Međuispit iz Fizike (28. travnja 2021.)

1. Pitanja višestrukog izbora

Upute: Na pitanja višestrukog izbora 1.1 do 1.10 odgovorite zacrnjivanjem kružića na priloženom Obrascu za odgovore. Točno riješeni zadatak nosi 1 bod, netočni odgovori nose -0.25 bodova, a neodgovorena pitanja nose nula bodova.

1.1 Za općenito gibanje materijalne točke čiji je vektor položaja dan s $\mathbf{r}(t)$, duljina putanje (puta) koju točka prevali od trenutka $t = 0$ do $t = \tau$ dana je s:

(a) $\mathbf{r}(t = \tau) - \mathbf{r}(t = 0)$

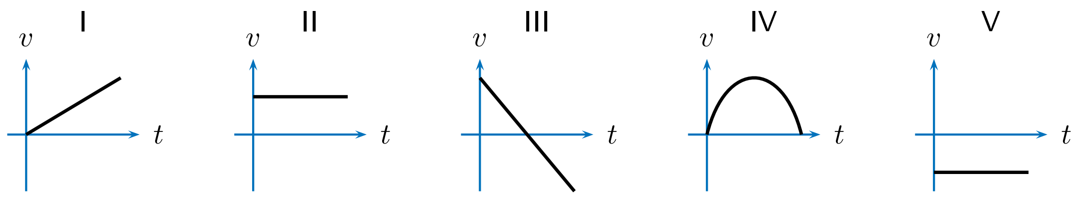
(b) $\frac{1}{\tau}\Big(\mathbf{r}(t = \tau) - \mathbf{r}(t = 0)\Big)$

(c) $\int_{t=0}^{t=\tau} \mathbf{r}(t)\,\mathrm{d}t$

(d) $\frac{1}{\tau}\int_{t=0}^{t=\tau} \mathbf{r}(t)\,\mathrm{d}t$

(e) $\int_{t=0}^{t=\tau} \left|\frac{\mathrm{d}\mathbf{r}(t)}{\mathrm{d}t}\right| \mathrm{d}t$ **točno**

1.2 Kamen je izbačen pod kutom od $45°$ u odnosu na vodoravnu os x. Zanemarimo li otpor zraka, koji grafovi najbolje pokazuju ovisnost v_x i ovisnost v_y o vremenu (os y je uspravna i usmjerena uvis).



(a) $v_x(t)$: I, $v_y(t)$: IV

(b) $v_x(t)$: II, $v_y(t)$: I

(c) $v_x(t)$: II, $v_y(t)$: III **točno**

(d) $v_x(t)$: II, $v_y(t)$: V

(e) $v_x(t)$: IV, $v_y(t)$: V

1.3 Pri gibanju tijela po kružnici brzinom stalnog iznosa, ako je $\mathbf{r}$ vektor položaja tijela, vektor $\mathrm{d}\mathbf{r}$ uvijek

(a) pokazuje u smjeru vektora $\mathbf{r}$.

(b) pokazuje u smjeru suprotnom od vektora $\mathbf{r}$.

(c) pokazuje u smjeru središta kružnice po kojoj se tijelo giba.

(d) pokazuje u smjeru brzine tijela. **točno**

(e) — ništa od navedenog.

1.4 Dva tijela čije su mase m i $2m$ počinju istodobno kliziti bez trenja s jednake visine niz kosinu. Zaokružite točnu tvrdnju:

(a) Akceleracije tijela su jednake i tijela u svakom trenutku imaju jednake kinetičke energije.

(b) Akceleracije tijela su jednake, a kinetičke energije tijela su različite. **točno**

(c) Akceleracije tijela i kinetičke energije tijela su različite.

(d) Akceleracije tijela su različite, a kinetičke energije tijela su jednake.

(e) Nema dovoljno podataka da se zaključi o odnosu akceleracija i kinetičkih energija tijela.

1.5 Opruga bez mase konstante k služi za lansiranje lopte mase m. Za koliki pomak s opruga mora biti sabijena da bi lopta dosegla brzinu iznosa v?

(a) $s = \frac{vm}{k}$

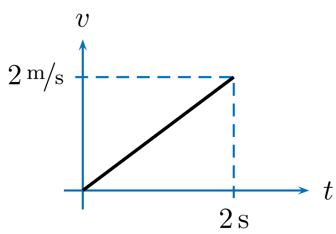
(b) $s = \frac{v^2 m}{2k}$

(c) $s = v\sqrt{\frac{k}{m}}$

(d) $s = v\sqrt{\frac{m}{k}}$ **točno**

(e) $s = v\sqrt{\frac{2k}{m}}$

1.6 Slika prikazuje gibanje tijela mase $1\,\mathrm{kg}$. Kolika je srednja snaga rezultantne sile u prve dvije sekunde njenog djelovanja na tijelo?



