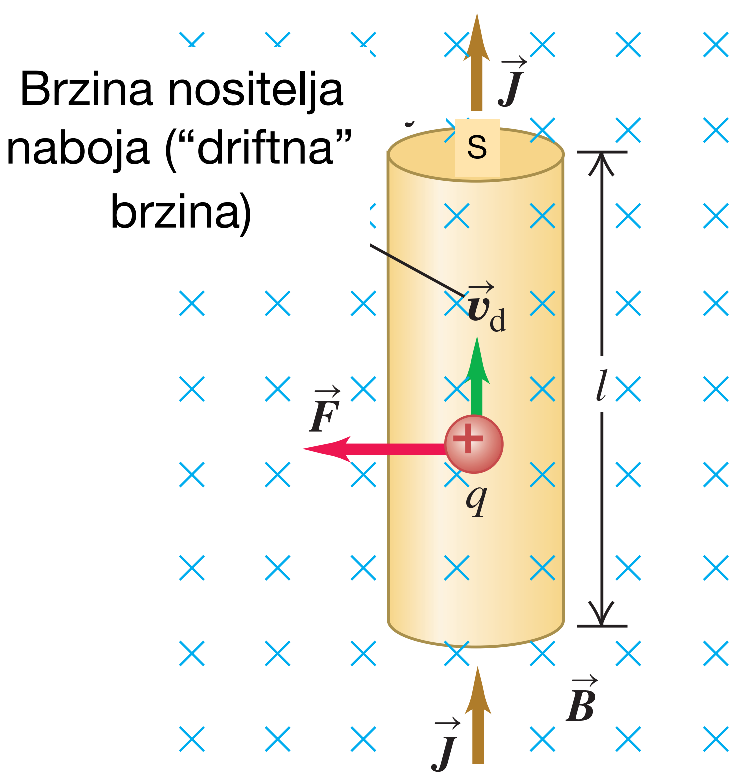
Magnetska sila na vodič kojim teče struja

- možemo izračunati silu na vodič kojim teče struja krenuvši od magnetske sile na pojedinačni naboj u gibanju
- razmotrimo duljinu vodiča dℓ i površine presjeka S kroz koji teče struja I, a koji se nalazi u vanjskom homogenom magnetskom polju B
- sila na pojedinačni naboj q jednaka je q$\mathbf{v_d}$ x **B**
- ukupan naboj u volumenu dV = S dℓ jednak je dQ = n q dV
- n = broj naboja u jedinici volumena



Young & Freedman University Physics

Sila na vodič duljine dℓ:

$$d\vec{F} = (q\vec{v}_d \times \vec{B})nS\,d\ell$$

Struja: $I = nqv_dS$

$$d\vec{F} = I\,d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

Ukupnu silu dobijemo zbrajanjem doprinosa d**F** duž cijelog vodiča:

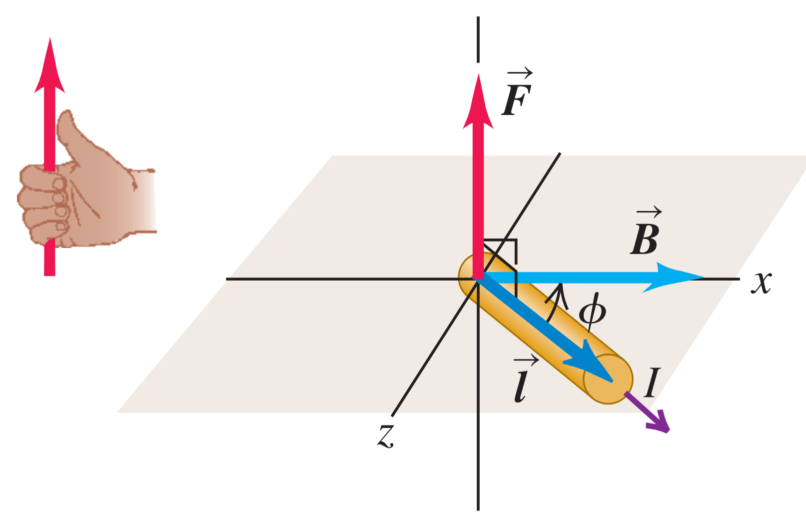
$$\vec{F} = I\int_A^B d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

Magnetska sila na vodič kojim teče struja

- smjer **B,** ℓ i **F** za nekoliko slučajeva:

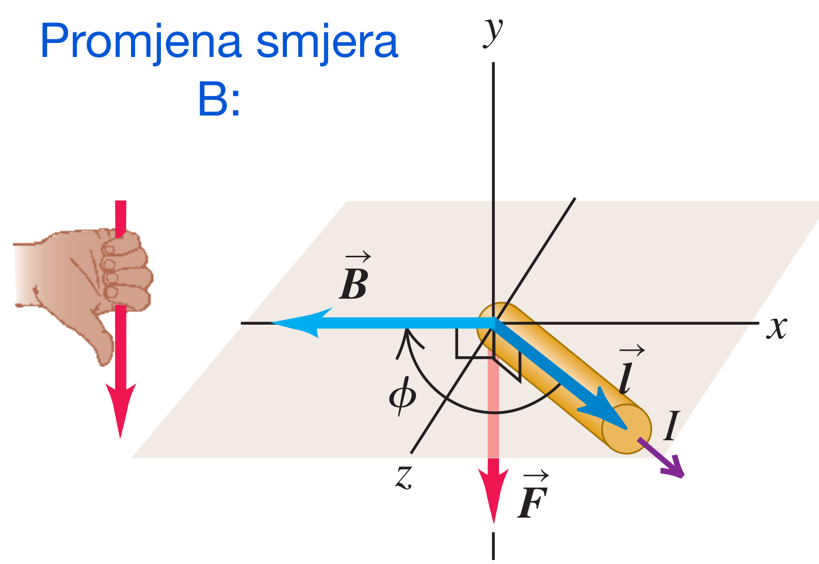
$$d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B}$$

(a)

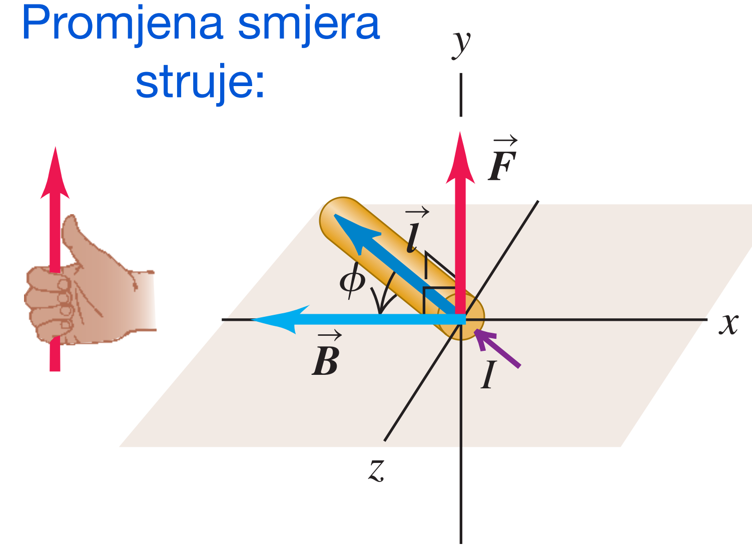


(b)

Promjena smjera B:



Promjena smjera struje:



Young & Freedman University Physics

Primjer

Magnetsko polje na slici je uniformno i okomito na ravninu slike. Kroz vodič teče struja prema lijevo. Vodič se sastoji od tri segmenta: (1) segment duljine L okomit na ravninu slike; (2) polukrug radijusa R; (3) ravni segment duljine L paralelan x-osi. Odredi ukupnu silu magnetskog polja na vodič.

$$\vec{B} = B\hat{k}$$

Segment (1):

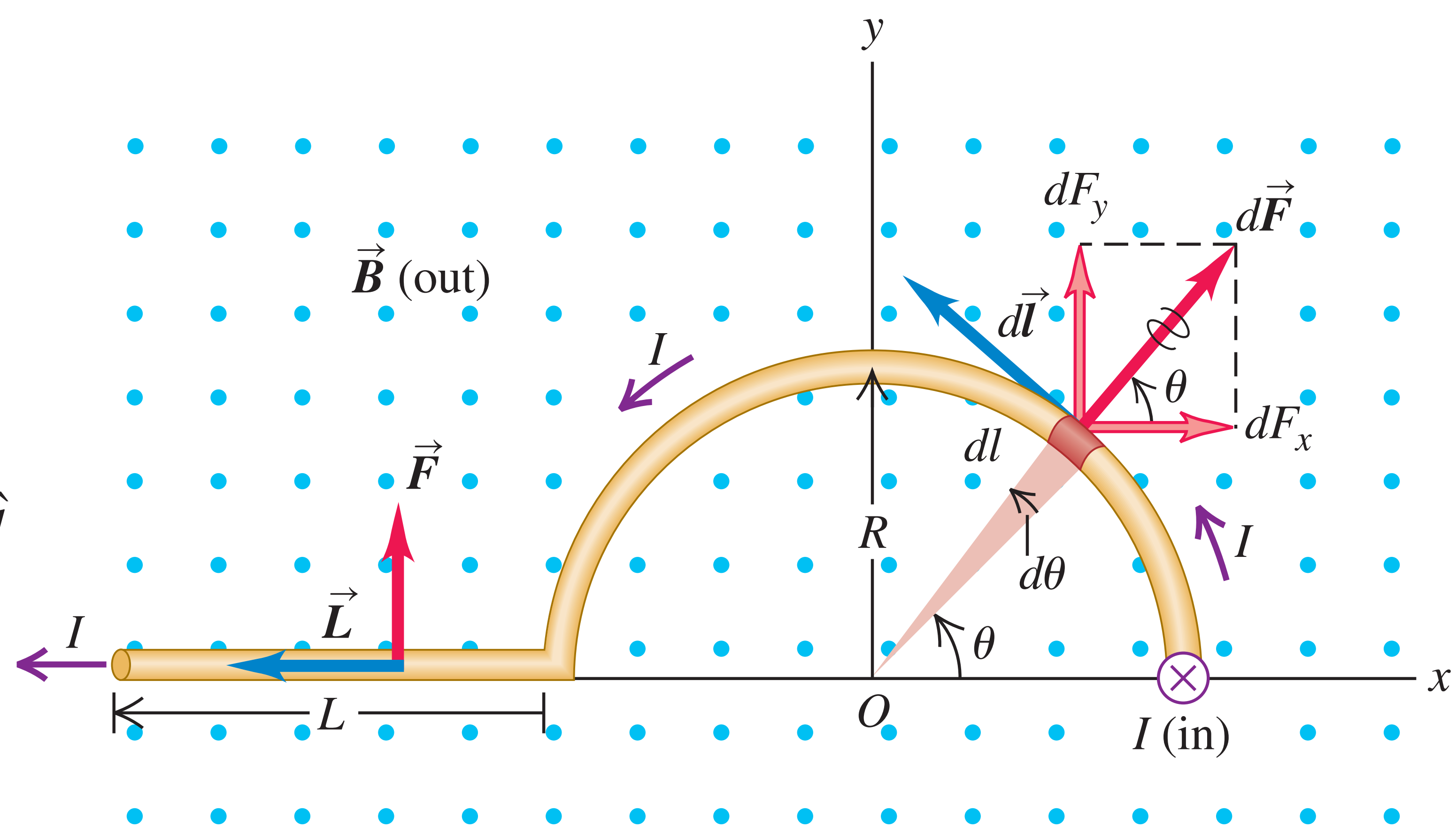
$$\vec{L} = -L\hat{k}$$

$$\vec{F}_1 = I\vec{L} \times \vec{B} = \vec{0}$$

Segment (3):

$$\vec{L} = -L\hat{\imath}$$

$$\vec{F}_3 = I\vec{L} \times \vec{B} = I(-L\hat{\imath}) \times (B\hat{k}) = ILB\hat{\jmath}$$



