本节概览

CONTENT

学习内容

- 有导体存在时静电场的问题分析
- 电偶极子
- 孤立导体的电容

回顾：导体的静电平衡

导体静电平衡的条件 ——导体和电场相互作用结束的标志

- 导体内部任何一点处的电场强度为零
- 导体表面处的电场强度的方向都与导体表面垂直

推论： 导体是等势体，导体内部电势相等； 导体表面是等势面

实心导体带电 Q （ 导体内部无电荷 ）

有空腔导体带电 Q

- 若空腔内无电荷 电荷分布在外表面上
- 空腔内有电荷

当空腔内有电荷+q 时，内表面因静电感应出现等值异号的电荷-q，外表面有感应电荷 +q（电荷守恒）

有导体存在时静电场问题的分析方法

前面讨论的问题是：已知电荷分布，求 $\vec{E}$、u

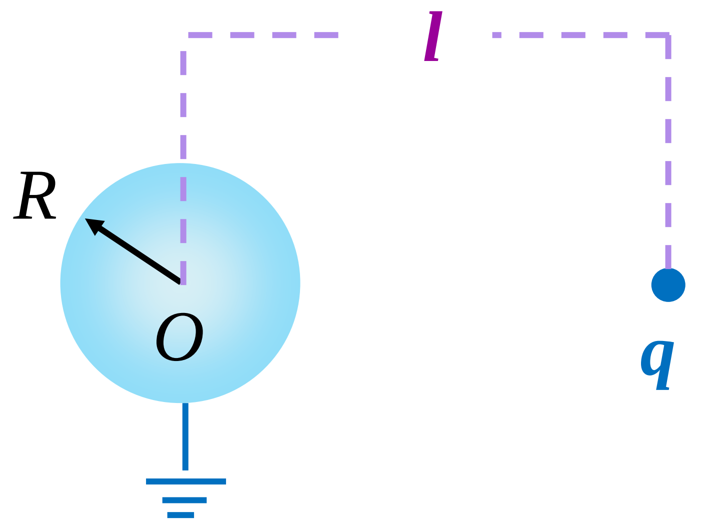
本节讨论的问题是：当导体进入电场，达到静电平衡后，先确定电荷的分布，再分析静电平衡后的 $\vec{E}$ 和 u

确定电荷分布的依据：

- ✓ 电荷守恒定律
- ✓ 静电平衡条件
- ✓ 电场叠加原理
- ✓ 高斯定理，环路定理
- ✓ 导体接地或与其它导体连接的规律

例 如图所示，导体球附近有一点电荷q， 求 接地后导体上感应电荷的电量

解 设感应电量为Q



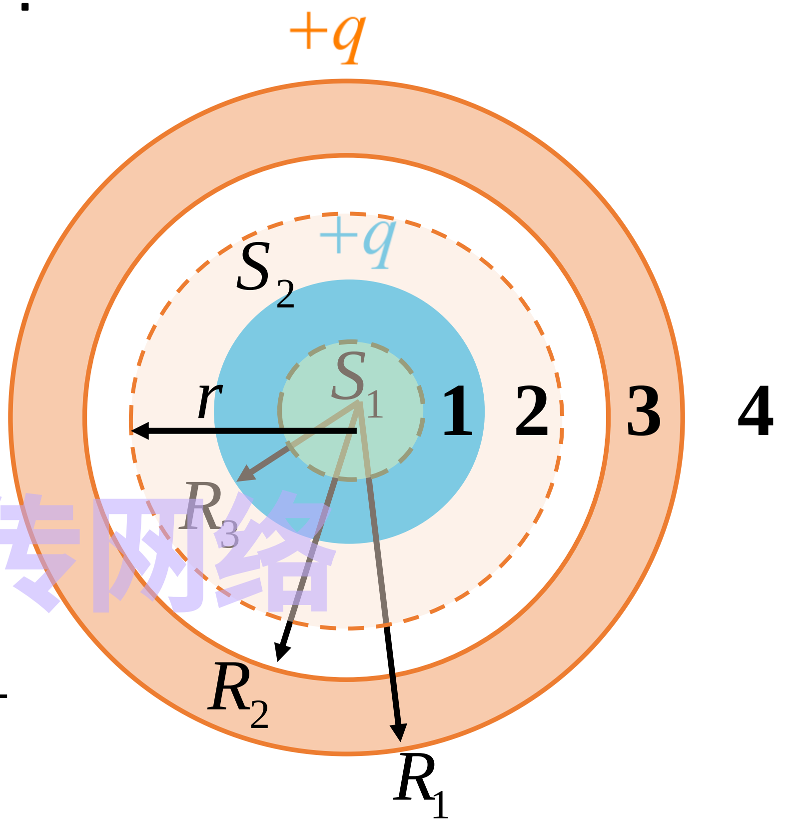
$$Q = \begin{cases} \cancel{-q} \\ 0 \end{cases}$$

