

**Vaihteluväli & vaihteluvälin pituus: Laske otos-aineistolle vaihteluväli ja sen pituus sekä kvartaaliväli ja sen pituus.**

Esimerkkiaineisto: 2,5,9,7,6,4,8,2,3,5,8 (11 havaintoa)

⇒ Havainnot ensin järjestykseen 2, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 8, 9

Vaihteluväli  $W = (x_1, x_2) = (2, 9)$

Vaihteluvälin pituus  $R = x_2 - x_1 = 9 - 2 = 7$

Alakvartaali  $Q_1 = 3$  ( $0.25 \cdot 11 = 2.75 \Rightarrow 3$ . havainto)

Yläkvartaali  $Q_3 = 8$  ( $0.75 \cdot 11 = 8.25 \Rightarrow 9$ . havainto)

Kvartaaliväli  $Q = (Q_1, Q_3) = (3, 8)$

Kvartaalivälin pituus  $QR = Q_3 - Q_1 = 8 - 3 = 5$

**Harjoitellaan: Laske seuraavalle aineistolle yllä mainitut suuret:**

11, 12, 16, 17, 20, 30, 45, 49, 55

**Vastaus:**

Vaihteluväli  $W = (x_1, x_2) = (11, 55)$

Vaihteluvälin pituus  $R = x_2 - x_1 = 55 - 11 = 44$

Alakvartaali  $Q_1 = 16$  ( $0.25 \cdot 9 = 2.25 \Rightarrow 3$ . havainto)

Yläkvartaali  $Q_3 = 45$  ( $0.75 \cdot 9 = 6.75 \Rightarrow 7$ . havainto)

Kvartaaliväli  $Q = (Q_1, Q_3) = (16, 45)$

Kvartaalivälin pituus  $QR = Q_3 - Q_1 = 45 - 16 = 29$

Lasketaan otokselle myös keskihajonta ja varianssi

Aineisto: 2, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 8, 9

Lasketaan otosvarianssi ja otoskeskihajonta:

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum x^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}{n-1}$$

Otoksessa jakana on n-1

Populaatiokeskihajonnan jakaja on N

Käytetään apuna taulukointia. Alla on helpoin tapa laskea:

$x_i$	$x_i^2$
2	4
2	4
3	9
4	16
5	25
5	25
6	36
7	49
8	64
8	64
9	81
<b>59</b>	<b>377</b>

Eli lasketaan lukujen summa ja  
lukujen toisen potenssin summa!

$$(\sum x_i)^2 = 59^2 = 3481$$

$$\sum x^2 = 377$$

$$n = 11$$

Sijoitetaan kaavaan:

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}{n-1}$$
$$= \frac{377 - \frac{3481}{11}}{11-1} = \frac{377 - 316.45}{10} = 6.05$$

Eli otosvarianssi ( $s^2$ ) on 6.05, Tällöin otoskeskihajonta (s) on  $\sqrt{6.05} = 2.46$

**Harjoitellaan:** Laske seuraavalle otokselle keskihajonta:  
**2,2,3,3,4,4**

**Vastaus:**

$x_i$	$x_i^2$
2	4
2	4
3	9
3	9
4	16
4	16
18	58

$$S^2 = \frac{58 - \frac{18^2}{6}}{6-1} = \frac{58 - \frac{324}{6}}{6-1} = \frac{58 - 54}{5} = 0.8$$

$$s = \sqrt{0.8} = 0.89$$

Variaatiokerroin (V) äskeiseen dataan:

$$\text{Keskiarvo } (2+2+3+3+4+4)/6 = 3$$

$$\text{keskihajonta} = 0.89$$

$$V = 0.89 / 3 = 0.30$$

---

Standardointi:

Yrityksellä on toimipiste Intiassa ja Suomessa. Alla on luoteltu palkat dollareissa:

Intia: 2800 (tj), 1500, 1200, 800, 600, 500, 300

Suomi: 5500 (tj), 4000, 3800, 2700, 3100, 3000

Intian ja Suomen toimitusjohtajat tapaavat ja kehuskelevat palkoillaan kumpi tienaa paremmin kuin suhteutetaan palkat yksiköiden muihin palkkoihin?

Intia: keskiarvo on 1100 ja keskihajonta on 856.4

Suomi: keskiarvo on 3683.3 ja keskihajonta on 1018.7

**Standardoidaan toimitusjohtajien palkat**

$$\text{Intia: } z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s} = \frac{2800 - 1100}{856.4} = 1.99$$

$$\text{Suomi: } z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s} = \frac{5500 - 3683.3}{1018.7} = 1.78$$

Intian tj tienaa suhteellisesti paremmin.



## Harjoitellaan

Suomessa keskipalkka on 2800€/kk ja palkkojen keskihajonta on 550€/kk.

Virossa keskipalkka on 1500€/kk ja palkkojen keskihajonta on 450€/kk.

Oletetaan, että maan yleiseen hintatasoon suhteutettuna molempien maiden keskipalkan ostovoima on sama.

Mikolle tarjotaan töitä Virossa ja Suomessa. Virossa tarjotaan töitä 2000€/kk palkalla ja Suomessa 3400€/kk palkalla. Kumpi tarjous avokätisempi kuin huomioidaan maan keskipalkat?

Oikea vastaus:

$$\text{Viro: } z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s} = \frac{2000 - 1500}{450} = 1.11$$

$$\text{Suomi: } z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s} = \frac{3400 - 2800}{550} = 1.09$$

Viron palkka on kilpailukykyisempi maan hintataso huomioiden ja avokätisempi huomioiden maan keskiansiotaso. Ero on kuitenkin hyvin pieni.