Young & Freedman University Physics

Segment (2):

$$dl = R\, d\theta$$

$$dF_2 = I\, dl\, B = I(R\, d\theta)B$$

$$dF_{2x} = IR\, d\theta\, B\cos\theta \qquad dF_{2y} = IR\, d\theta\, B\sin\theta$$

$$F_{2x} = IRB\int_0^{\pi}\cos\theta\, d\theta = 0$$

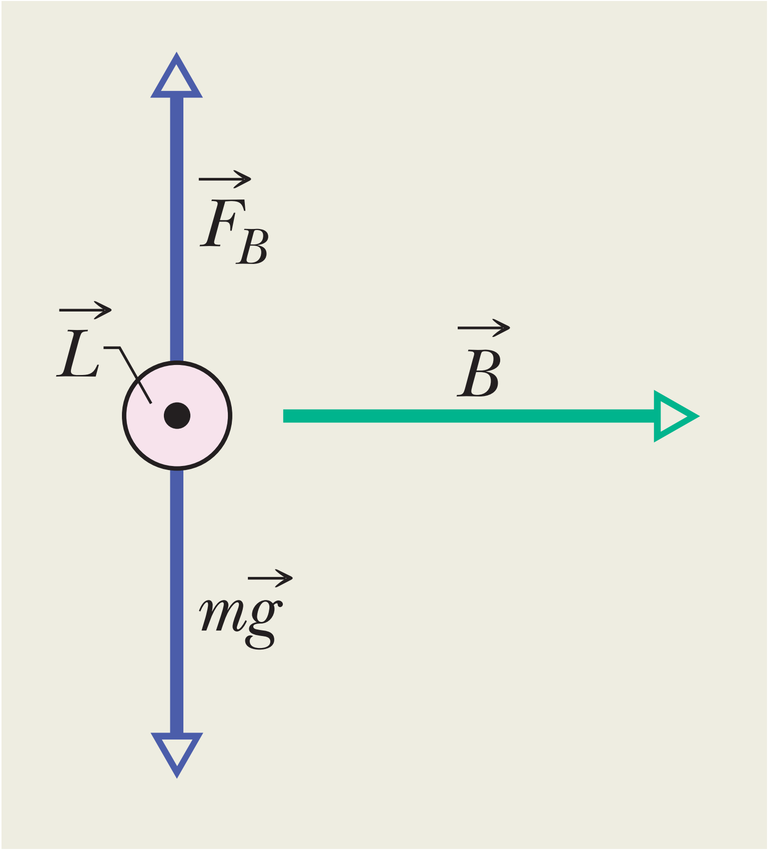
$$F_{2y} = IRB\int_0^{\pi}\sin\theta\, d\theta = 2IRB$$

$$\vec{\boldsymbol{F}}_2 = 2IRB\hat{\boldsymbol{j}}$$

$$\vec{\boldsymbol{F}} = \vec{\boldsymbol{F}}_1 + \vec{\boldsymbol{F}}_2 + \vec{\boldsymbol{F}}_3 = 0 + 2IRB\hat{\boldsymbol{j}} + ILB\hat{\boldsymbol{j}} = IB(2R + L)\hat{\boldsymbol{j}}$$

Primjer

Kroz ravnu, horizontalno postavljenu bakrenu žicu teče struja i=28A. Kolika je veličina i smjer magnetskog polja koje je potrebno da bi izbalansiralo gravitacijsku silu na žicu. Linearna gustoća žice je 46.6 g/m.

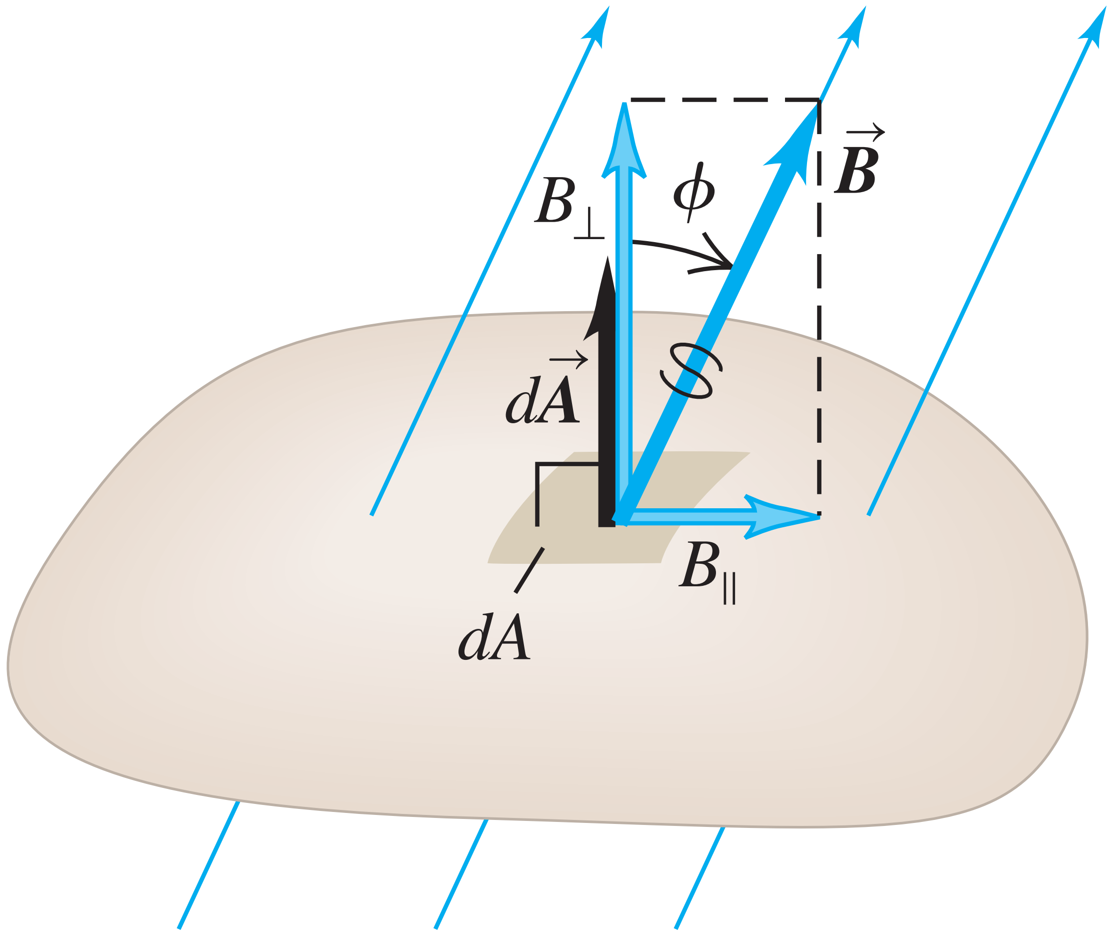


Magnetski tok

$$\Phi_B = \int B_\perp \, dA = \int B \cos\phi \, dA = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

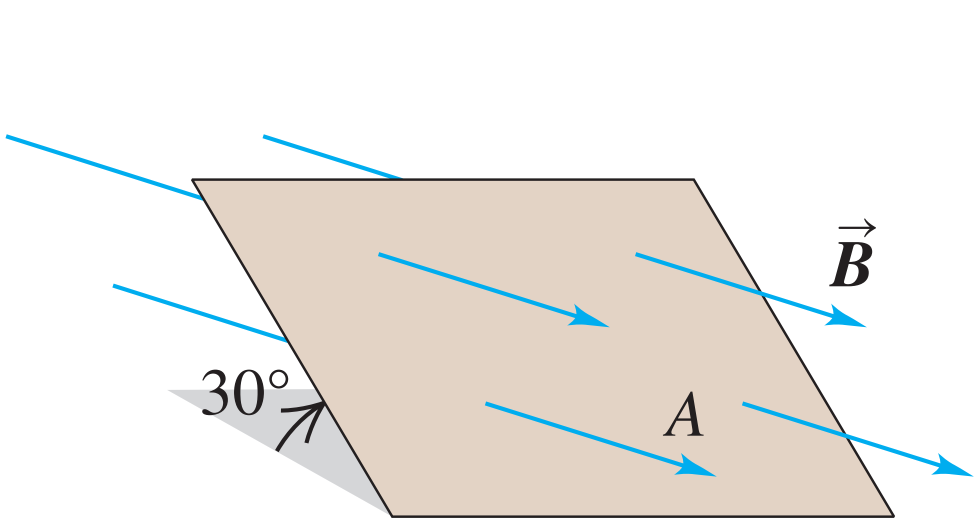
$$1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

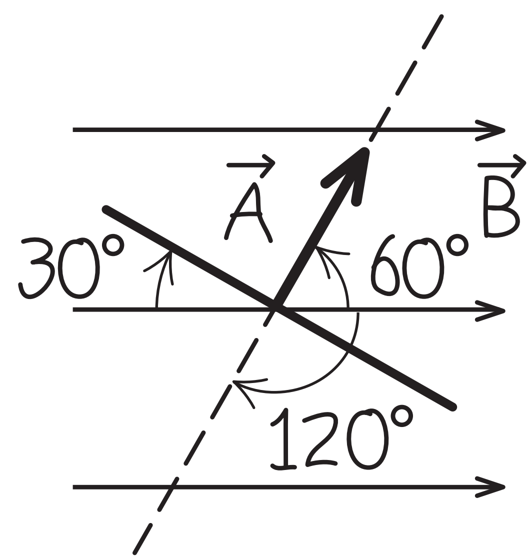
$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0}$$



Primjer

Ravna površina od 3 cm^2 (vidi sliku) nalazi se u uniformnom magnetskom polju **B**. Magnetski tok kroz površinu je 0.9 m Wb. Odredi veličinu magnetskog polja i smjer vektora površine **A.**



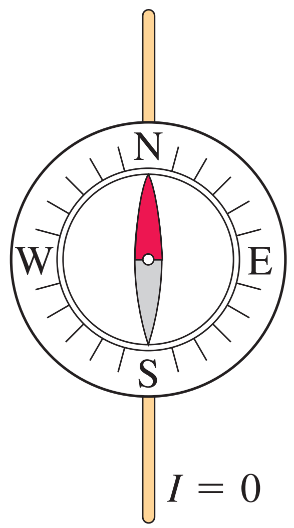


Oerstedov pokus

✤ 1820. Oersted je prvi put iznio dokaz o poveznosti između magnetizma i naboja u gibanju

Pronašao je da je igla kompasa otklonjena zbog prisutnosti žice kojom teče struja:

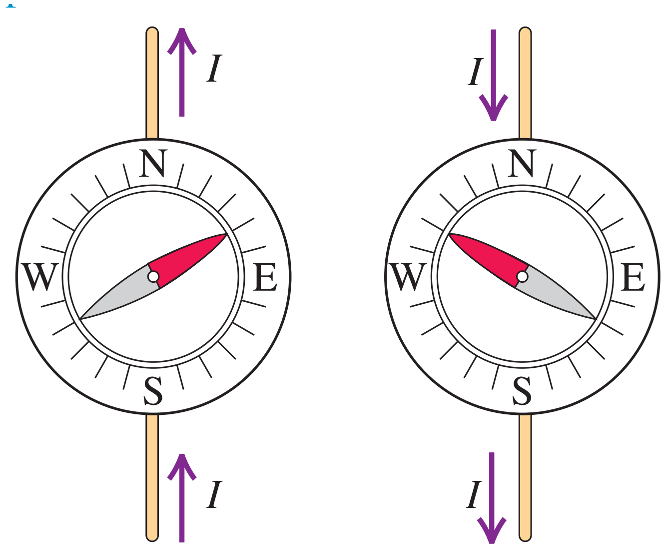
(a)



Kada žicom ne teče struja, igla kompasa pokazuje prema sjeveru.

(b)

Kada žicom teče struja, igla kompasa se otklanja. Smjer otklona ovisi o smjeru struje.



✤ Električno polje:

1. Distribucija naboja u mirovanju stvara električno polje $\vec{E}$ u prostoru
2. Električno polje djeluje silom $\vec{F} = q\,\vec{E}$ na bilo koji naboj koji je prisutan u polju

✤ Magnetsko polje:

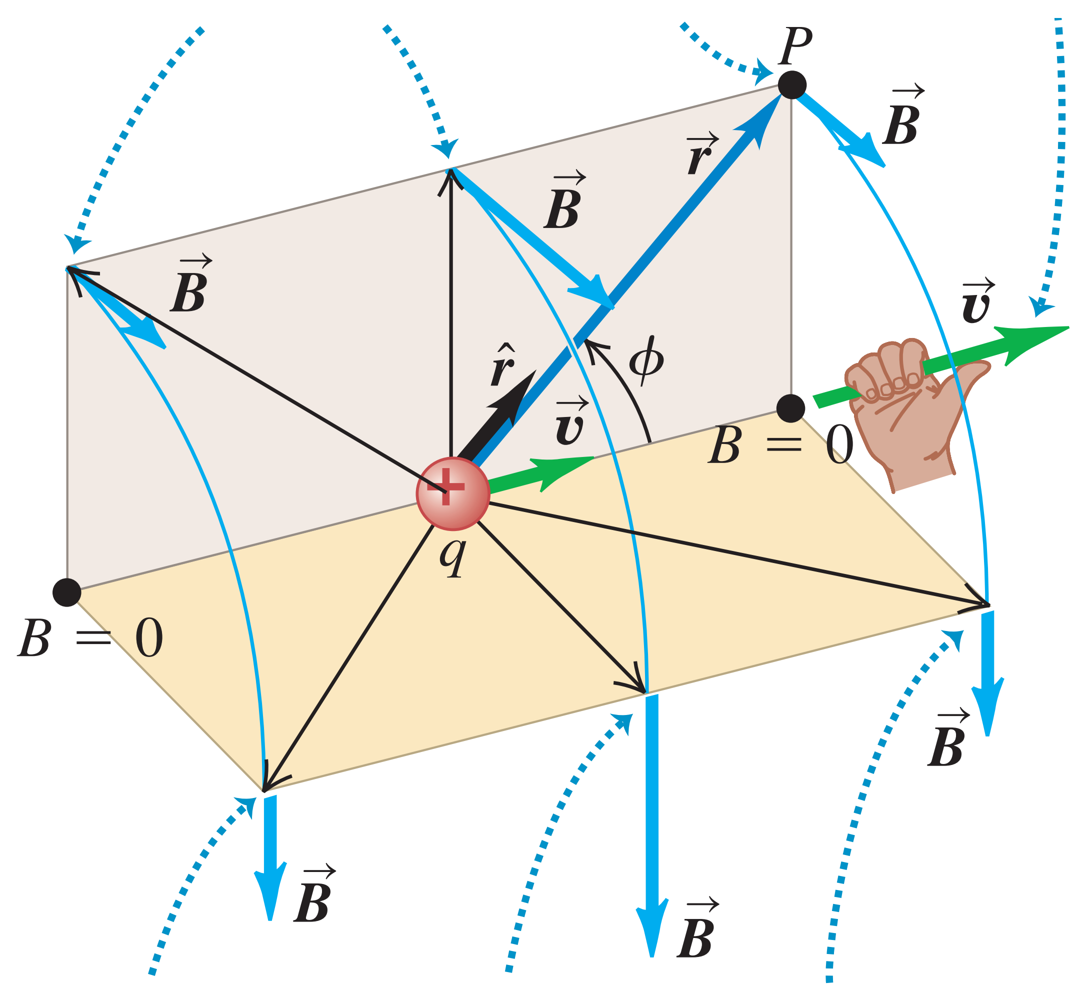
1. Naboj u gibanju ili struja stvara **magnetsko polje** u okolnom prostoru (uz postojeće električno polje)
2. Magnetsko polje djeluje silom $\vec{F}$ na bilo koji **naboj u gibanju ili struju** koja je prisutna u polju

