Ispit iz Fizike (8. rujan 2021.)

1. Pitanja višestrukog izbora

Upute: Na pitanja višestrukog izbora 1.1 do 1.15 odgovorite zaokruživanjem jednog točnog odgovora na obrascu za odgovore. Točan odgovor nosi 1 bod, netočan odgovor -0.25 bodova, a neodgovoreno pitanje nula bodova.

1.1 Ako bismo zahtijevali da pri sudaru vrijedi zakon sačuvanja mehaničke energije, tada

(a) bi se pri opisu svih sudara morali odreći zakona sačuvanja količine gibanja,

(b) bi se čestice nakon sudara uvijek gibale međusobno različitim brzinama (ne bi bio moguć savršeno neelastičan sudar), **točno**

(c) bi se svi sudari mogli opisati jedino u sustavu centra mase,

(d) bi zakon sačuvanja količine gibanja vrijedio samo za čestice jednakih masa,

(e) uz poštivanje zakona sačuvanja količine gibanja ne bi bilo moguće opisati elastične sudare.

1.2 Automobil se ubrzava po horizontalnoj cesti: prvo iz stanja mirovanja do brzine $30\,\mathrm{km/h}$, a onda od $30\,\mathrm{km/h}$ do $60\,\mathrm{km/h}$. Koliki je omjer radova u drugom i prvom slučaju?

(a) $W_2/W_1 = 1/3$

(b) $W_2/W_1 = 1/2$

(c) $W_2/W_1 = 1$

(d) $W_2/W_1 = 2$

(e) $W_2/W_1 = 3$ **točno**

1.3 Tijela mase m i $2m$ počinju istodobno kliziti bez trenja s jednake visine niz kosinu. Zaokružite točnu tvrdnju:

(a) Akceleracije tijela su jednake i tijela u svakom trenutku imaju jednake kinetičke energije.

(b) Akceleracije tijela su jednake, a kinetičke energije tijela su različite. **točno**

(c) Akceleracije tijela i kinetičke energije tijela su različite.

(d) Akceleracije tijela su različite, a kinetičke energije tijela su jednake.

(e) Nema dovoljno podataka da se zaključi o odnosu akceleracija i kinetičkih energija tijela.

1.4 Pri jednolikom kružnom gibanju čestice

(a) centripetalna akceleracija i brzina čestice istog su smjera.

(b) tangencijalna i centripetalna akceleracija čestice istog su iznosa.

(c) tangencijalna i centripetalna akceleracija čestice istog su smjera.

(d) centripetalna akceleracija čestice je vektor iznosa nula.

(e) tangencijalna akceleracija čestice je vektor iznosa nula. **točno**

1.5 Kako bi tijelo pri klizanju niz kosinu koja s vodoravnom ravninom zatvara kut α usporavalo, koeficijent trenja μ mora zadovoljavati uvjet

(a) $\mu > \sin\alpha$.

(b) $\mu > \cos\alpha$.

(c) $\mu > 1 - \cos\alpha$.

(d) $\mu > \tan\alpha$. **točno**

(e) $\mu > \cot\alpha$.

1.6 Želimo li da dva zvučna vala proizvode udare, nužno je da valovi imaju:

(a) jednake frekvencije

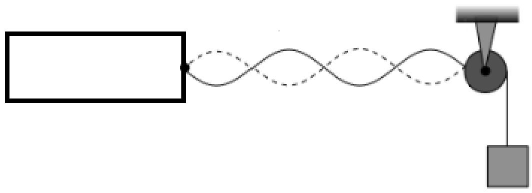
(b) frekvencije koje se malo razlikuju **točno**

(c) jednake amplitude

(d) amplitude koje se značajno razlikuju

(e) ništa od navedenog

1.7 Uređaj za proizvodnju stojnih valova daje stojni val s četiri trbuha kao što je prikazano na slici.



Ako se napetost niti poveća četiri puta (uz istu frekvenciju i duljinu niti), stojni val će imati

