11

稳恒磁场

Magnetic Field of Steady Current

11 稳恒磁场

§11-1 磁场 磁感应强度

§11-2 毕奥—萨伐尔定律

§11-3 磁通量 磁高斯定理

§11-4 安培环路定理

§11-5 磁场对电流的作用

§11-6 磁场对运动电荷的作用

§11-7 物质的磁性

联系静电场的研究方法

电场、电场强度

库仑定律

电通量、电场高斯定理

静电场中的安培环路定理

电场对电荷的作用力

电场与物质的相互作用

（导体、介质）

本节概览

CONTENT

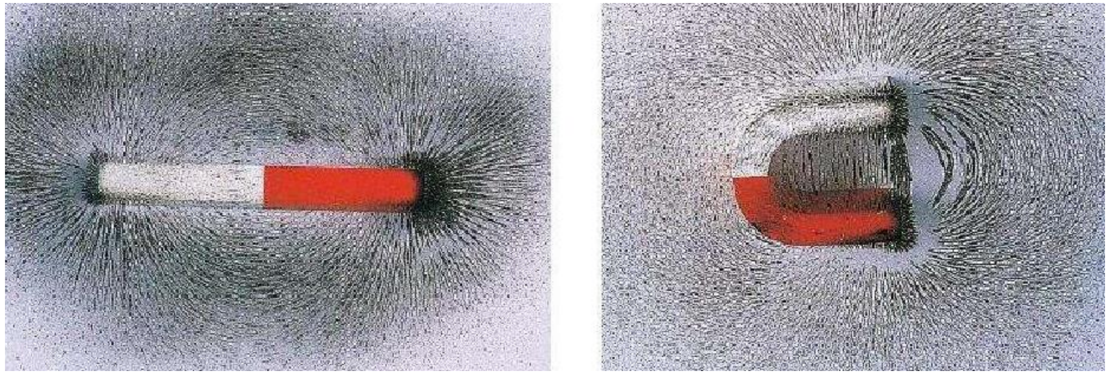
学习内容

- 磁场，磁感应强度
- 磁场的叠加原理
- 毕萨定律及应用

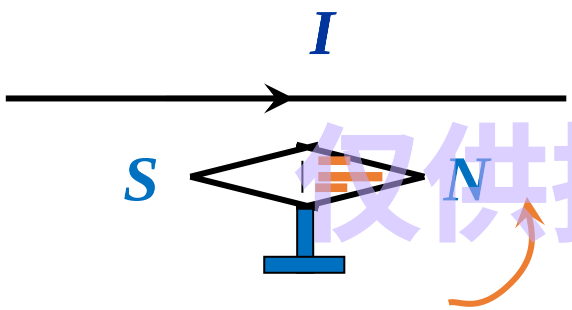
11-1 磁场　磁感应强度

磁现象

磁针和磁针



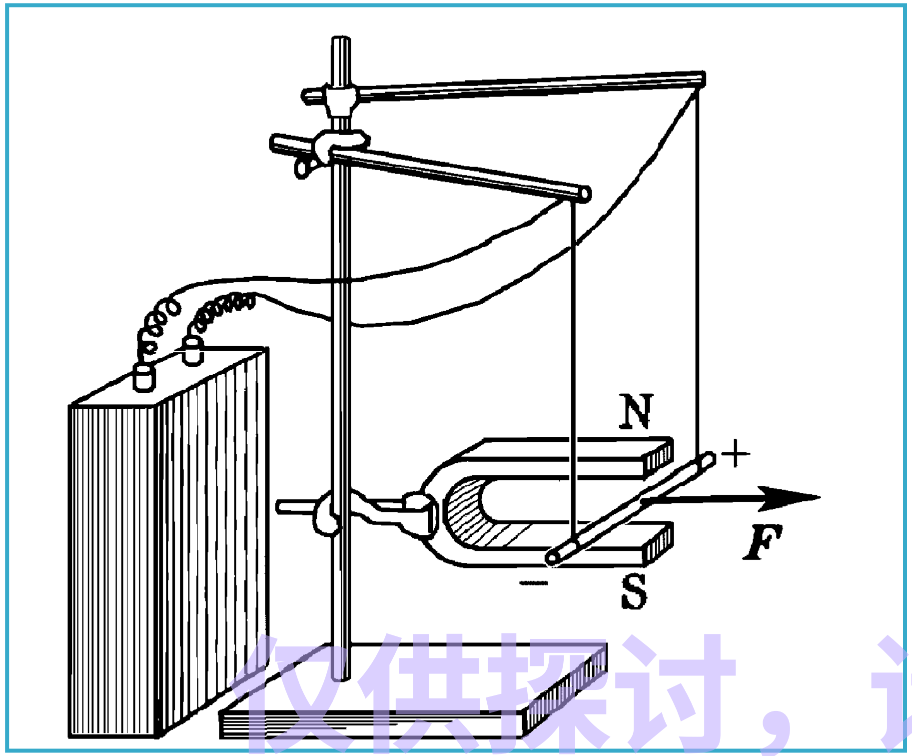
条形磁铁与铁屑

