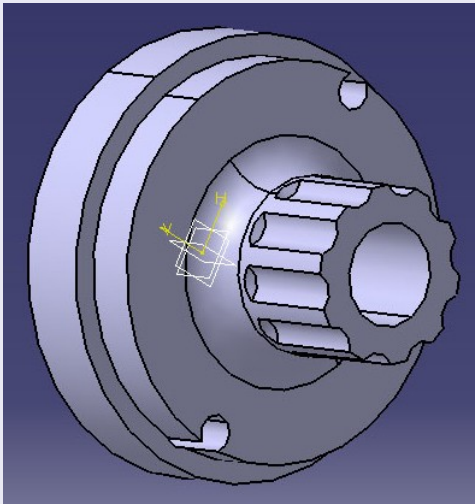
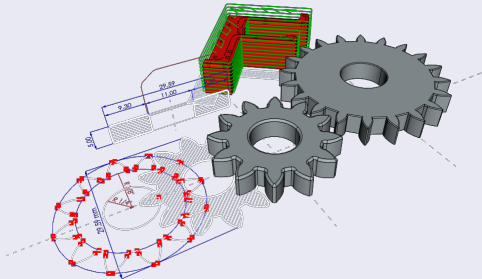


Computer Aided Design



FreeCAD

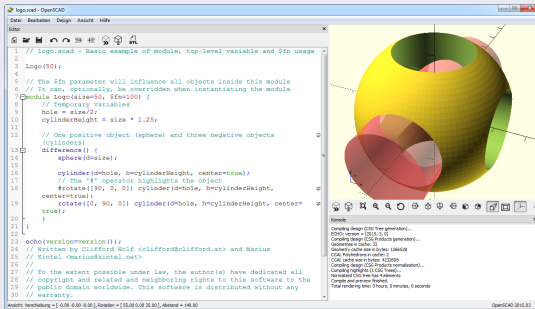


Link

FreeCAD

FreeCAD Tutorials

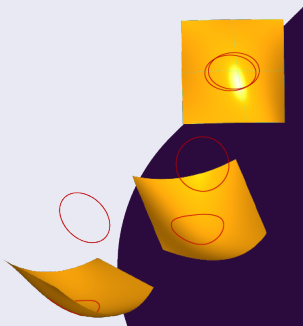
Openscad



Link

OpenSCAD

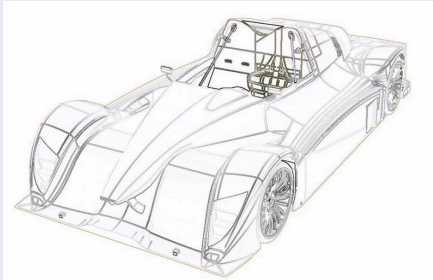
Modellierkern



Link

Modellierkern

BRB



Link

Begrenzungsflächenmodell (BRep)

Bernsteinpolynome

Die Bernsteinpolynome vom Grad n sind definiert als

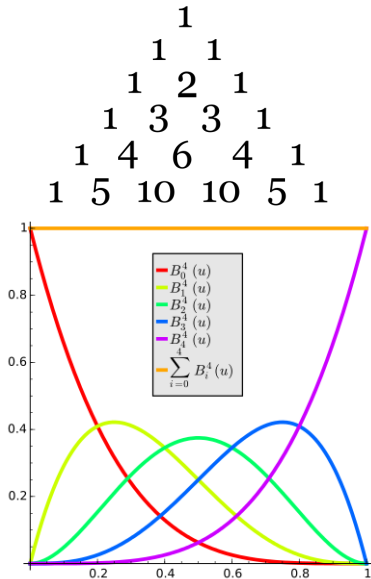
$$B_i^n(t) := \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i$$

mit $i = 0, \dots, n$, $t \in [0, 1]$ und dem Binomialkoeffizient

$$\binom{n}{i} := \frac{n!}{i!(n-i)!} = \frac{n(n-1) \cdots 1}{i(i-1) \cdots 1(n-i)(n-i-1) \cdots 1}.$$

$$\binom{n}{i} = \binom{n-1}{i} + \binom{n-1}{i-1}$$

Bezier Kurven und Flächen



Bernsteinpolynome

Die Bernsteinpolynome vom Grad n bilden eine Basis des Vektorraums der Polynome vom Grad n im Intervall $[0, 1]$.

Bernsteinpolynome

Es gilt die Rekursionsformel

$$B_i^n(t) = (1 - t) \cdot B_i^{n-1}(t) + t \cdot B_{i-1}^{n-1}(t)$$

mit $B_0^0(t) = 1$ und $B_n^i(t) = 0$ für $i < 0$ oder $i > n$.

Folgt fast direkt aus der Rekursionsformel des Binomialkoeffizienten.

