

Группа М3201

К работе допущен \_\_\_\_\_

Студенты Ткачук С. А. и Чуб Д. О.

Работа выполнена \_\_\_\_\_

Преподаватель Громова Н. Р.

Отчет принят \_\_\_\_\_

## **Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 1.05**

### **Исследование колебаний физического маятника**

#### **1. Цель работы**

Изучение характеристик затухающих колебаний физического маятника

#### **2. Задачи, решаемые при выполнении работы**

1. Измерение периода затухающих колебаний
2. Определение зависимости амплитуды затухающих колебаний физического маятника от времени
3. Определение зависимости периода колебаний от момента инерции физического маятника
4. Определение преобладающего типа трения
5. Определение экспериментальной и теоретической приведенных длин маятника при его разных конфигурациях

#### **3. Объект исследования**

Физический маятник

#### **4. Метод экспериментального исследования**

Лабораторный

#### **5. Рабочие формулы**

Период колебаний ( $\bar{t}$  - среднее время колебаний,  $N$  - количество колебаний)

$$T = \frac{\bar{t}}{N} \quad (1)$$

Зависимость логарифма отношения амплитуд от времени ( $A_0$  - амплитуда в начальный момент времени,  $A$  - амплитуда,  $\beta$  - коэффициент затухания,  $t$  - время)

$$\ln \frac{A}{A_0} = -\beta t \quad (2)$$

Время затухания колебаний ( $\beta$  - коэффициент затухания)

$$\theta = \frac{1}{\beta} \quad (3)$$

Расстояние центра груза от оси вращения ( $l_1$  - расстояние от оси вращения до первой риски,  $l_0$  - расстояние между соседними рисками,  $n$  - номер риски,  $b$  - размер груза вдоль спицы)

$$R = l_1 + (n - 1)l_0 + \frac{b}{2} \quad (4)$$

Момент инерции грузов ( $m_{гр}$  - масса груза,  $R_{верх}$  - расстояние центра верхнего груза от оси вращения,  $R_{ниж}$  - расстояние центра нижнего груза от оси вращения,  $R_{бок}$  - расстояние центра бокового груза от оси вращения)

$$I_{гр} = m_{гр}(R_{верх}^2 + R_{ниж}^2 + 2R_{бок}^2) \quad (5)$$

Полный момент инерции физического маятника ( $I_{гр}$  - момент инерции грузов,  $I_0$  - момент инерции ступицы и крестовины)

$$I = I_{гр} + I_0 \quad (6)$$

Период колебаний маятника ( $I$  - полный момент инерции,  $m$  - масса маятника,  $l$  - расстояние между точкой подвеса и центром масс)

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}} \quad (7)$$

Приведенная длина физического маятника ( $I$  - полный момент инерции,  $m$  - масса маятника,  $l$  - расстояние между точкой подвеса и центром масс)

$$l_{пр} = \frac{I}{ml} = \frac{I_0}{ml} + l \quad (8)$$

## 6. Приборы

Таблица 1: Средства измерения

| Наименование средства измерения | Предел измерений | Цена деления | Погрешность |
|---------------------------------|------------------|--------------|-------------|
| Секундомер                      | 500 с            | 0,01 с       | 5 мс        |
| Шкала                           | 60°              | 1°/дел.      | 1°          |

Таблица 2: Параметры установки

|   |                                   |                 |
|---|-----------------------------------|-----------------|
| 1 | Масса каретки                     | (47,0 ± 0,5) г  |
| 2 | Масса шайбы                       | (220,0 ± 0,5) г |
| 3 | Масса грузов на крестовине        | (408,0 ± 0,5) г |
| 4 | Расстояние от оси до первой риски | (57,0 ± 0,5) мм |
| 5 | Расстояние между рисками          | (25,0 ± 0,2) мм |
| 6 | Диаметр ступицы                   | (46,0 ± 0,5) мм |
| 7 | Диаметр груза на крестовине       | (40,0 ± 0,5) мм |
| 8 | Высота груза на крестовине        | (40,0 ± 0,5) мм |