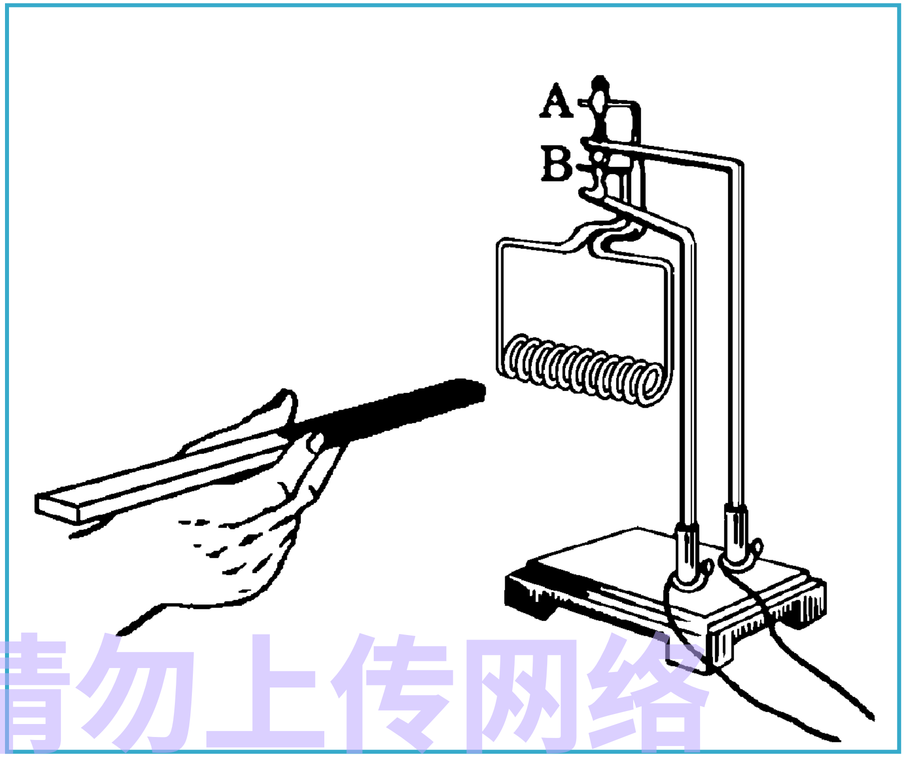


电流的磁效应

奥斯特 (Hans Christian Oersted, 1777-1851)：丹麦物理学家，发现了电流对磁针的作用，带动了19世纪中叶电磁理论的统一和发展

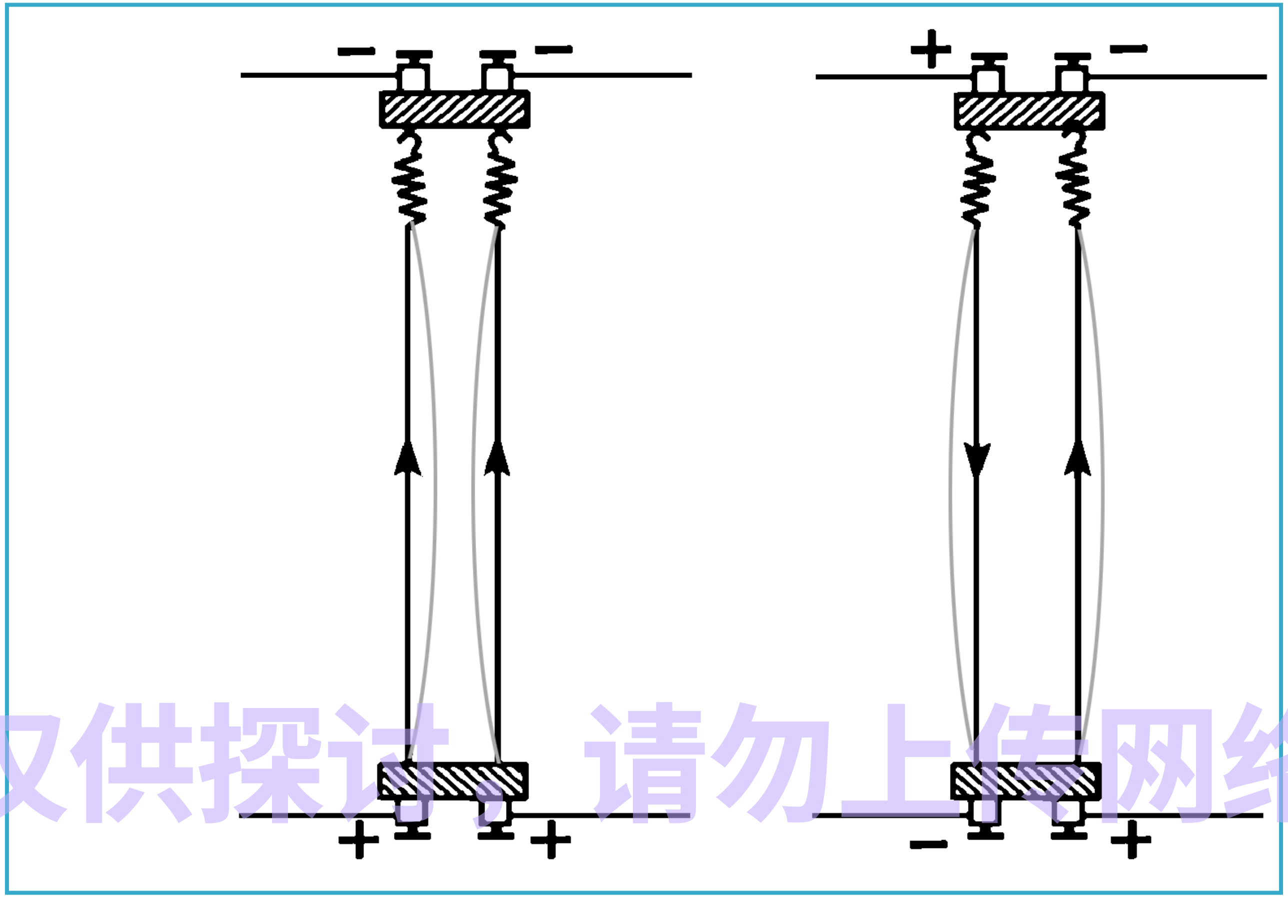
相关实验





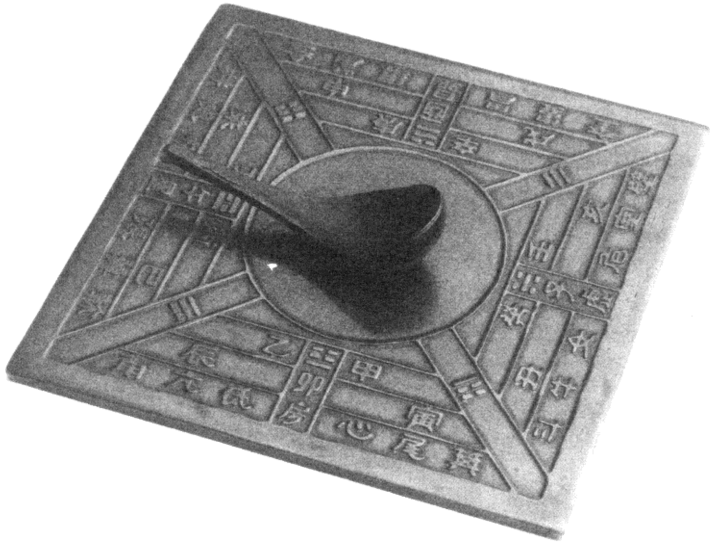
通电导线受马蹄形磁铁作用而运动

螺线管与磁铁相互作用时显示出*N*极和*S*极

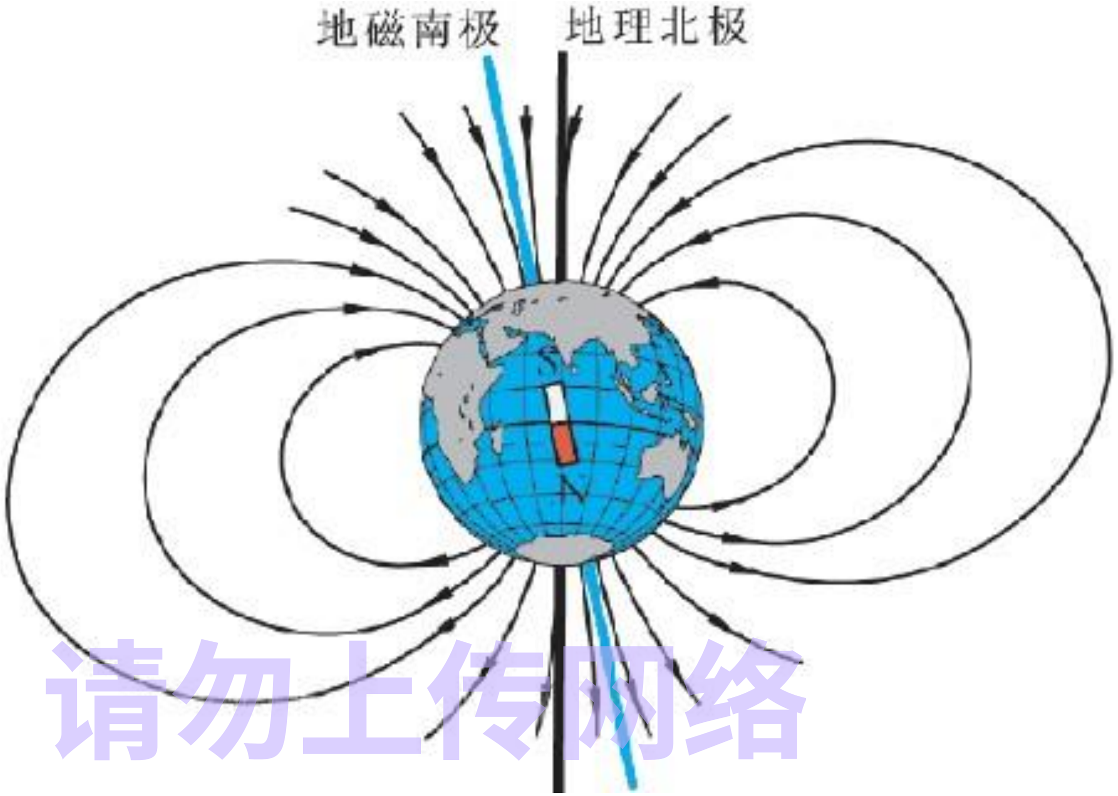


电流之间的相互作用

磁现象

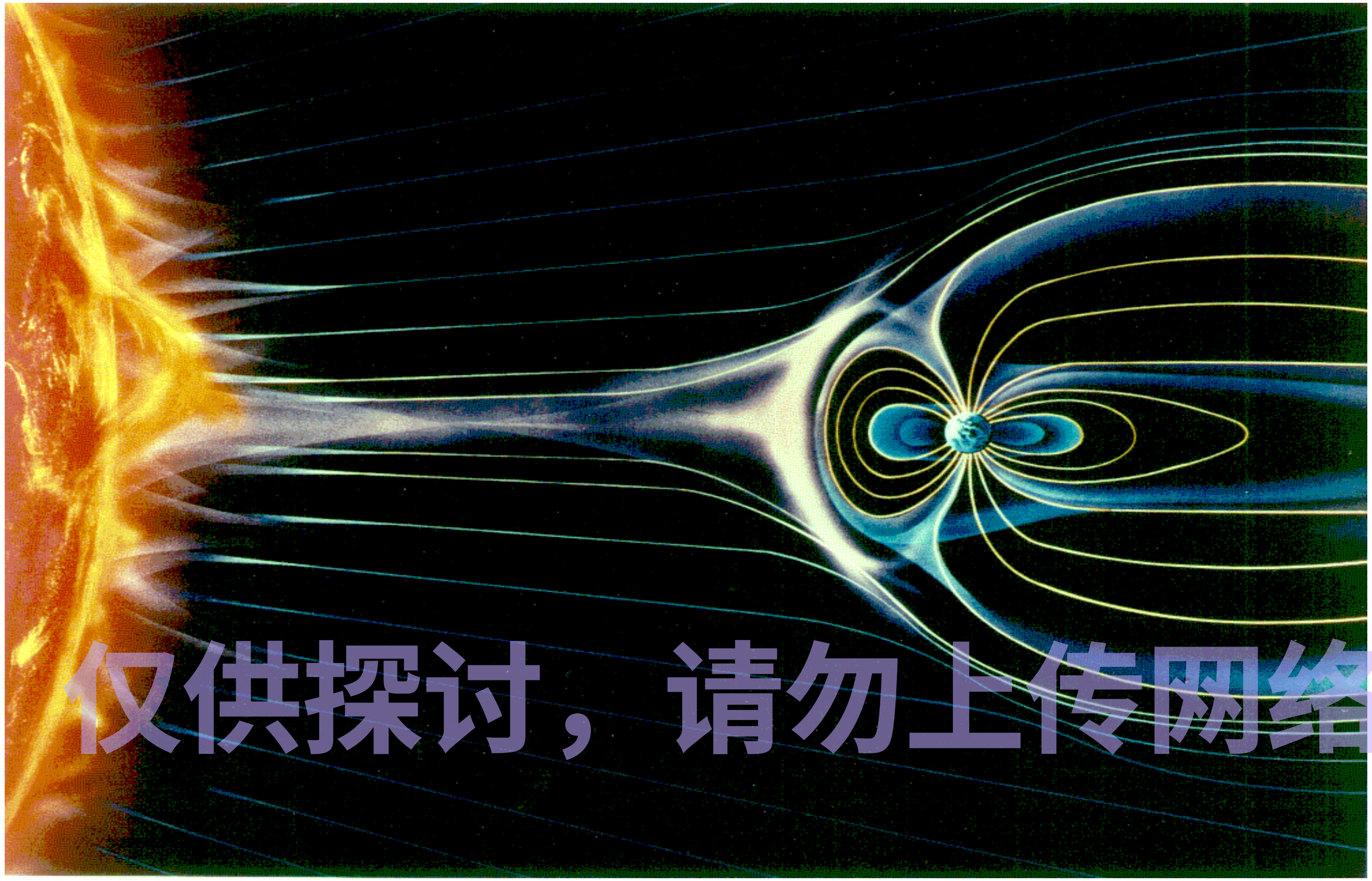


地磁场与指南针



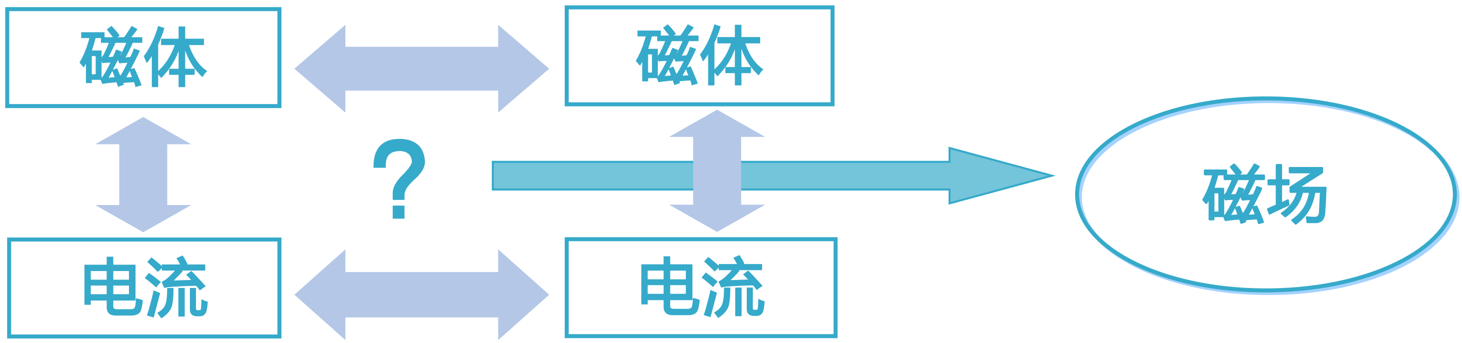
地磁场线

极光（学名Aurora，取自罗马的曙光女神）



太阳风与地磁场

结论



- ✓ 磁场不是凭空想象出来的，是确确实实存在的一种物质
