

Университет ИТМО

«Допустить к защите» \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой

к. т. н., доцент Е. И. Яблочников

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА К  
ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ  
РАБОТЕ**

**«Разработка математической модели  
шестикоординатной системы управления для  
установок быстрого prototyping»**

Научный руководитель

к. т. н., доцент М. Я. Афанасьев

Рецензент

? . ? . - ? . ? . , ? ? ? ? ? ? . ? . ? ? ? ? ?

Санкт-Петербург, 2015 – 2015

# Оглавление

<b>Введение</b>	3
<b>Глава 1. Постановка задачи</b>	6
1.1. Общие положения	6
1.2. Характеристика и описание FDM-устройств	8
1.3. Постановка задачи	11
<b>Глава 2. Разработка математической модели</b>	12
2.1. Анализ методики построения моделей	12
2.2. Этап предварительного анализа	13
2.3. Применение математической модели локсодромы	14
2.4. Применение математической модели архimedовой сферической спирали	19
<b>Глава 3. Практическое применение</b>	23
3.1. Анализ требований	23
3.2. Концепция установки	24
3.3. Возможности применения подхода на практике	28
<b>Заключение</b>	29
<b>Список литературы</b>	31
<b>Приложение А. Текст программы генерации архimedовой сферической спирали</b>	33
<b>Приложение Б. Эскизы сферических слоев</b>	36
<b>Приложение В. Эскизы концепта установки быстрого прототипирования</b>	39

# Введение

Начиная с самого своего появления, установки быстрого прототипирования, реализующие аддитивную технологию, определили свою конструкцию и алгоритм работы. В настоящий момент такие установки, более известные, как 3D-принтеры, являются достаточно распространённым устройством самых разных конфигураций, от компактных настольных моделей до больших промышленных. Но их всех объединяет общность построения объекта, а именно — представление модели в виде набора плоских слоёв-срезов и последующее построение их из материала при помощи печатающей головки. Данная методика обладает несколькими очевидными достоинствами: простота генерации управляющей программы, наглядность, возможность управления точностью объекта. Но, помимо достоинств, есть ряд недостатков, проанализированных в работе. Анализ необходим для решения вопроса об актуальности рассматриваемого подхода к построению моделей и определения его положительных свойств по сравнению с общепринятым стандартом.

**Объект исследований** в данной работе — система управления рабочим органом установки.

**Цель работы** состоит в разработке концепции системы управления для установок с большим числом степеней свободы и изменении стандартного подхода к построению трёхмерных моделей. Для достижения этой цели необходимо обозначить и решить ряд **основных задач**:

- определить наиболее простой способ разбиения модели на криволинейные слои, в частности, самой примитивной фигурой для этого является сфера;
- обозначить преимущества и недостатки разбиения модели на криволинейные слои;

- сформировать алгоритм создания такого сферического слоя и вывести соответствующую математическую модель, дающую нам траекторию и набор координат;
- реализовать вывод набора координат и соответствующую им кривую при помощи программных средств и языка программирования;
- исследовать возможное практическое применение и целесообразность данной технологии.

**Практическая ценность** работы заключается в том, что реализация шестикоординатной системы управления может дать на выходе более гибкое и точное устройство быстрого прототипирования, обладающее гипотетической возможностью подстраиваться под конкретные условия построения объектов.

Как уже было сказано выше, сферическая поверхность является наиболее простой для описания, поэтому на ней будут базироваться методики, применяющиеся при разработке математической модели системы. Задание поверхности сферы кривой и, соответственно, математическое описание этой кривой, будет выполняться в среде Python с подключением модуля графиков Matplotlib, а в программе SolidWorks из получаемого набора координат вершин будет сформирована поверхность и общая визуализация разбиения объекта.

**Структура выпускной квалификационной работы.** Выпускная квалификационная работа содержит введение, три главы, посвященные задачам работы, заключение, библиографию и три приложения.

В первой главе приводится краткое описание технологии быстрого прототипирования объектов, ещё раз развернуто выполняется постановка задачи, обозначается объект исследований, а также даётся обзор проблем существующей общепринятой системы управления.

Во второй главе проводится исследование шестикоординатных систем управления, выполняется формулировка общей идеи предложенной методики, а также её преимущества и недостатки, как по сравнению с общепринятым подходом, так и глобальные. Также приводится обоснование целесообразности проектируемого подхода. Далее описывается решение задачи, а именно: создание и описание математической модели траектории рабочего органа при помощи программных средств и варианты визуализации.

В третьей главе исследуется практическое применение и актуальность рассматриваемой методики, а также исследование ряда устройств, с помощью которых можно будет добиться практического результата.

В заключении представлены общие выводы по проделанной работе, успешность и полнота решения поставленных задач и те задачи, решение которых будет темой последующих исследований и разработок.

# Глава 1

## Постановка задачи

### 1.1. Общие положения

Аддитивные технологии — одно из появившихся относительно недавно направлений производства, но уже доказавшее свою значимость для промышленной области, и поэтому в наши дни оно получило широкую известность. Многие компании, связанные с промышленным производством, видят в аддитивных технологиях будущее и стараются вносить свой вклад в их развитие. В наши дни на рынок поступают множество разнообразных моделей установок быстрого prototyping, от небольших устройств, умещающихся на столе, до крупномасштабных, занимающих целую комнату, а спектр продукции, который эти установки в состоянии производить, очень широк. Объекты, получаемые при помощи аддитивных технологий, находят своё применение в разных областях промышленного производства, а также в медицине и даже в пищевой отрасли [1].

Суть аддитивных технологий заложена в их названии. Объект обращается не удалением материала с заготовки, как при операциях механической обработки, а, наоборот, послойным наращиванием. Как правило, управляющая программа получает на вход объект в виде 3D-модели, разбивает её на набор плоских срезов, генерирует управляющую программу (УП), а затем рабочий модуль слой за слоем выполняет построение модели из материала [2]. Это наиболее простая для обработки методика, но при этом не обладающая гибкостью. Стандартное программное обеспечение, идущее в комплекте с устройством, позволяет, тем не менее, оперировать некоторыми параметрами, а именно:

- регулировать толщину слоя, что сказывается на точности объекта и время построения;
- выполнять смену материала в процессе печати для получения, например, разных цветов;
- уменьшать плотность заливки внутреннего объёма, что позволяет экономить материал, но при этом модель становится более хрупкой.

Ввиду сложившегося подхода к построению моделей система управления 3D-принтера ограничена тремя степенями свободы, обычно это две координаты перемещения печатающей головки и одна координата перемещения стола. Это уже устоявшаяся и общепринятая система, которая положена в основу практически всех подобных устройств [3].

Существует несколько видов аддитивных технологий, отличающихся друг от друга подходом к построению моделей. К основным из них относятся:

- SLA (Laser stereolithography) – лазерная стереолитография, в качестве материала выступает жидкий фотополимер, который затвердевает под действием лазерного излучения;
- SLS (Selective laser sintering) – селективное лазерное спекание, построения объекта выполняется из порошкового материала, который плавится и спекается под воздействием лазерного излучения;
- FDM (Fused deposition modeling) – моделирование методом наплавления, материал подаётся в виде расплавленной нити из плавкого материала.

Так как FDM-принтеры наиболее дешёвые и доступные из всего спектра устройств, в работе будет рассматриваться и подразумеваться методика послойного наплавления.

## 1.2. Характеристика и описание FDM-устройств

FDM-устройства реализуют моделирование методом послойного наплавления, то есть, создание трёхмерных объектов происходит за счёт нанесения последовательных слоёв расплавленного материала. Это одна из самых распространённых и относительно недорогих технологий, созданных ещё в конце 80-х годов, и к нынешнему моменту она успешно применяется на практике как коммерческими компаниями, так и многочисленными энтузиастами.

Схема FDM-устройства представлена на рисунке 1.1. Процесс построения можно представить в виде ряда этапов:

- создание или импорт цифровой трёхмерной модели объекта, обычно в формате STL;<sup>1</sup>
- ориентировка модели на рабочем столе принтера, модель желательно расположить таким образом, чтобы время генерации УП, время печати и затраты материала были минимальными;
- обработки модели, включая расчёт построения поддерживающих структур и слайсинга — разделения модели на набор плоских слоёв;
- формирование на основе полученного набора слоёв УП в виде набора G-кодов [4];
- процесс печати, заключающийся в последовательном наплавлении материала;
- снятие модели при завершении печати и последующая физическая и химическая обработка, если она требуется.

---

<sup>1</sup> STL (от англ. **S**tereolithography) – формат файла для хранения трёхмерных моделей объектов со структурой в виде списка треугольных граней (полигонов).