## 7. Схема установки

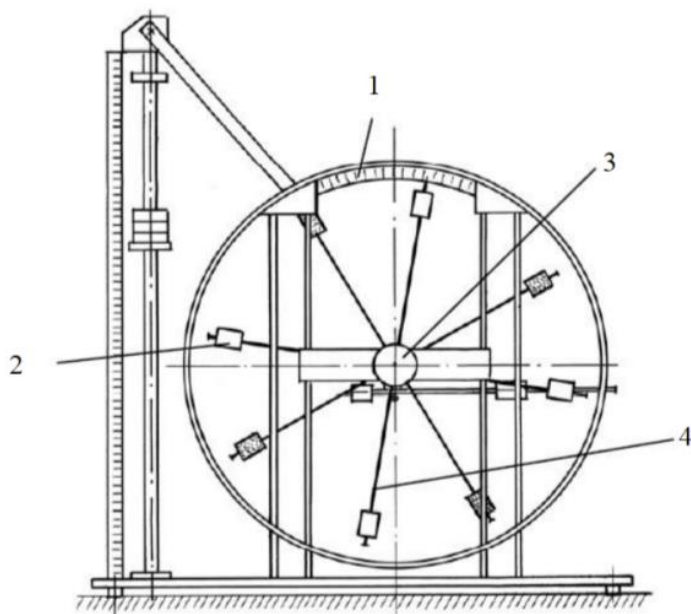


Рис. 1: схема установки: 1 - шкала, 2 - груз, 3 - рукоятка сцепления, 4 - передняя крестовина

## 8. Результаты измерений и их обработки

Время 10 колебаний маятника:

$$t_1 = 17,99$$

$$t_2 = 18,09$$

$$t_3 = 18,24$$

По результатам измерений рассчитаем среднее время десяти колебаний  $\bar{t}$  и период колебаний  $T$  по формуле (1):

$$\bar{t} = 18,11$$

$$T = \frac{\bar{t}}{N} = \frac{18,11}{10} = 1,811$$

Таблица 2

| Амплитуда отклонения<br>Время | 25°   | 20°   | 15°   | 10°   | 5°    |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $t_1, c$                      | 17,87 | 29,04 | 49,04 | 67,03 | 85,23 |
| $t_2, c$                      | 18,55 | 34,66 | 50,85 | 68,83 | 86,82 |
| $t_3, c$                      | 17,02 | 29,71 | 47,53 | 65,61 | 83,38 |
| $\bar{t}, c$                  | 17,81 | 31,14 | 49,14 | 67,16 | 85,14 |

По данным Таблицы 2 построим график зависимости амплитуды колебаний от времени  $A(t)$