接地 即 $u = 0$

由导体是个等势体，O点的电势为0 则

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l} = 0 \Rightarrow Q = -\frac{R}{l}q$$

例 有一外半径$R_1=10\text{cm}$和内半径$R_2=7\text{cm}$的金属球壳，在球壳内放一半径$R_3=5\text{cm}$的同心金属球，若使球壳和金属球均带有$q=10^{-8}\text{C}$的正电荷，问 两球体上的电荷如何分布？球心的电势为多少？



解 根据静电平衡的条件求电荷分布

作球形高斯面 S_1

$$E_1=0 \quad (r<R_3)$$

作球形高斯面 S_2

$$R_3<r<R_2 \qquad \oiint_{S_2}\vec{E}_2\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\frac{q}{\varepsilon_0} \qquad E_2=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E_1 = 0 \quad (r < R_3)$$

$$E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (R_3 < r < R_2)$$

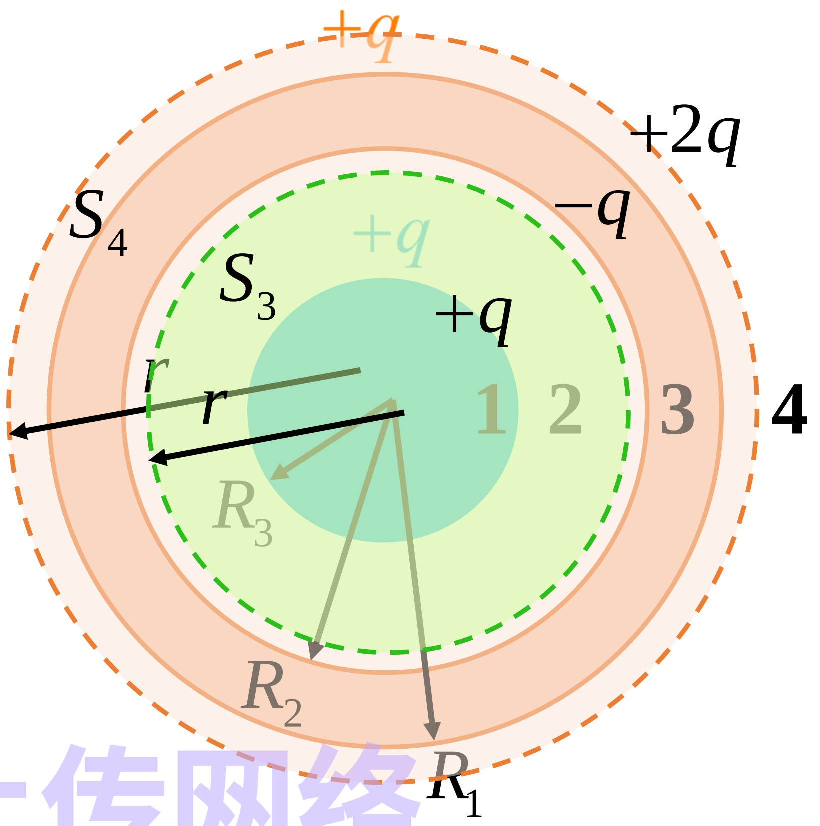
根据静电平衡条件

$$E_3 = 0 \quad (R_1 < r < R_2)$$

$$\oiint_{S_3} \vec{E}_3 \cdot d\vec{S} = \sum_i q_i \Big/ \varepsilon_0 = 0$$

$r > R_1$ $$\oiint_{S_4} \vec{E}_4 \cdot d\vec{S} = \sum_i q_i \Big/ \varepsilon_0 = 2q \big/ \varepsilon_0$$

