

# MEC 6616 Aérodynamique Numérique – Hiver 2020

## Laboratoire d'apprentissage 4 - Semaine 6

Travail individuel ou en équipe de 2 personnes

Pondération : 3% de la note globale

À remettre le 23 février 2020

(10 % de pénalité par jour de retard)

### Les équations du momentum

On désire vérifier la solution numérique aux deux équations du momentum à l'aide de l'approche MMS. Les équations à résoudre sont les suivantes:

$$\frac{\partial \rho u u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v u}{\partial y} - \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = S_x$$

$$\frac{\partial \rho u v}{\partial x} + \frac{\partial \rho v v}{\partial y} - \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = S_y$$

On prendra la masse volumique  $\rho=1\text{kg/m}^3$  et la viscosité dynamique égale à  $\mu=0,01\text{Ns/m}^2$ .

En général, le terme de gradient de pression apparaîtra comme un terme source dans l'équation du momentum. Pour la vérification par l'approche MMS, on ne va pas imposer directement ces forces de pression. On posera plutôt un champ de vitesse et on en déduira un terme source  $S_x$  et  $S_y$  par l'approche MMS.

On se donne le champ de vitesse suivant, dans un domaine de calcul carré  $x \in [0,1] * y \in [0,1]$ :

$$u = (2x^2 - x^4 - 1)(y - y^3) \quad v = -(2y^2 - y^4 - 1)(x - x^3)$$

C'est le même champ de vitesse à divergence nulle que celui utilisé au TPP2. Par contre, le domaine de calcul n'est pas le même.

Appliquant la méthodologie MMS, déterminer les termes sources  $S_x$  et  $S_y$  requis pour satisfaire les équations du momentum. Il est recommandé d'utiliser le module sympy et Python.

Utiliser des conditions de Dirichlet pour  $u$  et  $v$  sur les 4 frontières du domaine.

Appliquer l'approche itérative discutée en classe pour résoudre ces deux équations couplées. Faites les calculs à l'aide des schémas Centré et Upwind. Obtenez des solutions pour différents maillages et choisissez la taille des maillages permettant de bien illustrer la convergence en maillage et de bien calculer l'ordre de convergence des deux schémas.

## Résultats attendus :

- Afficher certains des maillages utilisés
- Tracer les contours du champ de vitesse et comparer qualitativement à la solution analytique
- Comparer vos solutions numériques à la solution analytique sur des coupes à X ou Y constant.
- En faisant varier le nombre de nœuds du maillage, déterminer l'ordre de convergence de l'approximation numérique pour les schémas Centré et Upwind en utilisant tous les points du maillage pour la mesure de la norme de l'erreur.

## DÉPOT SUR MOODLE

Déposer votre programme Python sur MOODLE avant le dimanche 23 février 23h55. Je vais exécuter le programme et je vais vérifier que :

- Votre programme fonctionne tel qu'attendu
- Votre programme est facile à comprendre
- Le programme trace les contours du champ de vitesse pour les solutions analytiques et numériques
- Le programme compare les solutions analytiques et numériques sur des coupes X ou Y.
- Le programme calcule la norme de l'erreur et l'ordre de convergence

Une note maximale de 3% sera donnée selon la grille suivante :

Item	État				
	Non-fonctionnel	Fonctionnel	Fonctionnel	Fonctionnel	Fonctionnel
Résultats	Inexistant	La plupart des résultats manquants ou erronés	Environ la moitié des résultats corrects	Presque tous les résultats corrects	La totalité des résultats corrects
Note	0-1.5%	1.5-2.0%	2.0-2.5%	2.5-3.0%	3.0%