(a) $1/4\,\mathrm{W}$

(b) $1/2\,\mathrm{W}$

(c) $1\,\mathrm{W}$ **točno**

(d) $2\,\mathrm{W}$

(e) $4\,\mathrm{W}$

1.7 Koje od sljedećih polja sile nije konzervativno? Koordinate kartezijevog sustava su označene s x, y i z, a k i m su konstante.

(a) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = kx\,\hat{\mathbf{x}}$

(b) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -mz\,\hat{\mathbf{x}}$ **točno**

(c) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = kx\,\hat{\mathbf{x}} - my\,\hat{\mathbf{y}}$

(d) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = kx\,\hat{\mathbf{x}} + my\,\hat{\mathbf{y}}$

(e) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = kx\,\hat{\mathbf{x}} - mz\,\hat{\mathbf{z}}$

1.8 U savršeno elastičnom sudaru projektila i mirne mete čija je masa znatno manja od mase projektila (teži u nulu) iznos brzine mete nakon sudara

(a) manji je od iznosa brzine projektila prije sudara (ali teži u tu vrijednost).

(b) jednak je iznosu brzine projektila prije sudara.

(c) može biti do dva puta veći od iznosa brzine projektila prije sudara. **točno**

(d) može biti proizvoljno mnogo puta veći od iznosa brzine projektila prije sudara.

(e) jednak je iznosu brzine projektila nakon sudara.

1.9 Na niti s čvrstim krajevima titra stojni val. U trenutku kada je pomak svih dijelova niti od ravnotežnog položaja 0:

(a) brzina svih dijelova niti je nula.

(b) brzina pojedinih dijelova niti ovisi o njihovom položaju duž niti. **točno**

(c) kinetička energija svih dijelova niti je minimalna.

(d) potencijalna energija svih dijelova niti je maksimalna.

(e) potencijalna energija pojedinih dijelova niti ovisi o njihovom položaju duž niti.

1.10 Za koliko se skrati valna duljina stojnih valova na žici duljine L s učvršćenim krajevima kad s titranja petim harmonikom prijeđemo na titranje šestim harmonikom? (Osnovni mod titranja smatramo prvim harmonikom.)

(a) $L/2$

(b) $6L/5$

(c) $5L/2$

(d) $L/15$ **točno**

(e) $L/30$

2. Pitanja iz teorije

Uputa: Odgovore na pitanja iz teorije 2.1 i 2.2 napišite na papire na kojima su sama pitanja zadana. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire.

Pitanje iz teorije 2.1: [4 boda] Napišite izraz za rad koji obavi sila $\mathbf{F}$ kad se pod njenim djelovanjem tijelo pomakne za vektor pomaka $\mathrm{d}\mathbf{r}$. Napišite i dokažite teorem o radu i kinetičkoj energiji.

Odgovor:

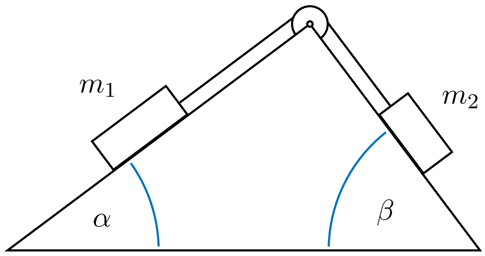
Pitanje iz teorije 2.2: [6 bodova] Napišite jednadžbu gibanja prisilnog titranja, izvedite njeno rješenje i izraz za rezonantnu frekvenciju (najveća amplituda).

Odgovor:

3. Računski zadaci

Uputa: Postupke rješevanja računskih zadataka 3.1 do 3.4 napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

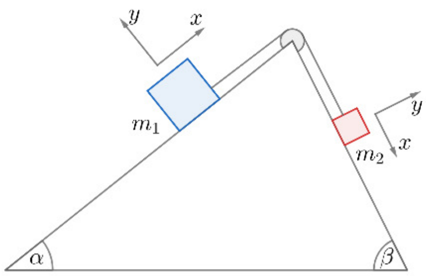
Računski zadatak 3.1: Na glatku (nema trenja) nepomičnu kosinu postavljena su dva tijela čije su mase m_1 i m_2, a povezana su laganom nerastezljivom niti kao na slici. Pod pretpostavkom da je masa koloture zanemariva i ako je $\beta = 60°$, $m_1 = 3\,\mathrm{kg}$ i $m_2 = 2\,\mathrm{kg}$, koji uvjet mora zadovoljavati kut α da bi se sustav gibao udesno?



