



**KAMK • University
of Applied Sciences**

Digitaalisen signaalinkäsittelyn perusteet

- Johdatus signaalinkäsittelyyn
- Signaalien luokittelu
- Tärkeitä erikoissignaaleja

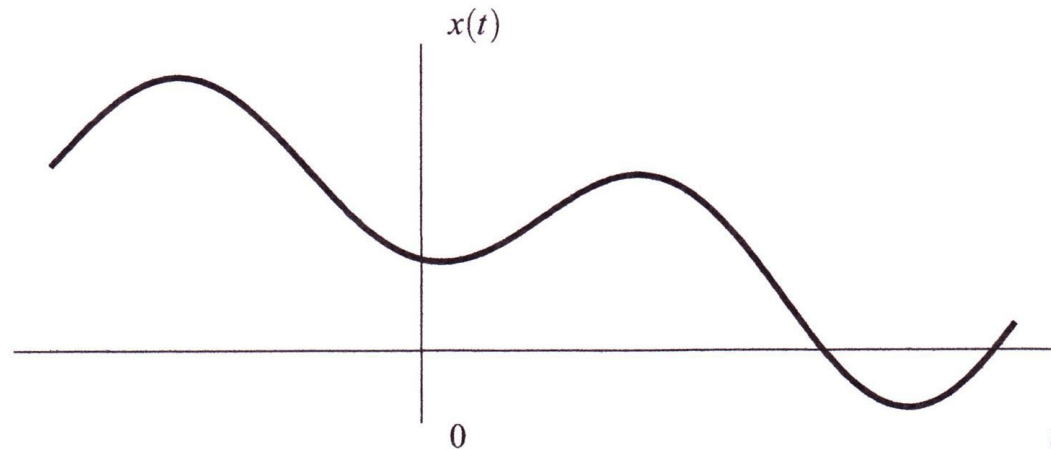
Taneli Rantaharju
044 7101 253
taneli.rantaharju@kamk.fi
Työhuone TA13H115

Johdanto

- **Signaalinkäsittely aihealueena kattaa signaalien muokkausta, analysointia ja tulkintaa**
- Signaalinkäsittely on olennainen osa sähkötekniikkaa, elektroniikkaa sekä tieto- ja viestintätekniikkaa
- Sähkötekniikassa ja elektroniikassa signaali, jolle suoritetaan signaalinkäsittelyoperaatioita, on sähköisessä muodossa, useimmiten jännitteenä
- Digitaalisissa systeemeissä muokkauksen kohteena oleva signaali on digitaalisessa muodossa: kuva, ääni, värähtely, nopeus, paikka, jännite, jne.
- Signaalien muokkauksen ja analysoinnin perusta on luonteeltaan vahvasti matematiikassa, ja siksi **signaalinkäsittelyä pidetään myös sovelletun matematiikan osa-alueena**
- Puhtaasti **signaalinkäsittelyn kannalta signaali voi olla mikä tahansa määrällisesti esitettävissä oleva asia**, esim. pörssikurssit tai lämpötilat

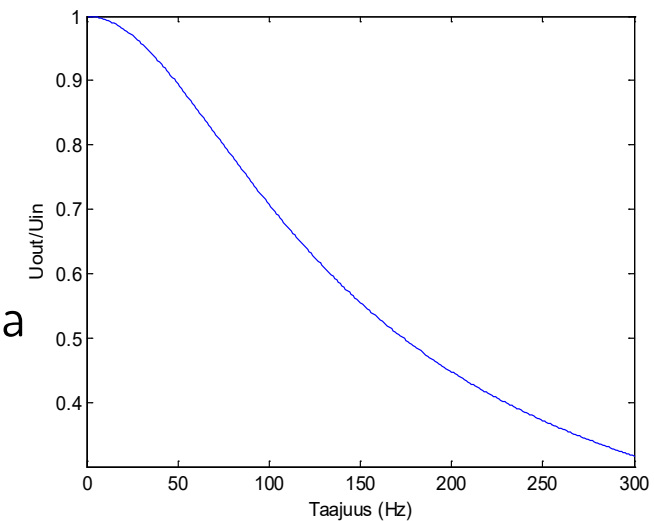
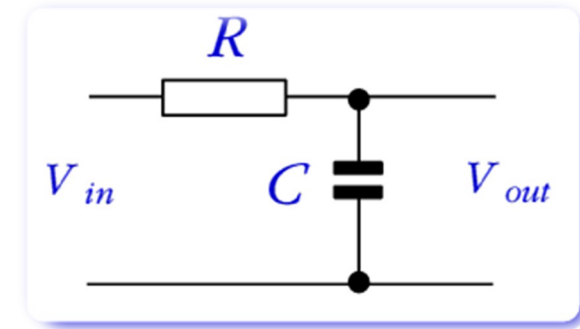
Johdanto

- Analoginen signaalinkäsittely pitää sisällään menetelmät, joissa signaali voi saada ajan suhteen jatkuvia arvoja
- Signaalille käytetään tällöin nimitystä **jatkuva-aikainen signaali**
- **Analogiselle signaalille** on olennaista myös, että itse signaali voi saada jatkuvia arvoja



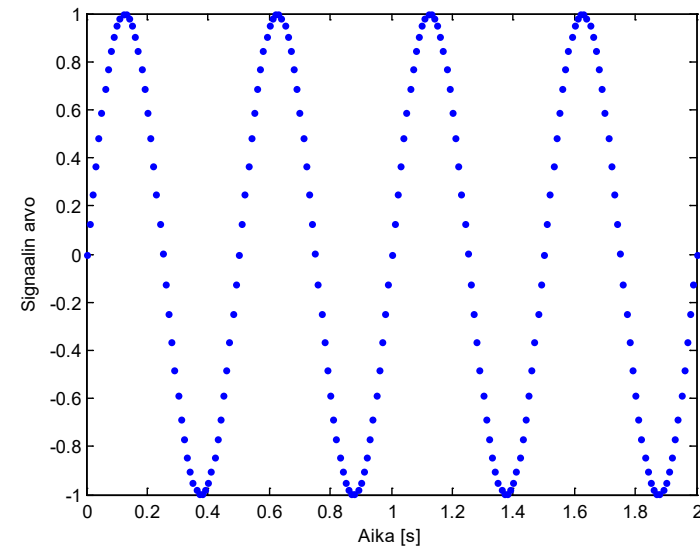
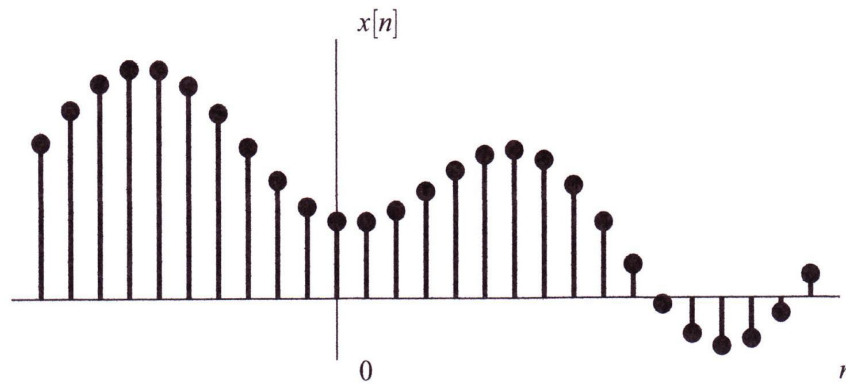
Johdanto

- Ylempää kuvassa on esitetty yksinkertainen RC-piiri
- Sen toimintaa voidaan analysoida matemaattisesti
- Sivun alalaidan kuvassa on esitetty taajuuden funktiona kyseisen RC-piirin käyttäytyminen resistanssin arvolle $R = 10\text{ k}\Omega$ ja $C = 159\text{ nF}$
- RC-piiri toimii alipäästösuodattimena 3 dB taajuuden ollessa 100 Hz
- Analogisessa signaalinkäsittelyssä signaalinkäsittelyoperaatioiden toteutus voidaan suorittaa aktiivisten ja passiivisten komponenttien avulla



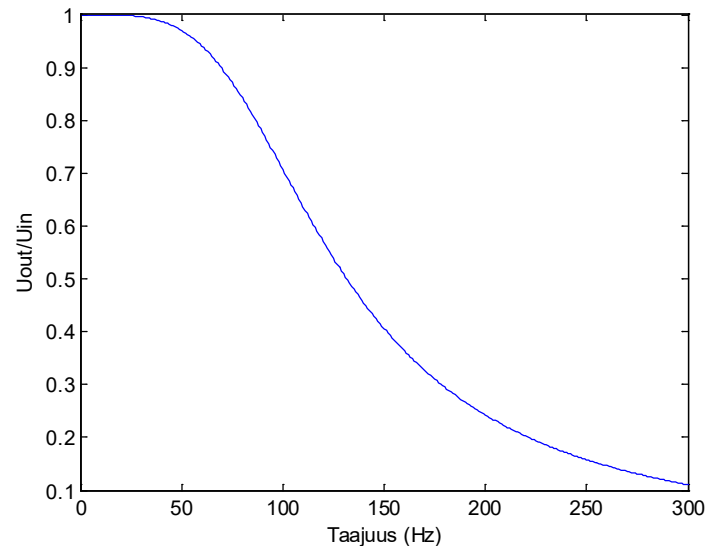
Johdanto

- Analogisesta, jatkuva-aikaisesta signaalista voidaan ottaa tasaisin aikavälein näytteitä ja esittää näytteet numerojonona
- Signaalia kutsutaan tällöin **diskreettiaikaiseksi**
- Numerojonoja voidaan käsitellä matemaattisesti



Johdanto

- Muokkauksen tuloksena signaalista voidaan suodattaa pois esim. korkeita taajuuksia
- Kuvassa on esitetty Butterworthin 2. asteen suodattimen taajuuskäyttäytyminen
- Diskreettiaikaisena se voidaan toteuttaa laskentaan pystyvien digitaalisten piirien kuten mikroprosessorien avulla
- Suodattimen toteutus voidaan pukea matemaattiseksi algoritmiksi ja toteuttaa laskentaohjelman, esim. MATLAB:in avulla



Johdanto

- Koska diskreettiaikaisten signaalien käsittelyssä käytetään digitaalisia järjestelmiä, lähestymistavalle käytetään nimitystä **digitaalinen signaalinkäsittely**
- Olennaista lähestymistavassa on myös, että itse signaalin arvot saavat vain määrättyjä, digitaalisesti esitettäviä arvoja. **Signaaleille käytetään vastaavasti nimitystä digitaalinen signaali**
- Digitaalisille signaaleille suoritettavat operaatiot vaativat usein merkittävää laskentakapasiteettia
- Markkinoilla on ollut jo pitkään erityisesti nopeaan laskentaan suunniteltuja signaaliprosessoreja.

