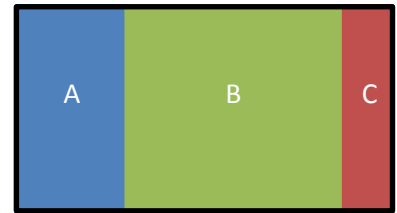


Arpa esimerkki:

Arvalla on kolme voittovaihtoehtoa:

- a) $P(A) = P(\text{Voittaa tuotenäytteen}) = 30 \%$
- b) $P(B) = P(\text{Voittaa alennuskuponin}) = 65 \%$
- c) $P(C) = P(\text{Voittaa hotelliyön}) = 5 \%$



- ➔ Tapahtumat ovat siis toisensa poissulkevia
- ➔ Eli leikkauksen todennäköisyys on nolla
- ➔ $P(\text{Voittaa tuotenäytteen ja hotelliyön}) = 0$
- ➔ Union todennäköisyys summataan
- ➔ $P(\text{Voittaa tuotenäytteen tai hotelliyön}) = 30 \% + 5 \% = 35 \%$

Esim. 2

$P(A)$ = Ässä-arvan voiton todennäköisyys on 20 %

ja $P(B)$ = Casino-arvan 10 %

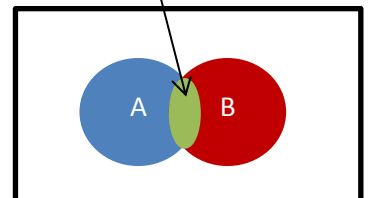
Eli $P(A^*) = P(\text{Ässä ei voita}) = 1 - 0.2 = 0.8$

ja $P(B^*) = P(\text{Casino ei voita}) = 1 - 0.1 = 0.9$

- ➔ Tapahtumat eivät ole toisensa poissulkevia. Mahdolliset alkeistapaukset:

- 1. Ässä voittaa ja Casino voittaa = $0.2 * 0.1 = 0.02$
- 2. Ässä voittaa, mutta Casino ei voita = $0.2 * 0.9 = 0.18$
- 3. Ässä ei voita, mutta Casino voittaa = $0.8 * 0.1 = 0.08$
- 4. Ässä ei voita ja Casino ei voita = $0.8 * 0.9 = 0.72$

A ja B molemmat



Jos tapaukset ovat toistensa poissulkevia, niin alkeistapahtumien todennäköisyyksien summa on 1 (100%).

Esim. 1

Arvonnassa voitoista 30 % on Laatu-Merkin tablet-laitteita ja loput Pika-Tukun laitteita.

Laatu-Merkin tablet-laitteista $\frac{1}{2}$ mustia ja $\frac{1}{2}$ on punaisia.

Pika-Tukun tablet-laitteista $\frac{1}{3}$ on punaisia ja $\frac{2}{3}$ on mustia.

Mirva voittaa arpajaisissa, niin seuraavien voittojen todennäköisyydet:

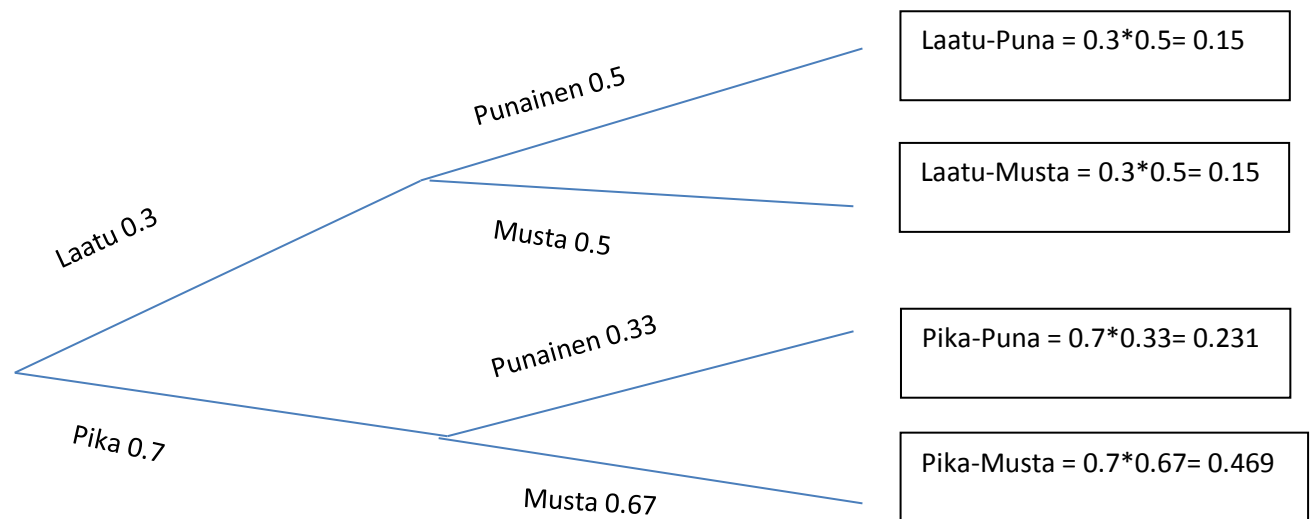
$P(\text{Voittaa Laatu-Merkin Mustan tabletin})?$

$P(\text{Voittaa Laatu-Merkin Punaisen tabletin})?$

$P(\text{Voittaa Pika-Tukun Mustan tabletin})?$

$P(\text{Voittaa Pika-Tukun Punaisen tabletin})?$

Minkä tuotteen Mirva voittaa kaikista todennäköisimmin?



Huom! Jokaisen "haaran" kuvion summa on 1.

