Završni ispit iz Fizike (30. lipnja 2021.)

1. Pitanja višestrukog izbora

Upute: Na pitanja višestrukog izbora 1.1 do 1.10 odgovorite zaokruživanjem jednog točnog odgovora na obrascu za odgovore. Točan odgovor nosi 1 bod, netočan odgovor -0.25 bodova, a neodgovoreno pitanje nula bodova.

1.1 Dva događaja koji su se u trenucima t_1 i t_2 u sustavu S dogodili na istom mjestu bit će na istom mjestu u sustavu S' koji se relativno prema S giba nekom konstantnom brzinom samo ako

(a) su se dogodili u ishodištu S.

(b) se događaj u trenutku t_1 se zbio u ishodištu S'.

(c) se događaj u trenutku t_2 se zbio u ishodištu S'.

(d) — nikada neće biti na istom mjestu. **točno**

(e) — uvijek će biti na istom mjestu.

1.2 Kad čestica naboja Q ulazi stalnom brzinom v u vremenski stalno magnetsko polje B te gibanje naboja nije paralelno sa silnicama magnetskog polja, tada čestica:

(a) mijenja brzinu po smjeru, a kinetička energija joj ostaje nepromijenjena **točno**

(b) mijenja smjer brzine i svoju kinetičku energiju

(c) zadržava smjer brzine, ali mijenja svoju kinetičku energiju

(d) mijenja iznos brzine, ali ne mijenja svoju kinetičku energiju

(e) ne mijenja brzinu ni po iznosu ni po smjeru, kao ni svoju kinetičku energiju

1.3 Koje od sljedećih vektorskih polja može opisivati magnetsko polje u ravnini?

(a) $\mathbf{F} = x\,\hat{\mathbf{x}} + y\,\hat{\mathbf{y}}$

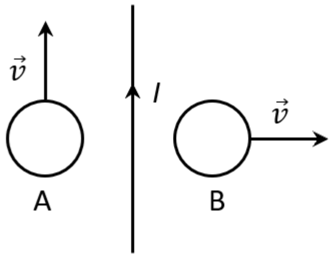
(b) $\mathbf{F} = (x+y)\,\hat{\mathbf{x}} + (x+y)\,\hat{\mathbf{y}}$

(c) $\mathbf{F} = x^2y\,\hat{\mathbf{x}} - xy^2\,\hat{\mathbf{y}}$ **točno**

(d) $\mathbf{F} = (x - x^2y)y\,\hat{\mathbf{x}} + xy^2\,\hat{\mathbf{y}}$

(e) $\mathbf{F} = x^2y\,\hat{\mathbf{x}} + (y - xy^2)\,\hat{\mathbf{y}}$

1.4 Dva metalna prstena gibaju se u istoj ravnini u blizini dugog ravnog vodiča kojim prolazi struja I kao što je prikazano na slici.



Koja je od sljedećih tvrdnji točna?

(a) U prstenu A inducira se struja u smjeru kazaljke na satu, a u prstenu B u smjeru suprotnom od kazaljke na satu.

(b) U prstenu A inducira se struja u smjeru suprotnom od kazaljke na satu, a u prstenu B u smjeru kazaljke na satu.

(c) U prstenu A inducira se struja u smjeru kazaljke na satu, a u prstenu B struja je nula.

(d) U prstenu A struja je nula, a u prstenu B inducira se struja u smjeru kazaljke na satu.
točno

(e) U prstenu A struja je nula, a u prstenu B inducira se struja u smjeru suprotnom od kazaljke na satu.

1.5 Koja od sljedećih tvrdnji o Maxwellovim jednadžbama je istinita?

(a) Gaussov zakon za električno polje govori o indukciji električnog polja magnetskim poljem.

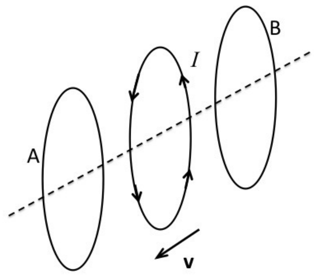
(b) Gaussovim zakonom za magnetsko polje može se opisati nastanak magentskog polja.

