FIZIKA 1

(1. Tjedan predavanja)

SI-sustav

Fizikalne pojave koje uočava ili istražuje fizičar kvantificiramo kao FIZIKALNA VELIČINE

FIZIKALNA VELIČINA je mjerljivo svojstvo fizikalnog stanja procesa ili tijela
- mjerni broj => pokazuje koliko puta mjerna veličina sadrži fizikalnu jedinicu
- fizikalna jedinica => dijele se na osnovne i izvedena
- OSNOVNE:
  - duljina (m, metar)
  - vrijeme(s, sekunda)
  - masa(kg, kilogram)
  - kol. tvari(mol, mol)
  - apsolutna temperatura(°K, kelvin)
  - jakost struje(A, amper)
  - intenzitet svjetlosti(Kd, kandela)
- DODATNE:
  - kut (rad, radijan)
  - prostorni kut(sr, ster radijan)

DULJINA:
- metar je duljina puta koji svjetlost prijeđe u vakuumu za vrijeme 1/299792458 s

VRIJEME:
- sekunda je trajanje 9192631770 perioda zračenja koje odgovara prijelazu između dviju hiperfinih razina osnovnog stanja atoma Celzija 133

MASA:
- kilogram je masa međunarodne pramjere (etalona, kilograma)

RADIJAN:
- kut između dva polumjera koji na kružnici sjeku luk duljine jednake polumjeru $1\,rad = 57.296°$, $1° = 0{,}017\,rad$

PODJELA FIZIKE

1. MEHANIKA => najstarije područje, proučava gibanje tijela
2. TOPLINA => rad toplinskih strojeva, prijenos topline, a proučavamo je na 2 nivoa; makroskopskom i mikroskopskom
3. OPTIKA => svjetlost , njeno širenje i svojstva
4. ELEKTROMAGNETIZAM
5. ATOMSKA FIZIKA
6. NUKLEARNA
7. FIZIKA ELEMENTARNIH ČESTICA

KLASIČNA MEHANIKA

PODJELA:

- KINEMATIKA $\vec{rad}(t)$, $\vec{v}(t)$, $\vec{a}(t)$
- DINAMIKA (STATIKA) $\vec{F}(t)$, $\vec{p}(t)$

PROSTOE je trodimenzionalni, euklidski

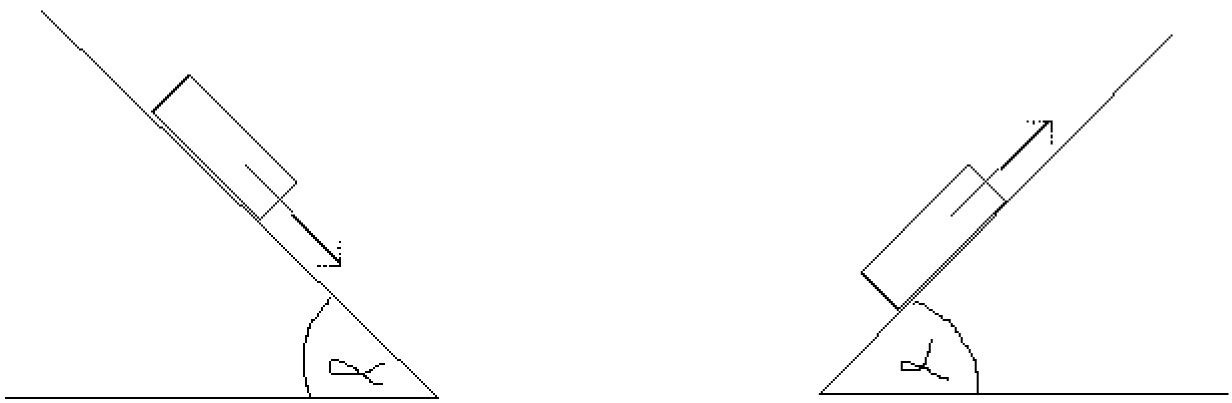
VRIJEME je apsolutno, svuda i za sve jednako i bez obzira na gibanje sustava u kojem se promatrač nalazi

Prvi Newtonov aksiom

Newton (1643-1727)

1. N. Aksiom:

- daje nam definiciju referentnih sustava u kojima vrijede N.Z.



=> smanjujemo kuteve => promjena brzine je sve manja

Svako tijelo ima svojstvo da održava svoje stanje gibanja ili mirovanja (tromost ili inercija tijela)

Svako će tijelo ostati u stanju mirovanja ili gibanja stalnom brzinom sve dok pod djelovanjem rezultate vanjskih sila to stanje ne promijeni

$\vec{v} = konst.$ (vektor brzine)

$$\sum_{i=0}^{N} \vec{F}i = 0$$

- silu je uzeo Newton kao fizikalnu veličinu koja mijenja stanje gibanja tijela ili koja može deformirati tijelo

SILA: $\vec{F}$

Podjela: dodirne(dva tijela u kontaktu) i sile polja (npr. Gravitacijska, elektromagnetska, slaba sila, jaka sila)

Referentni sustavi

REFERENTNI SUSTAVI su fizikalni sustavi unutar kojih se promatra gibanje čestice

- inercijalni ref. Sustavi => vrijede zakoni klasične fizike
- neinercijalni sustavi => potrebno je preformulirati N.Z.-e

Kinematika materijalne točke (čestice)

PUTANJA je skup svih točaka kroz koje prolazi materijalna točka koja se giba, dio putanje koji materijalna točka prijeđe u određenom vremenu zove se put. To je prijeđena udaljenost po putanji od neke početne točke

VEKTOR POMAKA materijalne točke je promjena vektora položaja.

RADIJAVEKTOP POLOŽAJA: $\vec{r}(t)=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{h}$ $\Delta\vec{r}=\vec{r}_b-\vec{r}_a$

Jedna dimenzija

$$\vec{r}_a=x_A\vec{i}$$

$$\vec{r}_b=x_B\vec{i}$$

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_B-\vec{r}_A=(\vec{x}_b-\vec{x}_A)\vec{i}=\Delta x\vec{i}$$

$$\Delta t=t_B-t_A$$

SREDNJA BRZINA: Omjer promjene radija-vektora položaja i za to potrebnog vremena

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}$$

TRENUTNA BRZINA: vektor položaja prema vremenskoj derivaciji

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\bar{\vec{v}}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}=\frac{dx}{dt}\vec{i}$$

$\vec{v}=\frac{d\vec{v}}{dt}$ - trenutna brzina je 1. derivacija vektora položaja po vremenu

$$\Delta\vec{v}=\vec{v}_B-\vec{v}_A=\Delta v_x\vec{i}$$

$\vec{v}=konst$ $\rightarrow$ Jednadžba gibanja po pravcu

AKCELERACIJA: promjena brzine čestice u vremenu

$$\bar{\vec{a}}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_x}{\Delta t}i=\frac{dv_x}{dt}i$$

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=\frac{d^2x}{dt^2}\vec{i}$$

Dvije dimenzije

$$A,t_A,(x_A,y_A) \qquad \vec{r}_a=x_a\vec{i}+y_a\vec{j}$$

$$B,t_b,(x_B,y_B) \qquad \vec{r}_b=x_b\vec{i}+y_b\vec{j}$$

$$\Delta\vec{r}=\vec{r}_b-\vec{r}_a=(x_b-c_a)\vec{i}+(y_b-y_a)\vec{j}=\Delta x\,\vec{i}+\Delta y\,\vec{j}$$

$$\Delta t=t_B-t_A$$

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t}\vec{i}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j}$$

$$\vec{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\bar{\vec{v}}=\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}+\frac{\Delta y}{\Delta t}\vec{j}\right)=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}$$

$$\vec{v}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}$$

$$\vec{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\bar{\vec{a}}=\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{dv_x}{dt}\vec{i}+\frac{dv_y}{dt}\vec{j}\right)=\frac{dv_x}{dt}\vec{i}+\frac{dv_y}{dt}\vec{j}$$

$$\vec{a}=\frac{dv_x}{dt}\vec{i}+\frac{dv_y}{dt}\vec{j}$$

Tri dimenzije

$$A,T_a(x_a,y_a,z_a)$$

$$B,T_b(x_b,y_b,z_b)$$

$$\Delta x=y_a-x_a$$

$$\Delta y=y_b-y_a$$

$$\Delta z=z_b-z_a$$

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\frac{dx}{dt}\vec{i}+\frac{dy}{dt}\vec{j}+\frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{a}=\frac{d\,\vec{v}}{dt}=\frac{dv_x}{dt}+\frac{dv_y}{dt}\vec{j}+\frac{dv_z}{dt}\vec{k}=\frac{d^2\vec{r}^2}{dt^2}$$

Drugi Newtonov aksiom

- masa se dijeli na inercijalnu i na gravitacijsku

MASA je kvantitativna mjera tromosti tijela

KOLIČINA GIBANJA

Newton opisao količinu gibanja ($v \ll c$, $\vec{p}=m\vec{v}$)

Pravi relativistički izraz za količinu gibanja $\vec{p}=\frac{m\vec{v}}{\sqrt[2]{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

DRUGI NEWTONOV AKSIOM: vremenska promjena količine gibanja proporcionalna je sili i zbiva se u smjeru djelovanja sile

$$\vec{p}=m\vec{v}$$

$$\vec{F}=\frac{d\,\vec{p}}{dt}$$

$\vec{F}=\sum_{i=1}^{N}\vec{F}_i$ - rezultanta sila je zbroj svih sila koje djeluju na neko tijelo

$$\vec{F}=\frac{d\,\vec{p}}{dt}=\frac{dm}{dt}\vec{v}+m\frac{d\,\vec{v}}{dt}=m\vec{a}$$

m = konst pa je $\frac{dm}{dt}\vec{v}=0$

$$\vec{F}=m\vec{a}$$

$$F_x=ma_x=m\frac{dv}{dt}=m\frac{d^2x}{dt^2}$$

Postavimo:

$$\vec{r}(t_0)=\vec{r}_0$$

$$\vec{v}(t_0)=\vec{v}_0$$

Zanima nas:

$$x(t)=?$$

$$v_x(t)=?$$

Sila je stalna i x os postavimo u smjeru djelovanja sile

$$\vec{F}=F_x\vec{i}$$

$$F_x=F_0=const$$

$$t_0=0$$

$$x(0)=x_0$$

$$v(0)=v_0$$

IZVEDIMO OVISNOST X KOORDINATE O VREMENU

$$m\frac{dv_x}{dt}=F_0$$

$$\frac{dv_x}{dt}=\frac{F_0}{m}$$

$$\int dv_x=\frac{dv_x}{dt}dt=\int\frac{F_o}{m}dt$$

$$v_x=\frac{F_0}{m}t+C$$

$$t=0, C=v_0$$

$$v_x(t)=\frac{F_0}{m}t+v_0$$

$$x=?$$

$$v_x=\frac{dx}{dt}=\frac{F_o}{m}+v_0$$

$$\int dx=\int\frac{F_0}{m}tdt+\int v_0 dt$$

$$x=\frac{F_0}{m}\frac{t^2}{2}+v_0t+C$$

$$t=0, C=x_0$$

$$x(t)=\frac{1}{2}\frac{F_0}{m}t^2+v_0t+x_0$$

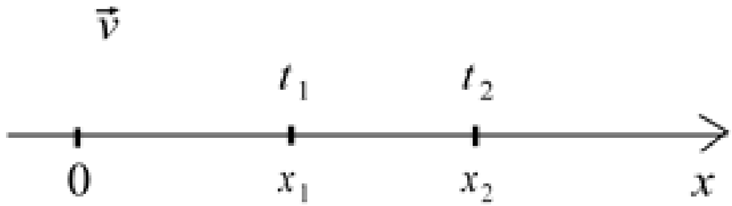
Ako postavimo $F_0=0$ dobijemo:

$v_x = v_0$

$x = v_0 t + x_0$

PUT

- dio putanje kojim materijalna točka prođe u nekom intervalu vremena



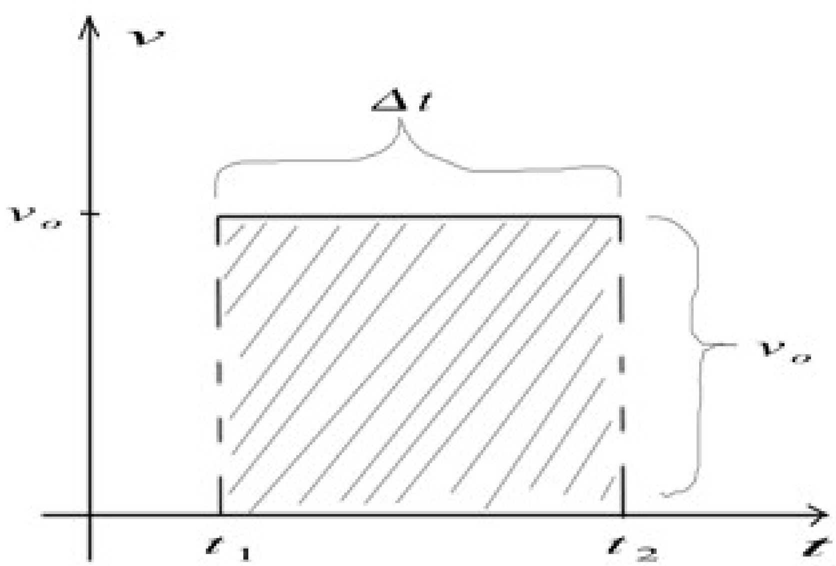
$\vec{v} = v_0 \vec{i}$

$v_0 = kost.$

Jednoliko gibanje po pravcu

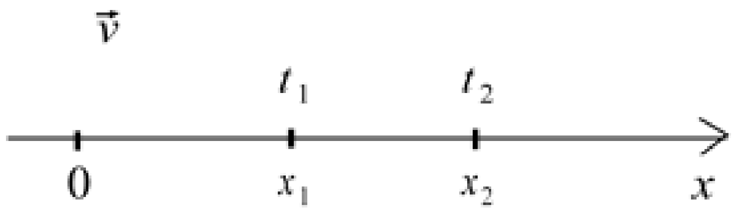
$s = x_2 - x_1 = v_0 t_2 - \cancel{x_0} - v_0 t - \cancel{x_0}$

$s = v_0 (t_2 - t_1) = v_0 \Delta t$



JEDNOLIKO UBRZANO GIBANJE PO PRAVCU

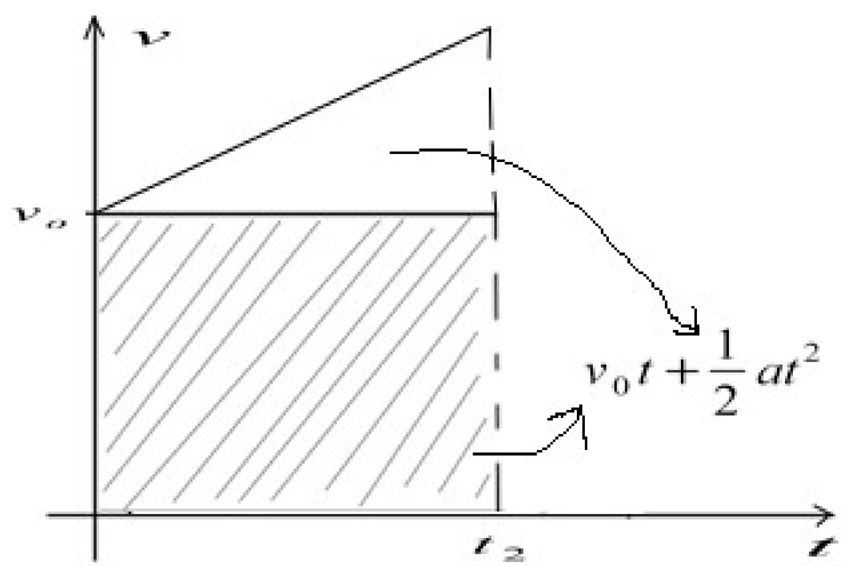
$\vec{F}=F_0\,\vec{i}$



$s=x_2-x_1=\frac{1}{2}\frac{F_0}{m}t_2^{\,2}+v_0t_2\cancel{x_0}-\frac{1}{2}\frac{F_0}{m}t_1^{\,2}+v_0t_1-\cancel{x_0}=\frac{1}{2}a(t_2^{\,2}-t_1^{\,2})+v_0(t_2-t_1)$

$t_1=0, t_2=t$

$s=\frac{1}{2}at^2+v_0t$



NEJEDNILIKO GOBANJE PO PRAVCU

Ako podijelimo udaljenost između t_1 i t_2 na N dijelova i u promatramo točku i na središtu intervala dobijemo da $\Delta s_i \approx v_i \Delta t_i$, odnosno $s \approx \sum_{i=1}^{N} v_i \Delta t_i$

Točna vrijednost:

$$s = \lim_{N \to \infty} \sum_{i=1}^{N} v_i \Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} v dt$$

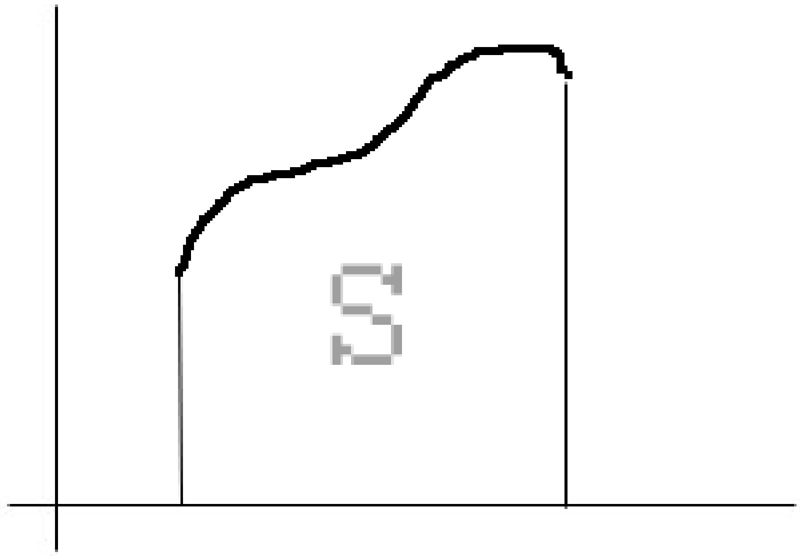
$s = \int_{t_1}^{t_2} v dt$ - napomena $v = |\vec{v}|$

PRIMJER:

$$v = at + v_0$$

$$s = \int_0^t at + \int_0^t v_0 = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$$

- općenito vrijedi da je prijeđeni put jednak vremenskom integralu iznosa vektora brzine



- za radija-vektor pomaka

$t_1, \vec{r}_1$

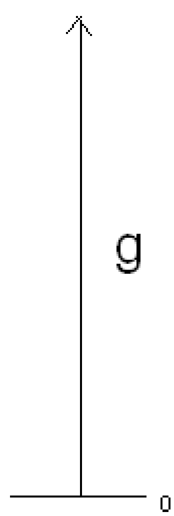
$t_{2,} \vec{r}_2$

$\vec{v}(t)=?$

$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}$

$d\vec{r}=\vec{v}\,dt/\int \qquad \vec{r}=\int \vec{v}\,dt \qquad \Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=\int_{t_1}^{t_2}\vec{v}\,dt$

SILA TEŽA I TEŽINA



$\vec{F}_G=-mg\vec{j}=-m\vec{g}$

Gravitacijska sila se sastoji od dvije komponente (gravitacijske i centrifugalne (inercijalna sila))

$\vec{F}_G = \vec{F}_g + \vec{F}_{cp}$

TEŽINA: Sila kojom tijelo djeluje na podlogu ili na objesište

SILA TEŽA: djeluje na tlo

Sila teža i težina su dvije različite sile (matematički jednake na podlozi)

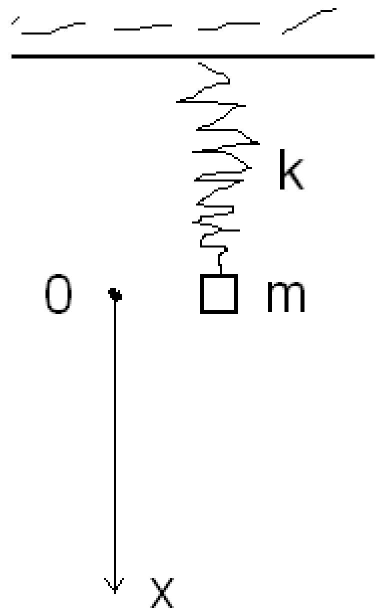
Ako tijelo pada ubrzano prema površini zemlje onda nisu ni matematički jednake

$\vec{g}$ ovisi o geografskoj širini!

$g = 9.80665\, ms^{-2} = 9.81\, ms^{-2}$

ELASTIČNA SILA

- harmonijski oscilator



k – konstanta elastičnosti opruge $\vec{F} = -k\,x\,\vec{i}$

Zanima nas pomak u vremenu:

iz KINEMATIKE:

$$x(t+\varepsilon) = ?$$

$$v(t+\varepsilon) = ?$$

$$x(t+\varepsilon) = x(t) + \varepsilon\, v_x(t)$$

pa iz DINAMIKE slijedi:

$$v_x(t+\varepsilon) = v_x(t) + \varepsilon \frac{dv_x}{dt}$$

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = -kx\,\vec{i}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{-k}{m}x\,\vec{i}$$

Po pretpostavci $\frac{k}{m} = 1$

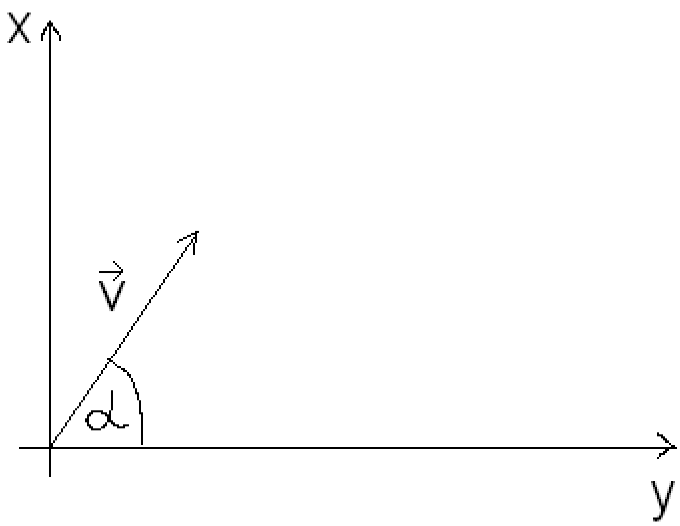
$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -x$$

$$x(t+\varepsilon) = v(t) + \varepsilon\, x(t)$$

FIZIKA 1

(2. Tjedan predavanja)

KOSI HITAC



$t=0, x=0, y=0, v_{0x}=v_0\cos\alpha, v_{0y}=v_0\cos\alpha$

$x(t)=?$
$y(t)=?$
$v_x(t)=?$
$v_y(t)=?$

$\vec{F}_g=-mg\,\vec{j}$
$\vec{F}_g=m\vec{a}$
$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{i}$
$a_x=0\,, a_y=-g$

X:

$$m\frac{dv_x}{dt}=0$$

$dv_x=0/\int$
$v_x=C$
$C=v_{x0}=v_0\cos\alpha$

$v_x=v_0\cos\alpha$

$$\frac{dx}{dt}=v_0\cos\alpha$$

$dx=v_0\cos\alpha\,dt/\int$
$x(t)¸=v_0t\cos\alpha+C$
$C=x_0=0$

$x=v_0t\cos\alpha$

$$t=\frac{x}{v_0\cos\alpha}$$

Y:

$$\cancel{m}\frac{dv_y}{dt}=-\cancel{m}g$$

$$dv_y=-g\,dt/\int$$
$$v_y=-gt+C$$
$$t=0\,;C=v_0\sin\alpha$$

$$v_y=-gt+v_0\sin\alpha$$

$$\frac{dy}{dt}=-gt+v_o\sin\alpha$$
$$dy=-gt\,dt+v_o\sin\alpha\,dt/\int$$

$$y(t)=\frac{-gt^2}{2}+v_0\sin\alpha\,t+C$$
$$t=0\,;x=C=0$$

$$y(t)=\frac{-gt^2}{2}+v_0\sin\alpha\,t$$

Sad imamo parametarsku jednadžbu i uvrstimo iz X: jednadžbu za t:

$$y(x)=\frac{-g}{2}\cdot\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2+\frac{\cancel{v_0}\sin\alpha\,x}{\cancel{v_0}\cos\alpha}=\frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}\cdot x^2+tg\,\alpha\,x$$

Izračunajmo najveću udaljenost, najveću visinu, i kut pod kojim je udaljenost najveća

UDALJENOST (Domet) $x_m=?$

$$y=0$$
$$\frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}\cdot x^2+tg\,\alpha\,x=0$$
$$x\cdot\left(\frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x+tg\,\alpha\right)=0$$
$$x=0$$
$$\frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x+tg\,\alpha=0$$
$$\frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x=\frac{-\sin x}{\cos x}$$
$$x=\frac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$$

NAJVECA VISINA:

Na dva načina. Narančić je pretpostavio da je maksimalna visina na $\frac{x_m}{2}$. Ista stvar se dobije da y(x) deriviramo i izjednačimo s 0, dobijemo u kojem x je najveća visina. Nisam siguran dali je on to pretpostavio ili se to dobi deriviranjem (Narančić traži da se izvodi onako kako je on na satu objasnio). Prvi dio je sa derivacijom do dijela kad se dobije na kojem x je maksimalna visina. V_m

$$y(x)=\frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}\cdot x^2+tg\,\alpha\,x \quad /' \qquad (1)$$

$$y'(x)=\frac{-g}{v_0^2\cos^2\alpha}x+tg\,\alpha$$

$$y'(x)=0$$

$$\frac{-g}{c_0^2\cos^2\alpha\,x_m}=-tg\,\alpha$$

$$x_m=\frac{\frac{\sin\alpha}{\cancel{\cos\alpha}}\cdot v_0^2\cos^{\cancel{2}}\alpha}{g}=\frac{v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{g}=\frac{v_0^2\sin2\alpha}{2g}$$

Tu se vidi da je da je maksimalna visina u $x=\frac{x_m}{2}$. To uvrstimo u (1)

$$y(x)=\frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}\cdot(\frac{v_0^2\sin2\alpha}{2g})^2+tg\,\alpha(\frac{v_0^2\sin2\alpha}{2g})$$

$$y(x)=\frac{-\cancel{g}}{2v_0^2\cancel{\cos^2\alpha}}\cdot\frac{v_0^{\cancel{4}2}4\sin^2\alpha\cancel{\cos^2\alpha}}{4g^{\cancel{2}}}+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\frac{v_0^2\sin\alpha\cos\alpha}{2}=\frac{-v_0^2\sin^2\alpha}{2g}+\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g}$$

Kad se to zbroji dobi se da je maksimalna visina

$$V_m=\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{2g}$$

Još nas zanima najveći domet prema kutu $D_{max}(\alpha)=?$

Dobijemo ga tako da deriviramo domet po α i izjednačimo sa 0

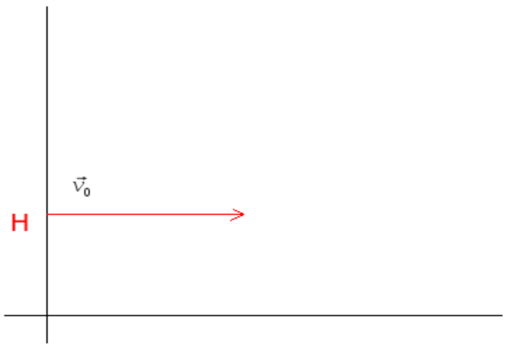
$$\frac{dx_m}{d\alpha}=\frac{\frac{v_0^2\sin2\alpha}{g}}{d\alpha}=\frac{v_0^2}{g}\cos2\alpha\cdot2=0$$

$$\cos2\alpha=0$$

$$2\alpha=\frac{\pi}{2}$$

$$\alpha=\frac{\pi}{4}$$

HORIZONTALNI HITAC



$v_{0x}=v_0 \quad v_{0y}=0 \quad x=0 \quad y=H \quad \alpha=0$

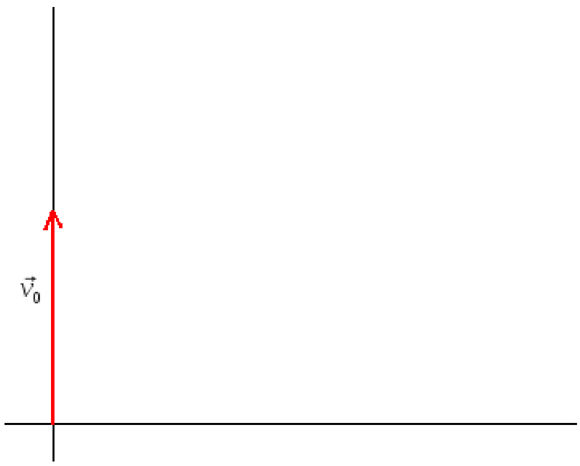
$v_x(t)=v_0$

$x(t)=v_0 t$

$v_y(t)=-gt$

$y(t)=\frac{-gt^2}{2}$

VRTIKALNI HITAC i SLOBODNI PAD



$v_{0x}=\pm v_0 \quad v_{0y}=0 \quad x=0 \quad y=H \quad \alpha=90°$

$v_y=-gt\pm v_0$

$y(t)=\frac{-gt^2}{2}\pm v_0 t$

SLOBODNI PAD: $v_0=0 \quad v_y(t)=-gt \quad y(t)=\frac{-gt^2}{2}$

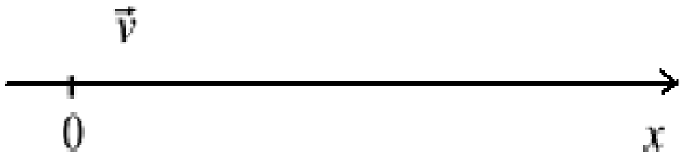
Ispred v_0 je + kada je hitac prema gore a – kada je hitac prema dolje. Vertikalni i horizontalni hitac su samo posebni slučajevi kosog i formule se najjednostavnije izvedu uvrštavanjem početnih uvjeta u formule dobivene za kosi hitac.

FIZIKA 1

(3. Tjedan predavanja)

SILA OTPORA

$t=0 \quad x=0 \quad \vec{F}=-b\vec{v} \quad v_x=v_0$



$m\vec{a}=-b\,v$

$m\frac{dv}{dt}=-bv$

$\frac{m}{b}=\tau$ $\rightarrow$ reakcijsko vrijeme

DIGRESIJA:

Stakesov zakon za malu kuglicu koja se giba u fluidu $\vec{F}s=-6\pi\eta R\vec{v}$. $\eta\rightarrow$ viskoznost tekućine

$\frac{dv}{dt}=\frac{-v}{\tau}$

$dv=\frac{-v}{\tau}dt$

$\int\frac{1}{v}dv=\int\frac{-1}{\tau}dt$

$\ln v=\frac{-t}{\tau}+C$

$t=0 \quad v=v_0 \quad C=\ln v_0$

$\ln v=\frac{-t}{\tau}+\ln v_0$

$\ln\frac{v}{v_0}=\frac{-t}{\tau}$

$\boxed{v=v_0\cdot e^{\frac{-t}{\tau}}}$

$\frac{dx}{dt}=v=v_0 e^{\frac{-t}{\tau}}$

$\int dx=\int v_0 e^{\frac{-t}{\tau}}dt$

$x=-\tau v_0 e^{\frac{-t}{\tau}}+C$

$x=0 \quad t=0 \quad C=\tau v_0$

$x=\tau v_0(1-e^{\frac{-t}{\tau}})$

- $t\rightarrow\infty$ => $v\rightarrow 0$

$x\rightarrow\tau v_0$

- b mali:

$\tau \gg 1$

$\frac{t}{\tau} \ll 1$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^n}{n!}$$

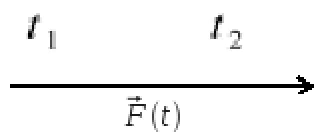
$$1 - e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{t}{\tau} - \frac{1}{2}\left(\frac{t}{\tau}\right)^2 + \ldots + (-1)^{(n-1)} \frac{t}{\tau}^n \frac{1}{n!}$$

$$x(t) = \tau v_0 \left[\frac{t}{\tau} - \frac{1}{2}\left(\frac{t}{\tau}\right)^2\right] = v_0 t - \frac{1}{2}\frac{v_0}{\tau} t^2$$

$$v = v_0\left(1 - \frac{t}{\tau}\right) = v_0 - \frac{v_0}{\tau} t$$

IMPULS SILE

STALNA SILA, $\vec{I} = \vec{F} \Delta t$



$$\vec{I} = \vec{F} \Delta t$$

APROKSIMIRANJE: $N, i, \Delta t_i, \vec{F} i$

$$\vec{I}_i \approx \vec{F}_i \Delta t_i$$

$$\vec{I} \approx \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \Delta t_i$$

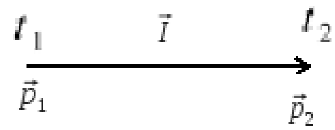
$$\vec{I} = \lim_{\Delta t_i \to 0} \sum_{i=1}^{\infty} \vec{F}_i \Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \, dt$ => integral sile po vremenu

$$I_x = \int_{t_1}^{t_2} F_x dt \quad I_y = \int_{t_1}^{t_2} F_y dt \quad I_z = \int_{t_1}^{t_2} F_z dt$$

<u>IMPULS SILE</u> jednak je integralu sile po vremenu u kojem djeluje ta sila

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$



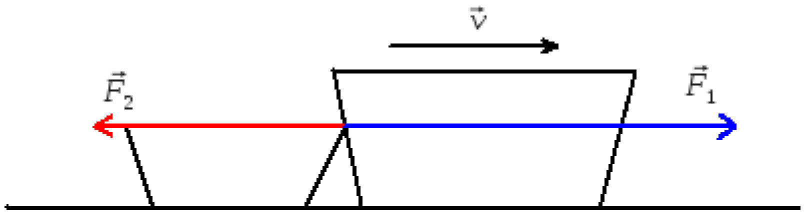
$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{p}}{dt}\,dt = \int_{\vec{p}_1}^{\vec{p}_2} d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta\vec{p}$$

$$\vec{I} = \Delta\vec{p}$$

<u>IMPULS SILE</u> jednak je promjeni količine gibanja tijela na koje djeluje sila

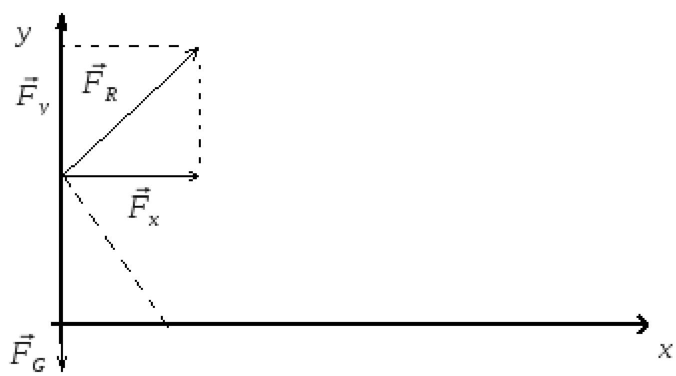
3. NEWTONOW AKSIOM

SILE AKCIJE I REAKCIJE

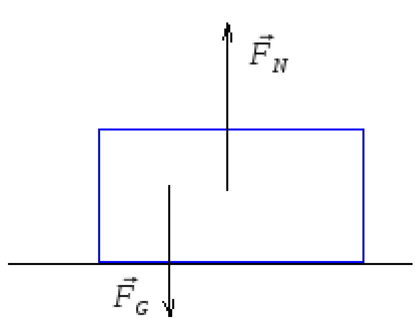


=> ako tijelo A djeluje na tijelo B silom $\vec{F}_{AB}$ tada I tijelo B djeluje na tijelo A jednako velikom silom po iznosu, ali suprotnog smjera, $\vec{F}_{BA}$

$|\vec{F}_{BA}|=|\vec{F}_{AB}|$

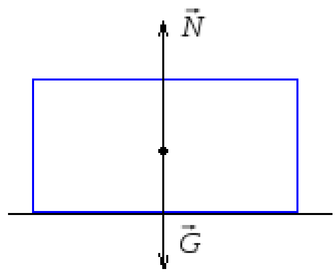


SILE KOJE DJELUJU NA TIJELO:



(1) $\vec{F}_N+\vec{F}_G=0$

MEĐUDJELOVANJE TIJLE I PODLOGE



(3) $\vec{F}_N = -\vec{G}\,(*)$

$(1) \wedge (3)\, \vec{F}_N = -\vec{F}_G\,(**)$

$(*) + (**) \quad F_G = \vec{G}$

OPERATIVNA DEINICAJA MASE (Mach)

$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

$\vec{F}_{BA} = m_A \vec{a}_A$

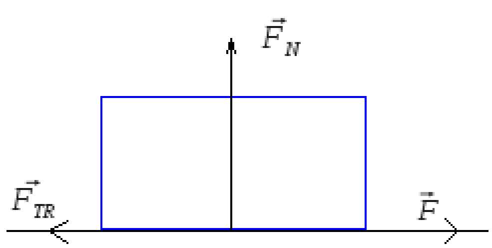
$m_a \vec{a}_a = -m_b \vec{a}_b$

$|\vec{F}_{AB}| = |\vec{F}_{BA}| \qquad a_A = |\vec{a}_A| \qquad a_B = |\vec{a}_b|$

$m_A a_A = m_B a_B$

m_A je poznata $\quad m_B = m_A \dfrac{a_A}{a_B}$

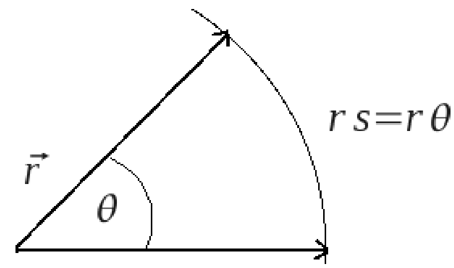
SILA TRENJA

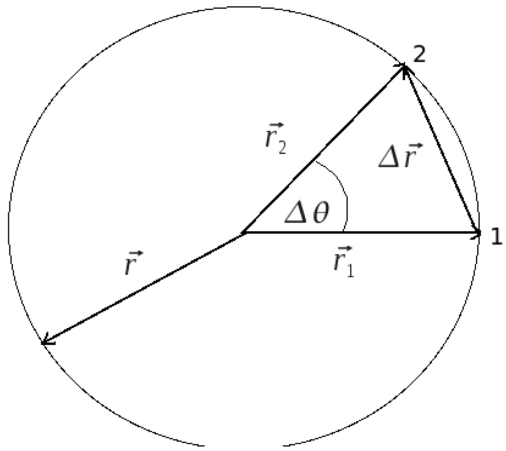


$F^s_{MAXTR} = \mu_s F_n$

$F_{TR} = \mu_d F_N$

KRUŽNO GIBANJE





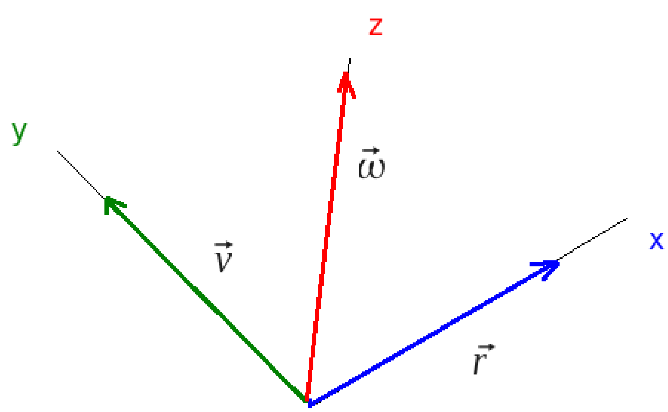
$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

$|\Delta r| \approx r\,\Delta\theta$

$v = \lim_{\Delta t \to o} \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t} = r \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = r\,\omega$ $\quad\rightarrow\quad$ Pri čemu je $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

$v = r\,\omega$

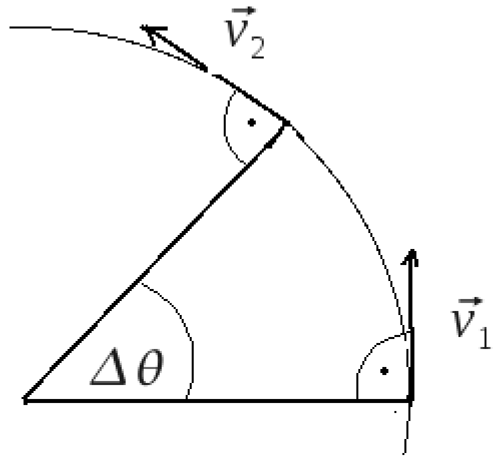
$\vec{\omega}$ Može se prikazati kao vektor pomoću pravila desne ruke (prsti pokazuju u smjer gibanja a palac pokazuje u smjeru $\vec{\omega}$. Provjerimo na primjeru formule brzine $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$. Prsti pokazuju od $\vec{\omega}$ prema $\vec{r}$ najkraći put, šaka gleda prema dolje, a palac nam pokazuje smjer $\vec{v}$.



JEDNOLIKO KRUŽENJE

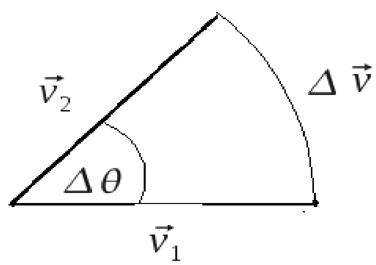
$v = konst.$ pa je i $\omega = konst.$

– djeluje sila i javlja se akceleracija



$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2|$

– javlja se promjena brzine $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$

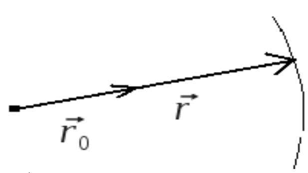


$|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v$ pa slijedi $|\Delta \vec{v}| = v\,\Delta\theta$

$$a_r = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v\,\Delta\theta}{\Delta t} = v \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = v \frac{d\theta}{dt} = v\,\omega$$

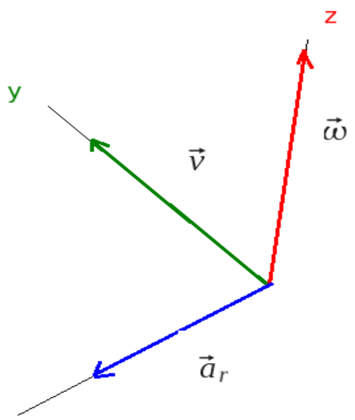
$$a_r = v\,\omega$$

Ako si postavimo $|\vec{r}_0| = 1$ kao jedinični vektor iz središta koji gleda prema položaju čestice



Dobijemo da je $\vec{a}_r = -v\,\omega\,\vec{r}_0$, $\vec{a}_r$ gleda prema središtu. Možemo i vektor $\vec{a}_r$ kombinirati sa vektorima (umnožak vektora)

Provjerimo: $\vec{a}_r = \vec{\omega} \times \vec{v}$



$\vec{\omega}$ ima uvijek isti smjer i iznos.

Imamo tri kombinacije izraza za akceleraciju

$$a_r = v\omega$$

$$a_r = r\omega^2$$

$$a_r = v\frac{d\theta}{dt}$$

JEDNOLIKO KRUŽNO GIBANJE

$\omega = konst.$ $\quad t=0 \quad \theta(t=0)=\theta_0$

$$\theta(t)=?$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\int d\theta = \int \omega\, dt$$

$$\theta(t) = \omega t + C$$

$$t=0 \quad C=\theta_0$$

$$\theta(t) = \omega t + \theta_0$$

– omjer broja okreta i vremena (broj okreta u sekundi) je frekvencija, f, dok je ophodno vrijeme T, ono vrijeme koje je potrebno da materijalna točka jedanput obiđe kružnicu

Omjer kutne brzine i frekvencije:

$$\omega = 2\pi f \quad T = \frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

CENTRIPETALNA SILA

$$F_{cp} = \vec{a}_r \cdot m = -m v \omega \vec{r}_0$$

$$F_{cp} = -m r \omega^2 \vec{r}_0$$

$$F_{cp} = \frac{-4\pi^2 r m \vec{r}_0}{T^2}$$

NEJEDNOLIKO KRUŽNO GIBANJE

$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_t$

a_t je promjena obodne brzine po vremenu

$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(r\omega) = r\frac{d\omega}{dt} = r\alpha$

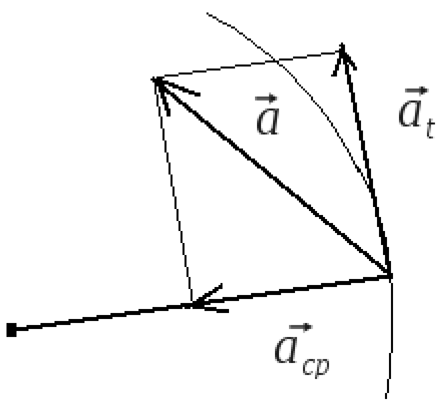
– kutna akceleracija:

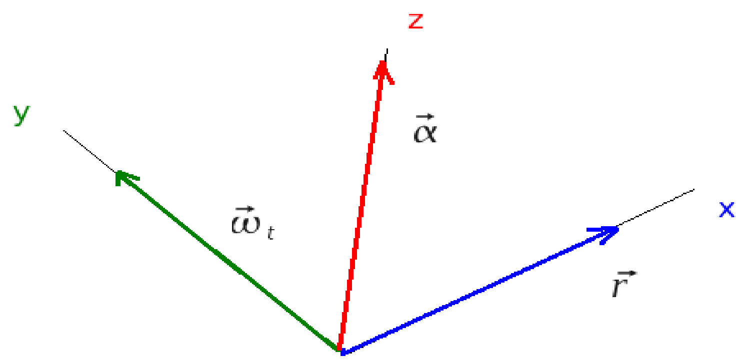
$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

$a_t = r\alpha$

Ako se ω povećava tada $\vec{\alpha}$ i $\vec{\omega}$ imaju isti smjer, a smanjuje se kada imaju suprotan. Prikažimo pomoću vektora: $\vec{a}_t = \vec{\alpha} \times \vec{r}$





$\alpha = konst. \quad t = 0 \quad \omega = \omega_0 \quad \theta = \theta_0$

$\omega(t) = ?$

$\theta(t) = ?$

$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

$\alpha\, dt = d\omega$

$\int d\omega = \int \alpha\, dt$

$\omega = \alpha t + C$

$t = 0 \quad \omega = \omega_0 \quad C = \omega_0$

$\omega(t) = \alpha t + \omega_0$ ...(1)

$\omega = \frac{d\theta}{dt}$

$\omega dt = d\theta$ pa iz (1) slijedi

$d\theta = (\alpha + \omega_0)\, dt$

$\int d\theta = \int (\alpha + v_0)\, dt$

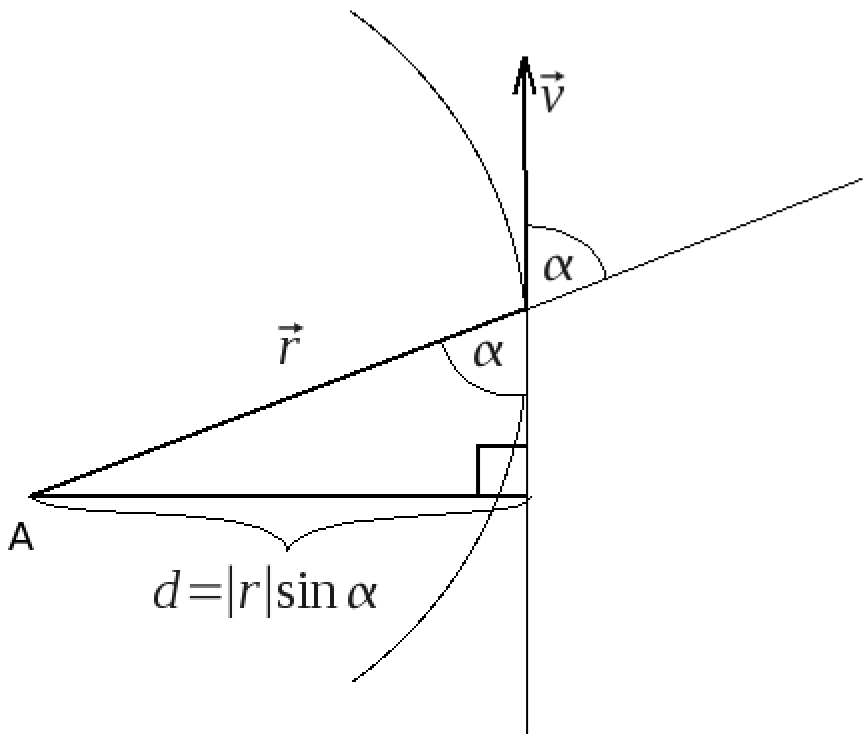
$t = 0 \quad C = \theta_0$

$\theta(t) = \frac{\alpha t^2}{2} + \omega_0 t + \theta_0$

PRAVILA:

1) Kada se tijelo giba po zakrivljenoj putanji njegova akceleracija uvijek ima komponentu prema konkavnoj strani putanje
2) Ako se brzina tijela povećava njegova akceleracija uvijek ima komponentu u smjeru brzine. Ako se brzina tijela smanjuje njegova akceleracija uvijek ima komponentu suprotnom od smjera gibanja

KUTNA KOLIČINA GIBANJA



$\vec{p} = m\vec{v}$

- kutna količina gibanja promatra se u odnosnu na neku točku u prostoru i iz neke druge točke ne mora imati isti iznos

$\vec{L}_a = \vec{r} \times \vec{p}$

$|\vec{L}_a| = |\vec{r}| \cdot |\vec{p}| \sin\alpha = d|\vec{p}|$

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{dr}{dt} \times \vec{p} + \frac{\vec{r} \times d\vec{p}}{dt} = \vec{v} \times \vec{p} + \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \vec{F}$

– moment sile:

$$\vec{M}_a = \vec{r} \times \vec{F}$$

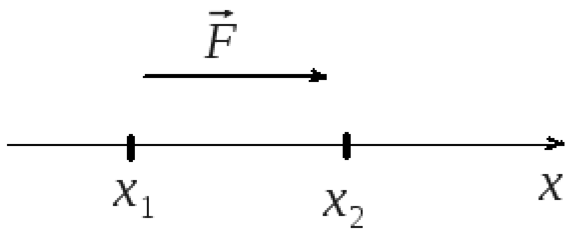
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

FIZIKA 1

(4. Tjedan predavanja)

RAD I ENERGIJA

JEDNA DIMENZIJA:



$\vec{F}=F_x\vec{i}$

$F_x=konst$

$\Delta r=(x_2-x_1)\vec{i}=\Delta x\vec{i}$

$W=F_x\Delta x$

RAD je djelovanje sile po putanji tijela. Jednak je umnošku sile i pomaka duž kojeg je ta sila djelovala

