天津大学

第二章计算实习题 1、2、3

学　　院 计算机科学与技术

专　　业 计算机科学与技术

年　　级 2012 级

姓　　名 王雨滕

学　　号 3012216083

2015 年 4 月 20 日

1. 实验内容

1) 已知函数在下列各点的值为

x_i 0. 2 0. 4 0. 6 0. 8 1.0

$f(x_i)$ 0. 98 0. 92 0. 81 0. 64 0. 38

试用 4 次牛顿插值多项式 $P_4(x)$及三次样条函数 S(x)(自然边界条件)对数据进行插值．用图给出{(x_i，y_i)，x_i=0.2+0. 08i,i=0,1,11,10}，$P_4(x)$及 S(x).

2) 在区间[-1，1]上分别取 n=10、20 用两组等距节点对龙格函数 $f(x)=\frac{1}{1+25x^2}$ 作多项式插值及三次样条插值,对每个 n 值,分别画出插值函数及 f(x)的图形。

3) 下列数据点的插值

x 0 1 4 9 16 25 36 49 64

y 0 1 2 3 4 5 6 7 8

可以得到平方根函数的近似,在区间[0,64]上作图:

(1) 用这九个点作 8 次多项式插值 L8（x）

(2) 用三次样条（第一边界条件）程序求 S（x）

从得到结果看在[0,64]上,哪个插值更精确；在区间[0,1]上,哪个插值更精确?

2. 实验原理

1) 数学模型

分别用牛顿插值法、三次样条插值法、拉格朗日多项式插值法，在计算机上对以上三道题进行模拟计算。

2) 实现方法

对于每道题，先对取得的点对（x,fx）做不同插值处理，得到对应插值函数。然后，代入 Xi 点进行验证并记录插值得到的点对（xi,yi)。在 excel 中绘制成函数图像，将由不同方法得到插值函数和原函数绘制成的图形进行对比。

3. 实验环境

软件：Codeblocks13.12
程序语言：C++

4. 实验结果及分析

1) 实验结果数据

所有数据已于附件 data1.xlsx、data2.xlsx、data3.xlsx 中，以下为第二题中 n=10 情况下的数据结果示例：

```
xi        yi    (i from 0 to 20 三次样条插值, n=10)
-1.0000   0.0385
-0.9000   0.0472
-0.8000   0.0588
-0.7000   0.0748
-0.6000   0.1000
-0.5000   0.1400
-0.4000   0.2000
-0.3000   0.2974
-0.2000   0.5000
-0.1000   0.8205
0.0000   1.0000
0.1000   0.8205
0.2000   0.5000
0.3000   0.2974
0.4000   0.2000
0.5000   0.1400
0.6000   0.1000
0.7000   0.0748
0.8000   0.0588
0.9000   0.0472
1.0000   0.0385
```

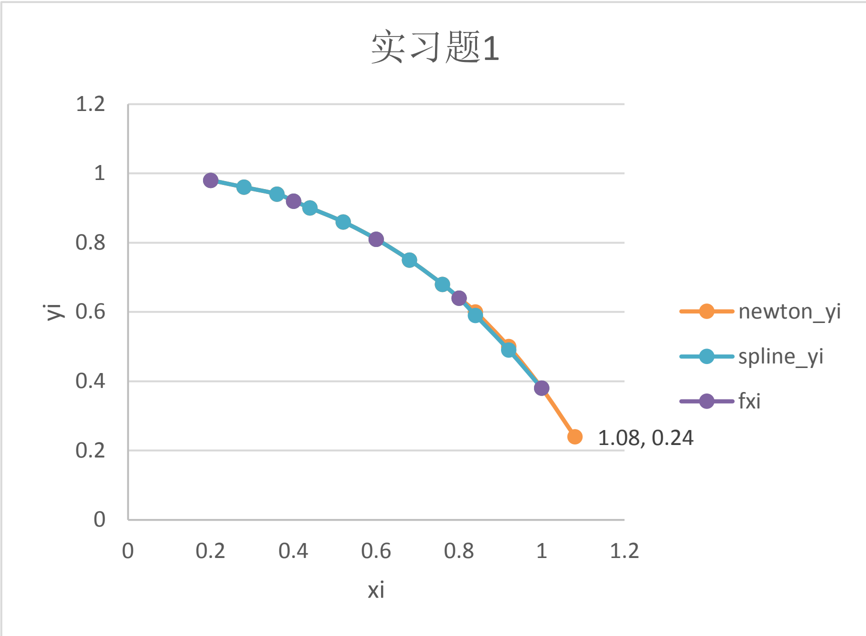
例 1：题 2 中 n=10 的情况下，三次样条插值得到的（xi,yi）程序结果。

