电 路 基 础

空间科学与技术学院
贾 静

1.7 受控源

- 教学内容：受控源的含义及模型
- 教学要求：理解受控源与独立源的区别

  会分析、计算含受控源电路

1.7.1 受控源的定义

电源 $\begin{cases} \text{独立电源} \\ \text{非独立电源，常称为受控源(Controlled Source)} \end{cases}$

为了描述一些电子器件内部的一种受控的物理现象，在电路模型中常包含另一类电源—受控源。

受控电源是由电子器件抽象出来的一种电路模型，简称受控源，又称非独立源。受控电压源的电压受其他支路电压或电流的控制。受控电流源的电流受其他支路的电压或电流的控制。它们和独立电源一样，除了有数值的大小外，还有方向或极性。

晶体管、运算放大器、变压器等电子器件都可以用受控源来表示。

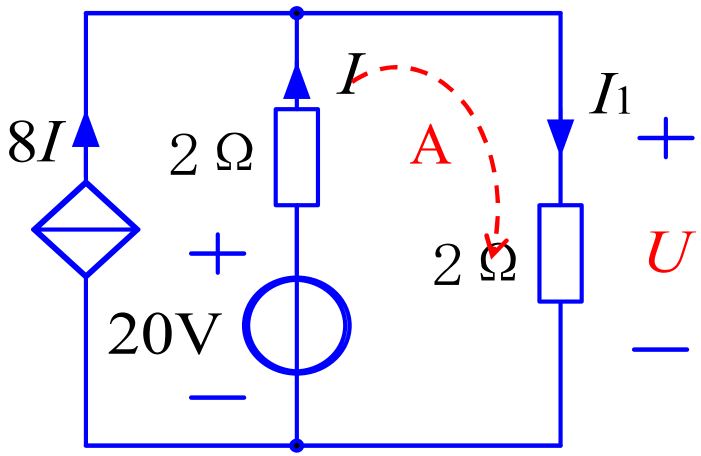
受控源是指大小方向受电路中其它地方的电压或电流控制的电源。

一、四种受控源

受控电压源
- 电压控制电压源(Voltage Controlled Voltage Source，简记VCVS)
- 电流控制电压源(Current Controlled Voltage Source，简记CCVS)

受控电流源
- 电压控制电流源(Voltage Controlled Current Source，简记VCCS)
- 电流控制电流源(Current Controlled Current Source，简记CCCS)