- ✓ 磁现象广泛存在于自然界中

磁场的基本性质

磁场是一种物质，具有质量、动量、能量

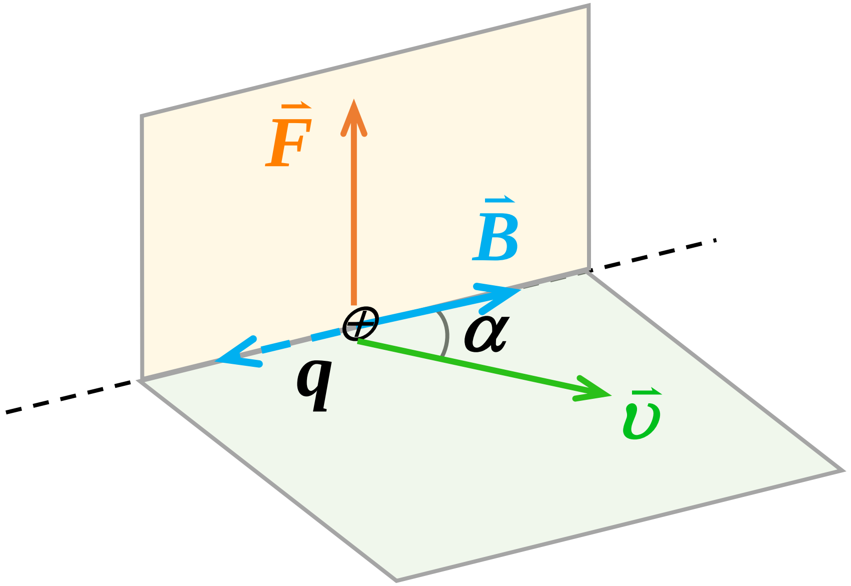
磁场的产生源： 运动电荷（电流）

磁场的存在使场中电流受到磁场力的作用，这种作用通过磁场来实现

磁感应强度 不是磁场强度

运动电荷在磁场中的受力特点

- 电荷在磁场中的运动方向不同，受力也不同；
- 总存在一个方向，当电荷沿该方向运动时，受到的磁场力最大



定义 磁感应强度的大小

$$\boxed{B=\frac{F_{\max}}{q\upsilon}}$$

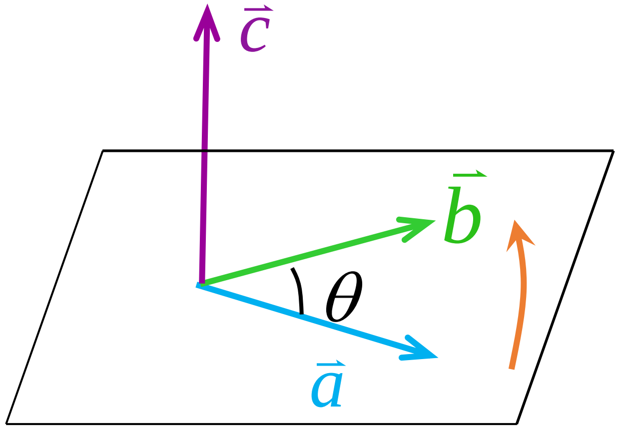
方向：该点处小磁针N极的指向

单位：特斯拉（T）

磁感应强度描述场的性质，是空间位置的单值函数

两个矢量$\vec{a}$、$\vec{b}$夹角为θ

叉乘结果仍然是矢量 $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}$



