



**KAMK • University
of Applied Sciences**

Digitaalisen signaalinkäsittelyn perusteet

Signaalien näytteistys, AD-muunnos ja
laskostuminen

Taneli Rantaharju

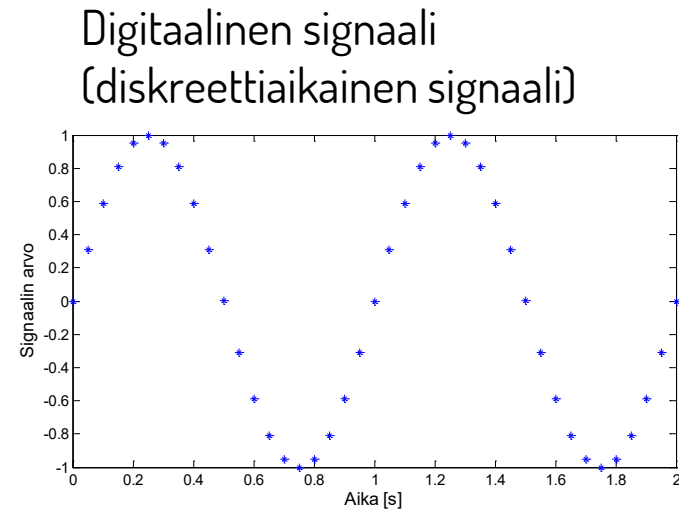
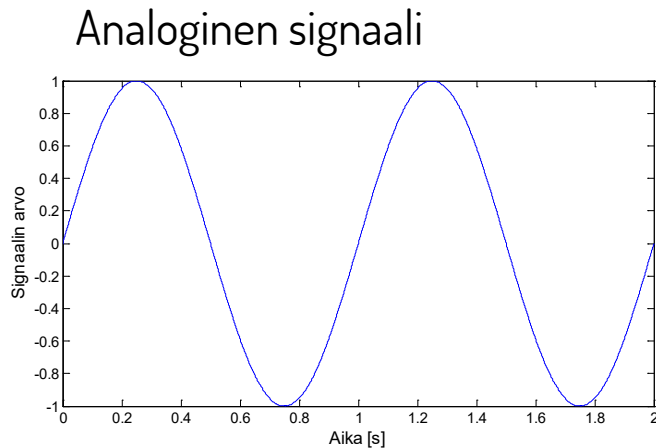
044 7101 253

taneli.rantaharju@kamk.fi

Työhuone TA13H115

AD-muunnos

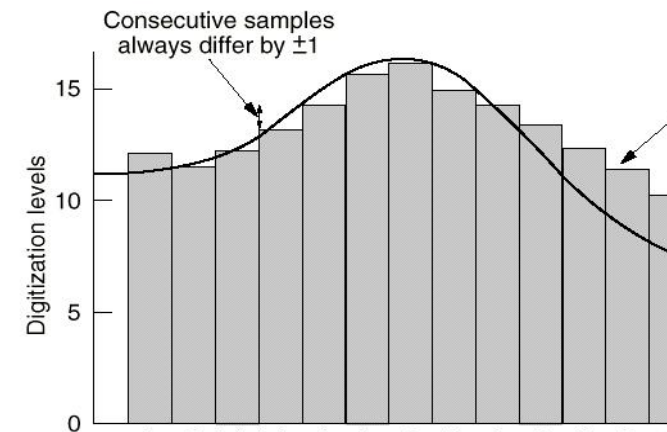
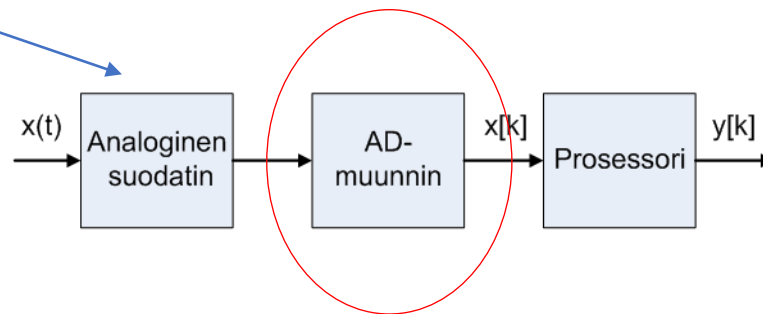
- Signaali, kuten esimerkiksi lämpötila, on analoginen signaali, joka on jatkuva-aikainen ja saa itse signaalin arvon suhteen jatkuvia arvoja
- Tarkastellaan seuraavaksi, miten analogisista signaaleista saadaan muodostettua diskreettiaikaisia signaaleista (digitaalisia signaaleja)