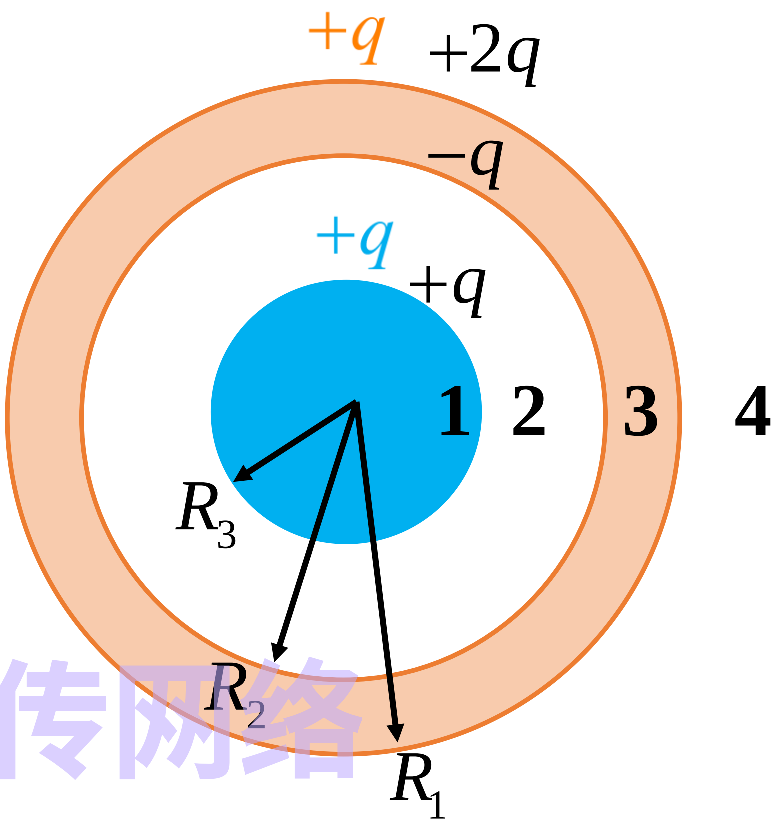
$$E_4 = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (R_1 < r)$$



$$u_O=\int_0^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$=\cancel{\int_0^{R_3}\vec{E}_1\cdot d\vec{l}}+\int_{R_3}^{R_2}\vec{E}_2\cdot d\vec{l}+\cancel{\int_{R_2}^{R_1}\vec{E}_3\cdot d\vec{l}}+\int_{R_1}^{\infty}\vec{E}_4\cdot d\vec{l}$$

$$u_O=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_3}-\frac{1}{R_2}+\frac{2}{R_1}\right)=2.31\times10^3\,\mathrm{V}$$