Johdanto

Digitaalisen signaalinkäsittelyn sovelluskenttä on laaja. Alla on esitelty lyhyesti eräitä sovellusalueita:

Telekommunikaatiosovellukset

- Multipleksointi, useiden viestiyhteyksien vieminen samassa kanavassa
- Kompressointi, tiedon pakkaaminen, jolloin tarvitaan vähemmän siirtokapasiteettia
- Kaikujen hävittäminen, heijastuneen signaalin hävittäminen

Audiosignaalien prosessointi

- Musiikki, miksaus, keinotekkoisten kaikujen lisääminen
- Puheen generointi, sanojen nauhoittaminen, äänen synnyn simulointi
- Puheen tunnistus, piirteiden irrottaminen ja sovittaminen

Johdanto

Kaikujen paikallistamien

- Tutkat, lähetinpulssien muokkaus, lähellä ja kaukana olevien kohteiden havaitseminen
- Vedenalaiset sovellukset
- Seismoslogiset mittaukset, luonnonvarojen kartoitus

Kuvankäsittely

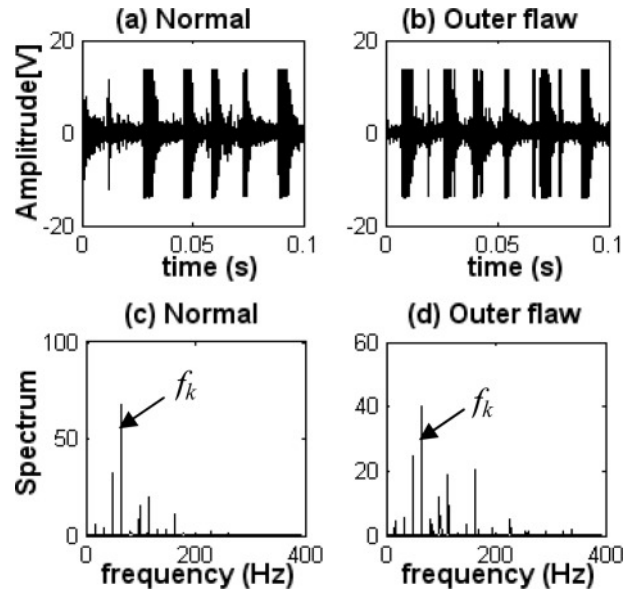
- Lääketieteelliset kuvat, tomografia
- Satelliittikuvaus
- Kuvien kompressointi

Johdanto

Mitä on signaalinkäsittely?

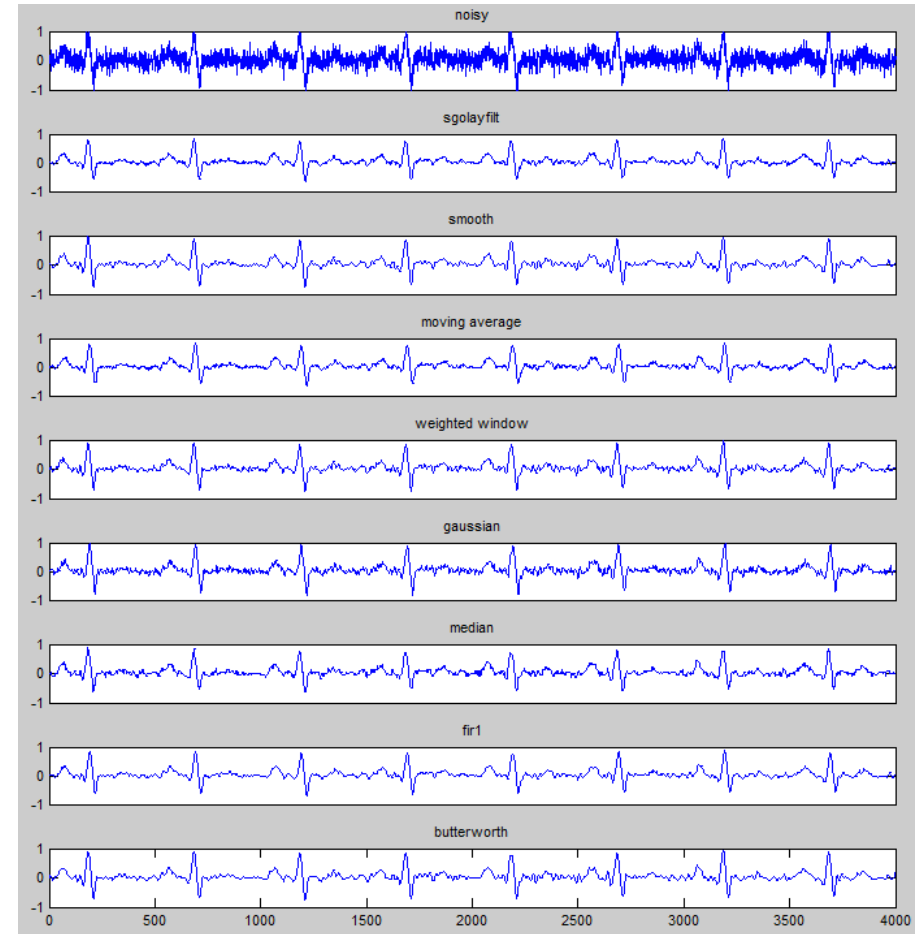
- Signal Processing and Machine learning:
<https://www.youtube.com/watch?v=mexN6d8QF9o>
- What is Signal Processing: <https://www.youtube.com/watch?v=EErkgr1MWw0>
- Introduction to Signal Processing (13 min):
<https://www.youtube.com/watch?v=YmSvQe2FDKs>
- Application Areas of Signal Processing--Analog Versus Digital (26 min.):
https://www.youtube.com/watch?v=hl_NB2oCz0k

Kunnonvalvonta ja kunnossapito, esimerkissä koneen laakeri



https://www.researchgate.net/figure/Example-for-fault-diagnosis-of-a-bearing-a-Vibration-signal-at-the-normal-operation_fig1_224933942

EKG-signaalin suodattaminen



<https://stackoverflow.com/questions/1773542/matlab-filter-noisy-ekg-signal>



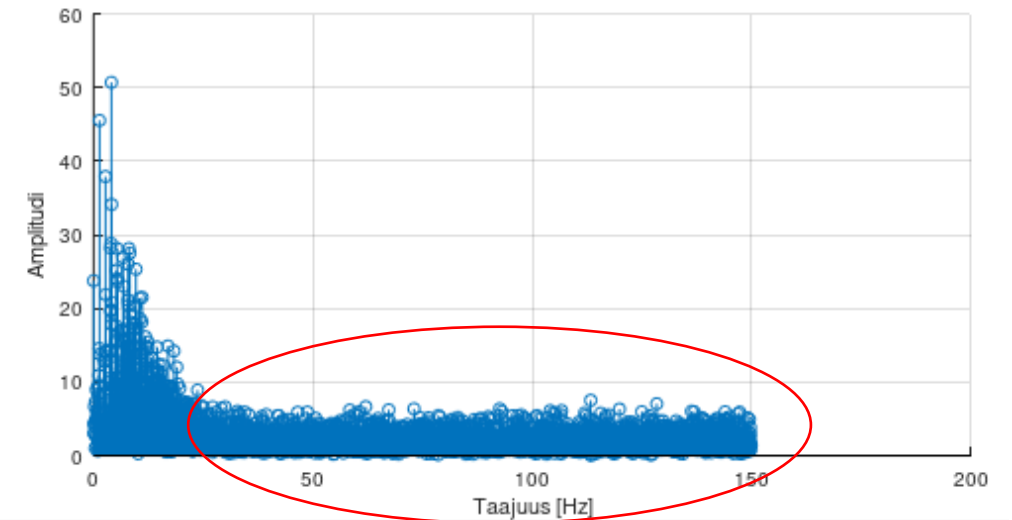
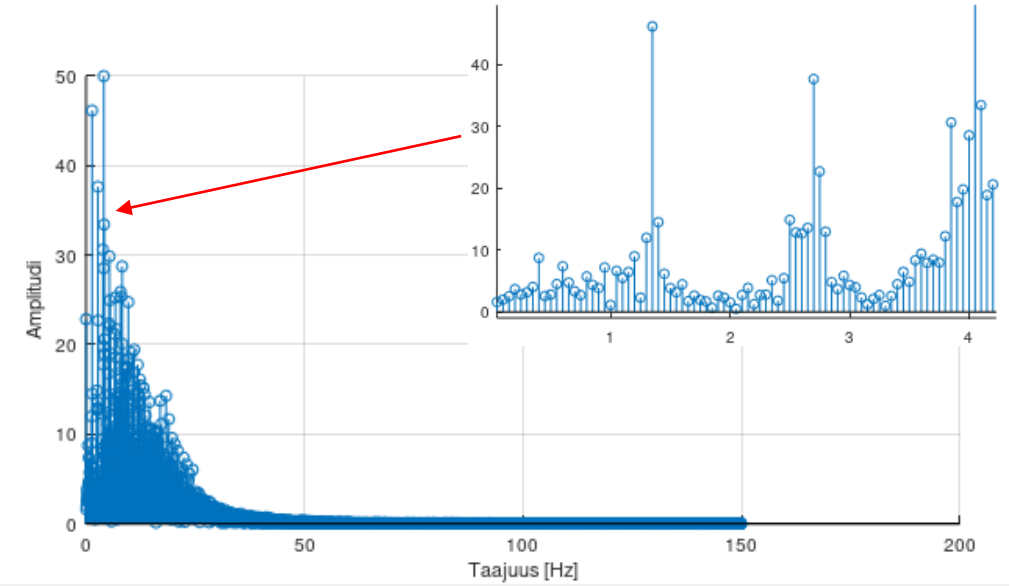
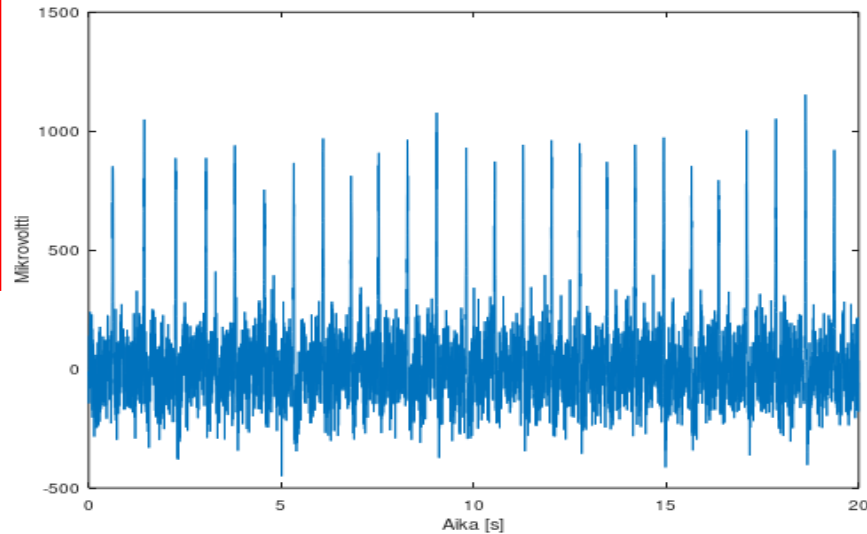
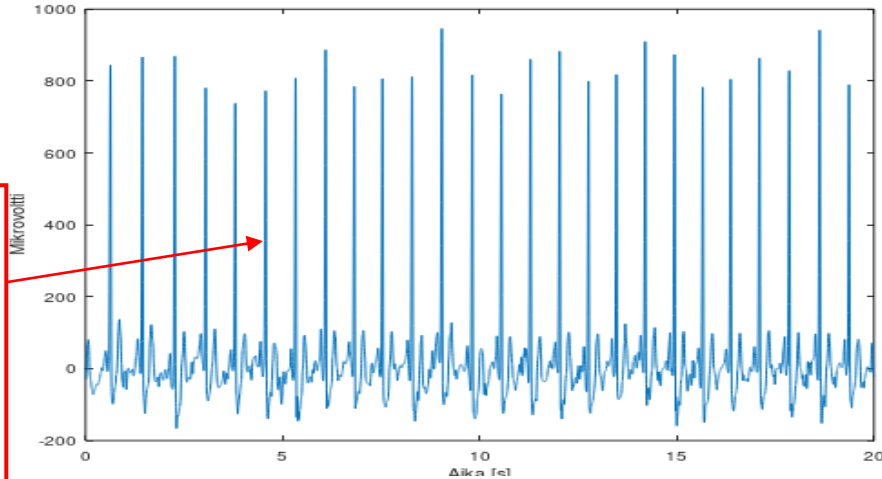
KAMK • University
of Applied Sciences