例1 如图电路，求电压U和受控源提供的功率。



解：

① 由KCL，得 $I_1 = 8I + I = 9I$

② 在回路A利用KVL列方程为

$$2I + U - 20 = 0$$

利用OL，有

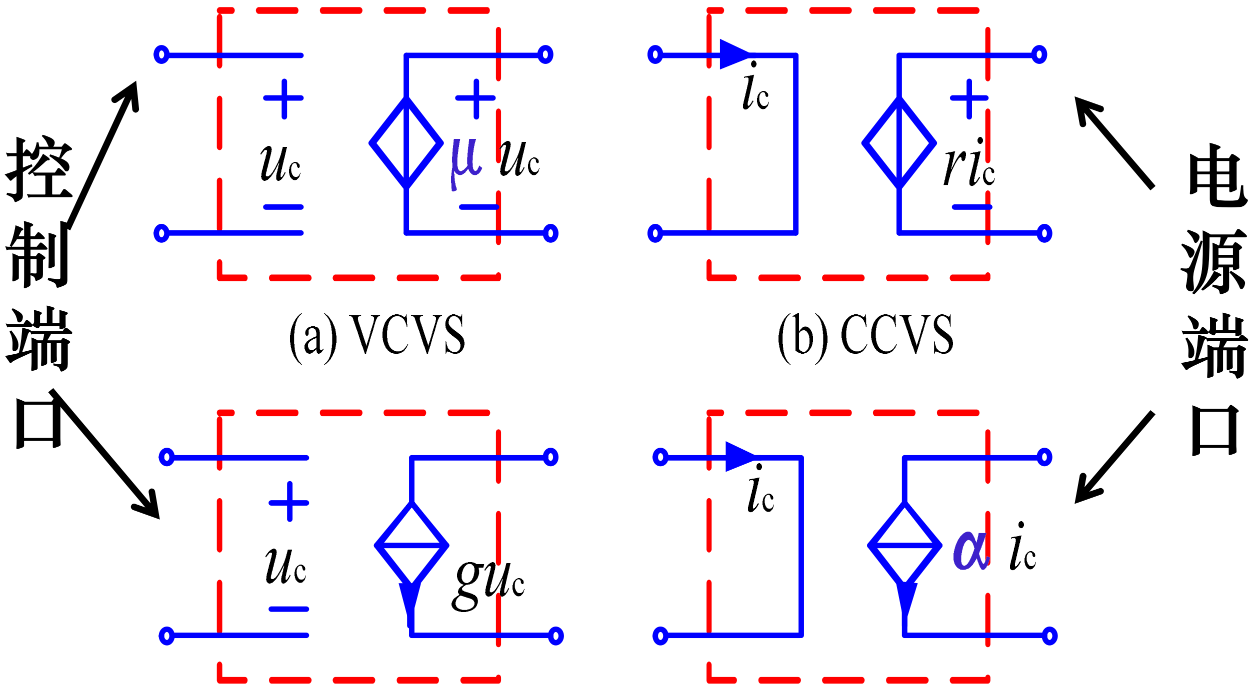
$$U = 2I_1 = 18I$$

解上两式得， $U = 18\text{V}$

受控源提供的功率 $P=8IU=144\text{W}$

受控源提供功率

二、四种受控源的电路模型



(a) VCVS (b) CCVS (c) VCCS (d) CCCS

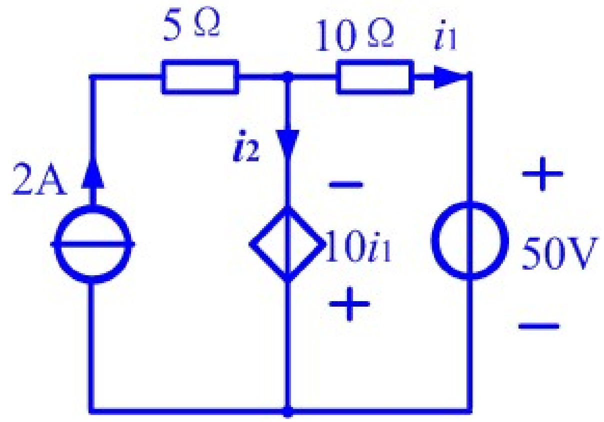
注意：受控源是双口元件(电源端口和控制端口)。

线性时不变受控源

其中，控制系数μ、α无量纲，r的单位是Ω，g的单位为S。

受控源是双口元件，本质上和电源不同，VAR和电源类似。

例2 求图示电路中各支路电流和受控源发出的功率。



解：由KVL可得： $10i_1 + 50 + 10i_1 = 0$

$$\Rightarrow \quad i_1 = -2.5\text{A}$$

由KCL可得： $i_2 = 2 - i_1 = 4.5\text{A}$

受控源发出的功率为：

$$P_3 = 10 i_1 i_2 = -25 \times 4.5 = -112.5\text{W}$$

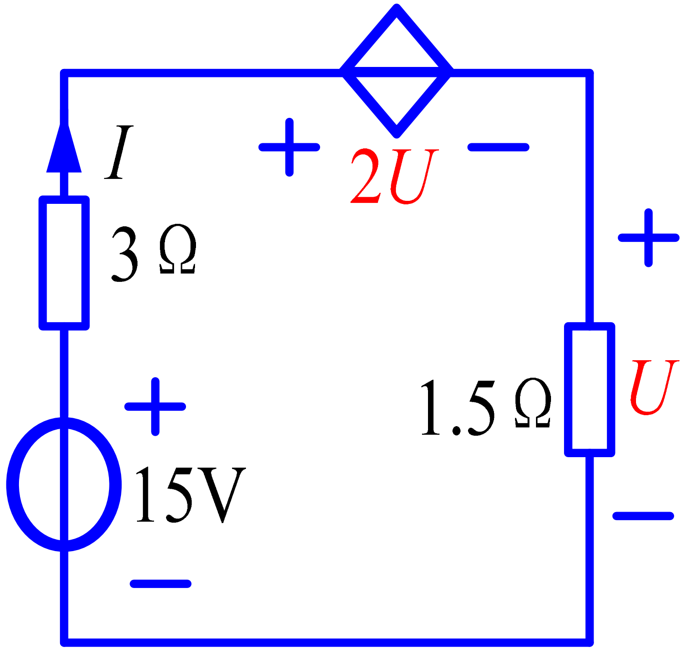
受控源吸收功率

由此例1和例2看出：受控源可以吸收功率，也可以提供功率。

单选题 1分

设置

如图所示电路，则电压U=______V



A 0

B 1

C 2

D 3

提交

三. 说明

1) 独立源与受控源是两个本质不同的物理概念。独立源在电路中起着“激励”的作用，而受控源不是激励源。

2) 分析受控源与分析独立源的方法相同。

3) 受控源和独立源都属于有源器件，他们能够向外提供功率。

五、 思考

受控源与独立源的异同点是什么?

受控源在电路分析中如何处理?

受控源在电路中是有源元件吗?

受控源是双口网络，在电路中提供的功率如何计算?