(a) 1 trbuh

(b) 2 trbuha **točno**

(c) 4 trbuha

(d) 8 trbuha

(e) 16 trbuha

1.8 Kolikom približnom brzinom se mora gibati proton tako da mu kinetička energija iznosi 80 % njegove ukupne energije?

(a) $0.02\,c$

(b) $0.87\,c$

(c) $0.92\,c$

(d) $0.98\,c$ **točno**

(e) $0.80\,c$

1.9 Četiri putujuća vala su opisana sa sljedećim jednadžbama, pri čemu su sve veličine mjerene u SI jedinicama, te y predstavlja elongaciju:

I. $y = 0.12\cos(3x + 2t)$

II. $y = 0.15\sin(6x - 3t)$

III. $y = 0.23\cos(3x + 6t)$

IV. $y = -0.29\sin(1.5x - t)$

Koji od navedenih valova imaju jednaku brzinu?

(a) I i III

(b) I i IV **točno**

(c) II i III

(d) I i II

(e) III i IV

1.10 Točkasti naboj $-q$ nalazi se u središtu metalne sfere polumjera a koja je nabijena nabojem Q. Koliki je tok električnog polja kroz koncentričnu sfernu plohu polumjera $r (r > a)$?

(a) q/ϵ_0

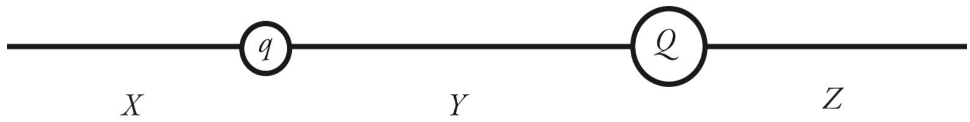
(b) $-q/\epsilon_0$

(c) Q/ϵ_0

(d) $(Q - q)/\epsilon_0$ **točno**

(e) $(Q + q)/\epsilon_0$

1.11 Slika prikazuje dva nejednaka točkasta naboja, q i Q, suprotnog predznaka. Naboj Q ima veći apsolutni iznos od naboja q. U kojim područjima X, Y, Z će se nalaziti točka u kojoj je rezultantno električno polje ovih naboja jednako 0?



(a) samo u područjima X i Z

(b) samo u području X **točno**

(c) samo u području Y

(d) samo u području Z

(e) u svim područjima

1.12 Maxwellovim jednadžbama mogli biste riješiti sve opisane situacije osim jedne. Koja je to situacija u kojoj Maxwellove jednadžbe nisu dovoljne?

(a) određivanje raspodjele naboja $\rho(\mathbf{r})$ ako nam je poznato električno polje $\mathbf{E}(\mathbf{r})$,

(b) opis kružne putanje naboja u magnetskom polju, **točno**

(c) određivanje magnetskog polja u okolici beskonačnog ravnog vodiča,

(d) određivanje intenziteta elektromagnetskog polja u vakuumu,

(e) određivanje energije elektromagnetskog vala.

1.13 Beskonačna ravna žica jednoliko je nabijena pozitivnim električnim nabojem, a osim toga njome teče stalna električna struja. Poyntingov vektor ($\mathbf{S} = \mu_0^{-1}\,\mathbf{E} \times \mathbf{B}$) u blizini žice

(a) je vektor iznosa nula.

(b) okomit je na žicu i usmjeren je "od žice".

(c) okomit je na žicu i usmjeren je "prema žici".

(d) paralelan je sa žicom i usmjeren je u smjeru toka struje. **točno**

(e) paralelan je sa žicom i usmjeren je suprotno smjeru toka struje.

1.14 Pri gotovo okomitom upadu svjetlosti, tanki sloj indeksa loma n i debljine d postavljen u zraku dat će jednak interferencijski uzorak u reflektiranoj svjetlosti kao i materijal istog indeksa loma, postavljen na podlozi indeksa loma $n' > n$, debljine d' za koju vrijedi:

(a) $d' = d$

(b) $d' = d \pm \lambda$

(c) $d' = d \pm \lambda/2$ **točno**

(d) $d' = d \pm \lambda/4$

(e) ni u jednom slučaju ta dva sloja neće dati jednak interferentni uzorak.