Johdanto: EKG-signaalin tulkintaa

Noin 13 lyöntiä
10 s aikana,
minuutissa 78

Lyöntien
välinen ero =
 $10/13=0,77$ s

Taajuus $1/0,77$
= 1,3 Hz

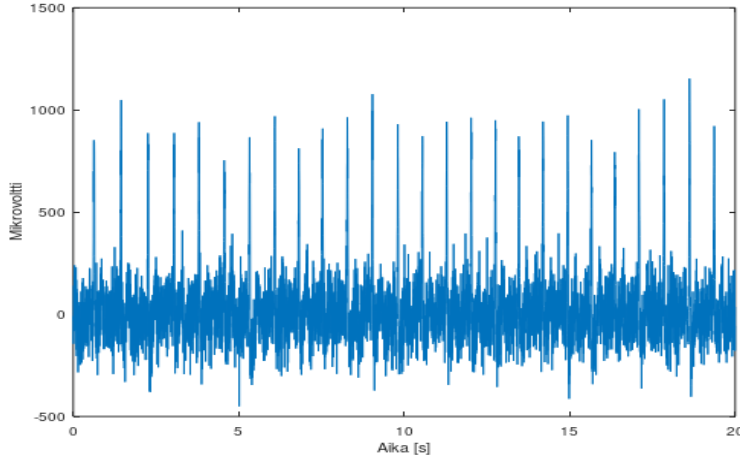




KAMK • University
of Applied Sciences

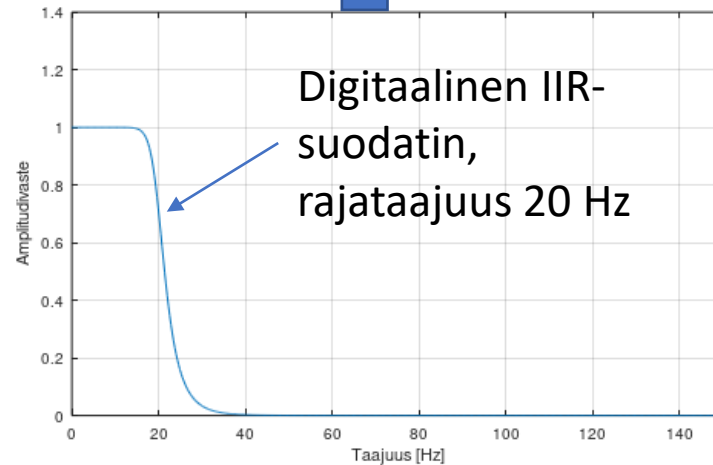
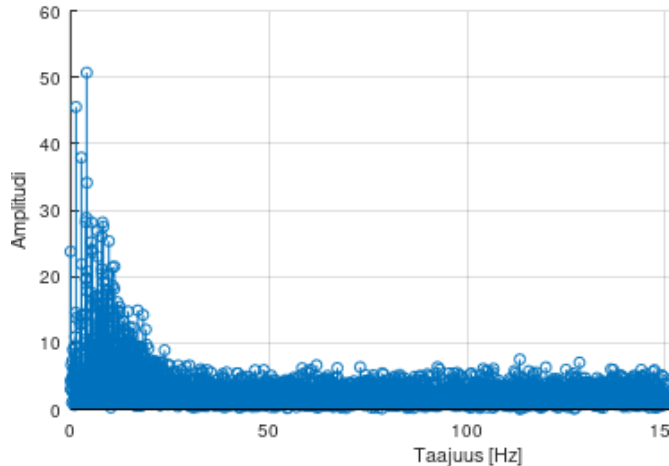
Johdanto: EKG-signaalin tulkintaa

