

Aufgabenstellung

Abmessungen

Tafelhöhe	$h := 2.5 \text{ m}$		
Tafelbreite	$l := 1.25 \text{ m}$		
Rippenbreite	$h_1 := 5 \text{ cm}$	$h_2 := h_1 = 5 \text{ cm}$	$h_{12} := h_1$
Rippentiefe	$b_1 := 10 \text{ cm}$	$b_2 := b_1 = 10 \text{ cm}$	$b_{12} := b_1$
Anzahl Rippen	$n_R := 3$		

Beidseitige Beplankung aus
Gipskartonplatten
ungestoßen nach DIN 18180

$$t_{Gk} := 12.5 \text{ mm}$$

Beidseitige Beplankung

$$n_{Bp} := 2$$

Nagelverbindungen

$$28/65$$

$$d_{Na} := 2.8 \text{ mm}$$

$$l_{Na} := 65 \text{ mm}$$

Anzahl Nägel

$$n_N := 20 \quad (\text{geschätzt})$$

Lasten

ständig

$$q_{G,k} := 5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

veränderlich-kurz

$$q_{Q,k} := 15 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

veränderlich-kurz
mit wechselndem Vorzeichen

$$F_{Q,k} := 2.7 \text{ kN}$$

Nutzungsklasse

$$NKL := 1$$

Lasteinwirkung

$$KLED_{Gk} := \text{"kurz"}$$

$$KLED_{C24} := \text{"kurz"}$$

Bemessungswerte der Einwirkungen

ständig

$$\gamma_G := 1.35$$

veränderlich

$$\gamma_Q := 1.5$$

$$q_{G,d} := \gamma_G \cdot q_{G,k} = 6.75 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_{Q,d} := \gamma_Q \cdot q_{Q,k} = 22.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$q_d := q_{G,d} + q_{Q,d} = 29.25 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$F_{Q,d} := \gamma_Q \cdot F_{Q,k} = 4.05 \text{ kN}$$

Querschnittswerte

$$A_{12} := b_{12} \cdot h_{12} = 50 \text{ cm}^2$$

Materialwerte

Holzbau

$$\gamma_M := 1.3$$

$$NKL = 1 \quad KLED_{Gk} = \text{"kurz"}$$

$$k_{mod.Gk} := 0.8$$

EN 1995-1-1:2004/A1:2008

Tabelle NA.4, Zeile 3, Spalte 4

$$NKL = 1 \quad KLED_{C24} := \text{"kurz"}$$

$$k_{mod.C24} := 0.9$$

EN 1995-1-1:2004/A1:2008

Tabelle 3.1, Zeile 2, Spalte 7

Charakteristische Werte
der Baustofffestigkeiten

Bemessungswerte der
Baustoffeigenschaften

Rippen VH C24 nach EN 338

C24 Druck in Faserrichtung

$$f_{c.0.k} := 21 \frac{N}{mm^2} \quad f_{c.0.d} := k_{mod.C24} \cdot \frac{f_{c.0.k}}{\gamma_M} = 14.538 \frac{N}{mm^2}$$

C24 Druck quer zur Faserrichtung

$$f_{c.90.k} := 2.5 \frac{N}{mm^2} \quad f_{c.90.d} := k_{mod.C24} \cdot \frac{f_{c.90.k}}{\gamma_M} = 1.731 \frac{N}{mm^2}$$

C24 Zug in Faserrichtung

$$f_{t.0.k} := 14.0 \frac{N}{mm^2} \quad f_{t.0.d} := k_{mod.C24} \cdot \frac{f_{t.0.k}}{\gamma_M} = 9.692 \frac{N}{mm^2}$$

Beplankung Gipskartonplatte nach DIN 18180 Tabelle 6

$$\text{GKP Druck} \quad f_{c.Gk.k} := 3.5 \frac{N}{mm^2} \quad f_{c.Gk.d} := k_{mod.Gk} \cdot \frac{f_{c.Gk.k}}{\gamma_M} = 2.154 \frac{N}{mm^2}$$

$$\text{GKP Schub} \quad f_{t.Gk.k} := 1.0 \frac{N}{mm^2} \quad f_{t.Gk.d} := k_{mod.Gk} \cdot \frac{f_{t.Gk.k}}{\gamma_M} = 0.615 \frac{N}{mm^2}$$