Jedinica za rad je J (Joul) ili $1\,ev=1.6\cdot10^{-19}J$

$\vec{F}=F(x)\vec{i}$ - sila je promjenjiva s vremenom

N dijelova, $i,\vec{F}_i$, $W_i\approx F_i\Delta x_i$

$$W\approx\sum_{i=1}^{N}F_i\Delta x_i$$

$$W=\lim_{N\to\infty}\sum_{i=1}^{n}F_i\Delta x_i=\int_{x_1}^{x_2}F(x)dx$$

$$W=\int_{x_1}^{x_2}F(x)dx$$

SILA KOJA DJELUJE POD KUTEM

$\theta<90°$ $W>0$, $\theta=90°$ $W=0$, $\theta>90°$ $W<0$, θ je kut između smjera gibanja i sile

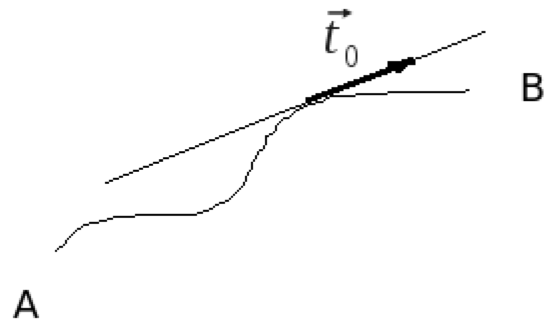
$F=|\vec{F}|$

$\Delta\vec{r}=\Delta x\vec{i}$

$W=F\cos\theta\Delta x=\vec{F}\Delta\vec{r}$

$W=\vec{F}\Delta\vec{r}$

RAD je jednak umnošku komponente sile duž pomaka i pomaka



$d\vec{r} = dr\,\vec{t}_0$

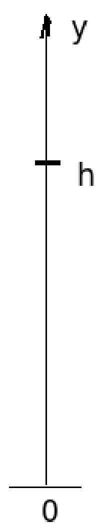
N dijelova $\Delta\vec{r}_i$, $\Delta\vec{F}_i = konst$ $W_i \approx \vec{F}_i \Delta\vec{r}_i$ $W \approx \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \Delta\vec{r}_i$

$W = \int_a^b \vec{F}(\vec{r})\,d\vec{r}$ - linijski integral

RAD je krivuljni integral sile uzduž putanje tijela od početne do krajnje točke

$d\vec{r}$ je INFINITIMALNI pomak duž putanje $d\vec{r} = dr\,\vec{t}_0$, $\vec{t}_0$ je jedinični vektor tangente

RAD DIZANJA U GRAVITACIJSKOM POLJU



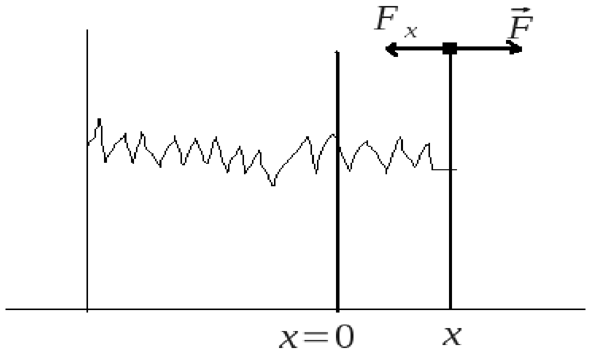
$\vec{F} = mg\,\vec{j}$ $\vec{F}_G = -mg\,\vec{j}$

$d\vec{r} = dy\,\vec{j}$

$W = \int_0^h (mg\,\vec{j})(\vec{j}\,dy) = mgh$

$W_G = -mgh$

RAD PRI RASTEZANJU OPRUGE



$$\vec{F}=kx\,\vec{i}$$

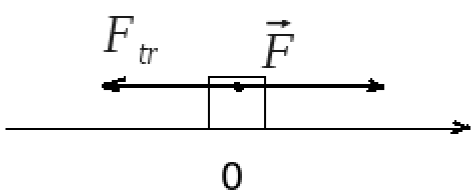
$$d\,\vec{r}=dx\,\vec{i}$$

$$W=\int_0^{x_1}(kx\,\vec{i}\,)\,\vec{i}\;dx=\frac{kx^2}{2}\Big|_0^{x_1}=\frac{k}{2}\,x^2$$

$$W=\frac{k}{2}\,x^2$$

$$W_{OP}=\frac{-k}{2}\,x^2$$

SILA TRENJA (RAD PRI SVLADAVANU SILE TRENJA)



$$|F|=|F_{tr}|$$

$$F=\mu\,m\,g\,\vec{i}$$

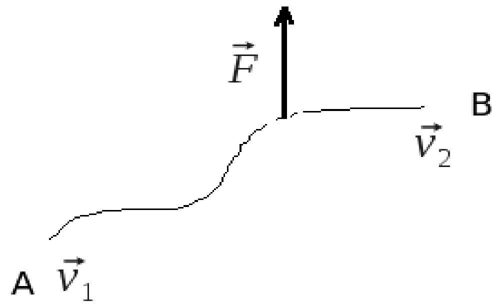
$$d\,\vec{r}=d\,x\,\vec{i}$$

$$W=\int_0^{x}\mu\,m\,g\,\vec{i}\;\vec{i}\,dx=\mu\,m\,g\,x\Big|_0^{x}=\mu\,m\,g\,x$$

$$W=\mu\,m\,g\,x$$

$$W_{FTR}=-\mu\,m\,g\,x$$

KINETIČKA ENERGIJA



$$\frac{d}{dt}(\vec{A}\vec{B}) = \frac{d\vec{A}}{dt}\vec{B} + \vec{A}\frac{d\vec{B}}{dt}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{v}\vec{v}) = \frac{d\vec{v}}{dt}\vec{v} + \vec{v}\frac{d\vec{v}}{dt} = 2\frac{d\vec{v}}{dt}\vec{v}$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{v})^2 = 2\frac{d\vec{v}}{dt}\vec{v} \quad => \quad \frac{d\vec{v}}{dt}\vec{v} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\vec{v})^2$$

$$d\vec{r} = \vec{v}\,dt$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

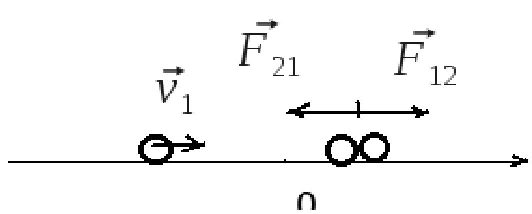
$$W = \int_A^B \vec{F}\,d\vec{r} = \int_a^b \frac{d\vec{p}}{dt}\cdot d\vec{r} = \int_A^B \left(m\frac{d\vec{v}}{dt}\right)\cdot\vec{v}\,dt = \frac{m}{2}\int_A^B \frac{d(\vec{v})^2}{dt}dt = \frac{m}{2}v_2^2 - \frac{m}{2}v_1^2$$

$$E_k = \frac{m}{2}v^2$$

$W = E_k^B - E_k^A$ - teorem o radu i kinetičkoj energiji

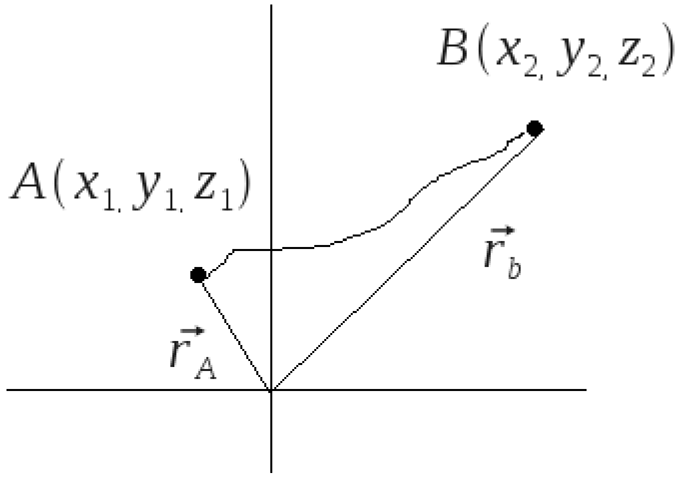
Promjena kinetičke energije jednaka je radu koji na česticu izvrši REZULTANTNA sila

KINETIČKA ENERGIJA je količina rada potrebna da se čestica iz mirovanja ubrza na brzinu v



KINETIČKA ENERGIJA je sposobnost čestice da vrši rad zbog svojeg gibanja

POTENCIJALNA ENERGIJA (GRAVITACIJSKA POTENCIJALNA ENERGIJA)



$\vec{F}_G = -mg\vec{k}$

$d\vec{r} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}$

$W = \int_A^B \vec{F}\,d\vec{r} = \int_A^B -mg\vec{k}\,d\vec{r} = -mg\int_A^B \vec{k}\,d\vec{r} = -mg\vec{k}(r_B - r_A) = -mg\vec{k}((x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j} + (z_2 - z_1)\vec{k})$

$W = -mgz_B + mgz_A$

$U = mgz$ - gravitacijska potencijalna energija

$\Delta U = U_B - U_A$

$W_G = -\Delta U$

-promjena gravitacijske potencijalne energije između početne i konačne točke jednaka je negativnom radu gravitacijske sile na česticu koja se giba između te dvije točke – NE OVISI O PUTANJI

Ako povežemo $\Delta E_K = -\Delta U$

$\frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2} = mgz_A - mgz_B$

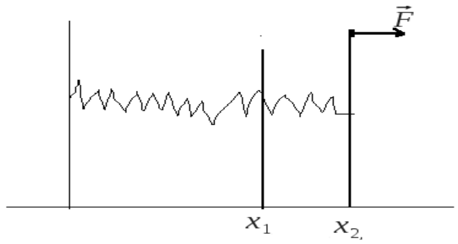
$\frac{mv_B^2}{2} + mgz_B = \frac{mv_A^2}{2} + mgz_B$

Primijetimo očuvani zbroj (Zakon očuvanja energije)

$E_M = \frac{mv^2}{2} + mgz$ - ukupna MEHANIČKA energija (konstanta gibanja)

KONZERVATIVNE SILE – kod njih se može uvesti pojam potencijalne energije

POTENCIJALNA ENERGIJA ZA ELASTIČNU SILU OPRUGE

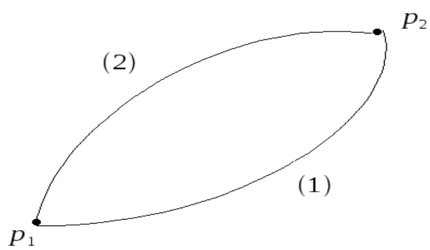


$\vec{F}_{EL} = -kx$

$W = -\int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = \frac{-k}{2} x_2^2 + \frac{k}{2} x_1^2$

$U = \frac{k\,x^2}{2}$ - harmonični oscilator

NEKONZERVATIVNE SILE – na primjer sila trenje je uvjek $W_T < 0$



KONZERVATIVNE SILE

Sila je konzervativna ako rad koji izvrši ovosi samo o početnoj i konačnoj točki a ne i putanji između njih

$W = \int_{p_1}^{p_2} \vec{F}\,d\vec{r}$

$\int_{p_2}^{p_1} \vec{F}\,d\vec{r} = -\int_{p_1}^{p_2} \vec{F}\,d\vec{r}$ - po (2)

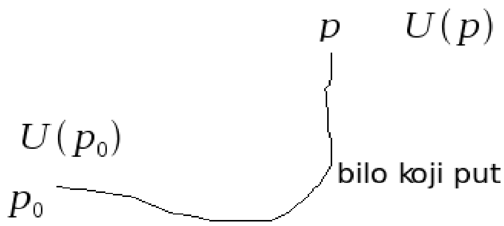
$W = \int_{p_1}^{p_2} \vec{F}\,d\vec{r} + \int_{p_2}^{p_1} \vec{F}\,d\vec{r} = \int_{p_1}^{p_2} \vec{F}\,d\vec{r} - \int_{p_1}^{p_2} \vec{F}\,d\vec{r} = 0$

Sila je konzervativna ako je rad koji izvrši po zatvorenoj putanji jednak 0

$$p_1 \xrightarrow{(1)} p_2 \xrightarrow{(2)} p_1$$

$W = 0$

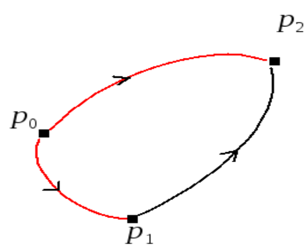
POTENCIJALNA ENERGIJA ZA KONZERVATIVNU SILU



$$U(p) = -\int_{p_0}^{p} \vec{F}\, d\vec{r} + U(p_0)$$ - po bilo kojoj putanji

$$\Delta U = -W$$

$$W = \int_{p_1}^{p_2} \vec{F}\, d\vec{r}$$



$$\Delta U = U(p_2) - U(p_1)$$

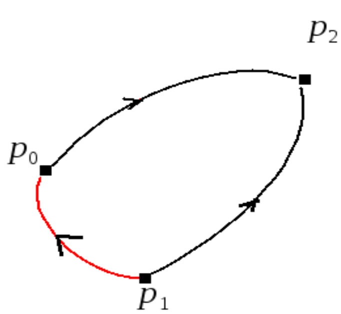
$$U(p_2) = -\int_{p_0}^{p_2} \vec{F}\, d\vec{r} + U(p_0)$$

$$U(p_1) = -\int_{p_0}^{p_1} \vec{F}\, d\vec{r} + U(p_0)$$

Imamo konzervativnu silu

$$\Delta U = U(p_2) = -\int_{p_0}^{p_2} \vec{F}\, d\vec{r} + \int_{p_0}^{p_1} \vec{F}\, d\vec{r} = -\int_{p_0}^{p_2} \vec{F}\, d\vec{r} - \int_{p_1}^{p_0} \vec{F}\, d\vec{r} = -\int_{p_1}^{p_2} \vec{F}\, d\vec{r} = -W$$

Kod gravitacije smo imali da vrijedi zakon očuvanja mehaničke energije. Preslikamo samo izraz za



gravitaciju

$E_m = E_k + E_p$

$E_1 = E_{K1} + E_{P1}$

$E_2 = E_{K2} + E_{P2}$

Teorem o kinetičkoj energiji i radi vrijedi za sve sile

$\Delta E_K = E_{K2} - E_{K1} = W$

$W = -(U_2 - U_1)$

$E_{K2} - E_{K1} = -(U_2 - U_1)$

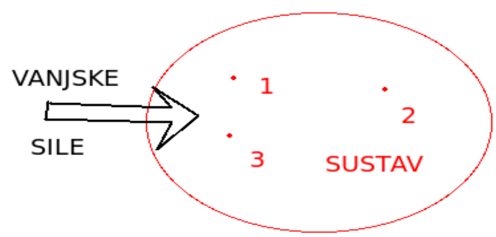
$E_{K1} + U_1 = E_{K2} + U_2$

$E_1 = E_2$

- isto se može prikazati i za više čestica

ZAKON OČUVANJA ENERGIJE

- u inercijalnom sustavu mehanička energija zatvorenog (nema međudjelovanje s okolinom) sustava čestica u kojem nema disipativnih sila ostaje konstantan.



IZMEĐU SEBE DJELUJU KONZERVATIVNIM SILAMA

Rad podijelimo na 2 dijela, na rad koji obave konzervativne sile unutar sustava i rad vanjskih sila na česticu (W_{K1} - rad konzervativnih sila unutar sustava, W_{V1} - rad vanjskih sila)

$W_1 = W_{K1} + W_{V1}$

$W_2 = W_{K2} + W_{V2}$

$W_3 = W_{K3} + W_{V3}$

Za vanjske sile znamo (teorem o radu u kinetičkoj energiji):

$W_{K1} + W_{V1} = \Delta E_{K1}$

$W_{K2} + W_{V2} = \Delta E_{K2}$

$W_{K3} + W_{V3} = \Delta E_{K3}$

Za konzervativne sile možemo gledati potencijalnu Energiju

$W_{K1} = -\Delta U_1$

$W_{K2} = -\Delta U_2$

$W_{K3} = -\Delta U_3$

$-\Delta U_1 + W_{V2} = \Delta E_{K1}$

$-\Delta U_2 + W_{V2} = \Delta E_{K2}$

$-\Delta U_3 + W_{V3} = \Delta E_{K3}$

$\Delta E_{K1} + \Delta U_1 = W_{V1}$ - promjena mehaničke energije prve čestice zbog rada vanjskih sila

$\Delta E_{M1} = W_{V1}$

$\Delta E_{M2} = W_{V2}$

$\Delta E_{M3} = W_{V3}$

$\Delta E_{M1} + \Delta E_{M2} + \Delta E_{M3} = W_{V1} + W_{V2} + W_{V3}$

$\Delta E_M = W_V$

- zbroj ukupne mehaničke energije sustava jednaka je radu vanjskih sila
- općenito vrijedi zakon očuvanja energije (zbroj svih energija je konstantna)
- mehanička energija zatvorenog sustava čestica u kojem djeluju samo konzervativne sile je stalna
-

ZAKON OČUVANJA ENERGIJE: ukupna energija ne može se uništiti, niti iz čega stvoriti. Može se samo pretvoriti iz jednog oblika u drugi (BETA RASPAD)

- dobivanje sile iz potencijalne energije

$U(p)(x, y, z) = ?$

$U(p) - U(p_0) = dU = -dW = -\vec{F}\, d\vec{r} = -F_x\, dx - F_y\, dy - F_z\, dz$

$-\vec{F} = -F_x \vec{i} - F_y \vec{j} - F_z \vec{k}$

$d\vec{r} = d_x \vec{i} + d_y \vec{j} + d_z \vec{k}$ - kad se pomnože ostane

$-\vec{F}\, d\vec{r} = -F_x\, dx - F_y\, dy - F_z\, dz$

$\vec{F}_x = \frac{-dU}{dx}$ - kad su y i z konstantni

$F_x = \frac{-\partial U}{\partial x}$

$F_y = \frac{-\partial U}{\partial y}$

$F_z = \frac{-\partial U}{\partial z}$

- ako imamo elastičnu silu

$dU = -F_x\, dx$

$F_x = \frac{-\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{2} k x^2\right) = -kx$

SNAGA

$\overline{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$ -prosječna

$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$

$P = \frac{dW}{dt}$ - trenutna , jedinica W

$$dW = \frac{dW}{dt} \cdot dt = P\,dt$$

$$dW = P\,dt$$

$$dW = \vec{F}\,d\,\vec{r}$$

$$\vec{v} = \frac{d\,\vec{r}}{dt} \rightarrow d\,\vec{r} = \vec{v}\,dt$$

$$dW = \vec{F}\,\vec{v}\,dt$$

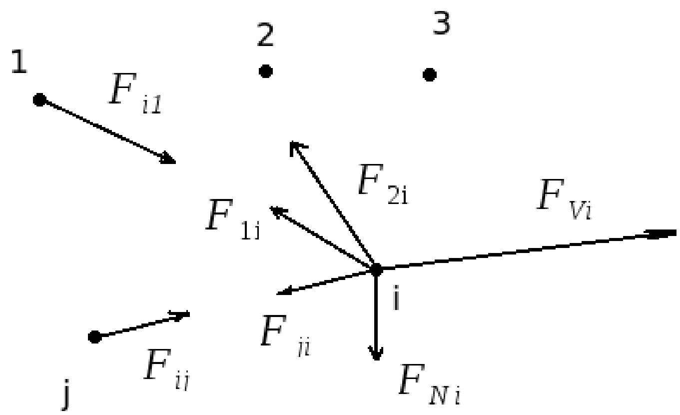
$$\frac{dW}{dt} = \vec{F}\,\vec{v}$$

$$P = \vec{F}\,\vec{v}$$

FIZIKA 1

(5. Tjedan predavanja)

SUSTAV MATERIJALNIH TOČAKA



$$m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_{V1} + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{21} + \ldots.. \vec{F}_{N1}$$
$$m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_{V2} + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \ldots.. \vec{F}_{N2}$$
$$m_n \vec{a}_n = \vec{F}_{VN} + \vec{F}_{1N} + \vec{F}_{2N} + \ldots \vec{F}(n-1)N$$
$$\sum_{i=1}^{n} m_1 \vec{a}_i = \sum_{I=1}^{N} \vec{F}_{Vi} + \vec{F}_{i2} + \vec{F}_{2i} + \ldots + \vec{F}_{(N-1)N} + \vec{F}_{nN-1} = 0 \quad \text{sile se ponište}$$
$$\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{a}_i = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{Vi} = \vec{F}_v$$
$$\sum_{ij=1}^{N} \vec{F}_{ij} = 0 \quad (\quad i \neq j \quad)$$

$$\vec{F}_v = M \vec{a}$$

CENTAR MASE

- želimo definirati fiktivnu točku u prostoru u kojoj će biti sadržana masa M koja se ponaša kao točka
- treba odrediti di se ta točka nalazi (centar mase)

$\vec{r_{CM}} = ?$

1. $m_1 \quad (x_{1,} y_{1,} z_1)$
2. $m_2 \quad (x_{2,} y_{2,} z_2)$
3. ....

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots. + m_n x_n}{M}$$
$$M = \sum_{i=1}^{N} m_i$$

$$x_{cm}=\frac{\sum_{i=1}^{N} m_i x_i}{M}$$
$$y_{cm}=\frac{\sum_{i=1}^{N} m_i y_i}{M}$$
$$z_{cm}=\frac{\sum_{i=1}^{N} m_i z_i}{M}$$

- točki sustava pridružimo neku točku koja ovisi o broju čestica i masi svake čestice

$$\vec{r}_{CM}=\frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i}{M}$$

- uzmemo da imamo N čestica u homogenom polju $\vec{g}=konst.$

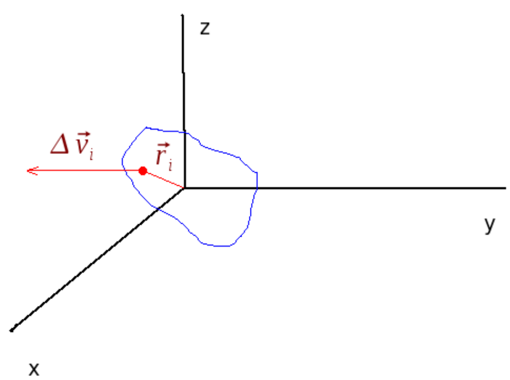
$U=\sum_{i=1}^{N} m_i z_i g=g\sum_{i=1}^{N} m_i z_i=M z_{CM} g$ - gravitacijska potencijalna energija

- ako skoči u zrak neko tijelo isto je kao da centar mase skoči
- kruto tijelo (ne da se deformirati, udaljenost između čestica je konstantna)

GUSTOĆA

GUSTOĆA = $\rho=\frac{\Delta m}{\Delta V}$ $\rho=\lim_{\Delta V\to 0}\frac{\Delta m}{\Delta V}=\frac{dm}{dV}$ $dM=\rho\, dV$

$$M=\int_V \rho\, dV$$



-podijelimo volumen na N dijelova , svaki dio ima volumen ΔV_i i masu $\Delta m_i=\rho\,\Delta V_i$

$$\vec{r}_{CM}\approx\frac{\sum_{i=1}^{N} \Delta m_i \vec{r}_i}{M}$$

$$\vec{r_{CM}} = \frac{1}{M} \lim_{\Delta V_i \to 0} \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \Delta m_i = \frac{1}{M} \lim_{\Delta V_i \to 0} \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \rho_i \Delta V_i = \frac{1}{M} \int_V \vec{r} \rho dV$$

$$\vec{r_{Cm}} = \frac{1}{M} \int_V \vec{r} \rho dV$$

$$x_{CM} = \frac{1}{M} \int_V x \rho dV$$

$$\rho = konst$$

$$x_{CM} = \frac{1}{\rho V} \rho \int_V x dV$$

$$x_{CM} = \frac{\int_V x dV}{V}$$

- ako je masa simetrično raspoređena oko točke onda je ta točka centar mase
- ako je oko pravca onda je točka negdje na pravcu
- ako imamo homogeni štap onda je na sredini štapa centar

GIBANJE CENTRA MASE

$$\vec{r}_{CM} \approx \frac{\sum_{i=1}^{N} \Delta m_i \vec{r}_i}{M}$$

$M \vec{r}_{CM} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i$ - deriviramo po vremenu

$$M \frac{d \vec{r}_{CM}}{dt} = M \vec{v_{CM}} = \vec{p_{CM}} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i$$

$$\vec{v_{CM}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i v_i}{M} \qquad \vec{p_{CM}} = \sum_{I=1}^{N} m_i \vec{v}_i$$

$$M \frac{d \vec{v_{CM}}}{dt} = M \vec{a_{CM}} = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{a}_i = \vec{F}_V$$

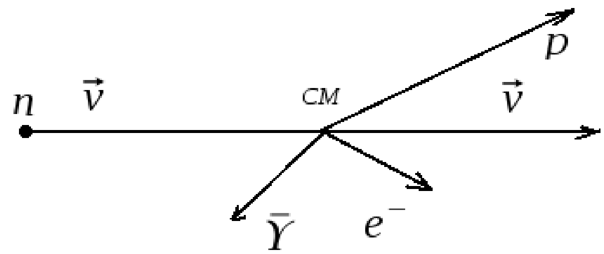
$M \vec{a_{CM}} = \vec{F}_v$ - svodi se na rješavanje jednadžbe gibanja za centar mase

Centar mase sustava giba se kao da je u njemu koncentrirana ukupna masa sustava i kao da sve vanjske sile djeluju u toj točki

$\vec{F}_V = 0$

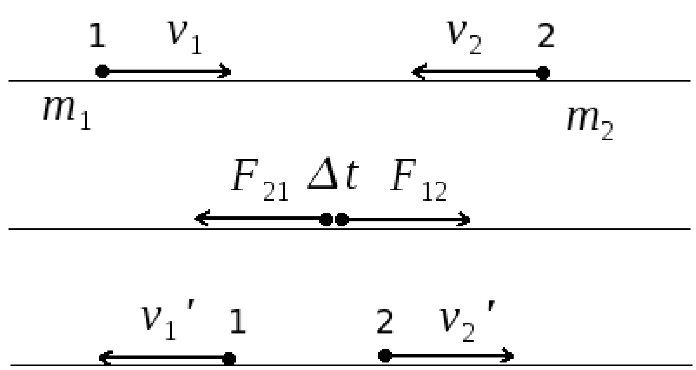
$\vec{v}_{CM} = konsts$

- ako je rezultanta svih vanjskih sila = 0 centar mase ili miruje ili se giba konstantnom brzinom po pravcu



ZAKON OČUVANJA KOLIČINE GIBANJA

- gledamo izolirani sustav čestica



$\vec{F}_v = 0$

- čestica 1 dobije impuls sile

$\vec{I}_1 = \vec{F}_{21} \Delta t \qquad \vec{I}_1 = \Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1$

$\vec{I}_2 = \vec{F}_{12} \Delta t \qquad \vec{I}_2 = \Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_2' - \vec{p}_2$

$\vec{I}_1 = \vec{F}_{21} \Delta t = -\vec{F}_{12} \Delta t = -\vec{I}_2$

$\vec{I}_1 = \Delta \vec{p}_1 = -\vec{I}_2 = -\Delta \vec{p}_2$

$\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2$

$m_1 \vec{v}_1' - m_1 \vec{v}_1 = -(m_2 \vec{v}_2' - m_2 \vec{v}_2)$

$m_1\vec{v}+m_2\vec{v}_2=m_1\vec{v}_1{}'+m_2\vec{v}_2{}'$

- ako uzmemo N čestica

$$\vec{F}_v=\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{a}_i=\frac{d}{dt}\sum m_i\vec{v}_i=\frac{d}{dt}\sum\vec{p}_i=\frac{d}{dt}\vec{p}=0 \qquad \sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i=konst$$

- ukupna količina gibanja zatvorenog sustava konstantna je bez obzira na to kakvi se procesi i međudjelovanja događaju u sustavu.

