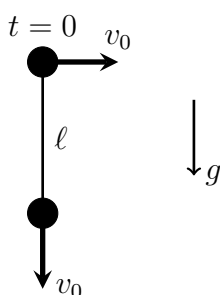


問題に解答するとき条件などたりないと思えば、その条件を補って明記し解答せよ。

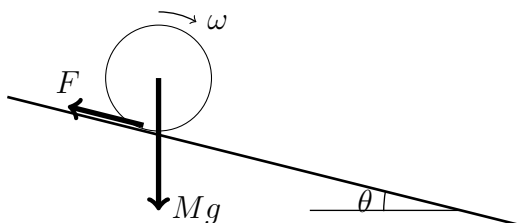
問題1 等しい質量 m をもつ二つの小物体が長さ ℓ の伸びない質量の無視できる糸で結合されている。時刻 $t = 0$ で、図のように、上の小物体に右向き水平に速度 v_0 、下の小物体には鉛直下向きに v_0 の初速を与えた。重力加速度を g とし、 x 軸を右向き水平に、 y 軸を鉛直上向きにとる。

1. 小物体の座標をそれぞれ (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) として、質量中心の座標 (x, y) を求めよ。
2. 質量中心の $t = 0$ での速度 $(v_x(0), v_y(0))$ を求め、それ以後の質量中心の座標 (x, y) を t の関数として表せ。ただし、 $t = 0$ で質量中心は $(0, 0)$ にあったとする。
3. 質量中心回りの回転の角運動量の大きさを求めよ。



問題2 半径 a 、質量 M の一様な球が、水平と角度 θ をなす斜面上を、重力 (重力加速度 g) のもと、すべらずに転がり下っているとす。球の中心を通る軸まわりの慣性モーメントを I 、斜面に沿って上向きに働く摩擦力を F とする。

1. 慣性モーメント I を求めよ。
2. 斜面に沿って下方に x 軸を取り、質量中心の座標を x とするとき、質量中心の運動方程式を書き下せ。(F を使ってよい。)
3. 中心まわりの回転の角速度を ω として、回転に関する運動方程式を書き下せ。(I, F を使ってよい。)
4. 球がすべらず転がっていることから、摩擦力の大きさ F を、 M, g, θ をつかって表せ。



問題 3 慣性系 S (座標を (x, y) とする) に対して原点および z 軸を共有して一定の角速度 ω で回転している非慣性系 S' (座標を (x', y') とする) を考える。 $t = 0$ で、 x 軸および x' 軸が一致していたとする。 S' 系にいる観測者が運動している質点を見たとき、質点には遠心力とコリオリ力が働いている。これらの力を導出してみよう。

1. それぞれの座標 (x, y) と (x', y') には

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t \\ \sin \omega t & \cos \omega t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad (1)$$

という関係が、それぞれの力については

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega t & -\sin \omega t \\ \sin \omega t & \cos \omega t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F'_x \\ F'_y \end{pmatrix} \quad (2)$$

という関係がある。この関係から S 系での運動方程式

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x \quad (3)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y \quad (4)$$

が S' 系の座標 (x', y') 、力 (F'_x, F'_y) を使ってどのように表されるか導け。

2. 上問で導出した二種類の見かけの力のうち、コリオリ力に相当する力を書き、 S' 系での速度 $\left(\frac{dx'}{dt}, \frac{dy'}{dt}\right)$ に直交する向きに力が働いていることを示せ。

