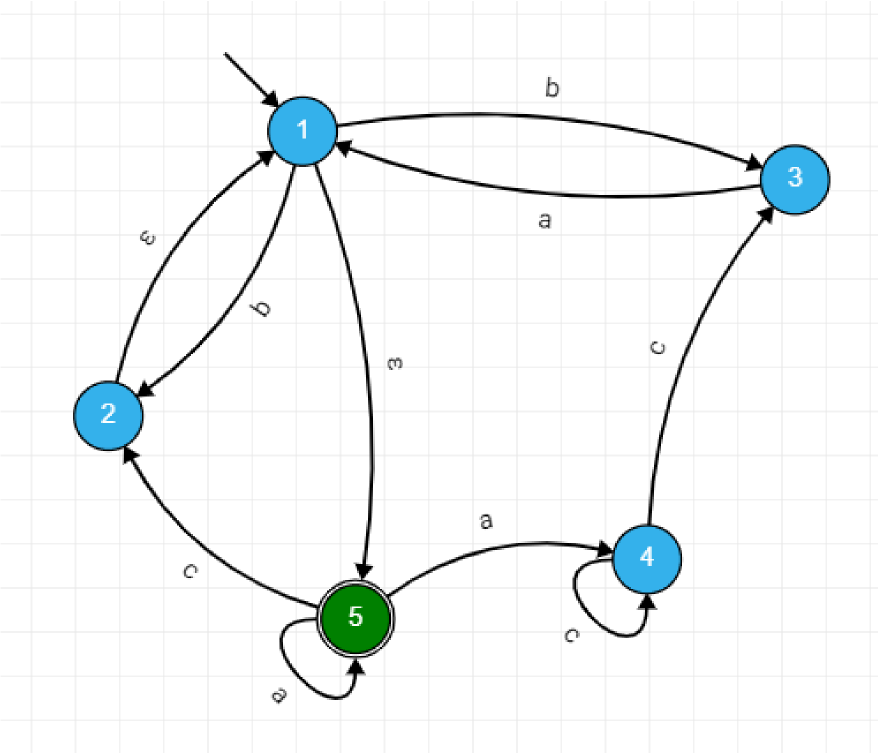
№ 1.

Дан недетерминированный конечный автомат.

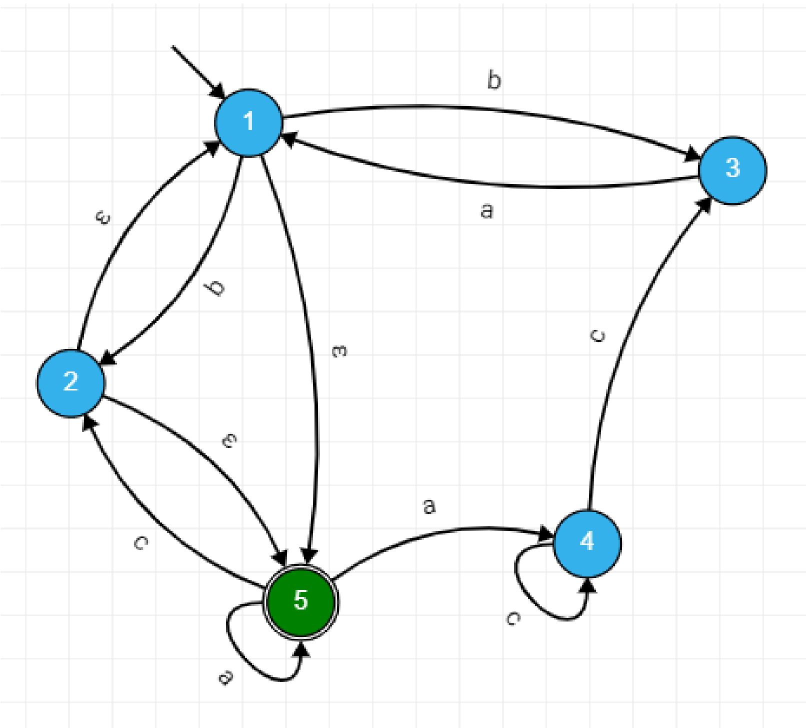
а) Постройте эквивалентный ему детерминированный.

