

Группа М3201

К работе допущен _____

Студенты Ткачук С. А. и Чуб Д. О.

Работа выполнена _____

Преподаватель Громова Н. Р.

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 4.04

Определение показателя преломления стеклянной пластины интерференционным методом

1. Цель работы

Определение показателя преломления стеклянной пластины с помощью интерференционной картины полос равного наклона и расчет порядка интерференции для центра картины

2. Задачи, решаемые при выполнении работы

1. Определение координат минимумов интерференционных колец
2. Определение показателя преломления пластины
3. Измерение толщины пластины

3. Объект исследования

Стеклянная пластина

4. Метод экспериментального исследования

Лабораторный

5. Рабочие формулы

Показатель преломления материала плоскопараллельной пластины (d - толщина пластины, L - расстояние от пластины до экрана, λ - длина волны, Δm - разница порядков интерференции, D_1 и D_2 - диаметры колец, отличающихся по порядку интерференции на Δm)

$$n = \frac{d(D_2^2 - D_1^2)}{16L^2\lambda\Delta m} \quad (1)$$

Порядок интерференции в центре интерференционной картины (d - толщина пластины, λ - длина волны, n - показатель преломления)

$$m = \frac{2dn}{\lambda} \quad (2)$$

6. Измерительные приборы

	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон
1	Разлинованный экран	механический	$(-4; 4)$ см

7. Схема установки

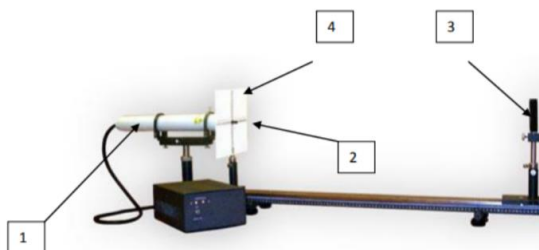


Рис. 1: вид экспериментальной установки: 1 - лазер, 2 - микро-объектив с экраном, 3 - плоскопараллельная пластина, 4 - экран

8. Результаты измерений и их обработки

Расстояние от экрана с микрообъективом до плоскопараллельной пластины:

$$L = 119,3 - 34,1 = 85,2 \text{ см}$$

Координаты пересечения с вертикальной и горизонтальной шкалой на экране у 8 темных расположенных подряд интерференционных колец:

Таблица 1: Координаты пересечения интерференционных колец

№ кольца	$x_1, \text{см}$	$y_1, \text{см}$	$x_2, \text{см}$	$y_2, \text{см}$
1	0,85	0,95	-1	-0,9
2	1,25	1,3	-1,4	-1,3
3	1,7	1,6	-1,75	-1,47
4	2	1,95	-2,1	-1,95
5	2,35	2,3	-2,45	-2,3
6	2,8	2,45	-2,85	-2,7
7	3,15	2,9	-3,2	-3
8	3,7	3,55	-3,7	-3,6

Толщина стеклянной пластины

$$d = 15,82 \text{ мм}$$

Инструментальная погрешность микрометра

$$\Delta_d = 0,002 \text{ мм}$$

Используя измерения, определим диаметры темных колец

Таблица 2: Диаметры интерференционных колец

№ кольца	$x_1, \text{см}$	$y_1, \text{см}$	$x_2, \text{см}$	$y_2, \text{см}$	$D_x, \text{см}$	$D_y, \text{см}$	$D_{\text{ср}}, \text{см}$
1	0,85	0,95	-1	-0,9	1,85	1,85	1,85
2	1,25	1,3	-1,4	-1,3	2,65	2,6	2,625
3	1,7	1,6	-1,75	-1,47	3,45	3,07	3,26
4	2	1,95	-2,1	-1,95	4,1	3,9	4
5	2,35	2,3	-2,45	-2,3	4,8	4,6	4,7
6	2,8	2,45	-2,85	-2,7	5,65	5,15	5,4
7	3,15	2,9	-3,2	-3	6,35	5,9	6,125
8	3,7	3,55	-3,7	-3,6	7,4	7,15	7,275

