

Ispit iz Fizike (17. rujna 2019.)

1. Pitanja višestrukog izbora

Upute: Na pitanja odgovarati zacrnjivanjem kružića na priloženom Obrascu za odgovore. Svaki zadatak nosi jedan bod. **Netočni** odgovori nose **-0.25 bodova**, a neodgovorena pitanja nose nula bodova.

1.1 Ovisnost fizičke veličine Q o fizičkoj veličini α opisana je izrazom

$$Q[\alpha] = k\alpha^3,$$

gdje je k konstanta. Promjeni $\Delta\alpha$ (podrazumijeva se $|\Delta\alpha| \ll |\alpha|$) odgovara promjena ΔQ koju možemo (približno) izraziti s

- (a) $k(\Delta\alpha)^3$
- (b) $2k(\Delta\alpha)^3$
- (c) $3k\Delta\alpha$
- (d) $2k\alpha^3\Delta\alpha$
- (e) $3k\alpha^2\Delta\alpha$ **točno**

1.2 Čestica se giba duž x -osi. Njena početna brzina je -3 m/s, a konačna -2 m/s. Što se pritom dogodilo?

- (a) Kinetička energija čestice se smanjila i na čestici nije izvršen rad.
- (b) Kinetička energija čestice se smanjila i na čestici je izvršen negativan rad. **točno**
- (c) Kinetička energija čestice se smanjila i na čestici je izvršen pozitivan rad.
- (d) Kinetička energija čestice se povećala i na čestici je izvršen negativan rad.
- (e) Kinetička energija čestice se povećala i na čestici je izvršen pozitivan rad.

1.3 Kod kružnog gibanja brzinom stalnog iznosa, u kojem je smjeru usmjerena akceleracija?

- (a) Radijalno od centra,
- (b) radijalno prema centru, **točno**
- (c) tangencijalno na kružnicu,
- (d) duž osi vrtnje prema pravilu desne ruke,
- (e) ništa od navedenog.

1.4 Kako bi oscilator čija je jednadžba gibanja

$$m\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = 0,$$

gdje su m , β i k pozitivne konstante, bio kritično prigušen, konstanta β mora imati vrijednost

- (a) $\sqrt{4km}$ **točno**
- (b) $\sqrt{2km}$
- (c) 0
- (d) $2km$
- (e) $4km$

- 1.5 Tri harmonijska signala iste frekvencije **ne** mogu u superpoziciji dati signal jednak nuli ako im se amplitude odnose kao
- (a) 1 : 1 : 1
 - (b) 1 : 1 : 2
 - (c) 1 : 2 : 2
 - (d) 1 : 2 : 3
 - (e) 1 : 2 : 4 **točno**
- 1.6 Za prigušeni harmonijski oscilator na koji djeluje sila otpora $F = -bv$
- (a) oscilator titra s amplitudom koja je uvijek konstantna.
 - (b) amplituda uvijek aperiodički trne u vremenu.
 - (c) oscilator titra s amplitudom koja se uvijek eksponencijalno smanjuje.
 - (d) amplituda se smanjuje s faktorom $e^{-\frac{m}{2b}t}$ ako je gušenje vrlo jako.
 - (e) oscilator titra s amplitudom koja se smanjuje s faktorom $e^{-\frac{m}{2b}t}$ ako je gušenje vrlo slabo. **točno**
- 1.7 Ako kritično gušeni oscilator pokrenemo na titranje amplitudom A , elongacija (otklon od ravnotežnog položaja) x moći će poprimiti vrijednosti:
- (a) $-A < x < A$
 - (b) $-A/2 < x < A$
 - (c) $-A \cdot e^{-\delta} < x < A$
 - (d) $A/\delta < x < A$
 - (e) $0 < x < A$ **točno**
- 1.8 Koliko je čvorova stojnog vala valne duljine 1 m na žici duljine 2 m učvršćenoj na krajevima? (Uzmite u obzir i čvorove na rubovima.)
- (a) 2
 - (b) 3
 - (c) 4
 - (d) 5 **točno**
 - (e) 6
- 1.9 Sljedeće jednadžbe opisuju tri transversalna mehanička vala:
1. $y(x, t) = (2 \text{ m}) \cos[(6 \text{ m}^{-1})x - (3 \text{ s}^{-1})t]$
 2. $y(x, t) = (1 \text{ m}) \cos[(2 \text{ m}^{-1})x - (3 \text{ s}^{-1})t]$
 3. $y(x, t) = (3 \text{ m}) \cos[(2 \text{ m}^{-1})x - (2 \text{ s}^{-1})t]$
- Poredajte valove po njihovim brzinama, od najveće do najmanje.
- (a) 1, 2, 3.
 - (b) 1, 3, 2.
 - (c) 2, 1, 3.
 - (d) 2, 3, 1. **točno**
 - (e) 3, 1, 2.

