Induzione

Con l’induzione possiamo definire in modo formalmente ineccepibile insiemi infiniti, fornendo elementi base e regole per costruirne altri

- Definizione induttiva di insiemi
- Definizione induttiva di funzioni
- Dimostrazione di proprietà per induzione

Definizione induttiva di un insieme

1. Clausola Base: certi elementi appartengono all’insieme
2. Clausola Induttiva: come usare elementi dell’insieme per costruirne altri
3. Clausola Terminale: l’insieme non contiene altro

Definizione induttiva di $\mathbb{N}$:

$\mathbb{N}$ è il più piccolo insieme di numeri che soddisfa:

1. Clausola Base: $0 \in \mathbb{N}$
2. Clausola Induttiva: $\text{Se } n \in \mathbb{N} \text{ allora } (n+1) \in \mathbb{N}$

Definizione induttiva di una funzione

Per una funzione $f : A \to B$

Se A è definito induttivamente

1. Clausola Base: dare $f(a)$ per qualche $a \in A$ per la clausola base
2. Clausola Induttiva: dare una regola per calcolare $f(a)$ usando valori di f su elementi che sono già in A

Questo garantisce che f sia una funzione totale

Esempio, definizione induttiva della successione $T : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $T_n = \sum_{i=0}^{n} i$

1. Clausola Base: $T_0 = 0$
2. Clausola Induttiva: $T_{n+1} = T_n + (n + 1)$