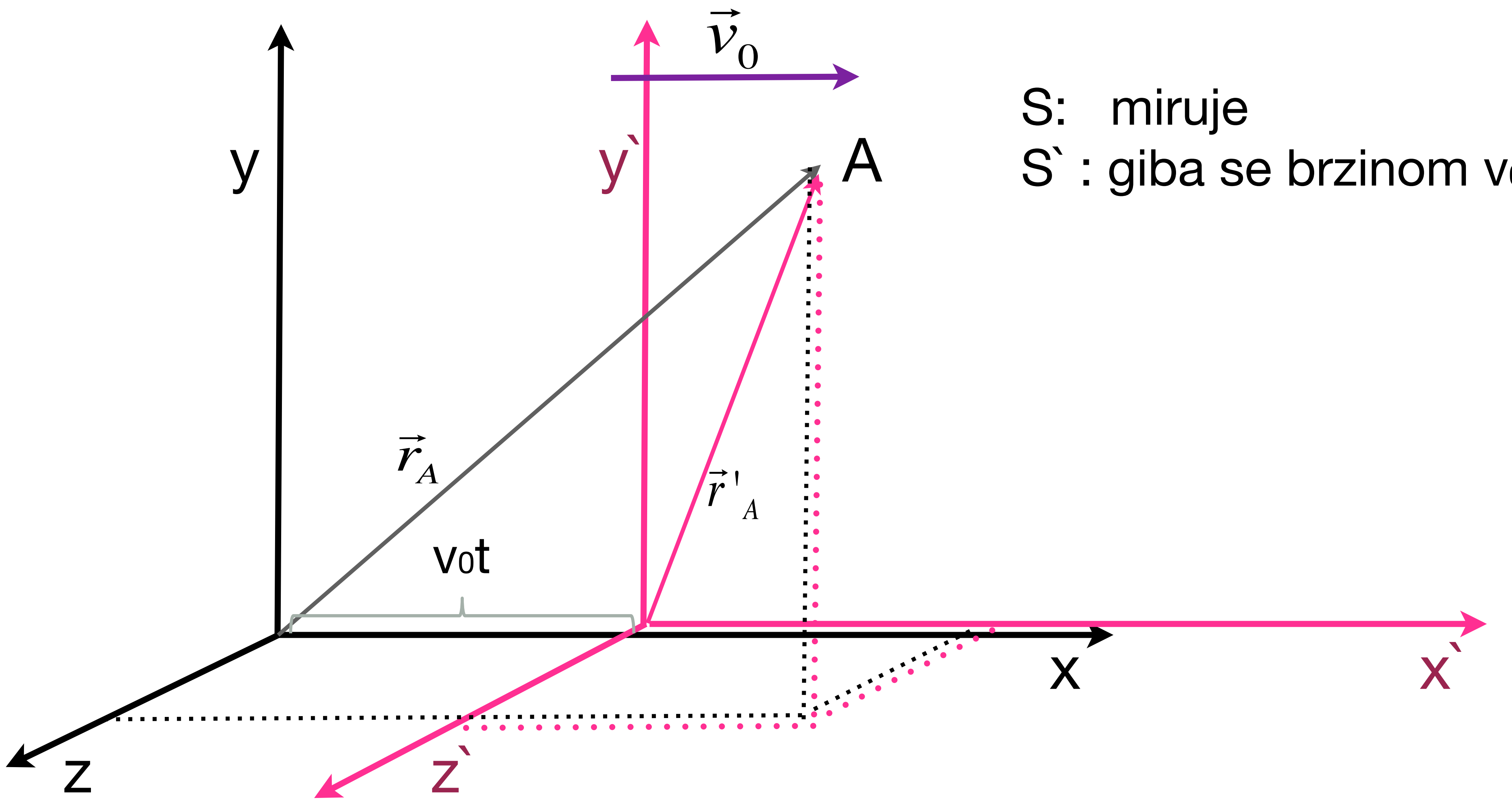
Galilejeve transformacije



S: miruje

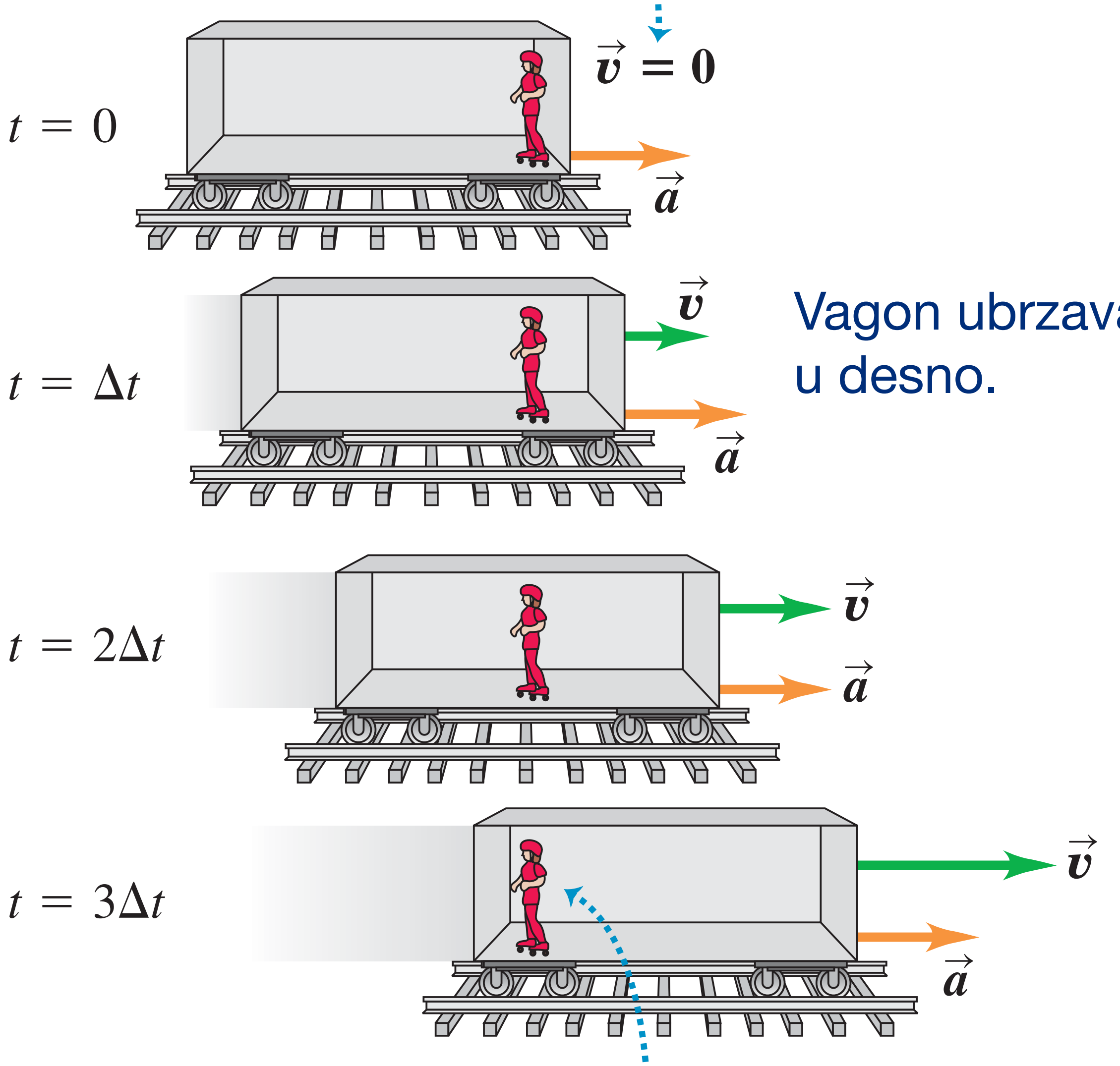
S` : giba se brzinom v_0 u odnosu na S

INVARIJANTNOST

- veličine koje se ne mijenjaju pri nekoj transformaciji su INVARIJANTNE na tu transformaciju