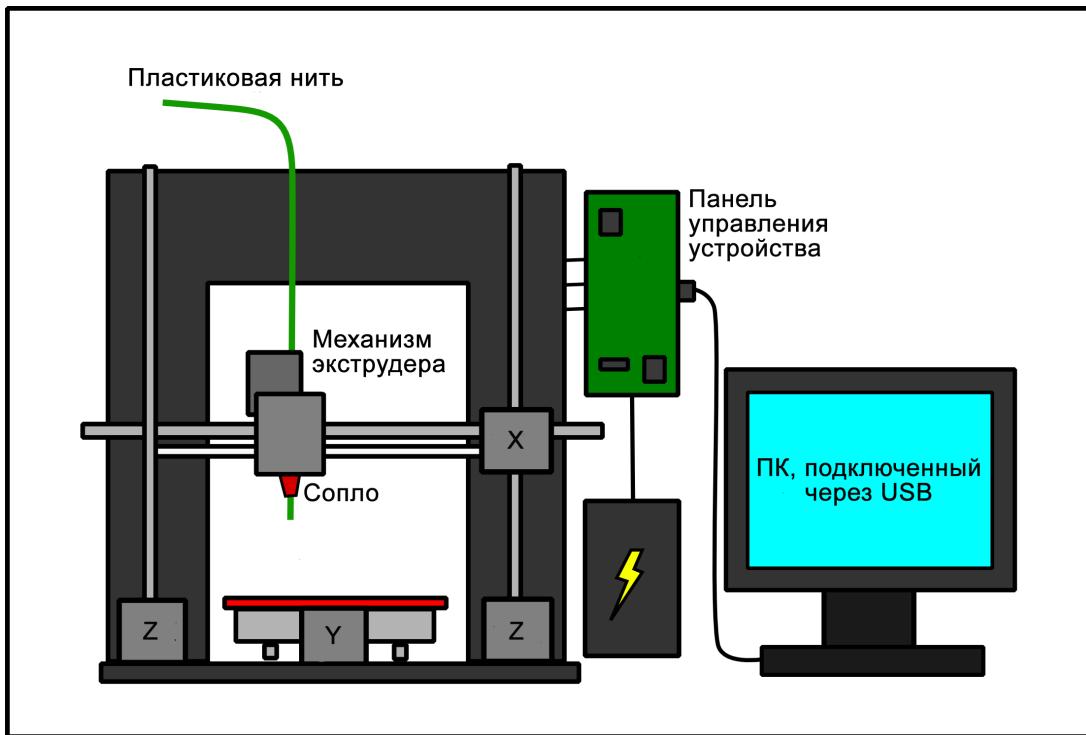


Рисунок 1.1 — Схема FDM-устройства

Расходным материалом является нить сечением обычно около 1 мм, намотанная на катушку, которая подаётся при помощи гибкой трубы от катушки к экструдеру. Для печати могут использоваться различные виды термопластиков, например, ABS, поликарбонаты, полистиролы и многие другие [5]. Иногда используются даже некоторые виды металлов [6]. Для каждого из материалов нужно осуществлять нагрев сопла до точки плавления, которая у каждого материала своя. Также может осуществляться принудительное охлаждение верхней части сопла для резкого градиента температур, обеспечивающее более плавную подачу материала.

Печатающая головка с экструдером и соплом перемещается в декартовой системе координат [7] по направлениям X и Y согласно подаваемой на вход УП. Так как горизонтальные направляющие для печатающей головки, в основном, жестко закреплены на раме устройства, третье направление Z иногда может брать на себя стол, смещаясь вниз на толщину слоя по мере формирования объекта, либо, как показано на рисунке 1.1, печатающая головка может перемещаться дополнительно по вертикаль-

ным направляющим. Для нависающих частей модели также выполняется построение поддерживающей структуры, которую после извлечения готовой модели необходимо удалить. Послойное построение в упрощённом виде представлено на рисунке 1.2. Поддерживающая структура для облегчения удаления может формироваться из другого вида пластика [8].

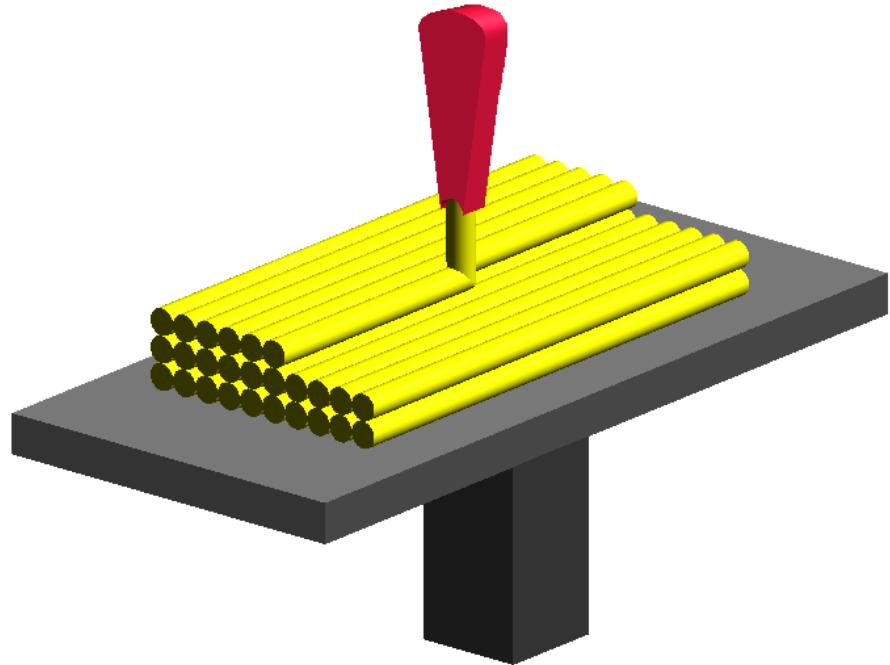


Рисунок 1.2 — Послойное построение

Согласно вышеизложенному, данный подход является самым недорогим и популярным средством, однако он обладает одним существенным недостатком — он плохо адаптируется к разным условиям построения модели. Как показывает практика, далеко не все модели удобно строить по плоским слоям, от этого может страдать их точность и качество. Поэтому в данной работе предлагается изменённая методика для организации системы управления.

### 1.3. Постановка задачи

Основная идея изменённого подхода состоит в том, чтобы дать системе управления устройства возможность формировать слои не только плоской, но и криволинейной формы, как того могут потребовать условия построения. Но стандартная трёхкоординатная система не сможет с этим справиться, поэтому необходимо увеличить количество её степеней свободы до шести, то есть, к трём направлениям перемещения добавить три направления вращения. Исходя из этого предположения, можно выполнить постановку задачи и определить ряд основных вопросов.

**Постановка задачи:** *сформулировать концепцию построения модели на основе слоёв криволинейной формы и разработать математическую модель для описания траектории формирования слоя.*

Другими словами, в данной работе поставлены следующие задачи:

- определить способ разбиения модели на набор криволинейных поверхностей;
- исследовать актуальность данного подхода, выявить возможные достоинства и недостатки;
- определить способ построения криволинейной поверхности при помощи расплавленной нити из материала;
- определить возможность практического применения данной системы управления.

Решение вышеперечисленных задач составит основу данной работы и определит актуальность предложенных изменений в рассматриваемой методике построения.

## Глава 2

# Разработка математической модели

## 2.1. Анализ методики построения моделей

Разработку концепции изменённой системы управления следует начать с определения, будет ли установка использовать все шесть координат. Ведь, строго говоря, она будет иметь пять координат, три поступательных и два вращательных направления. Шестая координата, а именно, вращение печатающей головки вокруг своей оси, не будет иметь столь решающей роли в механизме, но, тем не менее, оно тоже будет учитываться, например, для предотвращения соударений.

Разбиение модели на криволинейные слои элементарнее всего представить в виде сфер, так как среди всех криволинейных поверхностей сферические поверхности характеризуются наиболее простым представлением посредством математического языка. Другими словами, идея заключается в разбиении модели на набор сферических слоёв с определённой толщиной стенок, согласно возможностям сопла и экструдера установки, и постепенное их наращивание при построении модели. На этапе разработки можно утверждать, что предлагаемый подход обладает следующими достоинствами:

- возможность манипулирования рабочим модулем в более широком диапазоне, что позволит лучше контролировать процесс построения модели;
- возможность выбора способа построения модели стандартными плоскими или криволинейными слоями, организация которого может происходить как вручную при настройке построения, так и автоматически, на этапе анализа модели;

- повышение точности и качества построения криволинейных поверхностей, например, поверхности неизображающей оптики;
- повышение прочностных характеристик модели, так как площадь соприкосновения между слоями будет больше.