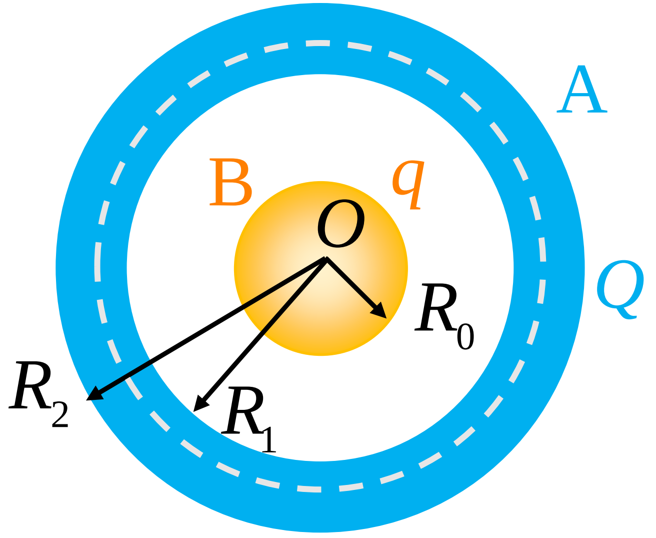
本题小结（有导体存在时静电场的计算方法）

- 静电平衡的条件和性质: $\boxed{E_{内}=0}$ $\boxed{u_{导体}=C}$
- 电荷守恒定律
- 确定电荷分布，然后求解

例 金属球B与金属球壳A 同心放置，已知：球B半径为 R_0 ，带电为 q，金属壳A内外半径分别为 R_1，R_2 ，带电为 Q

求：(1) 将A 接地后再断开，电荷和电势的分布；

(2) 再将 B 接地，电荷和电势的分布.



解 (1) A 接地时，内表面电荷为 $-q$

$$u_A = 0 \qquad Q' = 0$$

A与地断开后， 电荷守恒 $Q_A = -q$

分布在内表面还是外表面?

$$E = \begin{cases} \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & R_0 < r < R_1 \\ 0 & r > R_2 \end{cases}$$

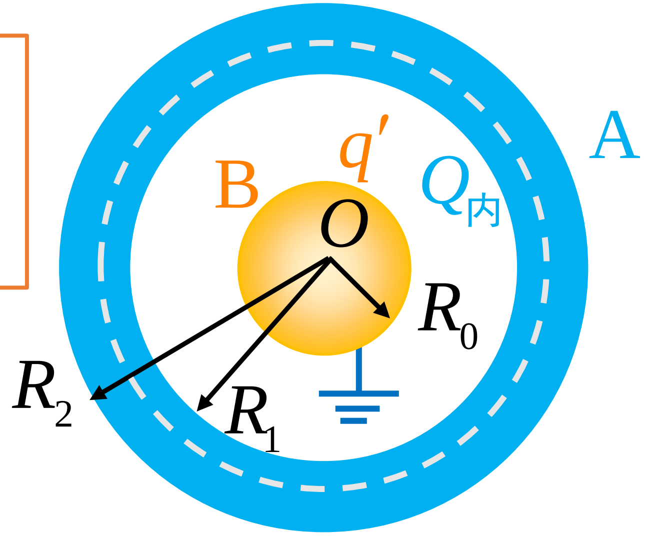
$$u = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1}\right) \quad r < R_0$$

$$u = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1}\right) \quad R_0 < r < R_1$$

$$u = 0 \quad r > R_1$$

(2) 设B上的电量为 q'

(2) 问——再将 *B* 接地，求电荷和电势的分布



$$E_{内}=0 \xrightarrow{\text{高斯定理}} Q_{内}=-q'$$

$$Q_{内}+Q_{外}=-q \longrightarrow Q_{外}=q'-q$$

B 球圆心处的电势（利用叠加原理）

$$u_B=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q'}{R_0}+\frac{-q'}{R_1}+\frac{q'-q}{R_2}\right)=0$$

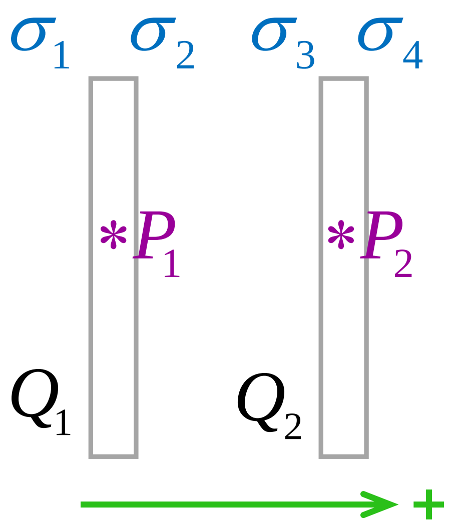
B球接地

$$\therefore \quad q'=\frac{qR_0R_1}{R_1R_0-R_2R_0+R_1R_2}$$

$$u=\begin{cases}\dfrac{q'-q}{4\pi\varepsilon_0 r} & r>R_2\\[2ex] \dfrac{q'-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} & R_1<r<R_2\\[2ex] \dfrac{q'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{R_1}\right)+\dfrac{q'-q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} & r<R_1\end{cases}$$

例 利用静电平衡条件：$\vec{E}_{内}=0$ ，求二平行等大导体板(Q_1，Q_2)上电荷分布. $S \perp d$ 不考虑边缘效应.