- koordinate koje su okomite na smjer gibanja su INVARIJANTNE S OBZIROM NA GALILEJEVE TRANSFORMACIJE

Neinercijalni sustavi

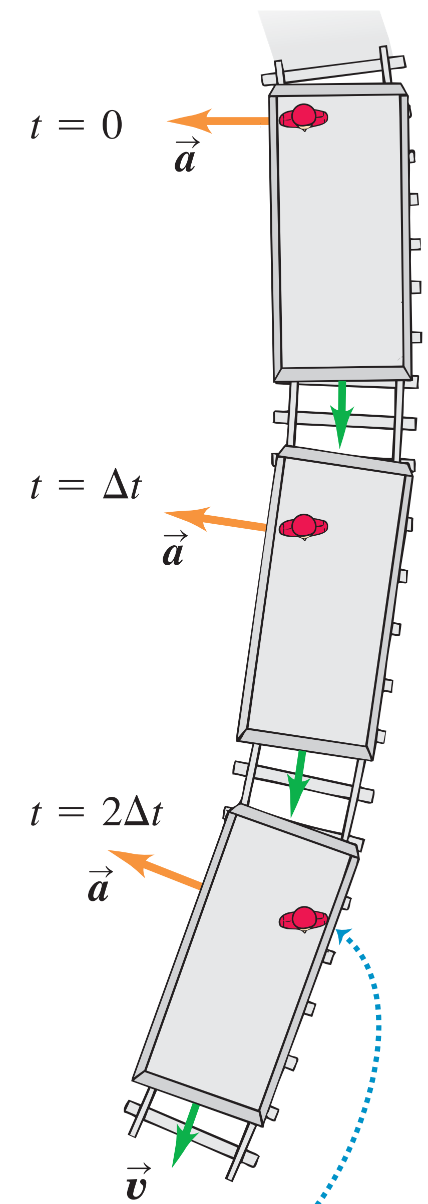
Početno, dječak i vagon miruju.



Vagon ubrzava u desno.

Dječak nastoji mirovati kako se vagon ubrzava.

Vagon se kreće po kružnoj putanji, konstantnom brzinom.