Обозначения: q0 → 1, q1 → 2, q2 → 3, q3 → 4, q4 → 5

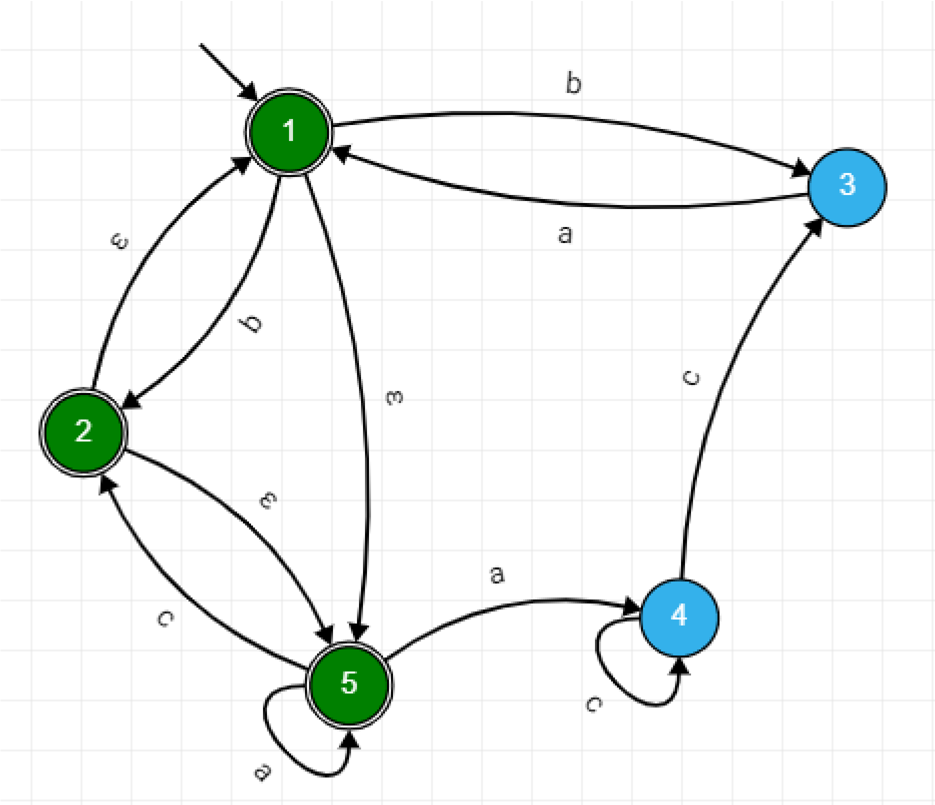


Сначала преобразуем ϵ-НКА в обычный НКА

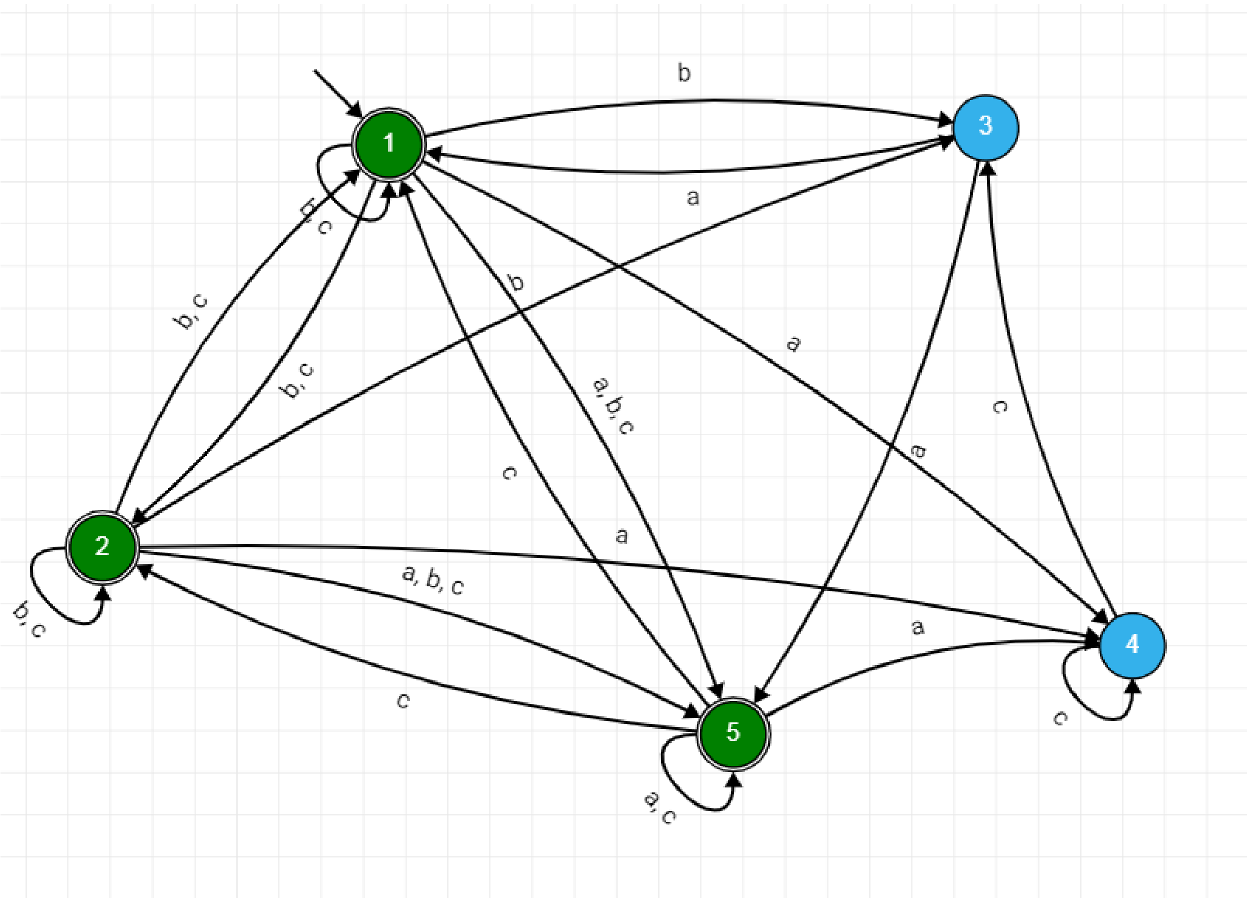
1. Для каждого перехода вида $q_1 \xrightarrow{\epsilon} q_2 \xrightarrow{\epsilon} q_3$ добавим переход $q_1 \xrightarrow{\epsilon} q_3$. В данном случае это $2 \xrightarrow{\epsilon} 1 \xrightarrow{\epsilon} 5 => 2 \xrightarrow{\epsilon} 5$.



2. Сделаем 1 и 2 принимающими состояниями, т.к. из них есть ϵ-переход в принимающее состояние.



3. Для каждого перехода вида $q_1 \xrightarrow{\epsilon} q_2 \xrightarrow{a} q_3$ или $q_1 \xrightarrow{a} q_2 \xrightarrow{\epsilon} q_3$ добавим переход $q_1 \xrightarrow{a} q_3$, а затем удалим все ϵ-переходы



Построим ДКА на базе состояний НКА. Состояния нового ДКА будут иметь названия, составляющие подмножества множества всех состояний НКА.

Состояния нового автомата, содержащие названия конечного состояния НКА, тоже становятся конечными. Начальное состояние остается: 1.

Из каждого состояния N нового автомата направим переход по данному символу c в такое состояние, которое соответствует множеству состояний НКА, в которые есть переходы по этому символу хотя бы из одного состояния НКА, образующего N.

