

## Međuispit iz Fizike (3. svibnja 2019.)

### 1. Pitanja višestrukog izbora

**Upute:** Na pitanja odgovarati zacrnjivanjem kružića na priloženom Obrascu za odgovore. Svaki zadatak nosi jedan bod. **Netočni** odgovori nose **-0.25 bodova**, a neodgovorena pitanja nose nula bodova.

1.1 Čestica se giba po putanji i iznos brzine joj se povećava u vremenu. Koja je od sljedećih tvrdnji točna?

- (a) Brzina i akceleracija čestice su uvijek paralelni vektori.
- (b) Brzina i akceleracija čestice nisu nikad paralelni vektori.
- (c) Brzina i akceleracija čestice su paralelni vektori ako je putanja pravac. **točno**
- (d) Brzina i akceleracija čestice su paralelni vektori ako je putanja kružnica.
- (e) Brzina i akceleracija čestice su paralelni vektori ako je putanja parabola.

1.2 Tijelo se giba duž kružnice polumjera  $R$  stalnom kutnom akceleracijom iznosa  $\alpha = (\pi/2) \text{ rad s}^{-2}$ . Ako u početnom trenutku tijelo miruje, duljina puta koji će tijelo prevaliti u prve dvije sekunde gibanja je

- (a) 0
- (b)  $R$
- (c)  $2R$
- (d)  $R\pi$  **točno**
- (e)  $2R\pi$

1.3 U jednodimenzionalnom sudaru, čestica mase  $2m$  sudara se s česticom mase  $m$  koja miruje. Ako se čestice nakon sudara gibaju zajedno (tj. zalijepljene su jedna za drugu), koliki dio početne kinetičke energije je izgubljen u sudaru?

- (a) 0
- (b)  $1/4$
- (c)  $1/3$  **točno**
- (d)  $1/2$
- (e)  $2/3$

1.4 Opruga bez mase, konstante  $k$ , koristi se za lansiranje lopte mase  $m$ . Da bi lopta dosegla brzinu  $v$ , oprugu treba komprimirati za:

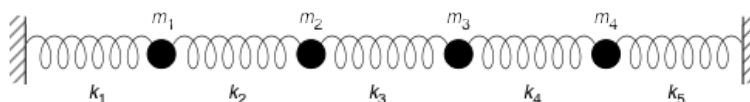
- (a)  $v\sqrt{\frac{k}{m}}$
- (b)  $v\sqrt{\frac{m}{k}}$  **točno**
- (c)  $v\sqrt{\frac{2k}{m}}$
- (d)  $v\frac{m}{k}$
- (e)  $v^2\frac{m}{2k}$

1.5 Kuglica je ispuštena početnom brzinom nula s visine  $h$  od tla. Sila otpora zraka može se zanemariti. Na kojoj će visini potencijalna energija kuglice u odnosu na tlo biti dva puta veća od njene kinetičke energije?

- (a)  $3h/4$
- (b)  $2h/3$  **točno**
- (c)  $h/2$
- (d)  $h/3$
- (e)  $h/4$

1.6 Koliko svojstvenih načina titranja (vlastitih modova) ima sustav na slici?

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 4 **točno**
- (e) 5



1.7 Funkcija oblika  $y(x, t) = h(vt - x)$  kao moguće rješenje 1D valne jednadžbe:

- (a) ne može biti fizikalno rješenje
- (b) može biti fizikalno rješenje i opisuje širenje u smjeru  $+x$  **točno**
- (c) može biti fizikalno rješenje i opisuje širenje u smjeru  $-x$
- (d) opisuje stojni val
- (e) nije rješenje valne jednadžbe

1.8 Ako napeto uže modeliramo kao  $N$  kuglica, svaka mase  $\Delta m$ , povezanih bezmasenom niti napetosti  $T$  i međusobno udaljenih za  $\Delta x$ , onda ovaj model opisuje napeto uže u limesu kada :

- (a)  $\Delta x \rightarrow 0, \Delta m \rightarrow 0, T = \text{konst.}$  **točno**
- (b)  $\Delta x \rightarrow 0, \Delta m \rightarrow 0, N \cdot T = \text{konst.}$
- (c)  $\Delta x = \text{konst.}, \Delta m = \text{konst.}, N \rightarrow \infty,$
- (d)  $\Delta x \rightarrow 0, \Delta m = \text{konst.}, N \rightarrow \infty,$
- (e)  $\Delta x = \text{konst.}, \Delta m \rightarrow 0, N \cdot \Delta m = \text{konst.}$

1.9 Harmonijski val 1 ima amplitudu  $A$ , period  $T$  i valnu duljinu  $\lambda$ , a harmonijski val 2 ima amplitudu  $2A$ , period  $2T$  i valnu duljinu  $2\lambda$ . Usporedite brzine širenja ta dva vala i maksimalne brzine titranja čestica sredstva.