SUDARI

- centralni sudari (vektori brzina prije i poslije sudara nalaze se na istom pravcu
- elastični (pretpostavlja se da je sačuvana i kinetička energija)
- ne elastični (sraz, čestice se spoje, kinetička energija nije očuvana)

$m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=m_1\vec{v}_1{}'+m_2\vec{v}_2{}'$ (*)

$\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}=\frac{m_1v_1^{'2}}{2}+\frac{m_2v_2^{'2}}{2}$ (**)

(xx) $m_1(v_1^2-v_1^{'2})=m_2(v_2^{'2}-v_2^2)$

$v_1^2-v_1^{'2}=(\vec{v}_1-\vec{v}_1{}')\cdot(\vec{v}_1+\vec{v}_1{}')$

$m_1(\vec{v}_1-\vec{v}_1{}')\cdot(\vec{v}_1+\vec{v}_1{}')=m_2(\vec{v}_2{}'-\vec{v}_2)\cdot(\vec{v}_2{}'+\vec{v}_2)$

(x) $m_1(\vec{v}_1-\vec{v}_1{}')=m_2(\vec{v}_2-\vec{v}_2{}')$

$m_1(\vec{v}_1-\vec{v}_1{}')\cdot(\vec{v}_1+\vec{v}_1{}')=m_1(\vec{v}_1-\vec{v}_1{}')\cdot(\vec{v}_2+\vec{v}_2{}')$

$(\vec{v}_1-\vec{v}_1{}')\cdot(\vec{v}_1+\vec{v}_1{}'-\vec{v}_2{}'-\vec{v}_2)=0$

ili je $\vec{v}_1-\vec{v}_1{}'=0$ - znači da sudara nije ni bilo pa nije dobro

$\vec{v}_1+\vec{v}_1{}'-\vec{v}_2{}'-\vec{v}_2=0$

$\vec{v}_1-\vec{v}_2=-(\vec{v_1'}-\vec{v_2'})$ (***)

- relativna brzina primicanja kuglica prije sudara jednaka je po iznosu a suprotna po smjeru relativnoj brzini odmicanja kuglica poslije sudara
- relativne brzine promijenile su samo smjer a ne iznos
- ako je $\vec{v}_1=\vec{v}_2$ tada nema sudara

(x) + (***) sa dvije jednadžbe i 2 nepoznanice izračunati brzine koje čestice imaju poslije sudara

$$\vec{v}_2{}' = \vec{v}_1 + \vec{v}_1{}' - \vec{v}_2$$

$$\vec{v}_1{}' = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 - m_2\vec{v}_2{}'}{m_1} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 - m_2\vec{v}_1 - m_2\vec{v}_1{}' + m_2\vec{v}_2}{m_1} = \frac{\vec{v}_1(m_1 - m_2) + 2m_2\vec{v}_2}{m_1} - \frac{m_2}{m_1}\vec{v}_1{}'$$

$$\vec{v}_1{}'(1 + \frac{m_2}{m_1}) = \frac{\vec{v}_1(m_1 - m_2) + 2m_2\vec{v}_2}{m_1}$$

$$\vec{v}_1{}' = \frac{\frac{\vec{v}_1(m_1 + m_2) + 2m_2\vec{v}_2}{m_1}}{\frac{m_1 + m_2}{m_1}} = \frac{(m_1 + m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{v}_1{}' = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

– provjera

1. $m_1 = m_2 = m$

$\vec{v}_2 = 0 \qquad \vec{v}_1 //$

$$\vec{v}_1{}' = 0 \qquad \vec{v}_2{}' = \frac{2m\vec{v}_1}{2\text{m}} = \vec{v}_1$$

2. $m_1 \ll m_2$

$\frac{m_1}{m_2} \ll 1 \qquad \vec{v}_1\vec{v}_2 = 0$

$$\vec{v}_1{}' = \frac{(\frac{m_1}{m_2} - 1)\vec{v}_1}{1 + \frac{m_1}{m_2}} = \vec{v}_1 \qquad \vec{v}_2 = \frac{2\frac{m_1}{m_2}\vec{v}_1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} = 0$$

3. $m_1 \gg m_2 \qquad \vec{v}_2 = 0 \qquad \vec{v}_1$

$$\vec{v}_1{}' = \frac{(1 - \frac{m_2}{m_1})\vec{v}_1}{1 + \frac{m_2}{m_1}} = \vec{v}_1 \qquad \vec{v}_2{}' = \frac{2\vec{v}_1}{1 + \frac{m_2}{m_1}} = 2\vec{v}_1$$

SAVRŠENO NEELASTIČAN SRAZ

– naći brzinu tijela koje nastaje sljepljivanjem dva početna tijela

$m_1 \quad m_2 \quad \vec{v}_1 \quad \vec{v}_2$

konačno: $(m_1+m_2) \quad \vec{v}=?$

$$m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=(m_1+m_2)\vec{v}$$

$$\vec{v}=\frac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}$$

$$q=E_{KK}-E_{KP}$$

$$q=\frac{1}{2}(m_1+m_2)\vec{v}^2-(\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1{}^2+\frac{1}{2}m_2\vec{v}_2{}^2)=\frac{1}{2}(m_2+m_2)\cdot(\frac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2})^2-(\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1{}^2+\frac{1}{2}m_2\vec{v}_2{}^2)$$

$$=\frac{1}{2}\cancel{(m_2+m_2)}\cdot(\frac{m_1^2\vec{v}_1{}^2+2m_1\vec{v}_1m_2\vec{v}_2+m_2^2\vec{v}_2{}^2}{(m_1+m_2)^{\cancel{2}}})-(\frac{1}{2}m_1\vec{v}_1{}^2+\frac{1}{2}m_2\vec{v}_2{}^2)$$

$$=\frac{1}{2}[\frac{\cancel{m_1^2\vec{v}_1{}^2}+2m_1\vec{v}_1m_2\vec{v}_2+\cancel{m_2^2\vec{v}_2{}^2}-\cancel{m_1^2\vec{v}_1{}^2}-m_1m_2\vec{v}_2{}^2-m_1m_2\vec{v}_1{}^2-\cancel{m_2^2\vec{v}_2{}^2}}{m_1+m_2}]$$

$$=\frac{1}{2}[\frac{2m_1\vec{v}_1m_2\vec{v}_2-m_1m_2\vec{v}_2{}^2-m_1m_2\vec{v}_1{}^2}{m_1+m_2}]=\frac{1}{2}-(m_1+m_2)(\vec{v}_2{}^2-2\vec{v}_1\vec{v}_2+\vec{v}_1{}^2)$$

$$=\frac{-m_1m_2}{2\mathrm{m}_1+m_2}(\vec{v}_1-\vec{v}_2)^2$$

SUDARI IZ CENTRA MASE

$m_1 \quad \vec{v}_1 \quad m_2 \quad \vec{v}_2$

– prilikom sudara brzina centra mase se ne mijenja

$$\vec{v_{CM}}=\frac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}$$

$$\vec{v}_1=\vec{v}_1+\vec{v_{CM}}$$

$$\vec{v}_2=\vec{v}_2+\vec{v_{CM}}$$

$$\vec{v}_1=\vec{v}_1-\vec{v_{CM}}$$

$$\vec{v}_2=\vec{v}_2-\vec{v_{CM}}$$

- ukupna količina gibanja u sustavu centru mase je jednaka 0

$$m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2=m_1\vec{v}_1-m_1\vec{v_{CM}}+m_2\vec{v}_2-m_2\vec{v_{CM}}=m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2-(m_1+m_2)\vec{v_{CM}}=m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2-m_1\vec{v}_2-m_2\vec{v}_2=0$$

- izraziti kinetičku energiju čestica u laboratorijskom sustavu preko sustava centra mase
- razložimo na kinetičku energiju centra mase i kinetička energija čestica u odnosu na centar mase
- sad v_1 prikažemo sa relacijom za brzinu centra mase $v_1=v_1+v_{cm}$ i uvrstimo za E_k i dobijemo

$$E_k=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_1(\vec{v}_1+\vec{v_{CM}})^2+\frac{1}{2}m_2(\vec{v}_2+\vec{v_{CM}})^2=$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2+m_1\vec{v}_1\vec{v_{CM}}+\frac{1}{2}m_1v_{CM}^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2+m_2\vec{v}_2\vec{v_{CM}}+\frac{1}{2}m_2v_{CM}^2=$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2+\vec{v_{cm}}(m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2)+\frac{1}{2}m_1v_{CM}^2+\frac{1}{2}m_2v_{CM}^2=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_{CM}^2+\frac{1}{2}(m_1v_1^2+m_2v_2^2)$$

$$E_k=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_{CM}^2+\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2$$

- nakon sudara
- ako je sudar ne elastičan onda je drugi dio maksimalna količina energije koja se može promijeniti (dvije čestice mogu izgubiti) i to je jednako relaciji za Q

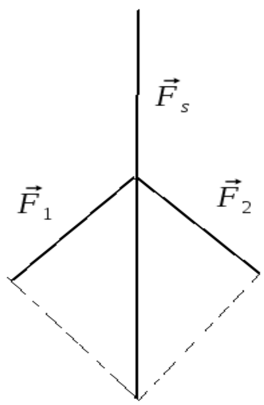
$$E_k=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_{CM}^2+\frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}(\vec{v}_1-\vec{v}_2)^2$$

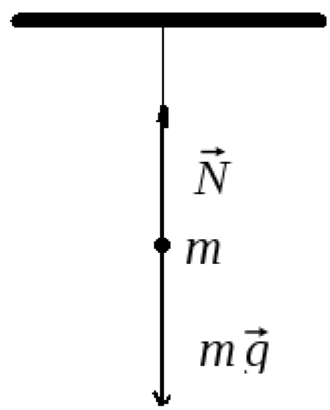
FIZIKA 1

(6. Tjedan predavanja)

RAVNOTEŽA METERIJALNE TOČKE

$\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \vec{R} = 0$ - kad je suma svih sile jednaka 0

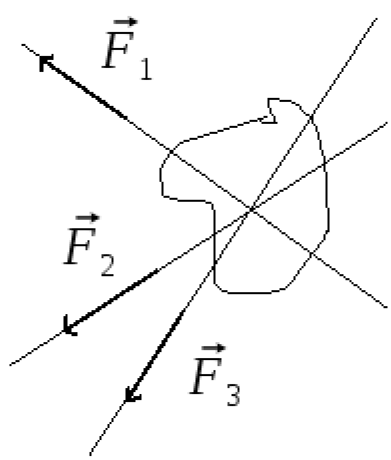




RAVNOTEŽA KRUTOG TIJELA

- KONKURENTNE SILE su sile čiji se pravci djelovanja sjeku u jednoj točki

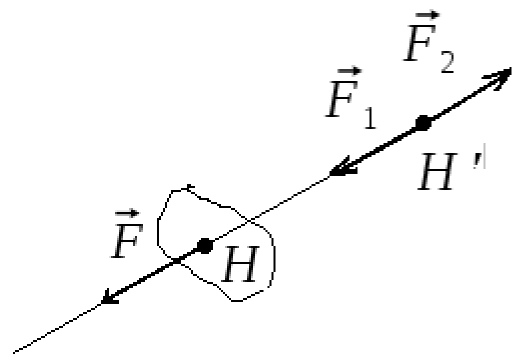
AKSIOMI STATIKE

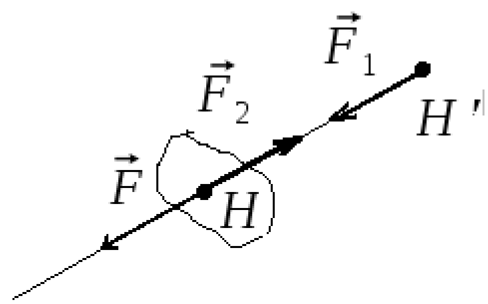


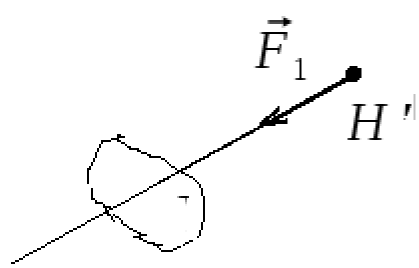
1. kruto tijelo bit će u ravnoteži pri djelovanju dviju sila $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ ako su te sile istog iznosa ($|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$)i ako djeluju na istom pravcu ali su suprotnog smjera ($\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$)
2. djelovanje sustava sila na kruto tijelo neće se promijeniti ako tom sustavu dodamo dvije sile $\vec{F}_1$ i $\vec{F}_2$ istog iznosa $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$, koje djeluju na istom pravcu ali su suprotnog smjera $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

– najprije dodamo dvije sile koje se ponište prema 2. aksiomu

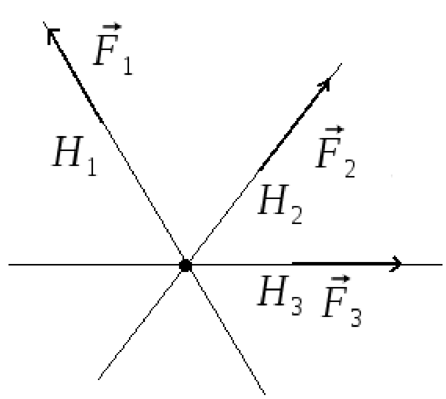
– pa zatim promatramo $\vec{F}_2$ i $\vec{F}$ koje se ponište prema 1. aksiomu

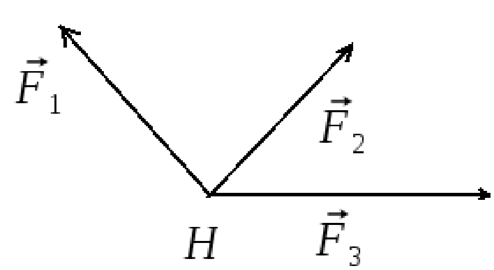






– sila je klizni vektor

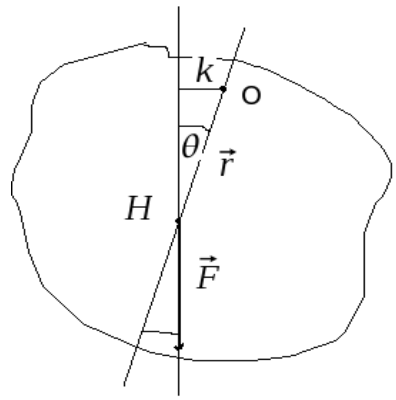




$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$

MOMENT SILE

$\vec{M}$



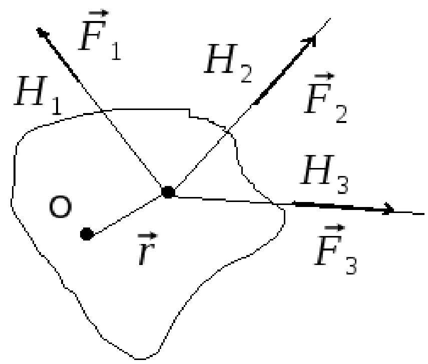
$k = r \sin\theta$

$|\vec{M}| = k F = r F \sin\theta$

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

- AKSIALNI VEKTOR (možemo uzeti bilo koji pravac okomit na ravninu)

KAKO IZRACUNATI



$\vec{r}_1 (OH_1)$

$\vec{r}_2 (OH_2)$

$\vec{r}_3 (OH_3)$

- moment sile s obzirom na točku = (zbrojimo momente sila)

$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3$

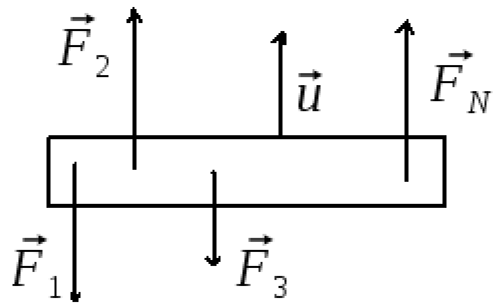
- iskoristimo da su to konkurentne sile da lakše izračunamo

$= \vec{r} \times \vec{F}_1 + \vec{r} \times \vec{F}_2 + \vec{r} \times \vec{F}_3 = \vec{r} \times (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3) = \vec{r} \times \vec{R}$

$M = \vec{r} \times \vec{R}$

DJELOVANJE NE KONKURENTNIH SILA NA KRUTO TIJELO

– slaganje paralelnih sila



$|\vec{u}|=1$

$\vec{F}_1=F_1\vec{u} \qquad F_1<0$

$\vec{F}_2=F_2\vec{u} \qquad F_2>0$

$\vec{R}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i=(\sum_{i=1}^{n}F_i)\vec{u}$

$H_1 \qquad \vec{r}_1$

...

$H_n \qquad \vec{r}_n$

– po definiciji

$\vec{M}=\sum_{i=1}^{n}\vec{M}_i=\sum_{i=1}^{n}\vec{r}_i\times\vec{F}_i=\sum_{i=1}^{N}\vec{r}_i\times(F_i\vec{u})=(\sum_{i=1}^{N}F_i\vec{r}_i)\times\vec{u}$

– ako znamo hvatište rezultantne sile

$\vec{M}=\vec{r}_c\times\vec{R}=\vec{r}_c\times(\sum_{i=1}^{N}F_i)\vec{u}=(\sum_{i=1}^{N}F_i)\vec{r}_c\times\vec{u}$ usporedimo izraz sa izrazom po definiciji

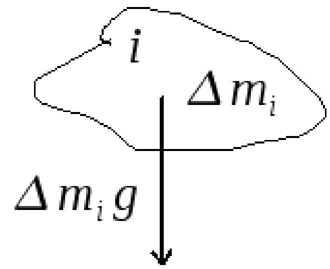
$\sum_{i=1}^{N}F_i\vec{r}_c=(\sum_{i=1}^{N}F_i)\vec{r}_c$

$\vec{r}_c=\frac{\sum_{i=1}^{N}F_i\vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N}F_i}$ - hvatište rezultantne sile

– veličina tijela je mala u odnosu na zemlju pa je $\vec{g}=konst.$

– primijenimo formulu u homogenom gravitacijskom polju

$\vec{r}_t$ - položaj hvatišta



$N \quad i \quad \Delta m_i$

$F_{iT} = \Delta m_i g$

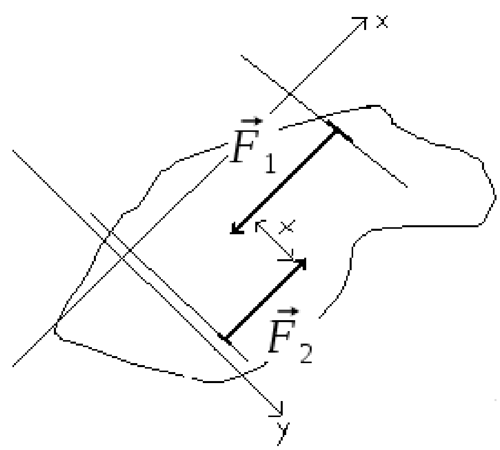
$\vec{r}_T = \frac{\sum_{i=1}^{N} \Delta m_i \cancel{g} \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} \Delta m_i \cancel{g}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \Delta m_i \vec{r}_i}{m}$ - zapravo izraz za centar mase (nalaze se u istoj točki)

PAR SILA

- dvije sile čiji pravci djelovanja su paralelni a sile imaju isti iznos ali djeluju u suprotnim smjerovima (rezultanta je 0)

$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$



$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2$

$\vec{M}_1 = x_1 F_1 (-\vec{k})$

$\vec{M}_2 = x_2 F_2 (\vec{k})$

$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = (x_2 F_2 - x_1 F_1) \vec{k} = (x_2 - x_1) F \vec{k} \qquad |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = F$

$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{k}$

- moment para sile okomit je na ravninu na kojoj leže sile, a po iznosu je jednak umnošku jedne od sila i udaljenosti pravaca njihova djelovanja

– uravnotežiti tijelo znači poništiti djelovanje para sila

RAVNOTEŽE TIJELA

1. Tijelo miruje
2. $v = konst.$
3. Rotira $\omega = konst.$

UVJET RAVNOTEŽE

1. Rezultantna sila na kruto tijelo jednaka je nulu

$M\vec{a}_{CM} = F_V \quad \vec{R} = \vec{F}_V \quad \vec{R} = 0$

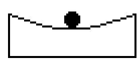
2. Rezultanta svih vanjskih momenata (s obzirom na bilo koju točku) što djeluju na neuravnoteženo kruto tijelo mora biti 0

$\alpha \approx M$

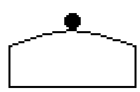
$\alpha = 0$ => $M\vec{v} = 0$

VRSTE RAVNOTEŽE:

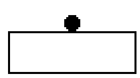
1. STABILNA (kad se tijelo malo pomakne iz položaja ravnoteže ono se samo vrati natrag u taj položaj)



2. LABILNA (kad se tijelo malo pomakne iz položaja ravnoteže ono se nikad ne vraća natrag)



3. INDIFERENTNA (kada se tijelo malo pomakne iz položaja ravnoteže, tijelo je u novom položaju u ravnoteži)



DJELOVANJE SILA:

– DEFORMACIJA
– GIBANJE

TRANSLACIJA – tijelo se giba translatirano ako linija koja povezuje bilo koje dvije čestice zadržava svoj smjer u prostoru

ROTACIJA - kruto tijelo rotira kada se sve njegove čestice gibaju istom kutnom brzinom po kružnicama čija središta leže na pravcu koji se zove OS ROTACIJE

FIZIKA 1

(7. Tjedan predavanja)

MOMENT SILE S OBZIROM NA OS ROTACIJE

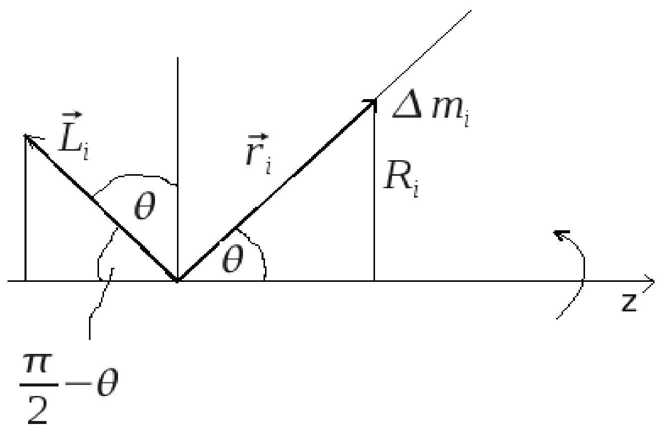
$M_z = r_T F = r \sin\theta F = r F_T$

$r_T = r \sin\theta$

- moment sile s obzirom na os rotacije jednak je umnošku iznosa komponente sile koja leži u ravnini okomitoj na os rotacije i okomitoj udaljenosti od osi do pravca djelovanja sile (kraka sile)

$M_z \approx L\alpha$

- najprije računamo kutnu količinu gibanja s obzirom na centar rotacije (fiksna os)