解 如图设：σ_1 、σ_2、σ_3、σ_4 　P_1　P_2 分别位于两导体板内



根据静电平衡条件 $\vec{E}_{内}=0$，可得：

P_1 点：$$\frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1-\sigma_2-\sigma_3-\sigma_4)=0 \quad (1)$$

P_2 点：$$\frac{1}{2\varepsilon_0}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3-\sigma_4)=0 \quad (2)$$

相背二面等量同号
相对二面等量异号

由以上二式可得：$$\begin{cases}\sigma_1=\sigma_4\\ \sigma_2=-\sigma_3\end{cases}$$

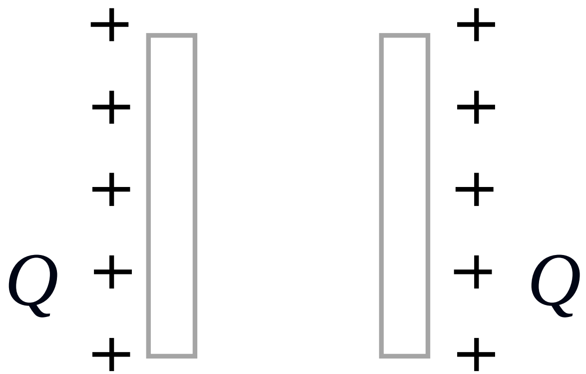
根据电荷守恒：$$\begin{cases}\sigma_1 S+\sigma_2 S=Q_1 & (3)\\ \sigma_3 S+\sigma_4 S=Q_2 & (4)\end{cases}$$

联立(1)、(2)、(3)、(4)得：

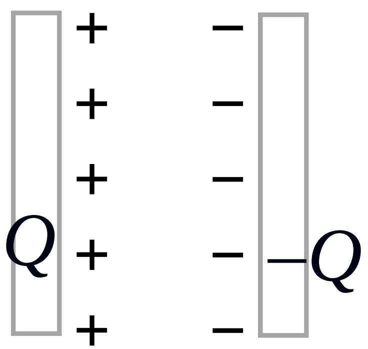
$$\begin{cases}\sigma_1=\sigma_4=\dfrac{Q_1+Q_2}{2S}\\[2ex]\sigma_2=-\sigma_3=\dfrac{Q_1-Q_2}{2S}\end{cases}$$

两平行带电板电荷分布规律（不考虑边缘效应）

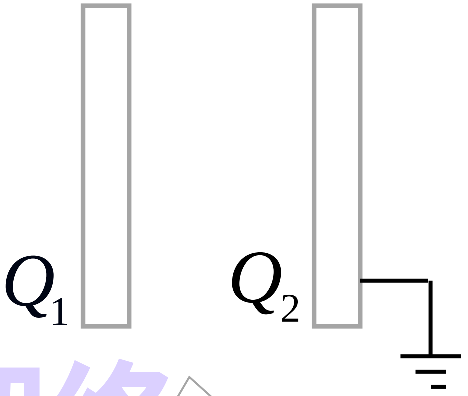
讨论分析



$$\begin{cases}\sigma_1=\sigma_4=\dfrac{Q}{S}\\[2ex]\sigma_2=-\sigma_3=0\end{cases}$$