Bernsteinpolynome

Seien $b_0, \dots, b_n \in \mathbb{R}^3$. Dann heißt die Kurve

$$B^n(t) := \sum_{i=0}^n B_i^n(t) \cdot b_i, t \in [0, 1]$$

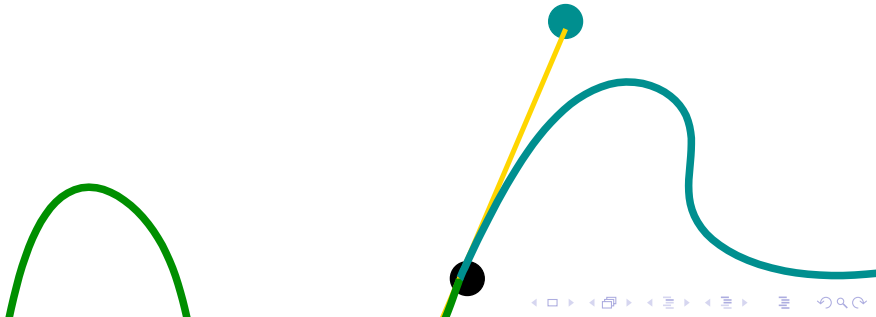
eine Bezierkurve vom Grad n . Die b_i werden auch Kontrollpunkte genannt. Für ein beliebiges Intervall $[a, b]$ definieren wir

$$B_{[a,b]}^n(t) := B^n\left(\frac{t-a}{b-a}\right), t \in [a, b].$$

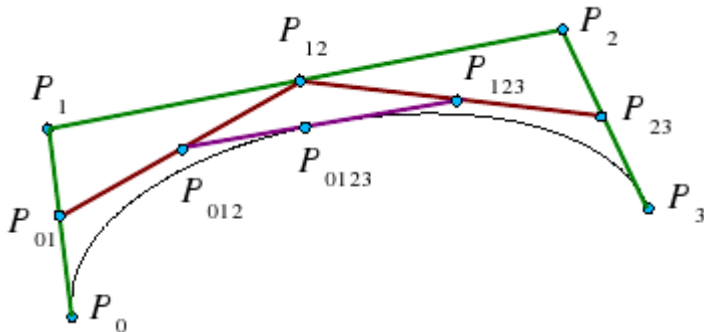
Bernsteinpolynome

Eine Bezierkurve hat die Ableitung

- $(B^n)'(t) = n \cdot \sum_{j=0}^{n-1} B_j^{n-1}(t) \cdot (b_{j+1} - b_j)$, und nach der Kettenregel
- $(B_{[a,b]}^n)'(t) = \frac{1}{b-a} (B^n)'(\frac{t-a}{b-a})$ für ein beliebiges Parameterintervall.



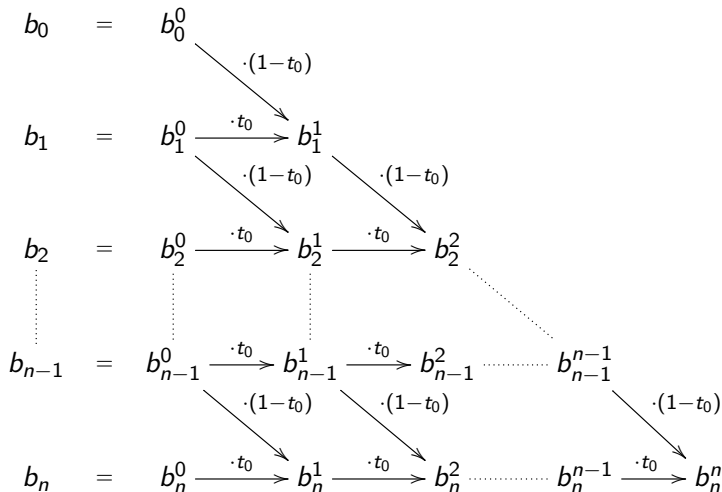
Bezier Kurven und Flächen



Sei $B^n(t) := \sum_{i=0}^n B_i^n(t) \cdot b_i$ eine Bezierkurve. Für ein $t_0 \in [0, 1]$ definieren wir rekursiv

$$b_i^k := \begin{cases} b_i & i = 0, \dots, n \\ (1 - t_0) \cdot b_{i-1}^{k-1} + t_0 \cdot b_i^{k-1} & i = 1, \dots, n \quad k = 1, \dots, i \end{cases}$$

Bezier Kurven und Flächen



Dann gilt $b_n^n = B^n(t_0)$.

Bezier Kurven und Flächen

Ersetzt man in einer Bezierkurve

$$B^m(v) := \sum_{j=0}^m B_j^m(v) \cdot b_j$$

vom Grad m die Kontrollpunkte b_j durch $m + 1$ Bezierkurven

$$b_j(u) = \sum_{i=0}^n B_i^n(u) \cdot b_{ij}$$

vom Grad n mit jeweils $n + 1$ Kontrollpunkten b_{ij} für $i = 0, \dots, n$,
so erhält man eine Fläche

$$F(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_i^n(u) B_j^m(v) \cdot b_{ij} ,$$

welche auch Tenorprodukt-Fläche der Bezierkurven oder einfach Bezierfläche genannt wird.