Ispit iz Fizike (11. rujna 2020.)

1. Pitanja višestrukog izbora

Upute: Na pitanja odgovarati zacrnjivanjem kružića na priloženom Obrascu za odgovore. Svaki zadatak nosi jedan bod. **Netočni** odgovori nose **-0.25 bodova**, a neodgovorena pitanja nose nula bodova.

1.1 Djevojčica stoji blizu središta vrtuljka kojeg vrti motor stalnom kutnom brzinom. Što se dogodi s iznosom njene brzine v i iznosom njene akceleracije a kada se djevojčica pomakne blizu ruba vrtuljka?

(a) v i a se povećaju. **točno**

(b) v se poveća, a se smanji.

(c) v se poveća, a ostane jednak.

(d) v se smanji, a se poveća.

(e) v i a se smanje.

1.2 Duž putanje kosog hica ne mijenja se:

(a) brzina

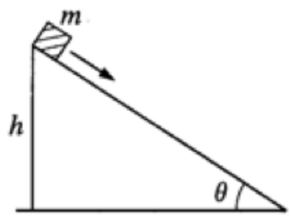
(b) tangencijalna akceleracija

(c) centripetalna akceleracija

(d) akceleracija **točno**

(e) potencijalna energija

1.3 Masa m klizi duž kosine konstantnom brzinom i početno se nalazi na visini h iznad horizontalne podloge, kao što je prikazano na slici. Koeficijent trenja između mase i kosine je μ. Ukoliko masa nastavlja klizanje s konstantnom brzinom, količina mehaničke energije koja je izgubljena zbog trenja u trenutku kada masa dosegne podnožje kosine jednaka je



(a) mgh/μ

(b) mgh **točno**

(c) $\mu mgh/\sin\theta$

(d) $mgh\sin\theta$

(e) 0

1.4 Automobil se ubrzava po horizontalnoj cesti: prvo iz stanja mirovanja do brzine 10 m/s, a onda od 10 m/s do 20 m/s. Koliki je omjer radova u drugom i prvom slučaju?

(a) $W_2/W_1 = 3$ **točno**

(b) $W_2/W_1 = 2$

(c) $W_2/W_1 = 1$

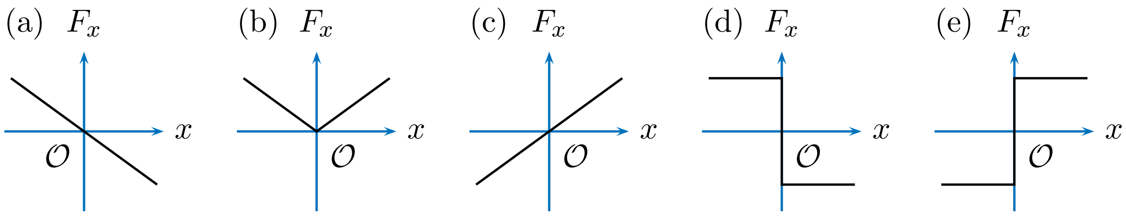
(d) $W_2/W_1 = 1/2$

(e) $W_2/W_1 = 1/3$

1.5 Ako je potencijalna energija čestice koja se giba duž x-osi opisana izrazom

$$U[x] = \frac{\kappa}{2}\, x^2,$$

gdje je $\kappa > 0$ konstanta, koji od ponuđenih grafova najbolje prikazuje x-komponentu sile koja djeluje na tu česticu?



točno

1.6 U trenutku u kojem se bungee-skakač zaustavi u najnižoj točki svoje putanje (prvo zaustavljanje nakon skoka),

(a) napetost elastičnog užeta jednaka je težini skakača.

(b) gravitacijska potencijalna energija skakača poprima najveću vrijednost.

(c) akceleracija skakača jednaka je akceleraciji slobodnog pada.

(d) kinetička energija skakača jednaka je radu koji je od početka skoka obavila gravitacijska sila.

(e) ništa od gore ponuđenog nije istina. **točno**

1.7 Kod jednostavnog harmonijskog titranja tijela na opruzi, iznos brzine je maksimalan kada je

(a) iznos pomaka maksimalan.

(b) iznos akceleracije nula. **točno**

(c) iznos elastične sile maksimalan.

(d) period maksimalan.

(e) frekvencija maksimalna.

1.8 Kada čovjek stoji točno na sredini između dva jednaka izvora zvuka koji emitiraju jednake tonove valne duljine λ, nastaje konstruktivna interferencija. Za koliko se najmanje mora pomaknuti ulijevo da nastupi destruktivna interferencija?

