

# Задача

У Майка есть последовательность  $A = [a_1, a_2, \dots, a_n]$  длины  $n$ . Он считает последовательность  $B = [b_1, b_2, \dots, b_n]$  красивой, если  $\gcd$  всех её элементов больше, чем 1, то есть  $\gcd(b_1, b_2, \dots, b_n) > 1$ .

Майк может изменить последовательность, чтобы сделать её красивой.

За один ход он может выбрать позицию  $i$  ( $1 \leq i < n$ ), удалить числа  $a_i, a_{i+1}$  и вставить числа  $a_i - a_{i+1}, a_i + a_{i+1}$  на их место в таком порядке. Найдите минимальное количество ходов, которое необходимо сделать, чтобы последовательность  $A$  стала красивой, или сообщите, что это невозможно.

$\gcd(b_1, b_2, \dots, b_n)$  – наибольшее натуральное число  $d$ , которое делит  $b_i$  для всех  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ).

# Дополнительные условия

## Входные данные:

Первая строка входных данных содержит единственное целое число  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^5$ ) — длина последовательности  $A$ .

Вторая строка содержит  $n$  целых чисел, разделенных пробелами,  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ) — элементы последовательности  $A$ .

## Выходные данные:

В первой строке выведите **YES**, во второй строке — количество ходов, если возможно последовательность  $A$  сделать красивой. Иначе просто выведите **NO**.

**Ограничения:** 1 секунда, 256 мегабайт.

# Разбор

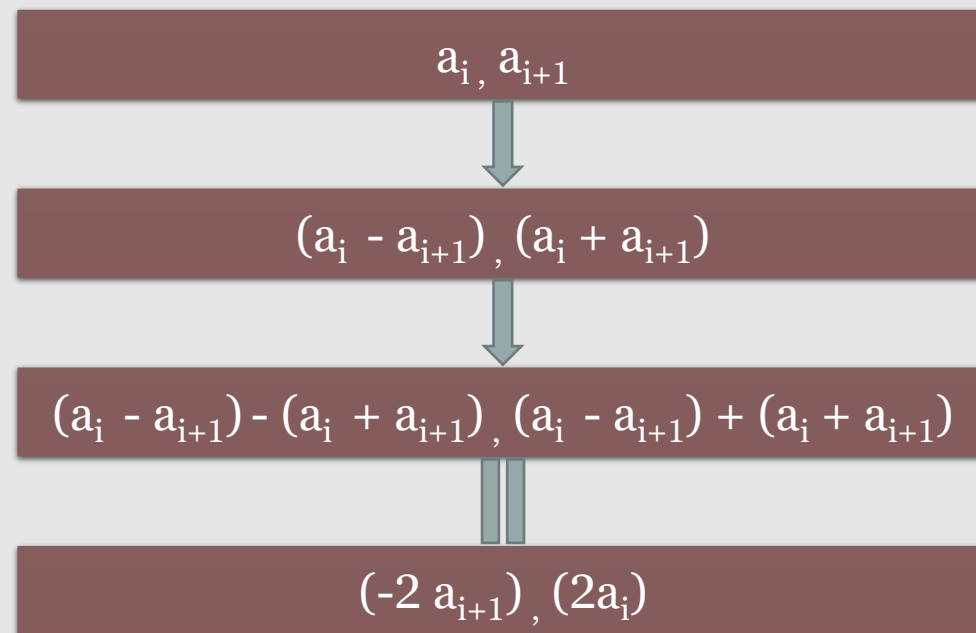
Если **gcd** исходной последовательности больше 1, т.е.  $\text{gcd}(a_1, a_2, \dots, a_n) > 1$ , то ответ **YES** с нулем шагов.

Теперь рассмотрим  $\text{gcd}(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1$ .

После проведения одной операции над  $a_i$  и  $a_{i+1}$ , наш новый **gcd** **D** будет удовлетворять следующему: **D** делит  $(a_i - a_{i+1})$  и  $(a_i + a_{i+1})$ .

После проведения второй операции над  $(a_i - a_{i+1})$  и  $(a_i + a_{i+1})$  — **D** делит  $(-2a_{i+1})$  и  $(2a_i)$ .

Тогда **D** делит  $(2a_i)$  и  $(2a_{i+1})$ .