1.10 Koju pojavu nije moguće opisati samo pomoću Maxwellovih jednačbi?

- (a) Zakretanje putanje naboja u magnetskom polju. **točno**
- (b) Indukciju magnetskog polja gibanjem naboja.
- (c) Električno polje stacionarnog naboja.
- (d) Lentzovo pravilo.
- (e) Sve ove pojave se mogu opisati samo pomoću Maxwellovih jednačbi.

1.11 Ako se tok magnetskog polja kroz zatvorenu plohu u vremenu mijenja, to znači

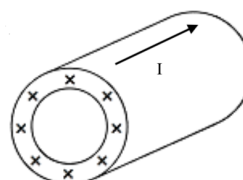
- (a) da ploha ne miruje, već se giba.
- (b) da se jakost magnetskog polja mijenja u vremenu.
- (c) da se unutar plohe nalazi magnet ili neki drugi izvor magnetskog polja.
- (d) da kroz plohu teče električna struja.
- (e) da je netko nešto krivo shvatio (opisana situacija ne postoji). **točno**

1.12 Duž z -osi u njenom pozitivnom smjeru teče stalna električna struja, a osim toga duž iste osi jednoliko je raspoređen pozitivan električni naboj. Smjer vektora $\vec{E} \times \vec{B}$ u točkama koje se nalaze na x -osi (izuzevši samo ishodište)

- (a) paralelan je s x -osi.
- (b) paralelan je s y -osi.
- (c) paralelan je s z -osi. **točno**
- (d) nije određen ($\vec{E} \times \vec{B}$ je nulvektor).
- (e) ništa od navedenog.

1.13 Duž vrlo dugačkog šupljeg valjka struja teče u smjeru prikazanom na slici. U kojem smjeru je magnetsko polje unutar valjka?

- (a) Kružno u smjeru kazaljke na satu.
- (b) Kružno u smjeru suprotnom od kazaljke na satu.
- (c) Radijalno prema središtu valjka.
- (d) Radijalno od središta valjka.
- (e) Magnetsko polje je nula unutar valjka. **točno**



1.14 U kojem je smjeru usmjeren valni vektor \vec{k} , elektromagnetskog vala u vakuumu zadanog električnim poljem oblika $\vec{E} = \vec{e}_y E_0 \sin(kx - \omega t)$, gdje su ω i k pozitivne konstante?

- (a) \vec{e}_z
- (b) \vec{e}_y
- (c) \vec{e}_x **točno**
- (d) $-\vec{e}_y$
- (e) $-\vec{e}_z$

- 1.15 U Youngovom pokusu s dvije pukotine na udaljenom zastoru vidi se interferencijska slika. Kako će se promijeniti udaljenost između susjednih interferencijskih maksimuma na zastoru ako se dva puta poveća udaljenost između pukotina te četiri puta poveća udaljenost između pukotina i zastora?
- (a) Povećat će se osam puta.
 - (b) Povećat će se šest puta.
 - (c) Povećat će se četiri puta.
 - (d) Povećat će se dva puta. **točno**
 - (e) Smanjit će se dva puta.

2. Pitanja iz teorije

Uputa: Odgovore na pitanja treba napisati na posebnom papiru te popratiti detaljnim komentarima i crtežima.

- 2.1 Napišite izraz za rad koji obavi sila \vec{F} kada se pod njenim djelovanjem tijelo pomakne za vektor pomaka $d\vec{r}$. Napišite i dokažite teorem o radu i kinetičkoj energiji. [7 bodova]
- 2.2 Izvedite jednadžbu gibanja (valnu jednadžbu) za transversalno titranje niza masa povezanih napetim oprugama. [8 bodova]
- 2.3 Uvedite pojam vlastitog vremena i vlastite duljine. Pomoću uvedenih pojmova i Lorentzovih transformacija izvedite izraze za kontrakciju duljine i dilataciju vremena. [8 bodova]

3. Računski zadaci

Uputa: Postupke i rješenja treba napisati na posebnim papirima. Svaki zadatak nosi 7 bodova.

- 3.1 Čestica mase m_1 se savršeno elastično sudari s česticom mase m_2 ($m_1 > m_2$). Nađite maksimalni kut pod kojim se može odbiti upadajuća čestica.