1.8 电路等效

➢教学内容：

电路等效的概念

电阻串并联等效以及分压分流公式

电阻三角形连接与星型连接转换

含受控源电路的等效

➢ 教学要求：

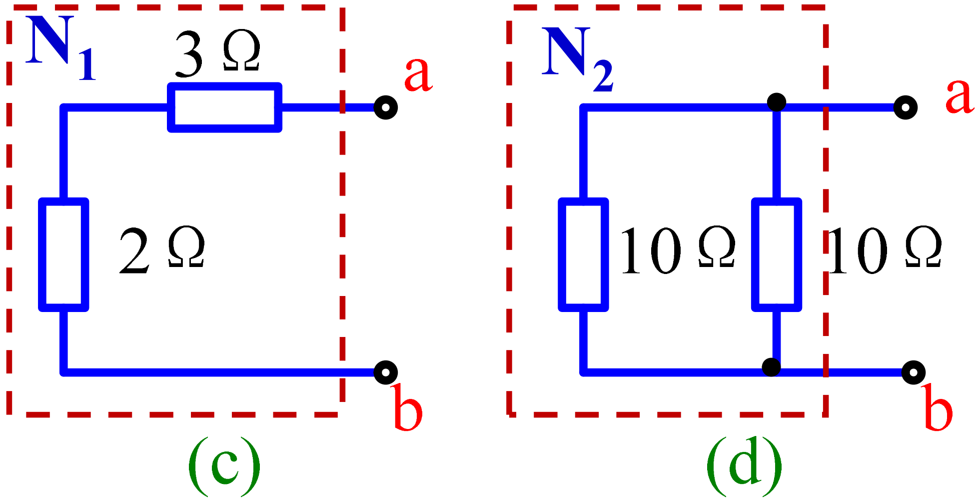
熟练掌握电阻串并联等效

熟练掌握含受控源电路的等效

1.8.1 电路等效的定义

电路理论中，等效的概念及其重要。利用它可以简化电路分析。

若二端电路N_1与N_2的外部端口处(u，i)具有相同的电压电流关系（VCR），则称N_1与N_2相互等效。

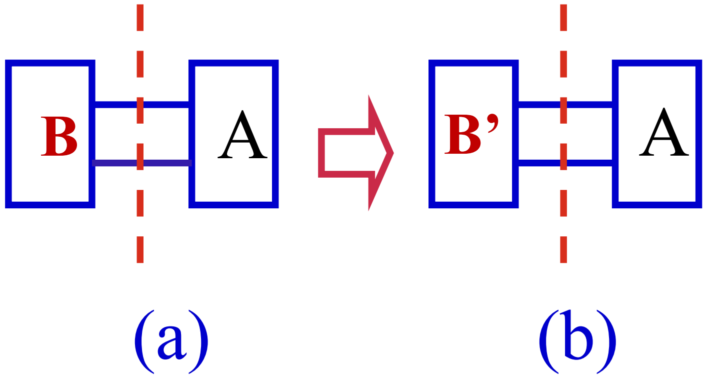


图中两个结构并不相同的电路，但对于外部a、b端口而言，两电路端口处的VCR相同，$u=5i$。

西安电子科技大学
XIDIAN UNIVERSITY

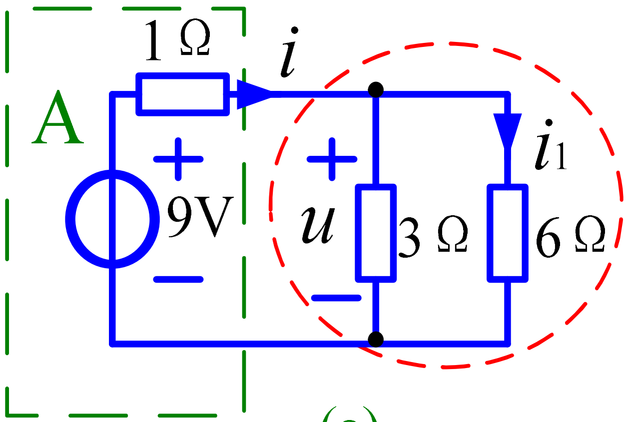
1.8.2 电路等效的含义

对任何电路A，如果用B’代B后，能做到A中的电流、电压、功率不变，则称B’与B等效。

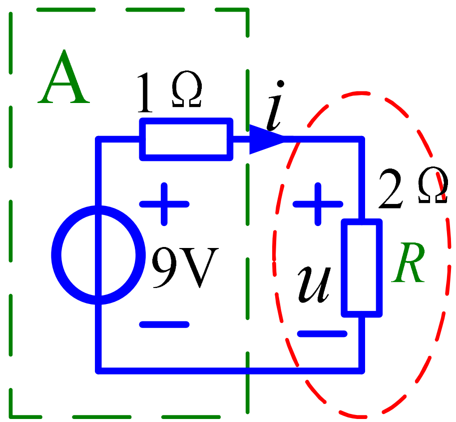


或者说，若B’与B等效，则用图(b) 求A中的电流、电压、功率与用图(a) 求A中的电流、电压、功率的效果完全一样。

例2 如图(a)电路，求电流 i 和 i_1。



(a)



(b)

