

NHẬP MÔN GIẢI TÍCH - Thời gian làm bài 60 phút

Câu 1. Tính đạo hàm của hàm số $y = \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}$

- A) $\frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}}$
B) $\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$
C) $\frac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$
D) $\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$

Đáp án: A

Câu 2. Nếu $x = t^2 - 1$ và $y = t^4 - 2t^3$ thì giá trị của $\frac{d^2y}{dx^2}$ tại $t = 1$ là

- A) $\frac{1}{2}$
B) 1
C) -1
D) 3

Đáp án: A

Câu 3. Một chất điểm chuyển động có quãng đường đi được (đơn vị mét) $s(t)$ phụ thuộc thời gian t (giây) cho bởi công thức $s(t) = te^{-2t}$, với $0 \leq t \leq 10$. Tìm thời điểm t để chất điểm có vận tốc tức thời lớn nhất.

- A) $\frac{1}{2}$
B) $\frac{5}{2}$
C) 1
D) 5

Đáp án: A

Câu 4. Hằng số c thỏa mãn định lý giá trị trung bình Lagrange đối với hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x}$ trên đoạn $[0; 1]$ là:

A) $c = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

B) $c = \frac{1}{\sqrt{27}}.$

C) $c = \frac{1}{3}.$

D) $c = \frac{1}{27}.$

Đáp án: B

Câu 5. Hàm số $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$ trên đoạn $[-8; 8]$ không thỏa mãn điều kiện của định lý Lagrange vì

A) $f'(0)$ không tồn tại.

B) $f(0)$ không xác định.

C) $f(x)$ không liên tục trên đoạn $[-8; 8]$

D) $f(x)$ không xác định với $x < 0$.

Đáp án: A

Câu 6. Có bao nhiêu giá trị trong đoạn $[-5; 5]$ mà tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x + \cos x$ tại điểm ứng với giá trị đó song song với dây cung nối hai đầu của đồ thị trên đoạn $[-5; 5]$

A) 3

B) 0

C) 1

D) 2

Đáp án: A

Câu 7. Khai triển Taylor của hàm số $f(x) = \sqrt{1+x}$ tại $x = 0$ đến cấp 3 là

- A) $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{16} + o(x^3)$
- B) $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} + \frac{3x^3}{8} + o(x^3)$
- C) $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \frac{x^3}{8} + o(x^3)$
- D) $\sqrt{1+x} = 1 - \frac{x}{2} - \frac{x^2}{4} - \frac{3x^3}{8} + o(x^3)$

Đáp án: A

Câu 8. Khai triển MacLaurin đến cấp 3 của hàm số $y = \cos x$.

- A) $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + o(x^3)$
- B) $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$
- C) $\cos x = 1 + \frac{x^2}{2} + o(x^3)$
- D) $\cos x = 1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + o(x^3)$

Đáp án: A

Câu 9. Tính đạo hàm cấp 7 tại $x = 0$ của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{1-2x^2}$.

- A) $4.7!$
- B) $-4.7!$
- C) $2.6!$
- D) $-2.6!$

Đáp án: A

Câu 10. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e+x) - 1}{x}$

- A) $\frac{1}{e}$
- B) 0
- C) 1
- D) e

Đáp án: A

Câu 11. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 4 \cos x + 3}{7x^2}$

- A) $\frac{2}{7}$
- B) $\frac{5}{7}$
- C) $\frac{3}{7}$
- D) $\frac{4}{7}$

Đáp án: C

Câu 12. Giới hạn nào dưới đây áp dụng được quy tắc L'Hospital để tính?

- A) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2x+3}.$
- B) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\tan x}.$
- C) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(1+x)}{x^2}.$
- D) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sin x}{x+1}.$

Đáp án: C

Câu 13. Tìm x_0 mà tại đó hàm số $y = xe^{2x}$ đạt cực đại.

- A) Không tồn tại x_0
- B) $x_0 = \frac{1}{2}$
- C) $x_0 = -\frac{1}{2}$
- D) $x_0 = 0$

Đáp án: A

Câu 14. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 + mx$ có cực trị.

- A) $m < 0$
- B) $m > 0$
- C) $m \leq 0$
- D) $m \geq 0$

Đáp án: A

Câu 15.

- A)
- B)
- C)
- D)

Đáp án: A

Câu 16. Đường cong cho dưới dạng tham số $\begin{cases} x = 2\sqrt{3} \cos t \\ y = \sin t - 1 \end{cases}$

với $0 \leq t \leq 2\pi$, có đồ thị là:

- A) Đường tròn.
- B) Đường parabol.
- C) Đường hypebol.