- (a)  $v_1 < v_2, v_{1,\text{max}} < v_{2,\text{max}}$
- (b)  $v_1 < v_2, v_{1,\text{max}} > v_{2,\text{max}}$
- (c)  $v_1 = v_2, v_{1,\text{max}} = v_{2,\text{max}}$  **točno**
- (d)  $v_1 = v_2, v_{1,\text{max}} < v_{2,\text{max}}$
- (e)  $v_1 > v_2, v_{1,\text{max}} < v_{2,\text{max}}$

- 1.10 Kad putujući harmonijski val amplitude  $A$  naiđe na slobodan kraj sredstva i od njega se reflektira, sam kraj sredstva titra amplitudom
- (a) 0 (slobodan kraj ne titra).
  - (b)  $A/2$ .
  - (c)  $A$ .
  - (d)  $2A$ . **točno**
  - (e) ništa od navedenog, val se ne može reflektirati od slobodnog kraja sredstva.

## 2. Pitanja iz teorije

**Uputa:** Odgovore na pitanja treba napisati na posebnom papiru te popratiti detaljnim komentarima i crtežima. Svako pitanje nosi 5 bodova.

- 2.1 Skicirajte kružnu putanju čestice, označite vektore položaja i brzine u trenutku  $t$  i u kasnijem trenutku  $t + \Delta t$ . Označite kut koji je za to vrijeme "prebrisao" vektor položaja. Pomoću tih veličina definirajte kutnu brzinu čestice i kutnu akceleraciju čestice.
- 2.2 Napišite jednadžbu gibanja prisilnog titranja, izvedite njeno rješenje i izraz za rezonantnu frekvenciju (najveća amplituda).

## 3. Računski zadaci

**Uputa:** Postupke i rješenja treba napisati na posebnim papirima. Svaki zadatak nosi 5 bodova.

- 3.1 Učenici samostalno izrađenim topom gađaju ravni krov zgrade visine 9 m. Top ispucava loptice pod kutom  $\alpha = 55^\circ$  u odnosu na tlo i brzinom  $v_0 = 20$  m/s. Za koju minimalnu i maksimalnu udaljenost topa od zgrade će loptica pasti na krov, ako je duljina zgrade 8 m?

### Rješenje:

$$\alpha = 55^\circ$$

$$v_0 = 20 \text{ m/s}$$

$$h = 9 \text{ m}$$

Promatramo kosi hitac pod kutom  $\alpha$  i početnom brzinom izbačaja  $v_0$ . Postavljamo jednadžbu kosog hica, tj. parabole:

$$y = x \tan \alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$$

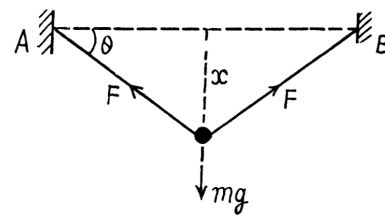
Zadana je visina zgrade  $h = 9$  m. Možemo pronaći udaljenosti na kojima se sijeku parabola i horizontalni pravac na visini od 9 m. Jednadžba horizontalnog pravca je:  $y = 9$

$$\text{Izjednačavanjem slijedi kvadratna jednadžba: } \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 - x \tan \alpha + 9 = 0$$

Rješavanjem kvadratnih jednadžbi dobivamo:  $x_1 = 7,96 \text{ m}$  i  $x_2 = 30,37 \text{ m}$

Iz geometrije problema treba primijetiti da je  $x_2 = 30,37 \text{ m}$  maksimalna udaljenost topa od zgrade takva da loptica padne na krov, te da je minimalna udaljenost jednaka  $x_2 - 8 \text{ m} = 22,37 \text{ m}$  (jer je duljina zgrade 8 m).

- 3.2 Kuglica mase  $m = 40$  g pričvršćena je na sredini horizontalno napete niti duljine  $l = 1$  m. Uz pretpostavku konstantne napetosti niti od  $F = 10$  N, odredite period malih vertikalnih oscilacija kuglice.



