Završni ispit iz Fizike (3. srpnja 2019.)

1. Pitanja višestrukog izbora

Upute: Na pitanja odgovarati zacrnjivanjem kružića na priloženom Obrascu za odgovore. Svaki zadatak nosi jedan bod. **Netočni** odgovori nose **-0.25 bodova**, a neodgovorena pitanja nose nula bodova.

1.1 Savršeno neelastičnim centralnim sudarom dviju jednakih relativističkih čestica čije su kinetičke energije prije sudara bile jednake njihovim energijama mirovanja nastaje jedna čestica (i ništa osim nje). Masa nastale čestice

(a) veća je od zbroja masa čestica koje su se sudarile. **točno**

(b) jednaka je zbroju masa čestica koje su se sudarile.

(c) manja je od zbroja masa čestica koje su se sudarile.

(d) je beskonačna (u okviru Specijalne relativnosti opisana situacija ne postoji).

(e) jednaka je nuli.

1.2 Kolika je količina gibanja čestice mase m čija je ukupna energija 3 puta veća od energije mirovanja?

(a) $\sqrt{8}mc$ **točno**

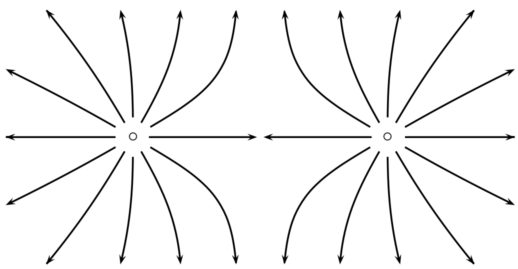
(b) $\sqrt{2}mc$

(c) $2mc$

(d) $3mc$

(e) $8mc$

1.3 Slika prikazuje silnice vektorskog polja u okolini dvaju objekata u prostoru.



Prikazano polje u najvećoj mjeri sliči

(a) magnetskom polju u ravnini koju okomito probadaju dva ravna beskonačna vodiča kojima teku jednake struje u istom smjeru.

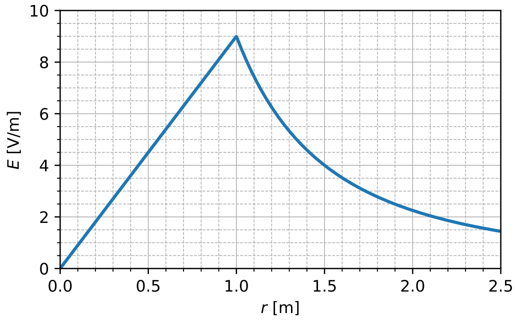
(b) magnetskom polju u ravnini koju okomito probadaju dva ravna beskonačna vodiča kojima teku jednake struje u suprotnim smjerovima.

(c) električnom polju u ravnini u kojoj miruju dvije jednake nabijene čestice. **točno**

(d) električnom polju u ravnini u kojoj miruju dvije čestice suprotnih naboja.

(e) magnetskom polju u okolini južnog i sjevernog pola permanentnog magneta.

1.4 Slika prikazuje ovisnost električnog polja jednoliko nabijene nevodljive kugle o udaljenosti od njenog centra. Koliko iznosi naboj kugle?



(a) $8.85 \cdot 10^{-12}$ C

(b) $17.70 \cdot 10^{-12}$ C

(c) $3 \cdot 10^{-11}$ C

(d) $1 \cdot 10^{-9}$ C **točno**

(e) $2 \cdot 10^{-10}$ C

1.5 Integracijom električnog polja po plohi koja omeđuje neki dio prostora možemo izračunati

(a) magnetsko polje unutar tog dijela prostora,

(b) tok magnetskog polja kroz tu plohu,

(c) električno polje unutar tog dijela prostora,

(d) raspodjelu naboja unutar tog dijela prostora,

(e) ukupni naboj sadržan unutar tog dijela prostora. **točno**

1.6 Potencijalna energija naboja u elektrostatskom polju i potencijal u elektrostatskom polju odnose se kao:

(a) sila na naboj u elektrostatskom polju i električno polje, **točno**

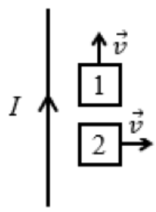
(b) sila na naboj u magnetskom polju i magnetsko polje,

(c) tok magnetskog polja i elektromotorna sila,

(d) tok električnog polja i elektromotorna sila,

(e) ništa od navedenog.