n=10				
xi	longe_yi	spline_yi	lagrange_yi	newton_yi
-1	0.0385	0.0385	0.0385	0.0385
-0.9	0.0471	0.0472	1.5787	1.5787
-0.8	0.0588	0.0588	0.0588	0.0588
-0.7	0.0755	0.0748	-0.2262	-0.2262
-0.6	0.1	0.1	0.1	0.1
-0.5	0.1379	0.14	0.2538	0.2538
-0.4	0.2	0.2	0.2	0.2
-0.3	0.3077	0.2974	0.2353	0.2353
-0.2	0.5	0.5	0.5	0.5
-0.1	0.8	0.8205	0.8434	0.8434
0	1	1	1	1
0.1	0.8	0.8205	0.8434	0.8434
0.2	0.5	0.5	0.5	0.5
0.3	0.3077	0.2974	0.2353	0.2353
0.4	0.2	0.2	0.2	0.2
0.5	0.1379	0.14	0.2538	0.2538
0.6	0.1	0.1	0.1	0.1
0.7	0.0755	0.0748	-0.2262	-0.2262
0.8	0.0588	0.0588	0.0588	0.0588
0.9	0.0471	0.0472	1.5787	1.5787
1	0.0385	0.0385	0.0385	0.0385

例 2：题 2 中 n=10 的情况下，不同的 xi 和原龙格函数得到的 yi、三次样条插值得到的 yi、拉格朗日插值得到的 yi、以及多出题目要求做的牛顿插值得到的 yi 的数据记录。

