Zadatak 1.
Zadatak 2.
Zadatak 3.
Zadatak 4.
Zadatak 5.
Zadatak 6.
Zadatak 7.
Zadatak 8.
Zadatak 9.
Zadatak 10.

Vektori i kinematika (Vježbe 1)

Marko Sossich

1. ožujka 2021.

Sadržaj

- Zadatak 1.
- Zadatak 2.
- Zadatak 3.
- Zadatak 4.
- Zadatak 5.
- Zadatak 6.
- Zadatak 7.
- Zadatak 8.
- Zadatak 9.
- Zadatak 10.

Zadatak 1.
Zadatak 2.
Zadatak 3.
Zadatak 4.
Zadatak 5.
Zadatak 6.
Zadatak 7.
Zadatak 8.
Zadatak 9.
Zadatak 10.

Zadatak 1.

1. Brzina čamca u rijeci je $v = 1$ m/s. Rijeka teće brzinom $u = 2.5$ m/s. Ako je čamac krenuo s jedne strane obale brzinom v pod kutom $\alpha = 30^\circ$ s obzirom na okomicu između dviju obala, koliki je kut β koji cijela njegova staza do druge obale zatvara prema okomici? Pretpostavite da rijeka teče prema sjeveru, a čamac se kreće prema sjeveroistoku.
(*Rješenje:* $\tan\beta = \frac{v\sin\alpha + u}{v\cos\alpha} \Rightarrow \beta = 73,9^\circ$).

Zadatak 1.
Zadatak 2.
Zadatak 3.
Zadatak 4.
Zadatak 5.
Zadatak 6.
Zadatak 7.
Zadatak 8.
Zadatak 9.
Zadatak 10.

Zadatak 2.

2. Veslač želi prijeći nabujalu rijeku tako da ga rijeka tokom prelaska što je moguće manje odnese nizvodno. Odredi kut koji s okomicom na obalu mora zatvarati smjer u kojem tokom prelaska gleda njegov čamac ako je iznos brzine rijeke u odnosu na obalu dva puta veći od brzine čamca u odnosu na vodu.
(*Rješenje:* $\sin\beta = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = \pi/6$).

Zadatak 3.

3. Položaj čestice u ravnini $z = 0$ opisan je vektorom:

$$\mathbf{r}[t] = v_0 t\mathbf{i} + A\sin[2\pi v_0 t/\lambda]\mathbf{j}, \tag{1}$$

gdje su $v_0 = 2$ m/s, $A = 1$ m i $\lambda = 5$ m konstante. Odredi maksimalne iznose brzine i akceleracije koje čestica postiže tokom ovog gibanja.
(*Rješenje:* $v_{max} = v_0\sqrt{1 + (2\pi A/\lambda)^2} = 3.21$ m/s,
$a_{max} = A(2\pi v_0/\lambda)^2 = 6.32$ m/s^2).

Zadatak 1.
Zadatak 2.
Zadatak 3.
Zadatak 4.
Zadatak 5.
Zadatak 6.
Zadatak 7.
Zadatak 8.
Zadatak 9.
Zadatak 10.

Zadatak 4.

4. Posebni trkači automobili (na vrlo kratkim udaljenostima) imaju motore koji daju ubrzanje koje je proporcionalno vremenu, tj. $\ddot{x} \propto t$. Ako automobil prijeđe udaljenost od 360 m za 14 s, kolika je brzina automobila na toj udaljenosti?
(*Rješenje:* $v(t) = kt^2/2 \Rightarrow v(t = 14s) = 77.14$ m/s).

Zadatak 5.

5. Brzina čestice koja se giba u pozitivnom smjeru osi x i dana je jednadžbom:

$$v[x] = b\sqrt{x}, \tag{2}$$

gdje je $b = 2 \text{ m}^{1/2} \text{ s}^{-1}$. Ako je u trenutku $t = 0$ čestica u ishodištu, kolika je brzina u trenutku $t = 2$ s?
(*Rješenje:* $v(t) = \frac{1}{2}b^2 t = 4$ m/s.)

Zadatak 6.

6. Dječak ima praćku kojom može izbaciti kamen brzinom početnog iznosa $v_0 = 10$ m/s te stoji na udaljenosti $d = 5$ m od uspravnog zida. On želi kamenom pogoditi što je moguće višu točku na zidu. Odredi kut u odnosu na vodoravnu ravninu pod kojim mora izbaciti kamen.
(*Rješenje:* $\tan\alpha = v_0^2/gd \Rightarrow \alpha = 63.9^\circ$.)

Zadatak 7.

7. Raketa je lansirana sa Zemlje vertikalno uvis. Početna brzina rakete jednaka je nuli. Prvih $\tau = 15$ s, koliko traje rad motora, ona se uspinje s akceleracijom iznosa $2g$. Po prestanku rada motora raketa se neko vrijeme nastavlja uspinjati, a nakon što dosegne najvišu točku nad tlom, raketa pada na tlo. Odredite najveću visinu nad tlom koju raketa postiže te ukupno trajanje njenog leta. (*Rješenje:* $h_{max} = 3g\tau^2 = 6.62$ km, $t_{uk} = (3 + \sqrt{6})\tau = 81.7$ s).

Zadatak 1.
Zadatak 2.
Zadatak 3.
Zadatak 4.
Zadatak 5.
Zadatak 6.
Zadatak 7.
Zadatak 8.
Zadatak 9.
Zadatak 10.

Zadatak 8.

8. Položaj čestice u prostoru dan je vektorom

$$\mathbf{r}[t] = R(\cos[\omega t]\mathbf{i} + \sin[\omega t]\mathbf{j}) + Vt\mathbf{k}, \tag{3}$$

gdje je t vrijeme, R, ω i V su konstante, a **i**, **j** i **k** su jedinični vektori pravokutnog koordinatnog sustava. Odredi duljinu puta koju čestica prevali duž vlastite putanje u vremenskom intervalu od $t_1 = 0$ do $t_2 = 2\pi/\omega$.
(*Rješenje:* $s = (2\pi/\omega)\sqrt{(R\omega)^2 + V^2}$.)

Zadatak 1.
Zadatak 2.
Zadatak 3.
Zadatak 4.
Zadatak 5.
Zadatak 6.
Zadatak 7.
Zadatak 8.
Zadatak 9.
Zadatak 10.

Zadatak 9.

9. Položaj čestice u x, y-ravnini opisan je vektorom

$$\mathbf{r}[t] = A(\sin[\omega t]\mathbf{i} + \sin[2\omega t]\mathbf{j}), \tag{4}$$

gdje su A i ω konstante. Skiciraj putanju čestice u x, y-ravnini, izvedi izraz za putanju čestice u obliku $y[x]$, te odredi najveću udaljenost od ishodišta koordinatnog sustava koju čestica postiže tokom gibanja.
(*Rješenje:* $y(x) = \pm 2x\sqrt{1-(x/A)^2}$, $r_{max} = 5A/4$.)

Zadatak 10.

10. Tijelo je bačeno uvis pod kutom od 50° brzinom od $v_0 = 30$ m/s. Nakon jedne sekunde tijelo udari u vertikalnu stijenu i od nje se savršeno elastično odbije. Koliko daleko od mjesta izbačaja padne tijelo ?
(*Rješenje:* $X = 51.8$ m.)