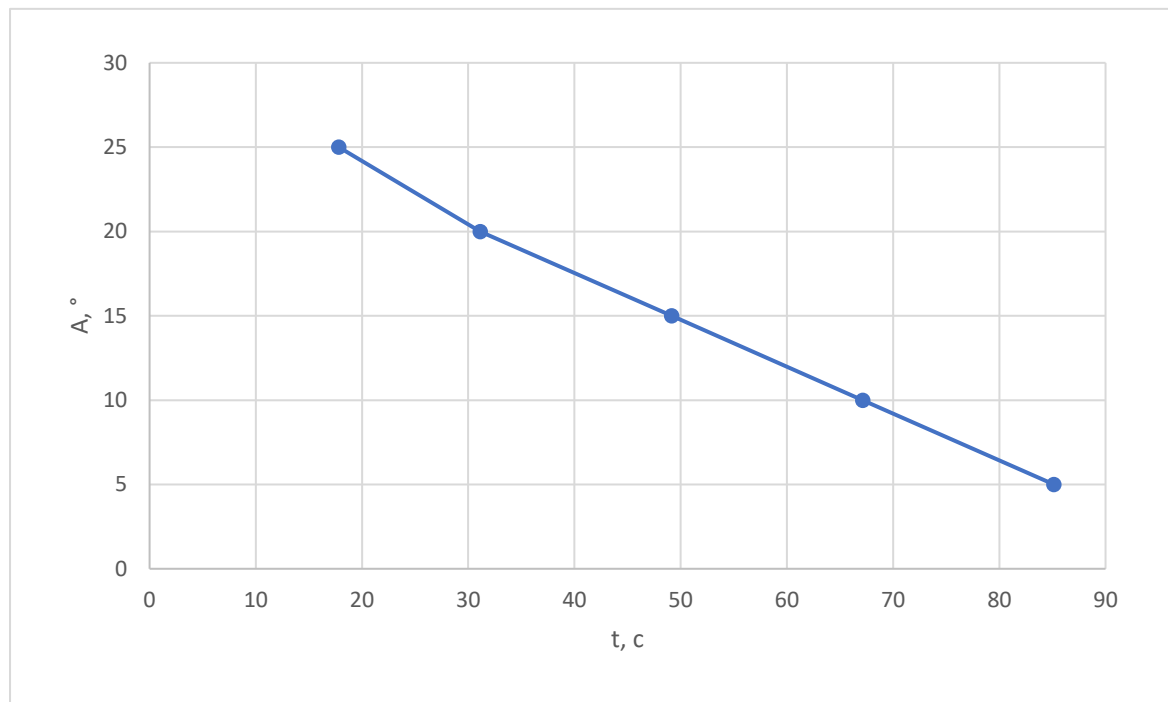


Рис. 2: График зависимости  $A(t)$

Главную роль в затухании колебаний играет вязкое трение. Оно возникает в результате взаимодействия между маятником и воздухом.

Построим график, соответствующий формуле (2):

$$\ln \frac{A}{A_0} = -\beta t$$

Аппроксимируем его прямой линией по методу наименьших квадратов и найдем коэффициент затухания  $\beta$  и время затухания  $\theta$ :

$$y = -0,0231x + 0,3205$$

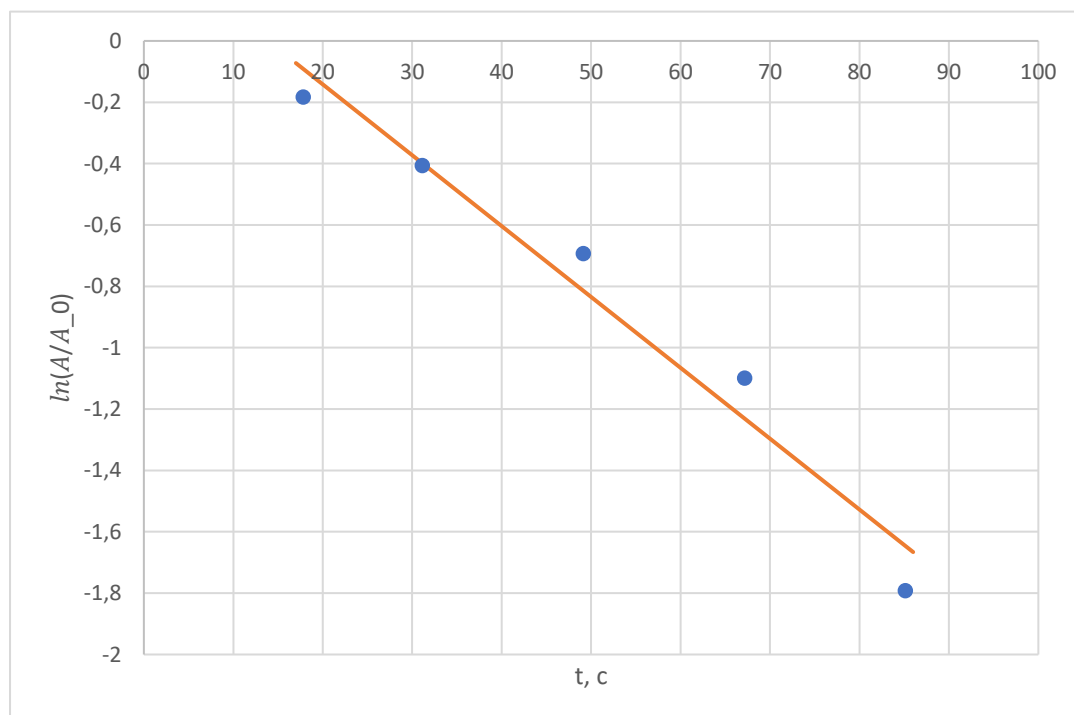


Рис. 3: График зависимости  $\ln \frac{A}{A_0}(t)$

$$\beta = 0,0231$$

По формуле (3):

$$\theta = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{0,0231} = 43,29 \text{ с}$$