Недостатки, выявленные в ходе предварительного анализа подхода:

- невозможно получить экономию материала, поскольку материал поддержки для нависающих частей модели всё ещё требуется;
- увеличение времени печати модели, так как может потребоваться больше процессорного времени для составления УП и проведения вычислений;
- исходящее из предыдущего пункта усложнение генерации УП, что может быть неприемлемо при промышленных темпах работы.

Таким образом, можно видеть, что данный подход имеет больше достоинств, чем недостатков, и может быть принят к рассмотрению.

## 2.2. Этап предварительного анализа

Определившись с концепцией, необходимо представить себе разбиение модели на сферические поверхности, воспользовавшись для этого программой для создания 3D-моделей. Одной из наиболее популярных и простых в освоении программ является OpenSCAD.

OpenSCAD – инструмент, выполняющий построение модели путём составления ряда команд. Он хорошо подходит для работы с объектами, описываемыми формулами или параметрами, и его подход к 3D объекту основывается на математике и программировании [9].

Для наглядности объектом для разбиения был выбран трёхмерный крест, состоящий из семи кубов, и составлен соответствующий набор команд (листинг 2.1) для отображения фигуры. Манипулируя диаметрами сфер в коде, можно получить представление о любом из слоёв.

---

Листинг 2.1 — Команды для отображения сферического слоя детали в OpenSCAD

---

```
1 difference() // обрезка половины
2 {
3 difference()
4 {
5 union()
6 {
7         cube(size=[100,100,300], center = true);
8         cube(size=[100,300,100], center = true);
9         cube(size=[300,100,100], center = true);
10    }
11    union()
12    {
13        difference()
14        {
15            sphere(d=400);
16            sphere(d=232); // внешний диаметр
17        }
18        sphere(d=230); // внутренний диаметр
19    }    }}
```

---

Результат работы кода представлен на рисунке 2.1.

## 2.3. Применение математической модели

### ЛОКСОДРОМЫ

Таким образом, теперь стоит задача описания такого сферического слоя при помощи рабочего модуля, который оперирует нитью расплав-

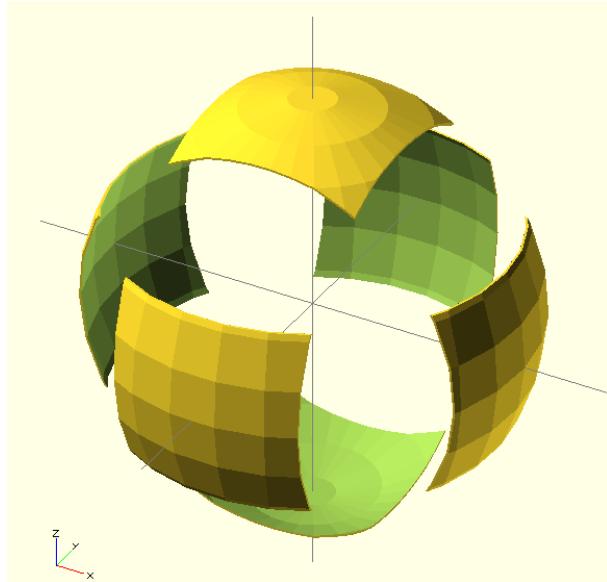


Рисунок 2.1 — Результат работы кода в OpenSCAD, один из сферических слоёв исходной фигуры

ленного материала, то есть, сферическая поверхность должна быть описана единой линией. Наиболее подходящей кривой для такого описания является кривая, известная как **сферическая кривая** или **локсадрома** (рисунок 2.2).

*Локсадрома – линия двоякой кривизны, лежащая на сфере или другой поверхности вращения и пересекающая все меридианы поверхности под постоянным углом [10].*

Есть несколько формул для описания локсадромы, в том числе, системы параметрических уравнений [11].

Для первоначального анализа использовалась программа SolidWorks, а именно, функция «кривая по уравнению» [12]. Для отображения кривой в трёхмерном эскизе использовалась система параметрических уравнений 2.1, описывающая довольно приблизительную сферическую спираль.

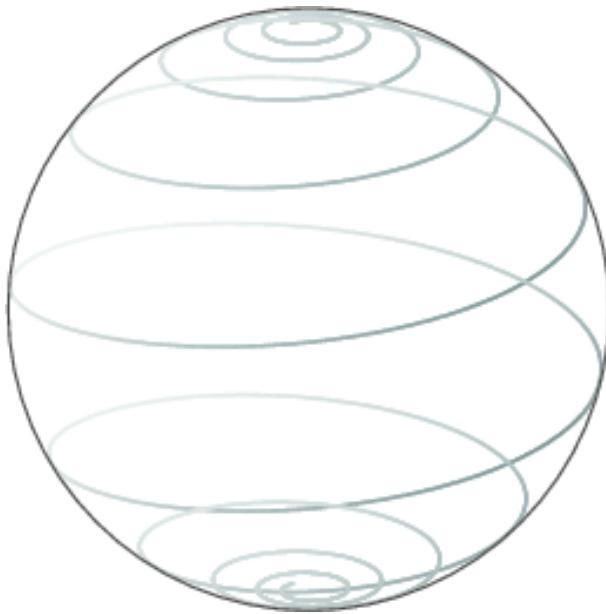


Рисунок 2.2 — Сферическая спираль (локсодрома)

$$\begin{cases} X = R \cdot \cos(2t) \cdot \sqrt{t} \\ Y = R \cdot \sin(2t) \cdot \sqrt{t} \\ Z = R \cdot t \end{cases}, \text{ где } \quad (2.1)$$

$R$  – радиус сферы, а  $t$  – параметр, принимающий значения на отрезке  $(-1 ; 1)$ . Подставляя эти формулы в параметры кривой, а также используя функцию «бобышка/основание по траектории» для придания получившейся из уравнений кривой некоторой толщины, получается фигура, представленная на рисунке 2.3.

Строго говоря, данная кривая не является локсодромой, так как в формуле нет постоянного угла, а также расположение витков непостоянно и сгущается к экватору, полюса же остаются пустыми. Необходимо использовать другую формулу, а именно формула локсодромы (2.2) с использованием постоянного угла и гиперболических функций [13]:

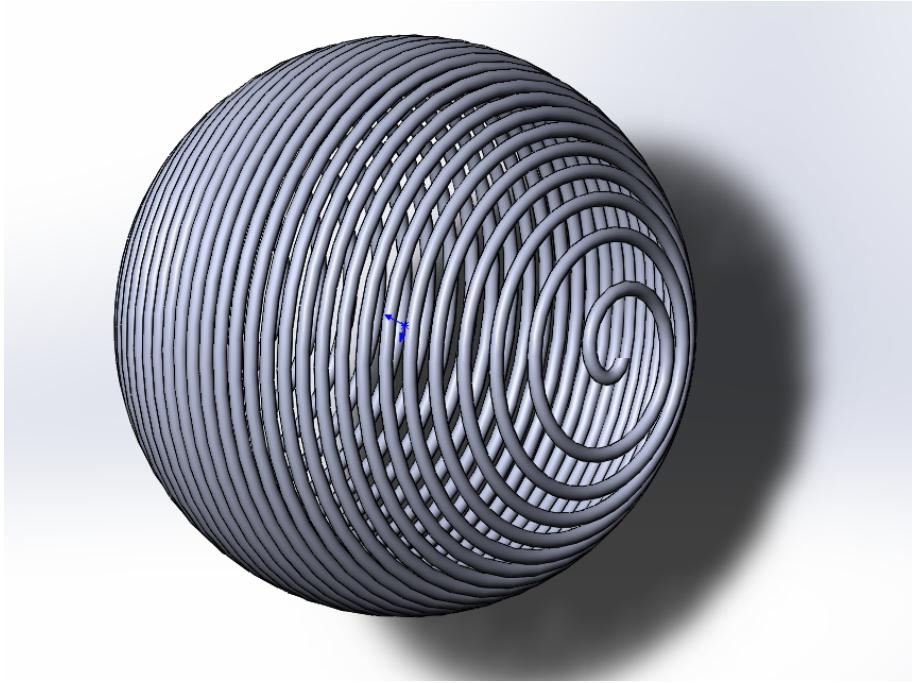


Рисунок 2.3 — Результат построения сферической кривой в SolidWorks

$$\begin{cases} X = \frac{R \cdot \cos(\lambda)}{\cosh[m(\lambda - \lambda_0)]} \\ Y = \frac{R \cdot \sin(\lambda)}{\cosh[m(\lambda - \lambda_0)]} \\ Z = R \cdot \tanh[m(\lambda - \lambda_0)] \end{cases}, \text{ где} \quad (2.2)$$

$R$  – радиус сферы,  $m$  – параметр, определяющий угол между кривой и меридианом,  $\lambda$  – значение, лежащее в отрезке  $(-\infty; +\infty)$ , а  $\lambda_0$  – значение параметра  $\lambda$  на экваторе сферы.