N čestica, Δm_i $\vec{p}_i = \Delta m_i \vec{v}_i$ R_i

- računamo kutnu količinu gibanja čestice i

$\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{p}_i$

$L_i = r_i p_i = r_i v_i \Delta m_i$

$v_i = R_i \omega$

$L_i = r_i R_i \omega \Delta m_i$

- zanima nas projekcija $\vec{L}_i$ na z

$L_{zi} = L_i \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = r_i R_i \omega \Delta m_I \sin\theta = \omega R_i^2 \Delta m_i$ (iz trokuta) $\frac{R_i}{r_i} = \sin\theta$ $R_i = r_i \sin\theta$

$L_z = \sum_{i=1}^{N} L_{zi} = \sum_{i=1}^{N} R_i^2 \Delta m_i \omega$

- raspored čestica prema osi $\sum_{i=1}^{N} R_i^2 \Delta m_i$

$L_z = I_2 \omega$ - tromost s obzirom na os rotacije (za svako tijelo vrijedi)

- ako imamo homogeno simetrično tijelo i rotaciju s obzirom na os simetrije tada vrijedi i

$$\vec{L}=I\vec{\omega}$$

- za svako tijelo postoje GLAVNE OSI ROTACIJE tada vrijedi isto

MOMENT TROMOSTI

$$I=\lim_{N\to\infty}\sum_{i=1}^{N}R_i^2\Delta m_i=\int r^2\,dm$$

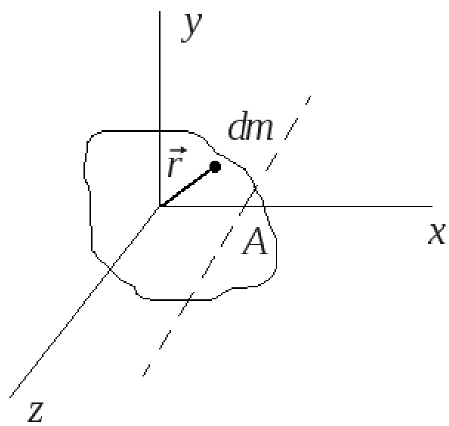
$I=\int r^2\,dm$ - r je udaljenost od osi rotacije $dm=\int\rho\,dV$ $I=\int_V\rho r^2\,dV$

- moment tromosti je aditivna veličina (razgradimo tijelo na dijelove i promatramo svakoga posebno s obzirom na os i jednostavno zbrojimo momente svih dijelova

$$I=I_1+I_2$$

STEINEROV TEOREM (teorem o paralelnim osima

- neko tijelo koje rotira oko osi z (CM je u centru mase)



- os rotacije probada točku A
- želimo naći vezu između momenta tromosti za CM i momenta tromosti na os koja prolazi kroz A I_{CM} znamo
- r udaljenost od osi rotacije kroz centar mase

$r^2=x^2+y^2$ - udaljenost čestice od osi z

$$I_{CM}=\int(x^2+y^2)\,dm$$

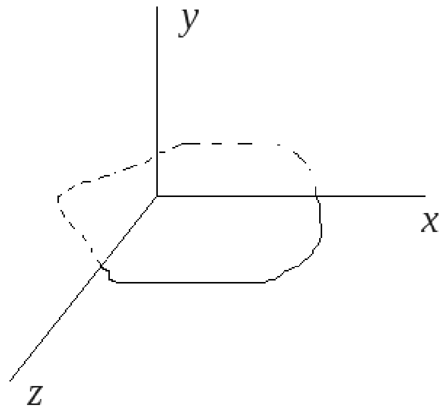
$I_A=\int r^2\,dm=\int[(x-d)^2+y^2]dm=\int(x^2+y^2)\,dm-2\int x\,d\,dm+\int d^2\,dm=I_{CM}+0+md^2$ - r udaljenost točke od $A(d,0)$, ishodište je u CM sustava

$$I=I_{CM}+md^2$$

- ako ne djeluje vanjskim moment pa je L konstantan (L=0 tijelo miruje)

S. STAVAK moment tromosti s obzirom na neku os jednak je momentu tromosti s obzirom na paralelnu os kroz centar masu uvećanoj za umnožak mase tijela i kvadrata udaljenosti tih dviju osi

POUČAK O OKOMITIM OSIMA



- tanka kružna ploča

$I_x = \int r^2 dm = \int y^2 dm$

$I_y = \int r^2 dm = \int x^2 dm$

$I_z = \int r^2 dm = \int (x^2 + y^2) dm = \int x^2 dm + \int y^2 dm = I_x + I_y$

- moment tromosti ravne krute ploče s obzirom na os okomitu na njezinu ravninu jednak je zbroju momenata tromosti oko bilo koje dvije međusobno okomite osi koje leže u ravnini ploče i presijecaju os okomitu na ravninu

- povezati kutnu količinu gibanju sa momentom tromosti

$N \quad \Delta m_i \quad \vec{r}_i$

$\vec{L}_i = \vec{r}_i \times \vec{p}_i = \vec{r}_i \times \Delta m_i \vec{v}_i \qquad \vec{p}_i = \Delta m_i \vec{v}_i$

$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r}_i \times \Delta m_I \vec{v}_i) = \vec{r}_i \times \Delta m_i \vec{a}_i$

$\vec{L} = \sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i \qquad \frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \times \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{N} \vec{r} \times (\vec{F}_{iU} + F_{iV}) = \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \times \vec{F}_{iV}$

- moment vanjskih sila koje djeluju na tijelo
- dio zbog djelovanja čestica + rezltanta vanjski sila

- $\sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i \times \vec{F}_{iU} = \vec{M}_U = 0$
- ukupni moment zbog djelovanja unutrašnjih sila jednak je 0

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

- ako to vrijedi za vektore vrijedi i za komponente (računaju se za istu točku)

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z$$

$$L_z = I_z \omega$$

$\frac{d}{dt}(I_z \omega) = I_z \alpha$ - jer je I_z konstantan

$$M_z = I_z \alpha$$

- ako imamo općenito gibanje (složeno gibanje) možemo ga razložiti na translaciju centra mase + rotacija oko centra mase

ROTACIJA = $\frac{d\vec{L}_{CM}}{dt} = \vec{M}_{CM}$ - npr. rotacija oko centra i translacija (kotrljanje niz kosinu)

- ako nemam momenta ukupna količina gibanja je stalna

OČUVANJA KUTNE KOLIČINE GIBANJA

- ako je moment vanjskih sila jednak 0, kutna količina gibanja je očuvana

$\vec{M}_v = 0 \quad \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \quad \vec{L} = konst.$

KOLEGA(RADIMIR) I STOLAC – zbroj kutnih količina gibanja je ista $\vec{L}_k - \vec{L}_r = 0$

$$I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$$

GIBANJE ZVRKA

- kutna brzina precesije i gibanje oko centra mase (obrnuto razmjerne)

Def.

- rotaciono simetrično tijelo koje se vrlo brzo vrti oko svoje osi simetrije pri čemu je stalno učvršćeno u jednoj točki koja leži na toj osi

SLOBODNI ZVRK

- poduprt u svom težištu

– djeluje samo sila teže pa je moment sile teže je 0 $\vec{M}_T = 0$ $\frac{d\vec{L}}{dt} = 0$, $\vec{L} = konst.$

– za simetrično tijelo vrijedi $\vec{L}$ i $\vec{\omega}$ imaju isti smjer pa takvo tijelo čuva svoj položaj u prostoru

$\vec{L} = I\vec{\omega}$

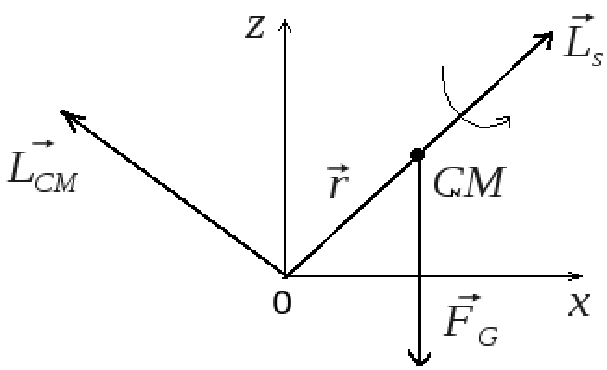
PRECESIJA ZVRKA

(slika)

(slika)

$\omega_P << \omega_s$

$\vec{L} = \vec{L_{CM}} + \vec{L}_s$



– komentari (zbog rotacije zvrka oko osi z)

$\vec{M}_G = \vec{r} \times \vec{F}_G$

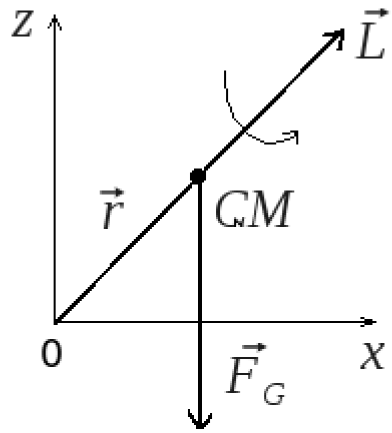
$\vec{L_{CM}} = \vec{r} \times \vec{p}$

$\vec{L_{CM}} \approx v_{CM} \approx \omega_P$ - kutna količina zbog precesi je proporcionalna kut brzino rotacije

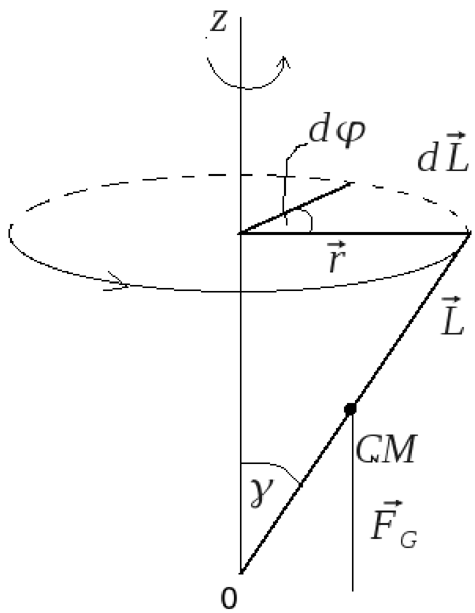
$L_s = I_s \omega$

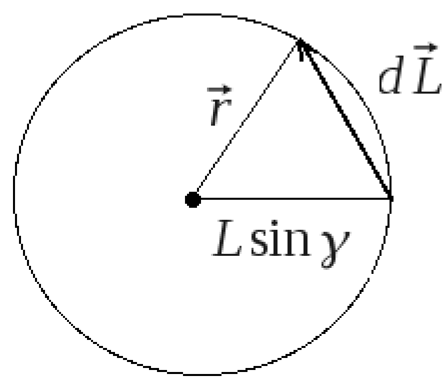
$L_s \approx \omega_s$

$L_{Cm} << L_s$



– kutna količina gibanja mijenja samo smjer





$d\,L = L\sin\gamma\, d\varphi$

$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_G$

$d\,\vec{L} = \vec{M}_G dt$ - pošto su okomiti dolazi do rotacije

– iz geometrije

– nađemo polumjer $L\sin\gamma$

$dL \approx L\sin\gamma\, d\,\varphi = L\sin\gamma\,\omega_p dt$

$d\,\varphi = \omega_p dt$

– iz jednadžbe gibanja

$dL = M_g dt = r\,m\,g\sin(\pi-\gamma)\,dt = r\,m\,g\sin(\gamma)dt$

– zajedno

$$L\cancel{\sin\gamma}\,\omega_p\,dt = r\,mg\,\cancel{\sin\gamma}\,dt$$

$\omega_p = \frac{r\,m\,g}{L} = \frac{r\,m\,g}{I_s\,\omega_s}$ - zbog toga jer je $L = L_s$

$w_p \approx \frac{1}{\omega_s}$ - odgovara početnoj pretpostavci

$r = 0$ - zvrk je poduprt u centru mase $\omega_p = 0$

- bitna pretpostavka, i na 2 načina izračunamo kutnu količinu gibanja

$$L\sin\gamma\,\omega_p = M_G$$

$$\vec{M}_g, \vec{L}, \vec{\omega}_p$$

$$\vec{M}_G = \vec{\omega}_p \times \vec{L}$$

- zemlja je zvrk

RAD I KINETIČKA ENERGIJA PRI ROTACIJI OKO NEPOMIČNE OSI

$$dW_i = \vec{F}_i\,d\,\vec{r}_i = F_{iT}\,dr_i = F_{iT}\,r_i\,d\,\varphi = M_{iz}\,d\,\varphi$$

$$dW = M_Z\,d\,\varphi$$

$$W = \int_0^{\varphi} M_z\,d\,\varphi = \int_o^t \frac{dL}{dt}\,\omega\,dt = I\int_0^t \frac{d\,\omega}{dt}\,\omega\,dt = I\int_0^t \frac{1}{2}\frac{d\,\omega^2}{dt}\,dt = \frac{I\,\omega^2}{2}$$

$$E_K = \frac{I\,\omega^2}{2}$$

$E = \frac{m\,v_{cm}^2}{2} + \frac{I_{CM}\,\omega^2}{2}$ - ukupna kinetička energija

SNAGA KOD ROTACIJE KRUTOG TIJELA

- rad izvršen u jedinici vremena, energija koja se prenosi

$P = \frac{dW}{dt}$ - ovisi o brzini

$$\frac{dW}{dt} = \frac{dW}{d\,\varphi}\frac{d\,\varphi}{dt} = M_z\,\omega$$

$$P = M_z\,\omega$$

- općenito ako nije rotacija oko fiksne osi

$$P = \vec{M}\,\vec{\omega}$$

PRINCIP VIRTUALNOG RADA

- infinitezimalni rad
- $dW = \vec{F}\, d\,\vec{r} + \vec{M}\, d\varphi$
- tijelo je u ravnoteži ako je ukupni rad vanjskih sila pri bilo kakvoj zamišljenoj (virtualnoj) , maloj promjeni položaja, jednak 0

$\delta W = \vec{F}\,\vec{\delta}\, r + \vec{M}\, d\vec{\varphi}$ + infinitezimalni virtualni pomak

- na drugi način izrečeno ono sa statike krutog tijela
- mora vrijediti da je $\vec{R} = 0$ i moment vanjskih sila mora biti jednak 0 $\vec{F} = 0$ $\vec{M} = 0$

(slika) - obavezno

- kosina, stranice 3:4:5, visi masa, i drži ravnotežu masi koja može kliziti
- odnos masa za ravnotežu
- PRETP- sustav u ravnoteži
- uteg se pomakne za δh prema dolje, pa se i masa zbog užeta prema gore pomakne
- izračunamo sile i rad
- 1. tijelo – rad sile teže u smjeru pomaka tijela
- 2. tijelo – komponenta sile teže paralelna (rad je negativan)
- ta dva rada moraju biti jednaka 0
- izračunamo odnos masa iz toga

M , m

$\delta W = 0$

$\delta W_m + \delta W_M = 0$

$m\, g\, \delta h + \delta W_M = 0$ visina se mijenja za neki δx

- iz izraza za konzervativnih sila

$\delta W_M = -\delta U$

$mg\, \delta h = -\delta U$

$\delta U = m\, g\, \delta x$

$m\, g\, \delta h = M\, g\, \delta x$

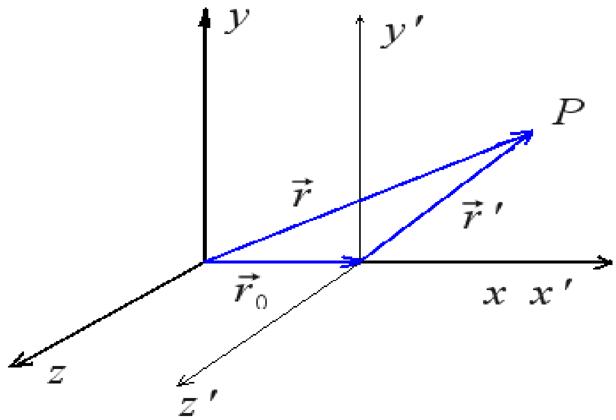
$$\frac{m}{M} = \frac{\delta x}{\delta h} = \frac{3}{5}$$

FIZIKA 1

(8. Tjedan predavanja)

INERCIJALNI I NE INERCIJALNI SUSTAVI

GALILEJEVE TRANSFORMACIJE



- na početku: $t = t' = 0$ $\vec{v} = \vec{v}_0$

$S(x, y, z, v_x, v_y, v_y, a_x, a_y, a_z)$

$S'(x', y', z', v_x', v_y', v_z', a_x', a_y', a_z')$

- u nekom vremenu nakon početnog $t = t'$

$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}\,'$

$\vec{r}_0 = \vec{v}_0 t$

$x = x' + x_0 = x' + v_0 t$

$y = y'$

$z = z'$

$$v_x = \frac{d(x' + x_0)}{dt} = v_x' + v_0$$

$v_y = v_y'$

$v_z = v_z'$

$\vec{v} = \vec{v}\,' + \vec{v}_0$

$a_x = a_x'$

$a_y = a_y'$

$a_z = a_z'$

$\vec{a} = \vec{a}\,'$

- djelovala je rezultantna vanjska sila

$\vec{F}=m\vec{a}=m\vec{a}\,'=\vec{F}\,'$

- vanjske sile su iste u oba sustava

$\vec{F}=\vec{F}\,'$

GALILEJEV PRINCIP KLASIČNE MEHANIKE (PRINCIP RELATIVNOSTI)

- zakoni klasične mehanike imaju isti oblik u svim inercijalnim sustavima povezanim Galilejevim transformacijama

JEDNOLIKO UBRZANI SUSTAVI, INERCIJSKE SILE

- moramo uvesti neke dodatne sile ako Želimo uvesti Newtonowe zakone

$\vec{F}=m\vec{a}_0$ - sila koja djeluje na sustav

$t=t\,'$

$v_0 \quad a_0$

$\vec{r}=\vec{r}\,'+\vec{r}_o$

$x=x\,'+x_0=x\,'+v_0 t+\dfrac{a_0}{2}t^2$

$y=y\,'$

$z=z\,'$

$x_0=v_0 t+\dfrac{a_0 t^2}{2}$ - zbog ubrzanog gibanja

- deriviramo po vremenu

$v_x=v_x\,'+v_0+a_0 t$

$v_y=v_y\,'$

$v_z=v_z\,'$

$a_x=a_x\,'+a_0 \qquad a_x\,'=a_x-a_0$

$\vec{a}\,'=\vec{a}-\vec{a}_0$

$\vec{F}=m\vec{a}$ - djeluje sila

$m\vec{a}\,'=m\vec{a}-m\vec{a}_0$

$m\vec{a}\,'=\vec{F}-m\vec{a}_0$

$\vec{F}\,'=m\vec{a}\,'=\vec{F}-m\vec{a}_0$

$\vec{F}=0$ => $\vec{F}\,'=-m\vec{a}_0$ - inercijska sila

– prema 2. N. A.

– u ne inercijalnom sustavu se javlja sila i ako je rezultanta vanjskih sila jednaka 0

$\vec{F}_i = -m\vec{a}_0$

– kada pišemo jednadžbu gibanja moramo dodati inercijsku silu

$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_i$

– sila je suprotna od smjera ubrzanja sustava

$\vec{F}_i = -m\vec{a}_0$

PRIMJER - lift

– lift je inercijalni sustav
– promatramo gibanje mase u sustavu

1. mi se vozimo sa masom u liftu

– određujemo težinu
– ako se lift giba stalnom brzinom u odnosu na promatrača izvan lista
– onda je lift inercijalni sustav
– masa miruje, pa je rezultanta svih sila 0
– djeluje sila teže i opruga $\vec{F}_{OP} + \vec{F}_G = 0$
– prema zakonu akcije i reakcije $\vec{F}_O + \vec{G} = 0$ => $\vec{G} = -\vec{F}_{OP} = \vec{F}_G = m\vec{g}$

2. Lift je giba ubrzano prema gore

– promatramo iz sustava lifta
– masa miruje pa je rezultanta svih sila 0
– djeluje sila teže, elastična sila opruge i djeluje inercijalna sila suprotno od smjera ubrzanja
– $\vec{F}_{OP} = \vec{F}_o \vec{F}_G = 0$ $\vec{G} + \vec{F}_{OP} = 0$ $\vec{F}_{OP} = -\vec{F}_i - \vec{F}_G$ $\vec{G} = -\vec{F}_{OP} = \vec{F}_i + \vec{F}_G$ $G = m\vec{g} + m\vec{a}_0$

3. lift se giba ubrzano prema dolje

- $\vec{F}_i + \vec{F}_G + \vec{F}_{OP} = 0$ $\vec{G} = \vec{F}_{OP} = \vec{F}_i + \vec{F}_G$ $\vec{F} = m\vec{g} - m\vec{a}_0$

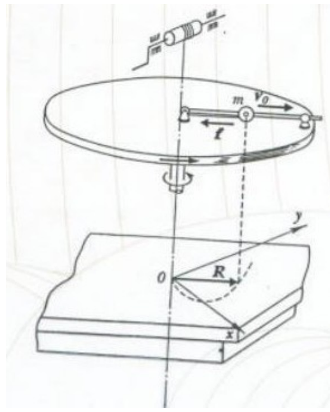
4. lift slobodno pada

– težina je jednaka 0
– sad promatramo izvana (INERCIJSKI SUSTAV)
– djeluju sila teže i elastična sila opruge

$m\vec{a} = \vec{F}_{OP} + \vec{F}_G$

$\vec{G} = \vec{F}_{OP} = \vec{F}_G - m\vec{a}_0 = m\vec{g} + m\vec{a}_0$

ROTIRAJUĆI SUSTAV I CORIOLISOVA SILA



$S \quad S'$

$\vec{r} \quad \vec{r}\,'$

$\vec{r} = \vec{r}\,'$

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} \qquad \vec{r} = x'\vec{i}\,' + y'\vec{j}\,'$

- rezultantna sila koja djeluje na masu je centripetalna sila

SUSTAV S

$\vec{F}_{CP} = m\omega^2\vec{r}$

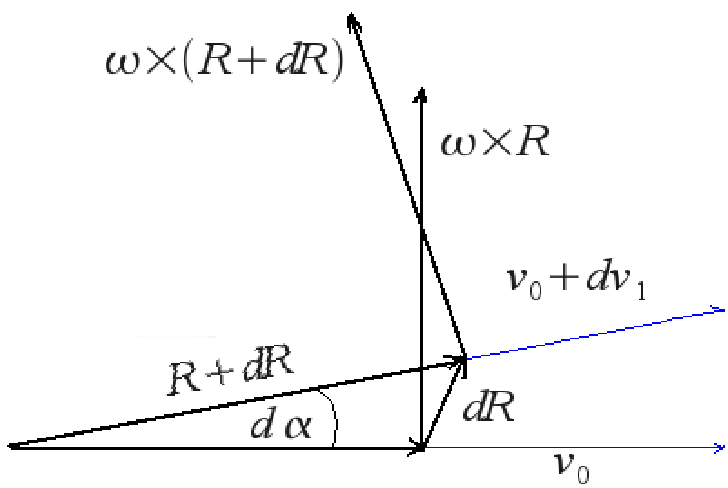
$\vec{F}_{CP} = \vec{F}_{OP}$

SUSTAV S' :

$\vec{F}_{OP} + \vec{F}_i = 0$

$\vec{F}_i = -\vec{F}_{OP} = m\omega^2\vec{r}$

$\vec{F}_{CF} = m\omega^2\vec{r}$

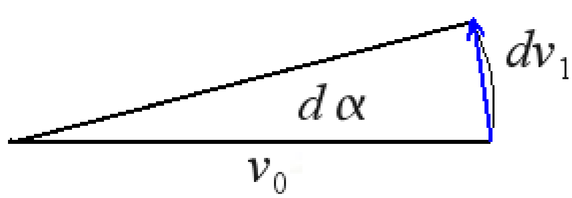


S (inercijalni sustav)

$\vec{v} = \vec{v}_0 + (\omega\times\vec{r})$ - zbog zakretanja

$dt \quad d\alpha$

1. $d\vec{v}_1$ (u tangencijalnom zbog rotacije čestice)



$dv_1 = v_0\, d\alpha$

$d\alpha = \omega\, dt$

$dv_1 = v_0\,\omega\, dt$

2. $d\vec{v}_2$ (u tangencijalnom jer se čestica giba od ishodišta prema nama)

$r = r + dr$

$d\,r = v_0\,dt$

$d\,v_2 = \omega(r + dr) - \omega\,r = \omega\,v_0\,dt$

3. $d\,\vec{v}_3$ (u radijalnom zbog a_T)

$d\,v_3 = \omega\,r\,d\alpha = \omega^2\,r\,dt$

- u tangencijalnom smjeru imamo

$dv_1 + dv_2 = v_0\,\omega\,dt + v_0\,\omega\,dt = 2\,v_0\,\omega\,dt$ => $a_T = 2\,v_0\,\omega$

$\vec{a}_T = 2\,\vec{\omega} \times \vec{v}_0$

- u radijalnom smjeru

$dv_3 = r\,\omega^2\,dt$

$\vec{a}_r = -\omega^2\,\vec{r}$

$\vec{F}_T = 2\mathrm{m}\,(\omega \times \vec{v}_0) = -2\mathrm{m}\,(v_0 \times \vec{\omega})$

$\vec{F}_r = -m\,\omega^2\,\vec{r}$

$\vec{F}_v = \vec{F}_T + \vec{F}_r$

U NE INERCIJALNOM SUSTAVU

$\vec{F} + \vec{F}_i = 0$

$-m\,\omega^2\,r - 2\,m(\vec{v}_0 \times \vec{\omega}) + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$

$\vec{F}_1 = \vec{F}_{CF} = m\,\omega^2\,\vec{r}$

$\vec{F}_2 = \vec{F}_c = 2\,m(\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$