Kohinainen EKG

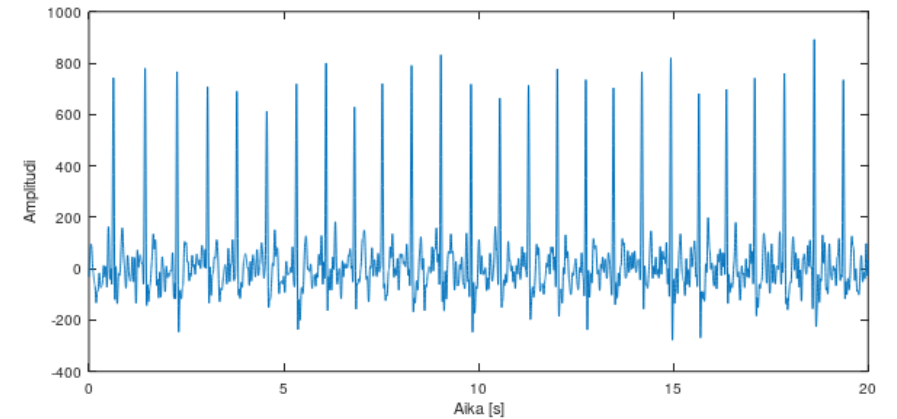


Suodatus aikatasossa

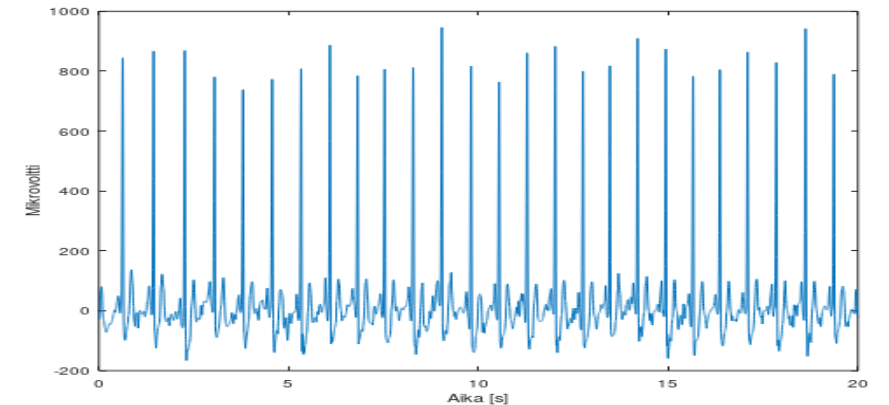
Kohinaisen EKG:n spektri



Suodatettu signaali

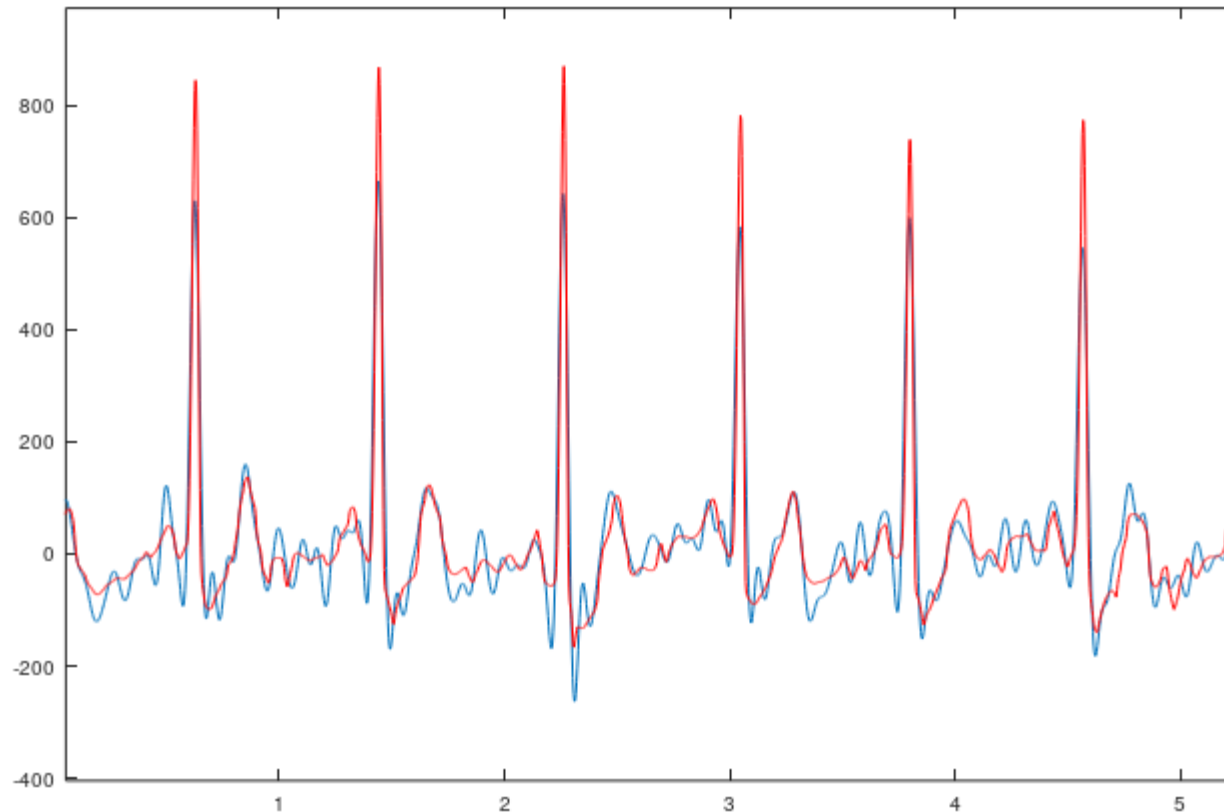


Alkuperäinen signaali



Johdanto: EKG-signaalin tulkintaa

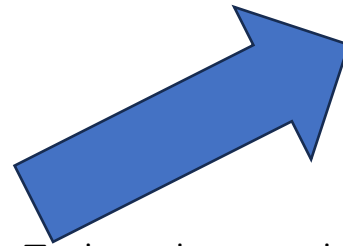
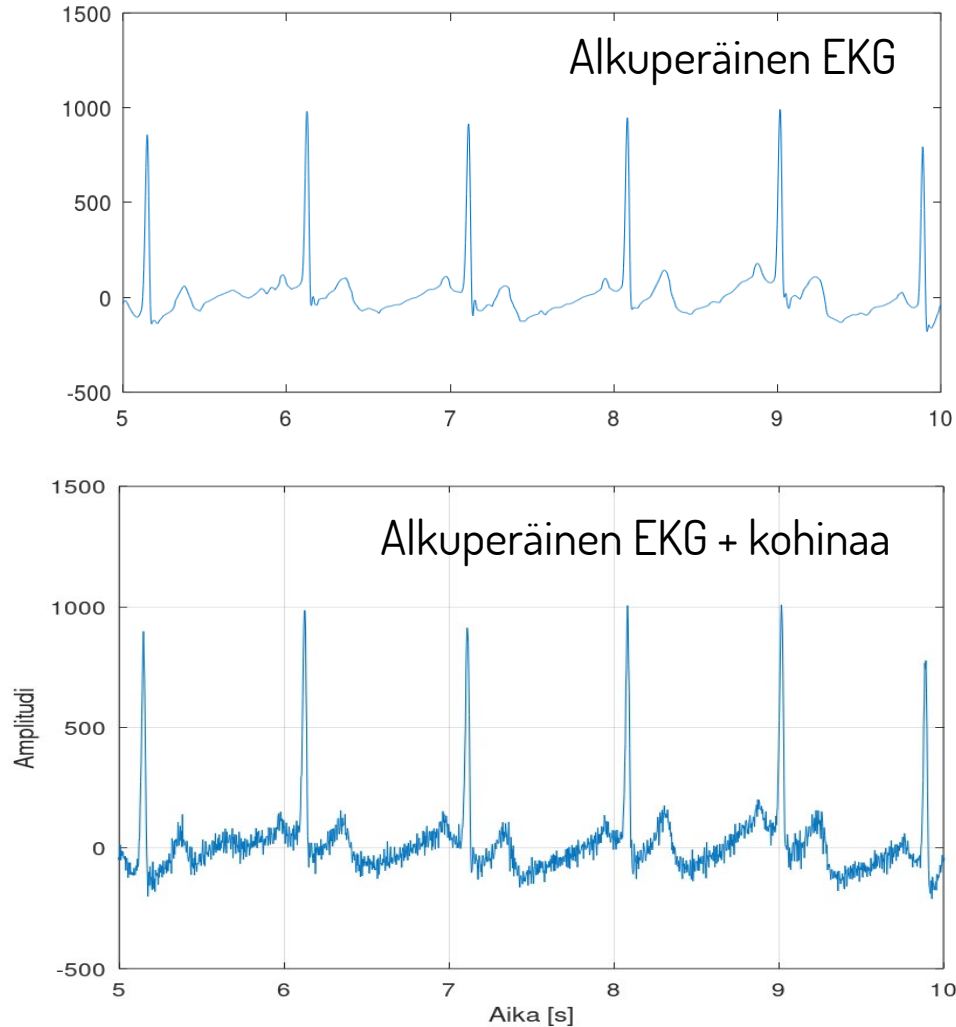
Alipäästösuodatetun ja alkuperäisen signaalin vertailua,
suodatuksessa käytetty 15 Hz:n rajataajuutta