(a) Za $\lambda/4$ **točno**

(b) Za $\lambda/3$

(c) Za $\lambda/2$

(d) Za $3\lambda/2$

(e) Za $3\lambda/4$

1.9 Čestica 1 se giba brzinom iznosa v_1, a čestica 2 se giba u istom smjeru brzinom iznosa $v_2 > v_1$. Neka je w iznos relativne brzine čestice 2 u odnosu na česticu 1. Prema specijalnoj teoriji relativnosti vrijedi

(a) $w < v_2 - v_1$.

(b) $w = v_2 - v_1$.

(c) $w > v_2 - v_1$. **točno**

(d) $w = v_2 + v_1$.

(e) $w > v_2 + v_1$.

1.10 Integracijom po volumenu jednadžbe

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial}{\partial t}\,\rho,$$

gdje je $\mathbf{J}$ gustoća električne struje, a ρ je volumna gustoća električnog naboja, dobit ćemo

(a) Gaussov zakon za električno polje.

(b) Faradayev zakon elektromagnetske indukcije.

(c) Gaussov zakon za magnetsko polje.

(d) Ampère–Maxwellov zakon.

(e) zakon očuvanja električnog naboja (jednadžba kontinuiteta). **točno**

1.11 Dvije kugle A i B homogeno su nabijene istom količinom naboja s tim što kugla A ima polumjer R, a kugla B polumjer $2R$. Ako je jakost električnog polja na udaljenosti R od površine kugle A dana kao E, kolika je onda jakost električnog polja na udaljenosti R od površine kugle B?

(a) Za $E/4$

(b) Za $4E/9$ **točno**

(c) Za $E/2$

(d) Za $2E/3$

(e) Za E

1.12 Koje od vektorskih polja ne može opisivati magnetsko polje?

(a) $x\vec{i} - y\vec{j}$

(b) $x^2y\vec{i} - y^2x\vec{j}$

(c) $y\vec{i} - x\vec{j}$

(d) $x\vec{i} + y\vec{j}$ **točno**

(e) $y\vec{i} + x\vec{j}$

1.13 Kvadratni vodič stranice $a = 20$ cm postavljen je okomito na silnice homogenog magnetskog polja iznosa $B = 0,1$ T. Kolika će biti inducirana elektromotorna sila u vodiču ako magnetsko polje opadne jednoliko za 50% tijekom 10 ms?

(a) 0,1 V

(b) 0,2 V **točno**

(c) 0,4 V

(d) 0,5 V

(e) 1 V

1.14 Koji fizikalni zakon treba koristiti da se izračuna magnetsko polje u blizini beskonačnog ravnog tankog vodiča?

(a) Coulombov zakon

(b) Gaussov zakon

(c) Ohmov zakon

(d) Faradayev zakon

(e) Ampèreov zakon **točno**

1.15 Za linearno polariziran elektromagnetski val $\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \cos(kx - \omega t)$, vrijedi:

(a) Pravac na kojem leži vektor električnog polja mijenja se u vremenu.

(b) Električno i magnetsko polje (na nekom x) poprimaju maksimalnu vrijednost s pomakom u vremenu za $\omega \Delta t = \pi/2$.

(c) Električno i magnetsko polje (na nekom x) istovremeno poprimaju maksimalnu vrijednost. **točno**

(d) Nakon propuštanja kroz polarizator usmjeren duž vektora $\vec{E}_0$, intenzitet polja pada na polovicu.

(e) Nijedno od navedenog.

2. Pitanja iz teorije

Uputa: Odgovore na pitanja treba napisati na posebnom papiru te popratiti **detaljnim komentarima i crtežima**.

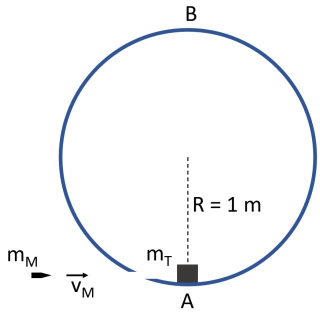
2.1 Skicirajte dijagram sila za tijelo na kosini nagiba α s kojom tijelo ima koeficijent trenja μ u slučaju kad tijelo klizi uz kosinu te u slučaju kad tijelo klizi niz kosinu. Dodajte odgovarajući koordinatni sustav i napišite jednadžbu gibanja u vektorskom obliku te po komponentama u odabranom koordinatnom sustavu. [8 bodova]

2.2 Izvedite izraz za položaje maksimuma intenziteta na zastoru u Youngovom pokusu. [7 bodova]

3. Računski zadaci

Uputa: Postupke i rješenja treba napisati na posebnim papirima. Svaki zadatak nosi 10 bodova.