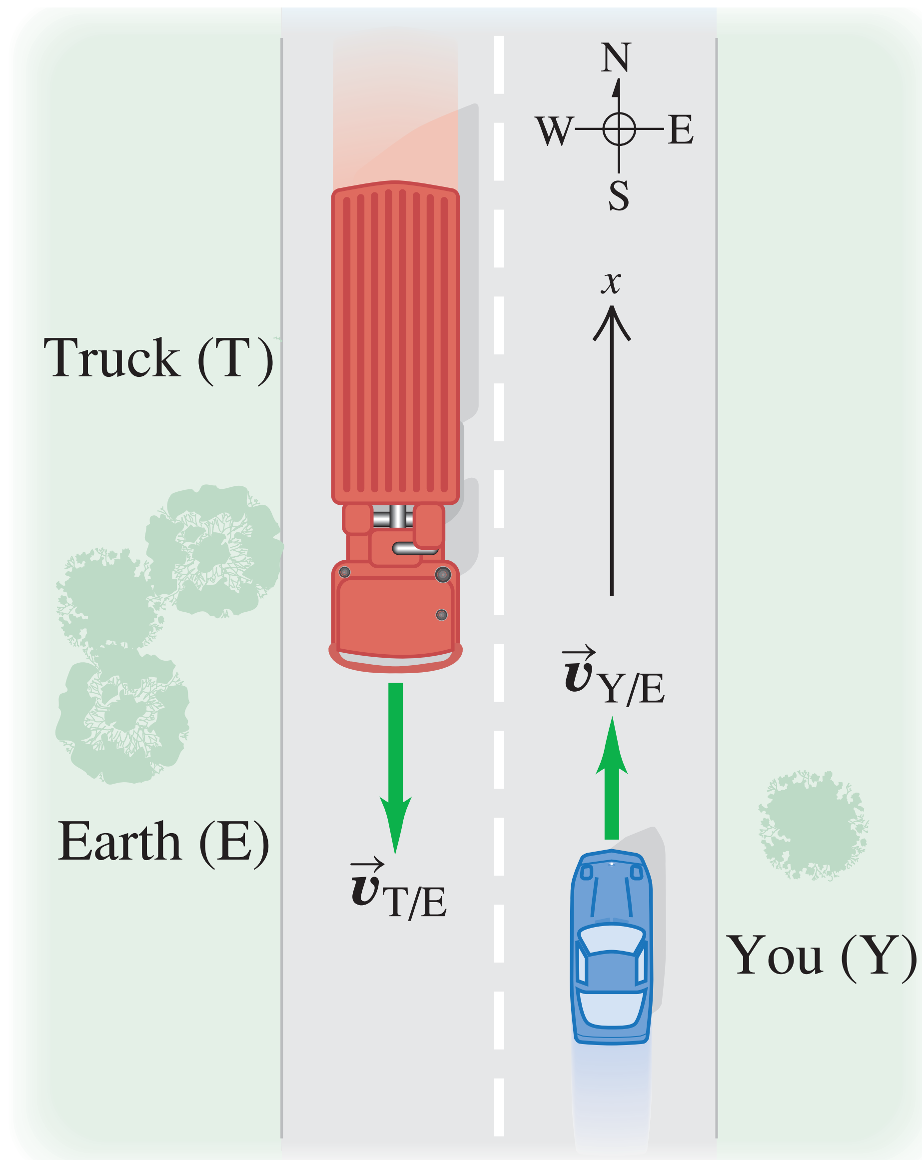


Dječak se giba po ravnoj liniji kako vagon kruži.

Young & Freedman University Physics

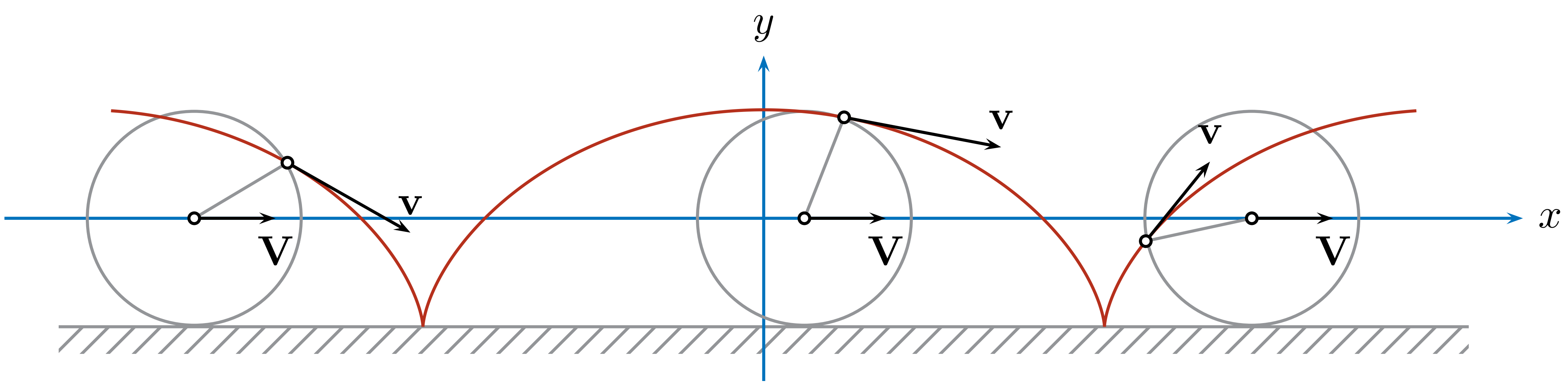
Zadatak

- Zamislite da se vozite dvosmjernom cestom konstantnom brzinom od 88 km/h. Kamion u suprotnoj traci vam se približava konstantnom brzinom od 104 km/h. Odredite (a) brzinu kamiona u odnosu na vas; (b) vašu brzinu u odnosu na kamion.



Primjer: cikloida

- Slika prikazuje putanju čestice koja se zalijepila za obod biciklističkog kotača koji se stalnom brzinom kotrlja po ravnoj cesti. Kotač je nacrtan u nekoliko različitih trenutaka u vremenu, vektor brzine promatrane čestice označen je sa **v**, a vektor brzine bicikla (središta kotača) je stalan u vremenu i označen je sa **V.**
- Primjena Galiljevih transformacija na kružno gibanje opisano u pravokutnom koordinatnom sustavu:



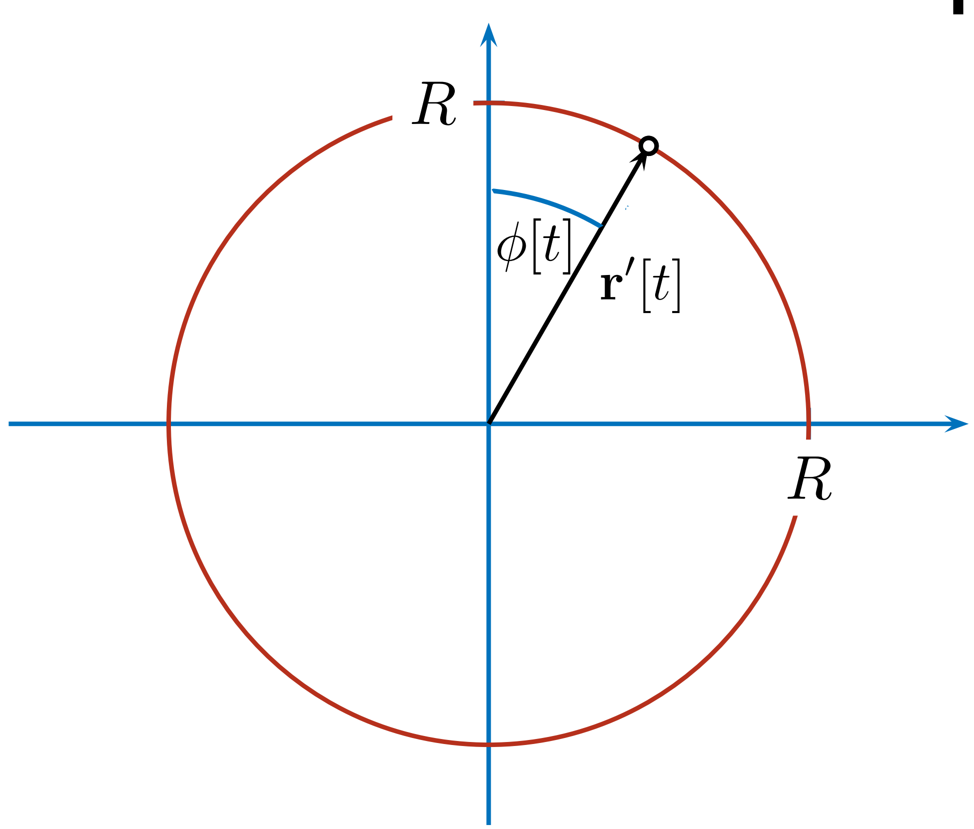
$$V = \frac{(\text{opseg kotača})}{(\text{trajanje okreta})} = \frac{2R\pi}{T} = \omega R$$

$$\mathbf{V} = V\,\mathbf{i} = \omega R\,\mathbf{i}$$

Primjer: cikloida

- Slika prikazuje putanju čestice koja se zalijepila za obod biciklističkog kotača koji se stalnom brzinom kotrlja po ravnoj cesti. Kotač je nacrtan u nekoliko različitih trenutaka u vremenu, vektor brzine promatrane čestice označen je sa **v**, a vektor brzine bicikla (središta kotača) je stalan u vremenu i označen je sa **V.**
- Primjena Galiljevih transformacija na kružno gibanje opisano u pravokutnom koordinatnom sustavu
- u trenutku t=0 čestica se nalazi u najvišoj točki kotača

$$\mathbf{r}'[t] = R(\sin\omega t\,\mathbf{i} + \cos\omega t\,\mathbf{j})$$



Položaj čestice u referentnom okviru ceste:

$$\mathbf{r}[t] = \mathbf{V}t + \mathbf{r}'[t] = R(\omega t + \sin\omega t)\,\mathbf{i} + R\cos\omega t\,\mathbf{j}$$

$$\mathbf{v}[t] = R\omega(1 + \cos\omega t)\,\mathbf{i} - R\omega\sin\omega t\,\mathbf{j}$$

Newtonovi zakoni gibanja

2. Newtonov aksiom

Vremenska promjena količine gibanja tijela proporcionalna je sili, i zbiva se u smjeru djelovanja sile.

$$\sum \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$\vec{p} = m\vec{v}$ **količina gibanja [kg m/s]**

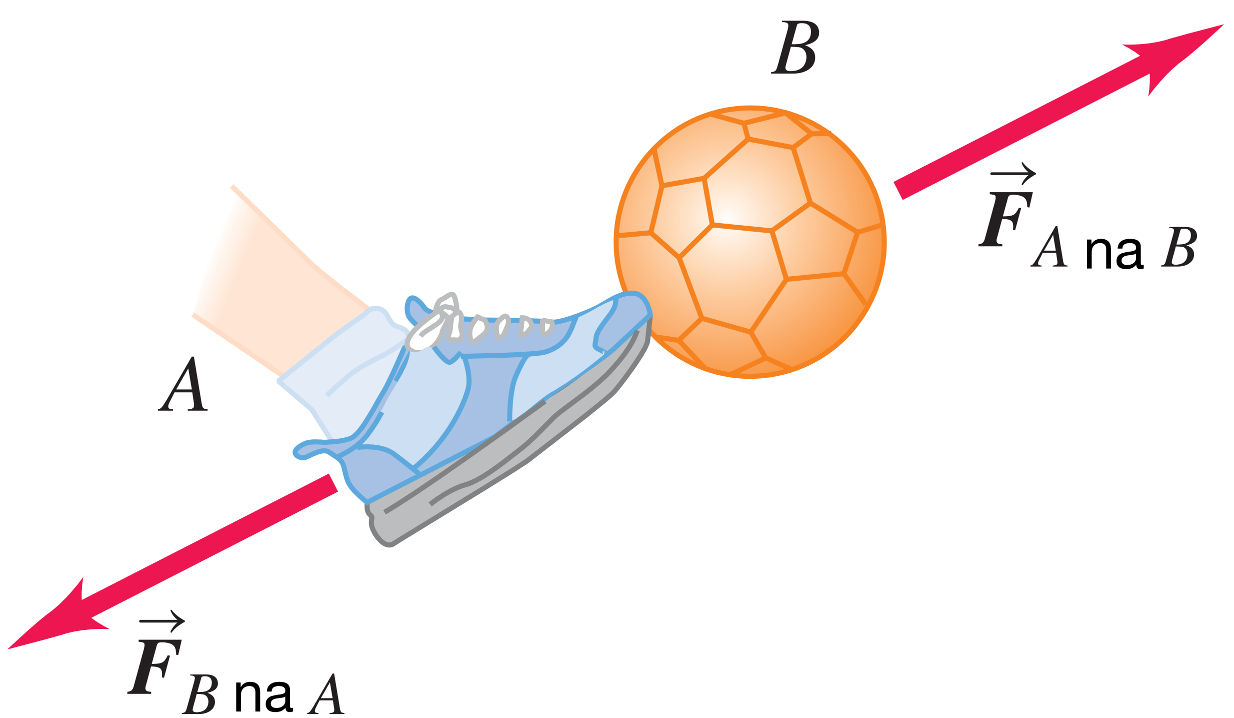
$$\boxed{\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Newtonovi zakoni gibanja