Young & Freedman University Physics

Magnetsko polje naboja u gibanju

- veličina magnetskog polja B je proporcionalna |q| i $1/r^2$
- smjer polja B *nije* duž linije koja ide od naboja do točke u kojoj promatramo polje (točka P). Polje B je okomito na ravninu koja sadrži tu liniju i vektor brzine čestice
- veličina polja B je proporcionalna brzini čestice v i sinusu kuta ϕ

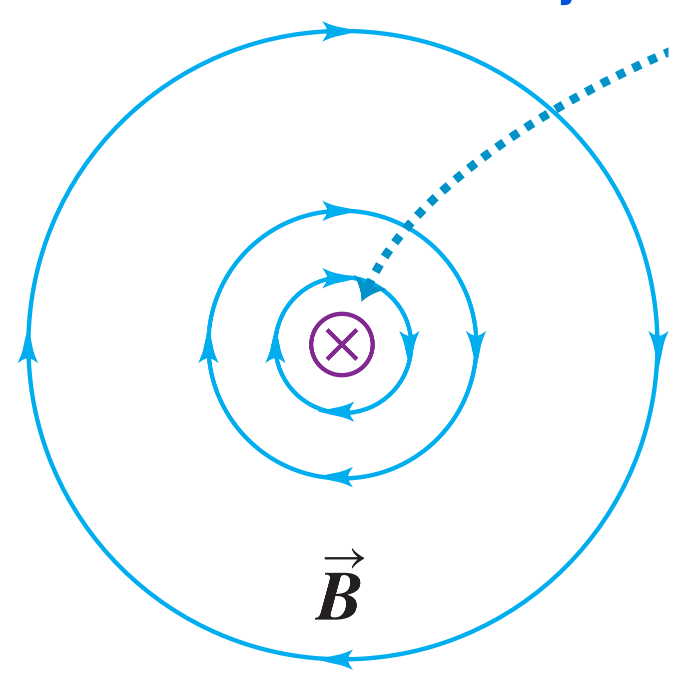
Pravilo desne ruke za magnetsko polje pozitivnog naboja koji se giba konstantnom brzinom (ako je naboj negativan, linije polja su u suprotnom smjeru):



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \qquad \hat{r} = \vec{r}/r$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{N \cdot s^2/C^2} = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{Wb/A \cdot m}$$
$$= 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A}$$

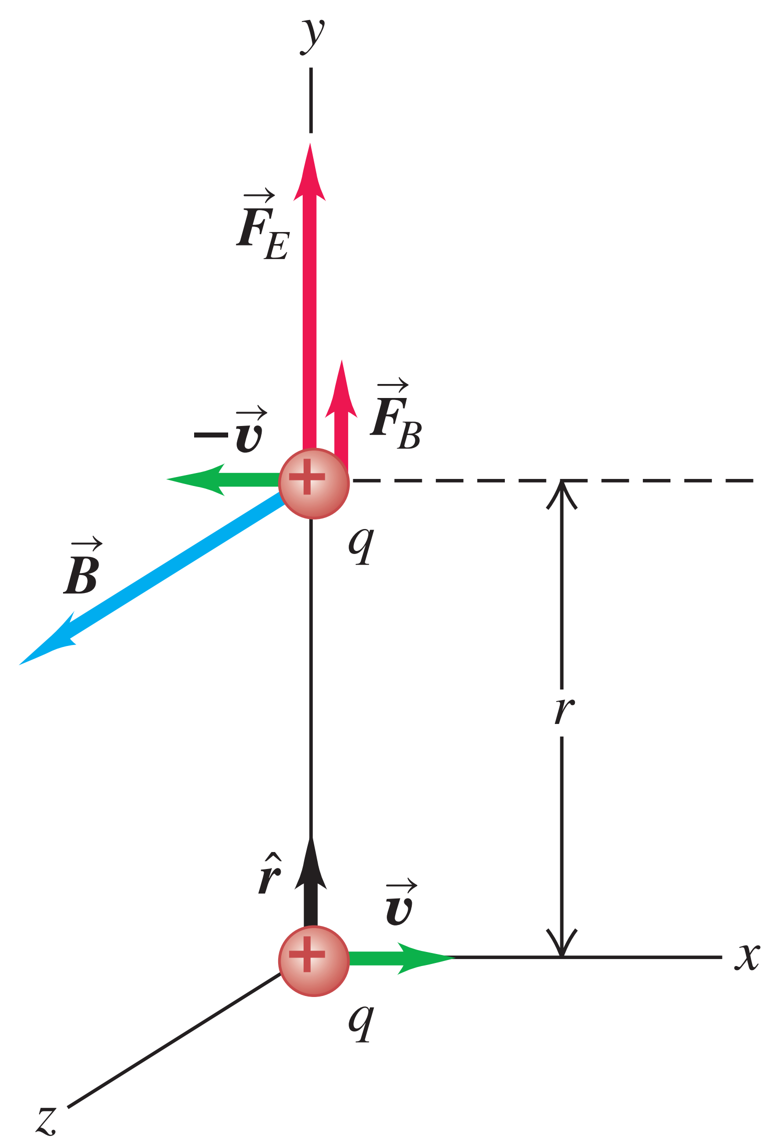
Ako pogledamo u smjeru "iza" naboja:



Young & Freedman University Physics

Primjer

Dva protona se gibaju paralelno sa x-osi u suprotnim smjerovima, istom brzinom v (ova brzina je puno manja od brzine svjetlosti c). U danom trenutku, odredi električne i magnetske sile na “gornji” proton i usporedi njihove veličine.



Biot-Savartov zakon: magnetsko polje elementa struje

Pravilo superpozicije: ukupno magnetsko polje uzrokovano nabojima u gibanju jednako je vektorskom zbroju polja uzrokovanih individualnim nabojima.

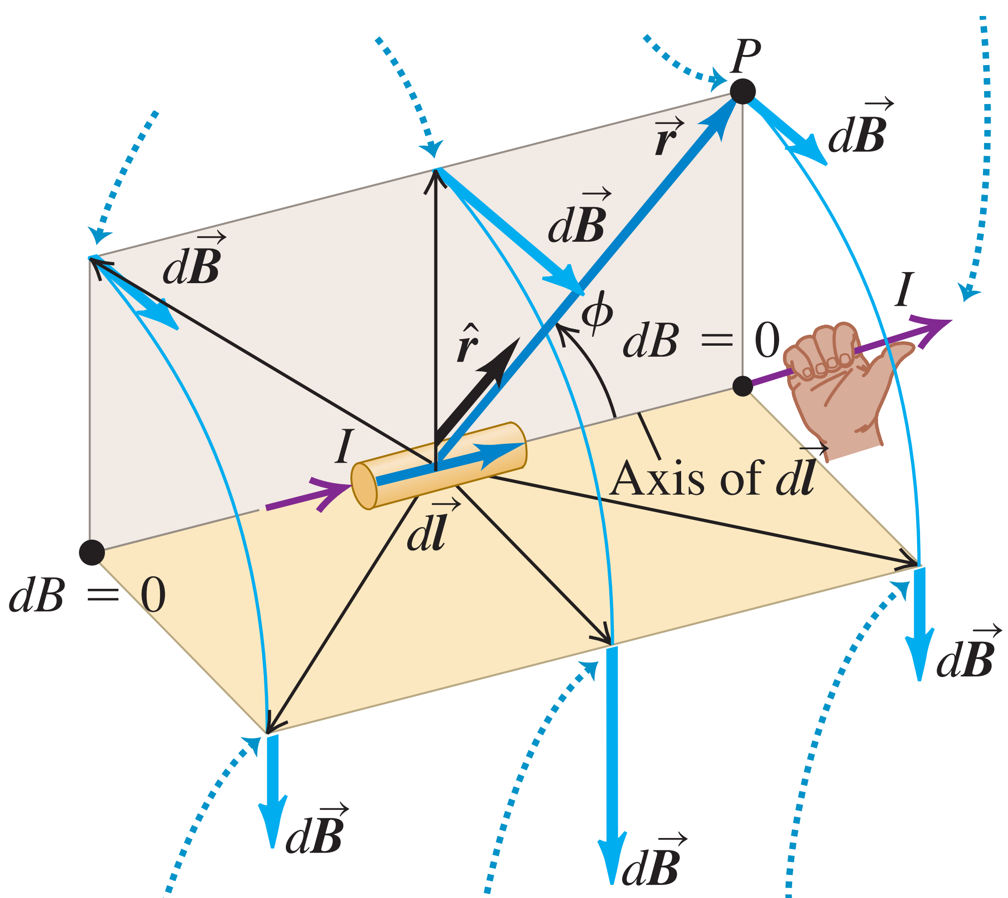
$$dQ = nq\,\mathrm{S}\,dl$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{|dQ|v_d \sin\phi}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{n|q|v_d\,\mathrm{S}\,dl\sin\phi}{r^2}$$

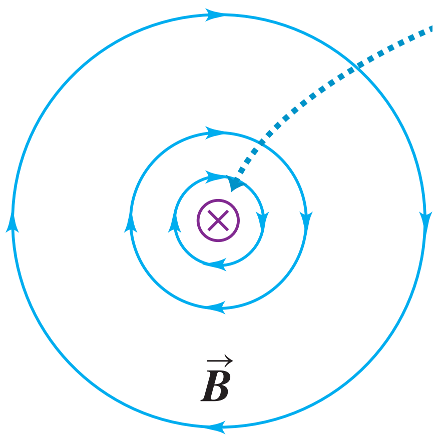
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\sin\phi}{r^2}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

Pravilo desne ruke za magnetsko polje elementa struje:



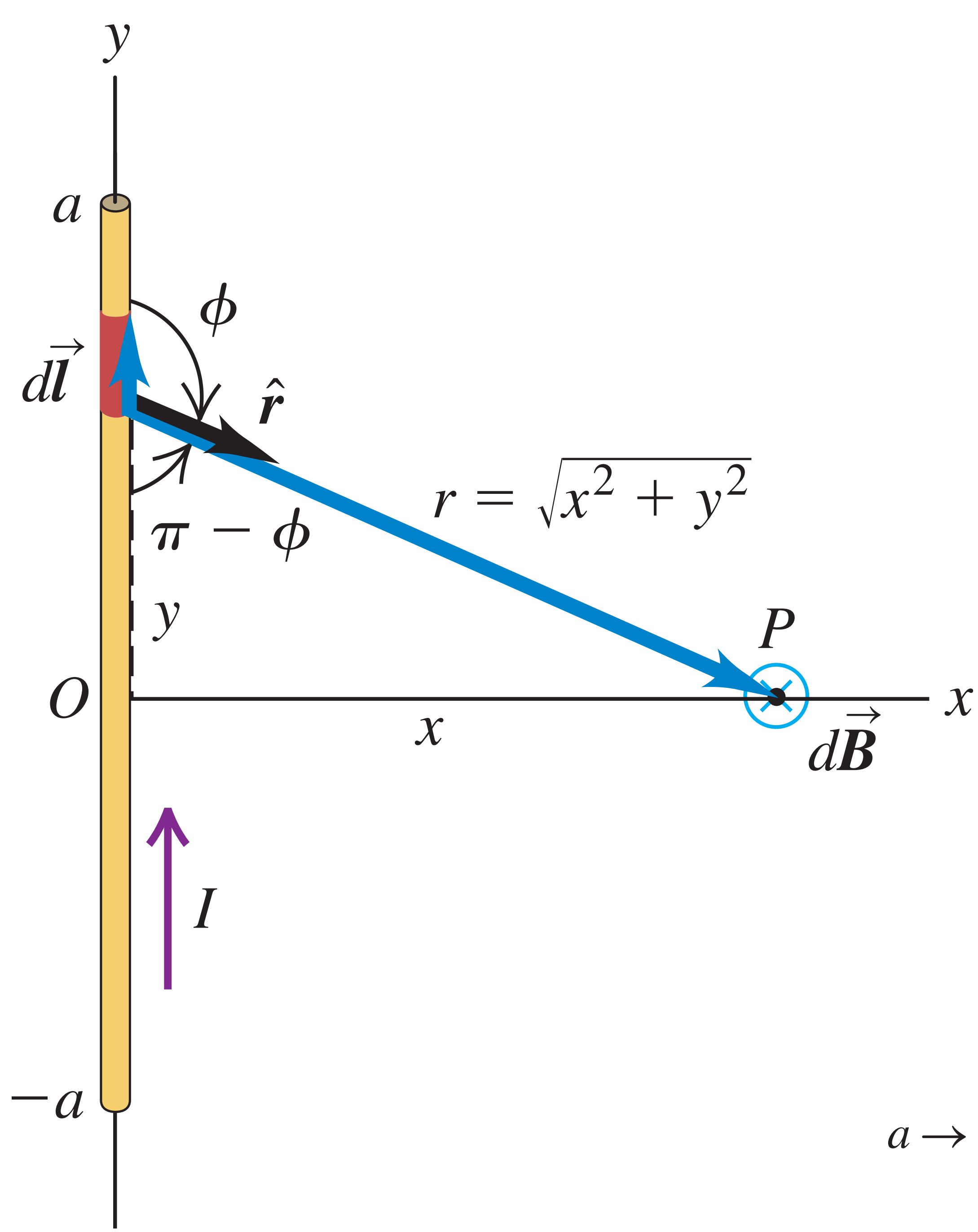
Ako pogledamo duž osi strujnog elementa:



Young & Freedman University Physics

Magnetsko polje vodiča kojim teče struja

Iskoristiti ćemo Biot-Savartov zakon da bi odredili magnetsko polje koje stvara ravni vodič kojim teče struja, u točki P na udaljenosti x od vodiča.



Young & Freedman University Physics

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\hat{r} = \vec{r}/r$$

$$dl = dy$$

$$\sin\phi = \sin(\pi - \phi) = x/\sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-a}^{a}\frac{x\, dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

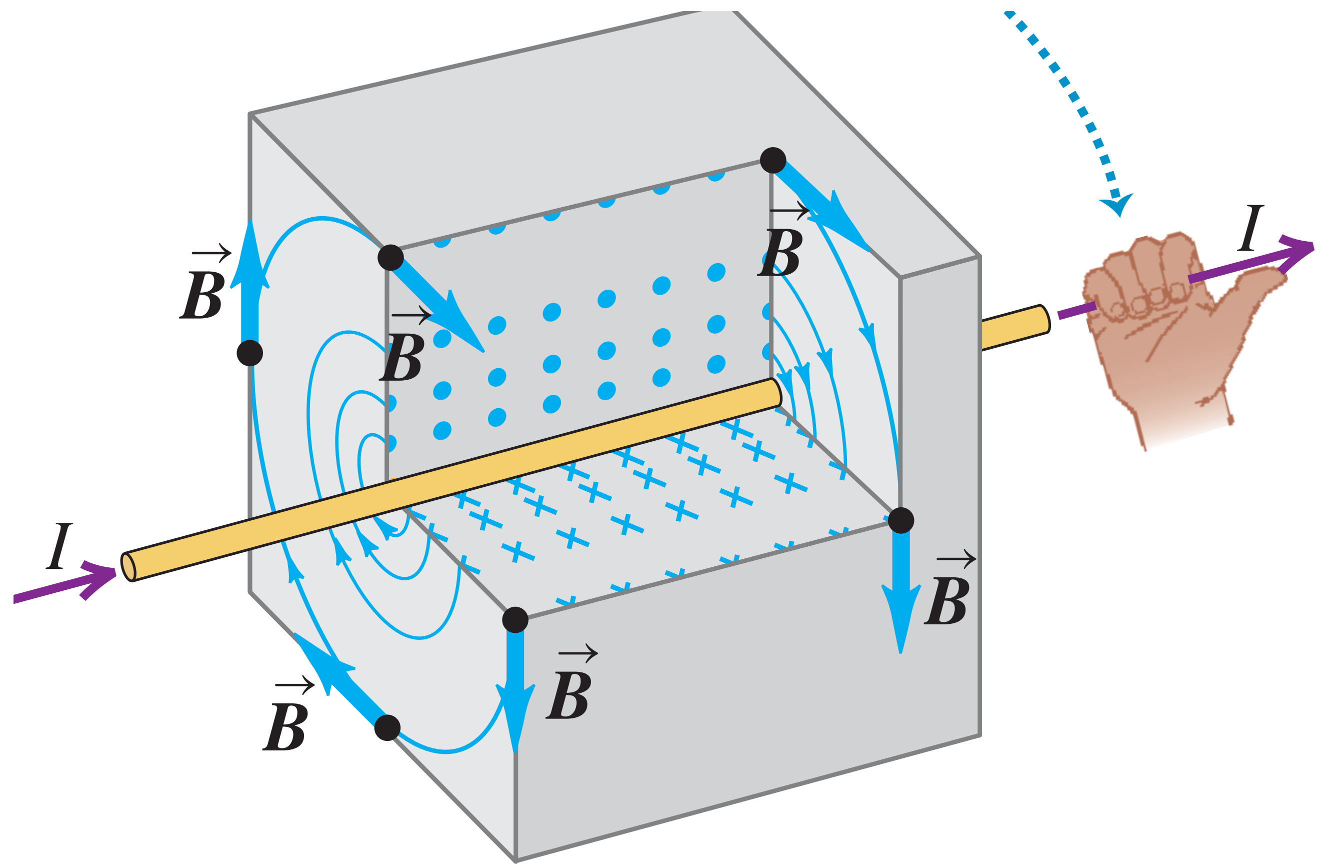
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{2a}{x\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$a \to \infty$ $\quad \sqrt{x^2 + a^2}$ →a

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}}$$

Magnetsko polje vodiča kojim teče struja

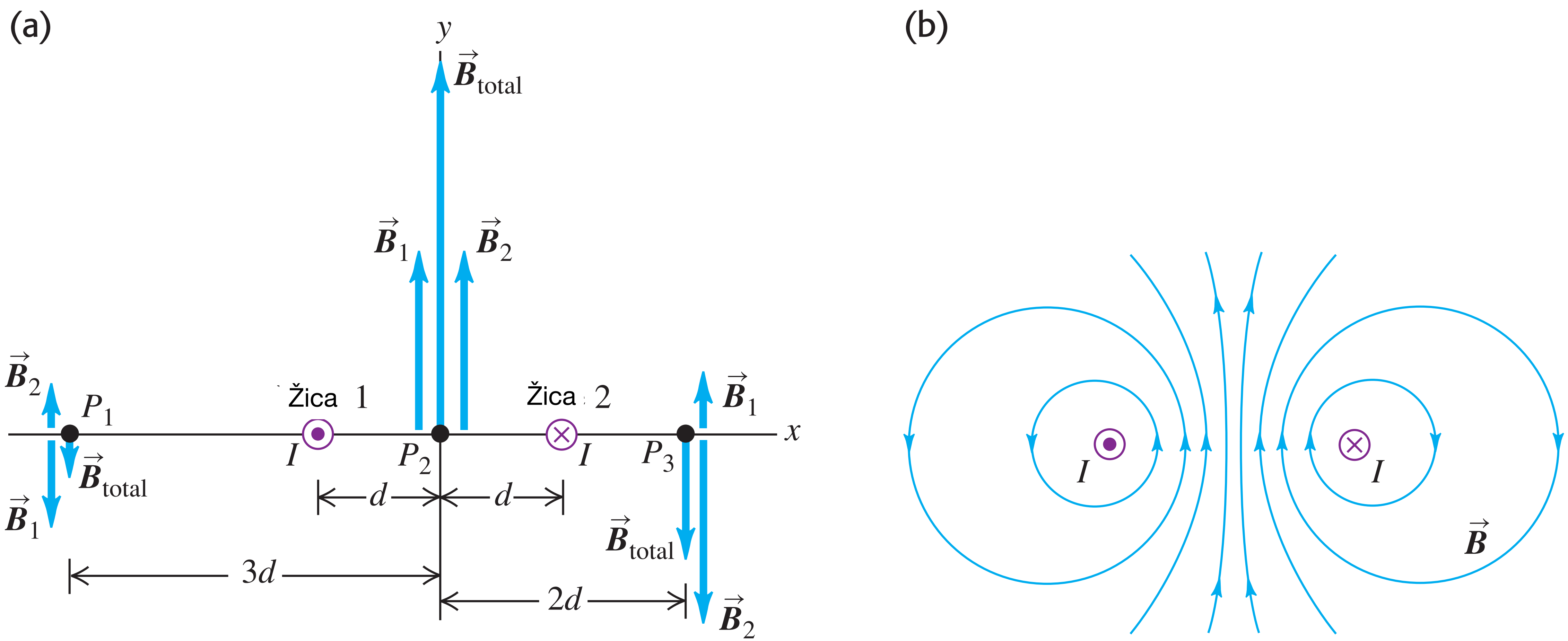
Pravilo desne ruke za magnetsko polje oko žice kojom teče struja:



Young & Freedman University Physics

Primjer

Na slici su prikazane dvije duge, ravne, paralelne žice okomite na xy ravninu. Svaka žica nosi struju I u suprotnom smjeru. (a) Odredi **B** u točkama P_1, P_2 i P_3. (b) Odredi izraz za **B** u bilo kojoj točki na x-osi desno od žice 2.



Točka P_1: $B_1 = \mu_0 I/2\pi(2d) = \mu_0 I/4\pi d$

$B_2 = \mu_0 I/2\pi(4d) = \mu_0 I/8\pi d$

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -\frac{\mu_0 I}{4\pi d}\hat{j} + \frac{\mu_0 I}{8\pi d}\hat{j} = -\frac{\mu_0 I}{8\pi d}\hat{j}$$

Točka P_2: $B_1 = B_2 = \mu_0 I/2\pi d$

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\hat{j} + \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\hat{j} = \frac{\mu_0 I}{\pi d}\hat{j}$$

Točka P_3: $B_1 = \mu_0 I/2\pi(3d) = \mu_0 I/6\pi d$ and $B_2 = \mu_0 I/2\pi d$.

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{6\pi d}\hat{j} - \frac{\mu_0 I}{2\pi d}\hat{j} = -\frac{\mu_0 I}{3\pi d}\hat{j}$$

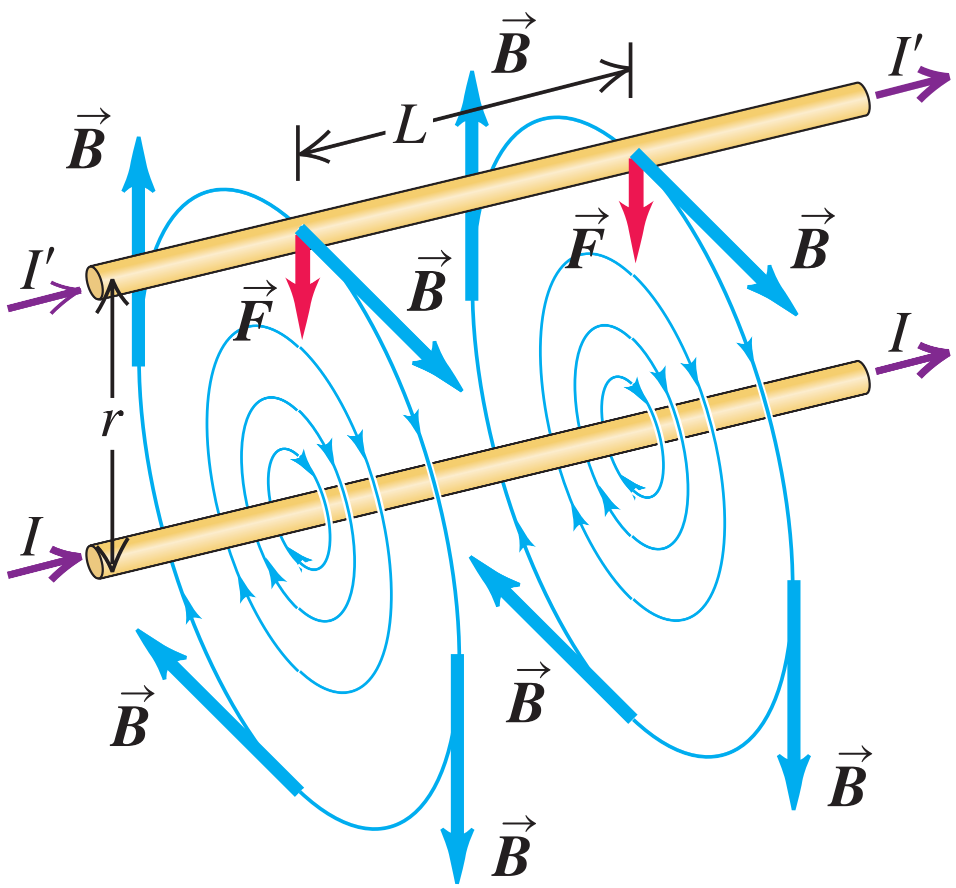
Magnetsko polje u bilo kojoj točki na x-osi desno od žice 2:

$$\vec{B}_{\text{total}} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi(x+d)}\hat{j} - \frac{\mu_0 I}{2\pi(x-d)}\hat{j}$$

$$= -\frac{\mu_0 I d}{\pi(x^2 - d^2)}\hat{j}$$

Magnetsko polje vodiča kojim teče struja

- neka dva ravna paralelna vodiča duljine L, razmaknuti za r, provode električnu struju čija je jakost I, odnosno I’. Svaki vodič će na mjestu drugog stvoriti magnetsko polje B. Dva paralelna vodiča kroz koje teku struje u istom smjeru se međusobno privlače.
- Ako bi struja kroz jedan od vodiča promijenila smjer, vodiči bi se odbijali



$$F = I'LB = \frac{\mu_0 I I' L}{2\pi r}$$

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r}$$

Stara SI definicija ampera:
Jedan amper je struja koja, kada je prisutna u dva paralelna vodiča beskonačne duljine i na udaljenosti 1 m u praznom prostoru, uzrokuje da svaki vodič osjeća silu od 2 x 10^{-7} newtona po metru duljine.
Veljača 2018:
Jedan amper je definiran preko vrijednosti elementarnog naboja e izraženog u jedinicama C, koji je jednak A · s

