Tuntitehtävä 1)

Testaa ovatko porilaisten ja turkulaisten lukiolaisten lyhyen matematiikan keskihajonnoissa eroja. Asiaa testattiin otoksella, yhteensä 62 henkilöä, molemmista kunnista yhtä monta. Porilaisten arvosanojen keskihajonta oli 1.2 ja turkulaisten 1.4. Havaintojen oletetaan poimitun normaalisti jakautuneista populaatioista. Testataan alphan tasolla 0.05.

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$
$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Koska populaatioiden oletetaan olevan normaalisti jakautuneita, voidaan olettaa, että:

$$F_{hav} = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F^{(n_1-1,n_2-1)}$$

Tehtävänannossa kerrottiin seuraavat asiat:

$n_1 = 31$ $\quad$ $S_1 = 1.2$

$n_2 = 31$ $\quad$ $S_2 = 1.4$

$\alpha = 0.05$

Sijoitetaan kaavaan:

$$F_{hav} = \frac{1.4^2}{1.2^2} \sim F^{(30,30)} \approx 1.36$$

p > 0.05 jos F_{hav} on välillä:

$$F_{0.025}^{(30,30)} > F_{hav} > F_{0.975}^{(30,30)}$$

Etsitään vapausasteella (30,30) olevat arvot (0,025) ja (0.975)

Toista arvoa ei löydy suoraan taulukosta, joten määrittelemme:

$$\boldsymbol{F_{0.025}^{(30,30)} \approx 2.07}$$

$$\boldsymbol{F_{0.975}^{(30,30)} = \frac{1}{F_{0.025}^{(30,30)}} \approx \frac{1}{2.07} \approx 0.48}$$

Koska $\boldsymbol{F_{hav} \approx 1.36}$ on välillä

$$\boldsymbol{2.07 > F_{hav} > 0.48}$$

joten nollahypoteesi pysyy voimassa.

(Jos $\boldsymbol{F_{hav}}$ olisi laskettu $\boldsymbol{F_{hav} = \frac{1.2^2}{1.4^2} \sim F^{(30,30)} \approx 0.73}$, niin päätelmä olisi ollut sama.)

Vastaus: p > 0.05, eli aineisto tukee väittämää, jonka mukaan turkulaisten ja porilaisten arvosanojen keskihajonnat ovat samoja.

Tuntitehtävä 2)

Puolue A saavutti vaaleissa 32.0 % kannatusosuuden äänistä. 12 kuukautta vaalien jälkeen haluttiin tutkia, onko puolueen osuus kannatuksesta muuttunut. Haastattelututkimuksessa haastateltiin 2500 äänestysikäistä suomalaista ja tässä otoksessa puoluetta kannatti 30.0 %. Tarkastele myös approksimoinnin hyvyyttä. Tee tarkastelu 5 % riskitasolla.

Voidaan kuvitella, että ihmisten mielikuvat puolueista ja äänestystottumukset voivat vaihdella 6 kk sisällä. Ratkaistaan tehtävä yhden otoksen suhteellisen osuuden testillä. Ensin määritellään:

$$H_0: \pi = 0.32$$
$$H_1: \pi \neq 0.32$$
$$\pi_0 = 0.32$$

P = 0.30
$$n = 2500$$

Tarkastellaan ensin approksimaation hyvyyttä:

$$n * \pi_0 = 2500 * 0.30 = 750 \geq 5$$
$$n * (1 - \pi_0) = 1750 \geq 5$$

Approksimaatio on ok, eli voidaan hyödyntää normaalijakaumaa

$$z_{hav} = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1-\pi_0)}{n}}} = \frac{0.30 - 0.32}{\sqrt{\frac{0.32(1-0.32)}{2500}}} = -2.14$$

$$p = 2 * \left(1 - \Phi(2.14)\right) = 2 * (1 - 0.9838) = 0.0324$$

Koska p-arvo = 0.0324 < 0.05, nollahypoteesi rikkoutuu. Voidaan 5 % riskitasolla todeta, että puoleen kannatus on laskenut 12 kk:n aikana.

Tehtävä 4)

Voidaanko olettaa, että alakouluikäisillä, joista satunnaisotos on poimittu, on lineaarista riippuvuutta muuttujien X=pituus ja Y=paino välillä, kun sama kerroin otoksessa oli 0.80 (n=42)? Havaintojen oletetaan poimitun normaalisti jakautuneista perusjoukoista.

$$\boldsymbol{H_0: ei\ lineaarista\ riippuvuutta\ eli\ kerroin = 0}$$
$$\boldsymbol{H_1: on\ lineaarista\ riippuvuutta\ eli\ kerroin \neq 0}$$

Tehtävänannosta tiedetään:

$\boldsymbol{n = 42}$ $\boldsymbol{r = 0.80}$ $\boldsymbol{V = 42 - 2 = 40}$

Koska populaatiot ovat normaalisti jakautuneita, voimme käyttää t-testiä.

$$\boldsymbol{t_{hav} = \frac{r * \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0.80 * \sqrt{40}}{\sqrt{1-0.80^2}} = 8.43}$$

saadaan $\boldsymbol{p = 2 * p(t^{40} > 3.551)}$

eli p<0.001

Ja koska p < 0.05 nollahypoteesi hylätään.

Eli painon ja pituuden välillä on lineaarista riippuvuutta populaatiossa.