Данную систему параметрических уравнений также можно выразить, осуществив замену гиперболических функций их тригонометрическими представлениями (2.3).

$$\begin{cases} X = R \cdot \cos(\lambda) \cdot \cos\left(\frac{1}{\tan[m(\lambda - \lambda_0)]}\right) \\ Y = R \cdot \sin(\lambda) \cdot \cos\left(\frac{1}{\tan[m(\lambda - \lambda_0)]}\right) \\ Z = R \cdot \sin\left(\frac{1}{\tan[m(\lambda - \lambda_0)]}\right) \end{cases} \quad (2.3)$$

На основе формулы 2.2 была составлена программа уже на языке Python с подключенным пакетом Matplotlib [14, 15]. Пакет Matplotlib осуществляет построение графиков, в том числе трёхмерных, что необходимо для отображения необходимой кривой. Соответственно, программа должна принимать на вход набор параметров (радиус, угол,  $\lambda_0$ ) и, подставляя значения в формулу, строить трёхмерный график с локсодромой. Текст программы представлен в листинге 2.2:

---

Листинг 2.2 — Программа генерации локсодромы

---

```
1 from matplotlib.pyplot import *
2 from numpy import *
3 from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
4
5 r = 50 # радиус
6 m = 0.038 # угол
7 # диапазон значений lambda
8 t = linspace(-100.0, 100.0, 500)
9 l = 0.9 ** t # lambda_0
10 # набор параметрических уравнений
11 x = r * cos(t) / cosh(m * (t-1))
12 y = r * sin(t) / cosh(m * (t-1))
13 z = r * tanh(m * (t-1)) + t
14
15 # вывод графика
16 fig = figure(figsize=(4,4))
17 ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
18 ax.view_init(30,60)
19 ax.plot(x,y,z)
20 ax.set_xlabel(r'x')
21 ax.set_ylabel(r'y')
22 ax.set_zlabel(r'z')
```

---

Результат работы программы приведён на рисунке 2.4:

Анализируя полученный результат, можно сделать вывод, что дан-

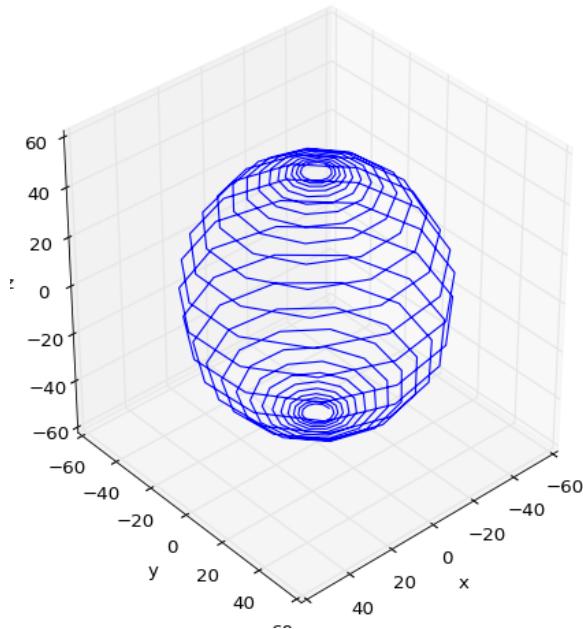


Рисунок 2.4 — Результат работы программы на Python, построение локсодромы

ная математическая модель не удовлетворяет условиям поставленной задачи, поскольку расстояние между витками очень сильно плавает, а на полюсах сферы можно видеть пустые области. Построение такой сферы нитью расплавленного материала невозможно при любых входных параметрах, поэтому код программы необходимо переписать для получения сферической кривой с равным расстоянием между витками.

## 2.4. Применение математической модели архimedовой сферической спирали

Сpirаль, обладающая постоянной частотой витков, носит название **архимедова спираль**. При построении такой спирали учитываются уже не один постоянный угол, а два: вертикальный и горизонтальный. В ходе написания программы была определена математическая модель описания кривой, которую в общем виде можно описать следующей системой параметрических уравнений (2.4):

$$\begin{cases} X = R \cdot \cos(t \cdot \alpha) \cdot \cos(\phi) \\ Y = R \cdot \sin(t \cdot \alpha) \\ Z = R \cdot \cos(t \cdot \alpha) \cdot \sin(\phi) \end{cases}, \text{ где } \quad (2.4)$$

$R$  – радиус сферы,  $\alpha = \frac{2\pi}{R}$  – вертикальный угол,  $\phi = i \cdot \beta; i \in (0; 2R)$  – угол поворота каждого из отрезков кривой,  $\beta = \frac{\pi}{Rn}$  – горизонтальный угол,  $n$  – число витков,  $t \in (-R; R)$ .

На основе данной математической модели была составлена программа на языке Python с подключением пакета графиков Matplotlib. Текст программы представлен в приложении А. График, получаемый при запуске программы, представлен на рисунке 2.5:

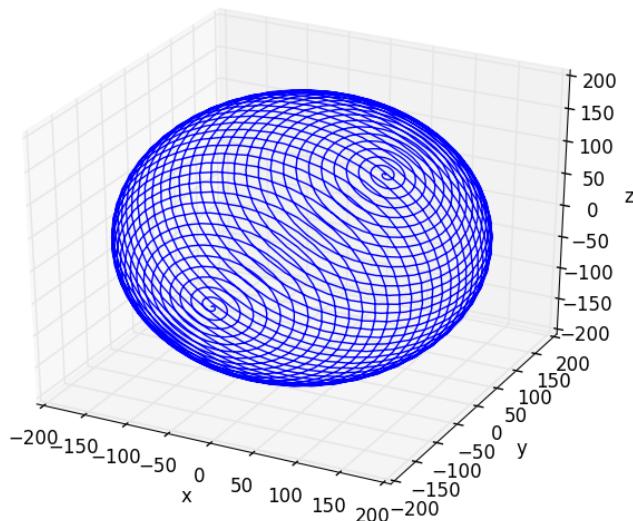


Рисунок 2.5 — Результат работы программы на Python, построение архимедовой сферической спирали

Анализ полученного графика показал, что витки спирали находятся на равном расстоянии, так что можно сделать вывод, что разработка математической модели описания кривой завершено. Теперь необходимо представить эту кривую в виде нити с некоторой толщиной сечения.

Для решения этой задачи может быть использован программный пакет SolidWorks, а точнее, функция «кривая через точки XYZ» [16]. Данная функция принимает на вход координаты кривой в виде файла с расширением .sldcrv. Структура такого файла содержит строки со значениями координат по X, Y и Z, формируя таким образом массив  $3 \times n$ , где n – число точек, образующих кривую. Программа была модифицирована путём добавления процедуры записи координат точек кривой в файл. Таким образом, файл с координатами был сгенерирован и принят на вход программой SolidWorks с результатом, представленным на рисунке 3.1:

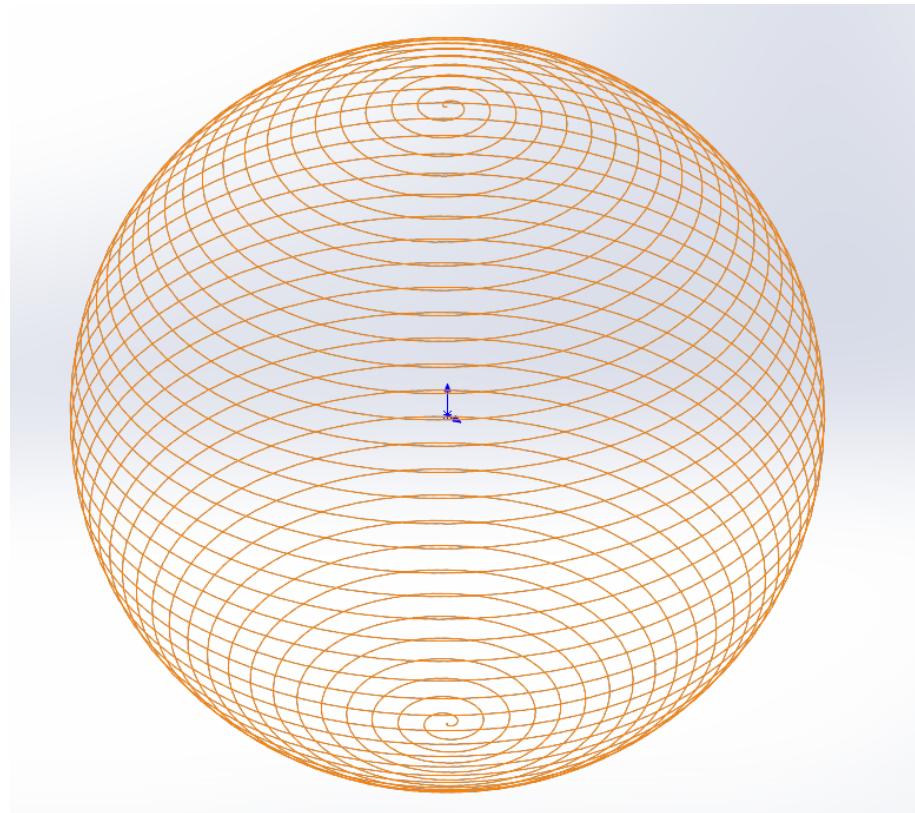


Рисунок 2.6 — Построение архимедовой сферической спирали в SolidWorks через координаты

Придавая получившейся линии некоторую толщину, можно получить представление сферического слоя, выполненного нитью из материала. Изображение такого слоя представлено в приложении В. При этом нужно понимать, что толщина нити при печати обычно очень небольшая и составляет около 0,1–0,2 мм. Для создания многослойных структур

необходимо выявить зависимость между радиусом сферического слоя и числом витков (2.5):

$$h = \frac{\pi \cdot R}{n} \Leftrightarrow n = \frac{\pi \cdot R}{h}, \text{ где} \quad (2.5)$$

$h$  – толщина нити в мм,  $R$  – радиус сферического слоя по центру сечения нити,  $n$  – количество витков. Например, при радиусе в 20 мм и толщине нити 0,2 мм, число витков будет равно 100.