$\vec{F}_c = 2\mathrm{m}(\vec{v} \times \vec{\omega})$ - COURIOLOSOVA SILA (brzina u odnosu na neinercijalni sustav)

- ako se gibamo po površini zemlje

FIZIKA 1

(9. Tjedan predavanja)

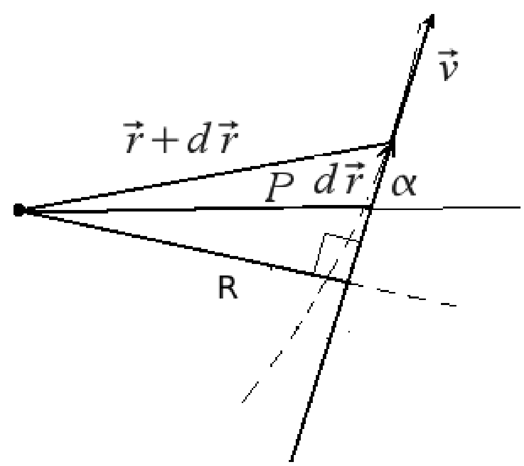
KEPLEROVI ZAKONI

1. Planeti se gibaju po elipsama u čijem se jednom žarištu nalazi sunce
2. Planeti se gibaju tako da pravac koji spaja položaj planeta sa suncem opisuje u jednakim vremenima jednaku površinu
3. Kvadrati ophodnih vremena oko sunca odnose se kao kubovi velikih polu osi njihovih eliptičkih putanja

$$\frac{T^2}{a^3}=konst$$

– tražimo kutnu količinu gibanja u odnosu na sunce

$$\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}$$
$$L=r\,m v\sin\alpha$$
$$\frac{R}{r}=\sin\alpha$$
$$L=m\,v\,R$$

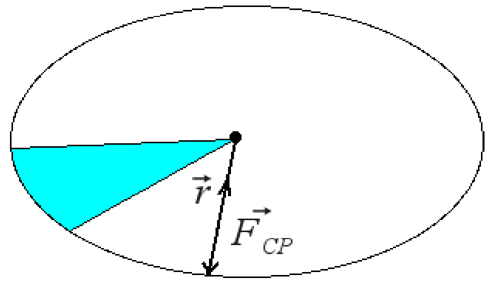


– računamo infinitezimalnu površinu

$$dP=\frac{R\,dr}{2}$$

$$dr=v\,dt$$
$$dP=\frac{R\,v}{2}dt$$

– plošna brzina je površina koju radjavekor prekrije u jedinici vremena



– iz drugog Keplerovog zakona je brzina konstantna

$$\frac{dP}{dt}=\frac{R\,v}{2}=konst$$

– plošna brzina jednaka je

$$\frac{dP}{dt}=\frac{L}{2\mathrm{m}}=konst. \quad \Rightarrow \quad L=konst.$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=\vec{M}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt}=0 \quad \Rightarrow \quad \vec{M}=0$$

$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=0$ => $\vec{F}$ i $\vec{r}$ su ko-linearni

– dolazimo do zaključka da u svakom trenutku na tijelo djeluje sila koja je usmjerena prema suncu

– zanima nas kako se sila mijenja $\vec{F}(\vec{r})$

$$F_{CP}=\frac{m\,v^2}{r} \qquad F=F_{CP}$$

$$\frac{T^2}{r^3}=konst. \qquad t^2=k\,r^3$$

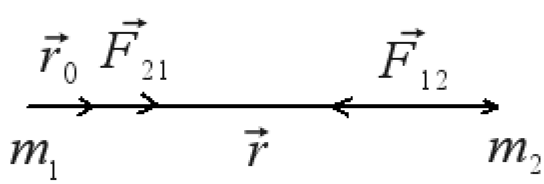
$$v=\frac{2\pi\,r}{T}$$

$$v^2=\frac{4\pi^2 r^2}{T^2}=\frac{4\pi^2}{k\,r}$$

$$F=\frac{mv^2}{r}=\frac{m}{r}\frac{4\pi^2}{kr}=\frac{4\pi^2}{k}\frac{m}{r^2}$$

$\frac{4\pi^2}{k}=G$ - Newton zaključio

$$F=G\frac{M_s m}{r^2}$$



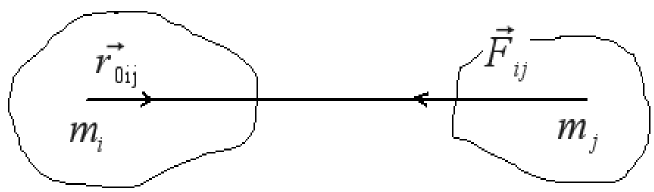
- sva tijela se privlače
- univerzalni zakon gravitacije

$$\vec{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{r}_0 = -\vec{F}_{21}$$

ZAKON UNIVERZALNE GRAVITACIJE

- svaka materijalna točka privlači svaku drugu česticu materijalnu točku silom koja je proporcionalna produktu masa tijela a obrnuto proporcionalna kvadratu udaljenosti među njima

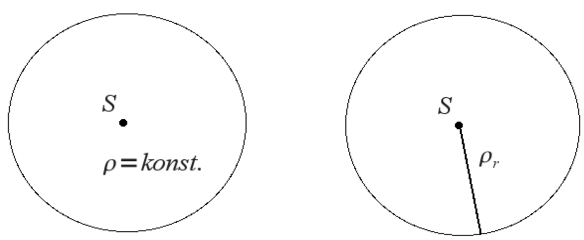
$$G = 6.67\cdot 10^{-11}\, m^3 kg^{-1} s^{-2}$$



$$\vec{F}_{ij} = -G\frac{m_i m_j}{r_{ij}^2}\vec{r}_{0ij}$$

$$\vec{F} = \sum_{i,j=0} \vec{F}_{ij} \quad (i \neq j)$$

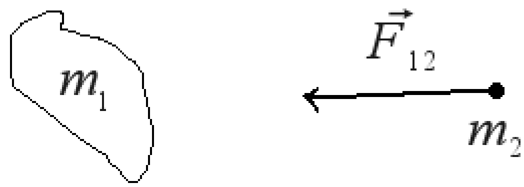
- u općem slučaju su izrazi sa integralima



- svodi se kao da imamo materijalnu točku u središtu tijela
-
- gustoća se radijalno mijenja
- svodi se na česticu mase M su središtu kugle

GRAVITACIJSKO POLJE

$\vec{\gamma}=\frac{\vec{F}_{12}}{m_2}$



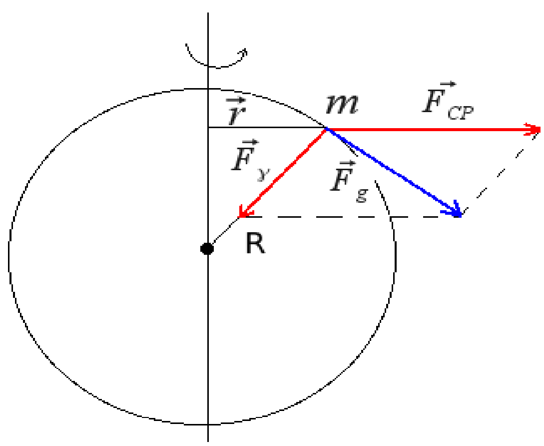
- m_1 djeluje silom na m_2
- ako je m_1 točkasta $\vec{\gamma}=\frac{-G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{r}_0}{m_2}=G\frac{m_1}{r^2}\vec{r}_0$ r

$1, \ldots\ldots, N \quad m$

$\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots.+\vec{F}_N=m\vec{\gamma}_1+m\vec{\gamma}_2+\ldots+m\vec{\gamma}_n=m(\gamma_1+\gamma_2+\ldots+\gamma_n)$

$\vec{\gamma}=\sum_{i=1}^{N}\vec{\gamma}_i$

$\vec{F}_g=\vec{F}_\gamma+\vec{F}_{CF}$

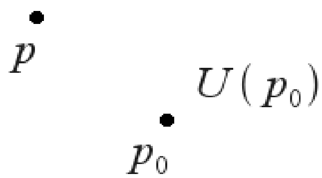


$\vec{F}_{CF}=m\omega^2\vec{r}=m\omega^2 r\vec{r}_0$

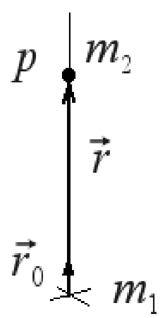
$r=R\cos\varphi$

$F_{CF}=m\omega^2 R_z\cos\varphi$

$\omega=7.3\cdot10^{-5}\,s^{-1}$



$$U(p) = U(p_0) - \int_{p_0}^{p_1} \vec{F}\, d\vec{r}$$



– m_2 ide prema masi m_1 iz beskonačnosti duž radija vektora

$$\vec{F} = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{r}_0$$

$$d\vec{r} = dr\,\vec{r}_0$$

$$U(r) = -\int_{\infty}^{r} \left(-G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{r}_o\right)\vec{r}_0\, dr = \int_{\infty}^{r} G\frac{m_1 m_2}{r^2}\, dr = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

$$U(\infty) = 0$$

– gravitacijska potencijalna energija za točkasti masu

$$U(R) = C - G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$U(R_Z) = 0$$

$$0 = C - G\frac{m_1 m_2}{R_z}$$

$$C = G\frac{m_1 m_2}{R_z}$$

$$U(r) = G\frac{m_1 m_2}{R_z} - G\frac{m_1 m_2}{r} \qquad U(R_z) = 0$$

TEORIJA RELATIVNOSTI

- Decartes je pretpostavio da postoji eter
- titranje etera prenosi elektromagnetskih valova
- brzina svjetlosti je konstantna
- definirao se sustav koji je bilo apsolutno miran u koje je eter mirovao i brzina svjetlosti je u odnosu na eter
- poznato da zemlja kruži oko sunca, postoji sustav S (eter) i Z (zemlja), pa bi trebali biti neki fenomeni, prema galiljevim transformacija pa bi brzina svjetlosti bila manja, zbog interferencije svjetlosti (jači i slabiji valovi kad svjetlost prolazi uz česticu)
- MIRSOON i MORLEY su zamislili pokus koji je trebao utvrditi gibanje zemlje u odnosu na eter (slika pokusa), svi dali negativne rezultati
- Lorence (1904) je pretpostavio da bi se vrijeme moralo mijenjati, ali nije htio odstupiti od ideje etera
- EINSTAINT (1905.) odstupio stavova i zaključio da etera nema
- pokusi govorili da je brzina svjetlosti ista i EINSTAIN zaključio da jest (300000km/s)

1. EINSTANOV POSTULAT

1. Brzina svjetlosti u vakuumu je $c=2{,}998\cdot 10^{8}\,m/s$ jednaka u svim inercijalnim referentnim sustavim i ne ovisi o brzini gibanja sustava i detektora svjetlosti
2. Svi prirodni zakoni imaju isti oblik u svim inercijalnim sustavima

LORENZOVE TRANSFORMACIJE

- imamo 2 inercijalna sustava
- po pretpostavci se u početnom trenutku ishodišta podudaraju (već je Lorenze pokazao da vrijeme ovisi o sustavu) i vremena su ista
- emitira se svjetlosna zraka
- na satu se mjeri vrijeme i udaljenosti u sustavu S i biti će R udaljena od početka
- u sustavu S' će biti na toj točku u vremenu t'
- može se pokazati da se koordinate x,y,z i x',y',z' ne mijenjaju

$r=ct$

$r'=ct'$

$x^2+y^2+z^2=c^2t^2$

$x'^2+y'^2+z'^2=c^2t'^2$

$x^2+y^2+z^2-ct^2=0$

$x'^2+y'^2+z'^2-ct'^2=0$

$x^2+y^2+z^2-ct^2=x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2$

- prelazimo

$S\rightarrow S'$

$y=y'$

$z=z'$

$x'=Ax+Bt$

$t'=Cx+Dt$

- na početku

$x'=0 \quad x=vt$

$0=Avt+Bt=t(Av+B) \quad Av=-B$

$x'=Ax+Bt=Ax-(Av)t=A(x-vt)$

$x'=A(x-vt)$ (*)

$t'=Cx+Dt=D(\frac{C}{D}x+t)$ (umjesto $\frac{C}{D}$ stavimo $-a$)

$t'=D(t-ax)$ (**)

- sada promatramo iz sustava S'

$x=0 \quad x'=vt$

- iz (*) slijedi

(I) $x'=-Avt$

- iz (**) slijedi

(II) $t'=Dt$

$x'=-vt'=-vDt=-Avt$

- dobijemo novu relaciju $A=D$

  $x'=A(x-vt)$ (***)

  $t'=A(t-ax)$ (****)

$$x^2+\cancel{y^2}+\cancel{z^2}-ct^2=x'^2+\cancel{y'^2}+\cancel{z'^2}-ct'^2$$

$$x^2-c^2t^2=A^2(x-vt)^2-c^2A^2(t-ax)^2$$

$$x^2-c^2t^2=A^2(x^2-2\mathrm{xvt}+v^2t^2)-c^2A^2(t^2-2axt+a^2x^2)$$

$$x^2-c^2t^2=A^2(x^2-2\mathrm{xvt}+v^2t^2-c^2t^2+2c^2axt-c^2a^2x^2)$$

$$x^2-c^2t^2=A^2(2\mathrm{x}(-v+c^2a)t+x^2(1-c^2a^2)+(v^2-c^2)t^2)$$

– uspoređujemo potencije t s lijeve i desne strane

$$A^2 2\mathrm{x}(-v+c^2a)=0$$

$$-v+c^2a=0$$

$$a=\frac{v}{c^2}$$

$$A^2x^2(1-c^2a^2)=x^2$$

$$1=A^2(1-c^2a^2)$$

$$A^2=\frac{1}{1-a^2c^2}=\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^4}c^2}=\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$A=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

– uvrstimo u (***) i (****)

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \qquad t'=\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

– ako je v << c onda ove transformacije prelaze u GALILEJEVE transformacije

KONTRAKCIJA DUŽINE

- imamo 2 sustava S i S'
- u sustavu S' imamo štap
- položimo ga duž x' osi (#6)

$l_0 = x_2' - x_1'$

- zanima nas duljina u odnosu na sustav S

$l = ?$

- u isto vrijeme obilježi prednji i krajnji dio štapa

$l = x_2 - x_1$

- usporedimo duljine

$$l_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - ct}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{l}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$l = l_0\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ - vlastita dužina štapa

- 1908. je geometrijski formulirao Einstanovu teoriju relativnosti
- uve0 4. koordinatu x, y, z, t
- udaljenost je Lorenzova (ne Euklidska) $d = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2$

- u sustavu S $P(X_2 t)$ $K(x_{1t})$ u sustavu S' $P(x'_{2,} t_2')$ $K(x'_{1,} t_1')$
- $t_2' - t_1' = \dfrac{t - \frac{v}{c^2} x_2 - t + \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1-\frac{c^2}{v^2}}} = \dfrac{v}{c^2} \dfrac{x_1 - x_2}{\sqrt{1-\frac{c^2}{v^2}}}$ $x_1 - x_2 < 0$ sve ukupno je manje od 0
- iz sustava S je istovremeno obilježio, a u sustavu S' izgleda kao da ih nije istovremeno obilježio

PROBLEM DILATACIJE VREMENA

- imamo 2 sustava i 2 promatrača
- u sustavu S' imamo sat na mjestu x' i na tom mjestu se kuha juha i mjerimo vrijeme trajanja tog procesa
- x_0 $t_1' \rightarrow t_2'$

- za promatrača u sustavu S počeo u t_1 i završio t_2
- $$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\gamma$$
- $$t_2-t_1=\gamma(t_2'+\frac{v}{c^2}x')-\gamma(t_1'-\frac{v}{c^2}x')=\gamma(t_2'-t_1')$$
- $$\Delta t=\frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$
- 1941. ROSSI napravio pokus, kozmičke zrake bombardiraju atmosferu , kao produkt se stvara mion, ima sva ista svojstva kao elektron ali puno veču masu (207x) i vrlo kratko živi $\approx 10^{-6} s$
- da nema fenomena vremena onda na površini zemlje se ne bi detektirao nijedan mion ali zbog fenomena sustav zemlje odgovara sustavu S, mioni se gibaju velikom prziom 0,995 brzine svjetlosti, pa oni u sustavu zemlje žive puno duže i stignu do površine zemlje
- GPS ovisi o teoriji

RELATIVISTIČKO SLAGANJE BRZINA (ne treba znati izvod, samo za zadatke)

$$v_x'=\frac{v_x-v}{1-\frac{v^2}{c^2}v_x}$$

$$v_y'=\frac{v_y\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}v_x}}{1-\frac{v}{c^2}v_x}$$

$$v_z=\frac{v_z\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}v_x}}{1-\frac{v}{c^2}v_x}$$

RELETIVISTIČKA DINAMIKA

- u klasičnom mehanici opisujemo gibanje pomoću količine gibanja
- ako u relativističkoj koristimo zakon očuvanja gibanja
- pa se mora uzeti oblik $\vec{p}=\dfrac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

$$\vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \vec{F}=\frac{d\vec{p}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}-\left(\frac{\vec{F}\vec{v}}{c}\right)\frac{\vec{v}}{c}}{m\gamma}$$

(sigurno zadaci s time)

- kinetička energija
- imamo česticu
- $t=0 \quad x=0 \quad v=0$, promatramo $t \quad x \quad v$, djeluje sila u smjeru x

$$dx=vdt$$

$$E_K=\int_0^x F\,dx=\int_0^x \frac{d}{dt}\left(\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)v\,dt=\int_0^t \frac{mv}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{2}{3}}}\frac{dv}{dt}dt=\int_1^t \frac{d}{dt}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)dt=\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\Bigg|_0^t=\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-mc^2$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)=\left[\frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+\frac{m\frac{v^2}{c^2}}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\right]\frac{dv}{dt}=\left[\frac{m}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\left(1-\frac{v^2}{c^2}+\frac{v^2}{c^2}\right)\right]\frac{dv}{dt}=\frac{m}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\frac{dv}{dt}$$

$$E_k=\frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-mc^2$$

$E_U=\dfrac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ – E_u čestice koja se giba brzinom v

$E_c=mc^2$ - vlastita energija čestice (mirovanje)

FIZIKA 1

(10. Tjedan predavanja)

HIDROSTATIKA

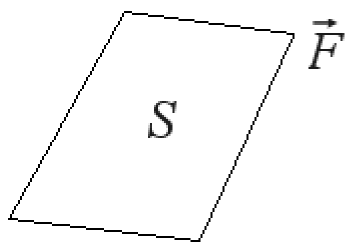
- statika fluida
- u čvrstom stanju čestice samo titraju
- mi promatramo tvari u plinovitom I tekućem stanju, čestice se ponašaju kao slobodne I interakcija između čestica se može zanemariti, za razliku od čvrstih tvari
- u tekućinama se molekule slobodno gibaju ali one znaju jedna za drugu
- promatramo fluid kao da miruje, CM fluida se ne mijenja (STATIKA fluida)
- osnovna FIZIKALNA veličina je tlak

TLAK

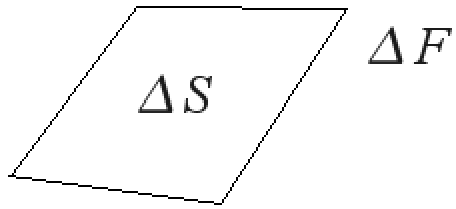
- čestice se sudaraju i djeluju na stjenke posude i djeluju nekom silom na okolinu ili neka vanjska sila djeluje na fluid
- imamo neku ravnu plohu S, sila je okomita na plohu , stalna sila ž

S , F

$P=\frac{F}{S}$

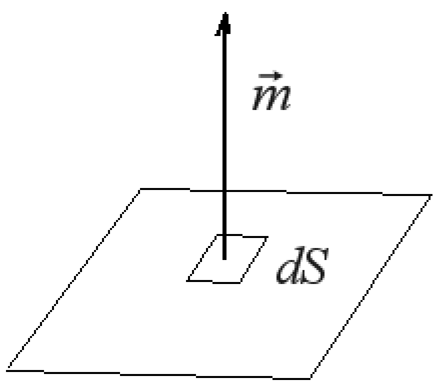


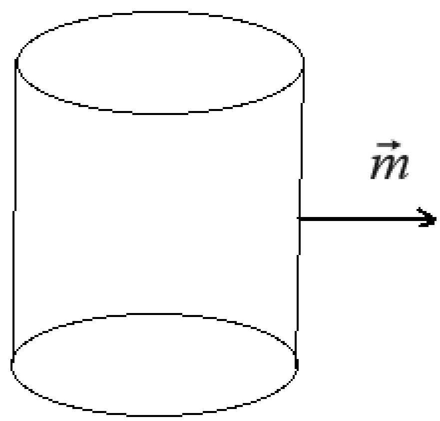
- sile pritiska, plošne sile, jedinica ne $\frac{N}{m^2}$, bar $10^5 Pa = bar$
- nije ista sila na sve dijelove



$$P=\frac{\lim\limits_{\Delta S\to 0}\Delta F}{\Delta S}=\frac{dF}{dS}$$

$$P=\frac{dF}{dS}$$





- npr. imamo fluid u posudi
- normala ide okomito na stjenku prema van

$$\vec{dS}=dS\,\vec{m}$$

$$d\,\vec{F}=\frac{dF}{dS}\,d\,\vec{S}=-P\,\vec{dS}$$

- povezuje silu i tlak

$$d\,\vec{F}=-P\,d\,\vec{S}$$

- sila je uvijek okomita na plohu, a – je je zbog konvencije, (ako sila djeluje u fluid onda je tlak pozitivan), sila djeluje u posudu a $\vec{m}$ gleda van onda tlak pozitivan ako je predznak negativan
- volumen plina ovisi o posudi i poprimaju oblik posude dok tekućine imaju stalan volumen, jedino primaju oblik posude

- to je zbog međudjelovanja molekula vode i one su ne stlačive (osim pod velikim tlakovima)
- uvodimo k, koeficijent stlačivosti

$$\kappa=\frac{1}{V}(\frac{dV}{dP})_T$$

- izotermna promjena

$P \; , \quad V \; , \quad T$

$PV=kost.$ ako je T- kost

- deriviramo po tlaku

$V+P(\frac{dV}{dP})=0$ => $(\frac{dV}{dP})=\frac{-V}{P}$

$\kappa=\frac{1}{V}\frac{V}{P}=\frac{1}{P}$ - ne ovisi o vrsti plina nego samo o tlaku plina

$$\kappa=\frac{1}{P}$$

PASCALOV PRINCIP (ZAKON)

- tlak se kroz tekućinu prenosi jednoliko u svim smjerovima

$P=\frac{F}{S}$ = (PASCAL)> $P=\frac{F_1}{S_1}=\frac{F_2}{S_2}$ $\quad \frac{F}{S}=\frac{F_{!}}{S_1}=\frac{F_2}{S_2}$

- PASCALOV zakon kaže da ako se u nekoj točki ne stlačivog mirnog fluida tlak promijeni za neki iznos onda se tlak promjeni svuda u fluidu za taj isti iznos
- tlak primijenjen na fluid zatvoren u posudi prenosi se jednoliko na sve dijelove fluida i na stjenke posude (HIDRAULIČKI TLAK)
- koristi se kod hidrauličkih uređaja $F_2=F_1\frac{S_2}{S_1}$ $\quad S_2 \gg S_1 \quad F_2 \gg F_1$, ali zakon očuvanja energije nije narušen

$W_1=F_1 x_1$

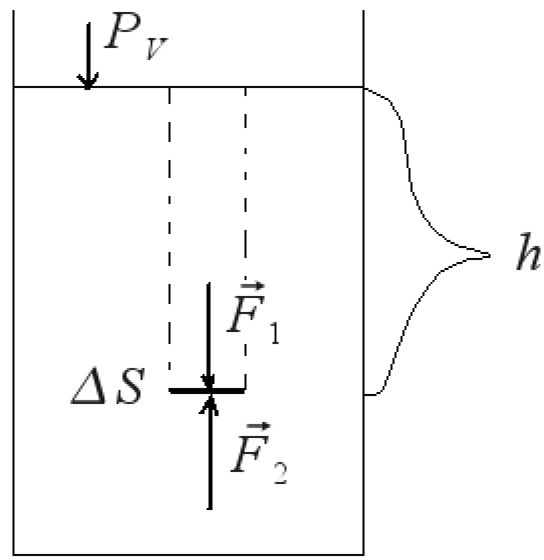
$W_2=F_2 x_2=F_1\frac{S_1}{S_2}x_2=F_1\frac{1}{S_1}\Delta V=\frac{F_1}{\cancel{S_1}}\cancel{S_1}x_1=F_1 x_1=W_1 \qquad S_2 x_2=\Delta V=S_1 x_1$

– kod dizalice, pomak je puno veći da bi radovi bili isti

– osim vanjski sile na fluid djeluje i sila teže, pa se u fluidu javlja hidrostatski tlak

HIDROSTATSKI TLAK U TEKUĆINI

– pretpostavke: ne stlačiva tekućina, i $\rho = konst.$
– fluid je u ravnoteži pa je $F_1 = F_2$