Beanspruchbarkeit der Nagelverbindung 28/65

Mindestzugfestigkeit Nagel Draht

$$f_{u,k} := 600 \frac{N}{mm^2}$$

Fließmoment Draht runde glattschaftige Nägel

$$M_{y,Rk} := 0.30 \cdot f_{u,k} \cdot d_{Na}^{2.6} \cdot (mm^{0.4}) = (2.617 \cdot 10^3) N \cdot mm$$

Lochleibungsfestigkeit Gipsplatten nach DIN 18180

$$f_{h,1,k} := 3.9 \cdot d_{Na}^{-0.6} \cdot t_{Gk}^{0.7} \cdot (1000^{0.1} \cdot kN \cdot m^{-1.1}) = 12.32 \frac{N}{mm} \quad NA.122$$

$$A := 1.1$$

$$F_{v,Rk} := A \cdot \sqrt{2 \cdot M_{y,Rk} \cdot f_{h,1,k} \cdot d_{Na}} \cdot (\sqrt{1000} \cdot m^{-0.5}) = 467.446 N$$

Erforderliche Dicke des Holzes (Einbindetiefe des Nagels)

$$t_{C24,req} := 9 \cdot d_{Na} = 25.2 mm$$

$$t_{Na} := l_{Na} - t_{Gk} = 52.5 mm$$

$$t_{Na} > t_{C24,req} = 1$$

Erforderliche Dicke der Gipskartonplatte

$$t_{Gk,req} := 10 \cdot d_{Na} = 28 mm$$

$$t_{Gk} := \min(t_{Gk}, t_{Gk,req}) = 12.5 mm$$

Da die Dicke der Gipskartonplatte kleiner ist als die Minstdicke wird der charakteristische Wert der Tragfähigkeit durch die Multiplikation mit dem Quotienten tGk / tGk.req ermittelt.

$$F_{v,Rk} := F_{v,Rk} \cdot \left(\frac{t_{Gk}}{t_{Gk,req}} \right) = 208.681 N$$

Bemessungswert der Tragfähigkeit der Nagelverbindung

$$k_{mod,C24} = 0.9$$

$$k_{mod,Gk} = 0.8$$

$$k_{mod,C24,Gk} := \sqrt{k_{mod,C24} \cdot k_{mod,Gk}} = 0.849$$

Gleichung NA. 114

$$\gamma_{M,St} := 1.1$$

Gleichung NA. 114

$$F_{v,Rd} := k_{mod,C24,Gk} \cdot \frac{F_{v,Rk}}{\gamma_{M,St}} = 160.975 N$$

Gleichung NA. 113

Beanspruchbarkeit Klammerverbindung

$$\rho_{C24} := 350 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Bauaufsichtlich zugelassene Klammern

Kategorie A (Typ G, G5562, KG700, S4, S16)

Kat	d_1	d_2	d_N
	(mm)	(mm)	(mm)
"A: PZ"	1.62	1.34	1.53
"B: PQ"	1.90	1.60	1.80
"C"	2.10	1.80	2.00

$$d_{KL.N} := 1.80 \text{ mm}$$

$$l_{KL} := 50 \text{ mm}$$

Charakteristischer Wert der Lochleibungsfestigkeit Gipskartonplatte

$$f_{h.1.k} := 3.9 \cdot d_{KL.N}^{-0.6} \cdot t_{Gk}^{0.7} \cdot (N \cdot \text{mm}^{-2.1}) = 16.06 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Charakteristischer Wert der Lochleibungsfestigkeit Schnittholz (nicht vorgebohrt)

$$f_{h.2.k} := 0.082 \cdot \rho_{C24} \cdot d_{KL.N}^{-0.3} \cdot \left(\frac{10^{12} \text{ mm}^{2.3}}{\text{s}^2} \right) = 24.06 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Faktor beta

$$\beta := \frac{f_{h.2.k}}{f_{h.1.k}} = 1.498$$

Charakteristischer Wert Fließmoment

$$M_{y.Rk} := 150 \cdot d_{KL.N}^3 \cdot (N \cdot \text{mm}^{-2}) = 874.8 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Mindestholzdicke Gipskarton

$$t_{1.req} := 1.15 \cdot \left(2 \cdot \sqrt{\frac{\beta}{1+\beta}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y.Rk}}{f_{h.1.k} \cdot d_{KL.N}}} = 22.451 \text{ mm}$$