$$\begin{cases}\text{大小：} |\vec{c}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta \\ \text{方向：由 } \vec{a} \text{ 以较小的角度转至 } \vec{b}\text{，作为右手螺旋法则的四指方向}\end{cases}$$

磁场的叠加原理

1. 当空间同时存在多个电流时，它们共同激发的磁场是各个电流单独存在时激发磁场的叠加.

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i$$

电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$ ——磁场中的理想化模型

在场中只占据一个点的位置　　大小：$I\mathrm{d}l$　　方向：沿载流方向

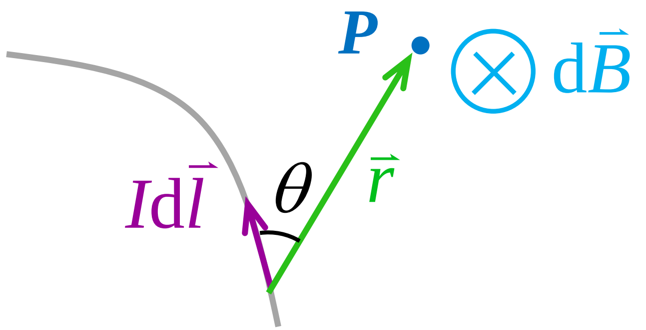
任一载流导线均可看作由无数电流元首尾相接而成

$$\vec{B} = \int \mathrm{d}\vec{B}$$

?

