Lasketaan luottamusväli kaavaa käyttäen:

a) Koska havaintoja on yli 30 kpl voidaan käyttää normaalijakaumaa:

$$V_{100(1-\alpha)}[\bar{x} - z_{(\alpha/2)} \frac{S}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z_{(\alpha/2)} \frac{S}{\sqrt{n}}]$$

Sijoitetaan kaavaan tehtävänannosta luvut ja taulukosta $z_{(0,05/2)} = (-)1,96$:

$$V_{95} = \left[19.0 - 1.96 \frac{2.4}{\sqrt{35}} ; 19.0 + 1.96 \frac{2.4}{\sqrt{35}} \right]$$

$$= [18.205 ; 19.795]$$

Selitys: populaatiokeskiarvo Alaraja on 18.2 ja Yläraja on 19.8 (5% virheen riski)

b) Koska havaintoja on alle 30 kpl, niin käytetään t-jakaumaa:

$$V_{100(1-\alpha)}[\bar{x} - t_{(\alpha/2)} \frac{S}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + t_{(\alpha/2)} \frac{S}{\sqrt{n}}]$$

Sijoitetaan luvut tehtävänannosta ja taulukosta $t^{15-1}_{0,05/2} = t^{14}_{0,025} = 2,145$

$$V_{95} = \left[19.0 - 2.145 \frac{2.4}{\sqrt{15}} ; 19.0 + 2.145 \frac{2.4}{\sqrt{15}} \right]$$

$$= [17.671 ; 20,329]$$

Selitys: populaatiokeskiarvo Alaraja on 17.7 ja Yläraja on 20.3 (5 % virheen riski)

B-kohdassa luottamusväli on leveämpi koska pienellä otoksella käytämme t-jakaumaa, myös havaintojen määrä ollessa pienempi on tietämyksemme ilmiöstä heikompi ja luottamusvälistä jää suurempi.

Viime demoista muistetaan:

$$ES = EX_m + EX_n$$

$$D^2S = D^2X_m + D^2X_n$$

$$S \sim N(ES, D^2S)$$

Tässä aineistossa yhteispaino noudattaa seuraavaa jakaumaa:

$$S \sim N\left(80 + 62, 12^2 + 9^2\right)$$

$$S \sim N(142, 225)$$

a) Avioparien painon 95%-luottamusväli:

$$V_{95} = \left[142 \quad - 1.96 \ \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{35}} \ ; 142 \ \ + 1.96 \ \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{35}} \right]$$

$$= \ [\ 137.03 \ ; \ \ 146.970]$$

Selitys: Avioparien painon populaatiokeskiarvon Alaraja on 137 ja Yläraja on 147 (5% virheen riskitaso)

b) Avioparien painon 99 %-luottamusväli:

$$V_{99} = \left[142 \quad - 2.575 \ \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{35}} \ ; 142 \ \ + 2.575 \ \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{35}} \right]$$

$$= \ [\ 135.471 \ ; 148.530]$$

Selitys: Avioparien painon populaatiokeskiarvon Alaraja on 135,5 kg ja Yläraja on 148,5 kg (1 % virheen riskitaso)

n > 30 => z-testi

Testataan 0.05 merkitsevyystasolla $H_0: \mu = 50 \; ja \; H_1: \mu \neq 50$

$$z_{hav} = \frac{48.9 - 50}{4/\sqrt{36}} \approx -1.65$$

$$p = 2 * \left(1 - \Phi(1.65)\right) = 2 * (1 - 0.9505) = 0.099$$

0.099 > 0.05 eli nollahypoteesi jää voimaan. Eli aineisto tukee oletusta, että populaation paino on keskimäärin 50 kg. (Riskitaso on 5 %)

Määritellään vielä keskipainon 95 %-luottamusväli:

$$V_{95} = \left[48.9 \quad - 1.96 \frac{4}{\sqrt{36}} ; 48.9 \quad + 1.96 \frac{4}{\sqrt{36}}\right]$$

$$= [47.59 ; 50.21]$$

Selitys: painon populaatiokeskiarvon Alaraja on 47.6 ja Yläraja on 50.2 (alfan 5 % virheen riskitaso)

Testataan hypoteeseja 0.05 merkitsevyystasolla. Oletus, että populaatio on normaalisti jakautunut. Nollahypoteesi on, että populaation keskiarvo on viisi. Koska otos on alle 30 kpl, niin käytetään t-testiä.

H_0: $\mu = 5$ *ja* H_1: $\mu \neq 5$

Koska käytämme t-testiä, niin meidän tulee määritellä vapausaste, joka on otoskoko miinus yksi eli V= n-1, nyt V = 15 -1 =14.

$$t_{hav} = \frac{5.2 - 5.0}{1/\sqrt{15}} \approx 0.774597$$

saadaan $p = 2 * p(t^{14} > 0.774597)$ **> 0.2, sillä** $t^{14}_{0,1} = 1,345.$
p > 0.2 eli nollahypoteesi jää voimaan. Aineisto tuki väitettä, jonka mukaan populaation keskiarvo on 5. (p >0.2)