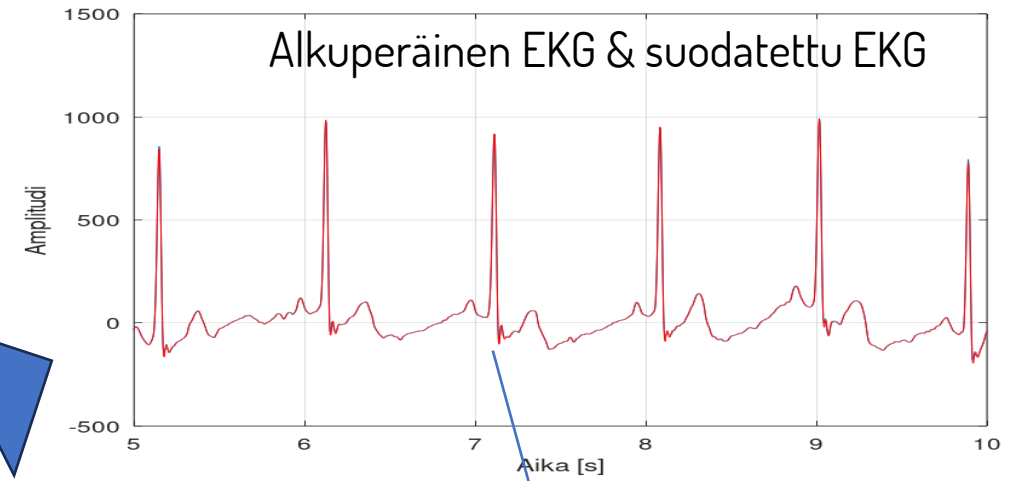


KAMK • University
of Applied Sciences

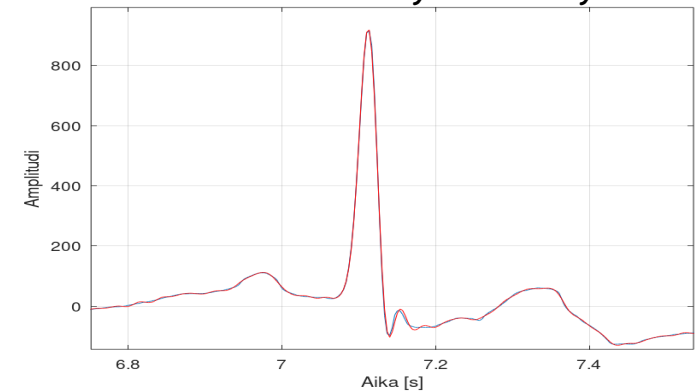
Johdanto: EKG-signaalin tulkintaa



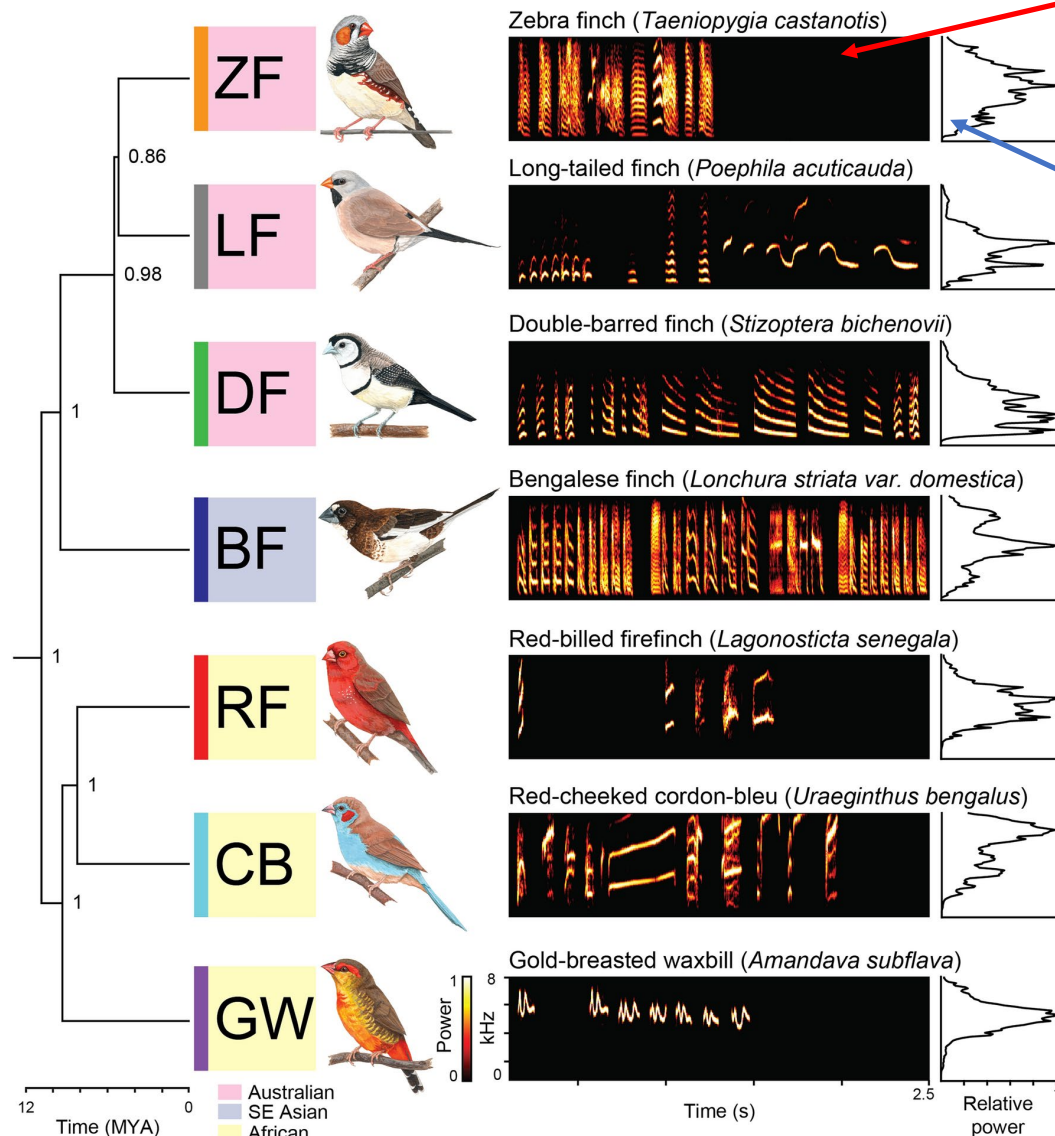
Tarkoituksenmukainen
digitaalinen suodatin



Lähikuva yhdestä
sydämen lyönnistä



Johdanto: Lintujen lauluntaa taajuustasossa esitettynä



Spektrogrammi = taajuussisältö ajan funktiona

Spektri koko signaalista = taajuussisältö keskimäärin

Taajuustason esitys mahdollistaa mm.:

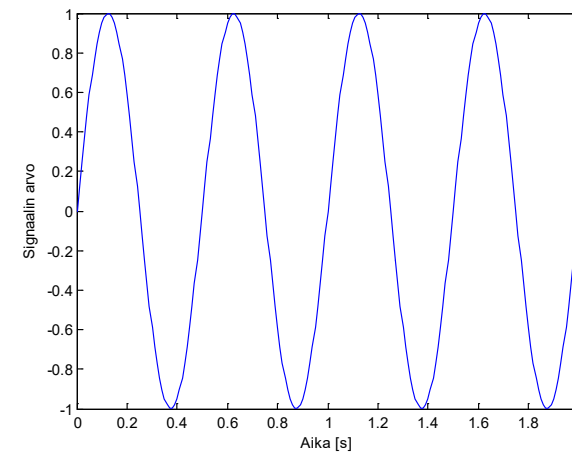
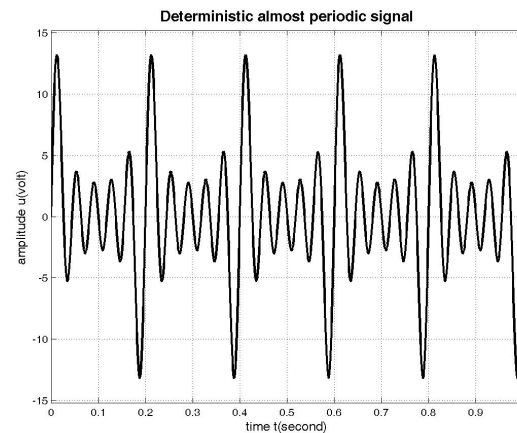
- Wake word detection
- Puheen tunnistus (myös, linnut, laakerit, jne.)
- Piirteiden irrottaminen ja sovittaminen
- Aikatason analyysien ja piirteiden rikastamisen

Machine learning and statistical classification of birdsong link vocal acoustic features with phylogeny

<https://www.nature.com/articles/s41598-023-33825-5>

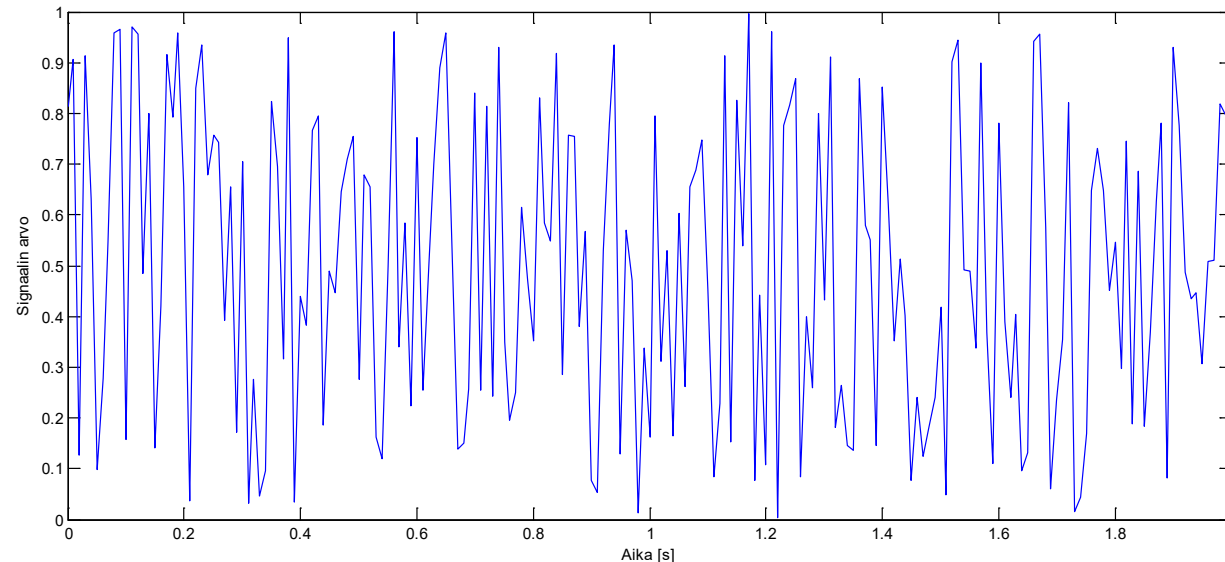
Signaalien luokittelu

- Signaaleja voidaan luokitella usealla eri perusteella, kuten **signaalien satunnaisuus, arvojen jatkuvuus tai niiden jaksollisuus**
- Satunnaisuuden perusteella signaalit jaetaan **deterministisiin ja ei-deterministisiin eli satunnaissignaaleihin**
- **Deterministisen signaalin** arvo on kunakin ajanhetkenä jollakin tavalla ennalta täysin määrätty, esimerkiksi se voidaan laskea matemaattisesta lausekkeesta
- Täten signaali $x(t) = \sin(t)$, missä t on aika, on deterministinen signaali



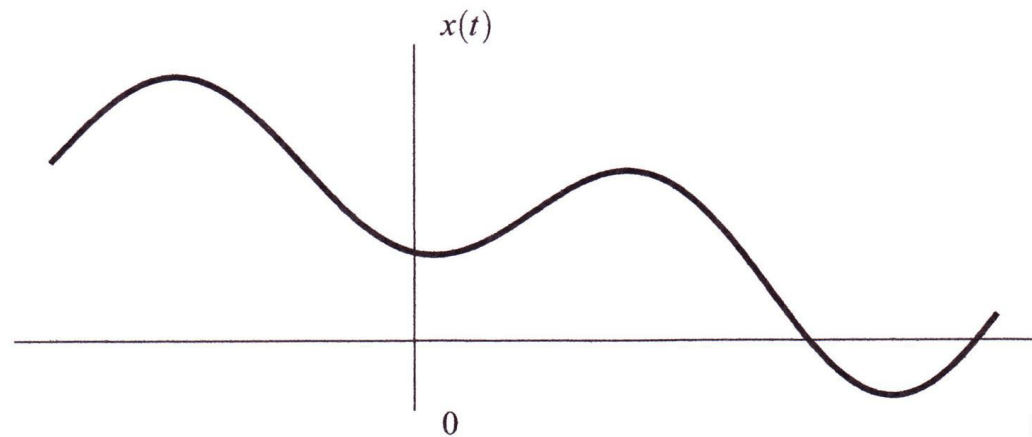
Signaalien luokittelu

- **Satunnaissignaali on signaali, jonka arvoihin sisältyy satunnaisuutta**, eikä sen saamia arvoja voi mitenkään etukäteen arvioida
- Satunnaissignaalien tarkastelussa käytetään tilastotieteen käsitteitä ja menetelmiä
- Usein signaalinkäsittelykirjallisuudessa pääpaino on deterministisissä signaaleissa
- **Satunnaissignaaleja ei voi kuitenkaan kokonaan ohittaa, sillä reaali maailman signaaleihin liittyy aina kohinaa, joka on satunnaisilmiö**
- Satunnaissignaaleihin liittyy myös erityisominaisuuksia (esim. kaikkien taajuuksien esiintyminen signaalissa), ja siksi niillä on merkitystä signaalinkäsittelyjärjestelmien tarkastelussa