Mindestholzdicke Vollholz

$$t_{2.req} := 1.15 \cdot \left(2 \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\beta}} + 2 \right) \cdot \sqrt{\frac{M_{y.Rk}}{f_{h.2.k} \cdot d_{KL.N}}} = 16.877 \text{ mm}$$

$$t_{2.req.14} := 14 \cdot d_{KL.N} = 25.2 \text{ mm} \quad \text{Einbindetiefe sollte 14d betragen}$$

Charakteristische Wert der Tragfähigkeit pro Scherfläche

$$F_{v.Rk} := \sqrt{\frac{2 \cdot \beta}{1+\beta}} \sqrt{2 \cdot M_{y.Rk} \cdot f_{h.1.k} \cdot d_{KL.N}} = 246.297 \text{ N}$$

Eindringtiefe Klammer in Gipskartonplatte

$$t_1 := t_{Gk}$$

Eindringtiefe Klammer in Vollholz

$$t_2 := l_{KL} - t_{Gk} = 37.5 \text{ mm}$$

Abminderung wegen Unterschreitung Mindesteinbindetiefen

$$\frac{t_1}{t_{1.req}} = 0.557 \quad \frac{t_2}{t_{2.req}} = 2.222$$

$$F_{v.Rk} := \min \left(\frac{t_1}{t_{1.req}}, \frac{t_2}{t_{2.req}}, 1 \right) \cdot F_{v.Rk} = 137.132 \text{ N}$$

Charakteristischer Wert der Tragfähigkeit pro Klammer

Zwei Scherflächen, Abminderung 0.7 wegen Winkel

$$F_{v.Rk} := 2 \cdot 0.7 \cdot F_{v.Rk} = 191.985 \text{ N}$$

Bemessungswert der Tragsfähigkeit pro Klammer

$$F_{v.Rd} := \frac{k_{mod.C24.Gk} \cdot F_{v.Rk}}{\gamma_{M.St}} = 148.095 \text{ N}$$

Beanspruchbarkeit der Rippen/Beplankung bei vertikaler Belastung

Beanspruchbarkeit der Rippe infolge von Knicken

$$\beta := 1.0$$

Eulerfall 2

$$h = 250 \text{ cm}$$

$$i_y := \frac{b_{12}}{\sqrt{12}} = 2.887 \text{ cm}$$

Trägheitsradius

$$l_{ef} := \beta \cdot h = 2.5 \text{ m}$$

$$\lambda := \frac{l_{ef}}{i_y} = 86.603$$

$$k_c := 0.390$$

Tabellen-Lookup !!!!!!!!!!!!!!!

$$F_{R.c.0.d} := n_R \cdot k_c \cdot f_{c.0.d} \cdot A_{12} = 85.05 \text{ kN}$$

Beanspruchbarkeit der Rippen infolge von Schwellendruck

$$A_{ef.1} := b_1 \cdot (h_1 + 3.0 \text{ cm}) = 80 \text{ cm}^2$$

$$A_{ef.2} := b_2 \cdot (3.0 \text{ cm} + h_2 + 3.0 \text{ cm}) = 110 \text{ cm}^2$$

$$l_1 := \frac{l - (2 \cdot h_1 + h_2)}{2} = 55 \text{ cm} \quad 2 \cdot h_1 = 10 \text{ cm}$$

$$l_1 \geq 2 \cdot h_1 = 1 \quad k_{c.90} := 1.25$$

$$F_{R.c.90.d} := (2 \cdot A_{ef.1} + A_{ef.2}) \cdot k_{c.90} \cdot f_{c.90.d} = 58.413 \text{ kN}$$

Minimum: Beanspruchbarkeit der Rippen bei vertikaler Belastung

$$F_{R.c.d} := \min \left(\begin{bmatrix} F_{R.c.0.d} \\ F_{R.c.90.d} \end{bmatrix} \right) = 58.413 \text{ kN}$$

Beanspruchbarkeit der Beplankung bei vertikaler Belastung

(1) Lala

$$a_v := \frac{l}{n_N} = 62.5 \text{ mm}$$

Verbindungsmittelabstand

$$f_{v.Gk.90.d.1} := \frac{F_{v.Rd}}{a_v} = 2.37 \frac{kN}{m}$$

Nagelverbindung

(2) Lala

$$k_{v2} := 0.5$$

????????????????