Young & Freedman University Physics

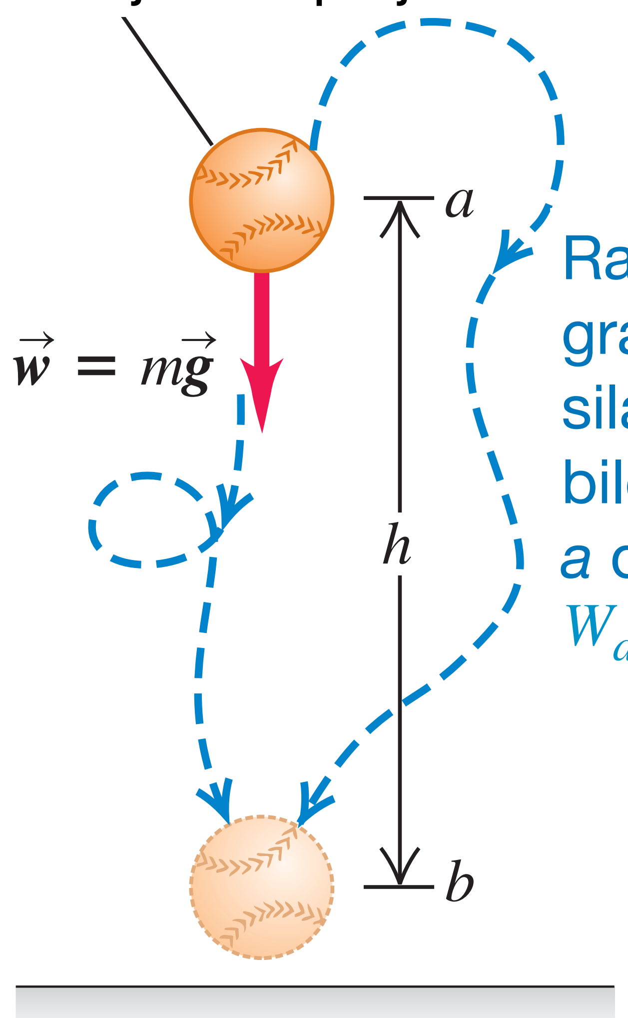
Električna potencijalna energija

Kada se nabijena čestica giba u električnom polju, polje djeluje silom koja može vršiti rad na česticu $W_{a\to b} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{l}$

Ovaj rad može biti izražen kao električna potencijalna energija.
Za **konzervativnu silu** vrijedi:

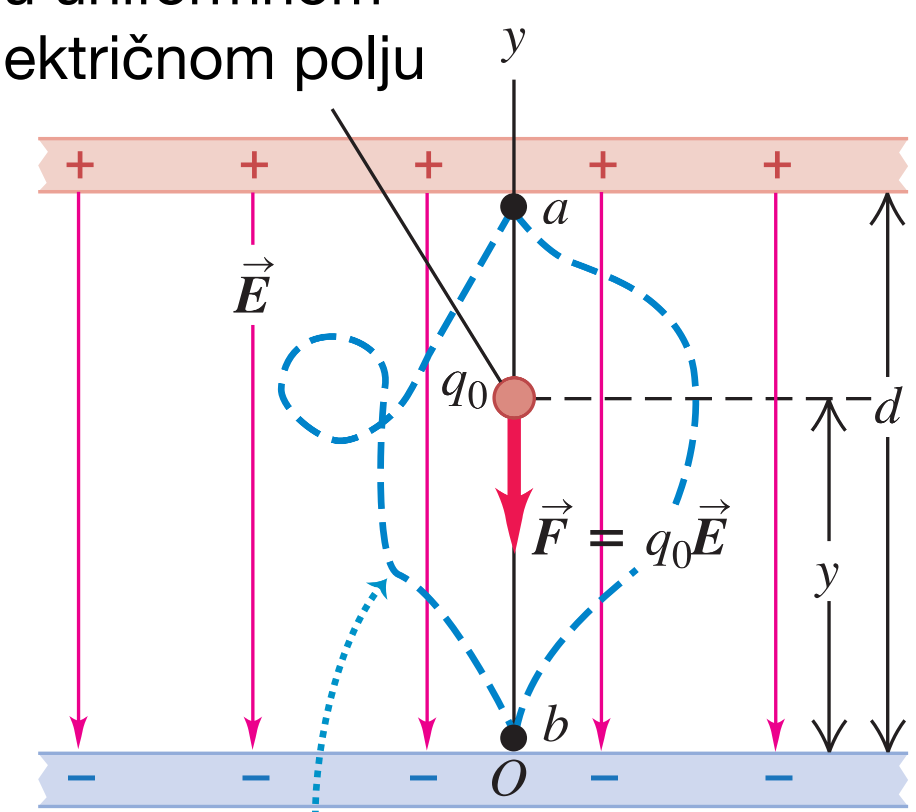
$$W_{a\to b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a) = -\Delta U$$

Objekt koji se giba u uniformnom gravitacijskom polju



Rad koji vrši gravitacijska sila je jednak za bilo koji put od *a* do *b*:
$W_{a\to b} = -\Delta U = mgh$

Točkasti naboj koji se giba u uniformnom električnom polju



Rad koji vrši električna sila je jednak za bilo koji put od *a* do *b*:
$W_{a\to b} = -\Delta U = q_0 E d$

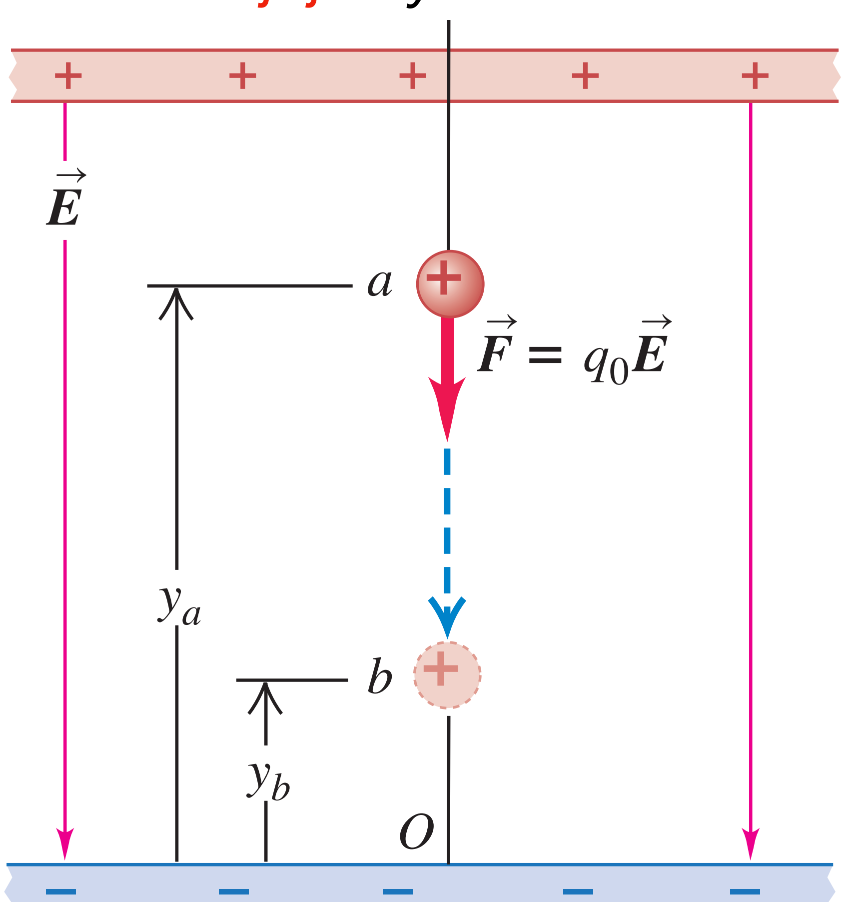
Young & Freedman University Physics

Električna potencijalna energija

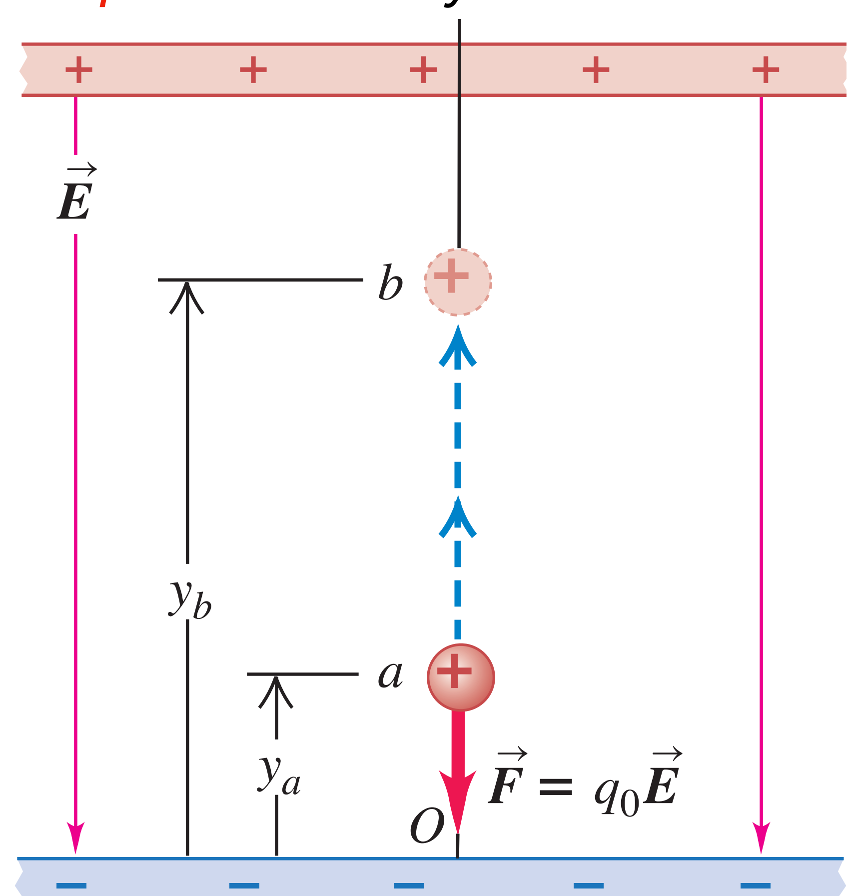
Kada se nabijena čestica giba u električnom polju, polje djeluje silom koja može vršiti rad na česticu
Ovaj rad može biti izražen kao električna potencijalna energija.
Za **konzervativnu silu** vrijedi:

$$W_{a\to b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a) = -\Delta U$$

Pozitivni naboj se giba u smjeru **E:**
- Polje vrši *pozitivni* rad na naboj.
- U se *smanjuje*



Pozitivni naboj se giba suprotno od smjera **E:**
- Polje vrši *negativni* rad na naboj.
- U se *povećava*