AD-muunnos

- SFS-standardin 3700 mukaisesti näytteistys määritellään prosessiksi, jossa jatkuva-aikaisesta signaalista muodostetaan sitä vastaavia diskreetti-aikaisia arvoja.
- Digitaalisen signaalinkäsittelyn kannalta tämä ei vielä riitä, vaan itse signaalia vastaavat arvot täytyy kvantisoida (antaa vain tiettyjä arvoja), jotta ne olisi esitettävissä digitaalisille järjestelmille sopivassa muodossa.
- Näin saatavia signaaleja kutsutaan digitaalisiksi signaaleiksi.

Laskostumisen esto



AD-muunnos

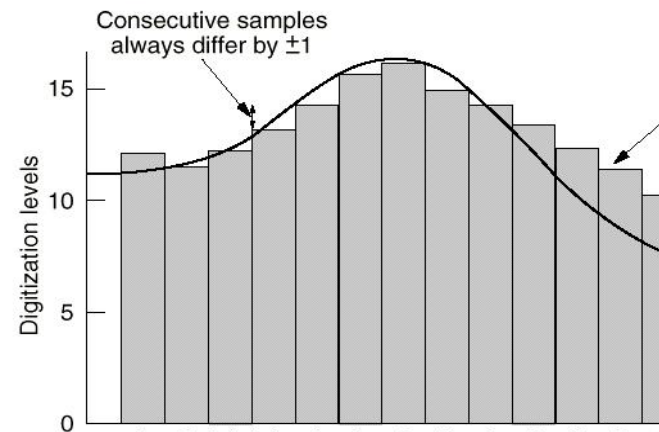
- Analoginen signaali muutetaan vastaavaksi digitaaliseksi signaaliksi **AD-muuntimien avulla** (AD-muunnin = Analogia-digitaalimuunnin)
- Niiden toimintaan liittyy yleensä kaksi olennaista osiota: sample and hold -osio ja AD-konversion suorittava osio
- Sample and hold -osion tarkoituksena on määrätä ne ajankohdat, jolloin signaalista muodostetaan diskreettiaikaisia arvoja
- Yleensä arvoja muodostetaan tasaisin aikavälein
- Jos tätä aikaväliä merkitä Δt :llä, saadaan näytteistystaajuus f_s sen käänteisarvona

$$f_s = \frac{1}{\Delta t}.$$

AD-muunnos

- **AD-konversion** suorittava osio kvantisoi signaalin
- Sen tuloksena signaalista tulee siis digitaalinen
- Se, kuinka hyvin digitaaliset arvot vastaavat analogisen signaalin arvoja, riippuu AD-konversioon käytettyjen bittien määrästä.
- Nykyisellään käytettävissä on esim. tiedonkeruukortteja, joilla muunnokseen käytetään 24 bittiä, joka vastaa noin 16,8 miljoonaa signaalin tasoa ($2^{24}=16\,777\,216$)