Состояние \ Символ	a	b	c
∅	∅	∅	∅
1	4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 5
2	4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 5
3	1, 5	∅	∅
4	∅	∅	3, 4
5	4, 5	∅	1, 2, 5
1, 2	4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 5
1, 3	1, 4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 5
2, 3	1, 4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 5
1, 4	4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5
2, 4	4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5
3, 4	1, 5	∅	3, 4
1, 5	4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 5
2, 5	4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 5
3, 5	1, 4, 5	∅	1, 2, 5
4, 5	4, 5	∅	1, 2, 3, 4, 5
1, 2, 3	1, 4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 5
1, 2, 4	4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5
1, 3, 4	1, 4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5
2, 3, 4	1, 4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5
1, 2, 5	4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 5
1, 3, 5	1, 4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 5
2, 3, 5	1, 4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 5
1, 4, 5	4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5
2, 4, 5	4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5
3, 4, 5	1, 4, 5	∅	1, 2, 3, 4, 5
1, 2, 3, 4	1, 4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5
1, 2, 3, 5	1, 4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 5
1, 2, 4, 5	4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5
1, 3, 4, 5	1, 4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5
2, 3, 4, 5	1, 4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5
1, 2, 3, 4, 5	1, 4, 5	1, 2, 3, 5	1, 2, 3, 4, 5

Теперь строим по алгоритму Томпсона:

Шаг 1. Помещаем в очередь Q множество, состоящее только из стартовой вершины.

Шаг 2. Пока очередь не пуста выполняем следующие действия:

1. Достаем из очереди множество q

2. Для всех c ∈ Σ посмотрим, в какое состояние ведет переход по символу c из каждого состояния в q. Полученное множество состояний положим в очередь Q, если оно не лежало там раньше.

Каждое такое множество в итоговом ДКА будет отдельной вершиной, в которую будут вести переходы по соответствующим символам.

Если в множестве q хотя бы одна из вершин была принимающей в НКА, то соответствующая данному множеству вершина в ДКА также будет принимающей.

$$Q = \{\{1\}\}$$

$$\text{Достаем } \{1\}; Q = \{\}$$

$$q_d(\{1\}, a) = \{4, 5\}$$

$$q_d(\{1\}, b) = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$q_d(\{1\}, c) = \{1, 2, 5\}$$

$$Q = \big\{\{4, 5\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 2, 5\}\big\}$$

$$\text{Достаем } \{4, 5\}; Q = \{\ \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 2, 5\}\}$$

$$q_d(\{4, 5\}, a) = \{4, 5\}$$

$$q_d(\{4, 5\}, b) = \emptyset$$

$$q_d(\{4, 5\}, c) = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$Q = \big\{\{1, 2, 3, 5\}, \{1, 2, 5\}, \emptyset, \{1, 2, 3, 4, 5\}\big\}$$

$$\text{Достаем } \{1, 2, 3, 5\}; Q = \big\{\{1, 2, 5\}, \emptyset, \{1, 2, 3, 4, 5\}\big\}$$

$$q_d(\{1, 2, 3, 5\}, a) = \{1, 4, 5\}$$

$$q_d(\{1, 2, 3, 5\}, b) = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$q_d(\{1, 2, 3, 5\}, c) = \{1, 2, 5\}$$

$$Q = \{\ \{1, 2, 5\}, \emptyset, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 4, 5\}\}$$

$$\text{Достаем } \{1, 2, 5\}; Q = \{\ \emptyset, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 4, 5\}\}$$

$$q_d(\{1, 2, 5\}, a) = \{4, 5\}$$

$$q_d(\{1, 2, 5\}, b) = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$q_d(\{1, 2, 5\}, c) = \{1, 2, 5\}$$

$$Q = \{\ \emptyset, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 4, 5\}\}$$

$$\text{Достаем } \emptyset; Q = \big\{\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 4, 5\}\big\}$$

$$q_d(\emptyset, a) = \emptyset$$

$$q_d(\emptyset, b) = \emptyset$$

$$q_d(\emptyset, c) = \emptyset$$

$$Q = \{\ \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 4, 5\}\}$$

$$\text{Достаем } \{1, 2, 3, 4, 5\}; Q = \{\{1, 4, 5\}\}$$

$$q_d(\{1, 2, 3, 4, 5\}, a) = \{1, 4, 5\}$$

$$q_d(\{1, 2, 3, 4, 5\}, b) = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$q_d(\{1,2,3,4,5\},c) = \{1,2,3,4,5\}$$