2) 生成的函数曲线对比

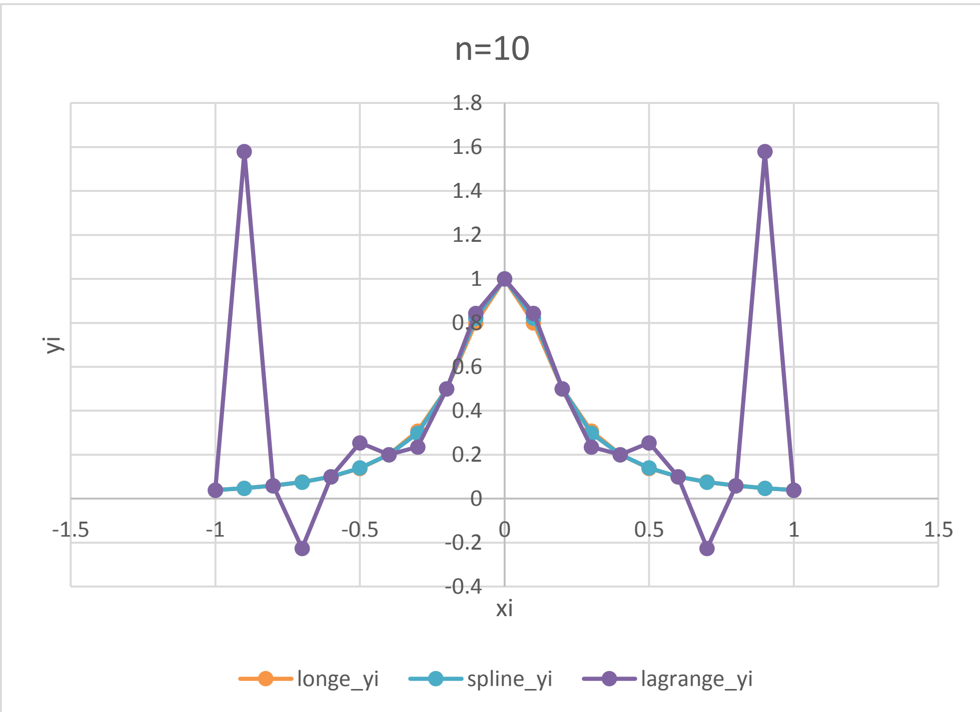
(1) 第一小题：



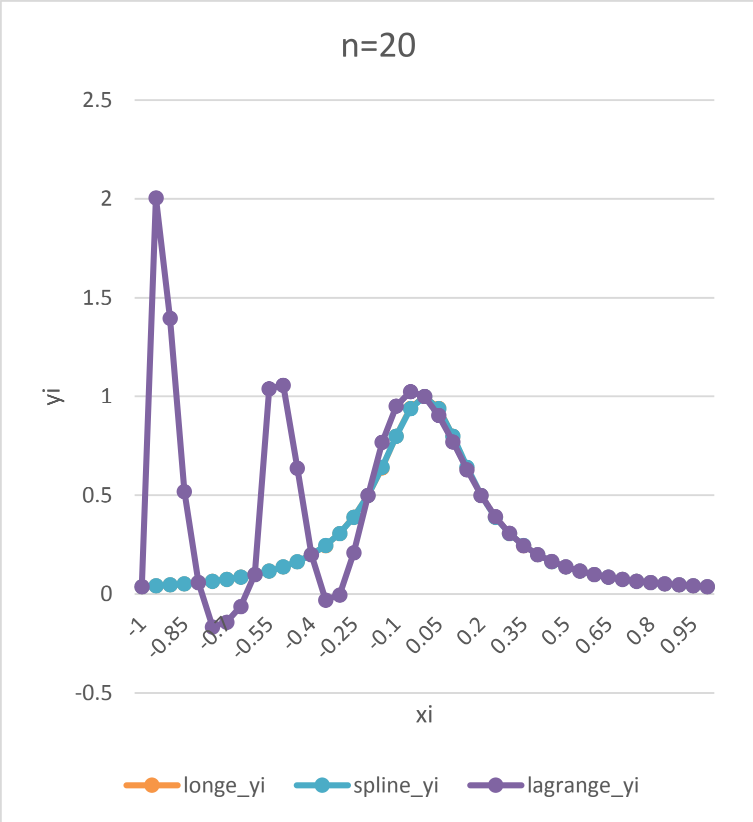
题 1：图中紫色的点为题中给出的点对。

分析：由此结果看出无论是 4 次牛顿插值多项式还是三次样条函数得到的插值结果都比较符合原函数的情况，偏差符合可接受范围。

(2) 第二小题：



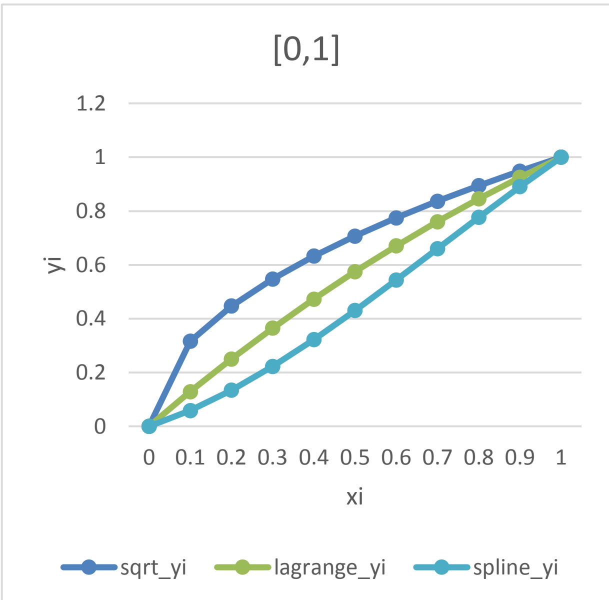
题 2：当 n=10 时三次样条插值和拉格朗日插值与得到的结果和原龙格函数对比。



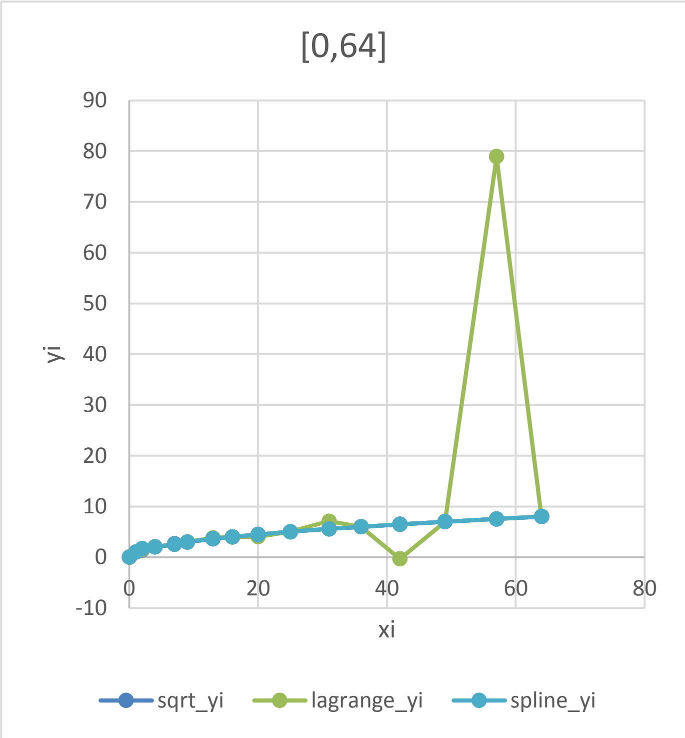
题 2：当 n=20 时三次样条插值和拉格朗日插值与得到的结果和原龙格函数对比。

分析:由以上两图可看出无论是 n=10 还是 n=20 的情况下，三次样条插值结果和龙格函数结果几乎没有偏差，而拉格朗日多项式的插值结果却不那么理想。这是因为拉格朗日多项式在进行高次插值时会出现病态，出现较大波动而与函数 f(x)偏离很远。因此，通常不用 L(x)进行高次插值，而用于分段低次插值。

(3) 第三小题：



题 3：在区间[0,1]上拉格朗日插值和三次样条插值得到结果与原平方根函数进行对比



题 3：在区间[0,64]上拉格朗日插值和三次样条插值得到结果与原平方根函数进行对比

分析:由以上两图可看出在区间[0,1]上拉格朗日多项式的插值结果更精确，而在区间[0,64]上三次样条结果更精确。

5. 实验总结

通过本次实验，更加深刻的理解和掌握了各种方法进行插值的基本过程，并通过不同情况下的对比，了解到不同的多项式进行插值时的优缺点，以便自己在以后使用多项式进行插值时能够更加合理的选择。

虽然用 c++做出来的效果比起 matlab 差了很多，但是自己通过编程实现插值内部的细节，已经对每种插值的数学方法有了更深的理解。

每次动手编程实现并掌握知识的过程都是一次更深入学习的实践机会，应该好好珍惜。