解：首先求电流i。R=3//6 = 2Ω

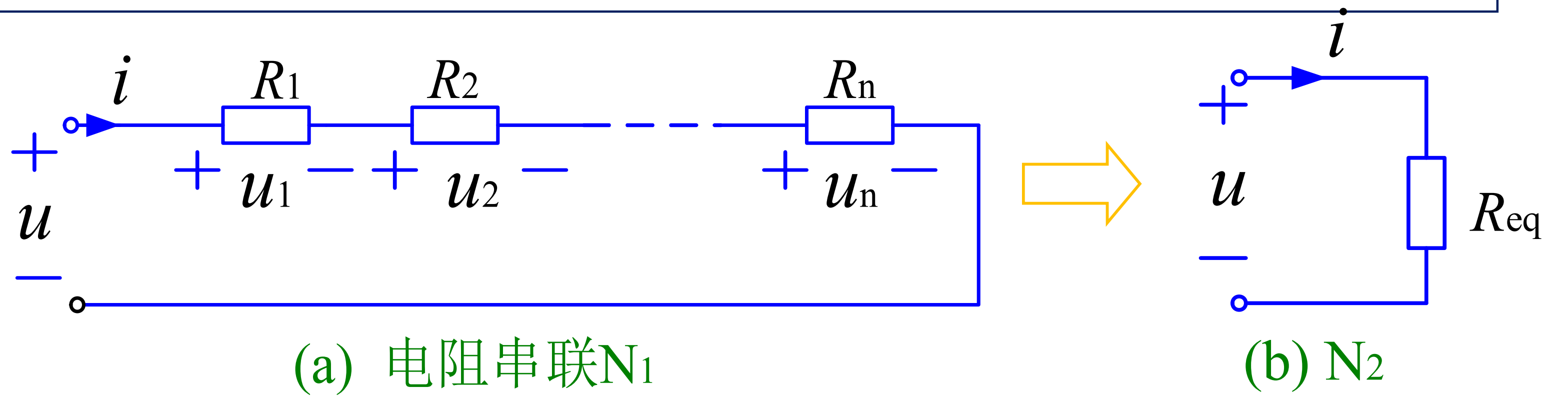
如图(b)所示。故电流 $i = 9/(1+R) = 3\text{(A)}$

$$u = R\,i = 2\times3 = 6\text{(V)}$$

再回到图(a)，得$i_1 = u/6 = 1\text{(A)}$

1.8.3 电阻串联等效

电阻串联的特征：流过各电阻的电流是同一电流。



对N_1根据KVL和OL，其端口伏安特性：

$$u = u_1 + u_2 + \cdots + u_n = (R_1 + R_2 + \cdots + R_n)i$$

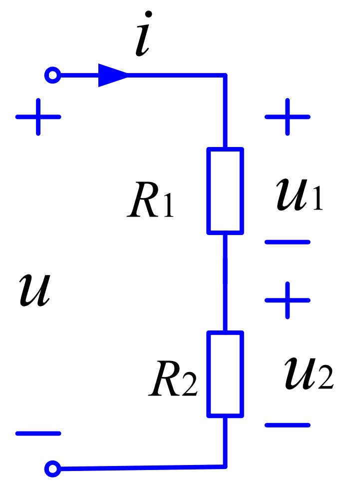
对N_2，其端口伏安特性为： $u = R_{eq} i$

根据等效定义，N_1与N_2的伏安特性完全相同，从而得：

①串联电阻等效公式： $Req = R_1 + R_2 + \ldots\ldots + R_n$

②串联电阻分压公式： $u_k = R_k i = \dfrac{R_k}{R_{eq}} u \qquad k = 1,2,\ldots,n$

例：如图所示两个电阻R_1、R_2串联的电路。



各自分得的电压u_1、u_2分别为：

$$u_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} u \quad , \quad u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

电阻R_1、R_2的功率为：

$$P_{R1} = R_1 i^2 \quad , \quad P_{R2} = R_2 i^2$$

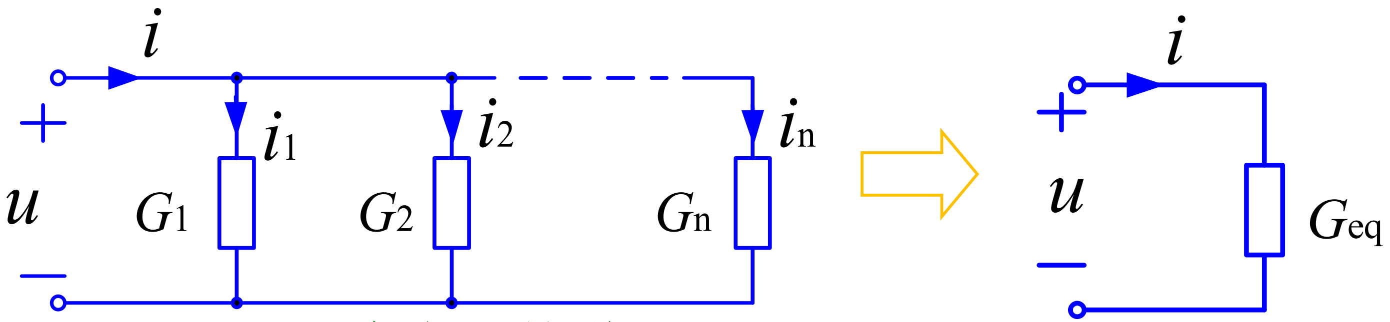
故有

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{R_1}{R_2} \quad , \quad \frac{P_{R1}}{P_{R2}} = \frac{R_1}{R_2}$$

对电阻串联，电阻值越大者分得的电压大，吸收的功率也大。

1.8.4 电阻的并联等效

电阻并联的特征：各电阻两端的电压是同一电压。



(a)　N个电阻并联　　　　(b) N2

对N_1，根据KCL和OL，其端口伏安特性：

$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_n = (G_1 + G_2 + \cdots + G_n)u$$

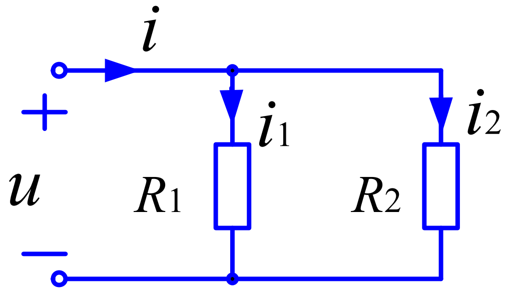
对N_2，其端口伏安特性为： $i = G_{eq}u$

根据等效定义，N_1与N_2的伏安特性完全相同，从而得：

①并联电导等效公式： $G_{eq} = G_1 + G_2 + \ldots\ldots + G_n$

②并联电阻分流公式： $i_k = G_k u = \dfrac{G_k}{G_{eq}} i \qquad k = 1,2,\ldots,n$

例：如图所示两个电阻R_1、R_2并联的电路。



等效电阻 $$R_{eq}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

电阻R_1、R_2分得的电流 i_1、i_2分别为：

$$i_1=\frac{G_1}{G_1+G_2}i=\frac{R_2}{R_1+R_2}i,\quad i_2=\frac{G_2}{G_1+G_2}i=\frac{R_1}{R_1+R_2}i$$

电阻R_1、R_2的功率为：$P_{R1}=G_1u^2$，$P_{R2}=G_2u^2$

故有 $$\frac{i_1}{i_2}=\frac{G_1}{G_2}=\frac{R_2}{R_1}\quad,\quad\frac{P_{R1}}{P_{R2}}=\frac{G_1}{G_2}=\frac{R_2}{R_1}$$

对电阻并联，电阻值越大者分得的电流小，吸收的功率也小。

1.8.5 混联等效

既有串联又有并联的电路称为电阻混联电路。

如何判断串并联?