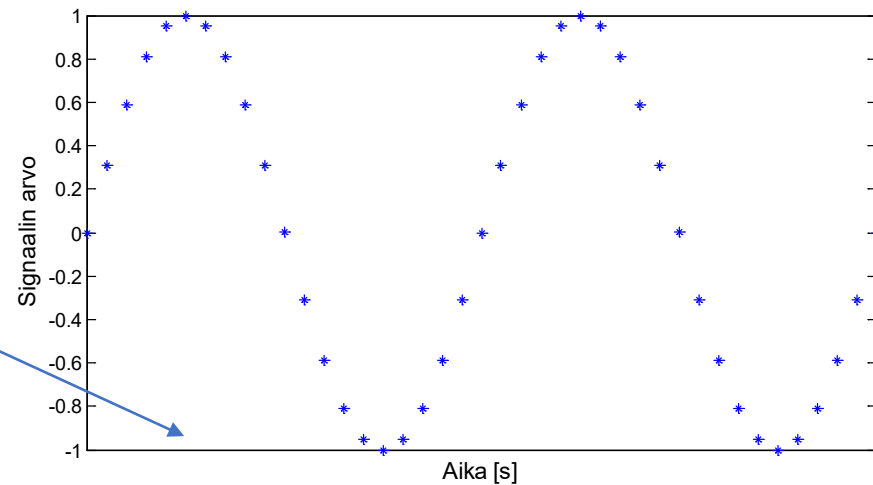
Kvantisointitasojen lukumäärä



AD-muunnos

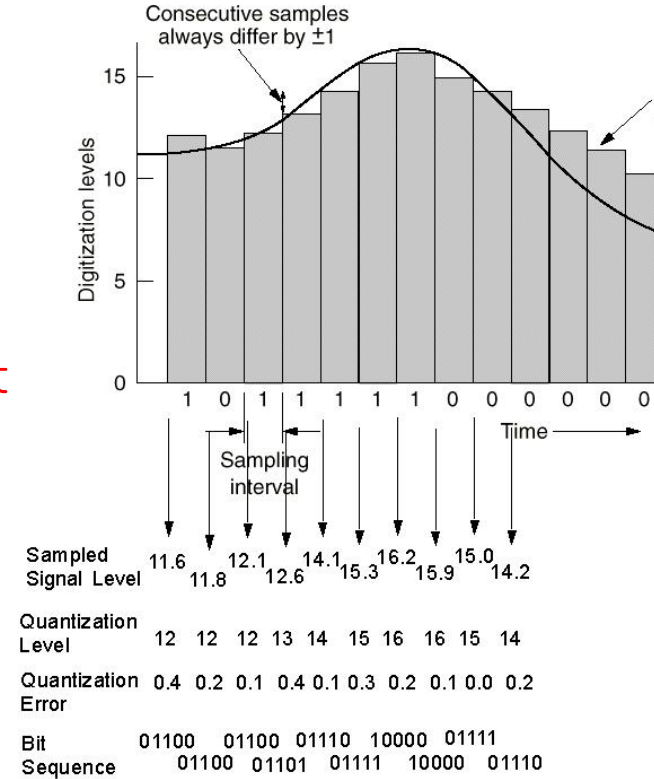
- On syytä huomata, että digitaalisen signaalin informaation sisältö koostuu kahdesta osasta: **näytteistystaajuus** ja itse **signaalin digitaaliset arvot** **näytteistysajankohtina**
- **Ilman näytteistystaajuutta digitaalinen signaali on vain lukujono ilman yhteyttä siihen, miten se kuvaa vastaavaa analogista signaalia**

Signaali, jonka
näytteistystaajuutta ei tiedetä,
on "hyödytön" lukujono



AD-muunnos

- Sekä näytteistykseen ajastukseen että näytteiden kvantisointiin liittyy virheitä
- Näytteistykseen ajankohta valitaan kellopiirillä, jonka ajastuksessa etenkin suurilla taajuuksilla esiintyvää virhettä kutsutaan jitteriksi
- Kvantisointiin liittyy maksimissaan virhe, joka on puolet vähimmän merkitsevän bitin suuruudesta (kahden peräkkäisen kvantisointitason erotuksesta)
- Kuvassa on esitetty digitoinnin tulos ja siihen liittyvä virhe eräälle signaalille
- Kvantisointivirheeksi kutsuttu virhe ilmenee samaan tapaan kuin satunnaiskohina