毕奥—萨伐尔定律

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl\sin\theta}{r^2}$$

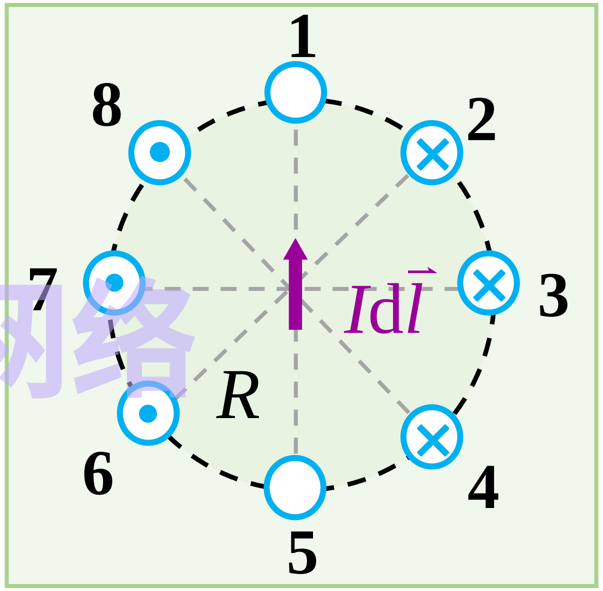


$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$ ——真空中的磁导率

方向： $d\vec{B}\,//\,Id\vec{l}\times\vec{r}$ （右手螺旋法则）

矢量形式： $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Id\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{Id\vec{l}\times\vec{r}^{\,0}}{r^2}$

例 判断右侧各点磁感强度的方向和大小



1、5 点： $dB=0$

3、7点： $dB = \dfrac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2}$

2、4、6、8 点： $dB = \dfrac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2}\sin 45^0$

毕—萨定律的应用

1. 载流直导线的磁场

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$$

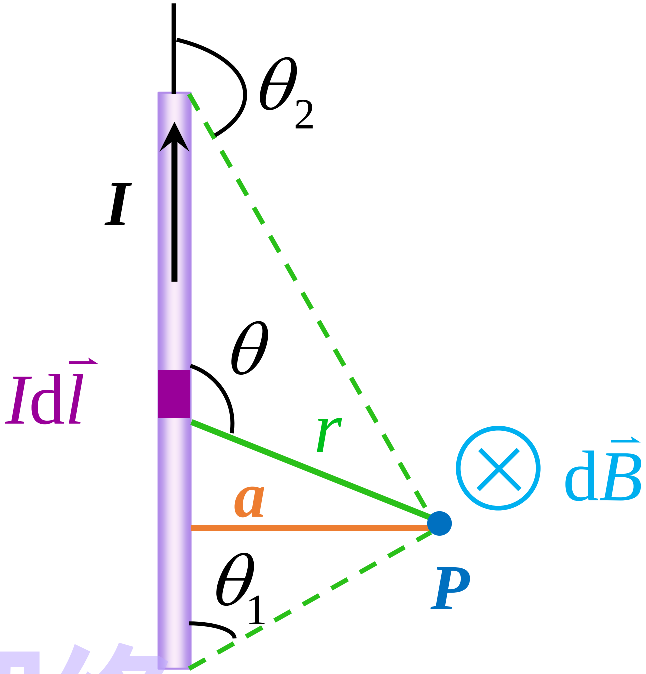
源电流分布的空间

由叠加原理： $B = \int \mathrm{d}B = \int \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\theta}{r^2}$

统一变量： $r = a\csc\theta$

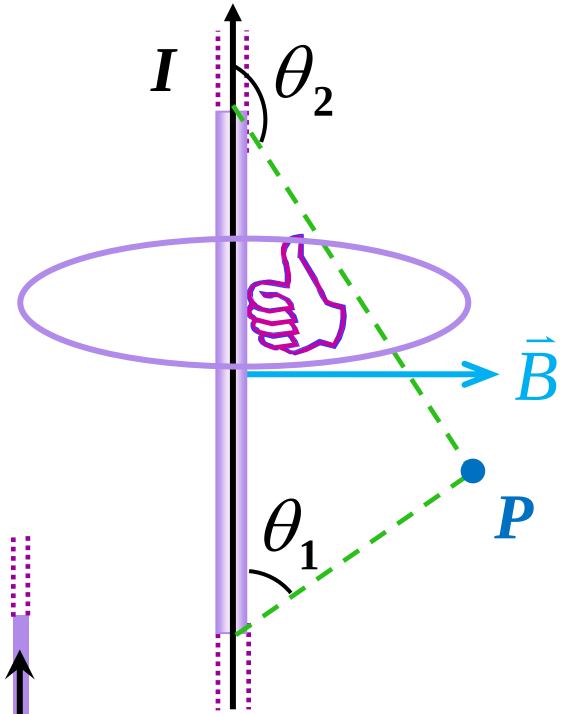
$$l = a\cot(\pi-\theta) = -a\cot\theta\,,\quad \mathrm{d}l = a\csc^2\theta\,\mathrm{d}\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta\,\mathrm{d}\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$



讨论

$$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$



(i) 无限长直导线 $\theta_1\to 0 \quad \theta_2\to\pi$

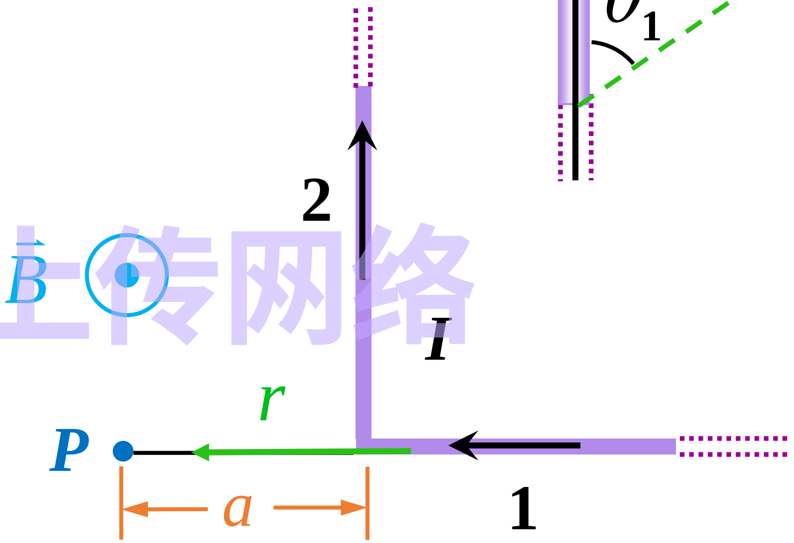
$$\boxed{B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}}$$