(1) 看电路的结构特点

①若两电阻是首尾相联且中间又无分岔，就是串联；

②若两电阻是首首相联尾尾相联，就是并联。

(2)看电压、电流关系

①若流经两电阻的电流是同一个电流，就是串联；

②若施加到两电阻的是同一电压，该两电阻就是并联。

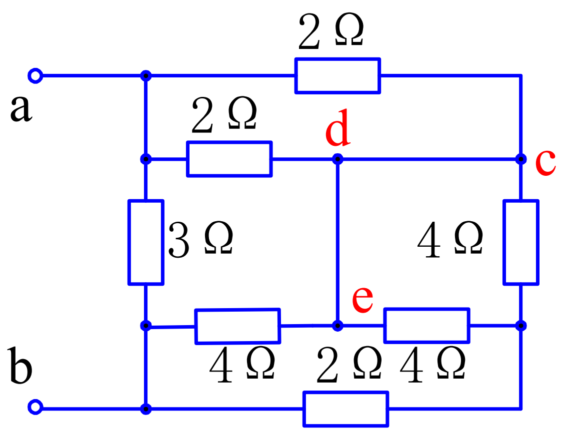
(3) 变形等效

在保持电路连接关系不变的情况下，对电路作变形等效。即对电路作扭动变形，如对短路线进行任意压缩与伸长等。

既有串联又有并联的电路称为电阻混联电路。

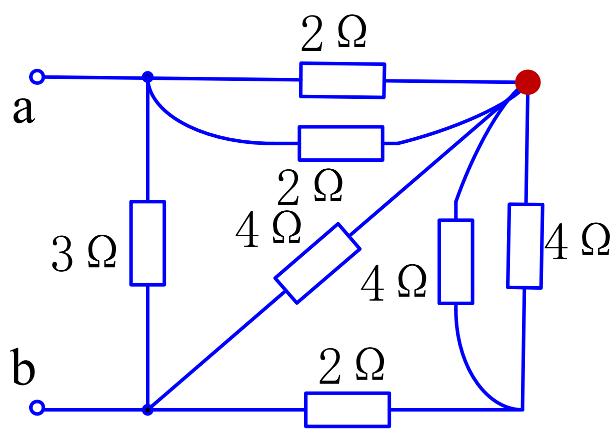
例：如图电路，求ab的等效电阻R_{eq}。

$$R_{ab} = 1.5\Omega$$



(a)

cde合1

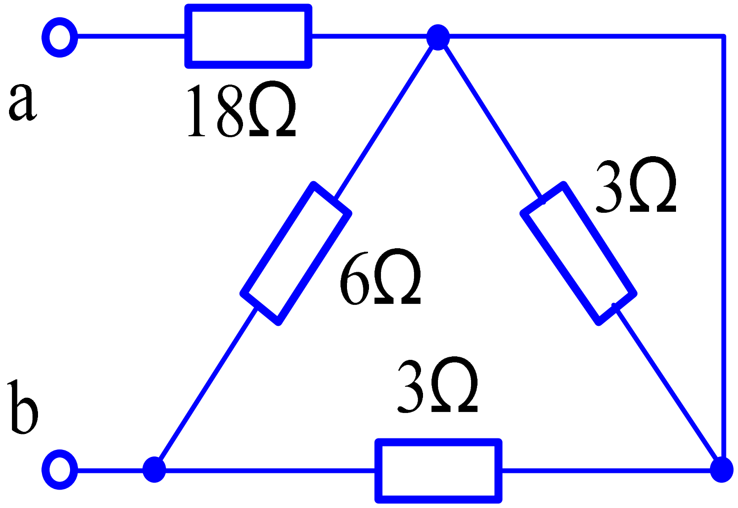


(b)