Rješenje

Pretpostavimo da nakon sudara su se mase nastavile kretati pod kutovima θ_1 i θ_2 , u odnosu na smjer gibanja upadne čestice, i brzinama v_1 i v_2 . S obzirom na to da nema vanjske sile impuls će biti očuvan. Također s obzirom na to da je sudar elastičan energija je isto očuvana. Imamo sljedeće jednadžbe

$$m_1 v = m_1 v_1 \cos \theta_1 + m_2 v_2 \cos \theta_2 \quad (1)$$

$$m_1 v \sin \theta_1 = m_2 v_2 \sin \theta_2 \quad (2)$$

$$\frac{m_1 v^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \quad (3)$$

Iz prve dvije jednadžbe dobijemo:

$$v_1 = \frac{v \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (4)$$

$$v_2 = \frac{m_1}{m_2} \frac{v \sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \quad (5)$$

Iz jednadžbi 1-3 dobijemo:

$$\sin(\theta_1 + 2\theta_2) - \frac{m_1}{m_2} \sin \theta_1 = 0 \quad (6)$$

Maksimalna moguća vrijednost $\sin(\theta_1 + 2\theta_2)$ je 1, iz čega zaključujemo da je maksimalna vrijednost θ_1 dana :

$$\frac{m_1}{m_2} \sin \theta_1 = 1 \quad (7)$$

$$\sin \theta_1 = \frac{m_2}{m_1} \quad (8)$$

- 3.2 Uteg mase 2.2 kg prigušeno titra na opruzi konstante elastičnosti 250 N/m s periodom od 0.615 s. Izračunajte konstantu prigušenja b .

Rješenje

Iz perioda prigušenog titranja T' može se izračunati kružna frekvencija tog titranja:

$$\omega' = \frac{2\pi}{T'} = \frac{2\pi}{0.615 \text{ s}} \approx 10.22 \text{ rad/s} \quad (9)$$

Kada bi uteg na opruzi titrao neprigušeno kružna frekvencija bi bila:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{250 \text{ N/m}}{2.2 \text{ kg}}} \approx 10.66 \text{ rad/s} \quad (10)$$

Kružna frekvencija prigušenog i neprigušenog titranja vezane su izrazom:

$$\omega'^2 = \omega^2 - \frac{b^2}{4m^2} \quad (11)$$

gdje je b konstanta prigušenja za koju se onda dobiva:

$$b = 2m\sqrt{\omega^2 - \omega'^2} = 2 \cdot 2.2 \text{ kg} \sqrt{(10.66 \text{ rad/s})^2 - (10.22 \text{ rad/s})^2} \approx 13.3 \text{ kg/s} \quad (12)$$

- 3.3 Napetom žicom istovremeno putuju dva transverzalna vala:

$$y_1(t) = A \sin(\omega t - kx + \phi_1)$$

$$y_2(t) = A \sin(\omega t - kx + \phi_2)$$

frekvencijom $f = 30 \text{ Hz}$, amplitudom $A = 10 \text{ cm}$ i razlikom faza $\phi_2 - \phi_1 = 140^\circ$. Kolika je srednja snaga potrebna za pobuđivanje svakog od ova dva vala (kada bi oni nezavisno titrali) i koliku srednju snagu nosi rezultatni val? Žica je napeta silom 100 N, a masa po jedinici duljine je 0.3 kg/m.

Rješenje

Srednja snaga je:

$$\overline{P}_1 = \overline{P}_2 = \frac{\mu}{2} A^2 \omega^2 v = 2(A\nu\pi)^2 \sqrt{F\mu} \approx 973 \text{ W} \quad (13)$$

Tražimo izgled valne funkcije zbrojenih valova (superpozicija):

$$y_{1+2} = y_1 + y_2 = A [\sin(\omega t - kx + \phi_1) + \sin(\omega t - kx + \phi_2)] \quad (14)$$

Izraz možemo preformulirati korištenjem trigonometrijskog identiteta:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad (15)$$

te dobivamo:

$$y_{1+2} = 2A \cos \frac{\phi_2 - \phi_1}{2} \sin(\omega t - kx + \frac{\phi_2 + \phi_1}{2}) \quad (16)$$

Srednja snaga superponiranog vala je:

$$\overline{P}_{1+2} = 2(2A \cos \frac{\phi_2 - \phi_1}{2} \nu\pi)^2 \sqrt{F\mu} \approx 455.3 \text{ W} \quad (17)$$

- 3.4 Dvije se čestice u mirnom sustavu gibaju brzinama $0.85\ c$, odnosno $0.95\ c$, tako da im se pravocrtne putanje sijeku pod pravim kutom. Kolika je njihova relativna brzina?

