Ispit iz Fizike (11. rujna 2019.)

1. Pitanja višestrukog izbora

Upute: Na pitanja odgovarati zacrnjivanjem kružića na priloženom Obrascu za odgovore. Svaki zadatak nosi jedan bod. **Netočni** odgovori nose **-0.25 bodova**, a neodgovorena pitanja nose nula bodova.

1.1 Gumena loptica mase 20 g ispusti se s visine 100 cm brzinom 2 m/s i odskoči na visinu 90 cm. Koliki se udio početne mehaničke energije loptice pritom pretvorio u druge (nemehaničke) oblike energije?

(a) 5%

(b) 10%

(c) 15%

(d) 20%

(e) 25% **točno**

1.2 Sitna kuglica pada s visine H na vodoravnu podlogu od koje se odbija uvis. Ako je koeficijent restitucije brzine pri tom sudaru $k = 1/3$ te ako je otpor zraka zanemariv, visina H' koju će kuglica postići nakon sudara je

(a) $H' = (1/3)H.$

(b) $H' = (2/3)H.$

(c) $H' = (3/4)H.$

(d) $H' = (1/9)H.$ **točno**

(e) $H' = (2/9)H.$

1.3 Kako bi se neko tijelo gibalo kroz neko sredstvo (npr. podmornica kroz vodu) brzinom stalnog iznosa v, pogonski sustav mora djelovati stalnom snagom P. Pretpostavimo li da je iznos sile otpora sredstva koja djeluje na tijelo razmjeran brzini tijela, za gibanje tog tijela brzinom iznosa $v' = 2v$ bila bi potrebna snaga

(a) $P' = P.$

(b) $P' = \sqrt{2}P.$

(c) $P' = 2P.$

(d) $P' = 4P.$ **točno**

(e) $P' = 8P.$

1.4 Napišite izraz za rad gravitacijske sile ako je tijelo pri klizanju niz kosinu s trenjem prevalilo neki put.

(a) $W_g = E_k + W_{\mathrm{tr}}$

(b) $W_g = E_k - W_{\mathrm{tr}}$ **točno**

(c) $-W_g = E_k - W_{\mathrm{tr}}$

(d) $-W_g = E_k + W_{\mathrm{tr}}$

(e) Niti jedno od navedenog.

1.5 Kada kažemo da je potencijalna energija mase m u polju Zemlje (masa M) dana izrazom $U = -\frac{GMm}{r}$, tada smo referentnu točku za računanje potencijala (potencijal je nula) stavili

(a) u $r \to \infty$, tj vrlo daleko od Zemlje **točno**

(b) u $r = 0$, tj. u središte Zemlje

(c) u $r = R_z$, tj. na površinu Zemlje

(d) Svejedno je gdje smo stavili referentnu točku, potencijalna energija je neovisna o njoj.

(e) Referentnu točku nije potrebno definirati u polju konzervativne sile.

1.6 Koji od sljedećih izraza predstavlja matematički zapis vala na napetom užetu? (y je elongacija čestice sredstva, y_m je amplituda, x položaj na užetu, λ je valna duljina vala, v brzina propagacije, f je frekvencija, T je period, ω je kružna frekvencija, k je iznos valnog vektora.)

(a) $y = y_m \sin k(x - \omega t)$

(b) $y = y_m \sin \omega(\frac{x}{v} - t)$ **točno**

(c) $y = y_m \sin(2\pi \frac{x}{\lambda} - ft)$

(d) $y = y_m \sin 2\pi(\frac{x}{\lambda} - \omega t)$

(e) $y = y_m \sin(\frac{x}{\lambda} - 2\pi \frac{t}{T})$

1.7 Kakav je tok električnog polja kroz cilindričnu plohu na slici?

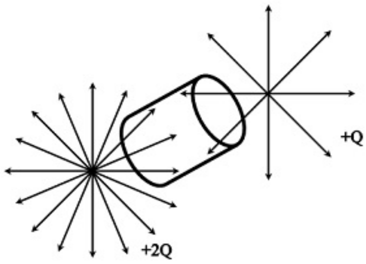
(a) Nula. **točno**

(b) Pozitivan i po iznosu jednak $3Q/\epsilon_0$.