单选题 1分

设置

如图所示电路，ab端口的等效电阻Rab= ______Ω



A 20

B 24

C 21

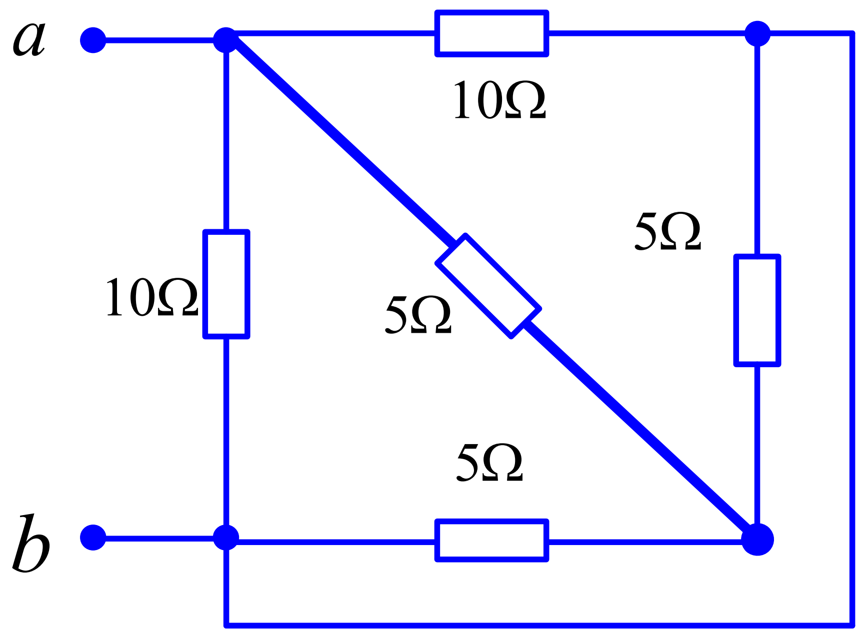
D 19

提交

单选题 1分

设置

如图所示电路，ab端口的等效电阻Rab= ______Ω



A 1

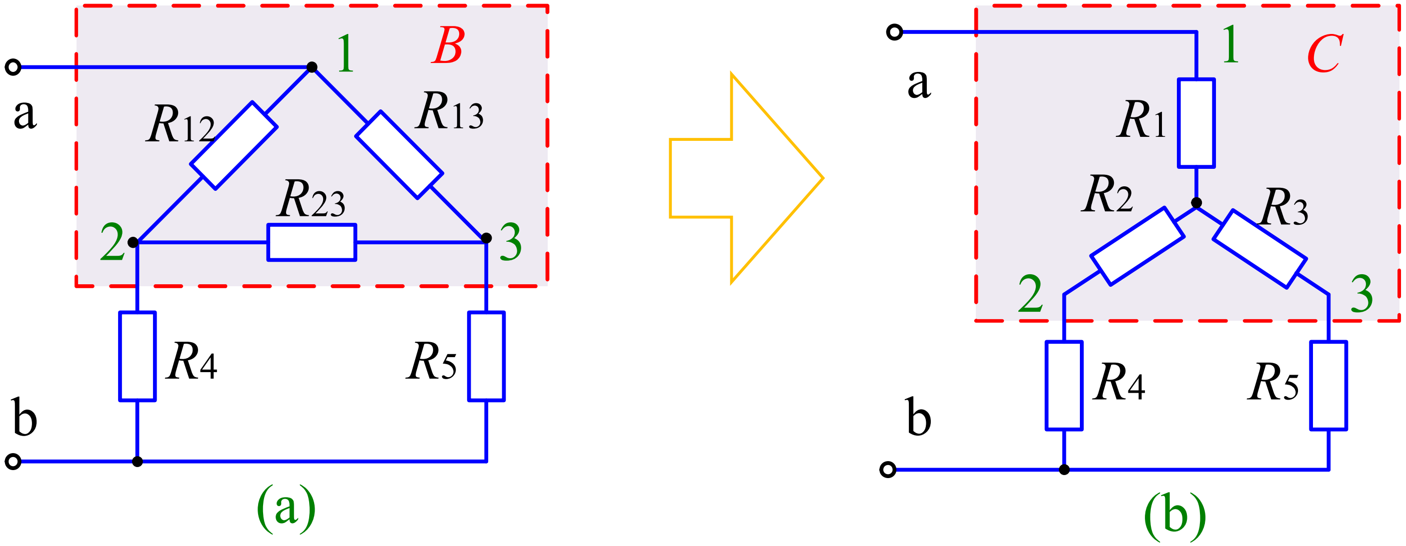
B 2

C 3

D 4

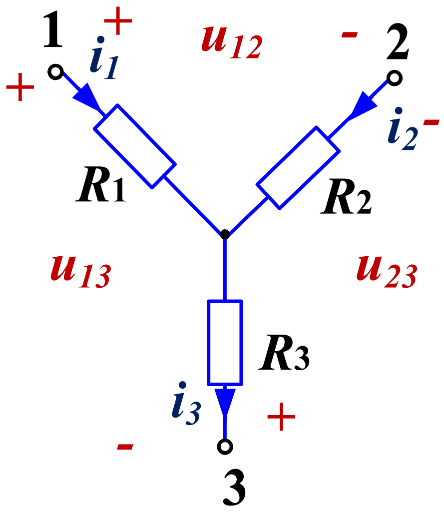
提交

1.8.6 △形与Y形连接的等效

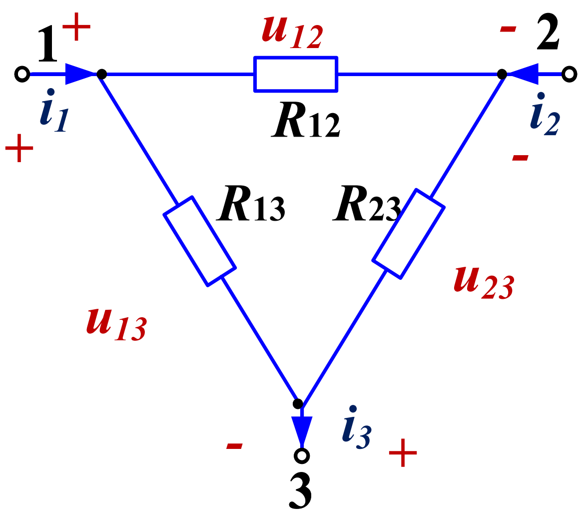


- **电路(*a*)三个电阻$R_{12}R_{13}$ R_{23}的连接结构称为△(或π/三角形)形电路；**
- **电路(*b*)三个电阻R_1R_2 R_3的连接结构常称为Y(或T、或星)形电路。**

若能将电路(*a*)中的B电路等效替换为电路(*b*)中C电路，则由电阻串并联公式很容易求得*ab*端的等效电阻。



(a)Y形电阻电路



(b)△形电阻电路

由KCL/KVL

$$i_3 = i_1 + i_2$$

$$u_{12} = u_{13} - u_{23}$$

显然3个电流和3个电压中各有两个是相互独立的。

由图(a)，根据KVL，有

$$u_{13} = R_1 i_1 + R_3 i_3 = (R_1 + R_3)\, i_1 + R_3\, i_2 \qquad (1)$$

$$u_{23} = -R_2 i_2 - R_3 i_3 = -R_3\, i_1 - (R_2 + R_3)\, i_2 \qquad (2)$$

由图(b)，根据OL和KCL，有

$$i_1 = u_{13}/R_{13} + u_{12}/R_{12} = (1/R_{13} + 1/R_{12})\, u_{13} - (1/R_{12})\, u_{23} \qquad (3)$$

$$i_2 = -u_{23}/R_{23} - u_{12}/R_{12} = -(1/R_{12})\, u_{13} - (1/R_{23} + 1/R_{12})\, u_{23} \qquad (4)$$