方向：右螺旋法则

(ii) 任意形状直导线

$$B_1=0$$

$$B_2=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos 90^0-\cos 180^0)=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$$



(iii) 无限长载流平板

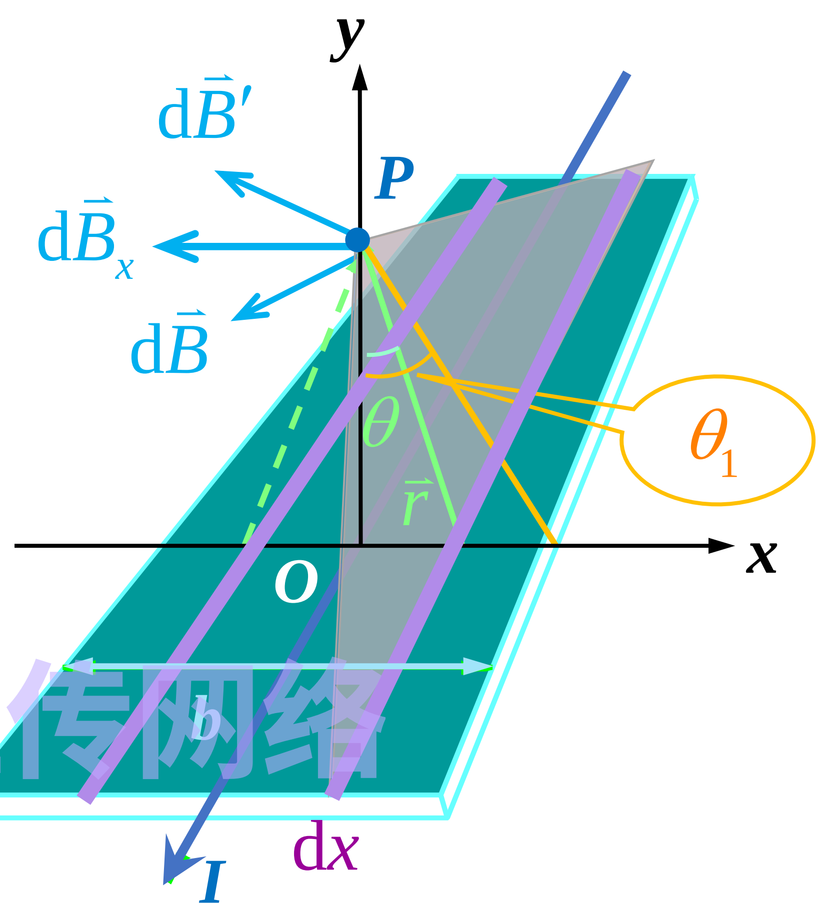
$$\mathrm{d}I = \frac{I\mathrm{d}x}{b}$$

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I \mathrm{d}x}{2\pi b y \sec\theta}$$

$$B_P = B_x = \int \mathrm{d}B_x = \int \mathrm{d}B\cos\theta = 2\int_0^{\frac{b}{2}} \frac{\mu_0 I}{2\pi b y}\frac{\mathrm{d}x}{\sec^2\theta}$$

$$\mathrm{d}x = y\sec^2\theta\mathrm{d}\theta \qquad \theta_1 = \arctan\frac{b}{2y}$$

$$B_P = \frac{\mu_0 I}{\pi b}\int_0^{\theta_1}\mathrm{d}\theta = \frac{\mu_0 I}{\pi b}\arctan\frac{b}{2y}$$



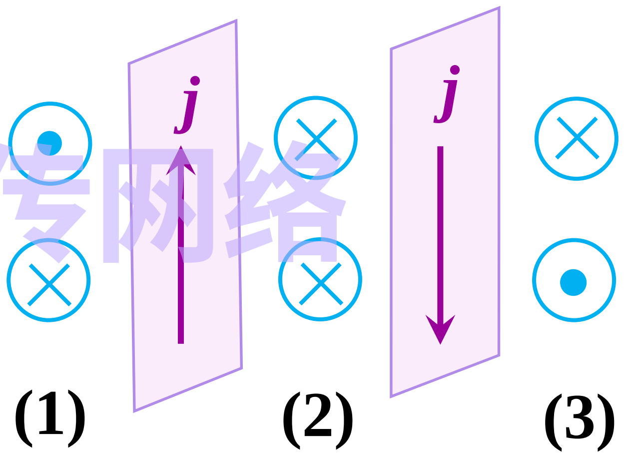
分析： $B_P = \dfrac{\mu_0 I}{\pi b}\arctan\dfrac{b}{2y}$

$y >> b$ ⟹ $\arctan\dfrac{b}{2y} \approx \dfrac{b}{2y}$ $B_P \approx \dfrac{\mu_0 I b}{2y\pi b} = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi y}$ **无限长载流直导线**

$y << b$ ⟹ $\arctan\dfrac{b}{2y} \approx \dfrac{\pi}{2}$ $B_P \approx \dfrac{\mu_0 I\pi}{2\pi b} = \dfrac{\mu_0 I}{2b} = \dfrac{1}{2}\mu_0 j$ **无限大板**