(c) Pozitivan i po iznosu jednak Q/ϵ_0.

(d) Negativan i po iznosu jednak $3Q/\epsilon_0$.

(e) Negativan i po iznosu jednak Q/ϵ_0.



1.8 Dva naboja za koje vrijedi $Q_1 = +Q$ i $Q_2 = -2Q$ nalaze se blizu jedan drugoga. Gaussova površina ih obuhvaća u potpunosti. Tada je:

(a) električni tok negativan i po iznosu jednak $2Q/\epsilon_0$;

(b) električni tok je negativan i po iznosu jednak Q/ϵ_0 **točno**

(c) ukupan električni tok kroz provršinu jednak nuli;

(d) električni tok je (uvijek) pozitivan i jednak Q/ϵ_0.

(e) električni tok je (uvijek) pozitivan i jednak $2Q/\epsilon_0$.

1.9 Nevodljiva sferna ljuska polumjera R jednoliko je nabijena površinskom gustoćom naboja σ. Kojim se izrazom tada može izraziti polje na udaljenosti $r > R$?

(a) $E = \dfrac{4\pi\sigma}{r^2}$

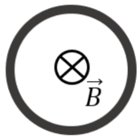
(b) $E = \dfrac{\sigma}{4\pi r^2}$

(c) $E = \dfrac{2\sigma}{\epsilon_0}\dfrac{R}{r^2}$

(d) $E = \dfrac{\sigma}{\epsilon_0}\left(\dfrac{R}{r}\right)^2$ **točno**

(e) Niti jednim od ovih izraza.

1.10 Metalni prsten polumjera 0.5 m i otpora 0.5 Ω postavljen je okomito na homogeno magnetsko polje (kao na slici) čiji se iznos povećava brzinom 0.5 T/s. Koliki su iznos i smjer struje u prstenu?



(a) $\pi/8$ A u smjeru kazaljke na satu.

(b) $\pi/8$ A u smjeru suprotnom od kazaljke na satu.

(c) $\pi/4$ A u smjeru kazaljke na satu.

(d) $\pi/4$ A u smjeru suprotnom od kazaljke na satu. **točno**

(e) 0 A.

1.11 Ako napeto uže modeliramo kao N kuglica, svaka mase Δm, povezanih bezmasenom niti napetosti T i međusobno udaljenih za Δx, onda ovaj model opisuje napeto uže u limesu kada:

(a) $\Delta x =$konst., $\Delta m =$konst., $N \to \infty$

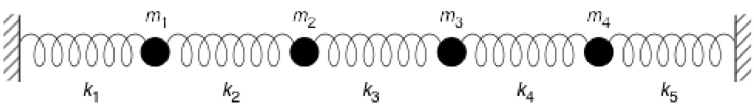
(b) $\Delta x \to 0$, $\Delta m \to 0$, $N \cdot T =$konst.

(c) $\Delta x \to 0$, $\Delta m =$konst., $N \to \infty$

(d) $\Delta x \to 0$, $\Delta m \to 0$, $T =$konst. **točno**

(e) $\Delta x =$konst., $\Delta m \to 0$, $N \cdot \Delta m =$konst.

1.12 Koliko svojstvenih načina longitudinalnih titranja (vlastitih modova) ima sustav na slici?



(a) 0

(b) 1

(c) 2

(d) 4 **točno**

(e) 5

1.13 Kada transverzalni val naiđe na granicu dva sredstva, pri promjeni sredstva mu se **ne** može promijeniti

(a) frekvencija, **točno**

(b) amplituda,

(c) valna duljina,

(d) valni vektor,

(e) sve gore navedeno se može promijeniti.

1.14 Vrlo precizni sat stavili ste na avion i pustili da obiđe Zemlju velikom brzinom na vrlo maloj visini. Prije polijetanja uskladili ste ga sa satom koji ostaje na tlu i oba pokazuju isto vrijeme. Koja je moguća situacija kada završi pokus i usporede se vremena koja pokazuju satovi?

