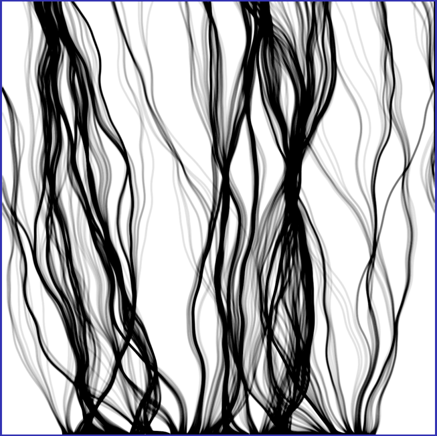
Angewandte Mathematik



Dr. rer. nat. Johannes Riesterer

Für hinreichend groß Mathlib

Für einen Filter l bedeutet die Bedingung $\forall^f x\ p(x)$ dass die Menge der Elemente, für die $p(x)$ gilt, ein Element des Filters l ist, also $\{X \mid p(x)\} \in l$.

Landau-O-Notation (Großes O) Mathlib

Für einen filter l und funktionen g, h $f = O(l)g$ bedeutet, dass $f(n)$ asymptotisch nach oben durch $g(n)$ beschränkt ist. Das heißt, es existieren Konstanten $C > 0$ und n_0, sodass für alle $n \geq n_0$ gilt:

$$|f(n)| \leq C \cdot |g(n)|.$$

Beispiel

Sei $f(n) = 3n^2 + 2n + 1$, dann gilt:

$$f(n) = O(n^2),$$

da für große n der n^2-Term dominiert.

Landau-Klein-o-Notation (kleines o)

$f(n) = o(g(n))$ bedeutet, dass $f(n)$ im Vergleich zu $g(n)$ asymptotisch vernachlässigbar ist. Für jede Konstante $C > 0$ existiert ein n_0, sodass für alle $n \geq n_0$ gilt:

$$|f(n)| \leq C \cdot |g(n)|.$$

Dies impliziert, dass $f(n)$ wesentlich kleiner als $g(n)$ wird, wenn $n \to \infty$.

Beispiel

Sei $f(n) = n$ und $g(n) = n^2$, dann gilt:

$$f(n) = o(n^2),$$

da n wesentlich langsamer als n^2 wächst.

Implikationen zwischen O- und o-Notation

- $f(n) = o(g(n))$ impliziert $f(n) = O(g(n))$, da $o(g(n))$ eine strengere Schranke als $O(g(n))$ ist.
- Umgekehrt gilt jedoch: $f(n) = O(g(n))$ impliziert nicht, dass $f(n) = o(g(n))$. Beispiel: $f(n) = 2n$ und $g(n) = n$ führen zu $f(n) = O(n)$, aber $f(n) \neq o(n)$.

Zusammenfassung

$$o(g(n)) \implies O(g(n)),$$

aber nicht umgekehrt.