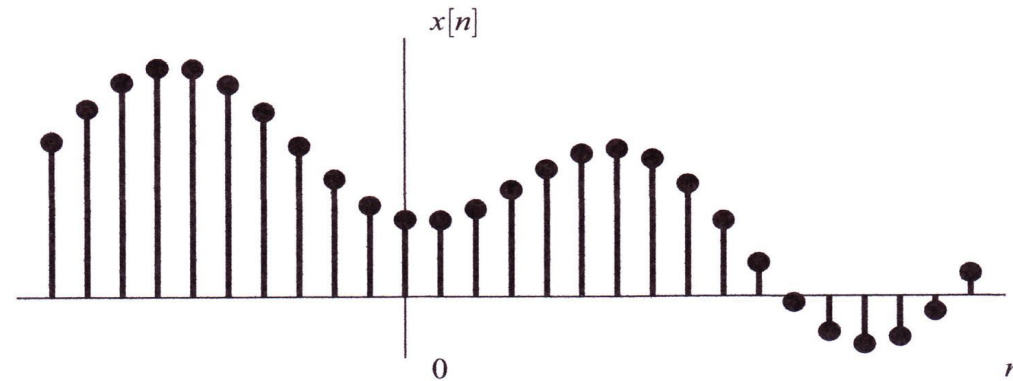
Signaalien luokittelu

- **Signaalien toinen luokitteluperuste on niiden muuttujan ja arvojen jatkuvuus/ei-jatkuvuus**
- Signaali on jatkuva-aikainen, jos sen muuttuja on jatkuva reaaliarvo
- Tällaista signaalia voidaan merkitä $x(t)$:llä, missä t tulkitaan ajasta riippuvien signaalien kohdalla ajaksi, joka saa jonkin reaaliarvovälin kaikki arvot
- Vaikka käytännön signaalit ovat äärellisen pituisia, yksinkertaisuuden vuoksi oletetaan usein, että aikaparametri kattaa koko reaaliakselin $-\infty < t < +\infty$



Signaalien luokittelu

- **Signaali on diskreettiaikainen**, jos sen (aika)parametri ei muutu jatkuvasti vaan diskreetisti, ts. se saa vain yksittäisiä arvoja, joiden voidaan olettaa olevan kokonaislukuja
- Diskreettiaikaista signaalia merkitään $x[n]$:llä, missä parametri n saa (usein) kaikki kokonaislukuarvot väliltä $-\infty < n < +\infty$
- Diskreettiaikaisille signaaleille parametri n laitetaan kirjallisuudessa hyvin yleisesti hakasulkeisiin tähän tyyliin $x[n]$

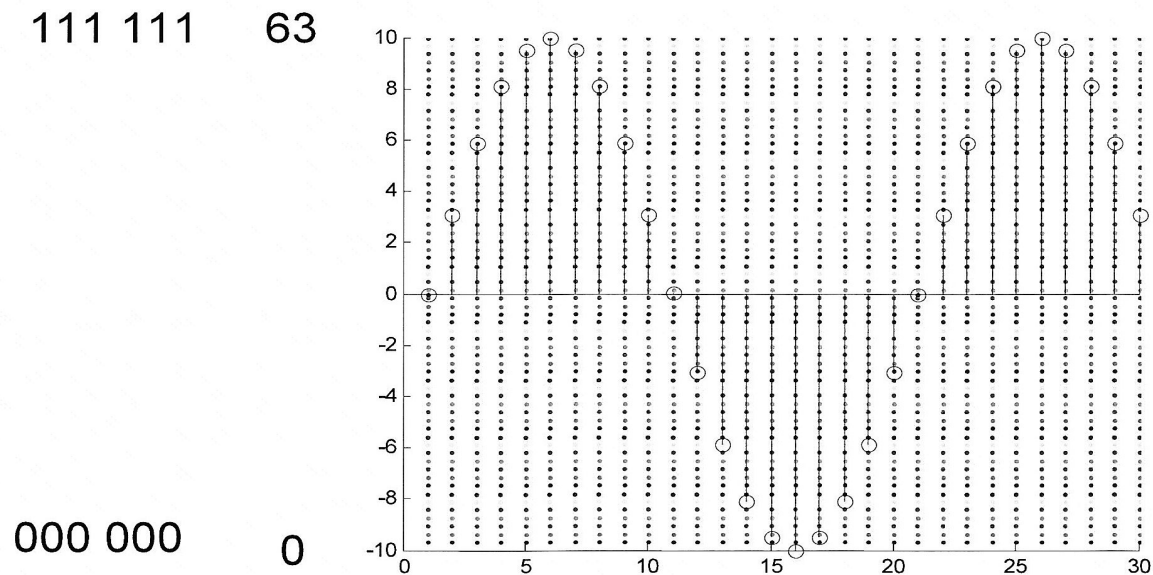


Signaalien luokittelu

- **Diskreettiaikainen signaali $x[n]$** voidaan muodostaa esimerkiksi näytteistykseen kautta ottamalla jatkuva-aikaisesta signaalista $x(t)$ näytteitä
- Jos näytteistys on tasavälinen ja näytteenottoväli on T_s , niin $x[n] = x(nT_s)$
- Sekä jatkuva-aikaisen että diskreettiaikaisen signaalin arvot voivat muuttua jatkuvasti tai diskreetisti
- **Signaali on analoginen**, jos se on jatkuva-aikainen ja aikaparametrin lisäksi myös sen arvot muuttuvat jatkuvasti
- **Signaali on digitaalinen**, jos se on diskreettiaikainen ja aikaparametrin lisäksi myös sen arvojoukko on diskretisoitu (usein tasaväleihin)
- Symboleja $x(t)$ ja $x[n]$ käytetään, kuten funktioilla yleensäkin
- Merkinnät tarkoittavat (asiayhteydestä riippuen) paitsi itse signaaleja myös ko. signaalien arvoja ajankohtina t ja n .

Signaalien luokittelu

- Digitaalisen signaalin kohdalla käytetään myös termiä **kvantisoitu** tarkoittamaan, että signaalin arvojoukko on pyöristetty (äärelliseen määrään) yksittäisiä arvoja.
- Nämä arvot ovat tietyn perusarvon kokonaisia monikertoja, ja usein edellytetään vielä, että digitaalisen signaalin arvot ovat jollakin tavalla koodattuja



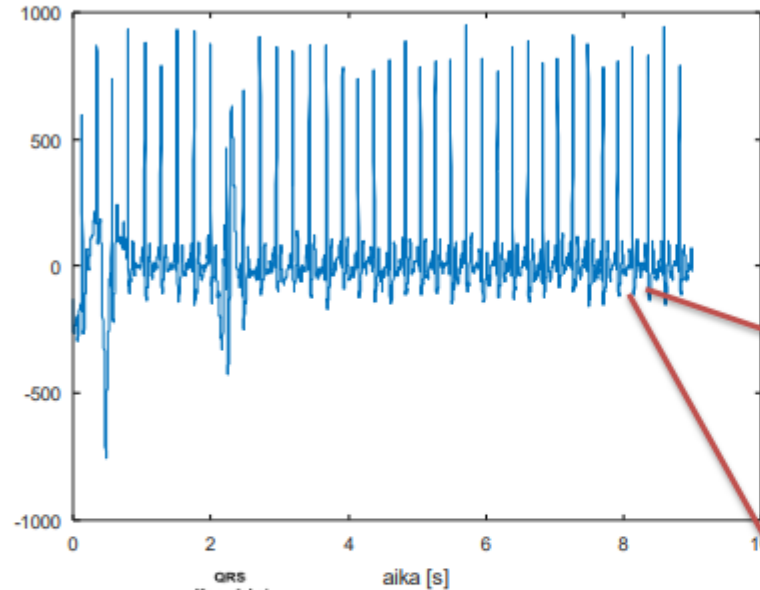
Digitaalinen signaali, kvantisointitasojen lukumäärä $2^6=64$



KAMK • University
of Applied Sciences

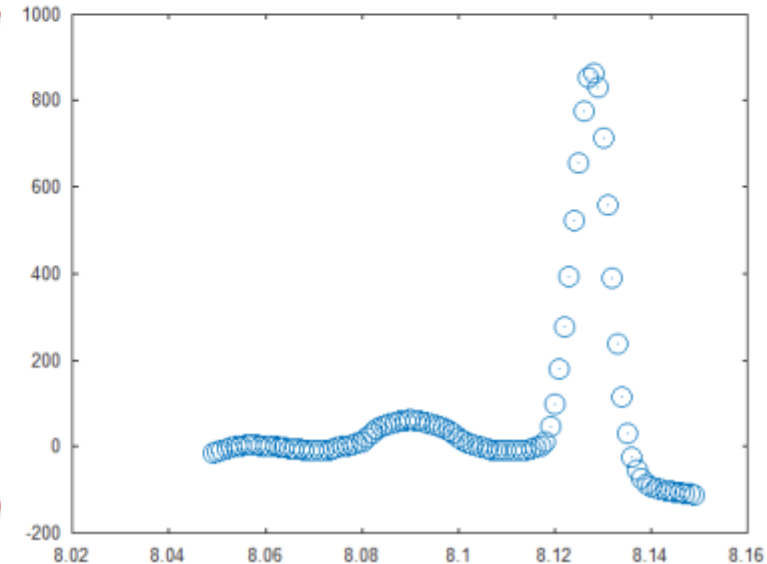
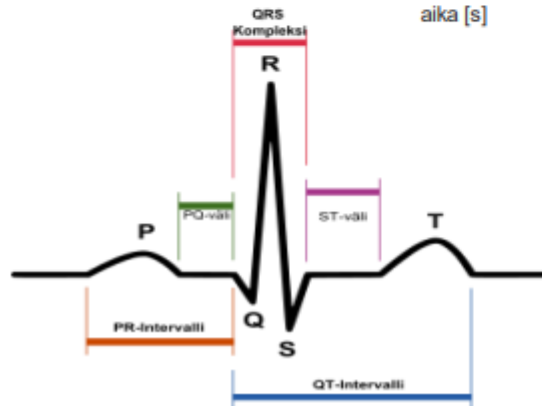
Esimerkki: Digitaalinen signaali

Sydänsähkökäyrä (EKG)



Näytteistystaajuus=1000 Hz
(1000 näytepistettä/sekunti)