(a) Satovi uvijek pokazuju identično vrijeme bez obzira gdje se nalaze.

(b) Satovi uvijek pokazuju identično vrijeme kada se ponovo nađu u istoj točki prostora.

(c) Satovi bi teorijski mogli pokazivati različito vrijeme, ali u praksi nije moguće mjeriti takvu razliku u ovakvom eksperimentu jer brzine nisu relativističke.

(d) Sat koji je ostao na tlu pokazuje da je proteklo više vremena. **točno**

(e) Sat koji se gibao u avionu pokazuje da je proteklo više vremena.

1.15 Dodamo li ravnom monokromatskom linearno polariziranom elektromagnetskom valu intenziteta I_0 val koji se razlikuje jedino po orijentaciji linearne polarizacije i to na takav način da orijentacija dodanog vala s orijentacijom polaznog vala zatvara kut $\pi/2$, dobivamo

(a) kružno polarizirani val intenziteta I_0.

(b) kružno polarizirani val intenziteta $2I_0$.

(c) linearno polarizirani val intenziteta I_0.

(d) linearno polarizirani val intenziteta $2I_0$. **točno**

(e) linearno polarizirani val intenziteta $4I_0$.

2. Pitanja iz teorije

Uputa: Odgovore na pitanja treba napisati na posebnom papiru te popratiti detaljnim komentarima i crtežima.

2.1 Skicirajte dijagram sila za tijelo na kosini nagiba α s kojom tijelo ima koeficijent trenja μ u slučaju kad tijelo klizi uz kosinu. Dodajte odgovarajući koordinatni sustav i napišite jednadžbu gibanja u vektorskom obliku te po komponentama u odabranom koordinatnom sustavu. [8 bodova]

2.2 Izvedite izraz za elektromotornu silu pri gibanju vodiča u magnetskom polju. [7 bodova]

2.3 Izvedite uvjete maksimuma za interferenciju pri refleksiji na tankom filmu u slučaju kada je $n_{\mathrm{sloj}} < n_{\mathrm{podloga}}$. [8 bodova]

3. Računski zadaci

Uputa: Postupke i rješenja treba napisati na posebnim papirima. Svaki zadatak nosi 7 bodova.

3.1 Raketa "New Shepard" kompanije "Blue Origin" iduće će godine početi voditi avanturiste na sub-orbitalne letove u svemir. Raketa započinje svoj put sa tla iz mirovanja kada se upale motori te ona krene vertikalno u vis. Nakon što se upale motori, oni ostaju upaljeni do visine od 40km. Nakon toga motori se gase i raketa se neko vrijeme nastavlja uspinjati do konačne visine od 100 km, nakon čega slobodno pada natrag do tla. Cijeli let od polijetanja do slijetanja traje 6.5 minuta. Izračunajte brzinu rakete u trenutku kada se ugase motori! Izračunajte prosječnu akceleraciju za vrijeme rada motora! (Napomena: zanemarite otpor zraka!)

Rješenje

Putanja nakon gašenja motora je vertikalni hitac sa početnom brzinom v_0 i početnom visinom $s_0 = 40$ km. Znamo da je:

$$s(t) = s_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \tag{1}$$

Označavamo sa t_{max} trenutak u kojem raketa postiže maksimalnu visinu, sa s_{max} maksimalnu visinu, sa s_0 visinu u trenutku gašenja motora, a sa h maksimalnu visinu preko početnih 40km (dakle h=60km).

$$s(t_{max}) = s_0 + v_0 t_{max} - \frac{1}{2} g t_{max}^2 = s_{max} \tag{2}$$

$$\frac{1}{2} g t_{max}^2 - v_0 t_{max} + h = 0 \tag{3}$$

Također, znamo da je:

$$v(t) = v_0 - gt \tag{4}$$

Brzina na maksimalnoj visini rakete je 0.