SILA F_1

– djeluje atmosferski tlak i težina

$F_1 = F_V \Delta S + h \rho \Delta S g$

SILA F_2

$F_2 = P \Delta S$

ZAJEDNO

$F_v \Delta S + h \rho \Delta S g = P \Delta S$

$P = F_v + \rho g h$

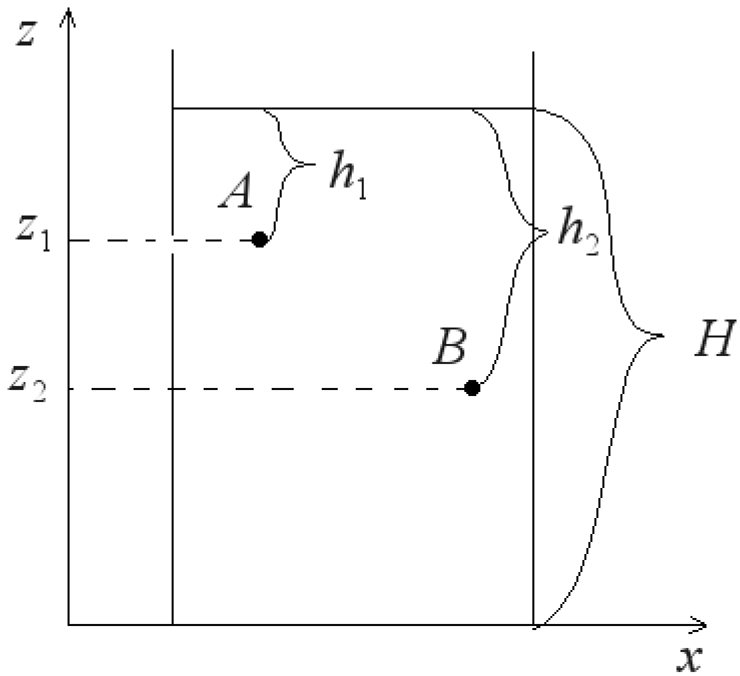
$P_H = \rho g h$ - hidrostatski tlak

– imamo tekućinu u posudi

– promatramo točke A i B

– H je ukupna visina fluida

– A se nalazi na dubini h_1, a B na h_2



$P_A = P_V + \rho g h_1$

$P_B = P_V + \rho g h_2$

$P_A - P_V = \rho g h_1$

$P_B - P_V = \rho g h_2$

$P_B - P_A = \rho g (h_2 - h_1) = \rho g (z_1 - z_2)$

$h_2 = H - z_2$
$h_1 = H - z_1$

$h_2 - h_1 = z_1 - z_2$

$P_B + \rho g z_2 = P_A + \rho g z_1$

– tlak u nekoj točki fluida plus $\rho g z$ je konstantan i vrijedi za bilo koju točku

$P + \rho g z = konst.$

– u mirnom ne stlačivom fluidu konstantne gustoće zbroj tlaka i umnoška gustoće s visinom od neke čvrste horizontalne ravnine je stalan

– (slika)

$P_a + \rho g z_1 = P_a + \rho g z_2$

ATMOSFERSKI TLAK

- atmosfera djeluje na tijelo
- pokus s folijom i dvije polukugle

(slika sa živom)

$h=0.76\,m$

$t=0\,°C$

$\rho=13.595\,kg/m^3$

$P_a=\rho\, g\, h+P_1$

$P_a=101\,325\,Pa$

- standardni atmosferski tlak
- tlak se mijenja s visinom, temperatura, gravitacijska sila

BAROMETARSKA FORMULA

- to vrijedi za stupac do nekih 1 km

(slika ispod žive)

- promatramo visinu tlaka dh
- dolje djeluje tlak P a gore $P+dP$, zanima nas promjena tlaka s promjenom visine dh
- izračunamo vezu između infinitezimalne promjene tlaka i infinitezimalne promjene visine (g gledamo ko da se ne mijenja)

$P=P+dP+\rho(h)g\,d\,h$

$dP=-\rho\, g\, dh$

$P(h)=?$

- zanima nas kako se gustoća mijenja s visinom
- mi radimo s pretpostavkom da je $T=konst.$ (IZOTERMNA)
- veza između tlaka i volumena je $PV=konst.$

$P_0V_0=PV$ - na neku visinu popnemo

$\frac{P}{P_0}=\frac{V_0}{V}$

$m=\rho V=\rho_0 V_0$

$$\frac{V}{V_0}=\frac{\rho}{\rho_0}$$

$$\frac{P}{P_0}=\frac{\rho_0}{\rho}$$

$$\rho(h)=\frac{P}{P_0}\rho_0$$

$$dP=-\rho\, g\, dh$$

$$dP=\frac{-P}{P_0}\rho_0\, g\, dh$$

$$\int_{p_0}^{p}\frac{dP}{p}=\int_0^h\frac{-\rho_0 g}{P_0}dh$$

$$\ln\frac{P}{P_0}=\frac{-\rho_0 g}{P_0}h$$

$$P=P_0 e^{\frac{-\rho_0 g}{P_0}h}$$

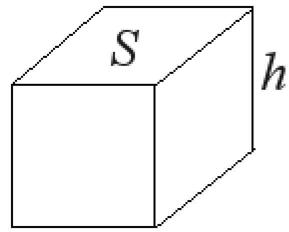
$$P=P_0 e^{\frac{-h}{7990}}$$

- h se uvrštava u metrima da se P dobije u pascalima
- ako uzmemo precizniju formulu

$$P=P_0\left(1-\frac{0.0065\,h}{288}\right)^{5.255}$$

UZGON

- zanima nas djelovanje hidrostackog tlaka na tijelo uronjeno u fluid
- pokus sa vagom i tijelom koje uranjamo u vodu
- promatramo neku kockicu u vodi, neko kruto tijelo rastavimo na kockice i svako promatramo posebno
- na gornju plohu djeluje atmosferski tlak i hidrostatski tlak visine h_1 a na donju vanjski tlak i tlak visine h_2
- na bočne stranice djeluju isti tlakovi koji daju sile koji se ponište
- rezultanta sila djeluje prema gore pa je da većoj dubini tlak veći pa se zbog razlike tlakova javlja rezultanta prema gore



površina je S

G: h_1 $P_1 = P_a + \rho g h_1$ $F_1 = P_1 S$ – prema dolje

D: h_2 $P_2 = P_a + \rho g h_2$ $F_2 = P_2 S$ – prema gore

$F = F_2 - F_1 = S(P_a + \rho g h_2 - P_a - rgo g h_2) = S \rho g (h_2 - h_1) = S \rho g h = \rho g V$

$U = \rho g V$

- to je zapravo težina istisnute tekućine (ARHIMEDOV princip)
- težina tijela uronjenog u fluid smanjuje se za težinu istog tog fluida

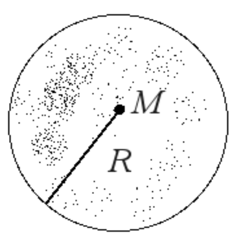
- osim uzgona djeluje i sila teža pa rezultantna sila ovisi o djelovanju te dvije sile

$\vec{F} = \vec{F}_g + \vec{U}$

- to ovisi o odnosu gustoća

POVRŠINSKA NAPETOST

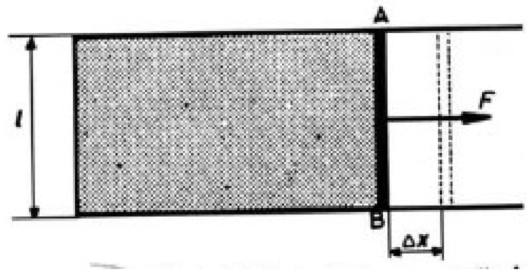
- u tekućinama djeluju sile između čestica



- R je polumjer molekularnog međudjelovanja
- r_M je udaljenost između molekula onda je $R = 10\, r_M$

- ima osjećaj ko da postoji tanka opna na površini

– vidjeli smo da površina nastoji poprimiti minimalnu površinu



– imamo okvir i opnu od sapunice

– l je širina okvira, sa druge strane je pomična

– sila napetosti želi smanjiti površinu pa moramo silom istog iznosa djelovati u suprotnom smjeru

– djelujemo silom na nekom putu Δx i izvršimo neki rad pri čemu se poveća površina tekućine za ΔS

– koeficijent napetosti je količina rada potrebna da se za neki iznos poveća površina

$\Delta W = F \Delta x$

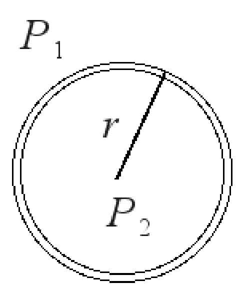
$\Delta S = 2 l \Delta x$ - zbog 2 površine, između dva sloja je voda

$$\sigma = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta W}{2 l \Delta x} = \frac{dW}{dS}$$

$$\sigma = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{F \cancel{\Delta x}}{2 l \cancel{\Delta x}} = \frac{F}{2l}$$

– sila djeluje tangencijalno na površinu

TLAK ISPOD ZAKRIVLJENE POVRŠINE TEKUĆINE



P_2 P_1

– mjehurić se želi stegnuti i stvoriti minimalnu površinu

– unutrašnji tlak mora uravnotežiti vanjski tlak i stezanje mjehurića

$\Delta P = P_2 - P_1$ - NADTLAK

– gledamo kao da se povećava polumjer mjehurića

$r \rightarrow r + dr$

$d W = \sigma dS$

$S = 4 r^2 \pi$ - površina sfere, diferenciramo

$dS = 8 r \pi dr$

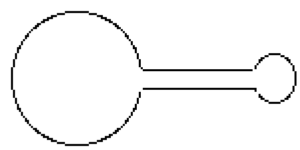
$dW = 2 \sigma 8 r \pi dr$

– možemo izračunati preko razlike potencijalne energije

$dW = \Delta P 4 r^2 \pi dr$

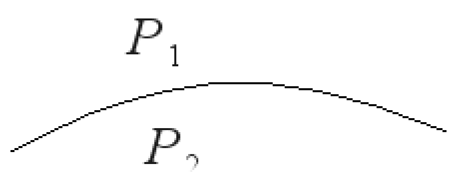
$2 \sigma 8 r \pi dr = \Delta P 4 r^2 \pi dr$

$\Delta P = \frac{4 \sigma}{dr}$



– ako imamo dva mjehurića uronjena u fluid, tada tekućina ide iz višeg tlaka u područje nižeg, odnosno di je manji nad tlak pa tada mali ide u veliki mjehurić

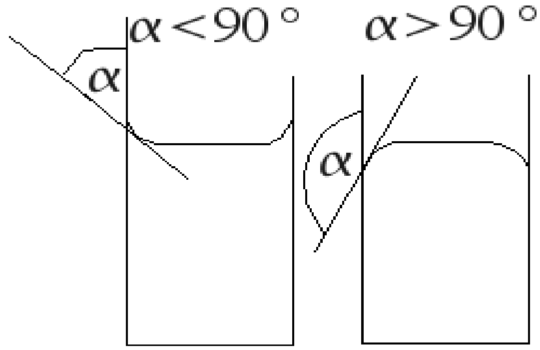
– ako bi imali umjesto sapunice mjehurić zraka tada bi formula bila $\Delta P = \frac{2 \sigma}{r}$



– s konkavne strane je tlak veći ($P_2 > P_1$)

POVRŠINSKA NAPETOST NA GRANICI TEKUĆINE I ČVSTOG TIJELA

- postoje sile KOHEZIJE (između molekula vode) i ADHEZIJE (između tekućine i posude)



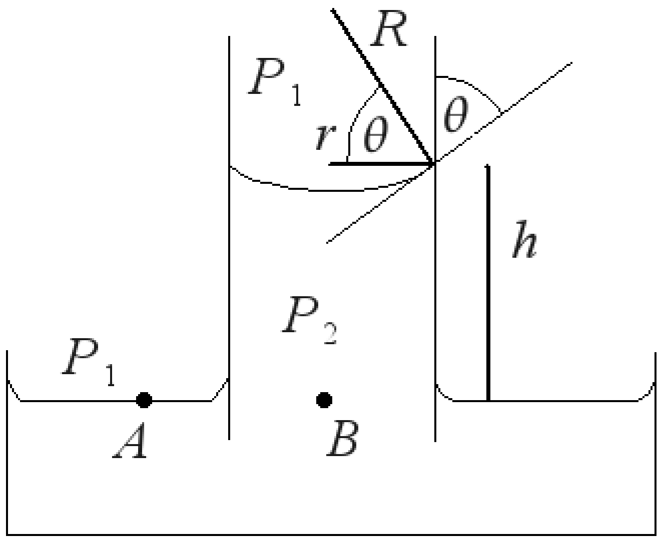
- lijevo vlaži, desno ne vlaži
- ovisi o tekućini i i posudi
- ako si sile kohezije veće od adhezije tada lijeva slika inače desna

OKRAJNJI KUT

- povučemo tangentu na površinu (t , α)

KAPILARNOST

- ako imamo kapilaru, onda se voda u njoj podigne 8kapilarna elevacija) a živa se spusti (kapilarna depresija)
- zanima nas visina h za kapilarnu elevaciju



σ, r, θ, ρ

- gledamo dva fluida zrak i tekućinu, tlakove p_2 , p_1
- referentni nivo su točke A i B

$P_A = P_B$

$P_1 = P_2 + \rho g h$

$P_1 - P_2 = \rho g h$

$\Delta P = \rho g h$

$\Delta P = \frac{2\sigma}{R}$

$R = \frac{r}{\cos}\theta$

$\frac{4\sigma\cos\theta}{r} = \rho g h$

$h = \frac{4\sigma\cos\theta}{\rho g r}$

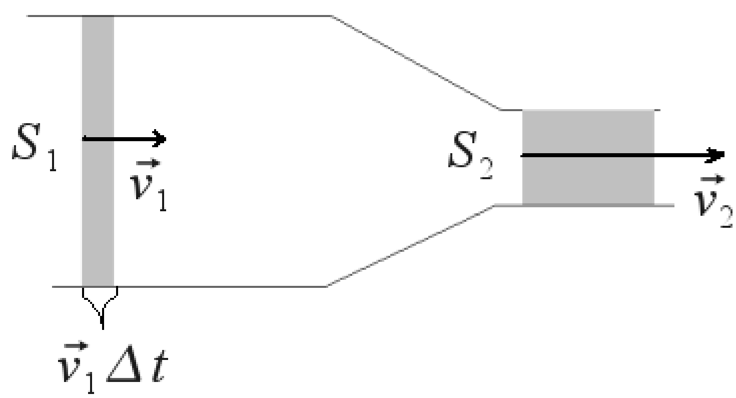
FIZIKA 1

(11. Tjedan predavanja)

JEDNADŽBA KONTUNUITETA

$\rho = konst$
$\vec{v}(\vec{r})$

- količina fluida je konstantna pa ukupna masa mora biti očuvana
- promatramo u istom vremenu, pa volumen mora biti isti
- kroz uže dijelove se giba fluid brže



(1) $q_v = \frac{S_1 v_1 \Delta t}{\Delta t} = S_1 v_1$

(2)

$q_v = S_2 v_2$

$v_1 S_1 = v_2 S_2$

$vS = konst.$

- mijenja se brzina jer djeluje neka sila
- ta sila je zbog razlike tlakova $P_1 > P_2$

$dS \quad \vec{n}$

$d\vec{S}=dS\,\vec{n}$

$dq=\vec{v}\,d\vec{S}=\vec{v}\,\vec{n}\,dS$

- $q<0$ kad tekućina ulazi u volumen, a kad izlazi tada je pozitivan

$q=\int_{s}\vec{v}\,\vec{n}\,d\,S$

S – bočne plohe

- kroz bočne plohe $\int_{S}\vec{v}\,\vec{m}\,dS=0$

$q_1=\int_{S_1}\vec{v}\,\vec{n}\,dS$

$q_2=\int_{S_2}\vec{v}\,\vec{n}\,dS$

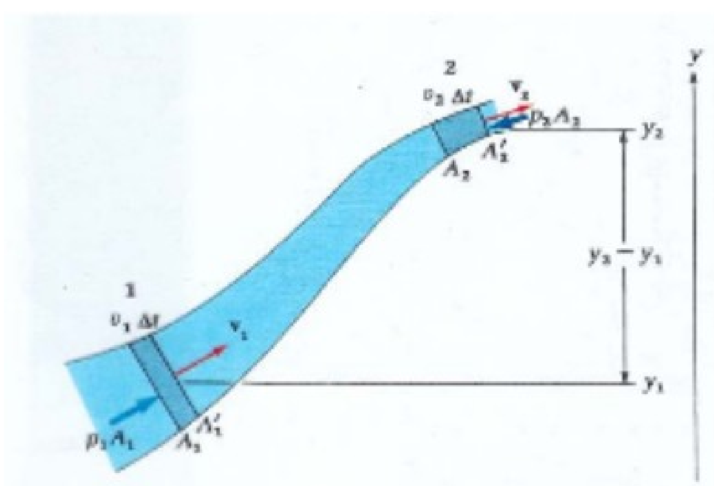
$q_1+q_2=0$

- uzmemo integral po zatvorenoj plohi

$\oint_{S_1 U S_2 U S}\vec{v}\,\vec{m}\,dS=0$

BERNULIJEVA JEDNADŽBA

- na lijevom dijelu se pomakne i izvrši se neki rad
- pri pomaku na desnoj strani djeluje sila $\vec{F}_2$ su suprotnom smjeru od $\vec{F}_1$
- promjena energije mora biti jednak radu koji izvrši rezultantna sila



- ako uvrstimo potencijalnu energiju
- dolje koliko je fluida napustilo a gore koliko je ušlo
- zanima nas promjena mehaničke energije
- energija fluida između se nije promijenila
- kinetička i potencijalna energija lijevog dijela
- desni dio kinetička i potencijalna energija
- usporedimo ta 2 dijela i dobijemo bernulijevu jednadžbu

- lijevo

$F_{1,} P_{1,} v_{1,} S_1$

- desno

$F_{2,} P_{2,} v_{2,} S_2$

$\Delta W = F_1 \Delta x_1 - F_2 \Delta x_2 = P_1 S_1 \Delta x_1 - P_2 S_2 \Delta x_2$

$v_1 S_1 = v_2 S_2$ - jednadžba kontinuiteta

- lijevo izađe $\Delta V_1 = x_1 S_1$
- desno uđe $\Delta V_2 = \Delta x_2 S_2$

$\Delta x_1 S_1 = \Delta x_2 S_2$

$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$

$\Delta W = (P_1 - P_2) \Delta V$

- zanima nas dio cijevi koji je izašao i koji je desno ušao
- mase označimo Δm

$$\Delta W = \Delta E_M = \Delta m g y_2 + \frac{\Delta m v_2^2}{2} - \Delta m g y_1 - \frac{m v_1^2}{2}$$

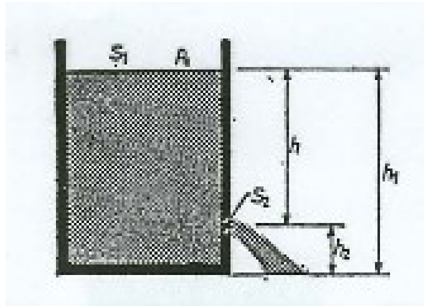
$\Delta m = \rho \Delta V$

$$(P_1 - P_2) \cancel{\Delta V} = \Delta E_M = \rho \cancel{\Delta V} (g y_2 + \frac{v_2^2}{2} - g y_1 - \frac{v_1^2}{2})$$

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g y_1 = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g y_2$$

$$P + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g y = konst.$$

- u svakoj točki neke strujnice zbroj statičkog tlaka P , tlaka $\rho g h$ uzrokovanog visinskom razlikom pojedinih dijelova fluida i dinamičkog tlaka $\frac{1}{2}\rho v^2$ uvijek je konstantan



- zanima nas brzina istjecanja u odnosu na visinu h

- na vrhu imamo $P_1 = P_{AT}$ S_1 $v_1\, y_1 = h$
- na dnu imamo $P_2 = P_{AT}$ S_2 $V_2\, y_2 = 0$

$$P_{AT} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = P_{AT} + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$S_1 \gg S_2$$

$$\frac{S_2}{S_1} \ll 1$$

$$v_1 = \frac{S_2}{S_1} v_2 = 0$$

$$v_2 = \sqrt{2 g h}$$

- TORRICELLI, zakon istjecanja

EFEKT KONTRAKCIJE MLAZA

$$0{,}6 \leq k \leq 0.9$$

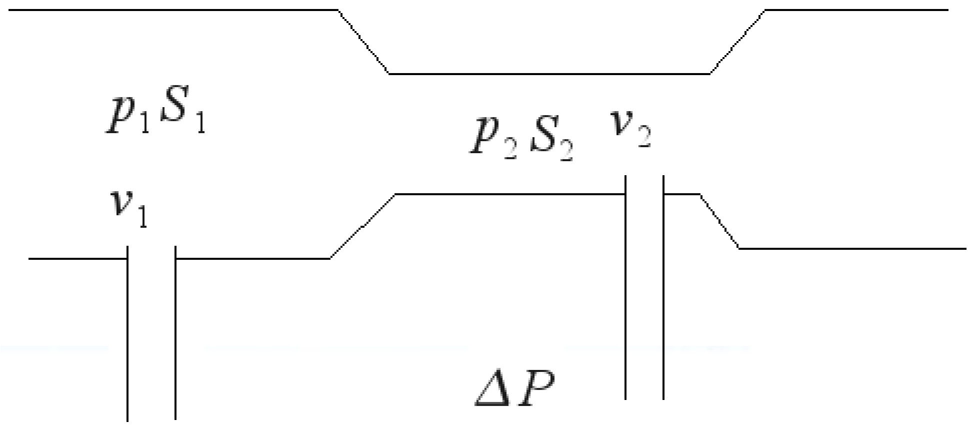
- k je koeficijent kontrakcije

VOLUMNI PROTOK

$$q = k v S = k \sqrt{2 g h} S$$

VENTURIJEVA CIJEV

- mjerenje brzine strujanja fluida
- zanima nas veza između razlike tlakova i brzine strujanja fluida u cijevi



- imamo bernulijevu jednadžbu

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho v_2}{2}$$

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

$$v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2}$$

$$\Delta P = P_1 - P_2$$

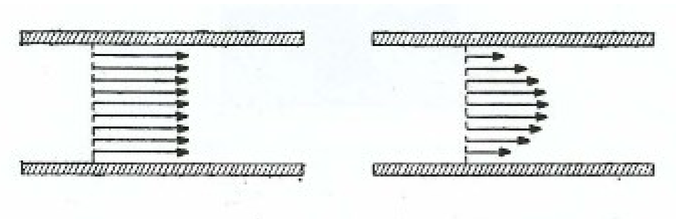
- tlak na dijelu gdje je cijev šira mora biti manja nego na dijelu gdje je uža
- izračunati v_1

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \Delta P}{q [\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1]}}$$

REALNI FLUID

- imamo trenje između slojeva i cijevi
- mora biti korekcija bernulijeve jednadžbe s disipativnom silama

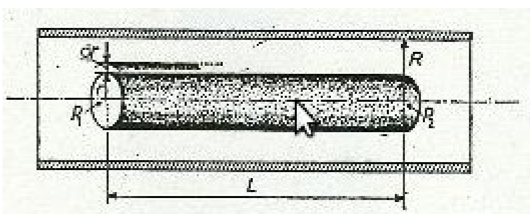
VISKOZNOST

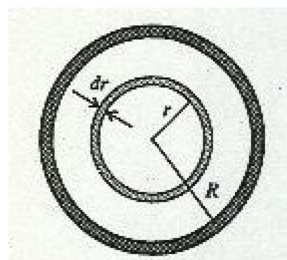


– zanima nas iznos za silu trenja

$F_{TR} = \eta S \frac{dv}{d_z}$ - jedinica $[\eta] = Pa\,s$

$\Upsilon = \frac{\eta}{\rho}$





– javlja se razlika tlakova između 2 sloja

– fluid se giba u desnu stranu

– F_1 djeluje suprotno od smjera gibanja

– ta sila je jednaka viskoznim trenju

$F = (P_1 - P_2) r^2 \pi$

$F_{TR} = \eta S \frac{dv}{dr} = \eta 2 r \pi L \frac{dv}{dr}$

$\vec{F} + \vec{F}_{TR} = 0$

$(P_1 - P_2) r^2 \pi = -\eta 2 r \pi L \frac{dv}{dr}$

$\int dv = -\int \frac{P_1 - P_2}{2 \eta L} r\,dr$

$v = -\frac{P_1 - P_2}{2 \eta L} \frac{r^2}{2} + C$

– C određujemo iz rubnog uvjeta

$r = R,\ v = 0$

$C = \frac{P_1 - P_2}{2\eta L}\frac{R^2}{2}$

$v = \frac{P_1 - P_2}{4\eta L}(R^2 - r^2)$

$S = r^2\pi$

$dS = 2\pi\, d\, r$

$q = \int v\, dS = \int_0^r \frac{P_1 - P_2}{4\eta L}(R^2 - r^2) 2 r \pi\, dr = \frac{\pi}{8\eta}\frac{P_1 - P_2}{L} R^4$

- volumni protok

$q_v = \frac{\pi}{8\eta}\frac{P_1 - P_2}{L} R^4$

$F = (P_1 - P_2) R^2 \pi$

$F = F_{tr}$

$F_{TR} = \frac{(P_1 - P_2) R^4 \pi}{R^2} = \frac{8\eta L q}{R^2}$

$\bar{v} = \frac{q}{S}$

$q = \bar{v} S$

$F_{TR} = \frac{8\eta L}{R^2}\bar{v} S = \frac{8\eta L}{R^2}\bar{v} R^2 \pi = 8\pi \eta L \bar{v}$