Пользуясь этим соотношением, можно сформировать эскиз многослойного построения в программе SolidWorks, генерируя наборы координат с соответствующими входными параметрами. Примеры эскизов представлены в приложении B.

## Глава 3

# Практическое применение

### 3.1. Анализ требований

Очевидно, что ни одна серийная установка быстрого прототипирования не обладает техническими возможностями для реализации предлагаемого подхода на практике. Возможность такого подхода должна быть заложена при разработке устройства. При этом должна использоваться система, отличная от стандартов, применяемых при проектировании пятикоординатных фрезерных станков [17], так как эти устройства реализуют разные технологии. В целом, разрабатываемая установка при первичном проектировании должна соответствовать ряду требований:

- возможность перемещения рабочего модуля в, как минимум, пяти координатах;
- возможность упрощения составления УП при загрузке модели, другими словами, задание положения рабочего модуля при помощи элементарных манипуляций;
- возможность построения модели при помощи разных методик;
- минимальные отклонения от стандарта FDM-устройств.

Однако, такой подход обладает рядом ограничений при построении модели и проектировании устройства, которые тоже необходимо учитывать. К этим ограничениям относятся:

- физические характеристики расплавленного материала, позволяющие строить лишь верхнюю половину сферической поверхности;

- размеры устройства, учитывающие все варианты перемещения рабочего модуля, а также размеры самого рабочего модуля;
- максимальный размер получаемой модели, напрямую зависящий от размеров устройства;

Рассматривая рынок технических устройств можно сказать, что наиболее подходящей для проектирования установки с учётом требований и ограничений является платформа Стюарта.

### 3.2. Концепция установки

**Платформа Стюарта** или платформа Гью–Стюарта – это вид параллельного манипулятора [18], состоящего из верхнего и нижнего оснований, соединённых между собой шестью приводами-стойками при помощи шарирных соединений. Приводы могут быть разного устройства, но чаще всего они являются пневматическими или жидкостными [19]. Расстановка приводов такова, что верхнее основание может как перемещаться параллельно нижнему, так и наклоняться на небольшие углы. Можно сказать, что данная установка как твёрдое тело обладает шестью степенями свободы, то есть, способна совершать три поступательных и три вращательных перемещения. Внешний вид платформы Гью–Стюарта представлен на рисунке 3.1 [20].

Разновидностей платформ Стюарта бывает несколько, в зависимости от расположения стоек (рисунок 3.2). Стойки могут быть установлены как по контуру оснований, так и октаэдрально, что даёт разную жёсткость и разную кинематику перемещения верхнего основания.



Рисунок 3.1 — Платформа Гью–Стюарта

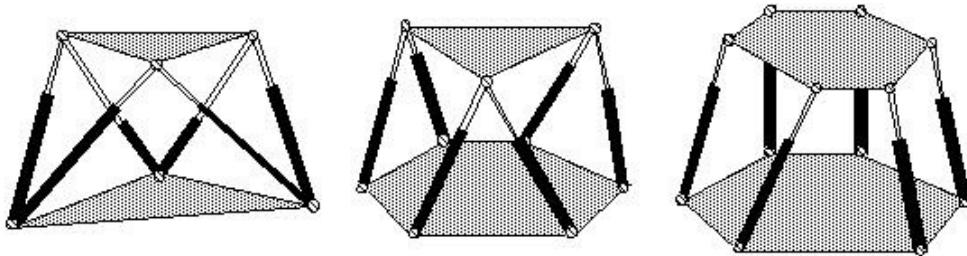


Рисунок 3.2 — Виды платформы Гью–Стюарта

Данное устройство нашло применение в самых различных сферах таких, как станкостроение, ортопедическая хирургия, подводные исследования, учебные тренажёры для водителей спецтехники и многих других. Таким образом, платформа Гью–Стюарта является достаточно универсальным средством, но, рассматривая её в качестве основы установки быстрого прототипирования, можно отметить некоторые недостатки, которые не позволяют использовать её в проектировании «как есть» и требуют внесения изменений в конструкцию.

- классическая конструкция не позволяет осуществлять наклоны верхнего основания на достаточно большие углы;

- применение как пневматических, так и гидравлических приводов требует составления системы дифференциальных уравнений динамики и решения обратной кинематической задачи [21];
- большие энергозатраты на работу приводов.

При проектировании устройства есть два пути применения механизма: оснастить подвижностью экструдер с соплом либо стол. Подвижность экструдера ограничена токопроводящим оборудованием и каналом подачи материала, который должен быть достаточно гибким, однако сам модуль легче и им проще оперировать. Подвижность стола предполагает наличие более мощных приводов, так как стол обладает большей массой, и наличия некоторого крепежа для модели во избежание падения. Однако, грамотная организация модуля стола позволит уменьшить габариты устройства.

Таким образом, был сделан выбор в пользу первого варианта и, ориентируясь на вышеизложенные проблемы, концепция устройства опирается на механизм платформы, но в конструкции учтены следующие поправки:

- рабочее основание переориентированы с верхнего на нижнее, так как конструкция 3D-принтера подразумевает ориентировку сопла «вниз»;
- замена пневматических приводов на шаговые электроприводы;
- увеличение длины приводных стоек с одновременным уменьшением рабочего основания.

Эскиз, отображающий примерный внешний вид устройства, выполненный в 3D-редакторе, представлен на рисунке 3.3. В основе устройства лежит шестиугольная рама на стойках в виде корзины 1, внутри которой

располагаются рабочий модуль 2 и стол 3. Рабочий модуль, состоящий из экструдера и сопла, смонтирован на нижнем основании и «подвешен» на системе из шести электроприводов-стоеч 4. Электроприводы соединены попарно и располагаются с трёх сторон, каждый из приводов вместе со смежным приводом из другой пары подходят к одной из вершин рабочего основания, выполненного в виде треугольника. Со стороны рамы приводы установлены на кардановом подвесе 5 с применением подшипников и ориентированы под углом в 45 градусов к плоскости нижнего основания. Таким образом достигается большая подвижность рабочего модуля. Канал подачи материала подходит к экструдеру сверху. Стол круглой формы закреплён непосредственно под рабочим основанием и обладает возможностью вертикального перемещения приводом либо, как в данном случае, системой зажимов 6.

Более подробные эскизы находятся в приложении 3.

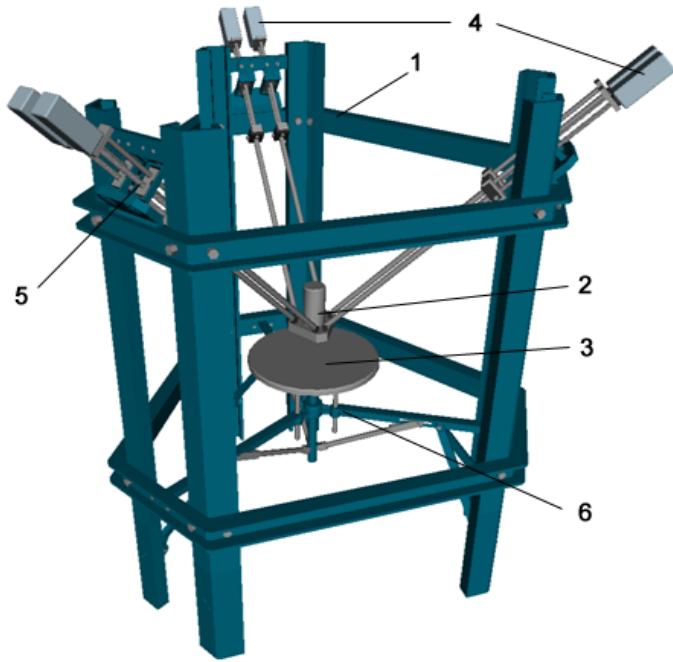


Рисунок 3.3 — Внешний вид установки быстрого прототипирования

### **3.3. Возможности применения подхода на практике**

Очевидно, что данная методика обладает большим спектром возможностей в производстве моделей и позволяет получать более точные модели. При шести степенях свободы становится возможным манипулировать рабочим модулем в гораздо больших пределах. Вот некоторые из возможностей применения:

- получение моделей линз для неизображающей оптики и других тел вращения с меньшей «ступенчатостью» поверхности, и, соответственно, с меньшим временем последующей доработки;
- получение моделей с повышенными прочностными характеристиками за счёт большей площади соприкосновения слоёв и их формы;
- получение моделей с совмещением методик построения, другими словами, часть модели может быть выполнена плоскими слоями, часть — криволинейными;
- возможность адаптации САМ-системы к методике построения на основе анализа загруженной модели.