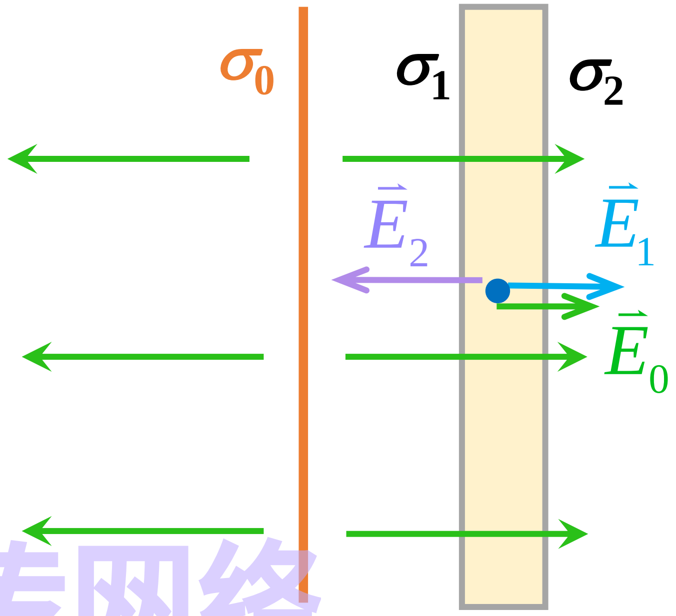


$$\begin{cases}\sigma_1=\sigma_4=0\\[2ex]\sigma_2=-\sigma_3=\dfrac{Q}{S}\end{cases}$$



思考：电荷的分布规律?

例 面电荷密度为σ_0的均匀带电无限大平面旁，平行放置一无限大的不带电导体平板． 求：导体板两表面的面电荷密度.



解 设导体电荷密度为 σ_1 、 σ_2 ，

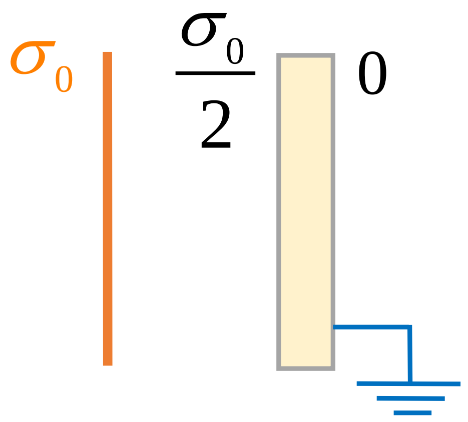
电荷守恒： $\sigma_1 + \sigma_2 = 0$

导体内场强为零： （设向右为正）

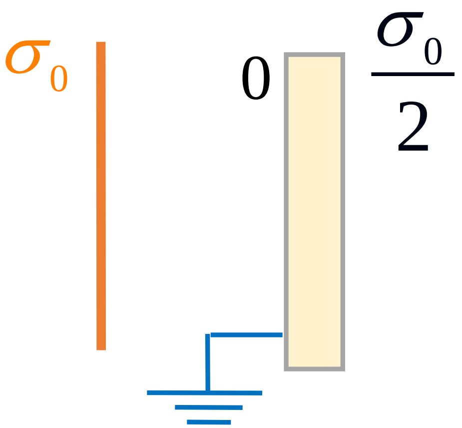
$$E_0 + E_1 - E_2 = 0 \qquad \sigma_0 = \sigma_2 - \sigma_1$$

$$\frac{\sigma_0}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = 0 \qquad \therefore\ \sigma_1 = -\sigma_2 = -\frac{\sigma_0}{2}$$

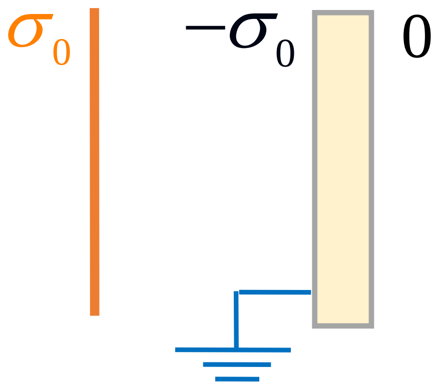
若导体板接地，下面结果哪个正确?