1.7 Beskonačno dugim ravnim vodičem teče struja I u smjeru prikazanom na slici. Što će se dogoditi ako se dvije metalne petlje počnu gibati u smjerovima prikazanim na slici?



(a) Neće se dogoditi ništa.

(b) Kroz petlju 1 poteći će struja u smjeru kazaljke na satu.

(c) Kroz petlju 1 poteći će struja u smjeru obrnutom od smjera kazaljke na satu.

(d) Kroz petlju 2 poteći će struja u smjeru kazaljke na satu. **točno**

(e) Kroz petlju 2 poteći će struja u smjeru obrnutom od smjera kazaljke na satu.

1.8 Superpozicijom dva vala:

$$\vec{E}_1 = E_{10}\hat{x}\cos(\omega t - kz) \quad \text{i} \quad \vec{E}_2 = E_{20}\hat{y}\cos(\omega t - kz + \phi) \tag{1}$$

nastat će linearno polarizirani ravni val ako vrijedi:

(a) linearno polarizirani val ne može biti superpozicija dva vala, tj. $E_{10} = 0$ ili $E_{20} = 0$,

(b) uvijek, tj. E_{10}, E_{20} i ϕ mogu biti proizvoljni,

(c) E_{10} i E_{20} proizvoljni, a $\phi = \pi/4$,

(d) E_{10} i E_{20} proizvoljni, a $\phi = \pi/2$,

(e) E_{10} i E_{20} proizvoljni, a $\phi = 0$. **točno**

1.9 Nepolarizirana svjetlost prolazi kroz par idealnih linarnih polarizatora čije osi transmisije čine kut 45° jedna u odnosu na drugu. Koji je postotak upadnog intenziteta svjetlosti u transmitiranoj svjetlosti, nakon prolaska kroz oba polarizatora?

(a) 100%

(b) 75%

(c) 50%

(d) 25% **točno**

(e) 0

1.10 Interferencijsku sliku svjetlosti iz dviju pukotina promatramo na udaljenom zastoru. Ako bismo pokus izveli u vodi, umjesto u zraku, ne mijenjajući ništa drugo u eksperimentalnom postavu, kako bi to utjecalo na sliku na zastoru?

(a) Interferencijska slika bila bi jednaka u vodi i u zraku, jer su sve varijable iste.

(b) Na zastoru ne bismo vidjeli nikakvu interferencijsku sliku, jer bi se svjetlost u vodi raspršila u svim smjerovima.

(c) Razmak između susjednih maksimuma na interferencijskoj slici bio bi jednak, ali intenzitet maksimuma bi se smanjio, jer bi se dio svjetlosti apsorbirao u vodi.

(d) Razmak između susjednih maksimuma na interferencijskoj slici bio bi veći u vodi nego u zraku, jer je brzina svjetlosti manja u vodi nego u zraku.

(e) Razmak između susjednih maksimuma na interferencijskoj slici bio bi manji u vodi nego u zraku, jer je brzina svjetlosti manja u vodi nego u zraku. **točno**

2. Pitanja iz teorije

Uputa: Odgovore na pitanja treba napisati na posebnom papiru te popratiti detaljnim komentarima i crtežima. Svako pitanje nosi 5 bodova.

2.1 Koristeći Ampère-Maxwellov zakon izračunajte magnetsko polje beskonačnog ravnog tankog vodiča, a zatim učinite isto primjenom Biot-Savartovog zakona.