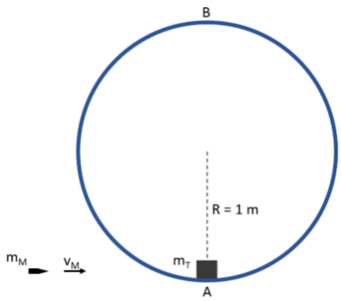
3.1 Drveno tijelo mase $m_T = 1.2$ kg nalazi se na dnu kružne petlje polumjera $R = 1$ m. U tijelo udari metak mase $m_M = 15$ g. Kolika je minimalna brzina metka potrebna, da tijelo nakon sudara uspješno prođe petlju, bez da padne. Sudar metka i tijela je savršeno neelastičan, a trenje je zanemarivo.



Rješenje

$m_T = 1.2$ kg - masa tijela
$m_M = 15$ g $= 0.015$ kg - masa metka
$R = 1$ m - polumjer petlje

$v_M = ?$



Minimalna brzina sitnog tijela s metkom (nakon sudara) u najvišoj točki petlje (točki B na slici) dobiva se iz uvjeta da je sila reakcije podloge jednaka nuli. Drugim riječima, centripetalna sila i gravitacijska sila moraju biti izjednačene:

$$F_{cp} = F_G$$

$$\frac{mv_B^2}{R} = mg, \quad \text{pa slijedi:} \quad v_B = \sqrt{Rg},$$

gdje je v_B brzina metka i kugle nakon savršeno neelastičnog sudara u točki B.

Kinetička energija tijela s metkom u točki B je:

$$E_{kin(B)} = \frac{mv_B^2}{2}, \qquad pa\ je: \quad E_{kin(B)} = \frac{mRg}{2}$$

Da bi tijelo s metkom uspješno napravila petlju, početna kinetička Energija u točki A mora iznositi:

$$E_{kin(A)} = E_{pot(B)} + E_{kin(B)}$$

$$\frac{mv_A^2}{2} = mg2R + \frac{mRg}{2}$$

Slijedi početna brzina tijela s metkom u točki A:

$$v_A = \sqrt{5Rg}$$

Iz zakona očuvanja količine gibanja računamo brzinu metka prije sudara s kuglom:

$$m_M v_M + m_T v_T = (m_M + m_T)\, v_A,$$

gdje su v_M i v_T brzina metka i sitnog tijela prije sudara. Slijedi:

$$m_M v_M + 0 = (m_M + m_T)\, v_A$$

Pa je v_M:

$$v_M = \frac{(m_M + m_T)\, v_A}{m_M}$$

$$v_M = 567.3 \text{ m/s}$$

3.2 Rješenje jednadžbe gibanja točke koja harmonijski oscilira ima oblik $x(t) = \sin(\omega t)$, gdje je $\omega = \frac{\pi}{6}$ rad/s. Odredite u kojim vremenskim trenucima t točka ima maksimalnu brzinu i maksimalno ubrzanje.

Rješenje

Brzina je derivacija pomaka u vremenu

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{6}\cos(\frac{\pi}{6}t) \tag{1}$$

Brzina je maksimalna kada je

$$|\cos(\frac{\pi}{6}t)| = 1 \tag{2}$$

Iz čega slijedi

$$\frac{\pi}{6}t = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, ... \tag{3}$$

Niz na desnoj strani zamijenimo općim izrazom pa imamo

$$\frac{\pi}{6}t = k\pi, k = 0, 1, 2, ... \tag{4}$$

$$t = 6k\,\mathrm{s} \tag{5}$$

Ubrzanje je derivacija brzine u vremenu

$$a = \frac{dv}{dt} = -(\frac{\pi}{6})^2\sin(\frac{\pi}{6}t) \tag{6}$$

Ubrzanje je maksimalno kada je

$$|\sin(\frac{\pi}{6}t)| = 1 \tag{7}$$

Iz čega slijedi

$$\frac{\pi}{6}t = \frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}, 5\frac{\pi}{2}, ... \tag{8}$$

Niz na desnoj strani zamijenimo općim izrazom pa imamo

$$\frac{\pi}{6}t = (2k+1)\frac{\pi}{2}, k = 0, 1, 2, ... \tag{9}$$

$$t = 3(2k+1)\,\mathrm{s} \tag{10}$$

3.3 Homogeno uže mase 1 kg i duljine 6.4 m zategnuto je silom od 40 N. Na jednom kraju užeta proizvede se mali transverzalni pomak. Za koliko vremena će se ovaj poremećaj prenijeti na drugi kraj užeta?