Из рассчитанных диаметров колец выберем три пары, отличающихся по порядку интерференции на 3. Рассчитаем разность квадратов диаметров

Таблица 3: Разность квадратов диаметров

№ кольца 1	№ кольца 2	$D_1, \text{см}$	$D_2, \text{см}$	$D_2^2 - D_1^2, \text{см}^2$
3	6	3,26	5,4	18,532
4	7	4	6,125	21,516
5	8	4,7	7,275	30,836

Рассчитаем среднее значение $D_2^2 - D_1^2$

$$D_2^2 - D_1^2_{\text{ср}} = 23,628 \text{ см}^2$$

Рассчитаем показатель преломления пластины n по формуле (1), используя известные значения толщины пластины $d = 15,82 \text{ мм}$ и длину волны излучения лазера $\lambda = 632,82 \text{ нм}$, расстояние от экрана с микрообъективом до плоскопараллельной пластины $L = 85,2 \text{ см}$, разницу порядков интерференции $\Delta m = 3$

$$n = \frac{d(D_2^2 - D_1^2)}{16L^2\lambda\Delta m} = \frac{15,82 \cdot 10^{-3} \cdot 23,628 \cdot 10^{-4}}{16 \cdot (85,2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 632,82 \cdot 10^{-9} \cdot 3} = 1,7$$

Выведем формулу погрешности для показателя преломления n и рассчитаем ее

$$n = f(d, D_1, D_2, L, \lambda) = \frac{d(D_2^2 - D_1^2)}{16L^2\lambda\Delta m}$$

$$\Delta n = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial d} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial (D_2^2 - D_1^2)} \Delta_{D_2^2 - D_1^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial L} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} \Delta \lambda\right)^2}$$

Рассчитаем $\Delta_{D_2^2 - D_1^2}$

$$\Delta_{D_2^2 - D_1^2} = t_{\alpha, N} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (D_2^2 - D_{1i}^2 - \langle D_2^2 - D_1^2 \rangle_N)^2}{N(N-1)}}$$

$$\Delta n = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial d} \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial (D_2^2 - D_1^2)} t_{\alpha, N} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (D_2^2 - D_{1i}^2 - \langle D_2^2 - D_1^2 \rangle_N)^2}{N(N-1)}}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial L} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} \Delta \lambda\right)^2}$$

$$\frac{\partial f}{\partial d} = \frac{D_2^2 - D_1^2}{16L^2\lambda\Delta m}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial f}{\partial(D_2^2 - D_1^2)} &= \frac{d}{16L^2\lambda\Delta m} \\ \frac{\partial f}{\partial L} &= -\frac{d(D_2^2 - D_1^2)}{8L^3\lambda\Delta m} \\ \frac{\partial f}{\partial \lambda} &= -\frac{d(D_2^2 - D_1^2)}{16L^2\lambda^2\Delta m}\end{aligned}$$

$$\Delta_n = \sqrt{\left(\frac{D_2^2 - D_1^2}{16L^2\lambda\Delta m}\Delta_d\right)^2 + \left(\frac{d}{16L^2\lambda\Delta m}t_{\alpha,N} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (D_2^2 - D_{1i}^2 - \langle D_2^2 - D_1^2 \rangle_N)^2}{N(N-1)}}\right)^2 + \left(-\frac{d(D_2^2 - D_1^2)}{8L^3\lambda\Delta m}\Delta_L\right)^2 + \left(-\frac{d(D_2^2 - D_1^2)}{16L^2\lambda^2\Delta m}\Delta_\lambda\right)^2}$$