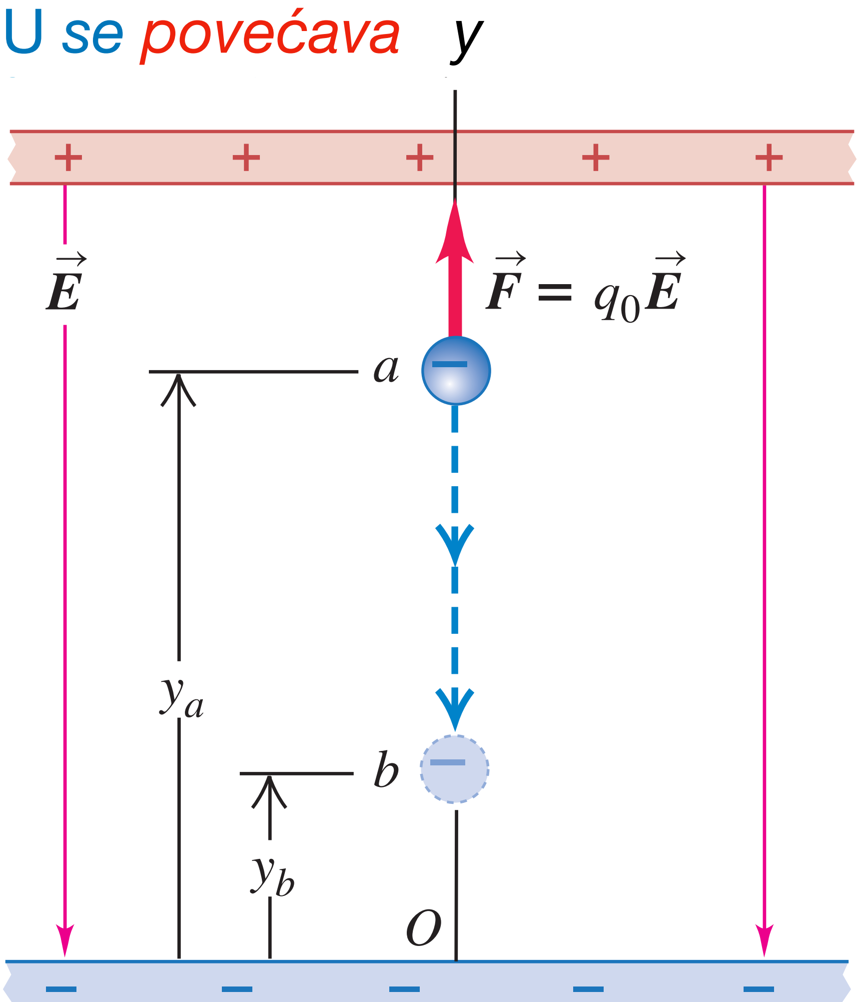
Young & Freedman University Physics

Električna potencijalna energija

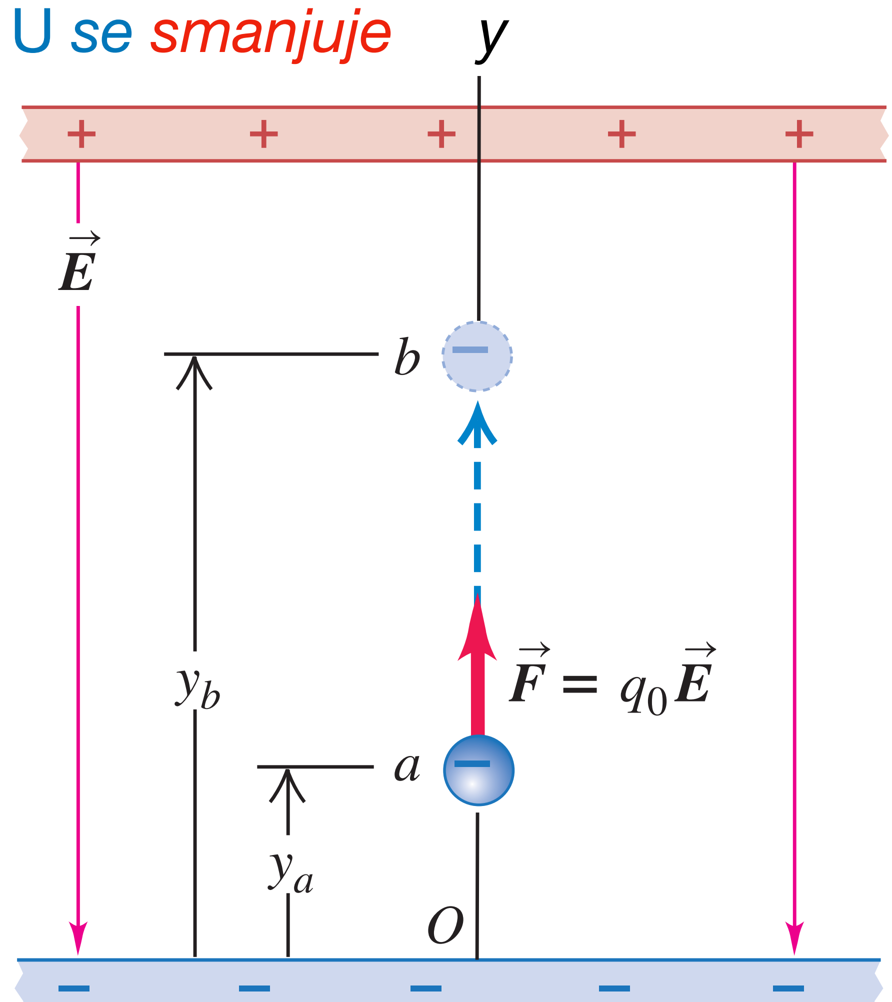
Kada se nabijena čestica giba u električnom polju, polje djeluje silom koja može vršiti rad na česticu
Ovaj rad može biti izražen kao električna potencijalna energija.
Za **konzervativnu silu** vrijedi:

$$W_{a\to b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a) = -\Delta U$$

Negativni naboj se giba u smjeru **E:**
- Polje vrši *negativni* rad na naboj.
- U se *povećava*



Negativni naboj se giba suprotno od smjera **E:**
- Polje vrši *pozitivni* rad na naboj.
- U se *smanjuje*



Young & Freedman University Physics

Električna potencijalna energija 2 točkasta naboja

$$F_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}$$

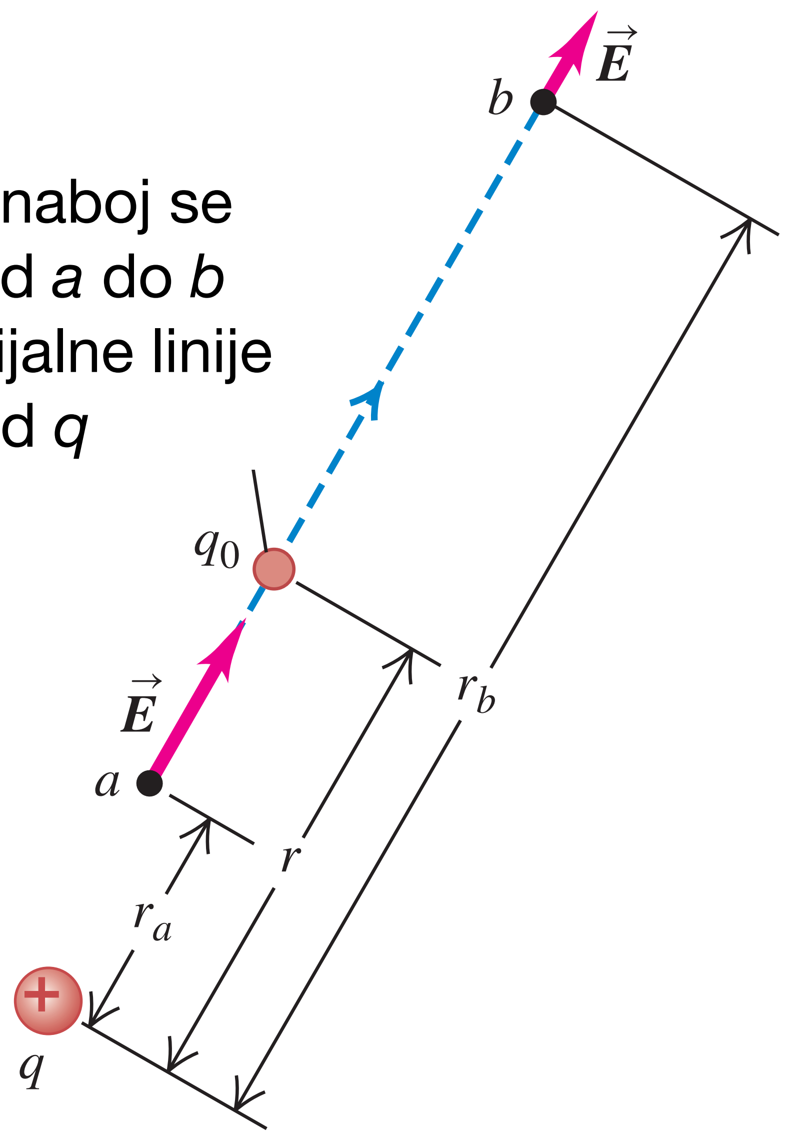
$$\boxed{U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r}}$$

$$\boxed{V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}}$$

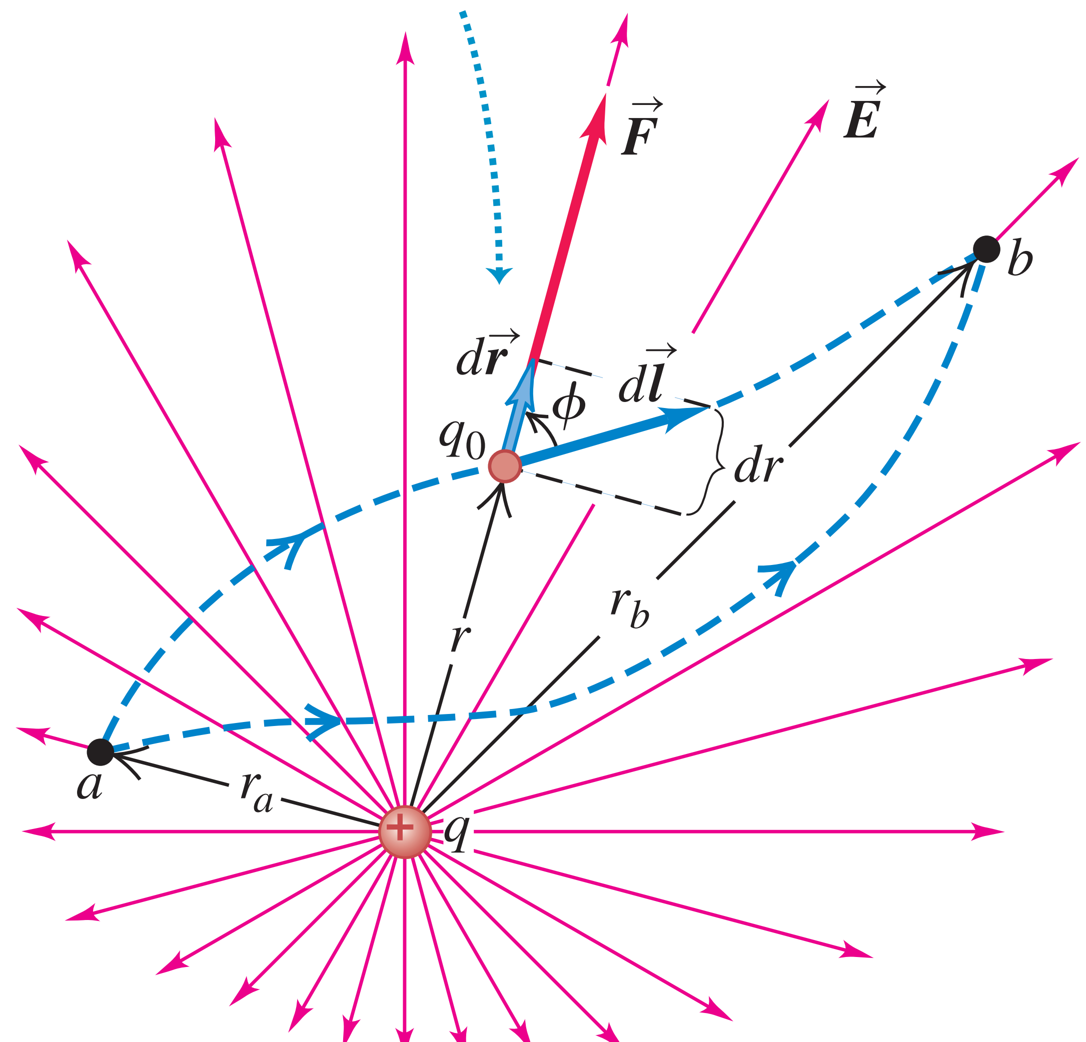
$1\ \mathrm{eV} = 1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$