$$f_{v.Gk.90.d.2} := k_{v2} \cdot f_{c.Gk.d} \cdot t_{Gk} = 13.462 \frac{kN}{m}$$

(3) Lala

$$a_r := \frac{l - h_1}{2} = 600 \text{ mm}$$

$$f_{v.Gk.90.d.3} := k_{v2} \cdot f_{c.Gk.d} \cdot 20 \cdot \frac{t_{Gk}^2}{a_r} = 5.609 \frac{kN}{m}$$

$$f_{v.Gk.90.d} := \min \left(\begin{bmatrix} f_{v.Gk.90.d.1} \\ f_{v.Gk.90.d.2} \\ f_{v.Gk.90.d.3} \end{bmatrix} \right) = 2.37 \frac{kN}{m}$$

$$F_B := n_{Bp} \cdot f_{v.Gk.90.d} \cdot l = 5.924 \text{ kN}$$

Verteilung der vertikalen Belastung

Die Beplankung trägt von der vertikalen Belastung:

$$\eta := \frac{F_B}{F_{R.c.90.d}} = 0.101$$

Rippenkräfte aus horizontaler Scheibenbeanspruchung

$$F_{Q.d} = 4.05 \text{ kN} \quad \text{mit wechselndem Vorzeichen}$$

$$F_{c.Ed} := F_{Q.d} \cdot \frac{h}{l} = 8.1 \text{ kN}$$

$$F_{1.h.c} := F_{c.Ed} = 8.1 \text{ kN}$$

$$F_{1.h.t} := F_{1.h.c} = 8.1 \text{ kN}$$

Rippenkräfte aus vertikaler Scheibenbeanspruchung

Die Streckenlast wird konzentriert über die Rippen eingeleitet.
Die Rippen tragen (1-eta) der Vertikalbeanspruchung.

Außenrippe (Index 1)

$$F_{1.v.c} := (1 - \eta) \cdot q_d \cdot \frac{l}{4} = 8.214 \text{ kN}$$

Innenrippe (Index 2)

$$F_{2.v.c} := (1 - \eta) \cdot q_d \cdot \frac{l}{2} = 16.427 \text{ kN}$$

Druck in Außenrippe (Index 1) aus vertikaler und horizontaler Scheibenbeanspruchung

$$N_{1.c} := F_{1.h.c} + F_{1.v.c} = 16.314 \text{ kN}$$

Druck in Innenrippe (Index 2) aus vertikaler und horizontaler Scheibenbeanspruchung

$$N_{2.c} := F_{2.v.c} = 16.427 \text{ kN}$$

Zug in Außenrippe

$$N_{1.t} := F_{1.h.t} = 8.1 \text{ kN}$$

Zug in Innenrippe

$$N_{2.t} := 0 \text{ kN}$$

Bemessungsmaßgebende Schwellenkräfte

Rippenkräfte aus vertikaler und horizontaler Scheibenbeanspruchung

Außenrippe

$$F_1 := \max \left(\begin{bmatrix} N_{1.c} \\ N_{1.t} \end{bmatrix} \right) = 16.314 \text{ kN}$$

Innenrippe

$$F_2 := \max \left(\begin{bmatrix} N_{2.c} \\ N_{2.t} \end{bmatrix} \right) = 16.427 \text{ kN}$$

Beanspruchbarkeit der Beplankung aus horizontaler Belastung (Schub)

$$a_v = 62.5 \text{ mm}$$

$$k_{v1} := 1.0$$

$$k_{v2} = 0.5$$

$$c := 1.0$$

$$f_{v.Gk.0.d.1} := k_{v1} \cdot c \cdot \frac{F_{v.Rd}}{a_v} = 2.37 \frac{N}{mm}$$

Verbindungsmittel

$$f_{v.Gk.0.d.2} := k_{v1} \cdot k_{v2} \cdot f_{t.Gk.d} \cdot t_{Gk} = 3.846 \frac{N}{mm}$$

Zug- bzw. Schubfestigkeit der Gipsplatte

$$f_{v.Gk.0.d.3} := k_{v1} \cdot k_{v2} \cdot f_{t.Gk.d} \cdot \frac{35 \cdot t_{Gk}^2}{a_r} = 2.804 \frac{N}{mm}$$

