



□ 学习内容

- 等势面、电场强度和电势的微分关系
- 导体、导体的静电平衡
- 静电平衡时导体的电荷分布
- 静电屏蔽

仅供探讨，请勿上传网络



10-6 等势面 电场强度和电势的关系

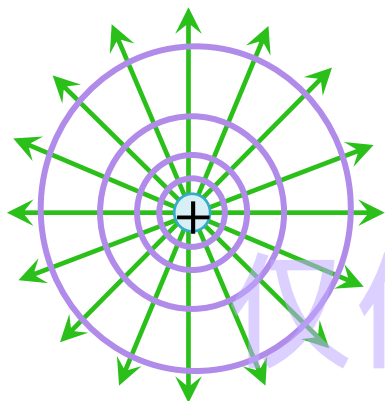


西安电子科技大学
XIDIAN UNIVERSITY

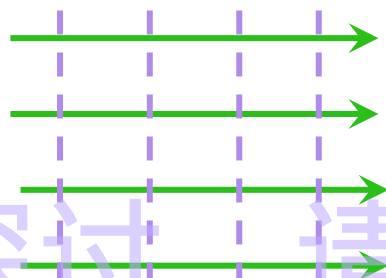
等势面 (描绘电势的空间分布)

1. 等势面 在电场中电势相等的点所连成的曲面

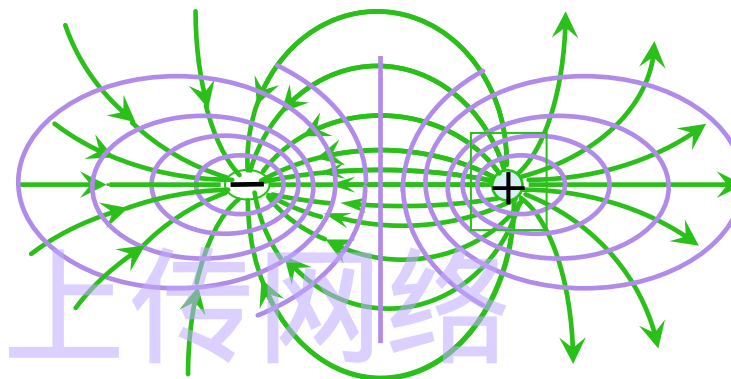
规定：相邻等势面之间电势差相等



(点电荷)



(无限大平面)



(电偶极子)





2. 等势面的性质

(i) 沿等势面移动电荷 q_0 ，静电力做功为零

$$A_{ab} = \int_a^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_0 \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = q_0 (u_a - u_b) = 0$$

(ii) 等势面与电力线互相垂直 $\vec{E} \perp$ 等势面

(iii) 规定相邻两等势面的电势差相等

等势面密集——电场较强

等势面稀疏——电场较弱

(iv) 电场强度的方向总是指向电势降低的方向



电场强度和电势的微分关系

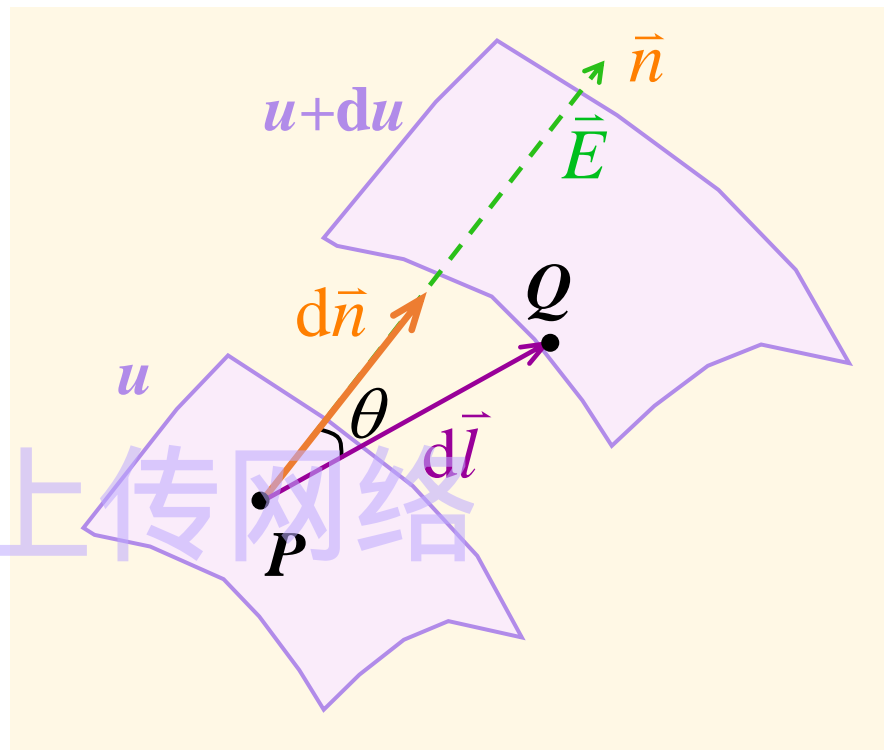
取两个相邻的等势面，等势面法线方向为 \vec{n} ，设 \vec{E} 的方向与 \vec{n} 相同，
将点电荷从 P 移到 Q ，电场力做功为：