# Заключение

В данной научно-исследовательской работе был рассмотрен комплекс задач с целью проектирования концепции построения модели на основе слоёв криволинейной формы и разработки математической модели для формирования простейшей из криволинейных поверхностей — сферической поверхности. В ходе выполнения работы были достигнуты следующие результаты:

1. Сформирован и обоснован подход разбиения модели на слои криволинейной формы.
2. Разработана математическая модель формирования сферической поверхности при помощи нити из расплавленного материала.
3. Определены требования к построению прототипа устройства быстрого прототипирования, реализующего описанный подход.
4. Предложен концепт и описание устройства установки на основе платформы Гью–Стюарта, отвечающее заявленным требованиям.

Предложенные изменения в подходе позволяют существенно улучшить процесс построения трёхмерных моделей и расширить функционал установки быстрого прототипирования. В то же время, нужно признать, что есть задачи, решение которых невозможно без постройки рабочего прототипа, так как некоторые моменты опираются лишь на предположения.

1. Определение времени работы программы-«слайсера», CAM-системы для генерации УП и времени печати, а также сравнение показателей с показателями стандартного подхода и определение путей их оптимизации.

2. Подбор ряда материалов для печати, так как разные сорта пластиков обладают разными физическими характеристиками в расплавленном виде, в частности, текучестью и вязкостью. Очевидно, что не все материалы из доступного ассортимента подходят для достижения результата.
3. Сравнение качества полученной с помощью описанного подхода модели с моделью, построенной обычным способом.

## Список литературы

1. Excell J., Nathan S. The rise of additive manufacturing. 2010. — May.  
URL: <http://www.theengineer.co.uk>.
2. Sherman L. M. 3D Printers Lead Growth of Rapid Prototyping // Plastics Technology. 2004. — August.
3. Довбыш . ., Забеднов . ., Зленко . . Аддитивные технологии и изделия из металла. 2012. URL: [www.ipmd.net](http://www.ipmd.net).
4. EIA Standard RS-274-D Interchangeable Variable Block Data Format for Positioning, Contouring, and Contouring/Positioning Numerically Controlled Machines. 1979. — February.
5. McCrum N. G., Buckley C. P., Bucknall C. B. Principles of polymer engineering. 1 edition. Oxford University Press., 1997.
6. Anzalone G., Zhang C., Pearce J., Sanders P. A low-Cost Open-Source Metal 3-D Printer // IEEE Access. 2013. — December. no. 1. P. 803–810.
7. Descartes R. Discourse on Method, Optics, Geometry, and Meteorology / Ed. by P. Olscamp. Haskett Publishing, 2001.
8. Одарченко . . Моделирование методом послойного наплавления // 3D Today. 2013. С. 4.
9. Доступная 3D печать для науки, образования и устойчивого развития; Пер. с англ. / Под ред. C. Fonda, E. Canessa, M. Sennaro. The Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics, 2013. Т. 1.
10. Alexander J. Loxodromes: A Rhumb Way to Go // Mathematics Magazine. 2004. — December. Vol. 77, no. 5. P. 349–356.
11. Thomas G. B., Finney R. L. Calculus and Analytic Geometry. Addison Wesley Publishing Co., 1979.
12. Bethune J. D. Engineering Design and Graphics with SolidWorks. 1 edition. Peachpit Press, 2009.
13. Petrovic M. Differential equation of a loxodrome on the spheroid //

NASE MORE. 2007. P. 87–89.

14. Rossum G. An introduction to Python / Ed. by F. Drake. Network Theory ltd, 2003.
15. Tosi S. Matplotlib for Python Developers. Packt Publishing, 2009.
16. SolidWorks 2010: Основные элементы SolidWorks, пер. с англ. 1 изд. Dassault Systems SolidWorks Corporation, 2009.
17. Apro K. Secrets of 5-Axis Machining. Industrial Press Inc., 2008.
18. Merlet J. P. Parallel Robots. 2 edition. Springer, 2008.
19. Схиртладзе . ., Иванов . ., Кареев . . Гидравлические и пневматические системы. Москва, ИЦ МГТУ «Станкин»: Янус-К, 2003.
20. Stewart D. A Platform with Six Degrees of Freedom // UK Institution of Mechanical Engineers Proceedings. 1965. Vol. 180 , no. 15.
21. Андриевский ., Зегжда ., Казунин . Управление платформой Стьюарта с шестью степенями свободы на базе пневмоприводов // XII Всероссийское совещание по проблемам управления. 2014. – 16–19 июня. С. 4.

## Приложение A

# Текст программы генерации архимедовой сферической спирали

---

Листинг А.1 — Программа генерации архимедовой сферической спирали

---

```
1 import math
2 from pprint import pprint
3
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 import numpy as np
6 from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
7
8 # входные данные
9 LEANING_ANGLE = 0           # угол положения
10 R = 70                      # радиус
11 ROTCOUNT = 17      # число витков
12 FINENESS = 0.25            # шаг
13
14 # расчёт вертикального и горизонтального угла
15 v_angle_unit = math.pi / RADIUS / 2
16 h_angle_unit = math.pi / RADIUS * ROTCOUNT * FINENESS
17
18 xr = LEANING_ANGLE / 180 * math.pi
19 xrc = math.cos(xr)
20 xrs = math.sin(xr)
21
22 pnts = []
23 total_rot = 0
24 flg = -1
25
26 # генерация точек кривой
27 i = -RADIUS
```

```

28 while i <= RADIUS:
29     x = math.cos(i * v_angle_unit) * R
30     y = math.sin(i * v_angle_unit) * R
31
32     v = [x*math.cos(total_rot), y, x*math.sin(total_rot)]
33
34     pnt_y = v[1] * xrc - v[2] * xrs
35     pnt_z = v[2] * xrc + v[1] * xrs
36
37     pnts.append([v[0], pnt_y, pnt_z])
38     total_rot += h_angle_unit
39     i += FINENESS
40
41 # procedure формирования файла с координатами
42 n = len(pnts)
43 coords = open('./line-' + str(R) + '-' + str(ROTCOUNT) + '.sldcrv', 'w')
44 for i in range(n):
45     xr = round(pnts[i][2], 3)
46     yr = round(pnts[i][1], 3)
47     zr = round(pnts[i][0], 3)
48     coords.write(str(xr) + ' ' + str(yr) + ' ' + str(zr) + '\n')
49 coords.close()
50
51 # вывод графика
52 fig = plt.figure()
53 ax = fig.gca(projection='3d')
54
55 X = np.zeros(n)
56 Y = np.zeros(n)
57 Z = np.zeros(n)
58
59 for i in range(n):
60     for j in range(3):
61         if j == 0:
62             Z[i] = pnts[i][j]

```

```

63     elif j == 1:
64         Y[i] = pnts[i][j]
65     else:
66         X[i] = pnts[i][j]
67
68 ax.plot(X, Y, Z, label='curve')
69
70 ax.set_xlabel(r'x')
71 ax.set_ylabel(r'y')
72 ax.set_zlabel(r'z')
73
74 fig.savefig("Test.svg", bbox_inches="tight", pad_inches=.15)
75
76 plt.show()
77
78 # procedure группы в координаты
79 def makePathAndPutIntoGroup(pnts, group):
80     if pnts.length > 0:
81         if(pnts.length > 1):
82             pnts = [pnts.pop(), pnts.pop()].reverse()
83         else:
84             pnts = [pnts.pop()]
85     return pnts

```

---

## Приложение Б

### Эскизы сферических слоев



Рисунок Б.1 — Представление сферического слоя в SolidWorks, выполненного расплавленной нитью из материала