# Разбор

С помощью вышеприведенных утверждений можно сделать вывод:

$D$  делит  $\gcd(a_1, \dots, 2a_i, 2a_{i+1}, \dots, a_n)$  и  $\gcd(a_1, \dots, 2a_i, 2a_{i+1}, \dots, a_n)$  делит  $2 \gcd(a_1, \dots, a_n) = 2$ .

Подробнее:

$D$  делит  $\gcd(a_1, \dots, 2a_i, 2a_{i+1}, \dots, a_n) = \gcd(2 \gcd(a_i, a_{i+1}), \gcd(a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+2}, \dots, a_n))$ .

$\gcd(2 \gcd(a_i, a_{i+1}), \gcd(a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+2}, \dots, a_n))$  делит

$\gcd(2 \gcd(a_i, a_{i+1}), 2 \gcd(a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+2}, \dots, a_n)) = 2 \gcd(a_1, \dots, a_i, a_{i+1}, \dots, a_n) = 2$ .

Тогда можно сделать вывод, что  $D \leq 2$ .

Это значит, что нам нужна последовательность только из чётных чисел для того, чтобы  $\gcd$  этой последовательности был строго больше 1.

# Разбор

Пусть  $v_1, \dots, v_n$  последовательность, где  $v_i = a_i \% 2$  ( $1 \leq i \leq n$ ). Такая последовательность будет состоять из нулей и единиц, где **1** означает, что число нечётное, а **0** - чётное. За одно действие мы можем заменить пару  $(v_i, v_{i+1})$  на  $(v_i \oplus v_{i+1}, v_i \oplus v_{i+1})$ . Такое преобразование можно получить, если посмотреть, что происходит с чётностью чисел при выполнении операции из условия задачи.

## Преобразования чётности (Ч – чётное число, Н – нечётное число)

1	(Ч, Ч) $\rightarrow$ (Ч - Ч, Ч + Ч) $\rightarrow$ (Ч, Ч)
2	(Ч, Н) $\rightarrow$ (Ч - Н, Ч + Н) $\rightarrow$ (Н, Н)
3	(Н, Ч) $\rightarrow$ (Н - Ч, Н + Ч) $\rightarrow$ (Н, Н)
4	(Н, Н) $\rightarrow$ (Н - Н, Н + Н) $\rightarrow$ (Ч, Ч)

Из таблицы видно, что все возможные пары чисел можно привести к паре чётных чисел за конечное число шагов.

Найдем наименьшее количество действий, необходимых для приведения последовательности  $v_1, \dots, v_n$  к последовательности, состоящей только из нулей.

# Разбор

Оптимальным решением нашей подзадачи будет деление нашей последовательности на минимальное количество подпоследовательностей (ПП), в которых будут только единицы.

Например, из (1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1) получим три ПП: (1, 1, 1), (1), (1, 1).

Покажем, что обратное будет неверно. Предположим, что мы имеем две ПП с длинами **a** и **b**, расстояние между которыми равно **c** (**c** > **0**). Для того чтобы преобразовать обе ПП в одну, необходимо **c** операций. Предположим, что ответ для последовательности длины **k** равен  $f(k) = \lfloor s_i/2 \rfloor + 2 * (s_i \% 2)$ . Тогда нужно просто проверить, что  $c + f(a + b + c) < f(a) + f(b)$ , но при **c** > **0** это условие не выполняется. То есть оптимальное решение было выбрано верно.

# Разбор

Пусть  $s_1, \dots, s_k$  – длины подпоследовательностей, состоящих только из единиц.

Тогда ответ:  $\sum_{i=1}^k \lfloor s_i/2 \rfloor + 2 * (s_i \% 2)$ , так как из пары с одним нечётным числом можно прийти к двум чётным за **2** шага, а из пары с двумя нечётными – за **1** шаг.

# ***Итоговый ответ***

Можно было уже понять, что ответ всегда будет **YES**.

Если для исходной последовательности  $\gcd(a_1, a_2, \dots, a_n) > 1$ , то ответ **YES** с **нулем** шагов.

Если  $\gcd(a_1, a_2, \dots, a_n) = 1$ , то ответ **YES** с  $\sum_{i=1}^k \lfloor s_i/2 \rfloor + 2 * (s_i \% 2)$  шагов, где  $s_1, \dots, s_k$  — длины подпоследовательностей, состоящих только из единиц.