(c) Faradayevim zakonom moguće je odrediti električno polje statične raspodjele električnog naboja.

(d) Maxwellova popravka Ampèreovom zakonu različita je od nule samo za vremenski promjenjivo magnetsko polje.

(e) Nijedna od gore navedenih tvrdnji nije istinita. **točno**

1.6 Tri namotaja žice su postavljena kao na slici. Opažač stoji ispred žice A. Opažač vidi da struja I teče u smjeru suprotnom od kazaljke na satu u srednjem namotaju žice, koja se giba prema opazaču brzinom v. Namotaji A i B su stacionarni.



Isti opažač bi mjerio da je

(a) u žicama A i B struja inducirana u smjeru kazaljke na satu.

(b) u žicama A i B struja inducirana u smjeru suprotnom od kazaljke na satu.

(c) u žici A struja inducirana u smjeru kazaljke na satu, dok je u žici B struja inducirana u smjeru suprotnom od kazaljke na satu. **točno**

(d) u žici B struja inducirana u smjeru kazaljke na satu, dok je u žici A struja inducirana u smjeru suprotnom od kazaljke na satu.

(e) u žici A inducirana struja u smjeru suprotnom od kazaljke na satu, dok je struja nula kroz žicu B.

1.7 Električno polje ravnog elektromagnetskog vala dano je izrazom

$$\mathbf{E} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos[kz - \omega t]\,(\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}}).$$

Magnetsko polje tog vala paralelno je s vektorom:

(a) $\hat{\mathbf{z}}$

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}(-\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}})$ **točno**

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(-\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{z}})$

(d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(-\hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}})$

(e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{z}})$

1.8 Ako električno polje ravnog harmonijskog linearno polariziranog elektromagnetskog vala titra frekvencijom $64\,\mathrm{MHz}$, onda Poyntingov vektor tog vala titra frekvencijom

(a) $8\,\mathrm{MHz}$.

(b) $32\,\mathrm{MHz}$.

(c) $64\,\mathrm{MHz}$.

(d) $128\,\mathrm{MHz}$. **točno**

(e) $4096\,\mathrm{MHz}$.

1.9 Nepolarizirana svjetlost intenziteta I_0 pada na seriju od 3 polarizirajuća filtera. Os drugog filtera orijentirana je pod 45° u odnosu na prvi filter, dok je os trećeg filtera orijentirana pod 90° u odnosu na prvi filter. Koliki je intenzitet svjetlosti koji je transmitiran kroz treći filter?

(a) 0

(b) $I_0/8$ **točno**

(c) $I_0/4$

(d) $I_0/2$

(e) $I_0/\sqrt{2}$

1.10 U točku P stižu harmonijski ravni valovi

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{k}_1\mathbf{r} - \omega t + \phi_1) \qquad \text{i} \qquad \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{k}_2\mathbf{r} - \omega t + \phi_2)$$

iz izvora I_1 i I_2. Ako vektori $\mathbf{r}_1$ i $\mathbf{r}_2$ pokazuju relativan položaj točke P u odnosu na izvore, njihov zbroj u točki P možemo napisati kao

$$\mathbf{E} = 2\mathbf{E}_0 \cos\left[\frac{k(r_1 - r_2)}{2} + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right] \cos\left[\frac{k(r_1 + r_2)}{2} - \omega t + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right].$$

Uvjet koji određuje hoćemo li u točki P i njezinoj okolini mjeriti stabilnu interferencijsku sliku je:

(a) Mora vrijediti $r_1 - r_2 = m\lambda$, gdje je $m = 0, \pm1, \pm2...$

(b) Mora vrijediti $k_1 = k_2 = k$ i $k(r_1 - r_2) = (m + \frac{1}{2})\pi$, gdje je $m = 0, \pm1, \pm2...$

(c) Mora vrijediti da je trajanje eksperimenta dulje od $2\pi/\omega$.