3. Newtonov aksiom

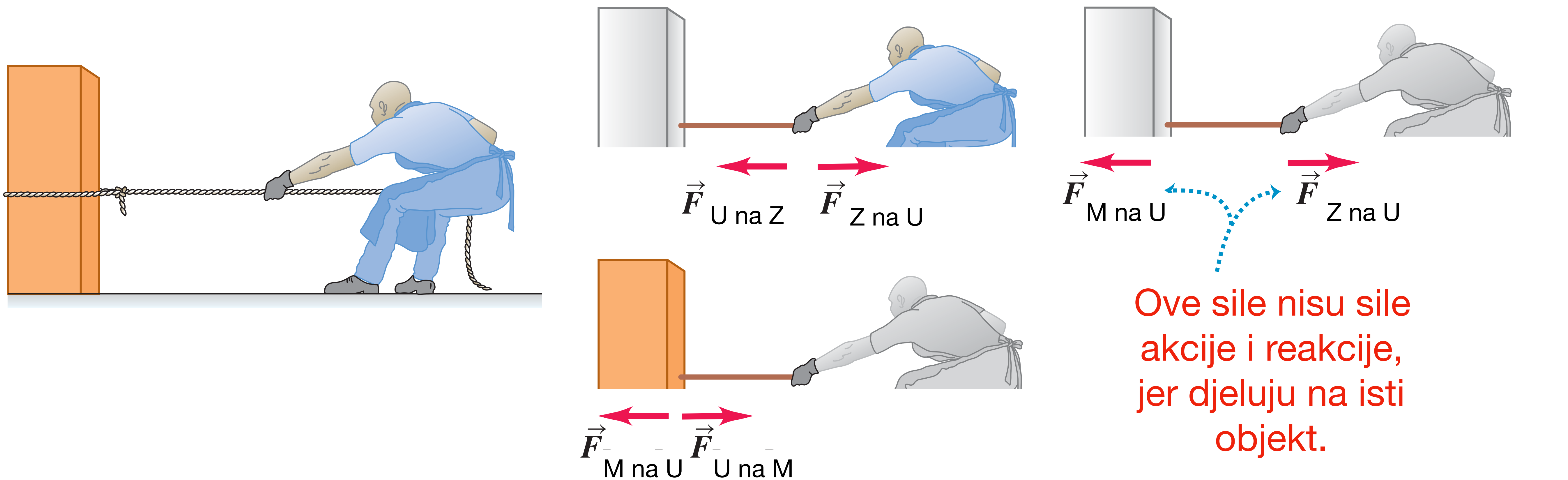
Ako tijelo A djeluje silom na tijelo B, onda će i tijelo B djelovati silom na tijelo A. Ove sile imaju iste iznose, ali su suprotnog smjera. ***Sile djeluju na različita tijela.***

$$\vec{F}_{A\ \text{na}\ B} = -\vec{F}_{B\ \text{na}\ A}$$



Newtonovi zakoni gibanja

(a) **Masa (M), uže (U) i zidar (Z).** (b) **Sile akcije i reakcije.** (c) **NISU sile akcije i reakcije.**



Rješavanje jednadžbi gibanja

- Stalna sila: F = konst.

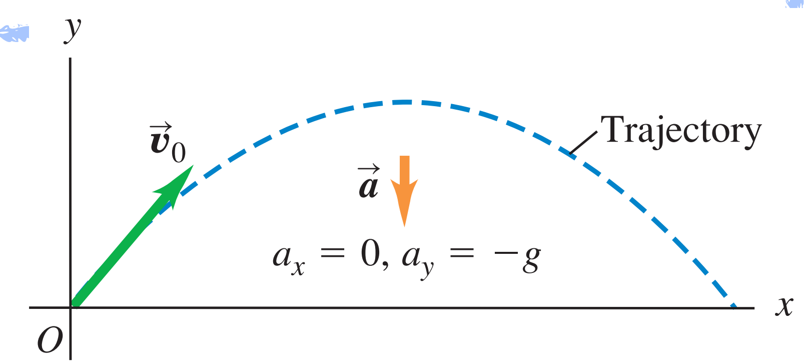
- Primjer: F = G = mg (sila teža)

Tijelo je ispušteno bez početne brzine s nekog mjesta iznad Zemljine površine.