Ja 95%-luottamusväli:

$$V_{100(1-\alpha)}[\,\bar{x} \;\; - t_{(\alpha/2)}\,\frac{S}{\sqrt{n}}\;;\; \bar{x} \;\; + t_{(\alpha\,/\,2)}\,\frac{S}{\sqrt{n}}\,]$$

$$V_{95} = \left[\, 5.2 \;\; - 2.145\,\frac{1}{\sqrt{15}}\;;\; 5.2 \;\; + 2.145\,\frac{1}{\sqrt{15}}\,\right]$$

$$= [\,4.646\,;\, 5.754]$$

Selitys: Populaatiokeskiarvon Alaraja on 4.6 ja Yläraja on 5.8 (alfan 5% virheen riskitaso)

n > 30 => z-testi

Testataan $H_0: \mu = 30 \ ja \ H_1: \mu \neq 30$

$$z_{hav} = \frac{28.9 - 30}{2.3/\sqrt{35}} \approx -2.83$$

$p = 2 * \left(1 - \Phi(2.83)\right) = 2 * (1 - 0.9977) = 0.0046$ **<0.05**

On till.merk eroa tasolla 0.01 ja 0.05 . Eli nollahypootesi hylätään. Aineisto ei tue väitettä, että populaatiokeskiarvo on 30. (p =0.0046)

$$V_{99} = \left[28.9 \ - 2.575 \ \frac{2.3}{\sqrt{35}} \ ; 28.9 \ + 2.575 \ \frac{2.3}{\sqrt{35}}\right]$$

$= [\,27.899 \,;\, 29.901]$

Selitys: Populaatiokeskiarvon Alaraja on 27.9 ja Yläraja on 29.9 (alfan 1% virheen riskitaso)

$$V_{95} = \left[28.9 \ - 1.96 \ \frac{2.3}{\sqrt{35}} \ ; 28.9 \ + 1.96 \ \frac{2.3}{\sqrt{35}}\right]$$

$= [\,28.138 \,;\, 29.662]$

Selitys: Populaatiokeskiarvon Alaraja on 28.1 ja Yläraja on 29.6 (alfan 5% virheen riskitaso)

$$H_0: \quad \mu_1 = \mu_2 \qquad (\mu_1 - \mu_2 = 0)$$
$$H_1: \quad \mu_1 \neq \mu_2 \qquad (\mu_1 - \mu_2 \neq 0)$$

Populaatiohajontoja ei tunneta, mutta ne oletetaan yhtä suuriksi.

$$S = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

testisuure on muotoa $\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S * \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$

Sijoitetaan arvot:

$$S = \sqrt{\frac{(15-1)0.1^2 + (15-1)0.11^2}{15+15-2}} = 0.1051$$

testisuure on muotoa $\frac{1.05 - 1.10}{0.1051 * \sqrt{\frac{1}{15} + \frac{1}{15}}} = -1.3029$

$Jotta\ voitaisiin\ käyttää\ normaalijakaumaa\ pitäisi\ olla\ n_1 > 30\ ja\ \ n_1 > 30$, $mutta\ nyt\ ne\ ovat$: $n_1, n_2 = 15$ **joten suure määritetään t-jakaumasta vapausasteella** $(n_1 + n_2 - 2) = 28$

$p = 2 * p\left(t^{(28)} > 1.3029\right)$ **>0.2**

on p > 0.2 eli nollahypoteesi jää voimaan. Eli voidaan olettaa, että tuotantolinjoilta tulee keskimäärin samanpainoisia tuotteita.

Kyseessä on riippuvien otosten keskiarvotesti:

	1	2	3	4	5	6
2008	**4700**	**3800**	**11050**	**1740**	**5950**	**4850**
2009	**6660**	**5790**	**12970**	**2760**	**7900**	**3820**
Erotus	**-1960**	**-1990**	**-1920**	**-1020**	**-1950**	**1030**

$H_0: \overline{D} = 0$

$H_1: \overline{D} \neq 0$

Erotusten summa: -7810

$$\overline{D} = \frac{-7810}{6} = -1301.67$$

$$S_D = \sqrt{\frac{(-1960-(-1301.67))^2+\cdots+(1030-(-1301.67))^2}{6-1}} = 1202.16$$

$$t_{hav} = \frac{-1301.67}{1202.16/\sqrt{6}} = -2.65$$

$$p = 2 * p\left(t^{(5)} > 2.65\right)$$

$$0.05 > p(t^{(5)} > 2.65) > 0.02$$

koska p<0.05 rikkoutuu nollahypoteesi. Eli aineiston perusteella voidaan päätellä, että menot ovat kasvaneet vuoden aikana. (Riski on pienempi kuin 0.05)

Määritellään vielä luottamusväli:

$$V_{100(1-\alpha)}[\ \bar{x}\ \ -t_{(\alpha/2)}\ \frac{S}{\sqrt{n}}\ ;\ \bar{x}\ \ +t_{(\alpha\,/\,2)}\ \frac{S}{\sqrt{n}}\ ]$$

$$V_{95}=\left[-1301.67\ \ \ -2.571\ \frac{1202.6}{\sqrt{6}}\ ;\ -1301.67\ \ +2.571\frac{1202.6}{\sqrt{6}}\ \right]$$

$$=\ [\,-2563.93;\ -39.41\,]$$

Jos laskettu erotus toisinpäin. niin:

$$V_{95}=\ [39.41;\ 2563.93\,]$$

Eli Vuosien välisen menojen muutoksen alaraja populaatiossa on 39,41 ja yläraja on 2563.93.