POISSELOVA FORMULA

RAYNOLDS

$v \gg v_{KR}$

$R = \frac{\rho v l}{\eta}$

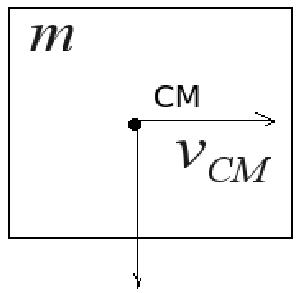
$R > R_{KR}$ – tada imamo turbulenciju

$R = 2300$

TOPLINA I TEMPERATURA

TERMOMOMETRIJA

- kako mjeriti temperaturu
- na mikroskopskom svijetu se sve čestice gibaju u svim tijelima, u čvrstim, u plinovima s kaotično gibaju velikim brzinama



- centar mase sustava je na miru a čestice se neprekidno gibaju
- uvodimo pojam unutrašnje energije
- čestice imaju kinetičku i potencijalnu energiju

UNUTRAŠNJA ENERGIJA

- unutrašnja energija tijela jednaka je zbroju kinetičkih energija unutrašnjeg gibanja svih čestica u tijelu i potencijalnih energija njihova međudjelovanja
- ako se kontejner giba (ukupna energija je zbroj unutarnje i vanjske kinetičke

$E=U+E_M$

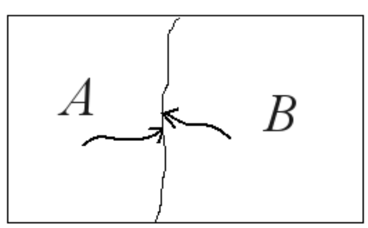
$E=U+E_{KCM}+E_P$

- ako se CM giba nekom brzinom v

$E_p=mgh$

$E_{KCM}=\frac{m v_{CM}^2}{2}$

- uzmemo 2 tijela i dovedemo ih u termički kontakt



- sustav A i B mogu izmjenjivati energiju a ne čestice
- granica je posrednik za izmjenjivanje energije čestica

TERMIČKA RAVNOTEŽA

- kad se uspostavi nema vise izmjene energije, sustav B predaje istu količinu energiju ko i sustav A, uvodi se pojam temperatura

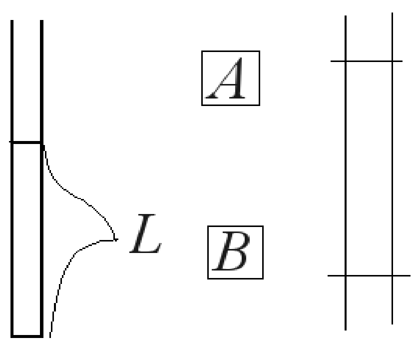
TEMPERATURA

- ako su sustavu u termičkoj ravnoteži znači da imaju istu temperaturu
- na mikroskopskom svijetu mjeru prosječnu kinetički energiju
- energija koja se izmjenjuje na mikroskopskom nivou zove se toplina
- ako A ima veću temperaturu tada toplina prelazi iz A u B

DEFINICIJA TEMPERATURE

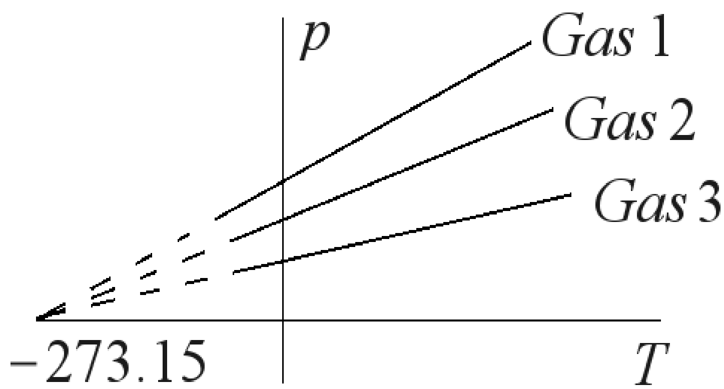
- 2 sustava u termičkoj ravnoteži s trećim sustavom međusobno su u termičkoj ravnoteži

TERMOMETRIJSKO SVOJSTVO



- živin termometar jer se živa linearno mijenja
- koristi se rastezanje, pa promjena volumena, promjena otpora
- moramo ga i baždariti (odaberemo fiksne točke)
- fiksne točke koji u danim uvjetima imaju istu temperaturu koja se može lako dobiti i reproducirati (ledište vode, kad nema izmjene između leda i vode i tlak $P_a = 1013\, Bar$, i vrelište vode pri istom tlaku, uzme se da je ledište vode 0° a vrelište 100)
- u americi je u upotrebi FARENHEITOVA – u njoj se ledište vode uzima kao $32\,°F$ a vrelište $212\,°F$

- u fizici se koristi termo-dinamička temperaturna skala
- fizičar AMONTOS je krajem 18. st. otkrio da produljenje pravaca se sječe u točki
- KELVIN je uzeo to sjecište kao najnižu temperaturu (apsolutna 0)
- 2. točka je kad se u ravnoteži nalaze sva 3 stanja vode (trojna točka)
  $t=0.01\,°C \quad p=1\,mBar$



KELIN

- je ($T=\frac{1}{273.16}$) dio termo-dinamičke temperature trojnog stanja vode

$T(K)=273.15+t(°C)$

- promjena apsolutne temperature je ista u K kao i u °C

TOPLINSKO RASTEZANJE ČVRSTIH TVARI I TEKUĆINA

LINEARNO RASTEZANJE

- ako uzmemo tijelo koje ima 2 dimenzije jako malo a 3. normalnu možemo zanemariti o 2 male
- eksperimentalna je činjenica da se duljina mijenja

$l_p \quad T_p$

$l \quad T$

$l=l_p(1+\alpha\Delta T)$

- α je koeficijent termičkog rastezanja

$\alpha=\frac{1}{l\,p}\frac{\Delta l}{\Delta}t$ - za male intervale

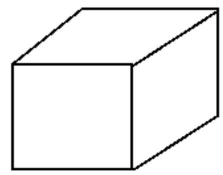
$\alpha=\frac{1}{l\,p}\frac{dl}{dT}$

$$\Delta l = l_p \int_{T_p}^{T} \alpha \, dT$$

$$\alpha \approx 10^{-6} K^{-1}$$

VOLUMNO RASTEZANJE

- dolazi se iz izraza za linearno rastezanje



$T_p \quad V = l_p^3$ -početna

$T \quad V = l^3$ - konačna

$$V = l^3 = l_p^3 (1+\alpha)^3 = V_p (1 + 3\alpha\,\Delta T + 3\alpha\,\Delta T^2 + \alpha\,\Delta T^3) = V_p (1 + 3\,\alpha\,\Delta T) = V_p (1 + \gamma\,\Delta T)$$

γ - volumni koeficijent rastezanja

$V = V_P (1 - \gamma\,\Delta T)$ - vrijedi i za rastezanje tekućine samo je γ puno veći

- γ je za većinu tijela pozitivan ali ima kod nekih tijela za koje je negativan u nekim intervalima (kod vode)

IDEALNI PLIN

- zanemarujemo međudjelovanje
- obično zatvoren u neku posudu
- dimenzije čestice se zanemaruju u odnosu na dimenzije posude
- čestice definiramo kao materijalne točke
- čestice izmjenjuju energiju samo u sudarima

1. ZAKON: BOYLE – MARIOTT – IZOTERMNA promjena $T = konst$

$PV = konst$

- za realne plinove kod viših tlakova (1kPa) bi došlo odstupanje jer čestice počinju među djelovati

2. ZAKON: GAY-LUSSAC – promatra promjenu volumena i temperature IZOBARNA

$V_0 \quad 0\,°c$

$V_t \quad t$

$V_t = V_0(1+\alpha t)$

V_0 je volumen na 0°C

$\alpha = \frac{1}{273.15} = 3.66 \cdot 10^{-3} K^{-1}$

$V = V_0(1+\frac{t}{273.15}) = V_0(\frac{273.15+t}{273.15}) = V_o \frac{T}{T_0}$

$\frac{V}{T} = \frac{V_0}{T_0}$

3. ZAKON – CHARLES-ov IHOHORNA

$V = konst$

$P_t = P_0(1-\beta t)$

$P_o \quad t = 0\,°C$

$\beta = \alpha$

$\frac{P}{T} = \frac{P_0}{T_0}$

JEDNAĐBA STANJA IDEALNOG PLINA

$T \quad P \quad V$

$k(T, P, V) = 0$

POČETNO STANJE:

$T_0 = 273.15\,K \quad P_0 = 101325\,Pa \quad V_0$

KONAČNO STANJE

$T \;,\; P \;,\; V$

– prelazimo izobarno iz početnog u neko međustanje

$(T_{0,} V_{0,} P_0) \rightarrow (T, V, P_0) \rightarrow (T, P, V)$

$\frac{T}{V}{}' = \frac{T_0}{V_0}$

$V' = v_0 \frac{T}{T_0}$

$P_0 V' = PV$

$V' = V \frac{P}{P_0}$

$V_0 \frac{T}{T_0} = V \frac{P}{P_0}$

$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{PV}{T}$

AVOGADROV ZAKON

– jednaki volumen svih plinova pri istoj temperaturi i tlaku imaju jednak broj čestica

MNOŽINA ILI KOLIČINA TVARI

– u -> atomska jedinica mase

$u = \frac{1}{12} MASE\ 12\check{}\ C$

$u = 1.661 \cdot 10^{-27}\ Kg$

n , MOL , $KMOL$

– uzmemo da je masa mjerena u kg numerički je jednaka masi u atomskim jedinicama mase

H_2 $2.016\ kg$ vodika sadrži $1\ KMOL$

– zanima nas broj čestica u jedom $KMOL$ neke tvari

$N = \frac{masa\ 1\ KMOL[kg]}{masa\ 1\ CESTICE[kg]} = \frac{masa\ 1\ KMOL[kg]}{(masa\ 1\ cestice\ u\ atomslkim\ jedinicama\ mase) \cdot 1.661 \cdot 10^{-27}\ kg}$

$N = 6.022^{26}$ - broj čestica u jednom kilogramu

$N = n N_A$

– MOL je količina tvari sustava koji ima toliko osnovnih čestica koliko je atoma u 12 g ugljika C^{12}

V_m

$$T_0 = 273.15\,K$$

$$P_0 = 101325\,Pa$$

$$V_m = 22.4 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{mol}$$

$$V_0 = n V_m$$

$$P \frac{V}{T} = \frac{P_0 V_m n}{T_0}$$

$$R = \frac{P_0 V_m}{T_0} = 8.314\,J\,mol^{-1}\,K^1$$

$PV = nRT$ – CLAPETYPONOVA J. STANJA PLINA

$$m = n M$$

$$PV = \frac{m}{M} RT$$

$$PV = \frac{N}{N_0} RT$$

$$\kappa = \frac{R}{N_0} = 1.36 \cdot 10^{-32}$$

$$PV = \kappa NT$$

TOPLINSKI KAPACITET

$c = \frac{\Delta q}{\Delta T}$ ... specifični toplinski kapacitet

- toplina potrebna da se tijelu temperatura povisi za 1°

$$c = \frac{1}{m} \frac{\Delta q}{\delta T} \qquad [c] = \frac{J}{kg\,K}$$

$$c = \frac{1}{m} \lim_{\Delta T \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta T} = \frac{1}{m} \frac{dq}{dT}$$

$$\Delta q = c\,m\,\Delta T = \int_{T_1}^{T_0} cmdT$$

$C = \frac{1}{m} \frac{\Delta q}{\delta T}$ - molarni toplinski kapacitet

– veza između C i c

$m = n M$

1 over n = M over m

$C = \frac{M}{m} \frac{\Delta q}{\Delta T} = M c$

$C_p = \frac{1}{m} (\frac{dq}{dT})$ - p je konstantan

$C_v = \frac{1}{m} (\frac{dq}{dT})$ - V je konstantan

NERMST – LICHLEMANOVA REAKCIJA

$C_v = C_p [1 - a \frac{M_{CP} T}{T_m}]$ $a = 0{,}0051 \frac{Mol\, K}{J}$

T_m - T taljenja za a

PROMJENE AGREGATNIH STANJA

FAZA je homogeni dio nekog sustava koji u svim svojim dijelovima ima ista svojstva i koji je određen granicama, odvojen od ostalih dijelova sustava

$q = mL$ - latentna toplina

FAZNI DIAGRAM

$V = \frac{v}{m}$

$V_m = \frac{v}{n}$

PRIJENOS TOPLINE

1. VOĐENJE (kruta tijela)
2. STRUJANJE (tekućine)
3. ZRAČENJE (sunce)

FURIEROV ZAKON VOĐENJA

$$q=-\lambda\frac{\Delta T}{\Delta x}St$$

T_1 , T_2 , $\Delta T=T_2-T_1$

λ - koeficijent toplinske vodljivosti materijala

$\frac{\Delta T}{\Delta x}$ - gradijent topline

TOLPINSKI TOK

$$\phi=\frac{Q}{t}=-\lambda\frac{\Delta t}{\Delta x}S$$

$q=\frac{-\phi}{S}=-\lambda\frac{\Delta T}{\Delta x}$ - gustoća toplinskog voda

$$\phi=\frac{\Delta T}{\frac{\Delta x}{\lambda S}}=\frac{-\Delta T}{R}=\frac{|\Delta t|}{R}$$

PRIJENOS TOPLINE STRUJANJEM

$$q=hc(T_p-T_F)$$

hc - koeficijent konvekcije

RADIJACAIJA

$$I=\sigma T^4$$

$$\sigma=5{,}67\cdot 10^{-8}W\,s^{-2}k^{-4}$$

- crno tijelo emitira $4x$ veću toplinu i najbolji je apsorbira i emiter topline

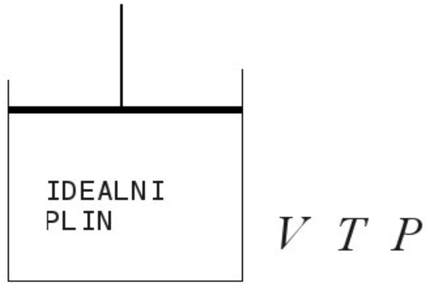
ϵ - koeficijent emisivosti

$I = \epsilon \sigma T^4$

FIZIKA 1

(13. Tjedan predavanja)

TERMODINAMIČKI SUSTAV



- promatramo interakciju termodinamičkog sustava I okoline
- masa klipa se zanemaruje I klip se u cilindru giba bez trenja
- u ravnotežnom stanju imamo jednaki tlak P I toplinu u cijelom cilindru
- mičemo klip I promatramo promjene

POČETNO STANJE

P_1 , T_1 , V_1

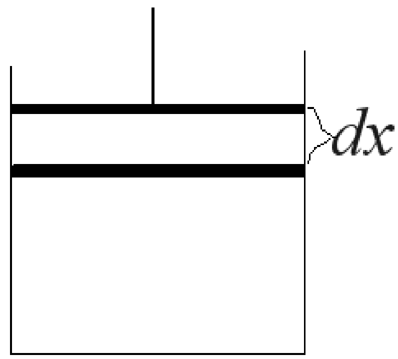
KONANO STANJE (do njega smo došli kroz beskonačno mnogo, gotovo ravnotežnih, stanja)

P_2 , T_2 , V_2

- promatramo reverzibilne promjene (brojimo anđele na vrhu igle)

PROMJER REVERZIBILNOG PROCESA

- ireverzibilni procesi su brzi (npr. ako komprimiramo plin i onda pustimo klip on ce brzo iskočiti van)



$S \quad P \quad V$

$đq$ (infinitezimalna promjena), dT

$dW = F\,dx = P\,S\,dx = P\,dv$

$dW = P\,dV$

$W = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV$

- idealni plin ovisi i P i V

$f(x, y)$

- zanima nas infinitezimalna promjena ovakve veličine
- možemo za neke funkcije pokazati preko potpunog diferencijala

$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial q} dq$

$đ\ f = M(x, y) dx + N(x, y) dy$

$M(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x}$

$N(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}$

$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y, \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$

$\int_P^K df = f(K) - f(P)$

$\oint df = 0$

- po zatvorenoj putanji je integral 0

FUNKCIJE STANJA su one za koje vrijedi da je infinitezimalna promjena jednaka totalnom diferencijalu

$đf = df$

$\oint dU = 0$

- za funkcije koje ne vrijedi ovaj uvjet nisu reverzibilne (funkcije procesa..)

$\oint dW \neq 0$

1. ZAKON TERMODINAMIKE

- ako ubacimo energiju u sustav dio se potroši na unutarnju energiju, a dio na rad

$q = \Delta U + W$

- izravna posljedica očuvanja energije
- ako dovodimo toplinu u sustav onda je pozitivna
- ako sustav predaje okolini onda je negativna

$W > 0$

$W < 0$

$q - W = \Delta U$

- dovodimo toplinu na sustav $q > 0$
- klip ekspandira i radi neki rad na okolinu $W > 0$

$đq = dU + đW$

- prvi zakon termodinamike u infinitezimalnom obliku
- unutrašnja energija funkcija stanja

$đq = dU + PdV$

$V = konst$

- slijedi $đq = dU$

$đq = nC_V\, dT$

$d\,U = đq = m\,C_v\, dT$ - vidimo da promjena unutrašnje energije ovisi samo o toplini

$đq = m\,C_v\, dT + P\, dV$

CIKLIČKI TERMODINAMIČKI PROCES

$\Delta U = 0$

$q = W$

RAD PRI PROMJENI STANJA PLINA

IZOHOLNI ($V = konst.$)

- kad je volumen konstantan

$W = 0$

- sva toplina koja se dovede troši se na povećanje unutrašnje energije

IZOBARNI ($P = konst.$)

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV = P \int_{V_1}^{V_2} P\,dV = P(V_2 - V_1)$$

IZOTERMAN ($T = konst.$)

$\Delta U = 0$

$q = W$

$PV = nRT$

$$P = \frac{nRT}{V}$$

$$W = \int_{V_1} V_2 P\,dV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$W = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

ADIJABATSKI (nema izmjene topline s okolinom)

$q = 0$

$\Delta U = -W$

$W > 0$ (ekspandiramo)

$\Delta U < 0$

$W < 0$ (komprimiramo)

$\Delta U > 0$

ADMIJABATSKI PROCES

MAYER -ova relacija

$C_p \quad C_v$

$đq = nC_V\, dT + PdV$

$đq = nC_p dT$

$m\,C_p dT = m\,C_v dT + P\,dV$

– iskoristimo da je proces izobaran

$PV = nRT$

– diferenciramo

$P\,dV = nRdT$

$n(C_P - C_V)\,dT = nRdT$

– usporedimo

$C_p - C_v = R$

$$\kappa = \frac{C_p}{C_v}$$

$$C_v = \frac{R}{\kappa - 1}$$

$$C_p = \frac{\kappa R}{\kappa - 1}$$

JEDNAĐBA ADIJABATE

$d\,U = -đW$

$nC_v dT = -P\,dV$

$$\frac{n\,R}{\kappa - 1} dT = -n\,RT\,\frac{dV}{V}$$

$T - V$ - veza nas zanima

$$\frac{n\,R}{\kappa - 1}\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T} = -n\,R\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V}$$ (n i R se pokrate)

$$\frac{1}{\kappa - 1}\ln\frac{T_2}{T_1} = -\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}$$

$$T\,V^{\kappa-1}=konst.$$

$$\frac{T_2}{T_1}=\frac{p_2 V_2}{p_1 T_1}$$

$P-V$ - veza

$$\frac{P_2}{P_1}=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa}$$

$$P\,V^{\kappa}=konst.$$

$T-P$ - veza

- usporedimo izraze za $\frac{V_1}{V_2}$

$$\frac{T_2}{T_1}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$T^{\kappa}\,P^{1-\kappa}=konst.$$

ADIJABATSKI PROCES

- iskoristimo POISSONOVU jednadžbu

$$T\,V^{\kappa-1}=A$$

$$T=\frac{A}{V^{\kappa-1}}$$

$$W=\int_{V_1}^{V_2} P\,dV=\int_{V_1}^{V_2} n\,RT\,\frac{dV}{V}=\int_{V_1}^{V_2} n\,R\frac{A}{V^{\kappa-1}}\,\frac{dV}{V}=\int_{V_1}^{V_2} n\,R\,A\frac{dV}{V^{\kappa}}$$

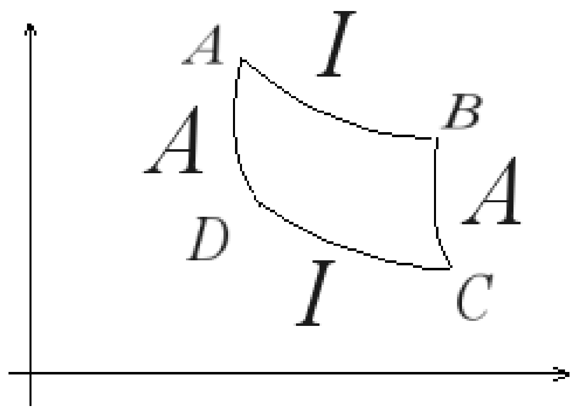
$$W=\frac{n\,R\,A}{\kappa-1}\left(\frac{1}{V_2^{\kappa-1}}-\frac{1}{V_1^{\kappa-1}}\right)=\frac{nR}{\kappa-1}(T_1-T_2)$$

- nemoguć je proces u kojem temperatura spontano prelazi iz spremnika niže u spremnik više temperature

KEWIN-PLANCOVA formulacija

- nemoguće je napraviti stroj koji bi, ponavljajući kružni proces, mogao svu toplinu uzetu iz jednog spremnika pretvoriti u rad. Ako se iz topline želi dobiti rad uvijek dio Q mora preći u okolinu (Perpetuum mobile 2. vrste)

CARNOTOV PROCES



$$\begin{array}{ccccccccc} & izotermna & & adijabata & & izotermna & & adijabata & \\ A & & B & & C & & D & & A \\ P_{1,}V_{1,}T_1 & & P_{2,}V_{2,}T_1 & & P_{2,}V_{2,}T_2 & & P_{1,}V_{1,}T_2 & & P_{1,}V_{1,}T_1 \end{array}$$

$$W_{12}=nRT_1\ln\frac{V_2}{V_1} \qquad Q_1=W_{12}$$

$$W_{23}=n\frac{R}{\kappa-1}(T_2-T_1)$$

$$W_{34}=nRT_2\ln\frac{V_4}{V_3} \qquad Q_2=W_{34}$$

$$W_{41}=n\frac{R}{\kappa-1}(T_2-T_1)$$

$$W_{23}=-W_{41}$$

$$W=W_{12}+W_{23}+W_{34}+W_{41}=W_{12}+W_{34}=Q_1+Q_2=|Q_1|-|Q_2|$$

$$W=|Q_1|-|Q_2|$$

$$\mu=\frac{|Q_1|-|Q_2|}{|Q_1|}=1-\frac{|Q_2|}{|Q_1|}=1-\frac{T_2}{T_1}$$

$T = konst.$

$$\frac{|Q_2|}{|Q_1|} = \frac{-nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}}{n\,R\,T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{nRT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{n\,R\,T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

$\Delta Q = 0$ – adijabatski proces

$T_1 V_2^{\kappa-1} = T_2 V_3^{\kappa-1}$

$T_1 V_1^{\kappa-1} = T_2 V_4^{\kappa-1}$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

ENTROPIJA

$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} = 0$ Reducirana toplina $\frac{Q}{T}$

$$\frac{dQ}{T} = dS$$

$$S_k - S_p = \int_p^k \frac{đQ}{T}$$

$$\oint dS = 0$$

KINETIČKA TEORIJA PLINOVA

$\bar{\vec{v}} = 0$

UVJETI ZA IDEALNI PLIN:

- volumen molekule je zanemariv u odnosu na volumen posude
- molekule se savršeno sudaraju i izmjenjuju E
- raspodjela molekula po brzinama je jednaka
- međudjelovanja molekula zanemariva ($U = E_k$, $E_p = 0$)
- srednja brzina pojedinih molekula je 0

N čestica, m , v_x , a (duljina stranice posude)

– kod sudara sa stjenkom posude promjena količine gibanja je

$\Delta p_{ix} = 2 m_0 v_{ix}$

– ako se posuda sudari sa stjenkom posude ponovno za $\frac{2a}{v_{ix}}$ vremena tada je $\frac{v_{ix}}{2a}$ broj sudara u sekundi

$$F_i \Delta t = \frac{V_{ix}}{2a}(-2 m_0 v_{ix} \Delta t)$$

$$F_i = \frac{m_0}{a} v_{ix}^2$$

$$F = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_o}{a} v_{ix}$$

$$P = \frac{F}{a^2} = \frac{m}{a^3} \sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2 = \frac{m_0}{V} \sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2$$

$\overline{v_{ix}^2}$ – srednja kvadratična brzina

$$\bar{v}_{ix}^{\,2} = \frac{\sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2}{N} \qquad \sum_{i=1}^{N} v_{ix}^2 = N \bar{v}_{ix}^{\,2}$$

$$P = \frac{N}{M} m_o \bar{v}_{ix}^{\,2}$$

$$\bar{v}_x^{\,2} = \bar{v}_y^{\,2} = \bar{v}_z^{\,2}$$

$$\bar{v}^2 = \bar{v}_x^{\,2} + \bar{v}_y^{\,2} + \bar{v}_z^{\,2}$$

$$\bar{v}_x^{\,2} = \frac{1}{3} \bar{v}^2$$

$$P = \frac{N}{V} m_0 \frac{1}{3} \bar{v}^2$$

$$P = \frac{2}{3} \frac{m_o}{V} \bar{E}_k \qquad E_{ki} = \frac{1}{m} m_o \bar{v}_i$$

$$pV = N \kappa T = \frac{2}{3} N \bar{E}_k \qquad \bar{E}_k = \frac{3}{2} \kappa T$$