

Группа М3201

К работе допущен _____

Студенты Ткачук С. А. и Чуб Д. О.

Работа выполнена _____

Преподаватель Громова Н. Р.

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 4.11

Определение основных характеристик дифракционной решетки

1. Цель работы

Изучение характеристик дифракционной решетки

2. Задачи, решаемые при выполнении работы

1. Экспериментальное определение угловой дисперсии решетки
2. Экспериментальное определение разрешающей способности решетки

3. Объект исследования

Дифракционная решетка

4. Метод экспериментального исследования

Лабораторный

5. Рабочие формулы

Угол дифракции (N_1, N_2 - углы дифракции линий с разных сторон)

$$\varphi = \frac{N_2 - N_1}{2} \quad (1)$$

Условие возникновения главных интерференционных максимумов (d - период дифракционной решетки, φ - угол дифракции, m - номер порядка, λ - длина волны)

$$d \sin \varphi = m\lambda \quad (2)$$

Число штрихов, нанесенных на 1 мм ширины решетки (d - период дифракционной решетки)

$$n = \frac{1}{d} \quad (3)$$

Угловая дисперсия по определению (φ - угол дифракции, λ - длина волны)

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda} \quad (4)$$

Угловая дисперсия через параметры конкретной решетки (m - номер порядка, d - период дифракционной решетки, φ - угол дифракции)

$$D = \frac{m}{d \cos \varphi} \quad (5)$$

Разрешающая способность (m - номер порядка, N - полное число штрихов решетки)

$$R = mN \quad (6)$$

6. Измерительные приборы

	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон
1	Лимб	механический	$0^\circ - 360^\circ$
2	Нониус	механический	$0' - 60'$

7. Схема установки

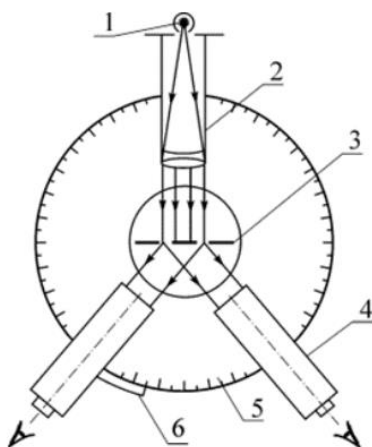


Рис. 1: схема установки: 1 - ртутная лампа, 2 - осветительный коллиматор, 3 - дифракционная решетка, 4 - зрительная труба, 5 - лимб гониометра, 6 - нониус

8. Результаты измерений и их обработки

Таблица 1: Ширина решетки ($49 \pm 0,1$) мм

	φ_1	φ_2	φ_3	$\varphi_{\text{ср}}$	m
$N_1^{\text{зел}}$	$-19^\circ 20'$	$-19^\circ 20'$	$-19^\circ 20'$	$-19^\circ 20'$	1
$N_1^{\text{син}}$	$-15^\circ 20'$	$-15^\circ 20'$	$-15^\circ 20'$	$-15^\circ 20'$	1
$N_2^{\text{зел}}$	$19^\circ 20'$	$19^\circ 20'$	$19^\circ 20'$	$19^\circ 20'$	1
$N_2^{\text{син}}$	$15^\circ 20'$	$15^\circ 20'$	$15^\circ 20'$	$15^\circ 20'$	1

Рассчитаем угол дифракции по формуле (1):

$$\varphi_{\text{зел}} = \frac{N_2 - N_1}{2} = \frac{19^\circ 20' - (-19^\circ 20')}{2} = 19^\circ 20'$$

$$\varphi_{\text{син}} = \frac{N_2 - N_1}{2} = \frac{15^\circ 20' - (-15^\circ 20')}{2} = 15^\circ 20'$$

Зная длину волны зеленой линии $\lambda = 546,1$ нм, рассчитаем период решетки d по формуле (2):

$$d \sin \varphi = m\lambda$$

$$d = \frac{m\lambda}{\sin \varphi} = \frac{1 \cdot 546,1 \cdot 10^{-9}}{\sin 19^\circ 20'} = 1,65 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 1,65 \cdot 10^{-3} \text{ мм} = 1,65 \cdot 10^3 \text{ нм}$$