$$v(t_{max}) = v_0 - g t_{max} = 0 \implies t_{max} = \frac{v_0}{g} \tag{5}$$

Uvrštavanjem (5) u (3) dobiva se jednadžba:

$$\frac{1}{2} g (\frac{v_0}{g})^2 - v_0 \frac{v_0}{g} + h = 0 \tag{6}$$

Iz čega slijedi:

$$v_0 = \sqrt{2gh} \approx 1084 \frac{m}{s} \tag{7}$$

$$t_{max} = \frac{v_0}{g} \approx 110 s \tag{8}$$

Pad od 100 km do poda je slobodni pad, trajat će:

$$t_{sp} = \sqrt{\frac{2 s_{max}}{g}} \approx 143 s \tag{9}$$

Ako cijeli let traje 390 s, onda motori rade

$$t_m = 390 s - t_{max} - t_{sp} \approx 137 s \tag{10}$$

Prosječna akceleracija tijekom rada motora je onda:

$$a = \frac{v_0}{t_m} \approx 7.9 \frac{m}{s^2} \tag{11}$$

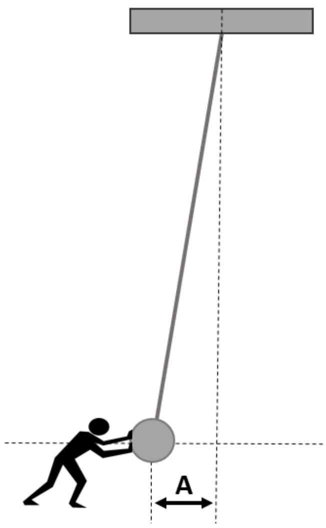
3.2 Masivna kugla obješena na dugoj niti njiše se amplitudom $A = 1$ m. Pri tome osoba pogurava kuglu vanjskom periodičkom silom maksimalnog iznosa 150 N. Gibanje kugle možemo opisati s:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \pi/2)$$

Izračunajte rad što ga izvrši osoba u vrijeme jednog perioda ako je u $t = 0$ sila maksimalna i u pozitivnom smjeru $x-$osi.
Prilikom rješavanja zadatka mogu poslužiti izrazi:

- $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
- $\int \sin(ax)\cos(ax)dx = \frac{\sin^2(ax)}{2a}$
- $\int \cos^2(ax)dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin(2ax)}{4a}$

Zbog duge niti, zanemarite kružnu putanju gibanja kugle i pretpostavite da kugla titra u horizontalnoj ravnini.



Rješenje

Tražimo rad za vrijeme 1 perioda:

$$W = \int_0^T F(x)dx, \text{ gdje je period } T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Jednadžba gibanja je zadana:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \frac{1}{2}\pi)$$

Sila je periodička funkcija s amplitudom $F_0 = 150\ N$ u trenutku t = 0, pa ona ima oblik:

$$F(t) = F_0 \cos \omega t$$

U integralu za rad potrebno je izraziti dx, pa deriviramo x(t) po vremenu:

$$\frac{dx}{dt} = -A\,\omega \sin\left(\omega t + \frac{1}{2}\pi\right), \quad \text{pa je} \quad dx = -A\,\omega \sin\left(\omega t + \frac{1}{2}\pi\right)dt$$

Uvrštavamo u integral za rad i računamo:

$$W = \int_0^T F_0 \cos \omega t\ (-A)\ \omega \sin\left(\omega t + \frac{1}{2}\pi\right)dt$$

Izlučimo konstante i koristimo trigonometrijski identitet funkcije zbroja:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

Slijedi:

$$W = -F_0 A\omega \left(\cos\frac{\pi}{2}\int_0^T \cos\omega t \sin\omega t\, dt + \sin\frac{\pi}{2}\int_0^T \cos^2\omega t\, dt\right)$$

Rješavamo tablične integrale (npr. koristeći matematički priručnik Bronštajn) i dobivamo:

$$W = F_0 A\pi \sin\frac{\pi}{2}$$

Uvrštavanjem zadane sile i amplitude dobivamo:

$$W = 471{,}24\ J$$

3.3 Student proizvodi zvuk valne duljine 2.2 cm i kreće se konstantnom brzinom od 180 km/h prema reflektirajućem zidu. Kolika je valna duljina jeke koju će student detektirati? Brzina zvuka u zraku je 330 m/s.