2.2 Izvedite izraz za položaje minimuma intenziteta na zastoru u Youngovom pokusu.

3. Računski zadaci

Uputa: Postupke i rješenja treba napisati na posebnim papirima. Svaki zadatak nosi 5 bodova.

3.1 Izvedite općeniti izraz za količinu gibanja relativističke čestice čija je masa mirovanja m_0, a kinetička energija K. Izračunajte količinu gibanja protona čija je kinetička energija jednaka 500 MeV-a.

Rješenje

Znamo da vrijedi

$$E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \tag{2}$$

Također znamo:

$$E = m_0 c^2 + K \tag{3}$$

Ako izjednačimo dvije jednadžbe iznad dobijemo:

$$(m_0 c^2 + K)^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \tag{4}$$

Raspisivanjem i kraćenjem dobivamo konačni izraz:

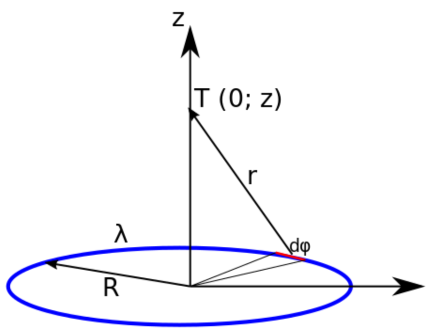
$$p = \frac{1}{c}\sqrt{K(K + 2m_0 c^2)} \tag{5}$$

Ako uvrstimo da je $K = 500$ MeV, dobijemo:

$$p = 1.06 \frac{\mathrm{GeV}}{c} \tag{6}$$

Gdje je c brzina svjetlosti.

3.2 Tanki kružni prsten polumjera 2 m (vidi sliku) nabijen je nabojem linijske gustoće $\lambda = 1$ nC/m. Odredite jakost električnog polja u točki T (0; 1m) na osi prstena.



Rješenje

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int dE_x \hat{x} + \int dE_y \hat{y} + \int dE_z \hat{z} \tag{7}$$

Komponente polja u $\hat{x}$ i $\hat{y}$ smijeru iščezavaju.

$$E_z = \int dE \cos\theta = \int \frac{k dQ}{r^2} \cos\theta \tag{8}$$

Kada se uzme u obzir da vrijedi: $dQ = \lambda dl$, $r^2 = R^2 + z^2$ i $\cos\theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}$ dobiva se:

$$E_z = k \int \frac{\lambda\, dl}{R^2 + z^2} \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \tag{9}$$

$$E_z = k\, \lambda \int \frac{dl\, z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \tag{10}$$

Nakon supstitucije $dl = R\, d\varphi$:

$$E_z = k\lambda Rz \frac{1}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\varphi = k\lambda Rz \frac{1}{(R^2 + z^2)^{3/2}}\, \varphi\Big|_0^{2\pi} \tag{11}$$

$$E_z = \frac{2\pi k\lambda Rz}{(R^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{2\pi \,\cdot\, 9 \cdot 10^9 \,\cdot\, 1 \cdot 10^{-9} \,\cdot\, 2 \,\cdot\, 1}{(2^2 + 1^2)^{3/2}} \approx 10.1\, \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \tag{12}$$

3.3 Elektromagnetski val putuje kroz vakuum u smjeru negativne $x-$osi. Intenzitet vala iznosi 1000 W m^{-2}, a frekvencija vala $5.9 \cdot 10^{15}$ s^{-1}. Magnetsko polje vala titra u smjeru $y-$osi te poprima maksimalan iznos u ishodištu u trenutku $t = 0$. Napišite izraze koji opisuju električno i magnetsko polje kao sinusoidalne funkcije.