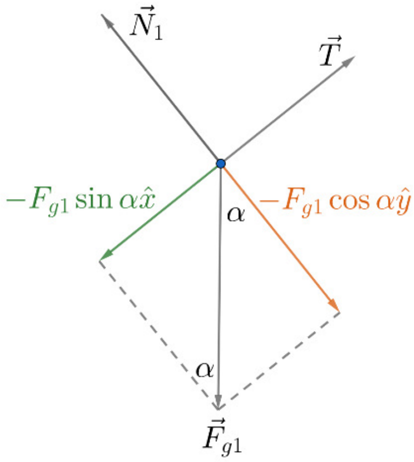
Postupak i rješenje:

Rješenje:

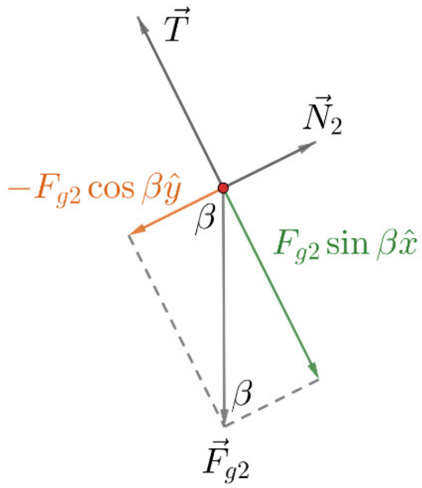
- Odabir koordinatnog sustava:



- Dijagram sila na tijelo m_1:



- Dijagram sila na tijelo m_2:



- Sile na tijelo m_1:

$$m_1 a_{1,x} = T - m_1 g \sin\alpha$$

$$m_1 a_{1,y} = N_1 - m_1 g \cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow m_1 a_1 = T - m_1 g \sin\alpha$$

- Sile na tijelo m_2:

$$m_2 a_{2,x} = m_2 g \sin\beta - T$$

$$m_2 a_{2,y} = N_2 - m_2 g \cos\beta = 0$$

$$\Rightarrow m_2 a_2 = m_2 g \sin\beta - T$$

- Tijela se gibaju zajedno $\Rightarrow a_1 = a_2 \equiv a$
- Sustav jednadžbi:

$$m_1 a = T - m_1 g \sin\alpha$$

$$m_2 a = m_2 g \sin\beta - T$$

- Zbrojimo jednadžbe:

$$(m_1 + m_2)a = g(m_2 \sin\beta - m_1 \sin\alpha)$$

$$\Rightarrow a = g\frac{m_2 \sin\beta - m_1 \sin\alpha}{m_1 + m_2}$$

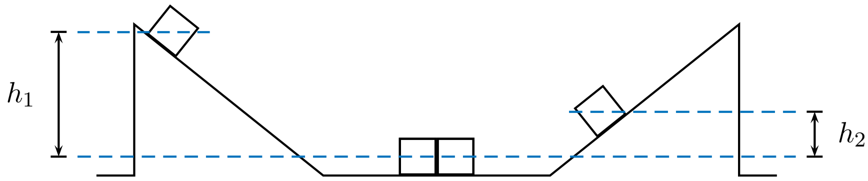
- Uvjet zadatka: $a > 0 \Rightarrow m_2 \sin\beta - m_1 \sin\alpha > 0$

$$\Rightarrow \sin\alpha < \frac{m_2}{m_1} \sin\beta$$

- Podaci: $m_1 = 3\,\mathrm{kg},\ m_2 = 2\,\mathrm{kg},\ \beta = 60^\circ$

$$\Rightarrow \alpha < 35.26^\circ$$

Računski zadatak 3.2: Dvije jednake kosine postavljene su jedna prema drugoj tako da se između njih nalazi horizontalna podloga. U istome trenutku sa svake kosine pustimo tijelo mase m da klizi bez trenja, na prvoj kosini s visine $h_1 = 25\,\mathrm{m}$, a na drugoj s visine $h_2 = 9\,\mathrm{m}$. Nakon sudara na horizontalnoj podlozi ta dva tijela gibaju se zajedno. Do koje visine će se podići ta tijela ako je trenje na horizontalnoj podlozi zanemarivo?



Postupak i rješenje:

Zadatak se može riješiti uz korištenje zakona sačuvanja energije i impulsa. U početnom trenutku tijela miruju i imaju potencijalu energiju:

$$E_{p1} = mgh_1 \tag{1}$$

$$E_{p2} = mgh_2 \tag{2}$$

Kada se spuste na dno kosine tj. na horizontalnu podlogu njihova potencijala energija je 0, te posjeduju samo kinetičku energiju:

$$E_{k1} = \frac{1}{2}mv_1^2 \tag{3}$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2}mv_2^2 \tag{4}$$

Iz zakona sačuvanja energije proizlazi:

$$E_{p1} = E_{k1} \Rightarrow mgh_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh_1} \approx 22.15\,m/s \tag{5}$$

$$E_{p2} = E_{k2} \Rightarrow mgh_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh_2} \approx 13.29\,m/s \tag{6}$$

Tijela se po ravnoj podlozi prije sudara gibaju u suprotnim smjerovima, a nakon sudara istom brzinom. Prema zakonu sačuvanja impulsa možemo pisati (uz pretpostavku da je pozitivan smjer u smjeru brzine prvog tijela):

$$m_1v_1 - m_2v_2 = (m_1 + m_2)v_{12} \tag{7}$$

gdje je v_{12} brzina tijela nakon sudara.