$$\begin{cases} dA = q\vec{E} \cdot d\vec{l} = qE \cos \theta dl = qEdn \\ dA = q[u - (u + du)] = -qdu \end{cases}$$



$$E \cos \theta dl = Edn = -du$$

$$E = -\frac{du}{dn}$$





$$E = -\frac{du}{dn}$$

任意一场点处电场强度的大小等于沿过该点等势面法线方向上电势的变化率，负号表示电场强度的方向指向电势降低的方向。

另一种理解

$$E \cos \theta dl = E dn = -du$$

$$E_l dl = -du$$



$$E_l = -\frac{du}{dl}$$

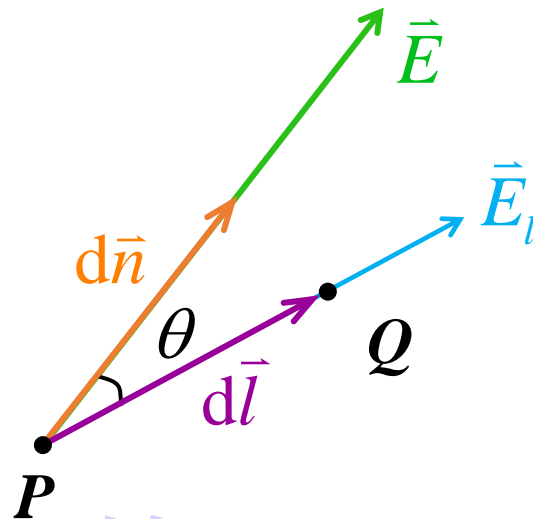
电场强度在 l 方向的投影等于电势沿该方向变化率的负值

$$dl \geq dn$$



$$\frac{du}{dl} \leq \frac{du}{dn}$$

电势沿等势面法线方向的变化率最大





$$E_l = -\frac{du}{dl}$$

在直角坐标系中， 分别将 x ， y ， z 轴作为 l 的方向

$$E_x = -\frac{\partial u}{\partial x}$$

——电场强度沿 x 方向的投影等于电势沿 x 方向的变化率的负值

类似的有

$$E_y = -\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$E_z = -\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{k}\right) = -\text{grad}(u)$$

某点的电场强度等于该点电势梯度的负值，这就是电势与电场强度的微分关系



思考

以下说法对吗？

u 高 $\longrightarrow \vec{E}$ 大

$u = 0 \longrightarrow \vec{E} = 0$

u 低 $\longrightarrow \vec{E}$ 小

u 均匀 $\longrightarrow \vec{E}$ 均匀

注意

E 的大小，取决于 $\frac{du}{dn}$ 的大小，而不是 u 的大小

如：均匀带电球面内部空间

$$u = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$E = 0$$

带电球面内是等势体，即 u 的变化率恒定为零，所以面内 $E = 0$



例 已知 $u = 6x - 6x^2y - 7z^2$ 求 $(2, 3, 0)$ 点的电场强度

解 $E_x = -\frac{\partial u}{\partial x} = -(6 - 12xy) = 66$ $E_y = -\frac{\partial u}{\partial y} = 6x^2 = 24$

$$E_z = -\frac{\partial u}{\partial z} = -14z = 0 \quad \vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} = 66\vec{i} + 24\vec{j}$$

