1. Вывести формулу зависимости интенсивности от угла для дифракции на круглом отверстии

Т. к. отверстие круглое, используем полярные координаты (ρ, θ) произвольной точки отверстия

$$\begin{cases} \rho \cos \theta = \xi \\ \rho \sin \theta = \eta \end{cases}$$

(ω, ψ) – координаты точки P в дифракционной картине

$$\begin{cases} \omega \cos \psi = p \\ \omega \sin \psi = q \end{cases}$$

Дифракционный интеграл Френеля-Кирхгофа для дифракции Фраунгофера:

$$U(P) = C \iint\limits_A e^{-ik(p\xi + q\eta)}\, d\xi\, d\eta$$

$\omega = \sqrt{p^2 + q^2}$ – синус угла между направлением (p, q) и центральным направлением $p = q = 0$

Пусть a – радиус круглого отверстия, тогда дифракционный интеграл запишем как

$$U(P) = C \int\limits_0^a \int\limits_0^{2\pi} e^{-ik\rho\omega \cos(\theta - \psi)} \rho\, d\rho\, d0$$

Функция Бесселя:

$$J_n(x) = \frac{i^{-n}}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} e^{ix \cos \alpha} e^{in\alpha}\, d\alpha$$

Выразим дифракционный интеграл

$$U(P) = 2\pi C \int\limits_0^a J_0(k\rho\omega) \rho\, d\rho$$

Используем рекуррентное соотношение

$$\frac{d}{dx}\{x^{n+1} J_{n+1}(x)\} = x^{n+1} J_n(x)$$

После интегрирования для $n = 0$

$$\int\limits_0^x x' J_0(x')\, dx' = x J_1(x)$$

$$U(P) = CD\frac{2J_1(ka\omega)}{ka\omega}$$

Т.к. $I_0 = C^2D^2$ и $I(P) = |U(P)|^2$

$$I(P) = C^2D^2\left(\frac{2J_1(ka\omega)}{ka\omega}\right)^2 = I_0\left(\frac{2J_1(ka\omega)}{ka\omega}\right)^2$$

Где ω – синус угла, a – радиус отверстия

Источник: https://scask.ru/m_book_bop.php?id=127 стр 357

2. Для чего телескопы выводят за пределы атмосферы?

Земная атмосфера прозрачна лишь для излучения двух узких спектральных диапазонов: оптического (от 0,3 мкм до 1,5–2 мкм) и радиодиапазона (от 1 мм до 15–30 м). Для других длин волн излучение поглощается и рассеивается на молекулах воды H_2O, углекислого газа CO_2 и озона O_3 и отражается от электронов ионосферы. Благодаря внеатмосферным инструментам стало возможным изучать весь диапазон длин волн. Также внеатмосферная астрономия позволяет исследовать солнечный ветер и атомы межзвездной среды, проникающие в солнечную систему. Исследуются межпланетная и межзвёздная пыль, газово-пылевые облака, зоны звездообразования. Также внеатмосферная астрономия позволила достичь предельного углового разрешения оптических и УФ-телескопов, ограниченного лишь дифракцией излучения на входном отверстии телескопа.

Источник: https://old.bigenc.ru/physics/text/1918809

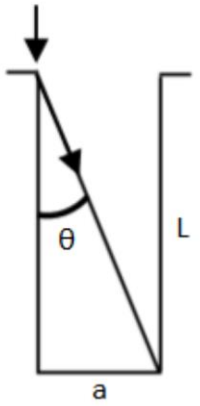
3. Студент направил луч лазера на единственную щель шириной $d = 0{,}04$ мм. Он установил экран на расстоянии $L = 1{,}49$ м от щели для наблюдения за дифракционной картиной лазерного излучения. В прилагаемой таблице приведены расстояния темных полос от центра центральной светлой полосы для разных порядков.

Номер порядка, m:	1	2	3	4	5	6	7	8
Расстояние, a (м)	0,0225	0,0445	0,0655	0,0870	0,1105	0,1320	0,1540	0,1775

Определите угол дифракции θ и $sin\,\theta$ для каждого порядка.

Постройте график $sin\,\theta$ в зависимости от порядкового номера m и найдите длину волны λ лазера по наиболее подходящей прямой.