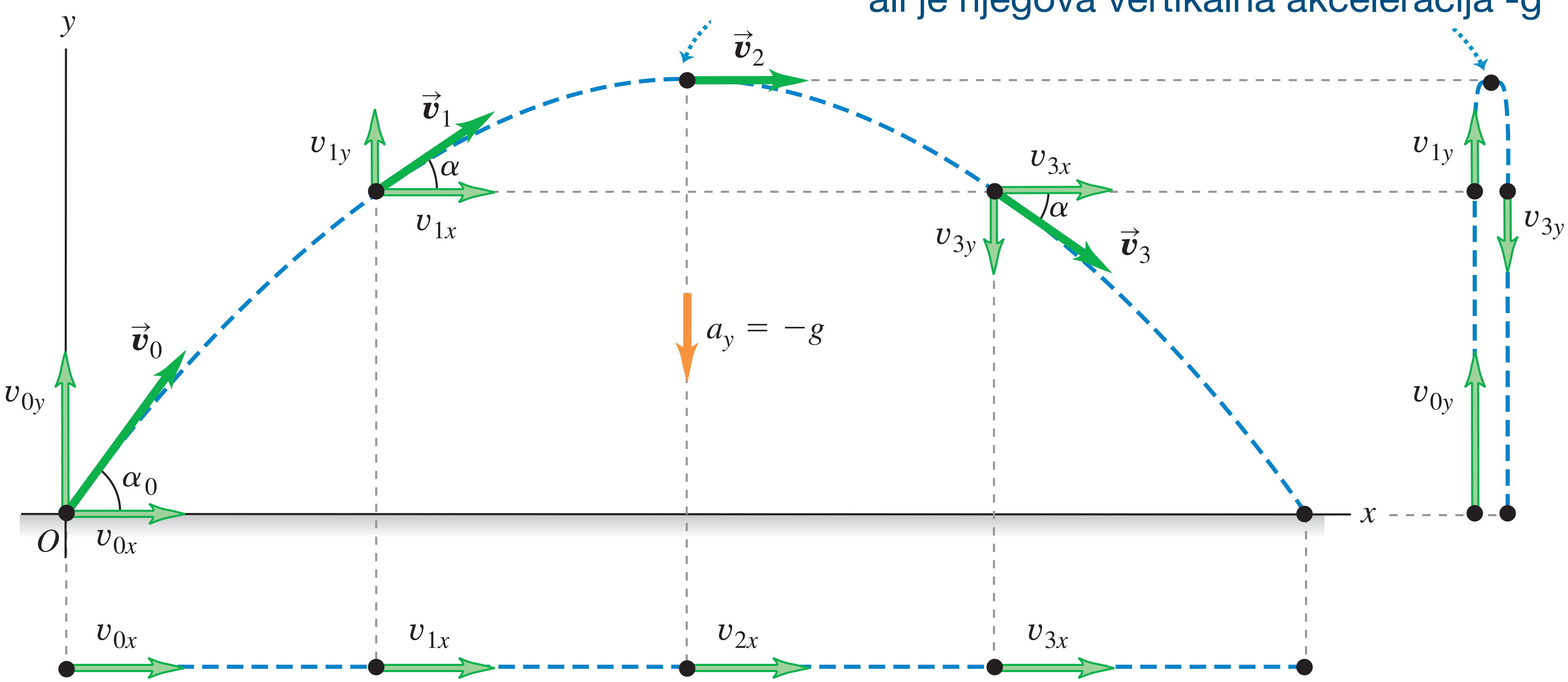
G = - **j** mg

Kosi hitac

- Ako je otpor zraka zanemariv, trajektorija projektila je kombinacija horizontalnog gibanja sa konstantnom brzinom i vertikalnog gibanja sa konstantnom akceleracijom
- KLJUČNO: možemo tretirati x- i y- koordinate odvojeno!



Pri vrhu projektil ima y-komponentu brzine jednaku 0, ali je njegova vertikalna akceleracija -g



Horizontalno, projektil se giba konstantnom brzinom.

Young & Freedman University Physics

Kosi hitac

$$x = (v_0 \cos \alpha_0) t$$

$$y = (v_0 \sin \alpha_0) t - \tfrac{1}{2} g t^2$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha_0$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha_0 - g t$$

$$y = (\tan \alpha_0) x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha_0} x^2$$

Maksimalna visina:

$$v_y = v_{0y} - g t_1 = 0$$

$$h = (v_0 \sin \alpha_0) \left(\frac{v_0 \sin \alpha_0}{g} \right) - \tfrac{1}{2} g \left(\frac{v_0 \sin \alpha_0}{g} \right)^2$$

$$= \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha_0}{2g}$$

Maksimalan domet: $\dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha_0}{g}$

Q: pri kojem je kutu izbačaja domet maksimalan?

