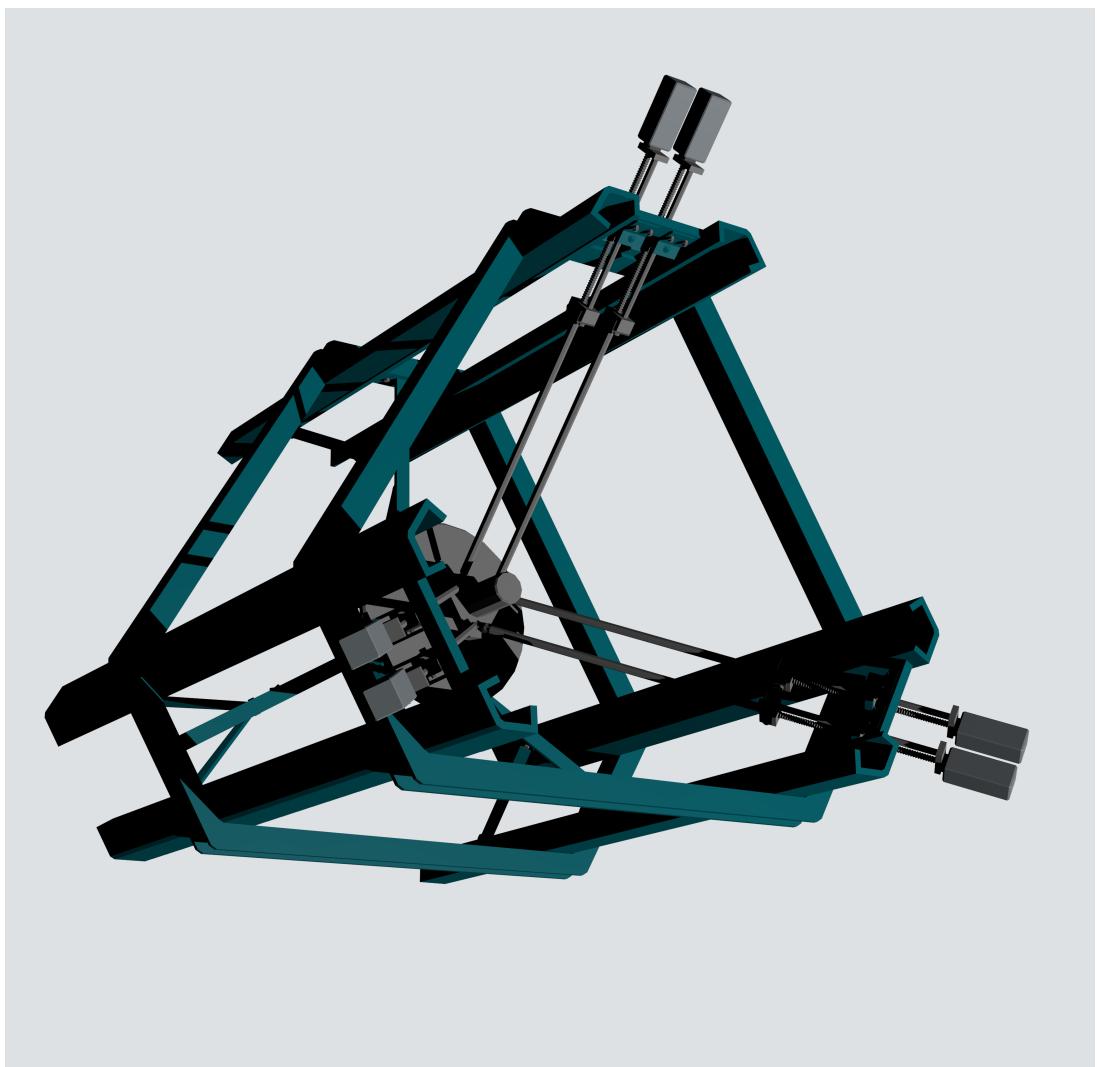


Рисунок В.2 — Установка быстрого прототипирования, общий вид 2

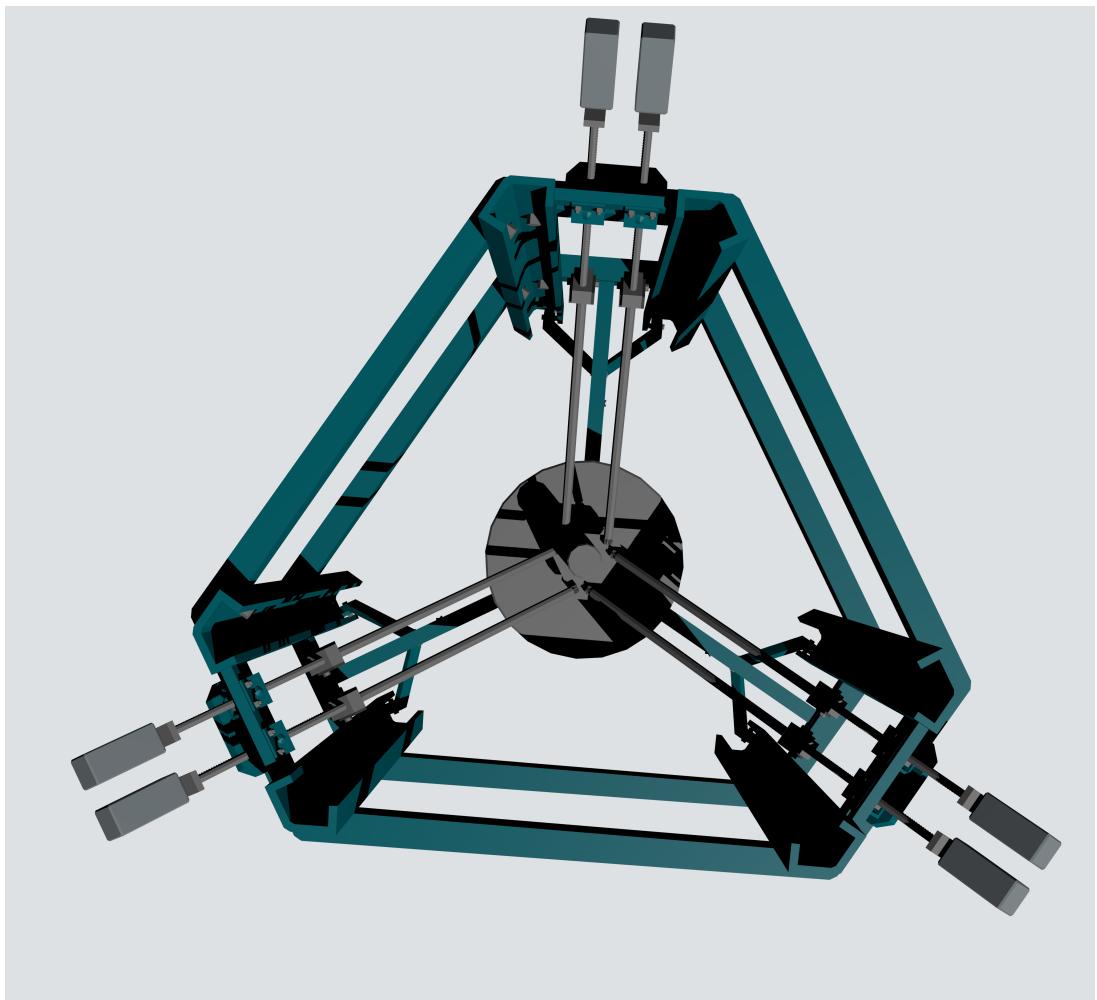


Рисунок В.3 — Установка быстрого прототипирования, вид сверху