AD-muunnos

- Yleisesti ottaen näytteistystaajuus ja AD-muunnokseen käytettävien bittien määrä ovat sidoksissa toisiinsa
- Mitä suurempi on näytteistystaajuus, sitä vähemmän bittejä on käytettävissä muunnokseen ja päinvastoin
- Suorituskyky näkyy myös hinnassa: mitä suurempi näytteistystaas ja muunnoksessa käytettävien bittien lukumäärä, sitä korkeampi tiedonkeruukortin hinta



Laskostuminen

- Digitaalisilla signaaleilla on tärkeää tuntea diskreettien signaaliarvojen ohella niiden muodostuksessa käytetty näytteistystaajuus.
- Jos näytteiden aikaväliä merkitä Δt :llä, saadaan näytteistystaajuus f_s sen käänteisarvona

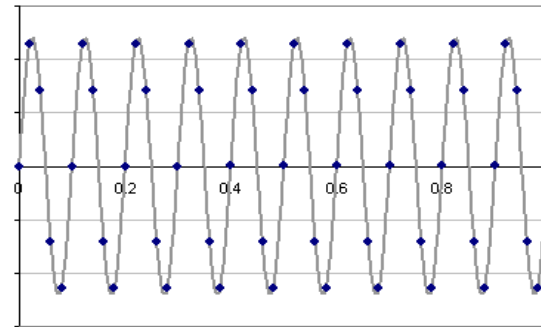
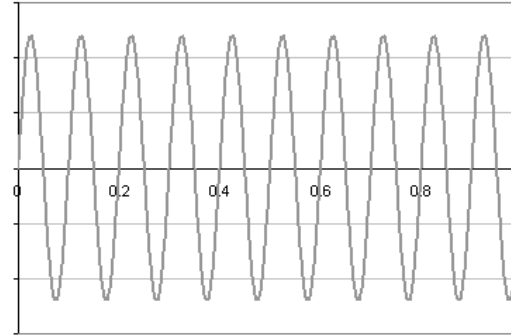
$$f_s = \frac{1}{\Delta t}.$$

- Se, miten näytteistystaajuus tulisi valita, riippuu signaalista.

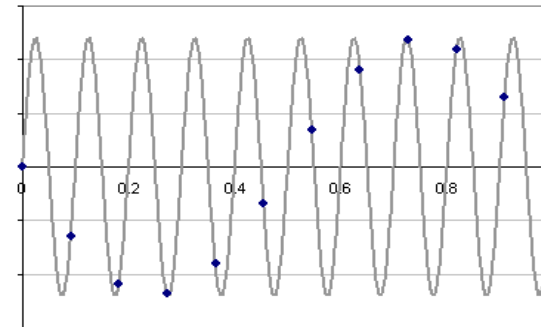
Laskostuminen

- Laskostuminen kuvasarjan avulla esitettynä

10 Hz analoginen signaali (10 jaksoa/sekunti)



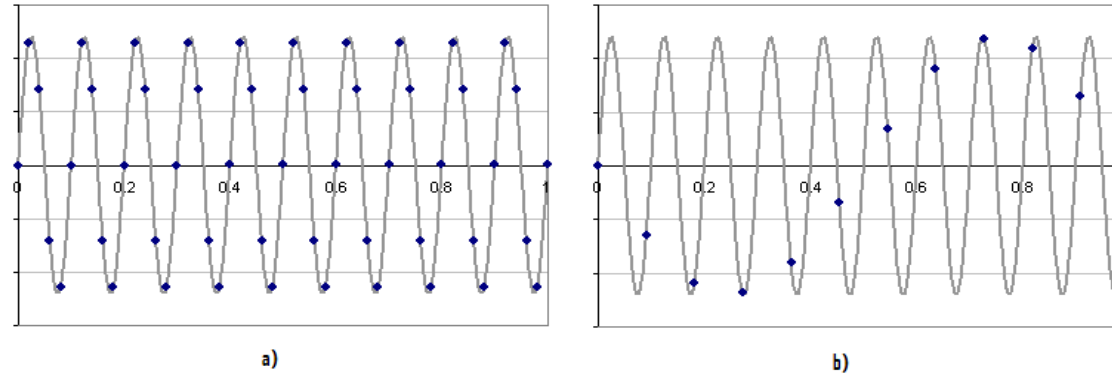
a)