联立求解式(3)(4)得

$$u_{13} = \frac{R_{23}(R_{12}+R_{23})}{R_{12}+R_{13}+R_{23}} i_1 + \frac{R_{13}R_{23}}{R_{12}+R_{13}+R_{23}} i_2 \quad (5)$$

$$u_{23} = \frac{R_{13}R_{23}}{R_{12}+R_{13}+R_{23}} i_1 + \frac{R_{23}(R_{12}+R_{13})}{R_{12}+R_{13}+R_{23}} i_2 \quad (6)$$

$$u_{13} = (R_1 + R_3)\, i_1 + R_3\, i_2 \quad (1)$$

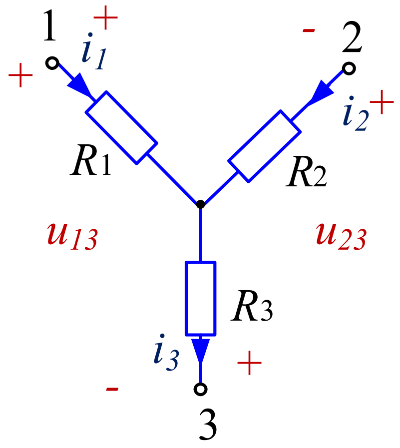
$$u_{23} = R_3\, i_1 + (R_2 + R_3)\, i_2 \quad (2)$$

(5)(6)与式(1)(2)分别相等时可推导等效公式。

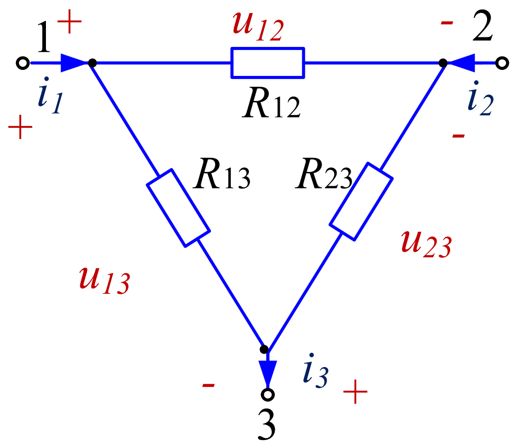
$$R_1 = \frac{R_{31}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$



(a)Y形电阻电路



(b)△形电阻电路

$$R_{12} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3}$$

$$R_{23} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1}$$

$$R_{31} = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2}$$

△形与Y形电路互换公式

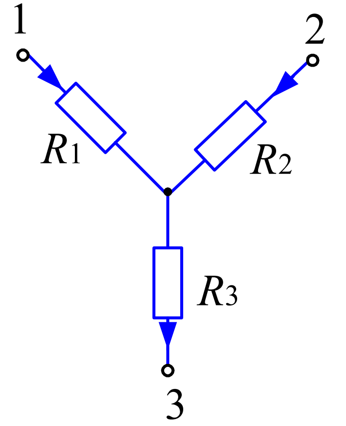
①已知△形连接的三个电阻来确定等效Y形连接的三个电阻的公式为：

$$Y形电阻R_i = \frac{\Delta中与i节点连接的两电阻乘积}{\Delta中所有电阻之和}$$

$$R_1 = \frac{R_{31}R_{12}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12}+R_{23}+R_{31}}$$