(d) Mora vrijediti da je $\phi_1 + \phi_2 = \mathrm{konst.}$

(e) Mora vrijediti da je $\phi_1 - \phi_2 = \mathrm{konst.}$ za trajanja eksperimenta. **točno**

2. Pitanja iz teorije

Uputa: Odgovore na pitanja iz teorije 2.1 i 2.2 napišite na papire na kojima su sama pitanja zadana. Odgovore je potrebno popratiti detaljnim komentarima i crtežima. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire.

Pitanje iz teorije 2.1: [5 bodova] Primjenom Gaussovog zakona za električno polje izvedite izraz za iznos električnog polja u točki unutar i izvan jedoliko nabijene kugle polumjera R. Ukupni naboj kugle je Q. Udaljenost točke od središta kugle označite s r.

Odgovor:

Pitanje iz teorije 2.2: [5 bodova] Izvedite izraz za položaje maksimuma intenziteta na zastoru u Youngovu pokusu.

Odgovor:

3. Računski zadaci

Uputa: Postupke rješavanja računskih zadataka 3.1 do 3.4 napišite na papire na kojima su sami zadaci zadani. U slučaju nedostatka prostora za pisanje obratite se dežurnom nastavniku koji će vam dati dodatne prazne papire. Računski zadaci nose 5 bodova.

Računski zadatak 3.1:

Raspadom kozmičkih zraka u gornjim slojevima Zemljine atmosfere nastao je mion. Gledano u sustavu Zemlje, od trenutka u kojem je mion nastao, do trenutka u kojem se raspao, mion se gibao brzinom $0.99\,c$ i prevalio je put od $5\,\mathrm{km}$. Koliko dugo je mion živio mjereno u sustavu opažača na površini Zemlje, a koliko u sustavu u kojem mion miruje? Kolika je debljina sloja atmosfere koji je za mionova života prošao pored njega, mjereno u sustavu u kojem mion miruje?

Rješenje: Označimo put kojega je mion prešao u sustavu opažača na površini Zemlje (sustavu S) sa $s = 5000$ m, a njegovu brzinu u sustavu S sa $v = 0.99\ c$.

U sustavu opažača na površini Zemlje (sustavu S), mion je živio:

$$t = \frac{s}{v} = 16.7 \cdot 10^{-6}\,s = 16.7\,\mu\mathrm{s} \tag{1}$$

Vrijeme života u sustavu S, Lorentzovim transformacijama možemo povezati s vremenom života u sustavu miona (sustavu S'):

$$t' = t\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 2.36\,\mu\mathrm{s} \tag{2}$$

Da bismo odredili prijeđeni put u sustavu S', promatrajmo zamišljenu inverznu situaciju u kojoj bi mion mirovao, a zrak bi se gibao oko njega. Tada Lorentz-kontrahirana debljina sloja iznosi:

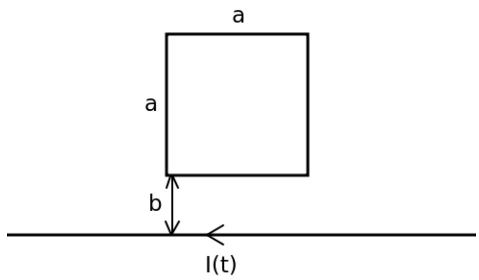
$$s' = s\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 707.5\,\mathrm{m} \tag{3}$$

Računski zadatak 3.2:

Kroz beskonačno dugačak vodič teče struja ovisna o vremenu,

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t),$$

gdje su I_0 i ω konstante. Na udaljenosti b od vodiča nalazi se vodljiva petlja u obliku kvadrata stranice a (vidi sliku).



Izračunajte elektromotornu silu u trenutku $t = t_0$.