Näytepisteiden välinen etäisyys
ajassa $1/1000=0.001$ s

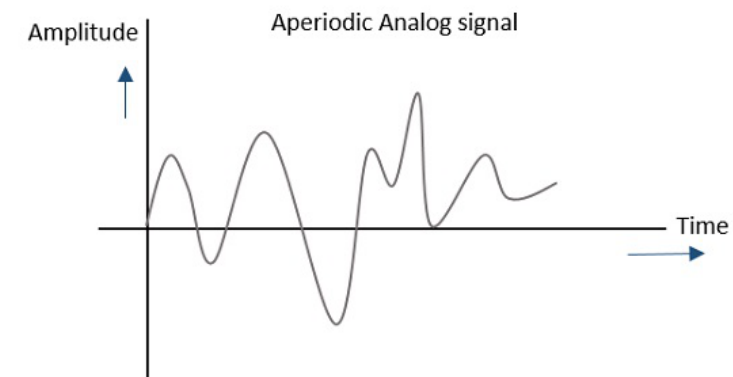
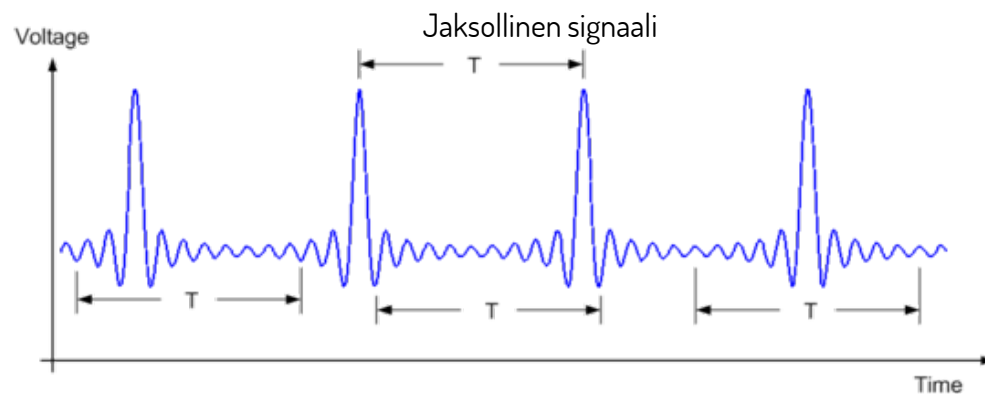


Signaalien luokittelu

- Kolmas luokitteluperuste on jaksollisuus. Signaali $x(t)$ on **jaksollinen (eli periodinen)**, jos on olemassa sellainen vakio T , että (identtisesti eli kaikilla t :n arvoilla)

$$x(t + T) = x(t)$$

- Pienintä mahdollista tällaista vakiota $T > 0$ sanotaan signaalin (perus)jaksoksi eli periodiksi

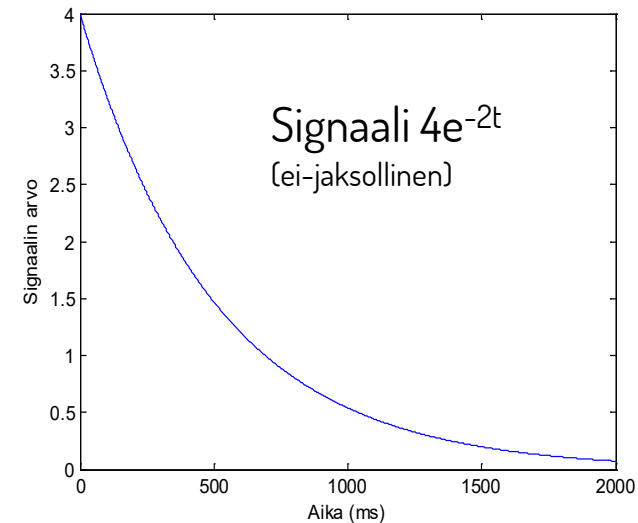
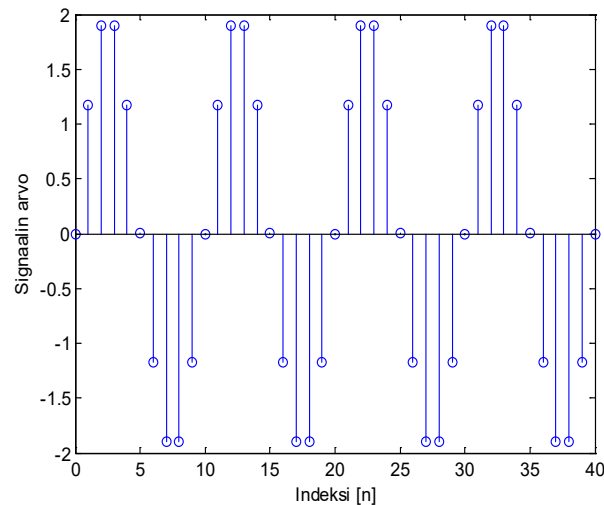


Signaalien luokittelu

- Signaalit $\sin(2\pi t/T)$ ja $\cos(2\pi t/T)$ ovat jaksollisia, (perus)jaksona on molemmilla T .
- Signaali e^{-at} , missä a on vakio ja t aika, on ei-jaksollinen.
- Diskreettiaikainen signaali $[n]$ on jaksollinen, jos on olemassa sellainen kokonaislukuvakio N siten, että

$$x[n + N] = x[n].$$

Diskreettiaikainen sinisignaali (jaksollinen)



Tärkeitä erikoissignaaleja

- Tärkein erikoissignaali on jaksollinen sinimuotoinen signaali. Se voidaan esittää muodossa

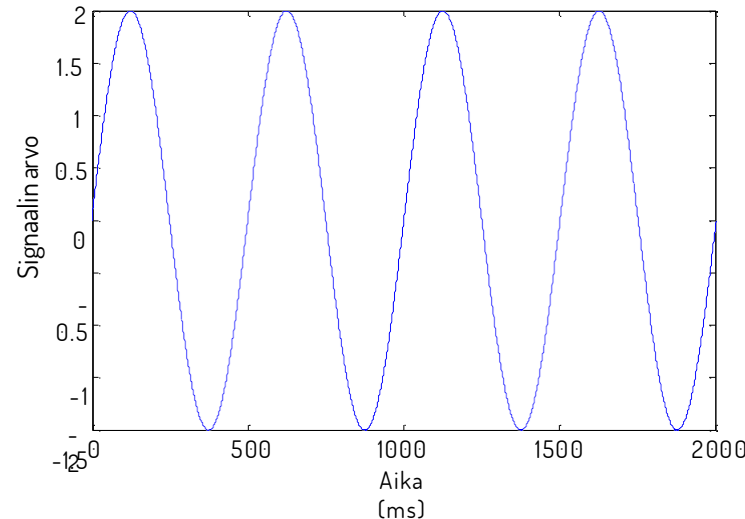
$$x(t) = A \sin(\omega t + \theta) = A \sin(2\pi f t + \theta)$$

missä A on amplitudi, ω kulmataajuus, t aika, f taajuus ja θ vaihekulma.

- Taajuudelle f on voimassa

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}, \text{ missä } T \text{ on jaksonaika}$$

Jatkuva-aikainen sinisignaali,
 $A=2$, $f=2$ Hz ja $\theta=0$



Tärkeitä erikoissignaaleja

Sinimuotoinen signaali $A\sin(\omega t + \phi) = A\sin(2\pi f t + \phi)$ tai $A\cos(\omega t + \phi) = A\cos(2\pi f t + \phi)$ muodostaa perustan kaikkien signaalien taajuussisällön käsittelylle, koska mikä tahansa mielivaltainen signaali voidaan esittää sinimuotoisten signaalien summana. Sinivärähtelyn teho keskittyy yhdelle taajuudelle f . Värähtelyn perussuureiden välillä on yhteydet

$$f = 1/T \qquad T = \text{jakson pituus [s], } f = \text{taajuus [Hz]}$$

$$\omega = 2\pi f \qquad \omega = \text{kulmataajuus [rad]}$$

$$T = 2\pi/\omega$$

Voidaan osoittaa, että mikä tahansa mielivaltainen jaksollinen signaali $g(t)$ voidaan esittää sopivasti valittujen kosinisignaalien summana.

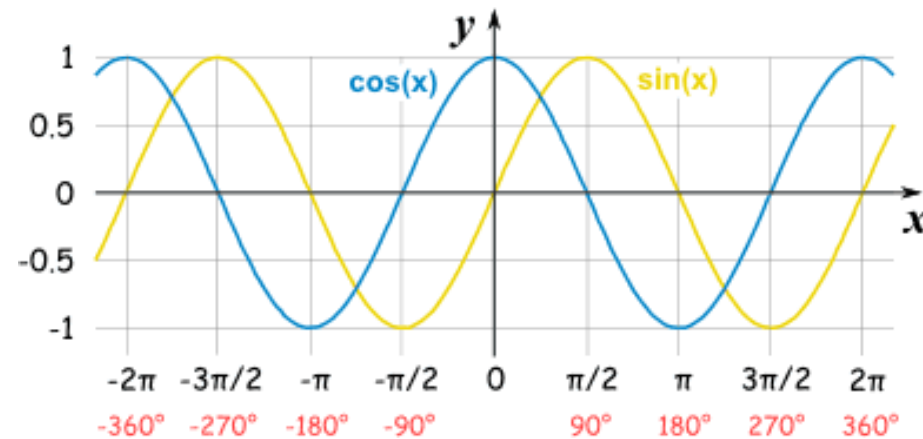
Tärkeitä erikoissignaaleja

- Yleinen kosinimuotoinen signaali on muodoltaan samanlainen kuin sinisignaali
- Se voidaan esittää sinisignaalin avulla antamalla yhtälön

$$x(t) = A \sin(\omega t + \theta) = A \sin(2\pi f t + \theta)$$

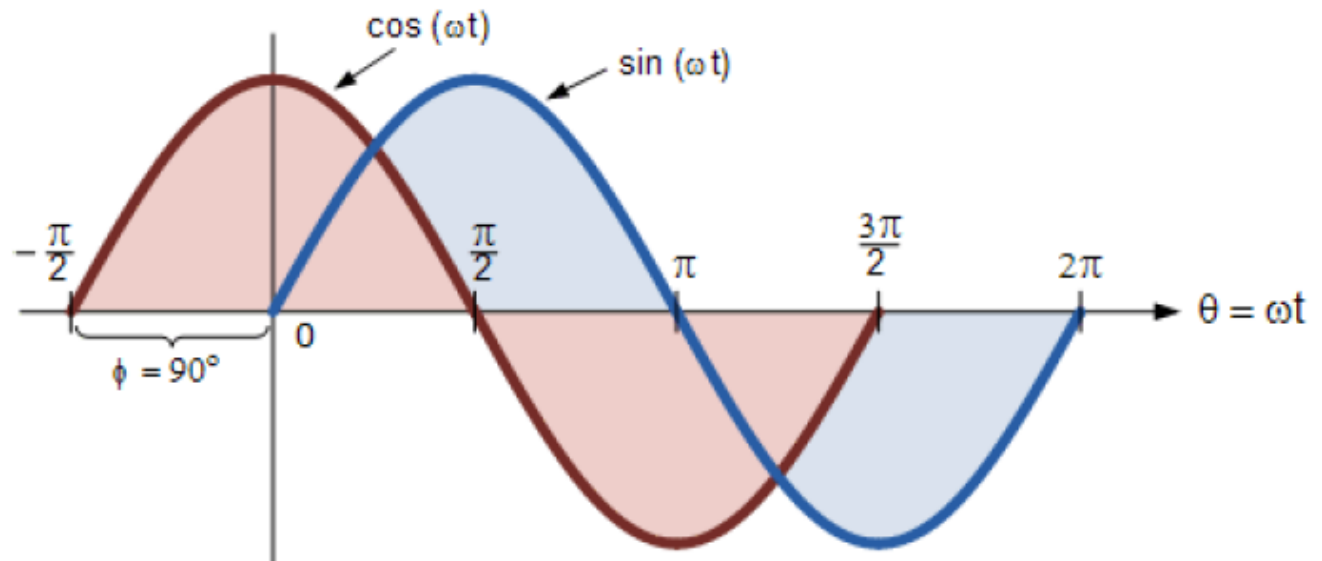
mukaisessa kuvauksessa vaihekulman arvoksi $\pi/2$.