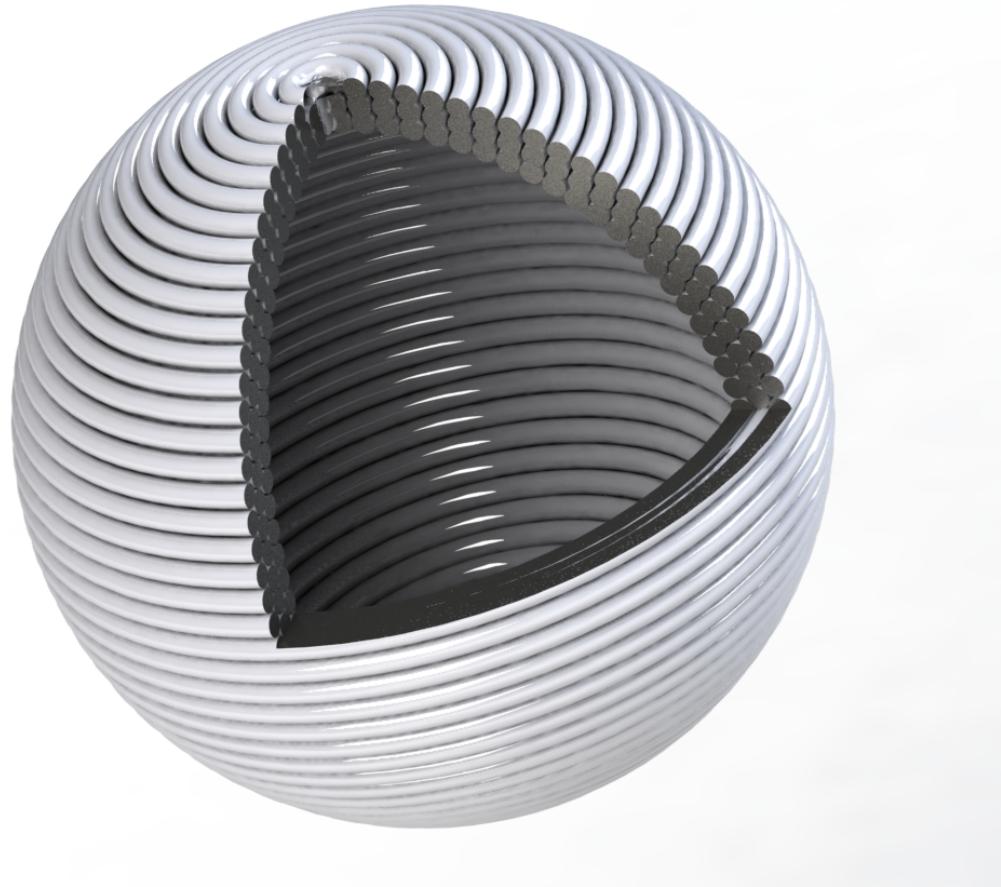


Рисунок Б.2 — Представление группы из трёх наложенных сферических слоёв в разрезе