1.15 Staklena pločica debljine 12 µm i indeksa loma 1.5 postavi se na put jednoj od dviju zraka koje interferiraju, dok druga putuje kroz zrak indeksa loma 1. Valna duljina svjetlosti je 750 nm. Za koliko se valnih duljina razlikuju duljine optičkih putova tih zraka kroz staklo i kroz zrak?

(a) 4

(b) 6

(c) 7.5

(d) 8 **točno**

(e) 12

2. Pitanja iz teorije

Uputa: Odgovore na pitanja iz teorije napišite na papire na kojima su sama pitanja zadana. Odgovore je potrebno popratiti detaljnim komentarima i crtežima. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire.

Pitanje iz teorije 2.1: [8 bodova] Definirajte količinu gibanja $\mathbf{p}$ sustava čestica te je povežite sa zbrojem vanjskih sila koje djeluju na sustav. Pokažite da je količina gibanja očuvana ako je zbroj vanjskih sila koje djeluju na sustav jednak nuli.

Odgovor:

Pitanje iz teorije 2.2: [9 bodova]

Krenuvši od izraza za ukupnu energiju oscilatora, pokažite da energija prigušenog oscilatora u vremenu opada s kvadratom brzine.

Odgovor:

Pitanje iz teorije 2.3: [8 bodova] Izvedite izraz za elektromotornu silu pri gibanju vodiča u magnetskom polju.

Odgovor:

3. Računski zadaci

Uputa: Postupke rješavanja računskih zadataka 3.1 do 3.5 napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 8 bodova.

Računski zadatak 3.1

Dvije se čestice u mirnom sustavu gibaju brzinama 0.70 c, i 0.95 c, tako da im se pravocrtne putanje sijeku pod pravim kutom. Izračunajte relativnu brzinu prve čestice u odnosu na drugu, i pokažite da je ta brzina po iznosu jednaka relativnoj brzini druge čestice u odnosu na prvu.

Rješenje: U mirujućem sustavu (sustavu S), kao vanjski promatrač imamo zadane brzine čestisa u iznosima od 0.7 c i 0.95 c, s pravocrtnim putanjama okomitim jednom prema drugoj. Želimo pokazati da je relativna brzina druge čestice gledana s prve čestice jednaka brzini prve čestice gledana s druge čestice.

Najprije promotrimo brzinu druge čestice opažanu s prve čestice. Postavljamo sustav S' da se giba brzinom prve čestice. Time definiramo da se sustav S' giba brzinom v_1 u smjeru x-osi: $v_1 = 0.7$ c Ako se mi, kao promatrač, postavimo na prvu česticu, za nas ta čestica miruje: $v_{x1} = 0$ Preostaje transferirati brzine iz sustava S u sustav S', odnosno izračunati brzine v'_{x1} i v'_{y1}:

$$v'_{x1} = \frac{v_{x1} - v_1}{1 - \frac{v_{x1} \cdot v_1}{c^2}} = \frac{0 - 0.7c}{1 - 0} = -0.7c \tag{1}$$

$$v'_{y1} = \frac{v_{y1}\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_{x1} \cdot v_1}{c^2}} = \frac{0.95c - \sqrt{1 - 0.7^2}}{1 - 0} = 0.6784c \tag{2}$$

Računamo rezultantni vektor relativne brzine:

$$v_{rel1} = \sqrt{v'^2_{x1} + v'^2_{y1}} = 0.9748c \tag{3}$$

U drugom slučaju promotrimo brzinu prve čestice opažanu s druge čestice. Postavljamo sustav S' da se giba brzinom druge čestice. Time definiramo da se sustav S' giba brzinom v_2 u smjeru x-osi: $v_2 = 0.95$c