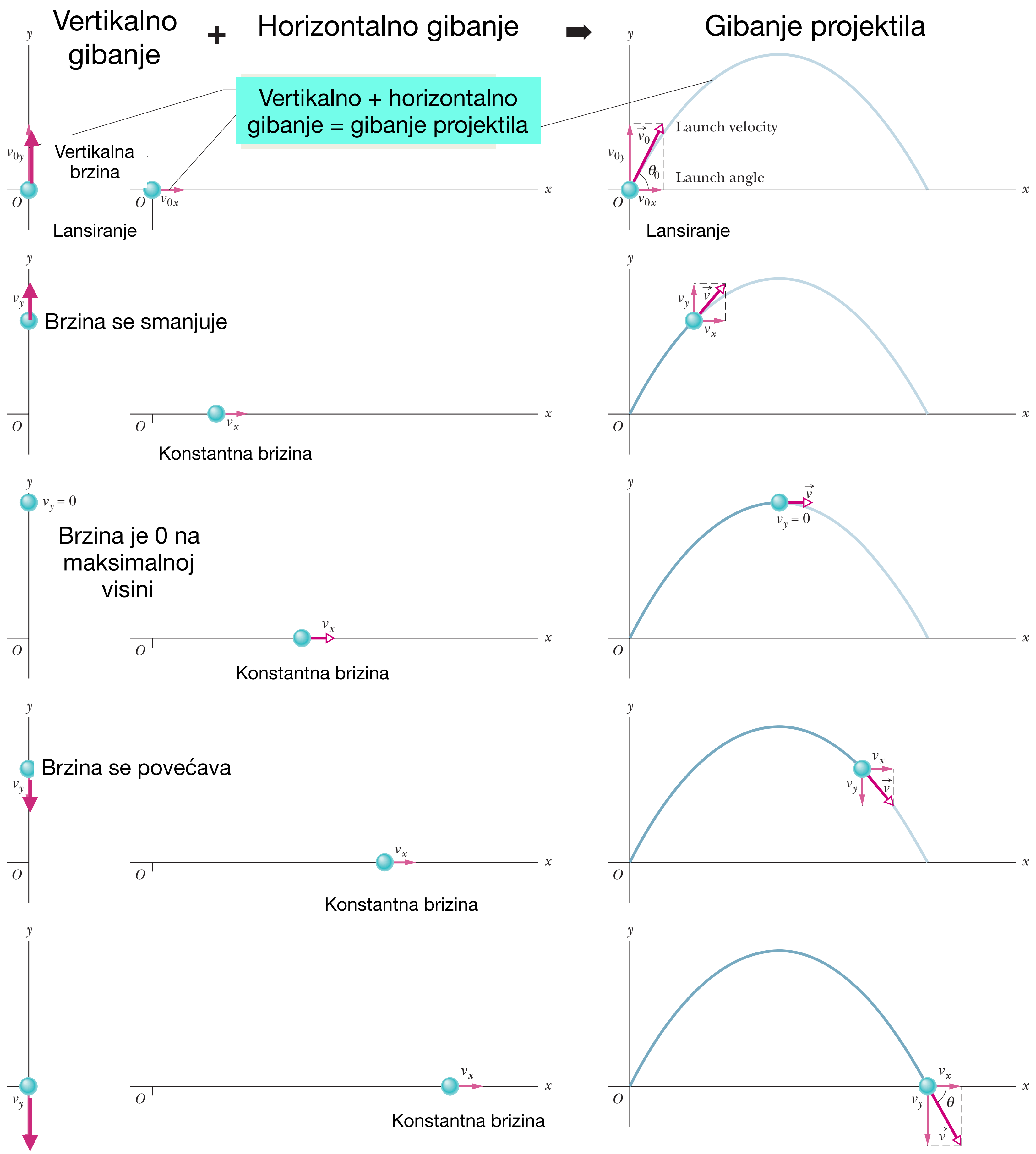
Ponavljanje: kosi hitac

$$x = (v_0 \cos\alpha_0)t$$

$$y = (v_0 \sin\alpha_0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_x = v_0 \cos\alpha_0$$