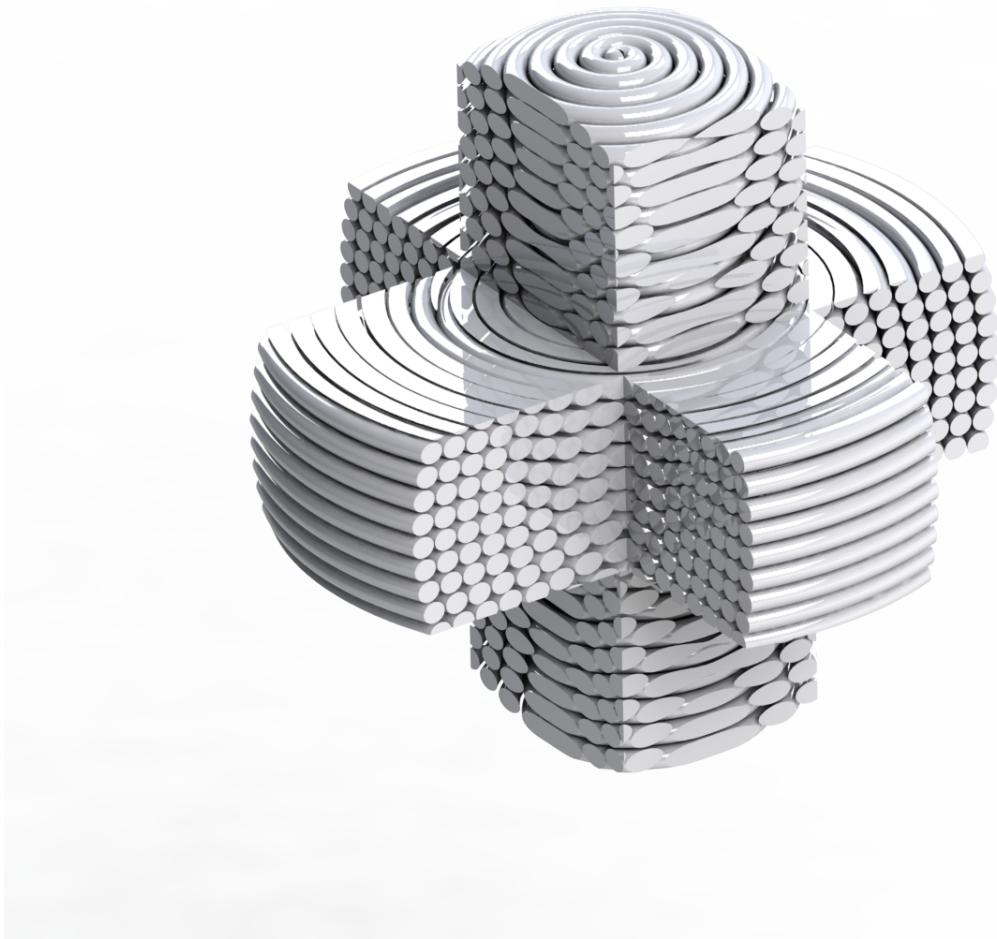


Рисунок Б.3 — Фигура, выполненная из сферических слоёв

## Приложение В

### Эскизы концепта установки быстрого прототипирования

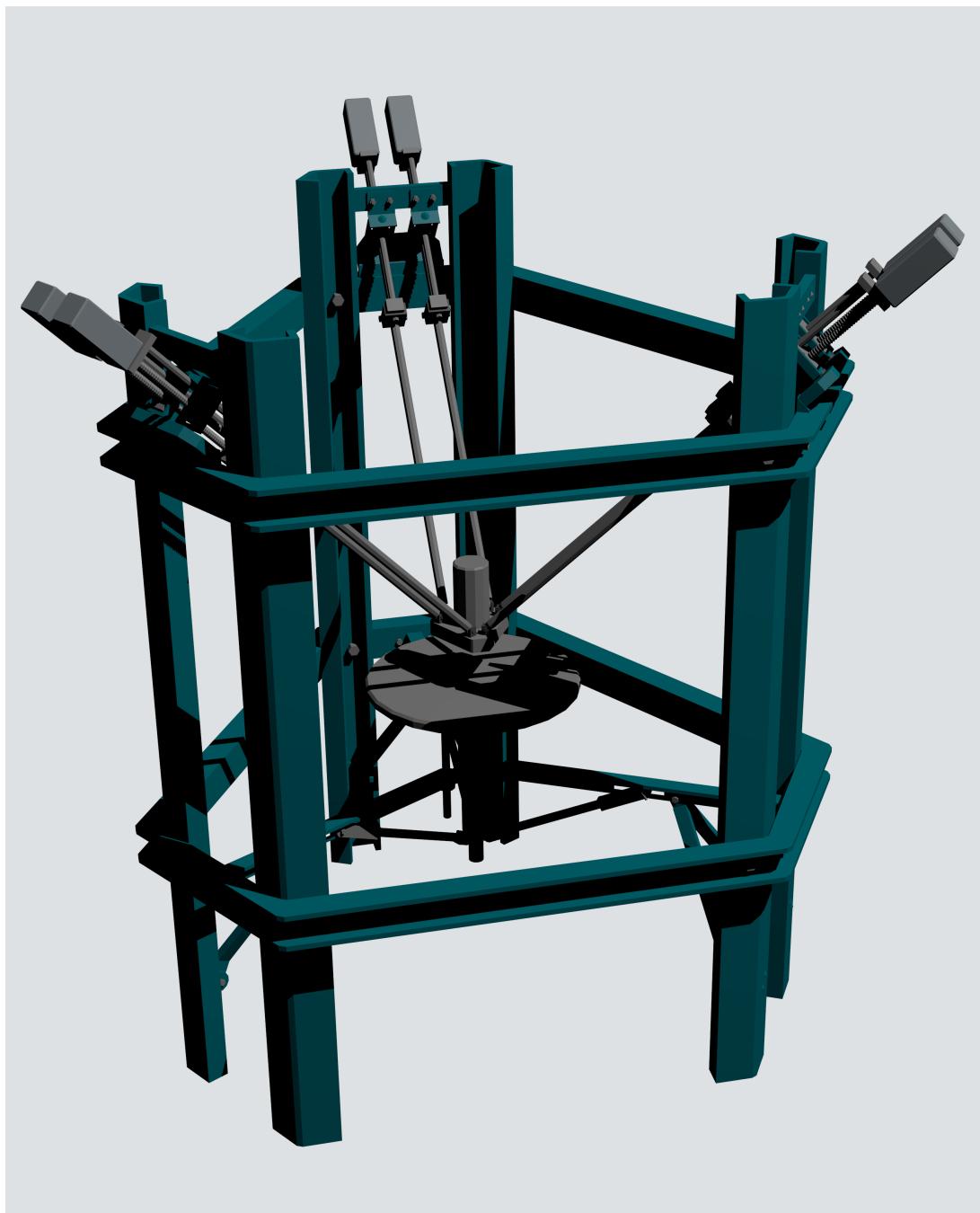


Рисунок В.1 — Установка быстрого прототипирования, общий вид 1

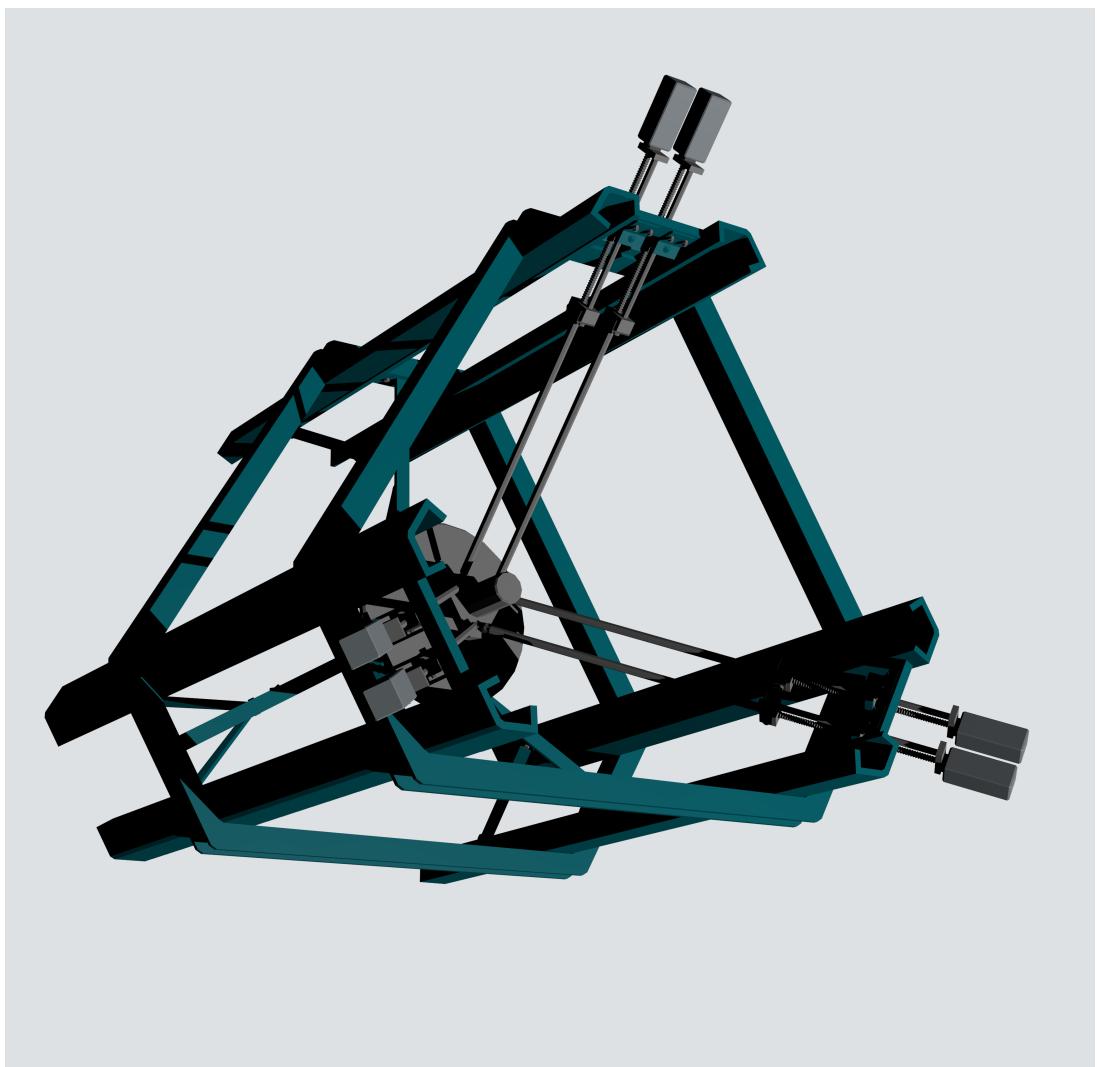


Рисунок В.2 — Установка быстрого прототипирования, общий вид 2

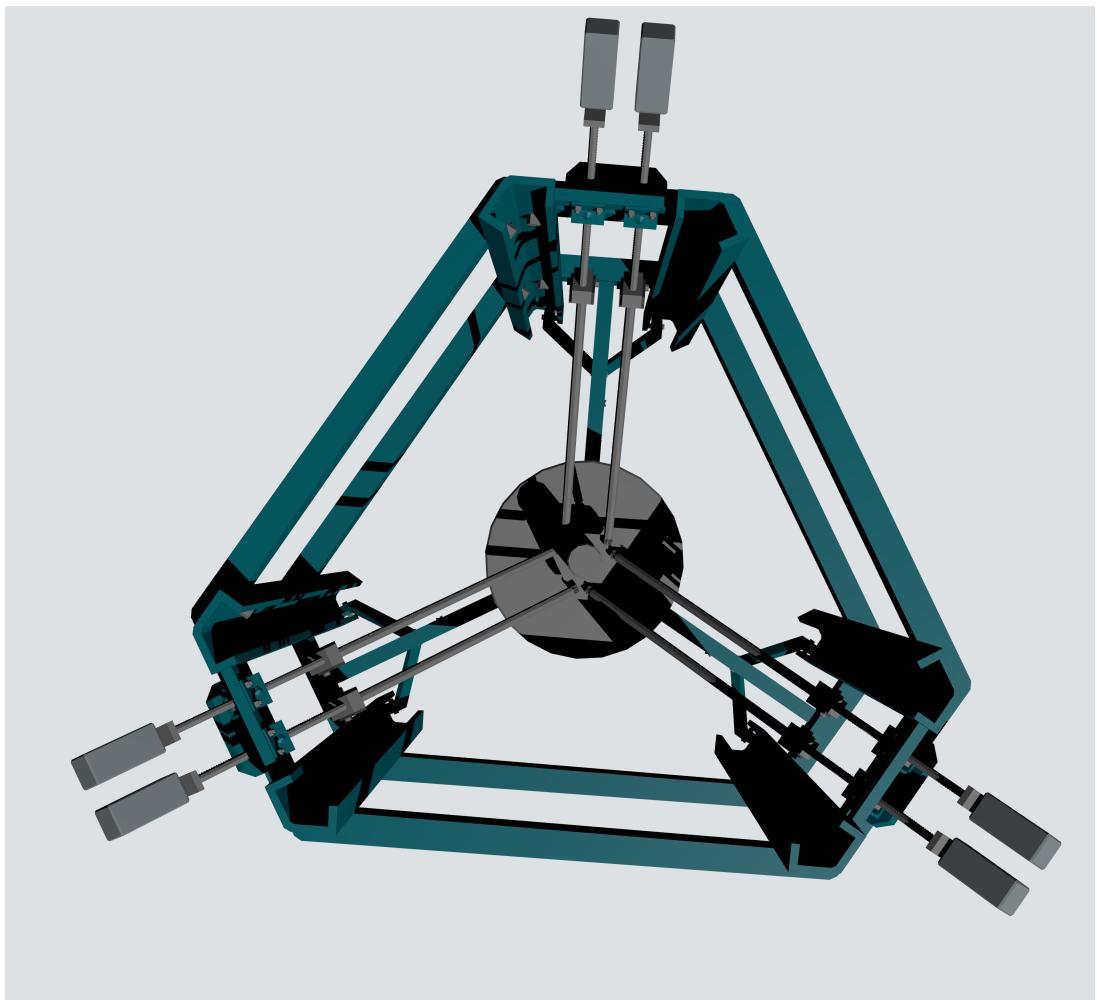


Рисунок В.3 — Установка быстрого прототипирования, вид сверху