$1\ \mathrm{V} = 1\ \mathrm{volt} = 1\ \mathrm{J/C} = 1\ \mathrm{joule/coulomb}$

Testni naboj se giba od *a* do *b* duž radijalne linije od *q*



Testni naboj se giba od *a* do *b* duž proizvoljnog puta



Young & Freedman University Physics

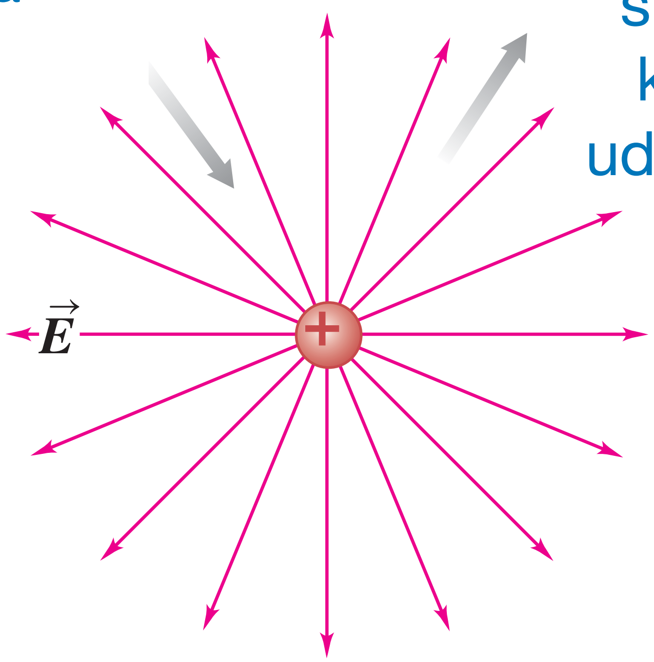
Električni potencijal

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b E \cos\phi \, dl$$

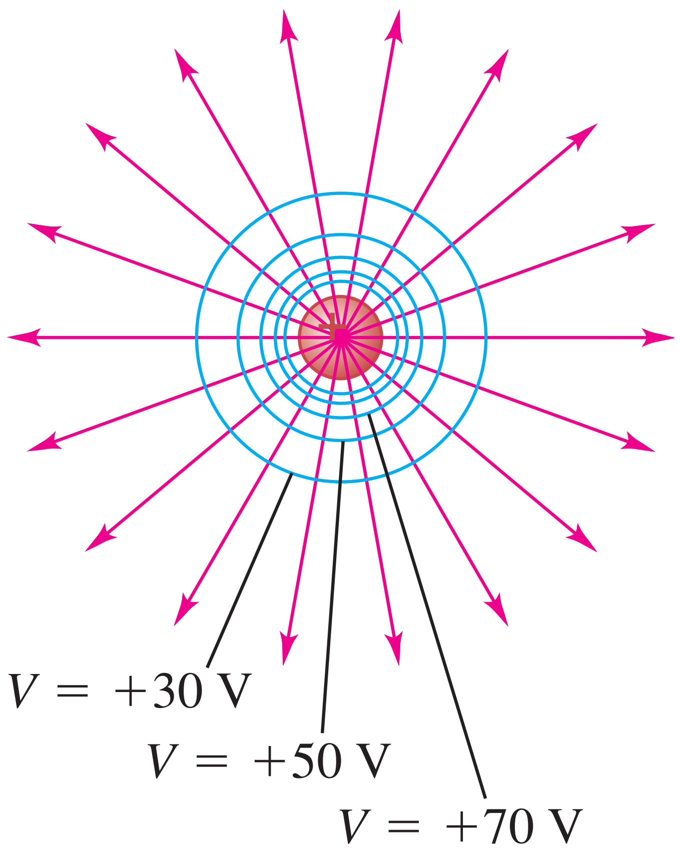
Pozitivni točkasti naboj:

V se povećava kako se približavamo

V se smanjuje kako se udaljavamo



Poprečni presjek ekvipotencijalnih ploha:



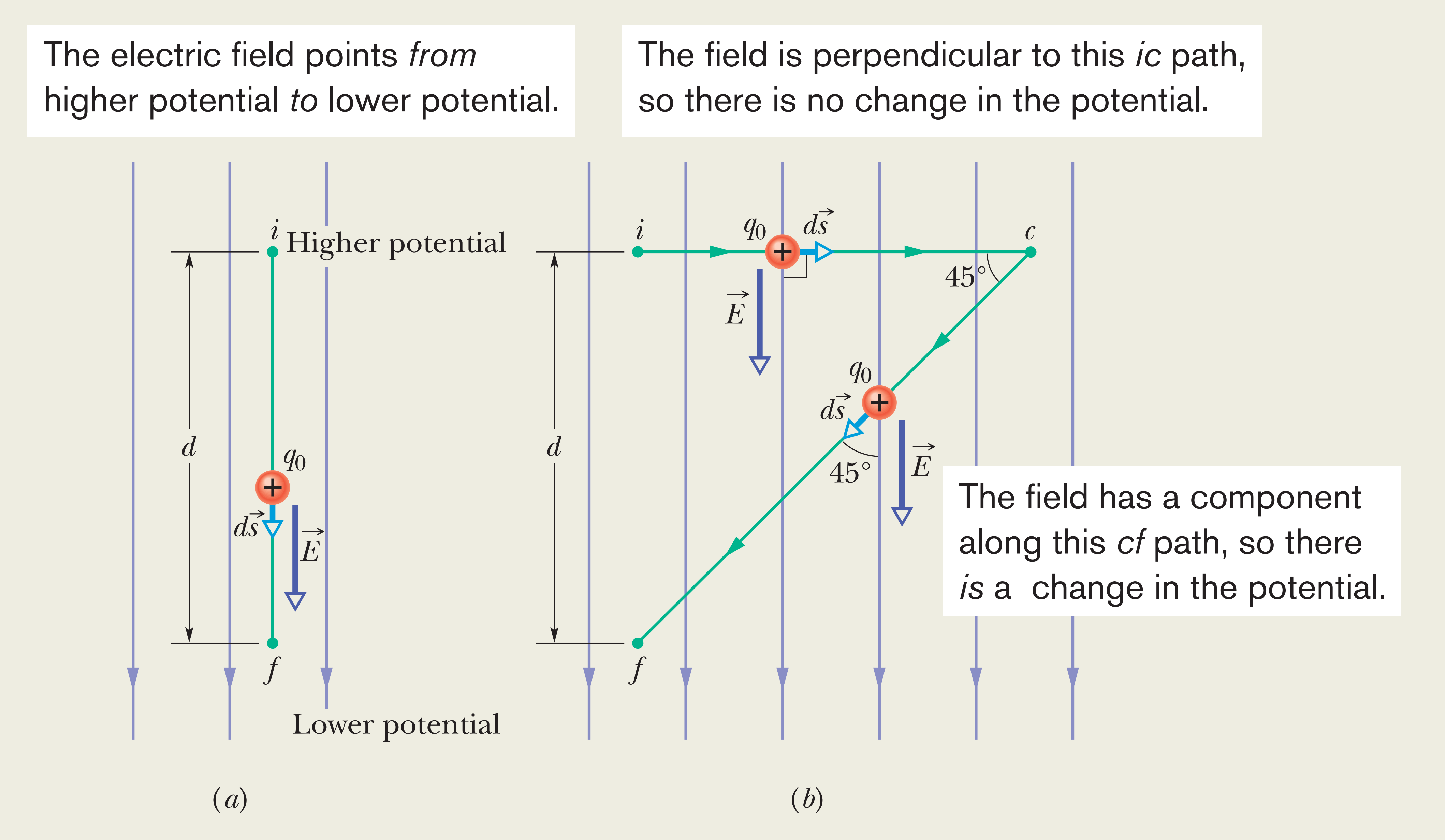
$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

$$\vec{E} = -\left(\hat{\imath}\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right)$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

Primjer

Slika prikazuje dvije točke, *i*, *f*, u uniformnom električnom polju. Točke leže na istoj liniji električnog polja i nalaze se na udaljenosti d. Odredi potencijalnu razliku V_f - V_i pomicanjem pozitivnog testnog naboja q_0 od *i* do *f* duž dva puta: *i-f* na slici lijevo, te *i-c-f* na slici desno.



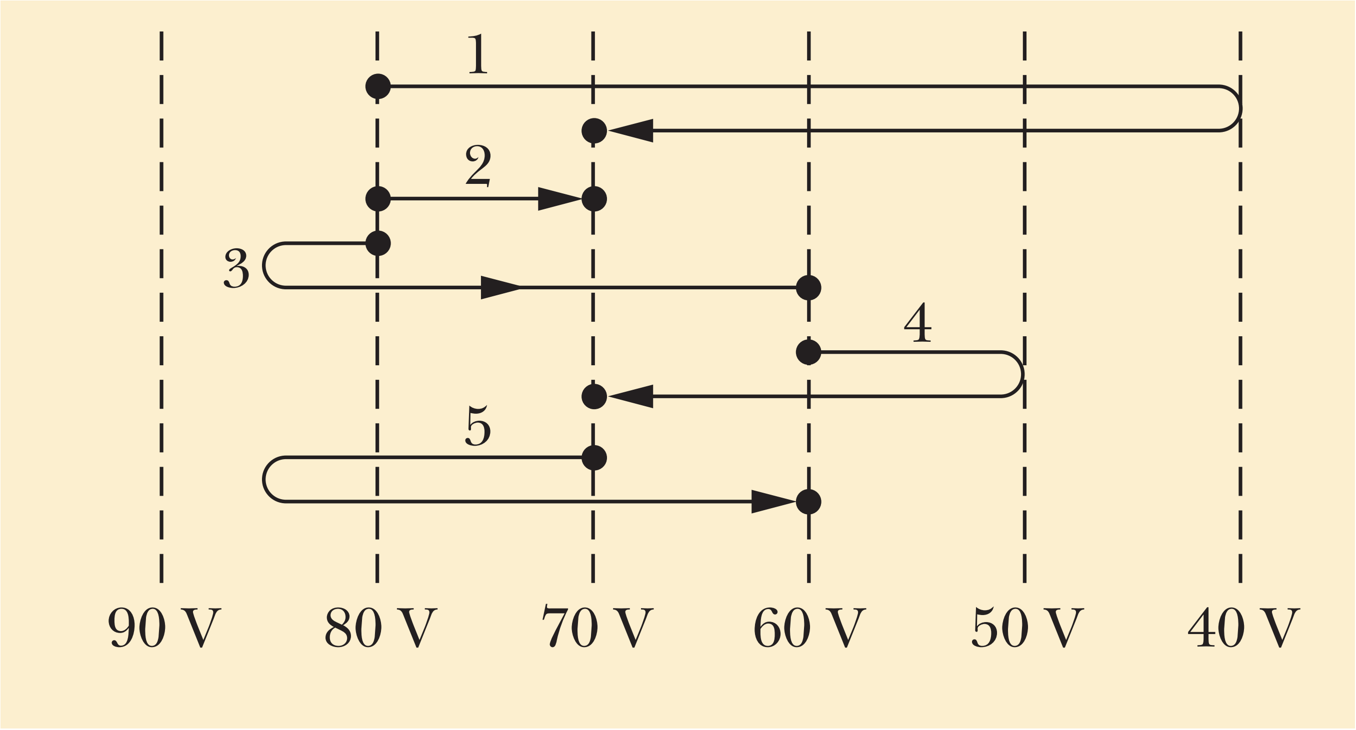
Primjer

Slika prikazuje niz paralelnih ekvipotencijalnih površina (u poprečnom presjeku), i pet puteva duž kojih pomičemo elektron sa jedne površine na drugu.

(a) Koji je smjer električnog polja povezanog sa površinama?

(b) Za svaki put: da li je rad koji vršimo pozitivan, negativan ili nula?

(c) Rangiraj puteve prema izvršenom radu, od najvećeg prema najmanjem.