Schubbeulen der Gipsplatte

$$f_{v.Gk.0.d} := \min \left(\begin{bmatrix} f_{v.Gk.0.d.1} \\ f_{v.Gk.0.d.2} \\ f_{v.Gk.0.d.3} \end{bmatrix} \right) = 2.37 \frac{N}{mm}$$

Maßgebende Beanspruchbarkeit

Beanspruchbarkeit der Beplankung aus lotrechter Belastung

$$a_v = 62.5 \text{ mm}$$

$$k_{v2} = 0.5$$

$$f_{v.Gk.90.d.1} := \frac{F_{v.Rd}}{a_v} = 2.37 \frac{N}{mm}$$

Verbindungsmittel

$$f_{v.Gk.90.d.2} := k_{v2} \cdot f_{c.Gk.d} \cdot t_{Gk} = 13.462 \frac{N}{mm}$$

$$f_{v.Gk.90.d.3} := k_{v2} \cdot f_{c.Gk.d} \cdot 20 \cdot \frac{t_{Gk}^2}{a_r} = 5.609 \frac{N}{mm}$$

$$f_{v.Gk.90.d} := \min \left(\begin{bmatrix} f_{v.Gk.90.d.1} \\ f_{v.Gk.90.d.2} \\ f_{v.Gk.90.d.3} \end{bmatrix} \right) = 2.37 \frac{N}{mm}$$

Bemessungswert des Schubflusses der einzelnen Beplankung aus horizontaler Scheibenbeanspruchung

$$s_{v.0.d} := \frac{\left(\frac{F_{Q.d}}{n_{Bp}} \right)}{l} = 1.62 \frac{N}{mm}$$

Bemessungswert des Schubflusses der einzelnen Beplankung aus vertikaler Scheibenbeanspruchung

$$s_{v.90.d} := \frac{\eta \cdot q_d \cdot l}{n_{Bp} \cdot l} = 1.483 \frac{N}{mm}$$

Tragfähigkeitsnachweise

(1) Auf Zug beanspruchte Außenrippe

$$\sigma_{t.0.d} := \frac{N_{1.t}}{A_{12}} = 1.62 \frac{N}{mm^2}$$

$$\eta_{t.0.d} := \frac{\sigma_{t.0.d}}{f_{t.0.d}} = 0.167$$

if $(\eta_{t.0.d} < 1.0, \text{"OK"}, \text{"nicht OK"}) = \text{"OK"}$

(2) Auf Druck beanspruchte Innenrippe

$$\sigma_{c.0.d} := \frac{F_2}{A_{12}} = 3.285 \frac{N}{mm^2}$$

$$\eta_{c.0.d} := \frac{\sigma_{c.0.d}}{k_c \cdot f_{c.0.d}} = 0.579$$

if $(\eta_{c.0.d} < 1.0, \text{"OK"}, \text{"nicht OK"}) = \text{"OK"}$

(3) Schwellenpressung

$$\sigma_{1.c.90.d} := \frac{F_1}{A_{ef.1}} = 2.039 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{2.c.90.d} := \frac{F_2}{A_{ef.2}} = 1.493 \frac{N}{mm^2}$$

$$\sigma_{c.90.d} := \max \left(\begin{bmatrix} \sigma_{1.c.90.d} \\ \sigma_{2.c.90.d} \end{bmatrix} \right) = 2.039 \frac{N}{mm^2}$$

$$\eta_{c.90.d} := \frac{\sigma_{c.90.d}}{k_{c.90} \cdot f_{c.90.d}} = 0.943$$

if $(\eta_{c.90.d} < 1.0, \text{"OK"}, \text{"nicht OK"}) = \text{"OK"}$

(4) Scheibenbeanspruchung

$$\eta_{v.0.d} := \frac{s_{v.0.d}}{f_{v.Gk.0.d}} = 0.684$$

if $(\eta_{v.0.d} < 1.0, \text{"OK"}, \text{"nicht OK"}) = \text{"OK"}$

$$\eta_{v.90.d} := \frac{s_{v.90.d}}{f_{v.Gk.90.d}} = 0.626$$

if $(\eta_{v.90.d} < 1.0, \text{"OK"}, \text{"nicht OK"}) = \text{"OK"}$