$P(\text{Voittaa Laatu-Merkin Mustan tabletin}) = 0.15$

$P(\text{Voittaa Laatu-Merkin Punaisen tabletin}) = 0.15$

$P(\text{Voittaa Pika-Tukun Mustan tabletin}) = 0.469$

$P(\text{Voittaa Pika-Tukun Punaisen tabletin}) = 0.231$

Vastaus: Todennäköisin voitto on Pika-tukun musta tuote (46.9 % todennäköisyys).

Esim. 2

Määritä seuraavat kombinaatiot:

- Ravintolassa on 3 alkuruokaa, 2 pääruokaa ja 4 jälkiruokaa. Kuinka monta erilaista menu-kokonaisuutta on asiakkaalla valittavissa?
- Koripallojoukkueen 10 pelaajaa kävelevät jonossa kentälle, kuinka monessa eri järjestyksessä he voivat kävellä paikalle?
- Laivan karaokessa on 20 kappaletta, mitä Sari voisi laulaa. Kuinka monta erilaista 4 kappaleen toivelistaa Sari voi tehdä? (Järjestyksellä ei ole väliä.)
- Laivan karaokessa on 20 kappaletta, mitä Sari voisi laulaa. Kuinka monta erilaista 4 kappaleen toivelistaa Sari voi tehdä? (Eri järjestykset pidetään eri listoina.)

Vastaukset:

- Ravintolassa on 3 alkuruokaa, 2 pääruokaa ja 4 jälkiruokaa. Kuinka monta erilaista menu-kokonaisuutta on asiakkaalla valittavissa?

➔ $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$ (erilaista mahdollista menua)

Koripallojoukkueen 10 pelaajaa kävelevät jonossa kentälle, kuinka monessa eri järjestyksessä he voivat kävellä paikalle?

➔ $10! = 3\,628\,800$ (erilaista kokoonpanoa)

- Laivan karaokessa on 20 kappaletta, mitä Sari voisi laulaa. Kuinka monta erilaista 4 kappaleen toivelistaa Sari voi tehdä? (Järjestyksellä ei ole väliä.)

➔
$$\binom{20}{4} = \frac{20!}{4! \cdot (20-4)!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot \cancel{16 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cancel{16 \cdot 15 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 4845$$

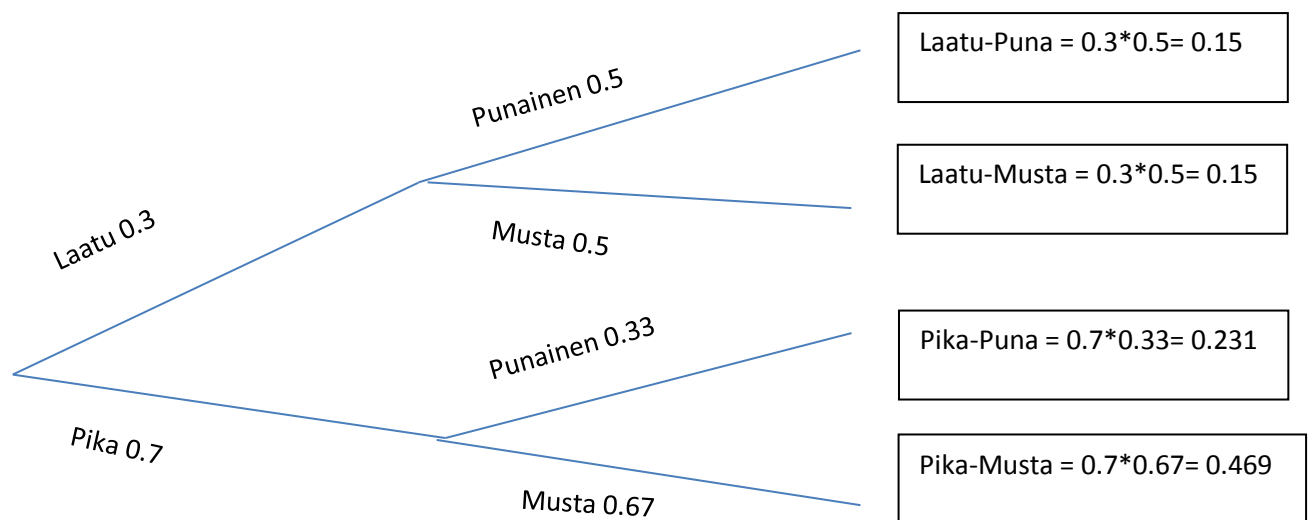
- Laivan karaokessa on 20 kappaletta, mitä Sari voisi laulaa. Kuinka monta erilaista 4 kappaleen toivelistaa Sari voi tehdä? (Eri järjestykset pidetään eri listoina.)

➔
$$\frac{20!}{(20-4)!} = \frac{20!}{(16)!} = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 = 116\,280$$
 (erilaista mahdollista listaa)

Esim. Ehdollinen todennäköisyystehtävä

Tiedetään alla olevan kuvaajan mukaisesti tietoja arvonnasta.

Jos Mervi on voittanut Punaisen tuotteen, niin millä todennäköisyydellä se on Laatu-merkin?



Vastaus

Klassinen todennäköisyys: $\frac{\text{Suotuisat tapaukset}}{\text{Kaikki tapaukset}}$

Tässä tilanteessa suotuisa tapausta on Laatu-Puna (0.15)

Kaikki tapaukset ovat Laatu-Puna ja Pika-Puna (0.15 ja 0.231)

P (On Punainen) = 0.381

P(On punainen ja laatumerkin) = 0.15

Tällöin ehdollinen todennäköisyys

$$P(\text{On Laatu-merkin} \mid \text{on punainen}) = \frac{0.15}{0.15 + 0.231} = 0.394$$