Изобразим щель и дифрагирующий луч



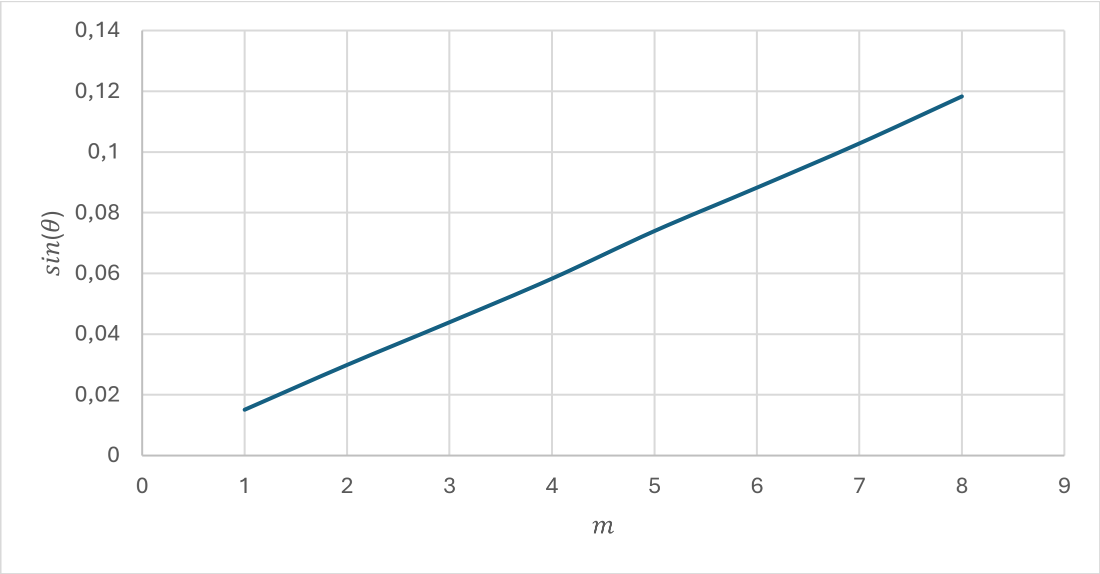
Из рисунка:

$$\sin\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+L^2}} \quad (1)$$

Рассчитаем $\sin\theta$ по формуле (1) и найдем угол дифракции θ:

Номер порядка, m:	1	2	3	4	5	6	7	8
Расстояние (м)	0,0225	0,0445	0,0655	0,0870	0,1105	0,1320	0,1540	0,1775
$\sin\theta$	0,0151	0,0299	0,0439	0,0583	0,0740	0,0882	0,1028	0,1183
θ, рад	0,0151	0,0299	0,0439	0,0583	0,0740	0,0884	0,1030	0,1186

Построим график $\sin\theta\,(m)$ в Excel

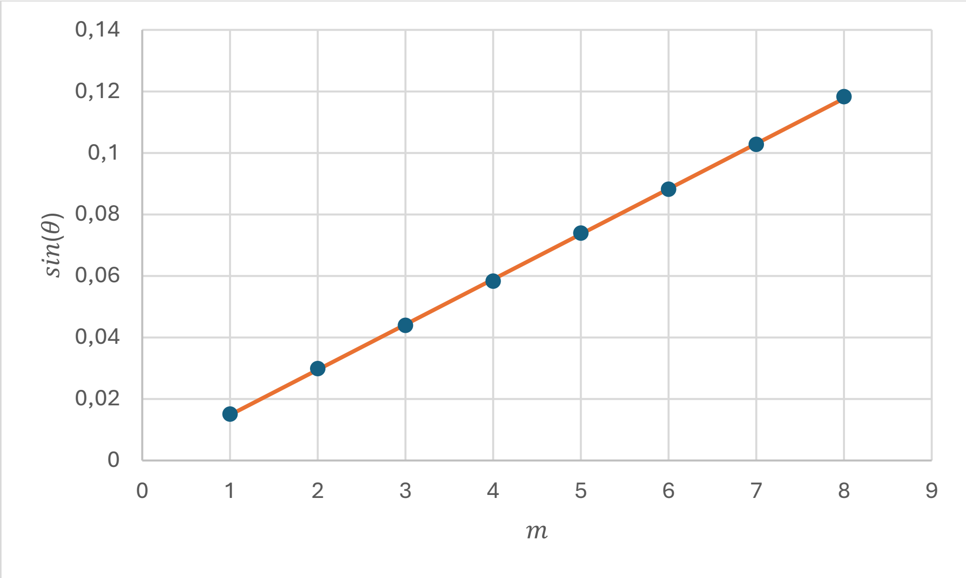


Условие интерференционных максимумов:

$$d\sin\theta = m\lambda$$

$$\sin\theta = \frac{m\lambda}{d} \quad (2)$$

Аппроксимируем график $\sin\theta\,(m)$ прямой линией и определим угловой коэффициент прямой $k = \frac{\lambda}{d}$



$$sin\,\theta = 0{,}0147m + 0{,}0001$$

$$\frac{\lambda}{d} = 0{,}0147$$

$$\lambda = 0{,}0147d = 0{,}0147 \cdot 0{,}04 \cdot 10^{-3} = 5{,}88 \cdot 10^{-7}\ \text{м} = 588\ \text{нм}$$