Rješenje: Najprije tražimo magnetsko polje vodiča:

$$\oint \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{r} = \mu_0 I(t), \tag{4}$$

uzimamo petlju polumjera r:

$$B\, 2\pi r = \mu_0 I(t) \qquad \Longrightarrow \qquad \mathbf{B}(t, r) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r}\, \hat{\boldsymbol{\phi}}. \tag{5}$$

Elektromotorna sila je:

$$\mathcal{E} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}, \tag{6}$$

gdje je tok:

$$\Phi = \int \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S}, \tag{7}$$

kako su linije magnetskog polja okomite na petlju dobivamo:

$$\int \mathbf{B} \cdot \mathrm{d}\mathbf{S} = \int B(t, r)\, \mathrm{d}S. \tag{8}$$

Ako postavimo koordinatni (prema gore y i lijevo x u odnosu na sliku 1) sustav dobivamo:

$$\Phi = \iint \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi y} dx dx = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi} \int_b^{a+b} \frac{dy}{y} \int_0^a dx, \tag{9}$$

slijedi tok:

$$\Phi = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} a \ln\left(\frac{a+b}{b}\right) \sin(\omega t). \tag{10}$$

Elektromotorna sila je konačno:

$$\mathcal{E}(t_0) = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\mu_0 I_0 \omega}{2\pi}\, a \ln\left(\frac{a+b}{b}\right) \cos(\omega t_0). \tag{11}$$

Računski zadatak 3.3:

Ravni sinusni linearno polarizirani elektromagnetski val valne duljine $0.6\,\mu\mathrm{m}$ širi se u vakuumu u smjeru jediničnog vektora $\hat{\mathbf{x}}$. Amplituda titranja električnog polja tog vala iznosi $30\,\mathrm{V/m}$, a smjer titranja je takav da vektor električnog polja čini kut od 60° s osi y. Sastavite eksplicitan izraz za Poyntingov vektor $\mathbf{S}$. U trenutku $t = 0$ u ishodištu koordinatnog sustava iznos polja jednak je nuli.

Rješenje: Vektor električnog polja:

$$\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{x}} \quad \Longrightarrow \quad E_x = 0 \quad \Longrightarrow \quad \mathbf{E} = E_0 \sin(\omega t - kx)(a\,\hat{\mathbf{y}} + b\,\hat{\mathbf{z}})$$

$$\to a = \cos(60^\circ) = \frac{1}{2}, \quad b = \sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \mathbf{E} = E_0 \sin(\omega t - kx)\left(\frac{1}{2}\,\hat{\mathbf{y}} + \frac{\sqrt{3}}{2}\,\hat{\mathbf{z}}\right)$$

Zadana je valna duljina:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} \approx 1.05 \times 10^7\,\mathrm{m}^{-1} \tag{12}$$

$$\Rightarrow \omega = kc = \frac{2\pi c}{\lambda} \approx \pi \times 10^{15}\,\mathrm{s}^{-1} \tag{13}$$

Eksplicitan izraz za električno polje:

$$\mathbf{E} = 30\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \sin(\pi \times 10^{15}\,\mathrm{s}^{-1} \cdot t - 1.05 \times 10^7\,\mathrm{m}^{-1} \cdot x)\left(\frac{1}{2}\,\hat{\mathbf{y}} + \frac{\sqrt{3}}{2}\,\hat{\mathbf{z}}\right) \tag{14}$$

Magnetsko polje je analogno:

$$\mathbf{B} = \hat{\mathbf{k}} \times \frac{\mathbf{E}}{c} \to \hat{\mathbf{B}} = \hat{\mathbf{x}} \times \left(\frac{1}{2}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\mathbf{z}}\right) = \frac{1}{2}\hat{\mathbf{z}} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\mathbf{y}}$$

$$\Rightarrow \mathbf{B} = \frac{E_0}{c} \sin\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)\left(\frac{1}{2}\hat{\mathbf{z}} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\mathbf{y}}\right)$$

Eksplicitan izraz za magnetsko polje:

$$\mathbf{B} = 0.1\,\mu\mathrm{T} \sin(\pi \times 10^{15}\,\mathrm{s}^{-1} \cdot t - 1.05 \times 10^7\,\mathrm{m}^{-1} \cdot x)\left(\frac{1}{2}\,\hat{\mathbf{z}} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,\hat{\mathbf{y}}\right) \tag{15}$$