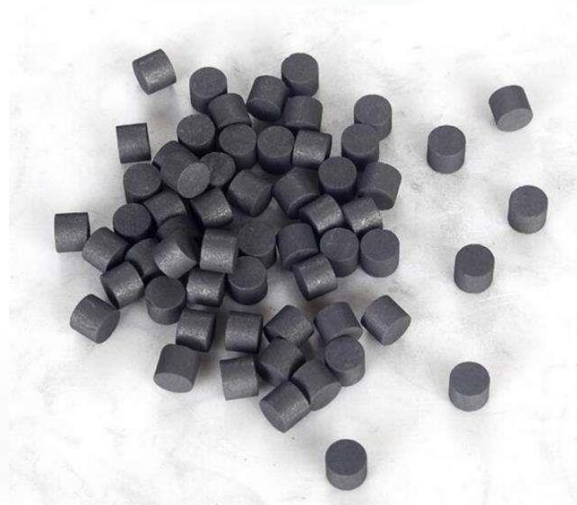
例 利用场强与电势梯度的关系，计算均匀带电细圆环轴线上一点的场强

解 $u = u(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{R^2 + x^2}}$ $E_y = E_z = 0$

$$E_x = -\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \vec{i}$$



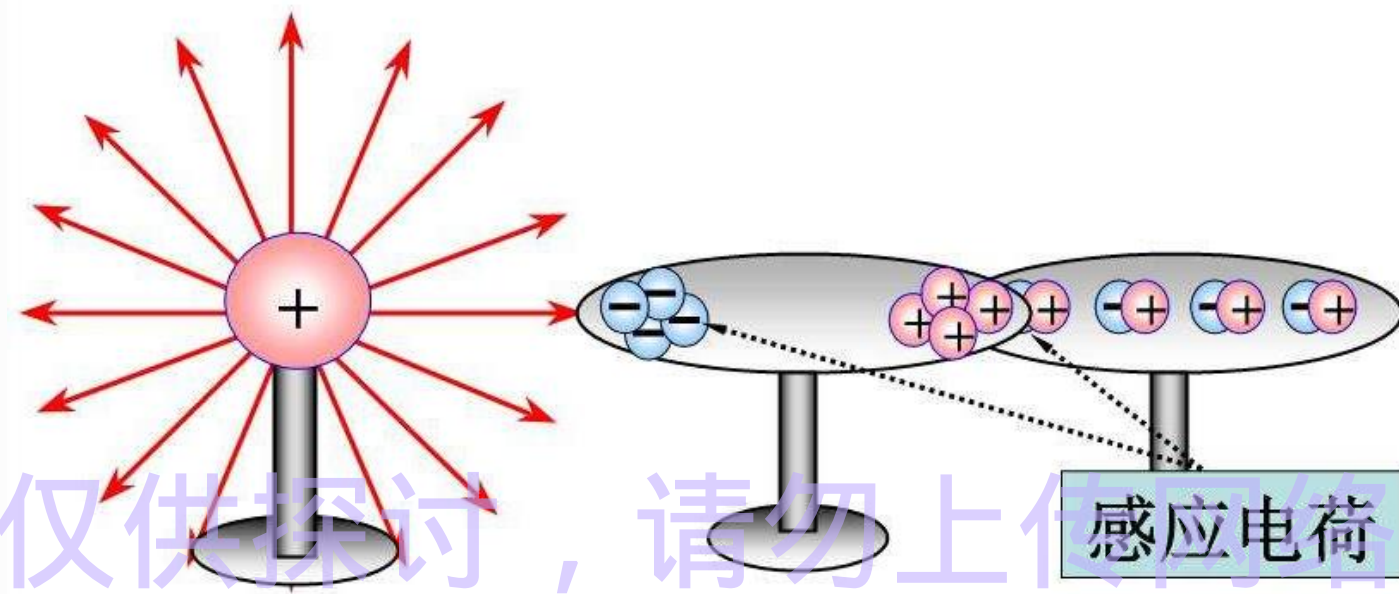
什么是导体？导体的特点是什么？



仅供探讨，请勿上传网络



导体的静电感应是怎么回事？





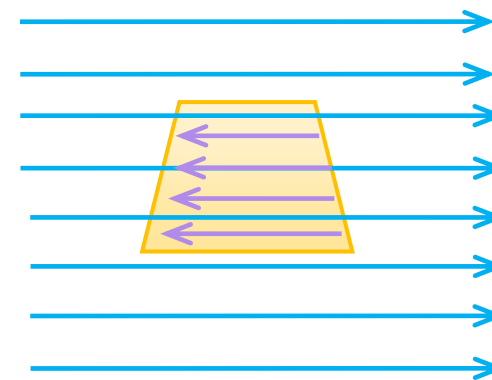
10-7 静电场中的导体



导体的静电平衡

1. 静电平衡

导体进入电场，当相互作用过程结束后，空间出现一个稳定唯一的电荷分布，对应着一个稳定的静电场。



2. 导体静电平衡的条件

——导体和电场相互作用结束的标志

- 导体内部任何一点处的电场强度为零
- 导体表面处的电场强度的方向都与导体表面垂直

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

原场

感应场

推论： 导体是等势体，导体内部电势相等； 导体表面是等势面