D) Đường elip.

Đáp án: D

Câu 17. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \cos x$ là

A) $-\ln x + \sin x + C$

B) $-\frac{1}{x^2} - \sin x + C$

C) $\ln |x| - \sin x + C$

D) $\ln |x| + \sin x + C$

Đáp án: D

Câu 18. Cho hàm số $g(x) = \int_0^x f(t)dt$, biết $f(t) = te^t$, tìm $g(x)$.

A) $g(x) = xe^x - e^x + 1$

B) $g(x) = xe^x - e^x - 1$

C) $g(x) = xe^x - e^x$

D) $g(x) = xe^x - e^x + 2$

Đáp án: A

Câu 19. Cho $\int_1^2 f(x)dx = 2$; $\int_1^2 g(x)dx = 3$.

Tích phân $I = \int_1^2 [x^2 + f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A) $\frac{5}{3}$

B) $-\frac{2}{3}$

C) $-\frac{4}{3}$

D) $-\frac{5}{3}$

Đáp án: D

Câu 20. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + 1) \sin x dx$

A) $I = 3$

B) $I = \frac{\pi}{2} + 1$

C) $I = 1$

D) $I = 2$

Đáp án: D

Câu 21. Tích phân nào sau đây là tích phân suy rộng loại 1 ?

A) $\int_0^1 x e^x dx$

B) $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$

C) $\int_0^1 \frac{e^x}{x} dx$

D) $\int_{-1}^0 \frac{e^x}{x+1} dx$

Đáp án: B

Câu 22. Tích phân nào sau đây là tích phân suy rộng loại 2 ?

A) $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$

B) $\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$

C) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin 2x dx$

D) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

Đáp án: D

Câu 23. Tính tích phân suy rộng $\int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

A) 1

B) 0

C) 4

D) 3

Đáp án: C

Câu 24. Tính tích phân suy rộng $\int_1^{+\infty} \frac{2}{x^2 + 3} dx$

A) $\frac{2\sqrt{3}\pi}{9}$

B) $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$

C) $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$

D) $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$

Đáp án: A

Câu 25. Tích phân suy rộng nào sau đây hội tụ ?

A) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x+3} dx$

B) $\int_1^{+\infty} \frac{2}{x^2 + 1} dx$

C) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx$

D) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

Đáp án: B

Câu 26. Tìm tất cả các giá trị của m để tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^m x}{\sqrt{x}} dx$ hội tụ ?

A) $m \geq -\frac{1}{2}$

B) $m \geq \frac{1}{2}$

C) $m > -\frac{1}{2}$

D) $m < \frac{1}{2}$

Đáp án: C

Câu 27. Gọi $S(D)$ là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường

$$y = 2x^2; y = -1; x = 0; x = 1.$$

Khi đó

A) $S(D) = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$

B) $S(D) = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$

C) $S(D) = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$

$$\text{D)} \quad S(D) = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$$

Đáp án: D

Câu 28. Tính diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đường $\begin{cases} y = x^2 - 4 \\ y = 2x - 4 \end{cases}$

- A) 36
- B) $\frac{4}{3}$
- C) $\frac{4\pi}{3}$
- D) 36π

Đáp án: B

Câu 29. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $\left\{ y = \frac{4}{x}; y = 0; x = 1; x = 4 \right\}$ quanh trục Ox là:

- A) 6π
- B) 4π
- C) 12π
- D) 8π

Đáp án: C

Câu 30. Tính thể tích của vật thể được giới hạn bởi mặt paraboloid

$$2x = \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4}$$

và mặt phẳng $x = 2$?

- A) 6
- B) 16π

C) 8π

D) 6π

Đáp án: D

Câu 31. Tính độ dài L của đường cong thuộc đồ thị hàm số $9y^2 = 4(3-x)^3$ nối các giao điểm của đồ thị với trục Oy

A) $L = \frac{28}{3}$ (đơn vị độ dài)

B) $L = 10$ (đơn vị độ dài)

C) $L = 1$ (đơn vị độ dài)

D) $L = 3$ (đơn vị độ dài)

Đáp án: A

Câu 32. Cho khối cầu tâm O bán kính R . Tính thể tích chỏm cầu chiều cao h .

A) $V = \pi h^2 \left(R - \frac{h}{3} \right)$

B) $V = \frac{\pi h}{6} (h^2 + R^2)$

C) $V = \frac{\pi h^2}{6} (R - h)$

D) $V = \frac{\pi h}{3} (R - h)$

Đáp án: A