Ako se mi, kao promatrač, postavimo na drugu česticu, za nas ta čestica miruje: $v_{x2} = 0$ Preostaje transferirati brzine iz sustava S u sustav S', odnosno izračunati brzine v'_{x2} i v'_{y2}:

$$v'_{x2} = \frac{v_{x2} - v_2}{1 - \frac{v_{x2} \cdot v_2}{c^2}} = \frac{0 - 0.95c}{1 - 0} = -0.95c \tag{4}$$

$$v'_{y2} = \frac{v_{y2}\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_{x2} \cdot v_2}{c^2}} = \frac{0.7c - \sqrt{1 - 0.95^2}}{1 - 0} = 0.2186c \tag{5}$$

Računamo rezultantni vektor relativne brzine:

$$v_{rel2} = \sqrt{v'^2_{x2} + v'^2_{y2}} = 0.9748c \tag{6}$$

Računski zadatak 3.2

Čestica se giba po kružnici kutnom akceleracijom $\alpha(t) = bt$, gdje je $b = 3\pi/4$ rad/s^3. Nakon koliko vremena će čestica prijeći pola kružnice ako je u početnom trenutku mirovala?

Rješenje: Iz kutne akceleracije tražimo kutnu brzinu:

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = bt, \implies \omega(t) = \frac{bt^2}{2}, \text{ uz } \omega(0) = 0, \tag{7}$$

na sličan način tražimo kut kao funkciju vremena:

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{bt^2}{2}, \tag{8}$$

$$\int_0^{\varphi} d\varphi = \int_0^t \frac{bt^2}{2} dt \implies \varphi(t) = \frac{bt^3}{6}, \tag{9}$$

iz uvjeta zadatka dobivamo:

$$\varphi(t_1) = \pi = \frac{bt_1^3}{6}, \implies t_1 = 2 \text{ s}. \tag{10}$$

Računski zadatak 3.3

Dana je jednadžba vala $y(x,t) = 0.07\sin[\pi(t-x)]$. Sve veličine su u SI sustavu. Odrediti:

- Amplitudu vala
- Kružnu frekvenciju, frekvenciju i period
- Brzinu kojom val putuje i smjer u kojem val putuje
- Najveću brzinu titranja neke čestice sredstva kojim se val širi
- Najveću akceleraciju titranja neke čestice sredstva kojim se val širi
- Elongaciju i brzinu titranja čestice sredstva koja je od izvora vala udaljena $5\,\mathrm{m}$, u trenutku $t = 6\,\mathrm{s}$

Rješenje: Prvo uredimo zadanu jednadžbu te dobijemo:

$$y(x,t) = 0.07sin(\pi t - \pi x) \tag{11}$$

Prva dva podatka tražena u zadatku se iščitavaju iz gornje jednadžbe

$$A = 0.07m \tag{12}$$

$$\omega = \pi rad \tag{13}$$

Frekvenciju izračunamo iz kružne frekvencije

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 0.5Hz \tag{14}$$

A period iz frekvencije

$$T = \frac{1}{f} = 2s \tag{15}$$

Brzinu dobijemo iz frekvencije i valne duljine:

$$v = \lambda f = \frac{\pi}{k} f = 0.5m/s \tag{16}$$

Val se širi u desno. Najveću brzinu titranja čestice ćemo dobiti derivacijom jednadžbe

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = 0.07\pi cos(\pi t - \pi x) \tag{17}$$

Maksimalna brzina je kada je kosinus =1

$$v_{max} = 0.07\pi m/s \tag{18}$$

Najveću akceleraciju dobijemo deriviranjem brzine

$$a = \frac{\partial v}{\partial t} = -0.07\pi^2 sin(\pi t - \pi x) \tag{19}$$

Maksimalna akceleracija je:

$$a_{max} = 0.07\pi^2 m/s^2 \tag{20}$$

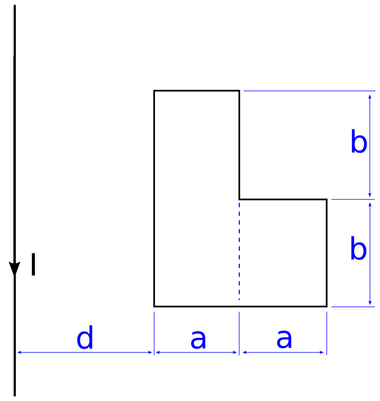
Elongacija i brzina čestice koja je od izvora vala udaljena 5m, u trenutku t=6s