**Таблица 3**

| Положение боковых грузов | $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ | $\bar{t}$ | $T$  |
|--------------------------|-------|-------|-------|-----------|------|
| 1 риска                  | 16,37 | 16,37 | 16,27 | 16,34     | 1,63 |
| 2 риски                  | 17,42 | 17,29 | 17,30 | 17,34     | 1,73 |
| 3 риски                  | 18,27 | 18,24 | 18,12 | 18,21     | 1,82 |
| 4 риски                  | 19,55 | 19,41 | 19,58 | 19,51     | 1,95 |
| 5 рисков                 | 21,11 | 20,74 | 20,88 | 20,91     | 2,09 |
| 6 рисков                 | 22,32 | 22,25 | 22,39 | 22,32     | 2,23 |

Для каждого положения грузов вычислим расстояния центров верхнего ( $R_{\text{верх}}$ ), нижнего ( $R_{\text{нижн}}$ ) и боковых ( $R_{\text{бок}}$ ) грузов от оси вращения по формуле (4):

$$R = l_1 + (n - 1)l_0 + \frac{b}{2}$$

Результаты занесем в **Таблицу 4**

Рассчитаем моменты инерции грузов по формуле (5):

$$I_{\text{гр}} = m_{\text{гр}}(R_{\text{верх}}^2 + R_{\text{ниж}}^2 + 2R_{\text{бок}}^2)$$

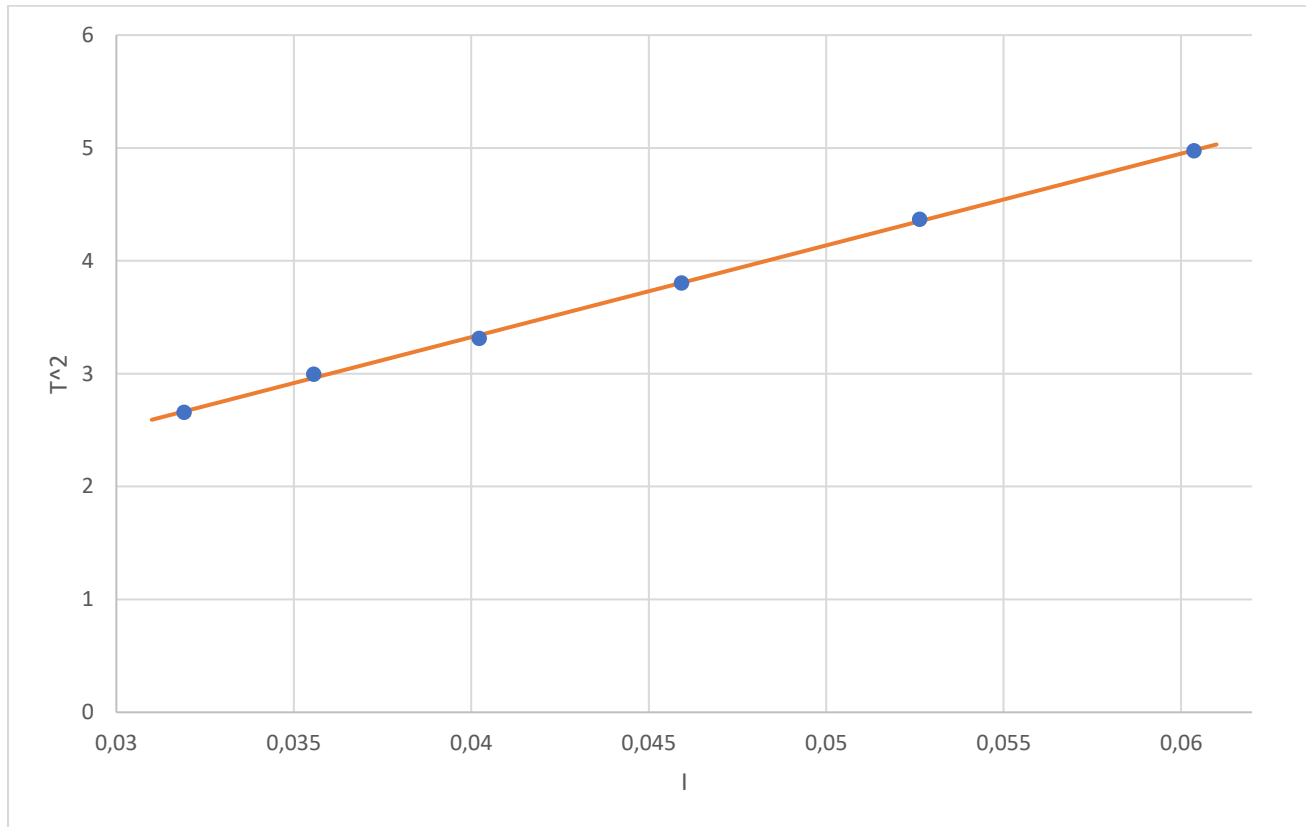
Вычислим полный момент инерции физического маятника по формуле (6):

