

1. Risolvere (se possibile) i seguenti sistemi di congruenze:

$$(a) \begin{cases} 8x \equiv 12 \pmod{18} \\ 15x \equiv 12 \pmod{21} \\ 14x \equiv 10 \pmod{22} \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x \equiv 15 \pmod{36} \\ x \equiv 21 \pmod{40} \\ x \equiv 11 \pmod{75} \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x \equiv 23 \pmod{36} \\ x \equiv 11 \pmod{40} \\ x \equiv 41 \pmod{75} \end{cases}$$

2. Discutere il comportamento del sistema (ovvero, se è determinato, indeterminato o incompatibile)

$$\begin{cases} x + ay + 3z = 1 \\ y + az = 0 \\ x + y + z = b \\ 2x + ax + az = 2 \end{cases}$$

al variare dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$ .

3. Denotiamo con  $(\mathbb{Z}_n^*, \cdot)$  il gruppo moltiplicativo degli interi invertiti modulo  $n$ .

- (a) stabilire se i gruppi  $(\mathbb{Z}_9^*, \cdot)$  e  $(\mathbb{Z}_{14}^*, \cdot)$  sono isomorfi tra loro.  
 (b) stabilire se i gruppi  $(\mathbb{Z}_{24}^*, \cdot)$  e  $(\mathbb{Z}_{30}^*, \cdot)$  sono isomorfi tra loro.

**Suggerimento:** Calcolare l'ordine di ogni elemento nel gruppo.

4. Stabilire se la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & -1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 6 & -5 & -4 \end{pmatrix}$$

è diagonalizzabile (sul campo  $\mathbb{R}$  dei numeri reali). In caso affermativo, determinare una matrice invertibile  $B \in GL(3, \mathbb{R})$  e una matrice diagonale  $D \in Mat_{3 \times 3}(\mathbb{R})$  tali che

$$D = B^{-1}AB.$$

5. ???



### Importante!

L'esercizio 5 non è stato scritto/salvato da nessun studente. Se hai una copia di questo esercizio, per favore inviala via email a [crainic.lucian@gmail.com](mailto:crainic.lucian@gmail.com). Grazie!