$B_1 = B_3 = 0$ $B_2 = \mu_0 j$

磁屏蔽

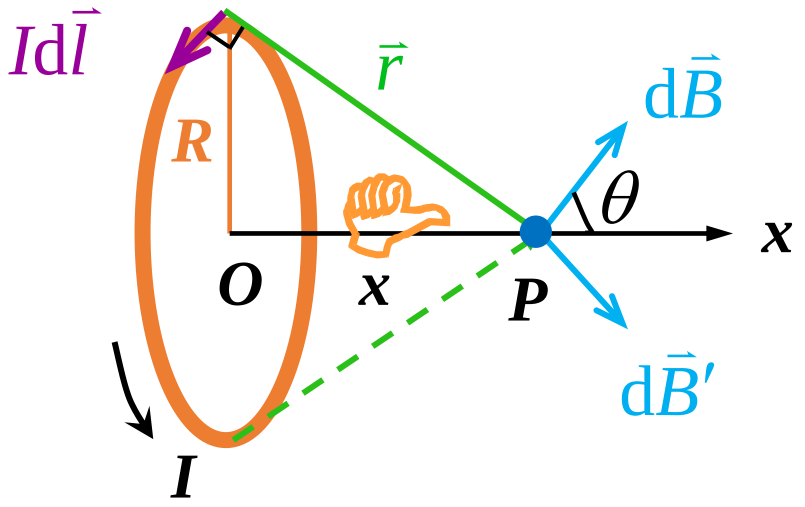


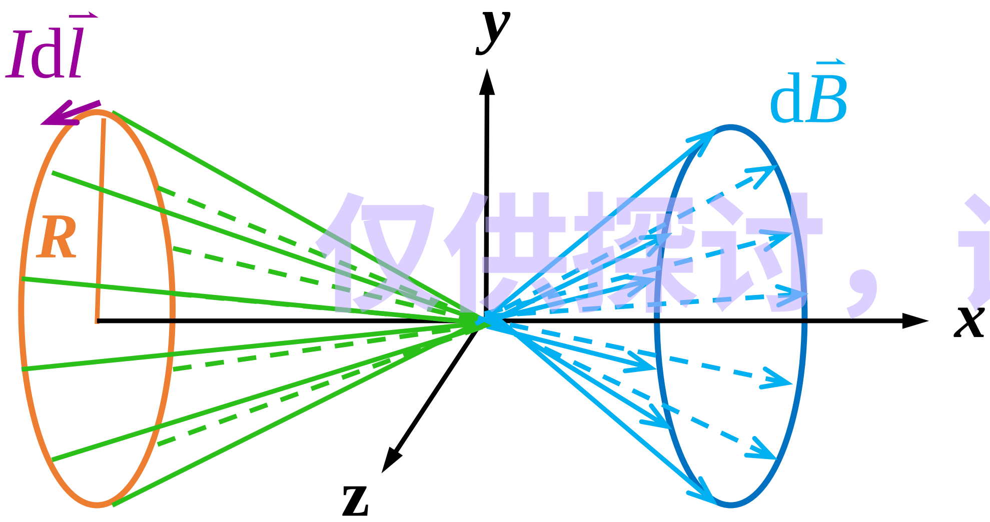
2. 载流圆线圈的磁场

求轴线上一点 P 的磁感应强度

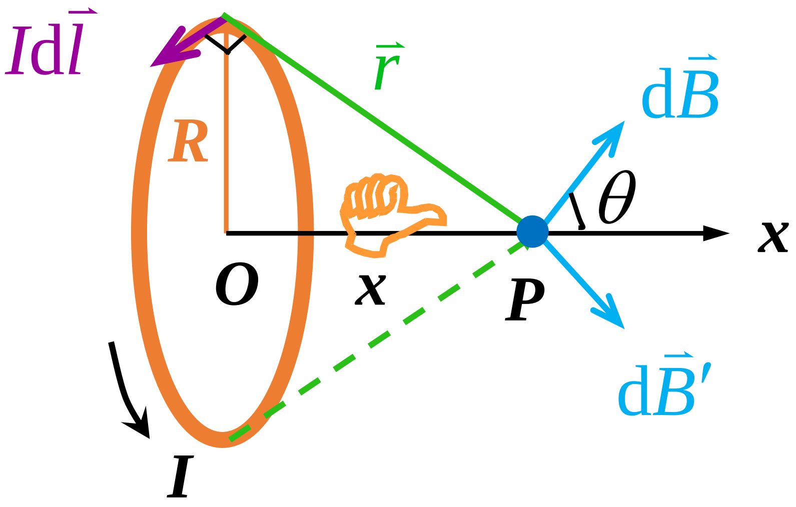
取Idl　　$Id\vec{l} \perp \vec{r}$　　$d\vec{B} \perp (Id\vec{l}, \vec{r})$

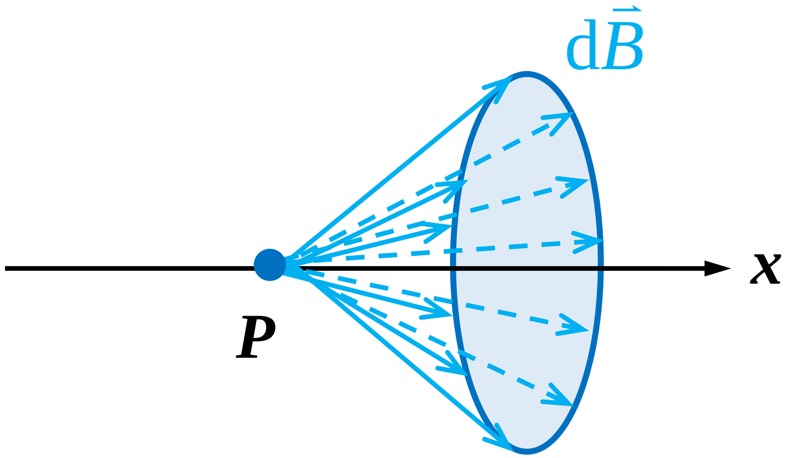
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}$$





当 $Id\vec{l}$ 的位置发生变化时，它所激发的磁场 $d\vec{B}$ 矢量构成了一个圆锥面





根据对称性 $B_{\perp}=0$ 整个圆电流在*P*点的场沿*Ox*方向

$$B=\int dB_{//}=\int dB_x=\int dB\cos\theta=\int\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\cos\theta$$

$r, l, \cos\theta$ 谁是积分变量?