$$y(x,t) = 0.07sin(\pi t - \pi x) = 0 \tag{21}$$

$$v = 0.07\pi cos(\pi t - \pi x) = -0.7\pi m/s \tag{22}$$

Računski zadatak 3.4

Petlja u obliku slova L i dimenzija kao na slici nalazi se pored beskonačno dugog ravnog vodiča kojim teče struja I. Petlja i vodič se nalaze u istoj ravnini na udaljenosti d. Odredite tok magnetskog polja kroz petlju.



Rješenje: Magnetsko polje beskonačno dugog ravnog vodiča ovisi o jakosti struje I koja teče vodičem i o udaljenosti od vodiči r prema izrazu:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{23}$$

Tok magnetskog polja kroz petlju prema definiciji je:

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = \int B dS = \int B dx dy \tag{24}$$

gdje je uzeta u obzir činjenica da je smjer magnetskog polja okomit na petlju te da se petlja i vodič nalaze u ravnini x-y.

S obzirom na to da magnetsko polje ovisi samo o udaljenosti od vodiča, dakle o koordinati x, integral po cijeloj petlji se najjednostavnije može izračunati da se rastavi na dva doprinosa:

$$\Phi = \int B dx dy = \int_d^{d+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx \int_0^{2b} dy + \int_{d+a}^{d+2a} \frac{\mu_0 I}{2\pi x} dx \int_0^b dy \tag{25}$$

Rješavanjem integrala po y dobiva se:

$$\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_d^{d+a} \frac{1}{x} dx \; y\Big|_0^{2b} + \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_{d+a}^{d+2a} \frac{1}{x} dx \; y\Big|_0^{b} \tag{26}$$

Uzevši u obzir izraz za jednostavni tablični integral $\int \frac{dx}{x} = ln(x)$ dobiva se:

$$\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} 2b \, ln(x)\Big|_d^{d+a} + \frac{\mu_0 I}{2\pi} b \, ln(x)\Big|_{d+a}^{d+2a} \tag{27}$$

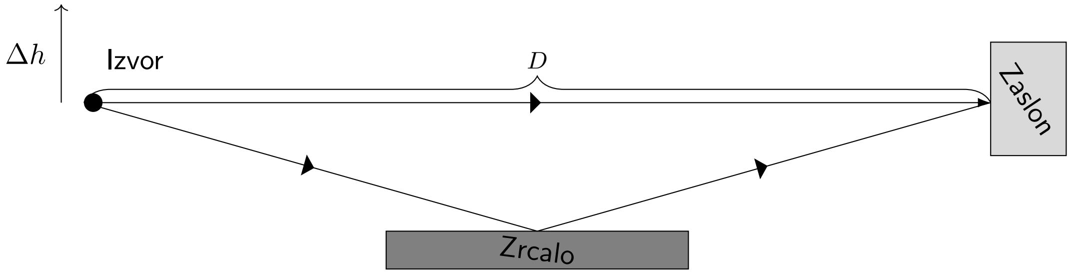
$$\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[2b \, \ln\left(\frac{d+a}{d}\right) + b \, \ln\left(\frac{d+2a}{d+a}\right) \right] \tag{28}$$

Sređivanjem izraza u zagradi (izlučiti b i zbrojiti logaritme uz korištenje $2\ln(a) = \ln(a^2)$ i $\ln(a) + \ln(b) = \ln(ab)$) konačno se dobiva:

$$\Phi = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left[\left(\frac{d+a}{d}\right)^2 \left(\frac{d+2a}{d+a}\right) \right] = \frac{\mu_0 I b}{2\pi} \ln\left(\frac{(d+a)(d+2a)}{d^2} \right) \tag{29}$$

Računski zadatak 3.5

Zraka svjetlosti emitirana iz točkastog monokromatskog izvora stvara interferencijski uzorak sa zrakom reflektiranom od ravnog zrcala na zaslonu. Izvor je od zaslona udaljen $D = 100\,\mathrm{cm}$. Kada je izvor na određenom položaju, širina svijetle pruge na ekranu iznosi $\Delta y = 0.25\,\mathrm{mm}$, a kada se izvor odmakne od ravnine zrcala za $\Delta h = 0.6\,\mathrm{mm}$ širina pruge se smanji $\eta = 1.5$ puta. Kolika je valna duljina svjetlosti? (Obavezna skica!)