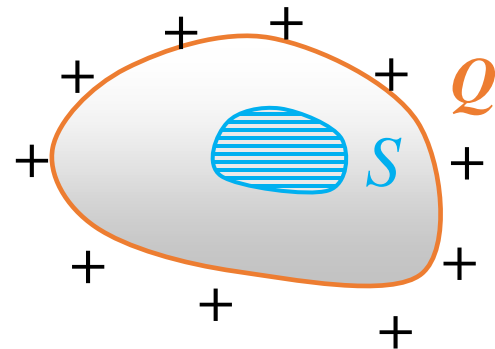


静电平衡时导体的电荷分布

1. 实心导体带电 Q

$$\because \vec{E} = 0 \quad \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

$$\therefore \sum q_i = 0 \quad (\text{导体内部无电荷})$$

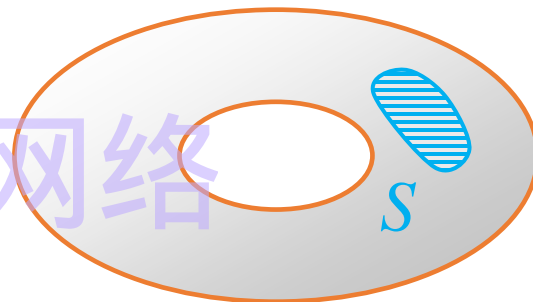


2. 有空腔导体带电 Q

- 若空腔内无电荷

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0, \quad \sum q_i = 0$$

电荷分布在表面上（内表面和外表面上都有电荷？）





若内表面带电

$$\Delta u_{AB} = \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} \neq 0$$

导体是等势体

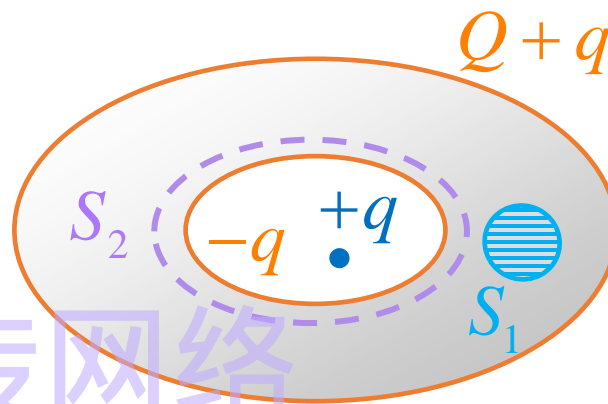
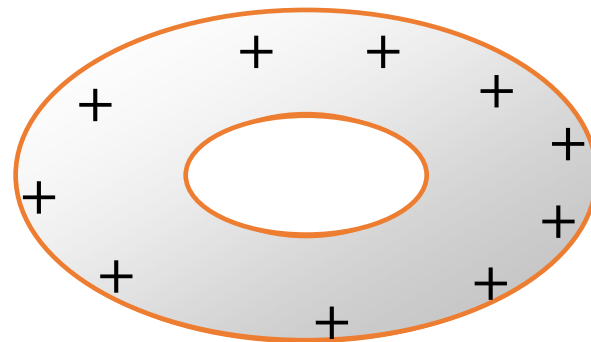
$$\Delta u_{AB} = \int_{AB} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