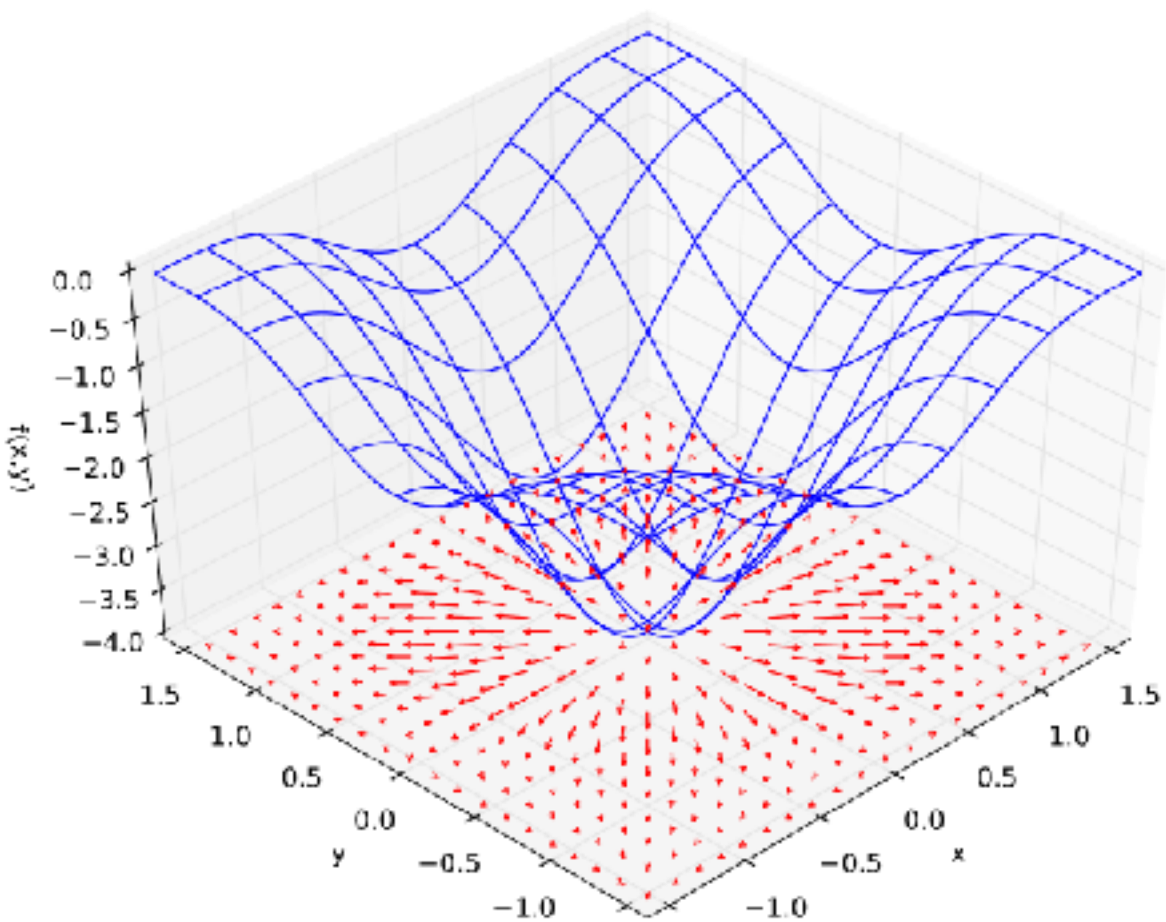


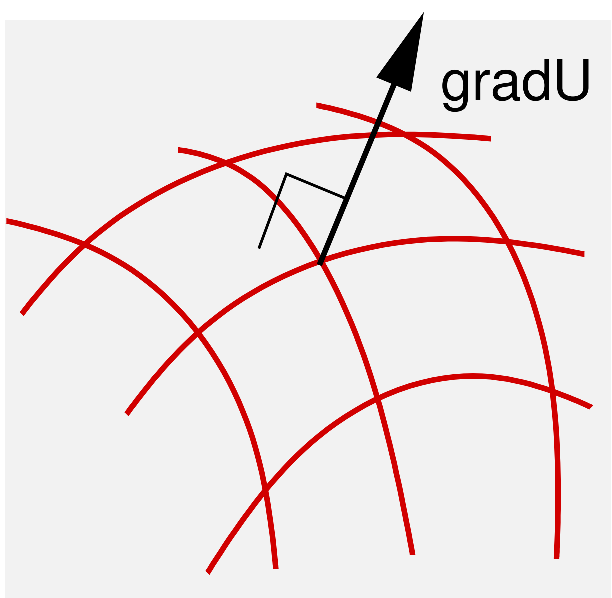
Primjer

Proton (naboj = 1.602 x 10^{-19} C) prelazi udaljenost d=0.5 m pravocrtnom linijom od točke a do točke b u linearnom akceleratoru. Električno polje je uniformno duž ove linije, veličine 1.5 x 10^{7} V/m u smjeru od a do b. Odredi (a) silu na proton; (b) rad koji vrši polje; (c) potencijalnu razliku V_a - V_b.

Gradijent skalarnog polja, ∇f

- ∇f je vektor koji opisuje promjene funkcije f u okolišu neke tocke.
- njegova x-komponenta je parcijalna derivacija f po x, sto je mjera naglosti promjene f pri pomacima u smjeru osi x
- smjer vektora ∇f u bilo kojoj točki daje smjer u kojem funkcija f najnaglije raste



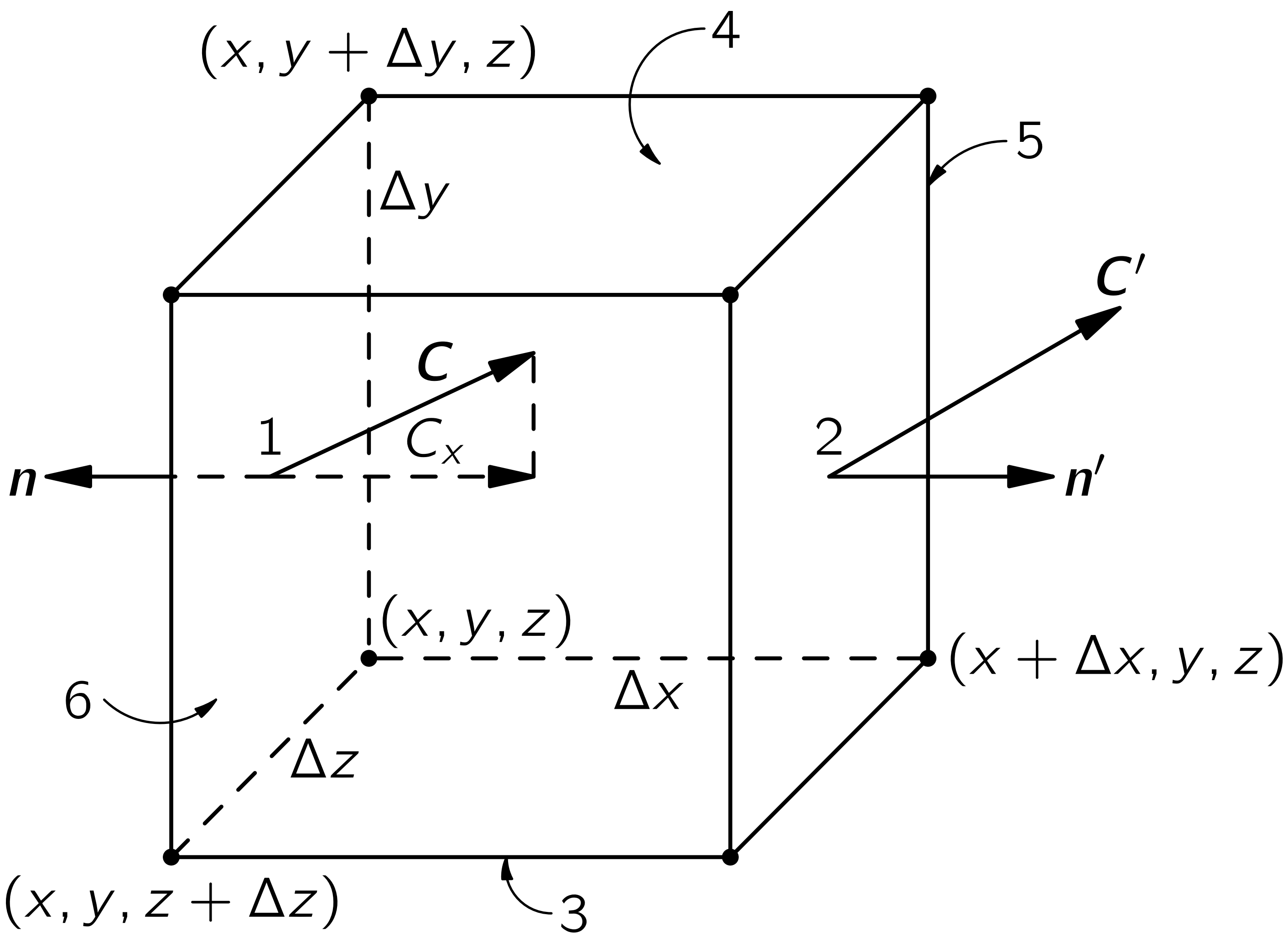


Površina gdje je U konstantno

- ∇U je okomito na površinu konstantnog U

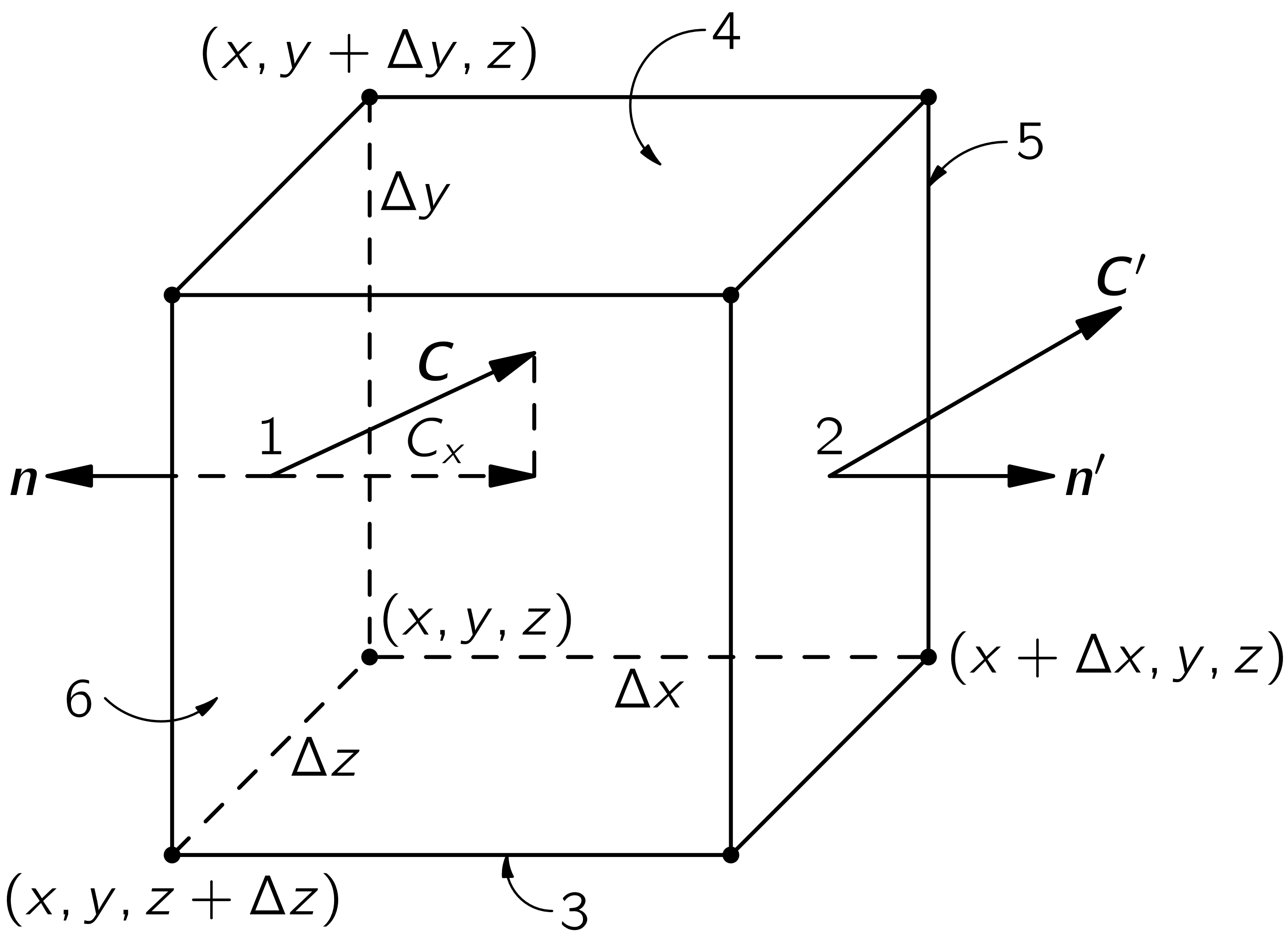
Divergencija vektorskog polja: Gaussov teorem

- https://www.youtube.com/watch?v=c0MR-vWiUPU
- https://www.youtube.com/watch?v=rB83DpBJQsE od 3.29
- Razmotrimo tok vektorskog polja C prema van iz tijela prikazanog na slici:



Divergencija vektorskog polja: Gaussov teorem

- https://www.youtube.com/watch?v=c0MR-vWiUPU
- https://www.youtube.com/watch?v=rB83DpBJQsE od 3.29
- Razmotrimo tok vektorskog polja C prema van iz tijela prikazanog na slici:



Ploha 1: $-C_x(1)\,\Delta y\,\Delta z.$

Ploha 2: $C_x(2)\,\Delta y\,\Delta z$

$$C_x(2) = C_x(1) + \frac{\partial C_x}{\partial x}\,\Delta x.$$

→ tok kroz plohu 2 :

$$= \left[C_x(1) + \frac{\partial C_x}{\partial x}\,\Delta x\right]\Delta y\,\Delta z.$$

Ukupan tok prema van kroz 1 & 2:

$$= \frac{\partial C_x}{\partial x}\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z.$$

Divergencija vektorskog polja: Gaussov teorem

Ukupan tok prema van kroz plohe 3 & 4: $= \dfrac{\partial C_y}{\partial y}\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z$

Ukupan tok prema van kroz plohe 5 & 6: $= \dfrac{\partial C_z}{\partial z}\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z.$

Ukupan tok kroz sve plohe (*da* je diferencijalni element površine; **n** je jedinični vektor površine, okomit na površinu i usmjeren "prema van"):

$$\int_{\text{kocka}} \boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{n}\,da = \left(\frac{\partial C_x}{\partial x} + \frac{\partial C_y}{\partial y} + \frac{\partial C_z}{\partial z}\right)\Delta x\,\Delta y\,\Delta z,$$

$$\Delta x\,\Delta y\,\Delta z = \Delta V$$

divergencija vektorskog polja, **∇ · C**

Za bilo koju površinu S koja zatvara volumen V vrijedi **Gaussov teorem**:

$$\boxed{\int_S \boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{n}\,da = \int_V \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{C}\,dV,}$$