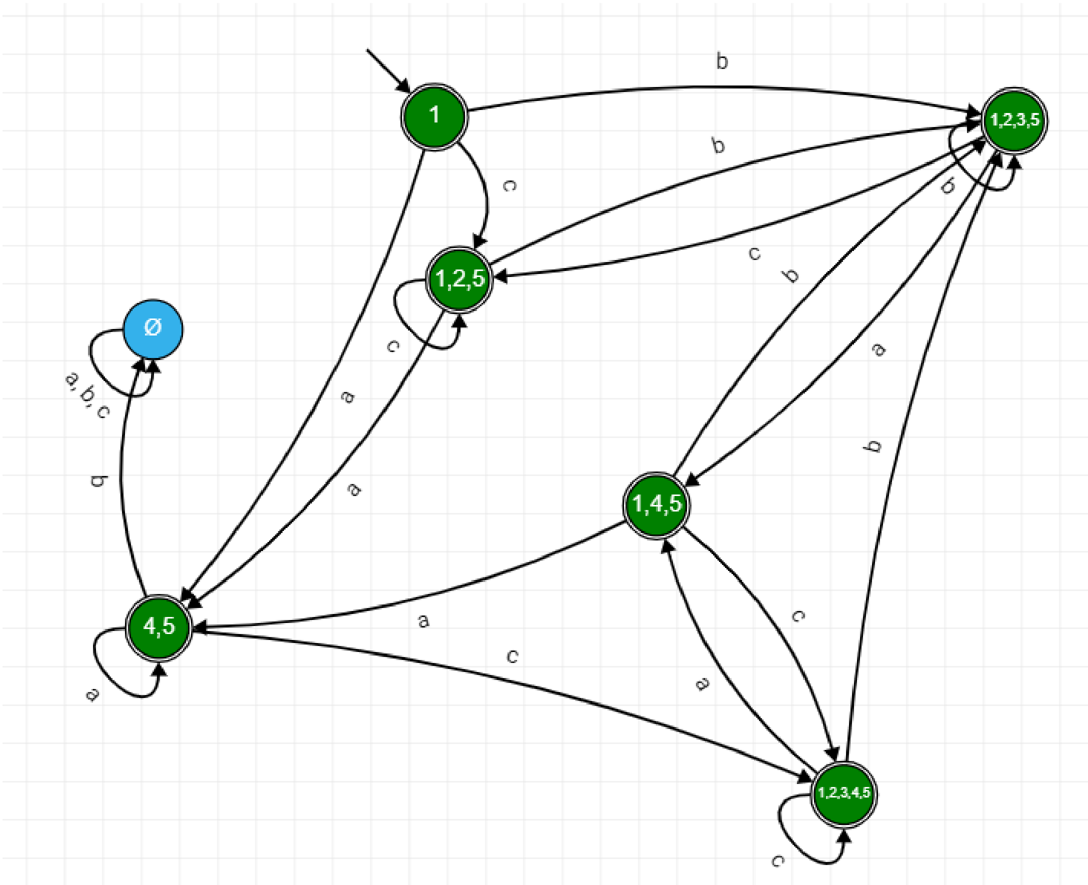
Достаем $\{1,4,5\}; Q = \{\}$

$$q_d(\{1,4,5\},a) = \{4,5\}$$

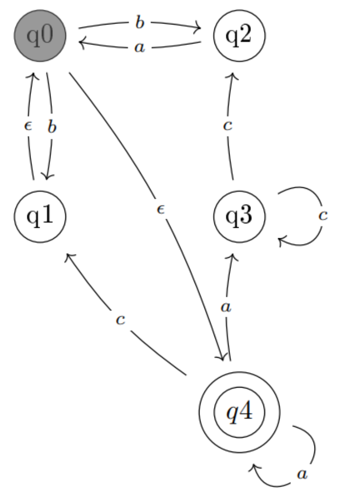
$$q_d(\{1,4,5\},b) = \{1,2,3,5\}$$

$$q_d(\{1,4,5\},c) = \{1,2,3,4,5\}$$

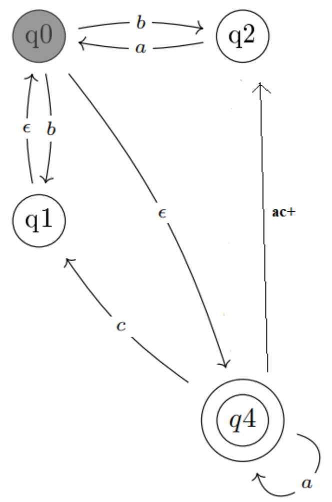
Готовый ДКА:



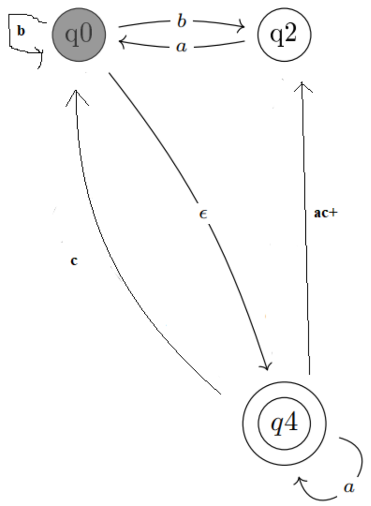
б) Постройте регулярное выражение, задающее язык, распознаваемый этим автоматом.



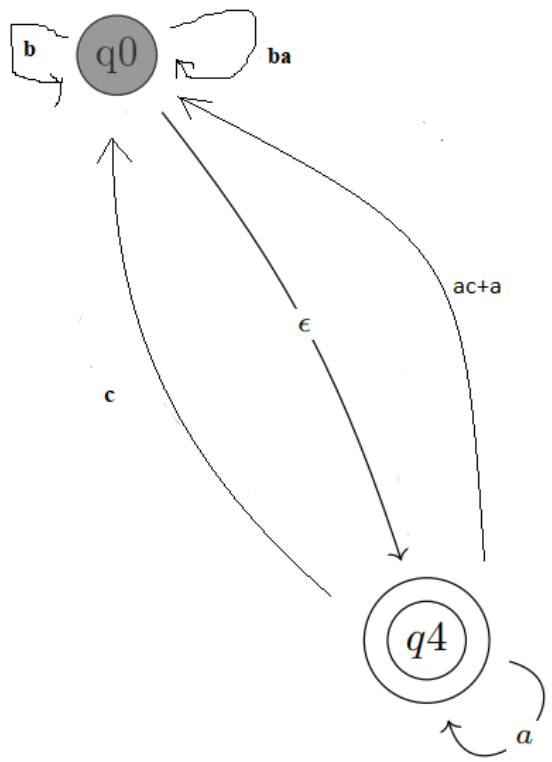
1. Удалим состояние q3. Через него можно попасть только из q4 в q2, при этом пройдя символ ‘a’, любое количество символов ‘c’ и еще один символ ‘c’. Заменим это состояние переходом из q4 в q2 по регулярному выражению ‘ac+’



2. Объединим вершины q1 и q0 в одну вершину, у которой будет переход в саму себя по символу ‘b’, т.к. между ними есть ϵ-переход



3. Удалим состояние q2. Через него можно попасть из q0 в q0 по регулярному выражению ‘ba’, либо из q4 в q0 по ‘ac+a’.