Poyntingov vektor:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{E} \times \mathbf{B} \to \hat{\mathbf{S}} = \left(\frac{1}{2}\hat{\mathbf{y}} + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\mathbf{z}}\right) \times \left(\frac{1}{2}\hat{\mathbf{z}} - \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\mathbf{y}}\right) = \frac{1}{4}\hat{\mathbf{x}} + \frac{3}{4}\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{x}}$$

$$\Rightarrow \mathbf{S} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \sin^2\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)\hat{\mathbf{x}}$$

Eksplicitan izraz za Poyntingov vektor:

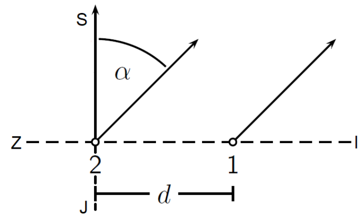
$$\mathbf{S} = 2.39 \times \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \sin^2(\pi \times 10^{15}\mathrm{s}^{-1} \cdot t - 1.05 \times 10^7\mathrm{m}^{-1} \cdot x)\hat{\mathbf{x}} \tag{16}$$

(Priznaju se i postupci bez računanja eksplicitnog izraza magnetskog polja.)

Računski zadatak 3.4:

Dva odašiljača radio valova leže na pravcu istok–zapad na razmaku $d = 500\,\mathrm{m}$ i odašilju signal jednakih amplituda E_0 valne duljine $\lambda = 250\,\mathrm{m}$. Odredi fazni pomak $\Delta\phi$ između odašiljača pomoću kojega se maksimum intenziteta odašilje u smjeru sjeveroistoka. (Podrazumijeva se velika udaljenost opažača od odašiljača. Uzimamo $\Delta\phi \in [-\pi, \pi]$.)

Rješenje: Odašiljače prikazujemo skicom:



Električno polje istočnog odašiljača (odašiljača 1) koje prijamnik opaža u nekoj točki zapisujemo kao:

$$E_1 = E_0 \sin(\omega t - ks_1 + \phi_1),$$

gdje su E_0 amplituda titranja polja i ϕ_1 faza odašiljača 1. Analogno raspisujemo eletrično polje zapadnog odašiljača (odašiljača 2):

$$E_2 = E_0 \sin(\omega t - ks_2 + \phi_2),$$

gdje su E_0 amplituda titranja polja i ϕ_2 faza odašiljača 2.

Superponiranjem polja dobivamo izraz za ukupno magnetsko polje u nekoj točki s u trenutku t

$$E_{uk}(s,t) = 2E_0 \sin\left(\frac{(\omega t - ks_1 + \phi_1) + (\omega t - ks_2 + \phi_2)}{2}\right) \cos\left(\frac{(\omega t - ks_1 + \phi_1) - (\omega t - ks_2 + \phi_2)}{2}\right).$$

Tada pod $\cos$ dobivamo dio izraza koji odgovara razlici faza $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$:

$$\ldots \cos \underbrace{\left(-\frac{k}{2}\Delta s + \frac{\Delta\phi}{2}\right)}_{= m\pi}$$

S obzirom na to da tražimo točku u kojoj je maksimum vremenski neovisan, u uvjet za konstruktivnu interferenciju stavljamo samo vremenski neovisni dio $-\frac{k}{2}\Delta s + \frac{\Delta\phi}{2}$. Uvrštavanjem $\Delta s = d \sin\frac{\pi}{4} = \frac{d\sqrt{2}}{2}$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ i $\frac{d}{\lambda} = 2$ imamo:

$$-2\sqrt{2}\pi + \Delta\phi = 2m\pi.$$

Uzevši u obzir da vrijedi $\Delta\phi \in [-\pi, \pi]$, za $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ provjeravamo za koji se m rješenje nalazi u intervalu $\rightarrow m = -1$. Za $m = -1$ dobiveno je da zapadni odašiljač (odašiljač 2) "kasni" za istočnim odašiljaćem $\sqrt{2} - 1 \approx 0.41$ dio perioda.

Zapadni odašiljač prethodi s $\Delta\phi = 2\pi(\sqrt{2} - 1)$