Za brzinu tijela nakon sudara dobiva se:

$$v_{12} = \frac{mv_1 - mv_2}{2m} = \frac{v_1 - v_2}{2} = 4.43\,m/s \tag{8}$$

S obzirom na predznak brzine v_{12} tijela se nastavljaju gibati u smjeru brzine prvog tijela v_1 do zaustavljanja na određene visine h_{12} na drugoj kosini koju se može odrediti iz zakona sačuvanja energije:

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{12}^2 = (m_1 + m_2)gh_{12} \tag{9}$$

$$h_{12} = \frac{v_{12}^2}{2g} \approx 1\,m \tag{10}$$

Računski zadatak 3.3: Uteg mase $m = 1\,\mathrm{kg}$ ovješen je na oprugu konstante elastičnosti $k = 200\,\mathrm{N\,m^{-1}}$ i konstante prigušenja $b = 1\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$ te je pušten u gibanje s početnom amplitudom A_0. Nakon koliko punih titraja energija sustava pada ispod jedne četvrtine početne energije?

Postupak i rješenje:

U prvom koraku potrebno je odrediti $\delta = \frac{b}{2m} = 0.5$ rad/s, $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{200}$ rad/s i frekvenciju titranja $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{199.75}$ rad/s $\simeq 14.13$ rad/s.

Zatim je potrebno izraziti energiju titranja pomoću amplitude i prepoznati da se pri potkritičnom prigušenju ona mijenja prema formuli

$$E(t) = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kA_0^2 e^{-2\delta t}. \tag{1}$$

Nakon toga se postavlja jednadžba

$$\frac{E(t)}{E(0)} = \frac{1}{4} \tag{2}$$

te se uvrštavanjem izraza (1) dobiva

$$\frac{E(t)}{E(0)} = \frac{\frac{1}{2}kA_0^2 e^{-2\delta t}}{\frac{1}{2}kA_0^2} = e^{-2\delta t} = \frac{1}{4}. \tag{3}$$

Slijedi da je

$$t = \frac{1}{2\delta} ln(4) = ln(4) \simeq 1.39 \text{ s}. \tag{4}$$

U posljednjem koraku t se mora usporediti s periodom titranja $T = \frac{2\pi}{\omega} \simeq 0.44$ s te zaključiti da, s obzirom da je $t > 3T$, energija titranja pada ispod četvrtine početne nakon 4 puna titraja.

Računski zadatak 3.4: Mirni opažač detektira zvučne oscilacije iz dviju zvučnih vilica. Jedna se približava opažaču, a druga se udaljava od njega brzinom istog iznosa. Opažač čuje udare frekvencije $2\,\mathrm{Hz}$. Odredite iznos brzine vilica u odnosu na opažača ako je frekvencija njihovog titranja $f_\mathrm{s} = 680\,\mathrm{Hz}$. Iznos brzine zvuka u zraku je $340\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Postupak i rješenje:

Treba obratiti pažnju na Dopplerov efekt. Prvo definiramo frekvencije viljuški koje opažač čuje uzimajući u obzir da je brzina opažača 0, a brzina viljuški u i brzina zvuka v.

Prva viljuška se približava opažaču i frekvencija koju opažač detektira je:

$$f_A = f_s \frac{v+0}{v-u} = f_s \frac{v}{v-u} \tag{1}$$

Druga viljuška se udaljava, frekvencija koju opažač detektira je:

$$f_B = f_s \frac{v-0}{v+u} = f_s \frac{v}{v+u} \tag{2}$$

Frekvencija udara je:

$$f_{beat} = f_A - f_B = 2Hz \tag{3}$$

Uvrštavanjem f_A i f_B u gornji izraz imamo:

$$f_s \frac{v}{v-u} - f_s \frac{v}{v+u} = 2 \tag{4}$$

Konačni izraz za brzinu viljuški je

$$u = \frac{-f_s v \pm \sqrt{(f_s v)^2 + 4v^2}}{2} \tag{5}$$

Obzirom da je brzina veća od 0, brzina viljuški je:

$$u = \frac{-f_s v + \sqrt{(f_s v)^2 + 4v^2}}{2} = 0.5m/s \tag{6}$$