Rješenje

Smjer električnog polja mora biti okomit i na magnetsko polje i na smjer gibanja vala, što znači da je električno polje usmjereno duž $z-$osi. Jednadžbe za električno i magnetsko polje eletromagnetskog vala su

$$\vec{E}(x,t) = E_0 \sin(\omega t + kx + \phi)\vec{k} \tag{13}$$

$$\vec{B}(x,t) = B_0 \sin(\omega t + kx + \phi)\vec{j}, \tag{14}$$

Zbog uvjeta da je za $t = 0$ i $x = 0$ amplituda maksimalna, zaključujemo da je $\phi = \frac{\pi}{2}$, odnosno jednadžbe kompaktnije pišemo s kosinusom:

$$\vec{E}(x,t) = E_0 \cos(\omega t + kx)\vec{k} \tag{15}$$

$$\vec{B}(x,t) = B_0 \cos(\omega t + kx)\vec{j}, \tag{16}$$

gdje su $E_0 > 0$ i $B_0 > 0$.

Iz intenziteta vala računamo amplitudu električnog polja:

$$I = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \tag{17}$$

Slijedi $E_0 = 868$ V/m. $B_0 = E_0/c = 2.89 \cdot 10^{-6}$ T

Ostaje nam još izračunati valni vektor $k = 2\pi/\lambda = \omega/c = 1.97 \cdot 10^7$ m^{-1}.

Konačno:

$$\vec{E}(x,t) = (868\,\mathrm{V/m}) \cos\left[(5.9 \cdot 10^{15}\mathrm{s}^{-1}) \cdot t + (1.97 \cdot 10^7\mathrm{m}^{-1}) \cdot x\right] \vec{k} \tag{18}$$

$$\vec{B}(x,t) = (2.89 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}) \cos\left[(5.9 \cdot 10^{15}\mathrm{s}^{-1}) \cdot t + (1.97 \cdot 10^7\mathrm{m}^{-1}) \cdot x\right] \vec{j}. \tag{19}$$

Prihvaćaju se i rješenja u kojima se zadana frekvencija uzima da je $5.9 \cdot 10^{15}$ Hz, s kružnom frekvencijom $\omega = 37.07 \cdot 10^{15}$ s^{-1} i valnim vektorom $12.38 \cdot 10^7$ m^{-1}.

3.4 Bijela svjetlost pada pod kutom $\alpha = 55°$ na tanku opnu sapunice indeksa loma $n = 1.36$. Odredi najmanju debljinu opne pri kojoj istovremeno dolazi do najslabije moguće refleksije svjetlosti valne duljine $\lambda_1 = 507$ nm i do najjače moguće refleksije svjetlosti valne duljine $\lambda_2 = 676$ nm.

Rješenje

n = 1.36
λ_1 = 507 nm
λ_2 = 676 nm
α = 55˚
----
d_{min} = ?

Uvjet za minimum za refleksiju na tankom listiću:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = (\mathrm{m}_1 + 1)\,\lambda_1$$

Uvjet za maksimum za refleksiju na tankom listiću:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha} = (2\mathrm{m}_2 + 1)\,\frac{\lambda_2}{2}$$

Tražimo minimalnu debljinu tankog listića za koju su istovremeno zadovoljena oba uvjeta.
Izjednačimo jednadžbe:

$$(2\mathrm{m}_2 + 1)\,\frac{\lambda_2}{2} = (\mathrm{m}_1 + 1)\,\lambda_1$$

Slijedi:

$$\left(\mathrm{m}_2 + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = (\mathrm{m}_1 + 1)$$

Pogađanjem tražimo minimalne vrijednosti za m_1 i m_2, takve da gornja jednakost vrijedi.
Pronalazimo da za m_1= 1 i m_2= 1 jednakost vrijedi. Za dobivene m_1 i m_2 su istovremeno zadovoljeni uvjeti maksimuma i minimum za refleksiju na tankom listiću.

Korištenjem jednadžbe za uvjet minimuma (ili maksimuma) računamo debljinu tankog listića:

$$d = \frac{(\mathrm{m}_1 + 1)\,\lambda_1}{2\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$$

$$d = 467\ \mathrm{nm}$$