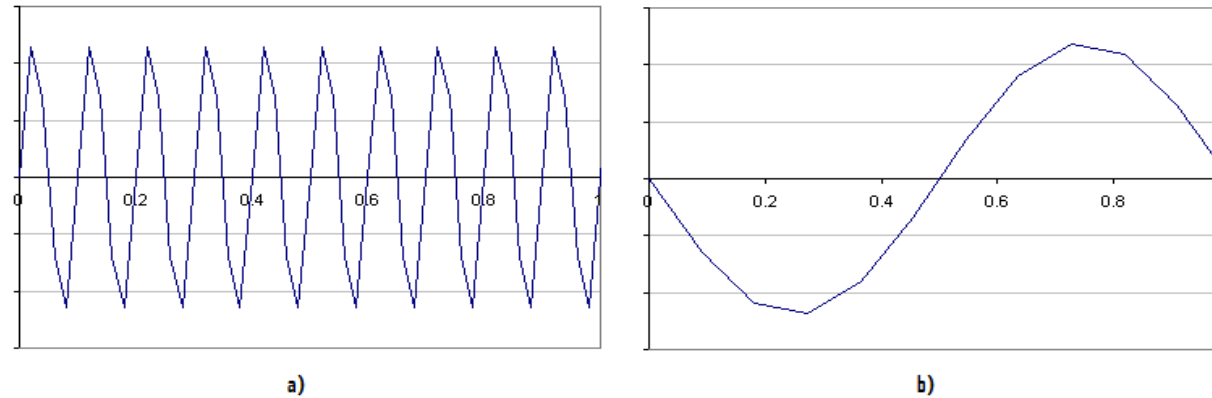
b)

