

Bài 1. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường sau:

a) $y = x^2 - 4x - 6, y = 0, x = -2, x = 4$

b) $y = \frac{\ln x}{x}, y = 0, x = \frac{1}{e}, x = e$

c) $y = \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x}, y = 0, x = 1, x = e$

d) $y = \frac{\ln x}{2\sqrt{x}}, y = 0, x = e, x = 1$

e) $y = \ln x, y = 0, x = \frac{1}{e}, x = e$

f) $y = x^3, y = 0, x = -2, x = 1$

g) $y = \frac{x}{\sqrt{1 - x^4}}, y = 0, x = 0, x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

h) $y = |\lg x|, y = 0, x = \frac{1}{10}, x = 10$

Bài 2. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường sau:

a) $y = \frac{-3x-1}{x-1}, y = 0, x = 0$

b) $y = \sqrt{x}, y = 2 - x, y = 0$

c) $y = e^x, y = 2, x = 1$

d) $y = \sqrt{x}, x + y - 2 = 0, y = 0$

e) $y = 2x^2, y = x^2 - 2x - 1, y = 2$

f) $y = x^2 - 4x + 5, y = -2x + 4, y = 4x - 11$

g) $y = x^2, y = \frac{x^2}{27}, y = \frac{27}{x}$

h) $y = 2x^2, y = x^2 - 4x - 4, y = 8$

i) $y^2 = 2x, 2x + 2y + 1 = 0, y = 0$

k) $y = -x^2 + 6x - 5, y = -x^2 + 4x - 3, y = 3x - 15$

Bài 3. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường sau:

a) $y = x, y = \frac{1}{x}, y = 0, x = e$

b) $y = \sin x - 2\cos x, y = 3, x = 0, x = \pi$

c) $y = 5^{x-2}, y = 0, y = 3 - x, x = 0$

d) $y = 2x^2 - 2x, y = x^2 + 3x - 6, x = 0, x = 4$

e) $y = x, y = 0, y = 4 - x$

f) $y = x^2 - 2x + 2, y = x^2 + 4x + 5, y = 1$

g) $y = \sqrt{x}, y = 2 - x, y = 0$

h) $y = \frac{1}{e^{2x}}, y = e^{-x}, x = 1$

Bài 4. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường sau:

a) $y = 4 - x^2, y = x^2 - 2x$

b) $y = |x^2 - 4x + 3|, y = x + 3$

c) $y = \frac{1}{4}x^2, y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$

d) $y = \frac{1}{1+x^2}, y = \frac{x^2}{2}$

e) $y = |x|, y = 2 - x^2$

f) $y = x^2 - 2x, y = -x^2 + 4x$

g) $y = \frac{x^2}{2}, y = \frac{1}{1+x^2}$

h) $y = x + 3 + \frac{2}{x}, y = 0$

i) $y = x^2 + 2x, y = x + 2$

k) $y = x^2 + 2, y = 4 - x$

Bài 5. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường sau:

a) $y = x^2, x = -y^2$

b) $y^2 + x - 5 = 0, x + y - 3 = 0$

c) $y^2 - 2y + x = 0, x + y = 0$

d) $y^2 = 2x + 1, y = x - 1$

e) $y^2 = 2x, y = x, y = 0, y = 3$

f) $y = (x+1)^2, x = \sin \pi y$

g) $y^2 = 6x, x^2 + y^2 = 16$

h) $y^2 = (4-x)^3, y^2 = 4x$

i) $x - y^3 + 1 = 0, x + y - 1 = 0$

k) $x^2 + y^2 = 8, y^2 = 2x$

Bài 6. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường sau:

a) $y = x.e^x; y = 0; x = -1; x = 2.$

b) $y = x.\ln^2 x; y = 0; x = 1; x = e$

c) $y = e^x; y = e^{-x}; x = 1.$

d) $y = 5^{x-2}; y = 0; x = 0; y = 3 - x.$

e) $y = (x+1)^5; y = e^x; x = 1.$

f) $y = |\ln x|, y = 0, x = \frac{1}{e}, x = e$

g) $y = \sin x + \cos^2 x, y = 0, x = 0, x = \pi$

h) $y = x + \sin x, y = x; x = 0; x = 2\pi.$

i) $y = x + \sin^2 x, y = \pi; x = 0; x = \pi.$

k) $y = \sin^2 x + \sin x + 1, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$

Bài 7. Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình (H) giới hạn bởi các đường sau quay quanh trục Ox:

a) $y = \sin x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{4}$

b) $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2, y = 0, x = 0, x = 3$

c) $y = \sqrt{\sin^6 x + \cos^6 x}, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{2}$

d) $y = \sqrt{x}, x = 4$

e) $y = x^3 - 1, y = 0, x = -1, x = 1$

f) $y = x^2, y = \sqrt{x}$

g) $y = \frac{x^2}{4}, y = \frac{x^3}{8}$

h) $y = -x^2 + 4x, y = x + 2$ i) $y = \sin x, y = \cos x, x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{\pi}{2}$

k) $(x-2)^2 + y^2 = 9, y = 0$ l) $y = x^2 - 4x + 6, y = -x^2 - 2x + 6$ m) $y = \ln x, y = 0, x = 2$

Bài 8. Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình (H) giới hạn bởi các đường sau quay quanh trục Oy:

a) $x = \frac{2}{y}, y = 1, y = 4$ b) $y = x^2, y = 4$ c) $y = e^x, x = 0, y = e$ d)