(A)



(B)



(C)

注意

- ✓ 导体接地表示：$u_{地}=u_{导体}=0$
- ✓ 有限大带电体$u_{\infty}=0$，接地导体$u_{导体}=0$，二者并不矛盾
- ✓ 孤立带电导体接地——电荷全部入地；非孤立带电导体接地——部分电荷入地

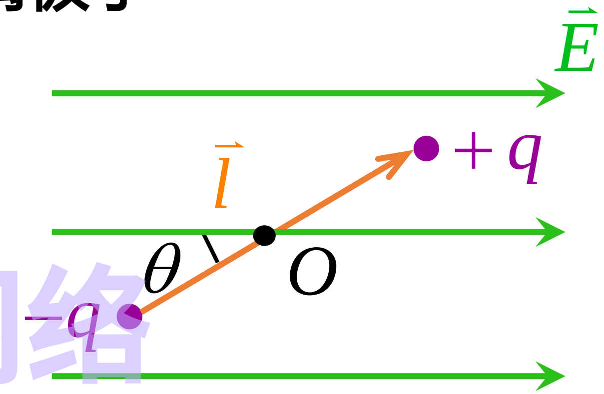
电偶极子

一对等量异号电荷 $-q$ ⟶ $+q$ $\vec{l}$：称为极轴

定义：电偶极矩（电矩） $\boxed{\vec{P}_e = q\vec{l}}$

当研究的场点的位置 $r >> l$ 时，把这样的系统称为电偶极子

匀强电场中



1. 受电场力 $\vec{F} = +q\vec{E} + (-q)\vec{E} = 0$

2. 受力矩 $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = 2 \times \frac{\vec{l}}{2} \times q\vec{E} = q\vec{l} \times \vec{E}$ $\boxed{= \vec{P}_e \times \vec{E}}$

3. 具有的电势能 $W = +qu_+ - qu_- = q(u_+ - u_-) = -qEl\cos\theta$ $\boxed{= -\vec{P}_e \cdot \vec{E}}$

讨论

(i) $\vec{P}_e // \vec{E}$ $\begin{cases} \vec{M} = 0 \\ W = -P_e E \end{cases}$ **稳定平衡**

电偶极子在电场中使自己处于能量较低的稳定状态

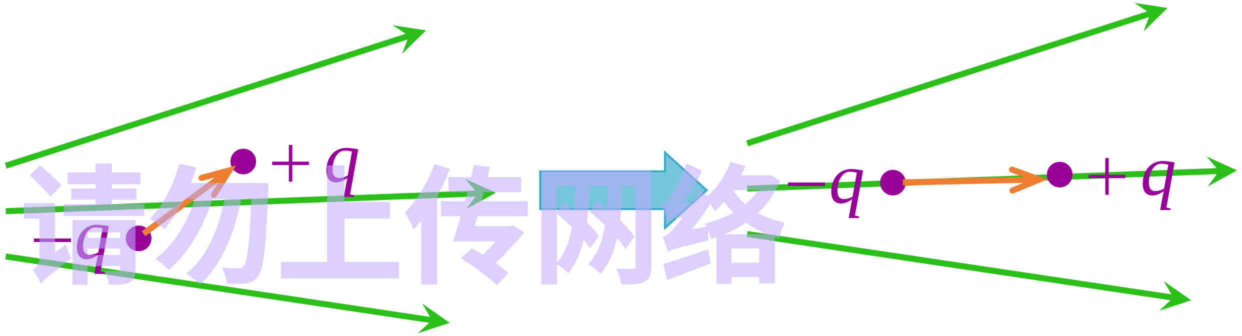
(ii) $\vec{P}_e // -\vec{E}$ $\begin{cases} \vec{M} = 0 \\ W = P_e E \end{cases}$ **非稳定平衡**