10 Hz sinisignaalin digitointi (näytteistys) a) 50 Hz ja b) 11 Hz näytteistystaajuuudella

Laskostuminen

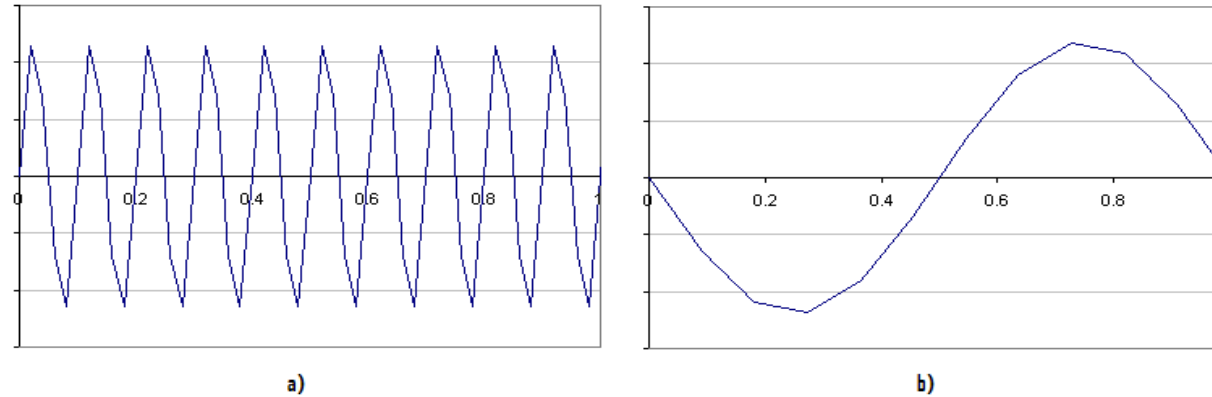


10 Hz sinisignaalin digitointi (näytteistys) a) 50 Hz ja b) 11 Hz näytteistystaajuuudella



Signaali rekonstruoituna yo. kuvan näytteiden perusteella

Laskostuminen



- Taajuudella 50 Hz näytteistetyin signaalin (vas.) muoto ei vastaa kovin hyvin alkuperäisen signaalin muotoa, mutta sen taajuus on kuitenkin sama kuin alkuperäisellä signaalilla
- Sen sijaan näytteistystaajuuden pienentäminen 11 Hz:iin (oik.) johtaa alkuperäisen signaalin taajuussisällön häviämiseen
- Sanotaan, että oikeanpuoleinen signaali on alinäytteistetty ($F_s = 11$ Hz)
- Ilmiötä, jossa alinäytteistuksen johdosta signaalin taajuus muuttuu pienemmäksi, **kutsutaan laskostumiseksi (aliasing)**
- Sanotaan myös, että alkuperäinen taajuus on laskostunut alemmalle taajuudelle

Laskostuminen

- Mikä ehto näytteistystaajuuden tulisi sitten täyttää suhteessa analogisessa signaalissa esiintyvän taajuuteen, jotta laskostumista ei esiintyisi?
- Hyvä arvaus on, että näytteistystaajuuden tulisi olla noin kaksinkertainen signaalin taajuuteen verrattuna.
- Vaatimus voidaan myös osoittaa teoreettisesti, ja se tunnetaan Nyquistin kriteeriona tai ehtona
- **Nyquistin ehdon mukaan laskostumista ei esiinny, mikäli näytteistystaajuus on vähintään kaksi kertaa niin suuri kuin signaalissa esiintyvä maksimitaajuus**
- Näytteistystaajuuden puolikas tunnetaan Nyquistin taajuutena, ja sille käytetään merkintää f_N

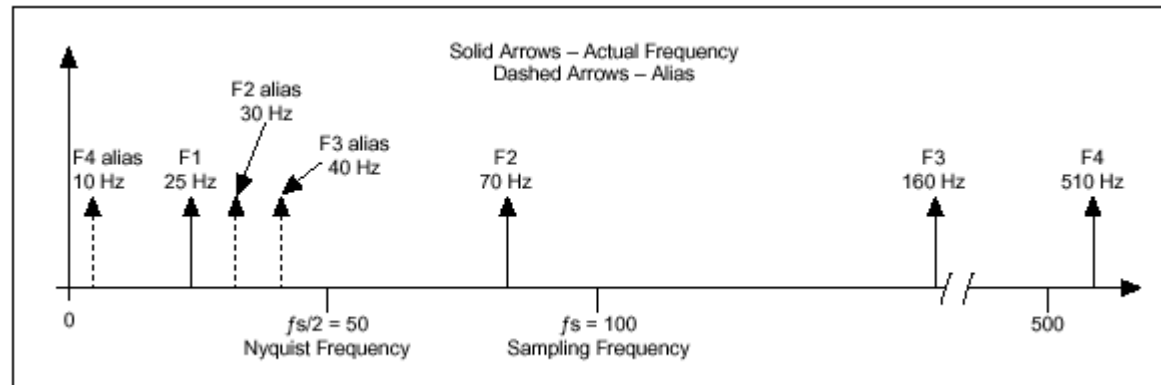
$$f_N = \frac{f_s}{2}.$$

Laskostuminen

- Eri taajuuksien laskostumista pienemmille taajuuksille on hahmotettu oheisessa kuvassa
- Siinä Signaalissa esiintyvät taajuudet on esitetty yhtenäisillä nuolilla, laskostuneet taajuudet katkoviivoilla piirretyillä nuolilla
- Laskostuneiden signaalien taajuudet saadaan yhtälöstä