$$I = I_{\text{гр}} + I_0$$

$I_0$  - момент инерции ступицы и крестовины, равный  $8 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Результаты занесем в **Таблицу 4**

Построим график  $T^2(I)$ . Аппроксимируем его прямой линией по методу наименьших квадратов

$$T^2 = 81,3051I + 0,0716$$



**Рис. 4:** График зависимости  $T^2(I)$

По угловому коэффициенту графика найти произведение  $ml$  (формула 7):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{mgl}$$

$$\frac{4\pi^2}{mgl} = 81,3051$$

$$ml = \frac{4\pi^2}{81,3051g} = \frac{4 \cdot 3,14^2}{81,3051 \cdot 9,81} = 0,05 \text{ кг} \cdot \text{м}$$

Предполагая, что основная масса маятника сосредоточена в грузах на спицах, вычислим расстояние от оси вращения до центра масс  $l_{\text{теор}}$

Считаем что  $m = 4m_{\text{гр}}$

$$l_{\text{теор}} = \frac{ml}{4m_{\text{гр}}} = \frac{0,05}{4 \cdot 0,408} = 0,0306 \text{ м}$$

По периодам колебаний из **Таблицы 3** рассчитаем приведенную длину маятника  $l_{\text{пр эксп}}$ . Результаты занесем в **Таблицу 4**.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_{\text{пр}}}{g}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{I}{mgl} = 4\pi^2 \frac{l_{\text{пр}}}{g}$$

$$l_{\text{пр}} = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

Вычислим по формуле (8) теоретические значения приведенной длины  $l_{\text{пр теор}}$ , используя величину  $l_{\text{теор}}$ . Результаты занесем в **Таблицу 4**.

$$l_{\text{пр}} = \frac{I}{ml} = \frac{I_0}{ml} + l$$

**Таблица 4**

| Риски                | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $R_{\text{верх}}$    | 0,077 |       |       |       |       |       |
| $R_{\text{нижн}}$    | 0,202 |       |       |       |       |       |
| $R_{\text{бок}}$     | 0,077 | 0,102 | 0,127 | 0,152 | 0,177 | 0,202 |
| $I_{\text{гр}}$      | 0,024 | 0,028 | 0,032 | 0,038 | 0,045 | 0,052 |
| $I$                  | 0,032 | 0,036 | 0,040 | 0,046 | 0,053 | 0,060 |
| $l_{\text{пр эксп}}$ | 0,66  | 0,75  | 0,82  | 0,95  | 1,09  | 1,24  |
| $l_{\text{пр теор}}$ | 0,64  | 0,72  | 0,81  | 0,93  | 1,06  | 1,22  |

## 9. Вывод и анализ результатов работы

В данной работе мы изучили характеристики затухающих колебаний физического маятника, измерили экспериментально период затухающих колебаний, построили график зависимости колебаний от времени и периода колебаний от момента инерции, а так же определили тип трения (вязкое). С помощью теоретических и экспериментальных данных смогли вывести приведенную длину маятника.