结论：电荷分布在外表面上（内表面无电荷）

● 空腔内有电荷 $\oiint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \sum q_i = 0$

电荷分布在表面上（内表面？）

$$\oiint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0 \quad \sum q_i = 0 \quad q_{\text{内}} = -q$$



结论：当空腔内有电荷 $+q$ 时,内表面因静电感应出现等值异号的电荷 $-q$ ，外表面有感应电荷 $+q$ （电荷守恒）



导体表面的场强

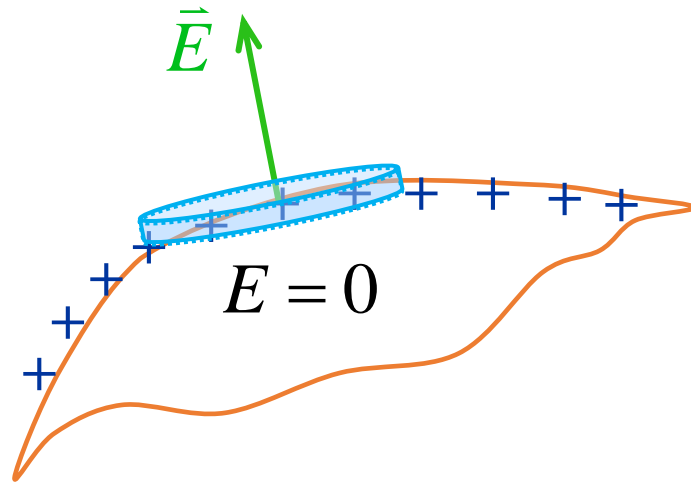
1. 导体表面电场强度与电荷面密度的关系

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0} \quad \sigma \text{ 为表面电荷面密度}$$

$$E \Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

表面电场强度的大小与该表面电荷面密度成正比



2. 孤立导体表面电荷分布与该处曲率有关

曲率越大: $\sigma \uparrow E \uparrow$

曲率越小: $\sigma \downarrow E \downarrow$

球面各点曲率相等, 因而电荷均匀分布



尖端放电现象

带电导体尖端附近的电场特别大，可使尖端附近的空气发生电离而成为导体产生放电现象，即尖端放电



仅供探讨，请勿上传网络



飞机机翼上的放电刷



高压电场



电离



气流



粉尘荷电

仅供探讨，请勿上传网络

静电除尘基本原理



静电屏蔽 (导体壳与静电屏蔽)

理论上需说明的问题是:

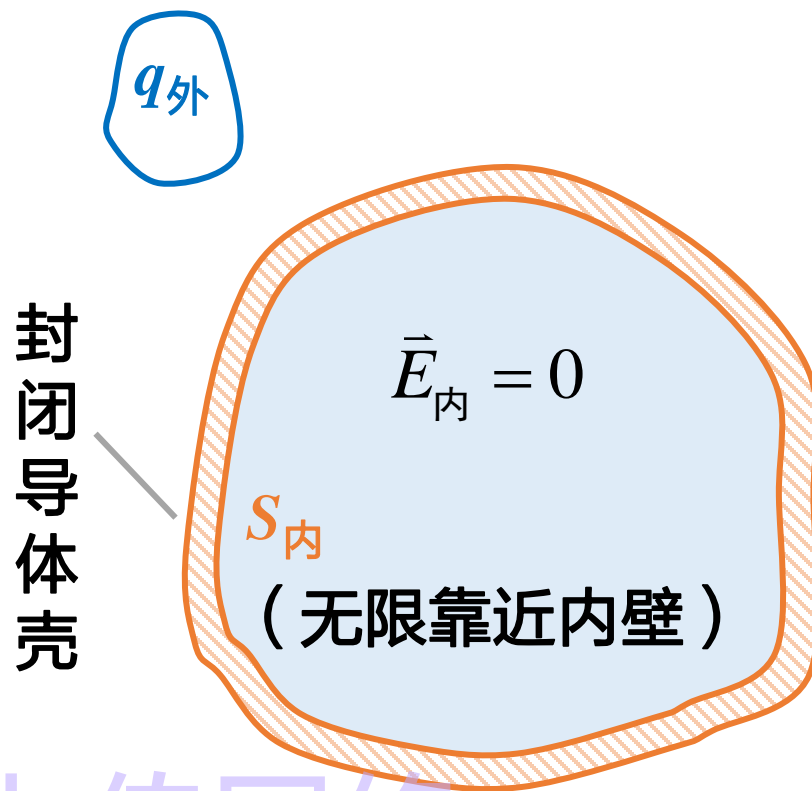
- 腔内、外表面电荷分布特征
- 腔内、腔外空间电场特征

1. 腔内无带电体时电场的特征

即:

$$E_{\text{腔内}} = 0$$

$$\sum Q_{\text{内表面}} = 0$$



腔内无带电体时:

- 内表面处处没有电荷
- 腔内无电场 (腔内电势处处相等)

导体空腔可以屏蔽外电场



2. 腔内有带电体时电场的特征

电荷分布

$$Q_{\text{腔内表面}} = -q$$

腔内的电场:

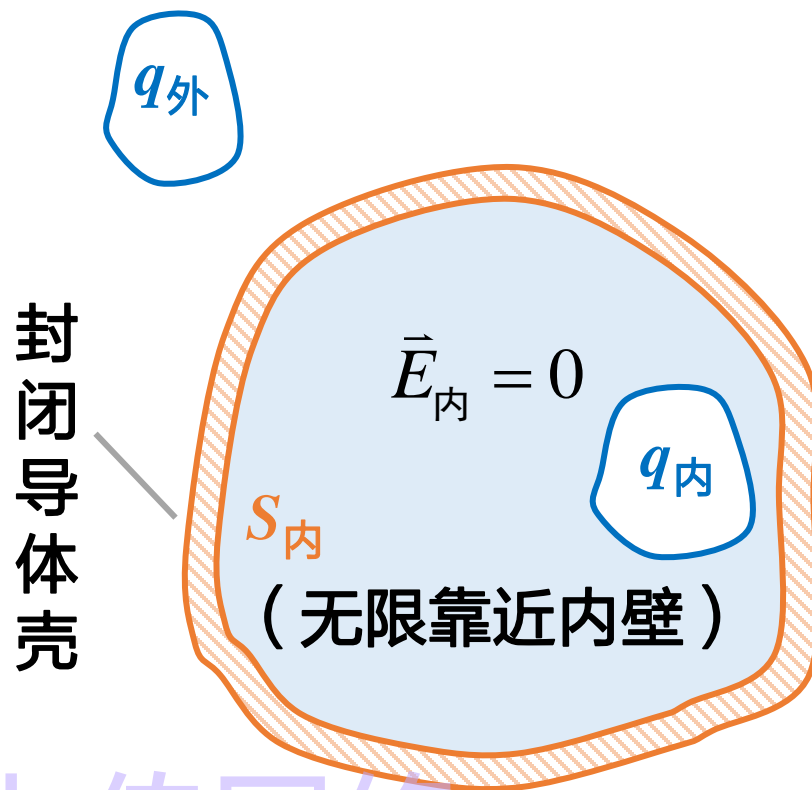
- 与电量 q 有关
- 只与几何因素（腔内带电体、腔内表面形状）、介质有关

3. 静电屏蔽的装置——接地导体壳

静电屏蔽——腔内、腔外的场互不影响

腔内场： 只与内部带电量及内部几何条件及介质有关

腔外场： 只由外部带电量 and 外部几何条件及介质决定





静电屏蔽现象



仅供探讨，请勿上传网络



仅供探讨，请勿上传网络

魔术师大卫·布莱恩2012年成功完成为期72小时的高压电击表演



仅供探讨，请勿上传网络



■ 学习内容

- ✓ 等势面、电场强度和电势的微分关系
- ✓ 导体、导体的静电平衡
- ✓ 静电平衡时导体的电荷分布
- ✓ 静电屏蔽

■ 课下任务

- 作业册 “电势及电势和电场强度的关系”、“导体”

仅供探讨，请勿上传网络