

Bài tập tuần 1. Dãy số, giới hạn của dãy số.

Bài 1: Sử dụng định nghĩa để tính các giới hạn sau:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{2n-3}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{4n+1}$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2}{n^2+1}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \cos \frac{1}{n}$$

Bài 2. Chứng minh các giới hạn sau không tồn tại:

$$a. \lim_{n \rightarrow \infty} \cos \pi n$$

$$b. \lim_{n \rightarrow \infty} \sin 3n$$

$$c. \lim_{n \rightarrow \infty} n \cos n\pi$$

Bài 3. Tính giới hạn của các dãy số dưới đây:

$$a. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n}$$

$$b. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{3^n}$$

$$c. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln^3 n}{n^2}$$

$$d. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln^2 n}{3^n}$$

$$e. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3}{n!}$$

$$f. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{n!}$$

$$g. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$$

$$h. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{n}\right)^n$$

$$i. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^n$$

$$j. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n$$

$$k. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{3n-2}\right)^n$$

$$l. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2-3}{2n^2+2}\right)^{-5n^2-3n+2}$$

Bài 4. Sử dụng nguyên lý kẹp để tính giới hạn:

$$a. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin 2n}{n}$$

$$b. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cos 3n}{n^2+1}$$

$$c. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \sin 2n - 4 \cos 3n}{n^2+1}$$

$$d. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{n^n}$$

Bài 5. Tính:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \cos n^2}{n^2+1}$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \sin(3n+n^2)}{3n-1}$$

$$c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-2n \cos n}{3n+1}$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \sin^6 n + 5 \cos^2(n+1)}{n^2+1}$$

$$e) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \sin^2(n^3+2) + n^2}{2-3n^2}$$

Bài 6. Tính:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-n+3}{3n^2+2n+1}$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n^3+4n^2+3}$$

$$c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3+2n^2+n}{n^3+4}$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4}{(n+1)(2+n)(n^2+1)}$$

$$e) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+1}{2n^4+n+1}$$

$$f) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^4+n^2-3}{3n^3-2n^2+1}$$

Bài 7. Tính:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3^n}{4+3^n}$$

$$b) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 3^n + 7^{n+1}}{2 \cdot 5^n + 7^n}$$

$$c) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+1} + 6^{n+2}}{5^n + 8^n}$$

$$d) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 5^{n+1}}{1+5^n}$$

$$e) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2 \cdot 3^n - 7^n}{5^n + 2 \cdot 7^n}$$

$$f) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-2 \cdot 3^n + 6^n}{2^n(3^{n+1}-5)}$$

Bài 8. Tính:

$$\text{a) } \lim \frac{\sqrt{4n^2 + 1} + 2n - 1}{\sqrt{n^2 + 4n + 1} + n}$$

$$\text{b) } \lim \frac{\sqrt{n^2 + 3} - n - 4}{\sqrt{n^2 + 2} + n}$$

$$\text{c) } \lim \frac{n^2 + \sqrt[3]{1 - n^6}}{\sqrt{n^4 + 1} + n^2}$$

$$\text{d) } \lim \frac{\sqrt{4n^2 + 1} + 2n}{\sqrt{n^2 + 4n + 1} + n}$$

$$\text{e) } \lim \frac{(2n\sqrt{n} + 1)(\sqrt{n} + 3)}{(n + 1)(n + 2)}$$

$$\text{f) } \lim \frac{\sqrt{n^2 - 4n} - \sqrt{4n^2 + 1}}{\sqrt{3n^2 + 1} + n}$$

Bài 9. Tính:

$$\text{a) } \lim \left(\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \right)$$

$$\text{b) } \lim \frac{1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n}{1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^n}$$

$$\text{c) } \lim \left(1 - \frac{1}{2^2} \right) \left(1 - \frac{1}{3^2} \right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\text{d) } \lim \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$$

$$\text{e) } \lim \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2 + 3n}$$