(a) Y形电阻电路

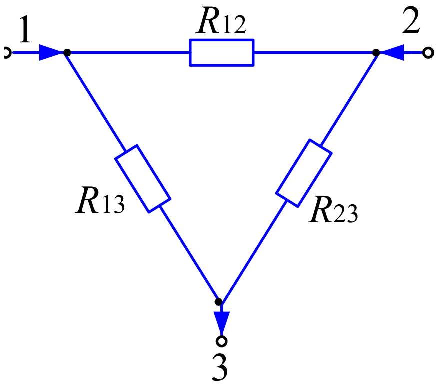
②已知Y形连接的三个电阻来确定等效三角形连接的三个电阻的公式为：

$$\Delta形电阻R_{ij} = \frac{Y中两两电阻乘积之和}{Y中不与i,j相连接的电阻}$$

$$R_{12} = \frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_3}$$

$$R_{23} = \frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1}$$

$$R_{31} = \frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_2}$$

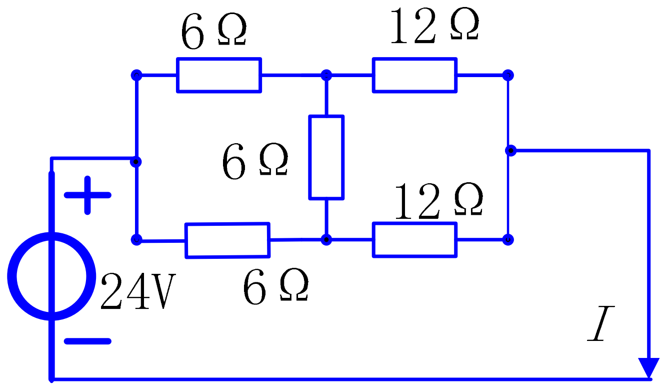


(b) △形电阻电路

③若Y形电路三个电阻相等，$R_1=R_2=R_3=R_Y$，则其等效Δ电路电阻也相等$R_{12}=R_{23}=R_{13}=R_\Delta$。其关系为

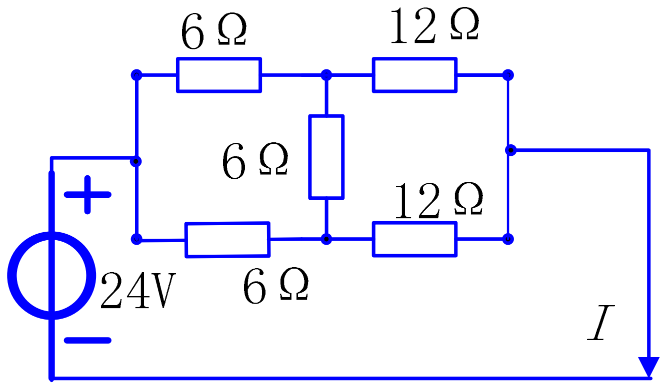
$$R_\Delta = 3R_Y$$

例1 求图中电流*I*

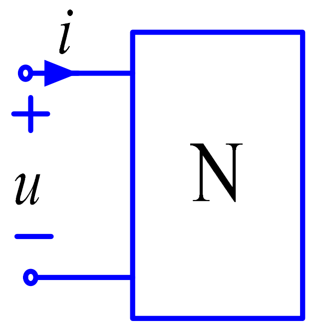


1.8.6 △形与Y形连接的等效

例1 求图中电流I



1.8.7 含受控源电路(无独立源)的等效

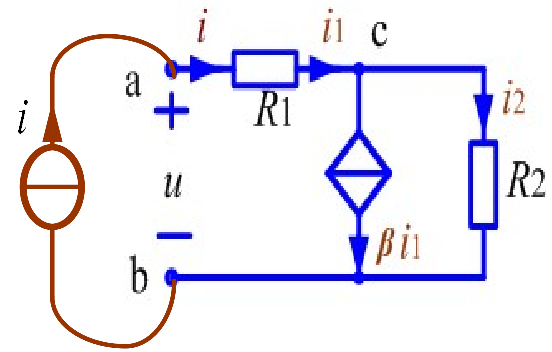


图示电路N为含有受控源但不含独立源的电路。

- 只包含电阻和受控源的一端口网络N，对外可以等效为一个电阻。若此端口是输入端口，则此电阻称为输入电阻；若此端口为输出端口，则此电阻称为输出电阻。
- 如图所示，u、i参考方向关联，则其端口等效电阻可定义为：

$$\boxed{R_{eq} = \frac{u}{i}}$$

例1 求图示电路ab端的等效电阻R_{ab}。



解： 求端口的伏安特性

在c点，根据KCL，有：

$$i_2 = i_1 - \beta i_1 = i - \beta i_1 = (1-\beta) i$$

由KVL，有 $u = R_1 i_1 + R_2 i_2 =$

$$R_1 i + R_2(1-\beta) i = [R_1 + R_2(1-\beta)]\, i$$

故 $R_{ab} = u/i = R_1 + R_2(1-\beta)$

若$R_1 = R_2 = 10\Omega$， $\beta = 4$，则$R_{ab} = -20\ \Omega$

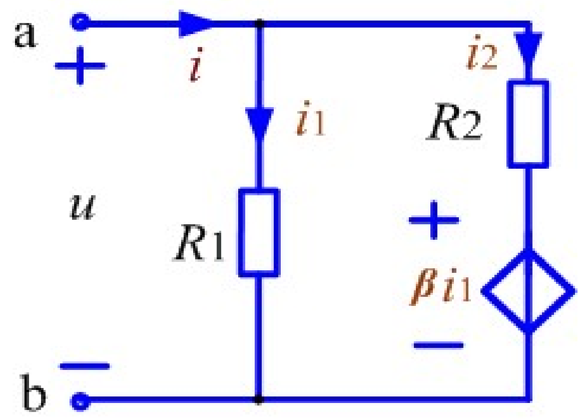
若$R_1 = R_2 = 10\Omega$， $\beta = 2$，则$R_{ab} = 0\ \Omega$

若$R_1 = R_2 = 10\Omega$， $\beta = 1$，则$R_{ab} = 10\ \Omega$

等效电阻为0，此时a、b短路。

注意：含受控源电路N的等效电阻可以为正值、负值或零。

例2 求图示电路ab端的等效电阻R_{ab}。



解：求等效电阻R_{ab}。设在端口施加电流 i ，由KCL、 KVL、欧姆定律可知

$$i_1 = u / R_1,\ u = R_2 i_2 + \beta i_1, i = i_1 + i_2$$

可得

$$i = \frac{R_1 + R_2 - \beta}{R_1 R_2} u$$

于是

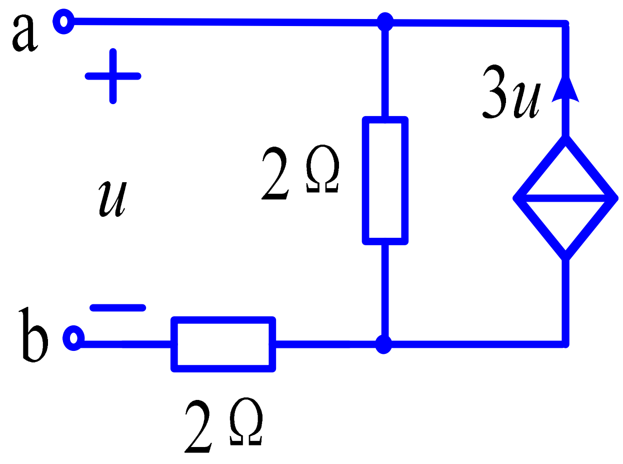
$$\boxed{R_{ab} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 - \beta}}$$

如果$\beta = R_1 + R_2$， i =0， R_{ab}=∞, 此时a、b开路。

单选题 1分

设置

如图所示电路，ab端口的等效电阻R_{ab}=________Ω



A **0.8**

B **-0.8**

C **0.4**

D **-0.4**

提交

四、小结与思考

如何求不含独立源的一端口网络的等效电阻?

包含电阻和受控源 的一端口网络可以等效成什么?

三端子网络等效如何理解?

电阻的Δ形与Y形电路相互等效有什么用?

两电路等效必须满足什么条件?

等效的对象、等效的目的又是什么?