$y = x^2, y = 1, y = 2$

Bài 9. Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra bởi hình (H) giới hạn bởi các đường sau quay quanh trục: i) trục Ox ii) trục Oy

a) $y = (x-2)^2, y = 4$ b) $y = x^2, y = 4x^2, y = 4$ c) $y = \frac{1}{x^2 + 1}, y = 0, x = 0, x = 1$

d) $y = 2x - x^2, y = 0$ e) $y = x \ln x, y = 0, x = 1, x = e$ f) $y = x^2 (x > 0), y = -3x + 10, y = 1$

g) $y = x^2, y = \sqrt{x}$ h) $(x-4)^2 + y^2 = 1$ i) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

k) $y = \sqrt{x-1}, y = 2, y = 0, x = 0$ l) $x - y^2 = 0, y = 2, x = 0$ m) $y^2 = x^3, y = 0, x = 1$

Bài 10. Tính diện tích của miền phẳng:

1. Giới hạn bởi các đường $y = x^2; x = y^2$.
2. Giới hạn bởi các đường: $x + 2y^2 = 0; x + 3y^2 = 1$.
3. Giới hạn bởi các đường $2x - y^2 = 0; x^2 + y^2 = 3$.
4. Giới hạn bởi hình Ellip: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
5. Giới hạn bởi một cung Xycloit và trục hoành

$$x = 2(t - \sin t); y = 2(1 - \cos t); 0 \leq t \leq 2\pi$$
6. Giới hạn bởi đường Cacdioit $r = a(1 + \cos \varphi)$.
7. Giới hạn bởi đường $r = a \sin 3\varphi$.
8. Giới hạn bởi $r = a \sin 3\varphi$ và đường tròn $r = a$.
9. Giao giữa hai miền bởi đường tròn $r = 5 \cos \varphi$ và đường Limascon $r = 2 + \cos \varphi$.
10. Bị chặn bởi $r = 1 - \sin \varphi$ trong tọa độ cực.
11. Bị chặn bởi $r = \cos 2\varphi$ trong tọa độ cực.

Bài 11. Tính diện tích của miền D giới hạn bởi đường cong:

1. $x^2 - 2|xy| + 5y^2 = 1.$

2. $5x^2 + 2|xy| + y^2 = 1.$

3. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, x = 2a, (a > 0, b > 0).$

4. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1, y = 2b, (a > 0, b > 0)$

Bài 12. Tính độ dài cung:

1. Tính độ dài cung $y^2 = x^3$ từ điểm $A(0;0)$ đến điểm $B(1;1)$.

2. Tính độ dài cung Parabol $y = 2\sqrt{x}; 0 \leq x \leq 1.$

3. Tính độ dài cung $y = \ln(1 - x^2); 0 \leq x \leq \frac{1}{2}.$

4. Tính độ dài đường cong $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}; (a > 0)$

5. Tính độ dài đường cong cho dưới dạng tham số: $\begin{cases} x = a(2\cos t - \cos 2t) \\ y = a(2\sin t - \sin 2t) \end{cases}; a > 0.$

6. Tính độ dài đường cong trong hệ tọa độ cực: $r = 2a(\sin \varphi + \cos \varphi); a > 0.$

Bài 13. Tính độ dài của đường cong thuộc đồ thị hàm số $9y^2 = 4(3-x)^3$ nối các giao điểm của đồ thị với trục Oy.

Bài 14. Tính thể tích của vật thể được giới hạn bởi:

1. Mặt Paraboloid $2x = \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4}$ và mặt phẳng $x = 2.$

2. Mặt $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1, z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}, z = -1.$

3. Mặt $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1, z = x^2 + \frac{y^2}{4}, z = -2.$

4. Mặt $z = \sqrt{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}}, z = 3.$

5. Mặt paraboloid: $2z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ và mặt nón: $z^2 = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}.$

6. Elipxoid: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$

Bài 15. Thể tích của miền nằm trong hình trụ và nằm dưới mặt phẳng đi qua tâm đáy, mặt phẳng đó có duy nhất 1 điểm chung với đáy trên (đáy có bán kính R, chiều cao hình trụ bằng h).

Bài 16. Thể tích của miền nằm trong hai hình trụ: $x^2 + y^2 = a^2, x^2 + z^2 = a^2.$

Bài 17. Tính thể tích chỏm cầu, biết bán kính chỏm cầu là R , chiều cao của chỏm cầu bằng h ($0 < h < R$).

Bài 18. Tính thể tích của vật tròn xoay khi quay Parabol $y = x^2, 0 < x < 1$ quanh hai trục Ox, Oy .

Bài 19. Tính thể tích của vật tròn xoay khi quay $y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi$ quanh hai trục Ox, Oy .

Bài 20. Tính thể tích của vật thể tạo thành, khi quay một nhịp đường cong Xycloid $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi$ quanh trục Ox .

Bài 21*. Tính thể tích của vật thể tạo thành, khi quay một nhịp đường cong Xycloid $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t), 0 \leq t \leq 2\pi$ quanh trục đối xứng của nó.

Bài 22. Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi đường cong $x^4 + y^4 = a^2 x^2$ khi quay quanh trục Ox .

Bài 23. Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi đường cong $x^4 + y^4 = x^3$ khi quay quanh trục Ox .