Рассчитаем число штрихов на 1 мм ширины решетки по формуле (3):

$$n = \frac{1}{d} = \frac{1}{1,65 \cdot 10^{-3}} = 606$$

Рассчитаем угловую дисперсию решетки по формуле (4):

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta\lambda} = \frac{19^\circ 20' - 15^\circ 20'}{546,1 - 435,8} = \frac{4^\circ}{546,1 - 435,8} = \frac{0,07}{546,1 - 435,8} = 6,35 \cdot 10^{-4} \frac{\text{рад}}{\text{нм}}$$

Рассчитаем угловую дисперсию решетки по формуле (5):

$$D = \frac{m}{d \cos \varphi} = \frac{1}{1,65 \cdot 10^3 \cdot \cos 19^\circ 20'} = 6,42 \cdot 10^{-4} \frac{\text{рад}}{\text{нм}}$$

Результаты различаются незначительно

Найдем полное число штрихов решетки, зная число штрихов на 1 мм и ширину нарезанной части решетки $b = 49$ мм

$$N = b \cdot n = 49 \cdot 606 = 29694$$

Рассчитаем разрешающую способность решетки в спектре рассматриваемого порядка по формуле (6):

$$R = mN = 1 \cdot 29694 = 29694$$

Выведем формулу для расчета погрешности определения периода решетки

$$d = f(\varphi) = \frac{m\lambda}{\sin \varphi}$$

Абсолютная погрешность:

$$\Delta_d = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \varphi} \Delta_\varphi\right)^2} = \frac{\partial f}{\partial \varphi} \Delta_\varphi$$

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} = \left(\frac{m\lambda}{\sin \varphi}\right)'_\varphi = -\frac{m\lambda \cos \varphi}{\sin^2 \varphi}$$

$$\varphi = f(N_1, N_2) = \frac{N_2 - N_1}{2}$$

$$\Delta_\varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial N_1} \Delta_{N_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial N_2} \Delta_{N_2}\right)^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial N_1} = \left(\frac{N_2 - N_1}{2}\right)'_{N_1} = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial N_2} = \left(\frac{N_2 - N_1}{2}\right)'_{N_2} = \frac{1}{2}$$

$$\Delta_{N_1} = t_{\alpha, N} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (N_{1i} - \langle N_1 \rangle_N)^2}{N(N-1)}}$$

$$\Delta_{N_2} = t_{\alpha,N} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (N_{2i} - \langle N_2 \rangle_N)^2}{N(N-1)}}$$

$$\Delta_\varphi = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial N_1} \Delta_{N_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial N_2} \Delta_{N_2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} t_{\alpha,N}^2 \frac{\sum_{i=1}^N (N_{1i} - \langle N_1 \rangle_N)^2}{N(N-1)} + \frac{1}{4} t_{\alpha,N}^2 \frac{\sum_{i=1}^N (N_{2i} - \langle N_2 \rangle_N)^2}{N(N-1)}}$$

$$= \frac{1}{2} t_{\alpha,N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (N_{1i} - \langle N_1 \rangle_N)^2 + (N_{2i} - \langle N_2 \rangle_N)^2}{N(N-1)}}$$

$$\Delta_d = \frac{\partial f}{\partial \varphi} \Delta_\varphi = -\frac{m\lambda \cos \varphi}{2 \sin^2 \varphi} t_{\alpha,N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (N_{1i} - \langle N_1 \rangle_N)^2 + (N_{2i} - \langle N_2 \rangle_N)^2}{N(N-1)}}$$

Относительная погрешность:

$$\varepsilon_d = \frac{\Delta_d}{d} \cdot 100\%$$

Т.к. значения при трех измерениях совпадают, то погрешность равна нулю

9. Вывод и анализ результатов работы

В ходе данной лабораторной работы мы изучили такие характеристики дифракционной решетки, как период, угловая дисперсия и разрешающая способность. Для этого экспериментально измерили углы, на которых наблюдаются линии разных цветов в пределах одного порядка и определили угол дифракции.