### Rješenje:

Kada se kuglica nalazi na udaljenosti  $x$  (u vertikalnom smjeru) od ravnotežnog položaja (Slika ??) na kuglicu djeluje ukupna sila u vertikalnom smjeru:

$$F_R = mg - 2F \sin \theta \quad (1)$$

Jednadžba gibanja za kuglicu je;

$$m\ddot{x} = mg - 2F \sin \theta \quad (2)$$

Uz pretpostavku malih oscilacija ( $\sin \theta \approx \theta$ ) dobivamo:

$$m\ddot{x} = mg - 2F\theta \quad (3)$$

Također uzevši u obzir da je  $\sin \theta \approx \frac{x}{l/2}$ :

$$\ddot{x} = g - \frac{4F}{ml}x \quad (4)$$

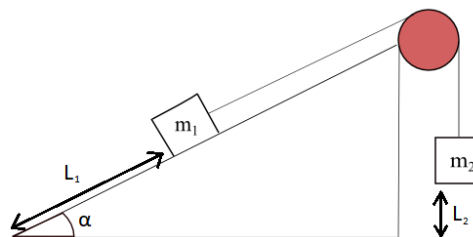
Prepoznamo jednadžbu harmoničkog oscilatora. Tada je frekvencija:

$$\omega^2 = \frac{4F}{ml} \quad (5)$$

A period titranja:

$$T = 2\pi/\omega = \pi\sqrt{\frac{ml}{F}} = 0.2 \text{ s} \quad (6)$$

- 3.3 Sustav utega s kolotuirom nalazi se kosini koja je učvršćena za pod kao na slici. Poznate su ove veličine:  $m_1 = 2 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 4 \text{ kg}$ , nagib kosine  $\alpha = 30^\circ$ , faktor trenja  $\mu = 1.2$ , duljine  $L_1 = 6 \text{ m}$  i  $L_2 = 2 \text{ m}$ . Ako sustav pustimo u gibanje iz mirovanja, odredite koje će tijelo dotaknuti pod i izračunajte nakon koliko vremena.



### Rješenje:

Predpostavljamo gibanje tijela 2 prema dolje. Jednadžbe gibanja za oba utega su:

$$\begin{aligned} -m_1 g \sin \alpha - \mu m_1 g \cos \alpha + T &= m_1 a, \\ m_2 g - T &= m_2 a. \end{aligned}$$

Zbrajanjem jednadžbi dobivamo:

$$a = g \frac{m_2 - m_1 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m_1 + m_2} \approx 1.505 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Tijelo 2 mora prijeći udaljenost  $L_2$  sa tom akceleracijom do poda:

$$\begin{aligned} L_2 &= \frac{at^2}{2} \\ t &= \sqrt{\frac{2L_2}{a}} \approx 1.63 \text{ s} \end{aligned}$$

- 3.4 Ultrazvučni val frekvencije  $8.000 \times 10^4$  Hz emitiran je u venu gdje je brzina zvuka 1.5 km/s. Val se reflektira na eritrocitu (crveno krvno zrnice) koji se giba prema stacionarnom detektoru. Ako je frekvencija signala koji se vraća  $8.002 \times 10^4$  Hz koja je brzina krvnog toka? Odredite frekvenciju udara u superpoziciji emitiranog i reflektiranog vala.

### Rješenje:

Treba obratiti pažnju na Dopplerov efekt, eritrocit je prvo opažač a zatim izvor.

Prvo se opažač kreće prema izvoru, a zatim se izvor kreće prema opažaču. Eritrocit cijelo vrijeme ide prema početnom izvoru.

$$f_0 = f_s \frac{v \pm v_0}{v \mp v_s} = f_s \frac{v + v_b}{v} \quad (7)$$

$f_s$  je frekvencija izvora,  $v$  brzina zvuka u krvi,  $v_b$  brzina eritrocita,  $v_s$  brzina izvora koja je 0 i  $f_0$  frekvencija vala koji smo detektirali.

$$f_0 = f_s \frac{v + v_b}{v} \frac{v}{v - v_b} = f_s \frac{v + v_b}{v - v_b} \quad (8)$$

konačno brzina je:

$$v_b = v \frac{\frac{f_0}{f_s} - 1}{\frac{f_0}{f_s} + 1} = 0.19 \text{ m/s} \quad (9)$$

Frekvencija udara je:

$$f_{beat} = |f_2 - f_1| = f_0 - f_s = 20 \text{ Hz} \quad (10)$$

Period udara je:

$$T_{beat} = \frac{1}{f_{beat}} = 0.05 \text{ s} \quad (11)$$