Вычислим погрешность, используя значения $\Delta_d = 0,002$ мм, $t_{\alpha,N} = 4,3$, $N = 3$, $\Delta_L = 0,2$ мм, $\Delta_\lambda = 0,01$ нм

$$\begin{aligned}\Delta_n &= \sqrt{\left(\frac{23,628 \cdot 10^{-4}}{16 \cdot (85,2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 632,82 \cdot 10^{-9} \cdot 3} \cdot 0,002 \cdot 10^{-3}\right)^2 + \left(\frac{15,82 \cdot 10^{-3}}{16 \cdot (85,2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 632,82 \cdot 10^{-9} \cdot 3} \cdot 4,3 \cdot \sqrt{\frac{((18,532 - 23,628)^2 + (21,516 - 23,628)^2 + (30,836 - 23,628)^2) \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 2}}\right)^2 +} \\ &\quad + \left(-\frac{15,82 \cdot 10^{-3} \cdot 23,628 \cdot 10^{-4}}{8 \cdot (85,2 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 632,82 \cdot 10^{-9} \cdot 3} \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}\right)^2 + \left(-\frac{15,82 \cdot 10^{-3} \cdot 23,628 \cdot 10^{-4}}{16 \cdot (85,2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (632,82 \cdot 10^{-9})^2 \cdot 3} \cdot 0,01 \cdot 10^{-9}\right)^2} \\ &= \sqrt{4,59 \cdot 10^{-8} + (3,085 \cdot 0,037)^2 + 6,33 \cdot 10^{-7} + 7,18 \cdot 10^{-10}} = 0,114\end{aligned}$$

Относительная погрешность:

$$\begin{aligned}\varepsilon_n &= \frac{\Delta_n}{n} \cdot 100\% \\ \varepsilon_n &= \frac{0,114}{1,7} \cdot 100\% = 6,71\%\end{aligned}$$

Рассчитаем порядок интерференции m в центре картины по формуле (2)

$$m = \frac{2dn}{\lambda} = \frac{2 \cdot 15,82 \cdot 10^{-3} \cdot 1,7}{632,82 \cdot 10^{-9}} = 84997,31$$

Выведем формулу погрешности для порядка интерференции m и рассчитаем ее

$$\begin{aligned}m &= f(d, n, \lambda) = \frac{2dn}{\lambda} \\ \Delta_m &= \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial d}\Delta_d\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial n}\Delta_n\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda}\Delta_\lambda\right)^2} \\ \frac{\partial f}{\partial d} &= \frac{2n}{\lambda} \\ \frac{\partial f}{\partial n} &= \frac{2d}{\lambda} \\ \frac{\partial f}{\partial \lambda} &= -\frac{2dn}{\lambda^2}\end{aligned}$$

$$\Delta_m = \sqrt{\left(\frac{2n}{\lambda}\Delta_d\right)^2 + \left(\frac{2d}{\lambda}\Delta_n\right)^2 + \left(-\frac{2dn}{\lambda^2}\Delta_\lambda\right)^2}$$

$$\Delta_m = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 1,7}{632,82 \cdot 10^{-9}} \cdot 0,002 \cdot 10^{-3}\right)^2 + \left(\frac{2 \cdot 15,82 \cdot 10^{-3}}{632,82 \cdot 10^{-9}} \cdot 0,114\right)^2 + \left(-\frac{2 \cdot 15,82 \cdot 10^{-3} \cdot 1,7}{(632,82 \cdot 10^{-9})^2} \cdot 0,01 \cdot 10^{-9}\right)^2}$$

$$\Delta_m = \sqrt{115,47 + 3,25 \cdot 10^7 + 1,80} = 5700,89$$

Относительная погрешность:

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta_m}{m} \cdot 100\%$$
$$\varepsilon_m = \frac{5700,89}{84997,31} \cdot 100\% = 6,71\%$$

9. Вывод и анализ результатов работы

В ходе данной работы, на основе картины колец и их координат, мы изучили характеристики стеклянной пластины, преломляющей луч лазера, определив ее показатель преломления с помощью интерференционной картины полос равного наклона. Также определили порядок интерференции для центра картины.