Rješenje:

Brzina vala na žici dana je izrazom:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \tag{11}$$

gdje je F sila napetosti, a μ linijska gustoća žice.

Ako se uzme da je linijska gustoća definirana omjerom mase i duljine $\mu = m/l$ za brzinu vala se dobiva:

$$v = \sqrt{\frac{Fl}{m}} \tag{12}$$

Vrijeme potrebno da se poremećaj prenese s jednog na drugi kaj užeta je:

$$t = \frac{l}{v} = \frac{l}{\sqrt{\frac{Fl}{m}}} = \sqrt{\frac{ml}{F}} \tag{13}$$

Uvrštavanjem zadanih vrijednosti dobiva se:

$$t = \sqrt{\frac{1\mathrm{kg} \cdot 6.4\mathrm{m}}{40\mathrm{N}}} = 0.4\,\mathrm{s} \tag{14}$$

3.4 Kružnu petlju polumjera R stavimo u prostor gdje postoji vremenski promjenjivo magnetsko polje koje se mijenja po izrazu $B(t) = \alpha t e^{-\beta t}$, gdje su α i β pozitivne konstante. Magnetsko polje okomito je na ravninu kružne petlje. Izvedite izraz za maksimalnu induciranu elektromotornu silu.

Rješenje:

Inducirana elektromotorna sila je:

$$\varepsilon(t) = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}, \tag{15}$$

gdje je magnetski tok:

$$\Phi(t) = \iint \vec{B} d\vec{S}, \tag{16}$$

kako magnetsko polje ne ovisi o prostornim koordinatama:

$$\iint \vec{B} d\vec{S} = \alpha t e^{-\beta t} R^2 \pi, \tag{17}$$

slijedi elektromotorna sila:

$$\varepsilon(t) = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -R^2 \pi \alpha e^{-\beta t}(1 - \beta t), \tag{18}$$

maksimum je dan:

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = 0 = -R^2 \pi \alpha e^{-\beta t}(-2\beta + \beta^2 t) \Rightarrow t = \frac{2}{\beta}, \tag{19}$$

slijedi maksimalna inducirana elektromotorna sila:

$$\varepsilon_{max} = -R^2 \pi \alpha (e^{-2} - 2e^{-2}) = \frac{R^2 \pi \alpha}{e^2}. \tag{20}$$

3.5 Snop prirodne (nepolarizirane) svjetlosti intenziteta I_0 osvjetljava prostoriju u kojoj studenti pišu ispit. Intenzitet svjetla je prevelik i studenti se zbog toga ne mogu koncentrirati na ispit. Da biste pomogli studentima i smanjili intenzitet svjetla, na raspolaganju su vam dva polarizatora. Polarizatore stavljate između izvora svjetla i prostorije, te njihovi propusni smjerovi međusobno zatvaraju neki kut koji vi možete kontrolirati. Studenti su procijenili da im treba smanjenje intenziteta svjetlosti za faktor 21. Pod kojim kutem ćete staviti polarizatore za željeno smanjenje intenziteta?

Rješenje:

Prolaskom nepolarizirane svjetlosti kroz prvi polarizator, intenzitet se smanjuje točno za pola.

$$I_1 = \frac{I_0}{2} \tag{21}$$

Prolaskom kroz drugi polarizator intenzitet se smanjuje faktorom $\cos^2\alpha$, gdje je α kut između polarizatora. Dakle:

$$I_2 = I_1 \cos^2\alpha = \frac{I_0}{2}\cos^2\alpha \tag{22}$$

Željeno smanjenje intenzita je za faktor 21, tj.

$$I_2 = \frac{I_0}{21} \tag{23}$$

Izjednačavanjem dobivamo:

$$\alpha = \arccos(\sqrt{\frac{1}{21}}) \approx 72^\circ (\approx 1.26\,\mathrm{rad}) \tag{24}$$

Dakle, ako polarizatore stavimo pod kutem od 72°, dobit ćemo željeno smanjenje intenziteta za faktor 21.