非匀强电场中

$$\vec{F} = +q\vec{E} - q\vec{E}' \neq 0$$

$$\vec{M} = \vec{P}_e \times \vec{E}$$

$$W = -\vec{P}_e \cdot \vec{E}$$



电偶极子一面转向稳定平衡位置，一面向场强较大的方向移动

孤立导体的电容

- **定义** 当导体电势u=1V时导体容纳电荷的量称为孤立导体的电容

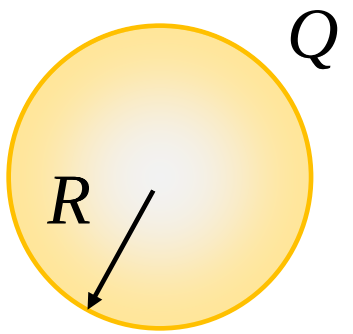
$$\boxed{C=\frac{Q}{u}}$$

相对于无穷远处的电势

- **单位** $1\mathrm{F}=1\mathrm{C/V}$ $\quad 1\mu\mathrm{F}=10^{-6}\mathrm{F}$ $\quad 1\mathrm{pF}=10^{-12}\mathrm{F}$

电容描述导体的带电能力，与导体的几何因素和介质有关，与导体是否带电无关

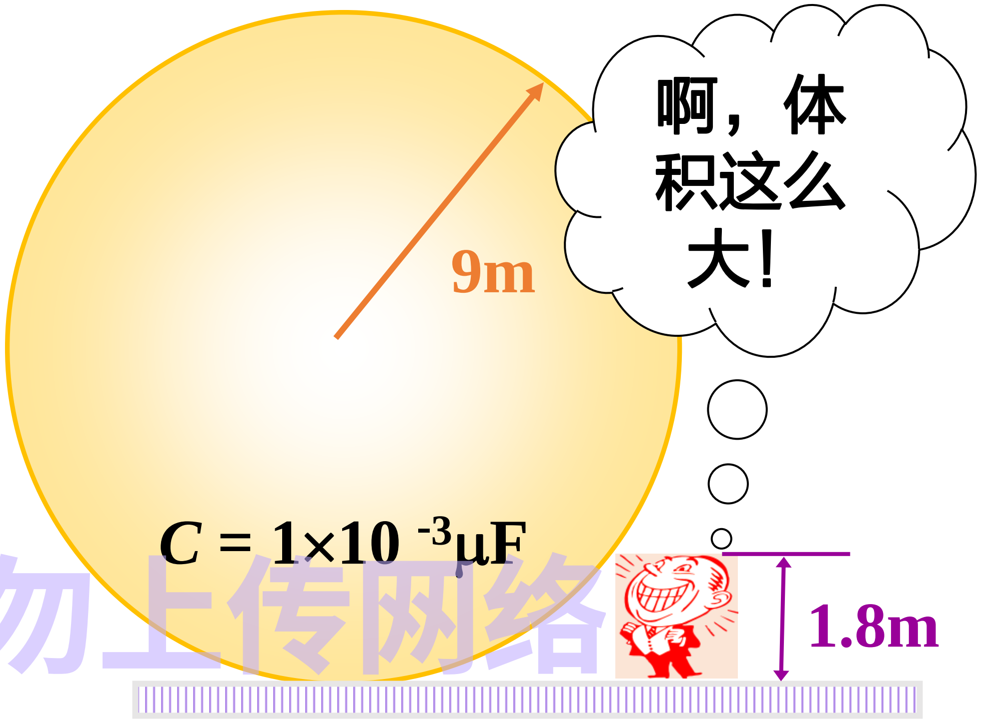
例如 孤立的导体球的电容 $C=\dfrac{Q}{u}=\dfrac{Q}{Q/4\pi\varepsilon_0 R}=4\pi\varepsilon_0 R$



若 $R = R_e$ ，则 $C = 709\ \mu\text{F}$

若 $C = 1\times10^{-3}\ \mu\text{F}$，则 $R = ?$

$$R = \frac{C}{4\pi\varepsilon_0} = 9\text{m}$$



对于孤立导体，通常不用作电容器.因为孤立带电导体的电场分布在整个空间，能量也就分布在整个空间，较为分散；电容值容易受外界影响.

本节回顾

CONTENT

学习内容

- ✓ 有导体存在时静电场的问题分析
- ✓ 电偶极子
- ✓ 孤立导体的电容

课下任务

- 作业册 “导体”