Rješenje

U mirujućem sustavu (sustavu S), kao vanjski promatrač imamo zadane brzine $v_x = 0.85\ c$ i $v_y = 0.95\ c$.

Zanima nas relativna brzina čestice. To znači da želimo znati kolika je brzina druge čestice gledano s prve čestice (ili obrnuto).

Promatrat ćemo brzinu druge čestice promatranu s prve čestice, odnosno postavljamo sustav S' da se giba brzinom prve čestice. Time definiramo da se sustav S' giba brzinom v u smjeru x-osi:

$$v = 0.85\ c$$

Ako se mi, kao promatrač, postavimo na prvu česticu, za nas ta čestica miruje: $v_x = 0$

Preostaje transferirati brzine iz S sustava u S' sustav, odnosno izračunati brzine v'_x i v'_y :

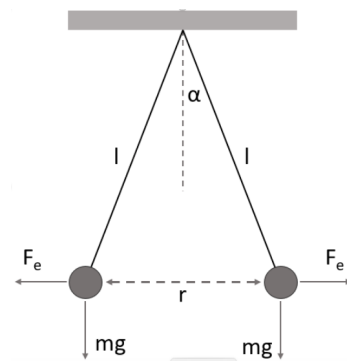
$$v'_x = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v_x v}{c^2}} = \frac{0 - 0.85\ c}{1 - 0} = -0.85\ c$$

$$v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{v_x v}{c^2}} = \frac{0.95\ c \sqrt{1 - 0.85^2}}{1 - 0} = 0.5004\ c$$

Računamo resultantni vektor relativne brzine:

$$v_{rel} = \sqrt{v'^2_x + v'^2_y} = 0.9864\ c$$

- 3.5 Dva identična točkasta naboja mase $m = 50 \text{ g}$ obješena su na nitima duljine $l = 0.25 \text{ m}$ pod kutom $\alpha = 6^\circ$ u odnosu na okomicu zajedničkog hvatišta. Izračunaj koliki je naboj točkastih tijela kada su u ravnoteži. Niti su nerastezljive i nisu električki nabijene.



Rješenje

Promatramo sustav u kojemu se izjednačuju sila gravitacije i elektrostatska sila F_e . Treba prepoznati rezultantni vektor sile (označit ćemo ga s F) kojega tvore ove dvije sile.

Iz trigonometrijskih relacija slijedi:

$$\sin \alpha = \frac{F_e}{F}, \quad i \quad \cos \alpha = \frac{mg}{F}$$

Odnosno

$$F_e = F \sin \alpha, \quad i \quad F = \frac{mg}{\cos \alpha}$$

Iz toga slijedi da je elektrostatska sila:

$$F_e = mg \tan \alpha$$

Znamo da je elektrostatska sila:

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$$

Slijedi:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2} = mg \tan \alpha$$

Izražavanjem naboja dobivamo:

$$q^2 = 4\pi\epsilon_0 r^2 mg \tan \alpha$$

Iz geometrije, korištenjem sinusa i duljine niti l izrazimo kolika je udaljenost među kuglama r :

$$r = 2l \sin \alpha$$

Pa za naboj slijedi:

$$q^2 = 4\pi\epsilon_0 4l^2 \sin^2 \alpha mg \tan \alpha$$

Korjenovanjem dobivamo:

$$q = 4l \sin \alpha \sqrt{mg \pi \epsilon_0 \tan \alpha}$$

Uvrštavanjem dobivamo:

$$q = 1.252 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

- 3.6 Plastična folija debljine 0.3 mm, čiji je indeks loma 1.59, nalazi se u zraku i osvjetljena je zrakama bijele svjetlosti koje na nju padaju okomito. Za koju valnu duljinu vidljivog dijela spektra ($400 \text{ nm} < \lambda < 750 \text{ nm}$) će interferencija u reflektiranoj svjetlosti biti destruktivna?

Rješenje

Za destruktivnu interferenciju razlika optičkih putova reflektiranih zraka mora biti:

$$\delta = 2nd = k\lambda \quad (18)$$

gdje je d debljina folije, n indeks loma, k cijeli broj a λ valna duljina. Valna duljina je:

$$\lambda = \frac{2nd}{k} = \frac{954 \text{ nm}}{k} \quad (19)$$

Slijedi da je iz vidljivog područja samo:

$$\lambda = \frac{954 \text{ nm}}{2} = 477 \text{ nm} \quad (20)$$