$$\cos\theta=\frac{R}{r}=\frac{R}{(R^2+x^2)^{1/2}}$$

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}}$$

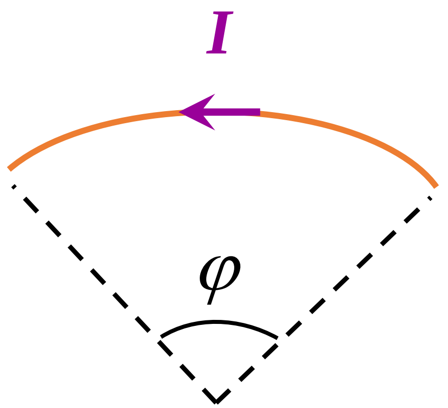
方向满足右手定则

讨论

$$\boxed{B=\frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}}$$

(i) $x=0$ 载流圆线圈的圆心处 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$

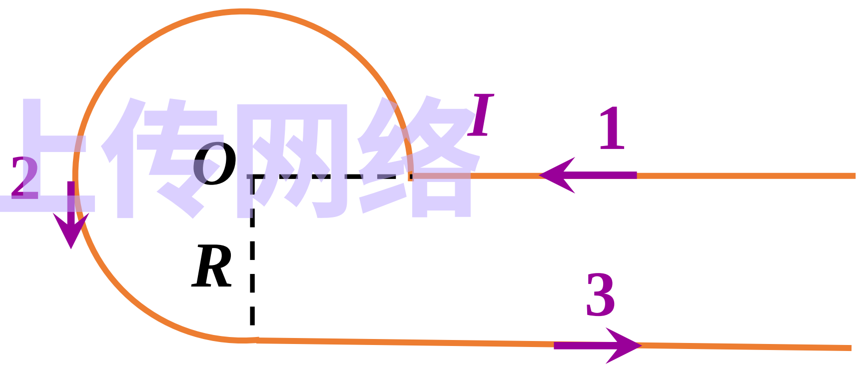
如果由N 匝圆线圈组成 $B=\dfrac{\mu_0 NI}{2R}$



(ii) 一段圆弧在圆心处产生的磁场

$$B=\frac{\mu_0 I}{2R}\cdot\frac{\varphi}{2\pi}=\frac{\mu_0 I\varphi}{4\pi R}$$

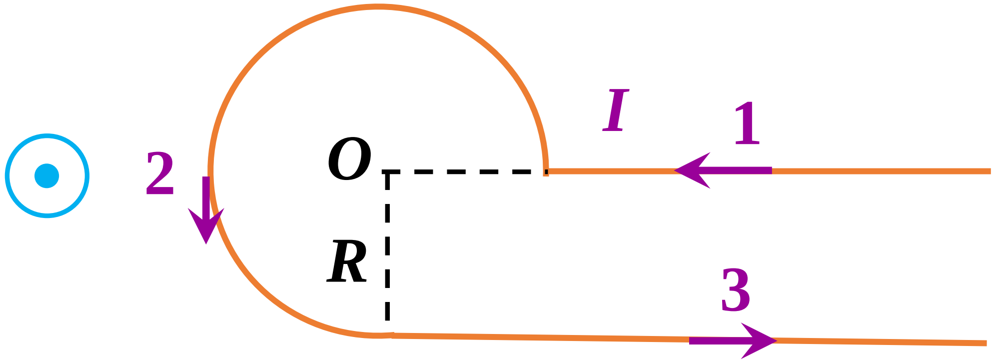
例如 右图中，求O 点的磁感应强度



$$B_1=0 \qquad B_2=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cdot\frac{3\pi}{2}=\frac{3\mu_0 I}{8R}$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$

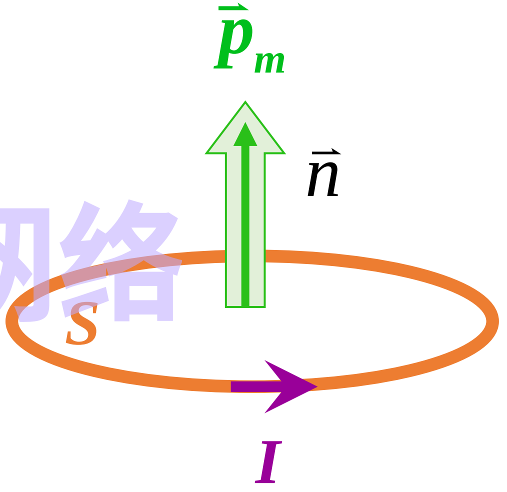
$$\theta_1 = \pi/2 \qquad \theta_2 = \pi$$



$$B = B_1 + B_2 + B_3$$

(iii) $x >> R$ $\Rightarrow$ $B = \dfrac{\mu_0 I R^2}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$

$$B \approx \frac{\mu_0 I R^2}{2x^3}\cdot\frac{\pi}{\pi} = \frac{\mu_0 IS}{2\pi x^3}$$



定义 $\boxed{\vec{p}_m = IS\vec{n}}$ ——磁矩

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\vec{p}_m}{x^3}$$

例 在半径为 R 的无限长半圆柱金属薄片中，有电流 I 自上而下流过

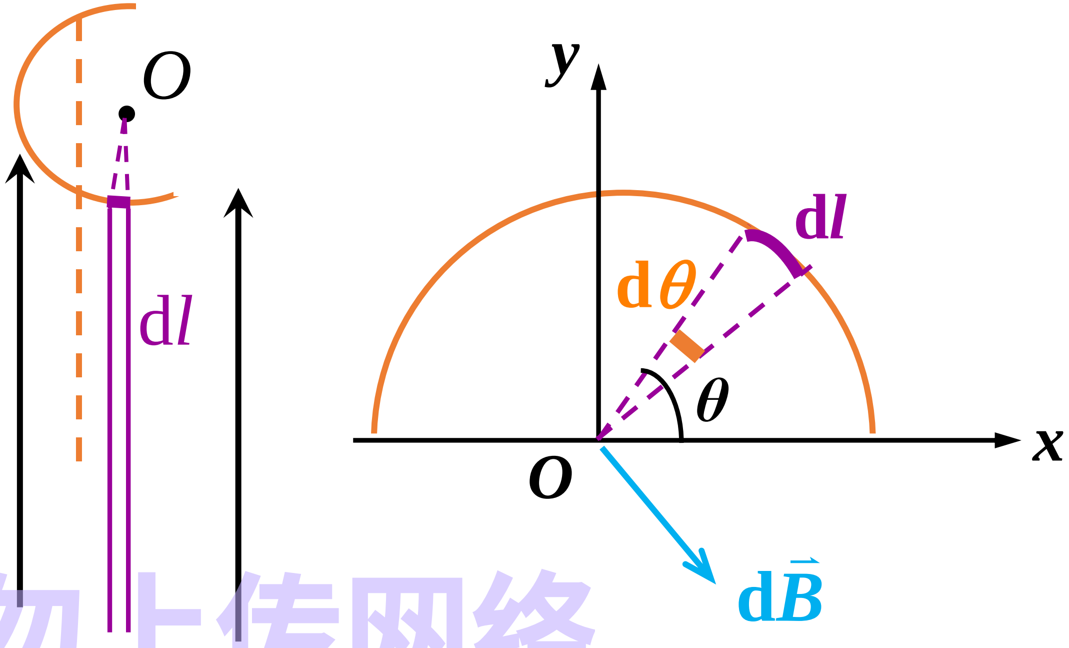
求：圆柱轴线上一点P的磁感应强度

解

$$\mathrm{d}I=\frac{I}{\pi R}\cdot R\mathrm{d}\theta=\frac{I}{\pi}\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}I}{2\pi R}=\frac{\mu_0}{2\pi R}\cdot\frac{I}{\pi}\mathrm{d}\theta$$

$$B_y=\sum\mathrm{d}B_y=0$$



$$B=B_x=\int\mathrm{d}B_x=\int\mathrm{d}B\cdot\sin\theta=\int_0^{\pi}\frac{\mu_0 I}{2\pi^2 R}\sin\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

本节回顾

CONTENT

学习内容

- ✓ 磁场，磁感应强度
- ✓ 磁场的叠加原理
- ✓ 毕萨定律及应用

课下任务

- 作业册“磁感应强度　毕萨定律及应用”