$$f_a = |n \cdot f_s - f|,$$

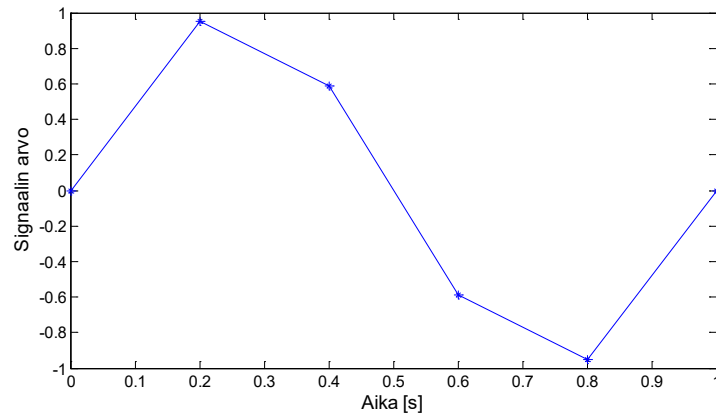
missä n on kokonaisluku, f_s näytteistystaajuus ja f laskostuva taajuus. n :n arvo valitaan siten, että $n \cdot f_s$ on lähinnä taajuutta f .



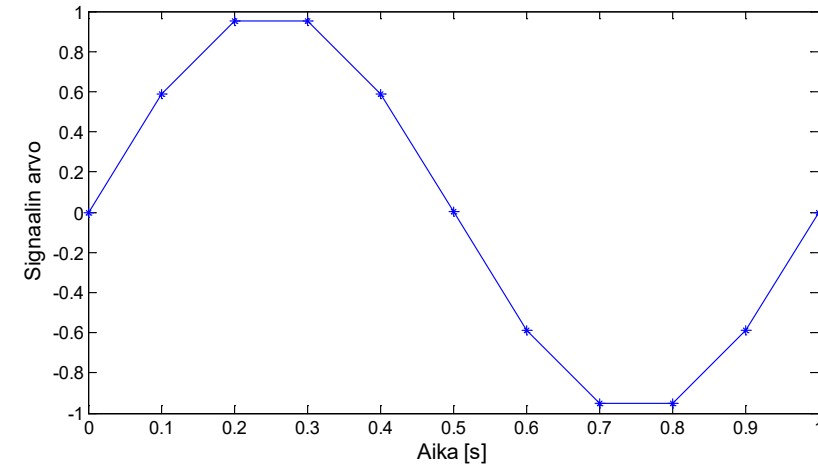
Laskostuminen

- Nyquistin ehto takaa sen, että signaalille saadaan oikea taajuus
- Se ei kumminkaan takaa signaalin muodon oikeellisuutta
- Mikäli signaalin muoto halutaan saada oikein esiin, tarvitaan noin kymmenkertainen näytteistystaajuus Nyquistin ehtoon verrattuna.

Näytteistystaajuus = 5*signaalin taajuus



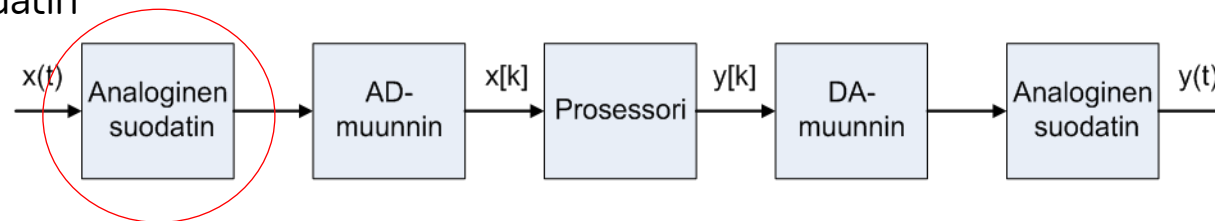
Näytteistystaajuus = 10*signaalin taajuus



Laskostuminen

- **Laskostumisen estäminen edellyttää signaalin suodattamista analogisena**
- Käytännössä tämä edellyttää riittävän jyrkän alipäästösuodattimen käyttöä ennen signaalin AD-muunnosta
- Käytännössä laskostumista esiintyy usein vähäisessä määrin, sillä alipäästösuodatus ei välttämättä kykene täysin poistamaan Nyquistin ehdon ylittäviä taajuuksia signaalista

Laskostumisen esto,
alipäästösuodatin





**KAMK • University
of Applied Sciences**

www.kamk.fi