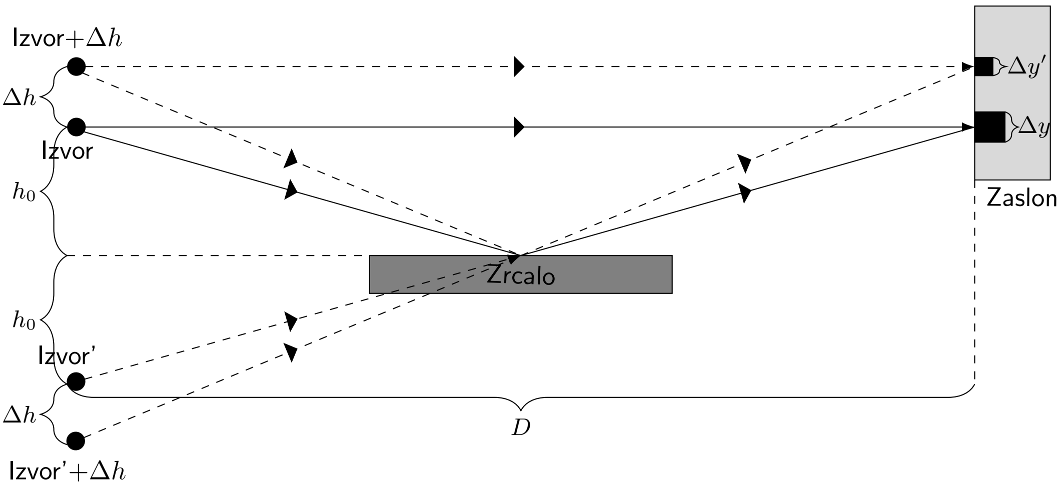


Rješenje: Osnovna jednadžba za širinu pruge interferencijskog uzorka:

$$\Delta y = \frac{D\lambda}{d}, \tag{30}$$

gdje su D udaljenost od izvora do zaslona, λ valjna duljina svjetlosti, a d udaljenost između dviju pukotina. Krećemo od toga da zraku reflektiranu od zrcala zamislimo kao zraku emitiranu kroz usku pukotinu udaljenu h_0 od ravnine zrcala na suprotnu stranu od pravog izvora. Tada je udaljenost između dviju pukotina $d = 2h_0$.

$$\Delta y = \frac{D\lambda}{2h_0}. \tag{31}$$



Nakon pomaka izvora za Δh od ravnine zrcala, pomiče se i njegova zrcalna slika za Δh u suprotnu stranu, čime dobivamo razmak između dvije pukotine $d = 2(h_0 + \Delta h)$, a širina pruge Δy se smanjuje za $\eta = 1.5 \rightarrow \Delta y' = \frac{\Delta y}{\eta}$.

Tada je

$$\Delta y' = \frac{D\lambda}{2(h_0 + \Delta h)} \rightarrow \frac{\Delta y}{\eta} = \frac{D\lambda}{2(h_0 + \Delta h)}. \tag{32}$$

Uvrstimo izraz 31 i dobijemo

$$\frac{D\lambda}{h_0}\frac{1}{\eta} = \frac{D\lambda}{2(h_0 + \Delta h)}. \tag{33}$$

Izlučimo

$$h_0 = \frac{\Delta h}{\eta - 1} \tag{34}$$

i uvrstimo u 31

$$\Delta y = \frac{D\lambda(\eta - 1)}{2\Delta h} \rightarrow \lambda = \frac{2\Delta y \Delta h}{D(\eta - 1)} = 600nm. \tag{35}$$