$$\cos(2\pi f t) = \sin(2\pi f t + \pi/2)$$



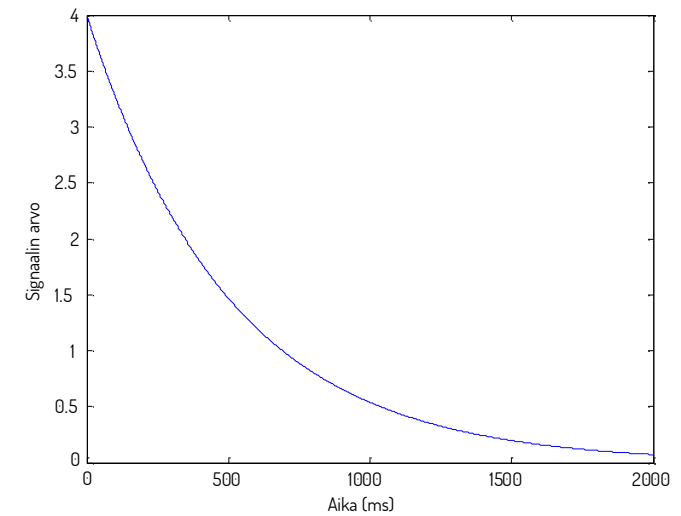
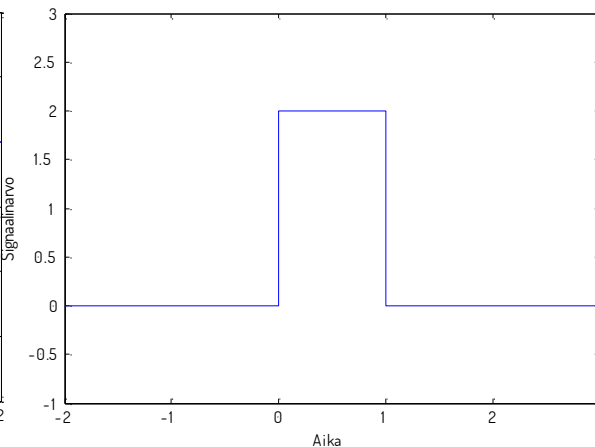
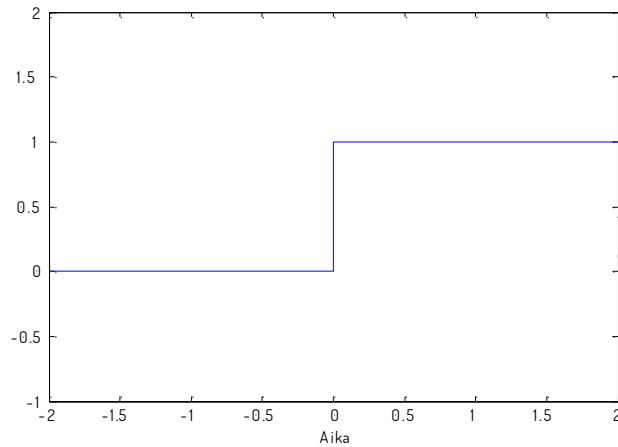
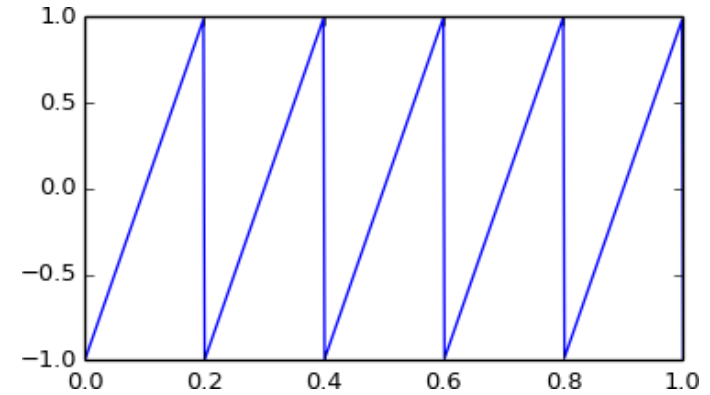
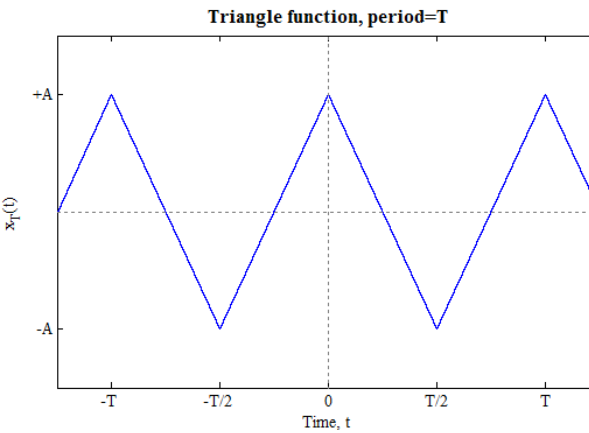
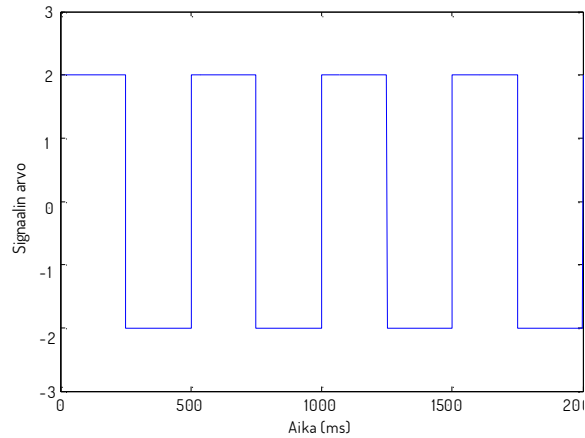
Tärkeitä erikoissignaaleja

- Vaihetarkastelua sinisignaaleille $x(t) = \sin(\omega t + \theta)$, missä θ on vaihekulma
- Vaihe määrää signaalin saaman arvon ajanhetkellä $t=0$
- Kosini- ja sinisignaali ovat esitettävissä toistensa avulla
 - $\cos(\omega t) = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$
 - $\sin(\omega t) = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$



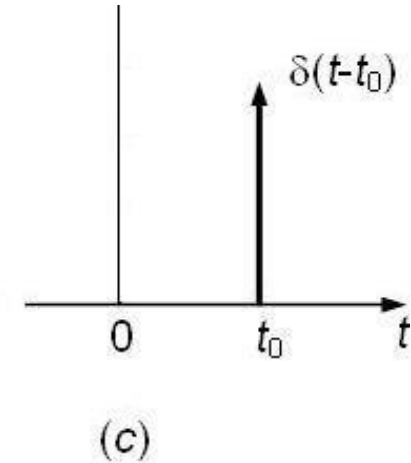
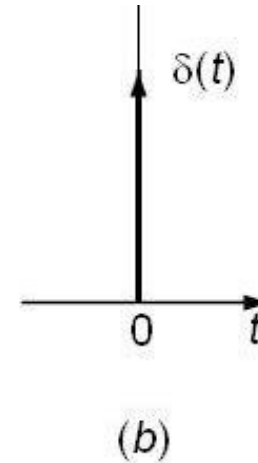
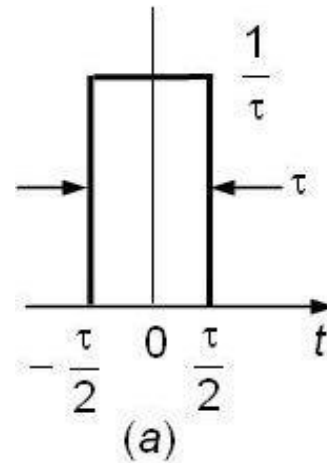
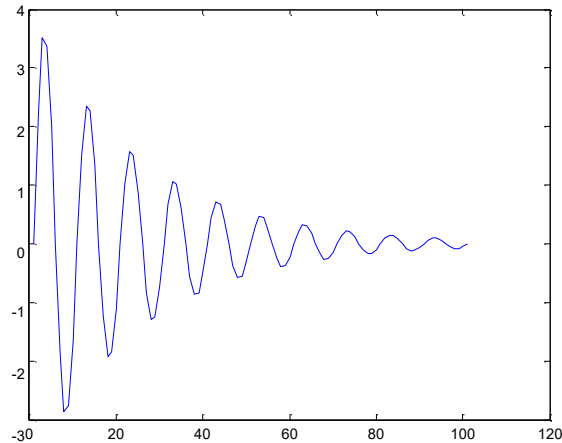
Tärkeitä erikoissignaaleja

Esitettävissä sekä jatkuva- että diskreettiäikaisina



Tärkeitä erikoissignaaleja

Esitettävissä sekä jatkuva- että diskreettiaikaisina





**KAMK • University
of Applied Sciences**

www.kamk.fi