Rješenje

Valna duljina izvora zadana je s λ_i = 2.2 cm. Iz $f_i = \frac{v_z}{\lambda_i}$, gdje je v_z brzina zvuka zadana s 330 m/s, slijedi da je $f_i = 15\ \mathrm{kHz}$.

Brzina gibanja studenta je zadana s v = 180 km/h, odnosno 50 m/s.

Frekvencija jeke f' (ona frekvencija koju čuje student) povećana je u donosu na frekvenciju zvuka reflektiranog od zida f_R zbog gibanja studenta (detektora) prema zidu:

$$f' = f_R \frac{v_z + v}{v_z}$$

dok je frekvencija reflektirana od zida (ona koju zid „čuje“) također povećana zbog gibanja studenta (u ovom slučaju izvora):

$$f_R = f_i \frac{v_z}{v_z - v}$$

Prema tome slijedi da je frekvencija jeke:

$$f' = f_i \frac{v_z + v}{v_z - v}$$

Uvrštavanjem zadanih vrijednosti, dobivamo da je frekvencija jeke $f' = 20357{,}14\ \mathrm{Hz}$

Odnosno, tražena valna duljina je: $\lambda' = \frac{v_z}{f'}$ = 1.621 cm.

3.4 Potencijal električnog polja unutar kugle ovisi samo o udaljenosti od središta prema izrazu:

$$\varphi(r) = ar^2 + b$$

Gdje su a i b konstante. Nađite prostornu raspodjelu naboja $\rho(r)$ unutar kugle.

Rješenje

Prvo dobijemo polje iz potencijala:

$$E = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -2ar \tag{12}$$

I polje je radijalno. Uzimamo sferu za Gaussovu površinu i rješavamo jednadžbu:

$$\int \vec{E} d\vec{S} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0} \tag{13}$$

$$E \cdot 4R^2\pi = \frac{\rho \cdot 4R^3\pi/3}{\epsilon_0} \tag{14}$$

Konačno :

$$\rho = -6a\epsilon_0 \tag{15}$$

3.5 Nepolarizirana svjetlost pada na sustav koji se sastoji od četiri polarizatora, pri čemu je os polarizacije drugog i svakog idućeg polarizatora zakrenuta za 30° u smjeru kazaljke na satu u odnosu na prethodni polarizator. Tako su osi polarizacije prvog i posljednjeg polarizatora međusobno okomite. Koliki dio upadnog intenziteta svjetlosti izlazi iz ovog sustava?

Rješenje

Kada nepolarizirana svjetlost upada u polarizator određene ravnine tada intenzitet pada točno za polovicu:

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 \tag{16}$$

Dok za polariziranu svjetlost vrijedi:

$$I_2 = I_1 \cos^2\theta \tag{17}$$

gdje je θ kut koji zatvara polarizirana svjetlost s osi polarizatora.

Zadan je kut polarizirane svjetlosti u odnosu na os polarizatora: $\theta = 30°$ za drugi i svaki idući polarizator.

Tako se intenzitet svjetlosti koja prođe kroz zadani sustav od 4 polarizatora može pisati:

$$I_{1234} = \frac{1}{2} \cdot I_0 \cdot \left(\cos^2 30°\right)^3 = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^3 \approx 0.211 I_0 \tag{18}$$

3.6 Nađite brzinu kozmičke čestice, ako je njena ukupna energija pet puta veća od energije mirovanja.

Rješenje

Za slobodnu česticu, koja se giba malim brzinama, energija mirovanja je $E_0 = mc^2$, vrlo velika naspram kinetičke energije. Prema tome, budući da je ukupna energija slobodne čestice zbroj kinetičke energije i energije mirovanja, $E = E_k + E_0$, u našem se slučaju ne radi o malim brzinama, tj. radi se relativistočkoj čestici. U tom slučaju vrijedi:

$$E_0 = \gamma mc^2 = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{19}$$

Iz zadanog uvijeta je:

$$E = \gamma mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 5E_0 = 5mc^2 \tag{20}$$

Odakle slijedi:

$$v = 0.98c \tag{21}$$