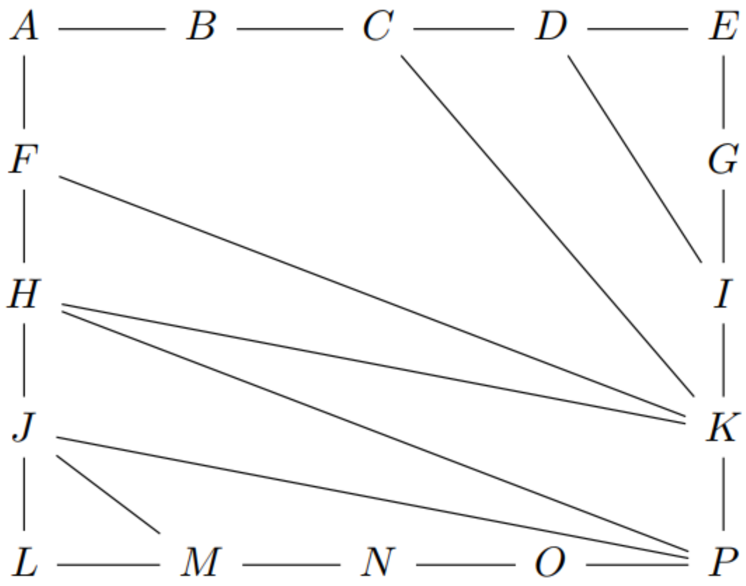
4. Теперь рассмотрим все варианты, как попасть из q0 в q4

Переходим из q0 в q0 любое количество раз по ‘b’ или ‘ba’, затем по ϵ-переходу переходим в q4 и переходим по символу ‘a’ любое количество раз. Затем любое количество раз можем перейти либо по ‘c’, либо по ‘ac+a’ в q0 и снова выполнить переходы из q0 в q0 и/или из q4 в q4.

Регулярное выражение: (b|ba)*a*((c(b|ba)*a*)|(ac+a(b|ba)*a*))*

№ 2.

1. Найдите радиус, диаметр и центр данного графа:



Для каждой вершины графа найдем ее эксцентриситет – расстояние до максимально удаленной от нее вершины. Радиус - минимальный эксцентриситет среди всех вершин графа, диаметр - максимальный эксцентриситет. Центр – множество вершин, у которых эксцентриситет равен радиусу.

Эксцентриситеты:

A	5
B	5
C	4
D	5
E	6
F	4
G	5
H	4
I	4
J	5
K	3
L	6
M	6
N	6
O	5
P	4

Радиус: 3

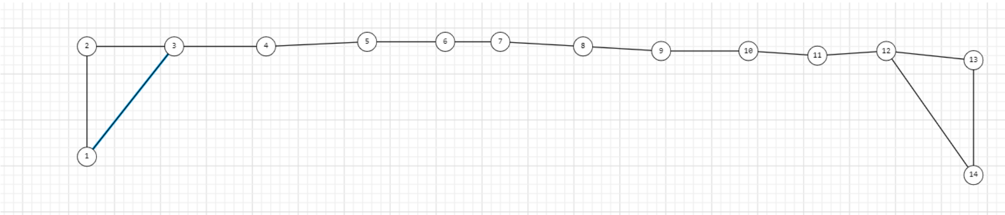
Диаметр: 6

Центр: {K}

№2

Найдите а) наименьшее; б) наибольшее возможное количество компонент связности в графе с 14 вершинами и 15 ребрами.

а) Количество компонент связности в непустом графе не может быть меньше 1. 14 вершин можно соединить 15 ребрами (можно соединить 14 вершин 13 ребрами в дерево, затем добавить 2 ребра), и будет 1 компонента связности.



б) Для нахождения наибольшего количества компонент нам надо построить такой граф из n вершин, чтобы он был максимально плотный и в нем было 15 ребер, остальные 14 - n вершин будут составлять 14 - n компонент. Для того, чтобы граф был максимально плотный, он должен быть приближен к полному. Для этого решим неравенство $\frac{n(n-1)}{2} \geq 15$. Решая, получаем $n \geq 6$, следовательно мы имеем одну компоненту с 6 вершинами и 15 ребрами и 14 – 6 = 8 компонент, состоящих из одной вершины. Всего 1 + 8 = 9 компонент.