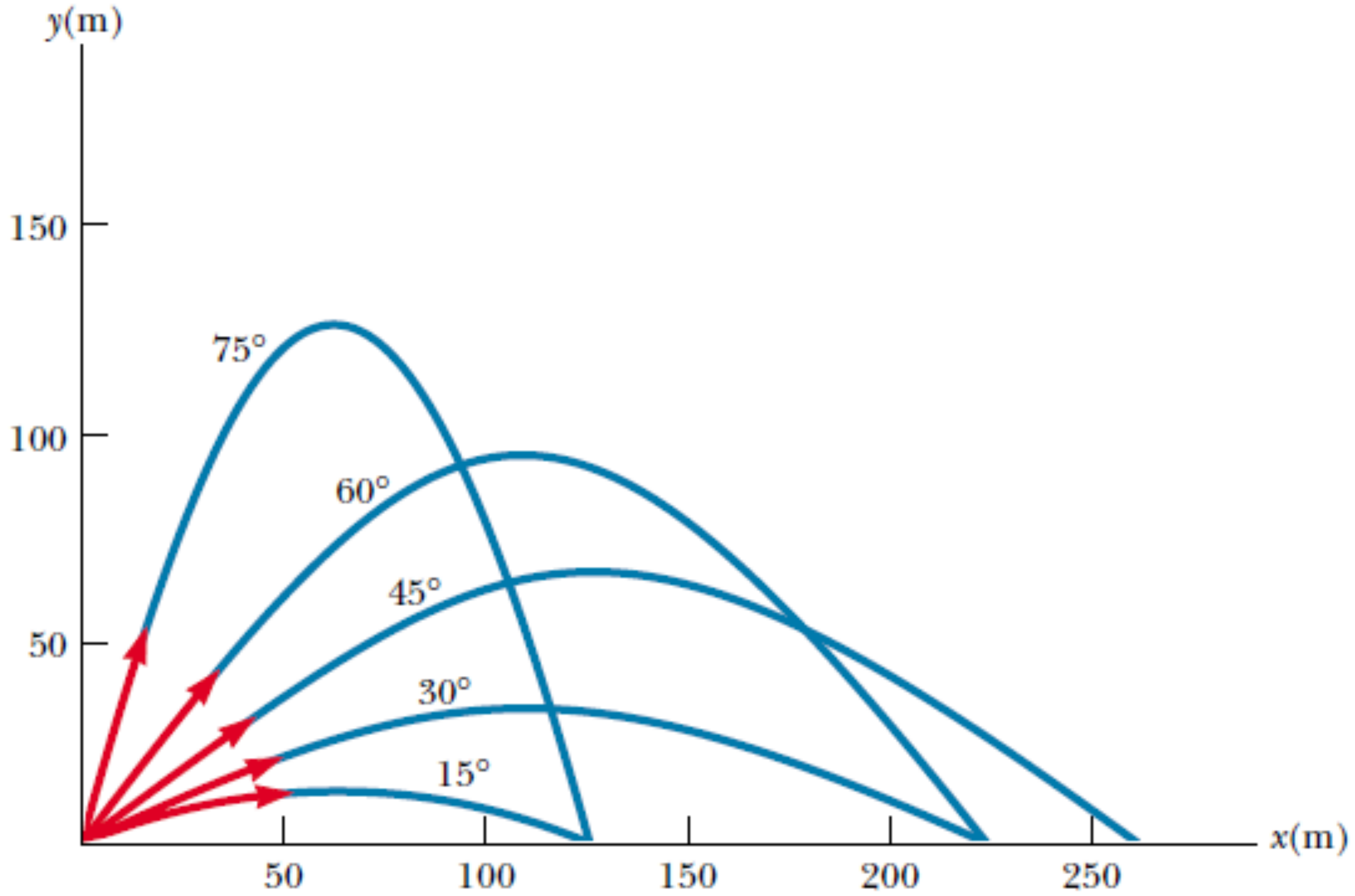
$$v_y = v_0 \sin\alpha_0 - gt$$



Halliday, Resnick & Walker: Fundamentals of Physics

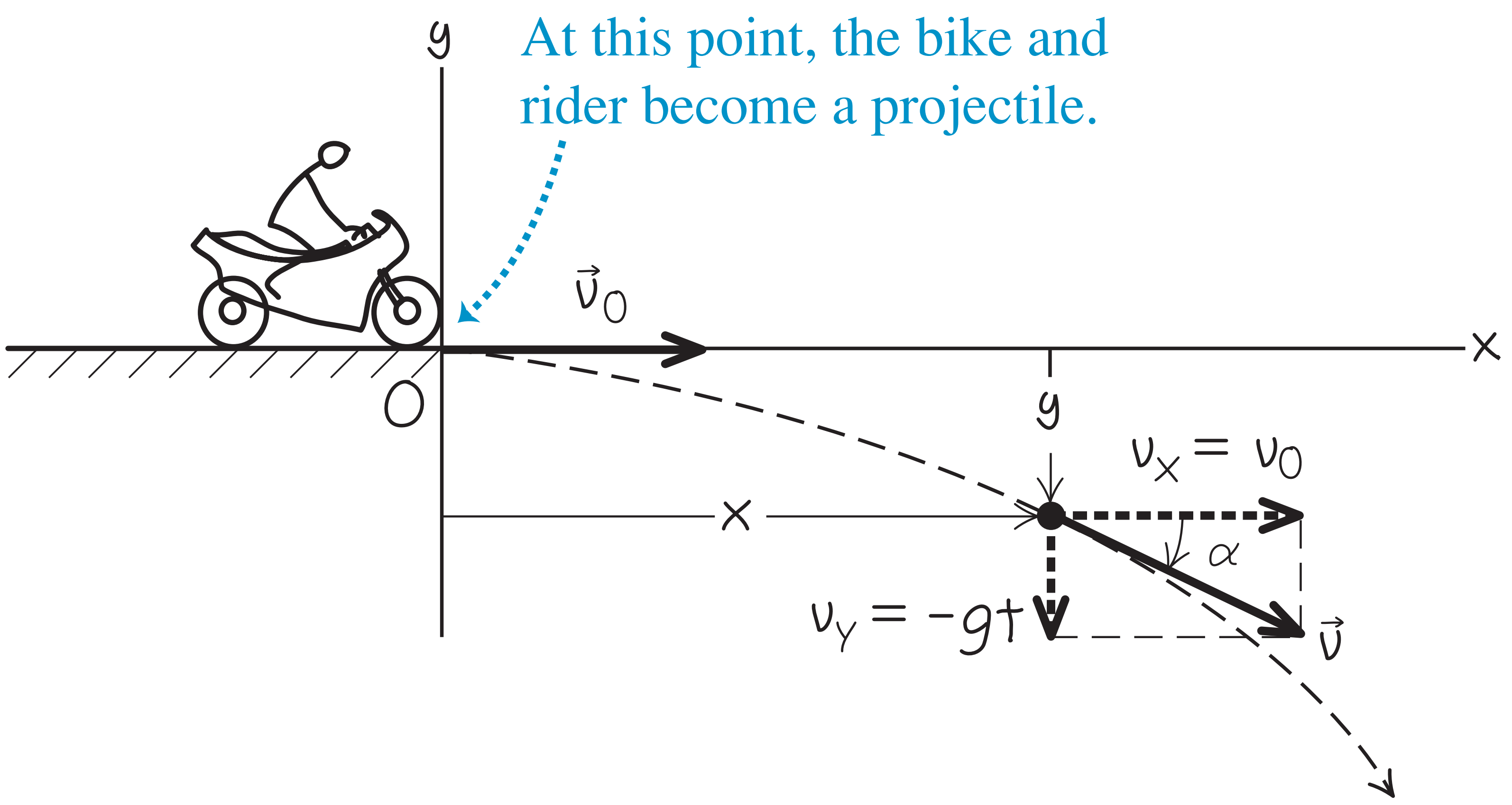
Ponavljanje: kosi hitac

- Maksimalni domet se postiže pri kutu izbačaja od 45^0 :



Zadatak

- Motociklist na rubu stijene ima samo horizontalnu brzinu, iznosa 9 m/s. Odredi poziciju motociklista, udaljenost od stijene i brzinu 0.5 s nakon sto se odmaknuo od ruba stijene.



Rješavanje jednadžbi gibanja

- Stalna sila: F = konst.

- Primjer: F = G = mg (sila teža)

Tijelo je ispušteno bez početne brzine s nekog mjesta iznad Zemljine površine.

G = - **j** mg

- **Primjer: vertikalni hitac**

- Primjer: kosi hitac

Vertikalni hitac

$$m\frac{d^2}{dt^2}y = -mg$$

$$m\frac{d}{dt}v_y(t) = -mg.$$

$$\int dv_y = -g\int dt \quad \text{odnosno} \quad v_y(t) = -gt + D_1$$

$$v_y(0) = -v_{0/y}$$

vertikalni hitac prema dolje

$$D_1 = -v_{0/y}$$

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt} = -gt - v_{0/y} \Big/ \cdot dt \Rightarrow \int dy = -g\int t\,dt - v_{0/y}\int dt \Rightarrow$$

$$y(t) = -g\frac{t^2}{2} - v_{0/y}t + D_2.$$

$$\boxed{y(t) = -\frac{g}{2}t^2 - v_{0/y}t; \qquad v_y(t) = -gt - v_{0/y}.}$$

Vertikalni hitac

$$m\frac{d^2}{dt^2}y = -mg$$

$$m\frac{d}{dt}v_y(t) = -mg.$$

$$\int dv_y = -g\int dt \quad \text{odnosno} \quad v_y(t) = -gt + D_1$$

Vertikalni hitac prema gore

$$v_{0/y} \to (-1)\cdot v_{0/y}$$

Slobodni pad:

$$y(t) = -\frac{g}{2}t^2; \quad v_y(t) = -gt$$

Hitac prema dolje:

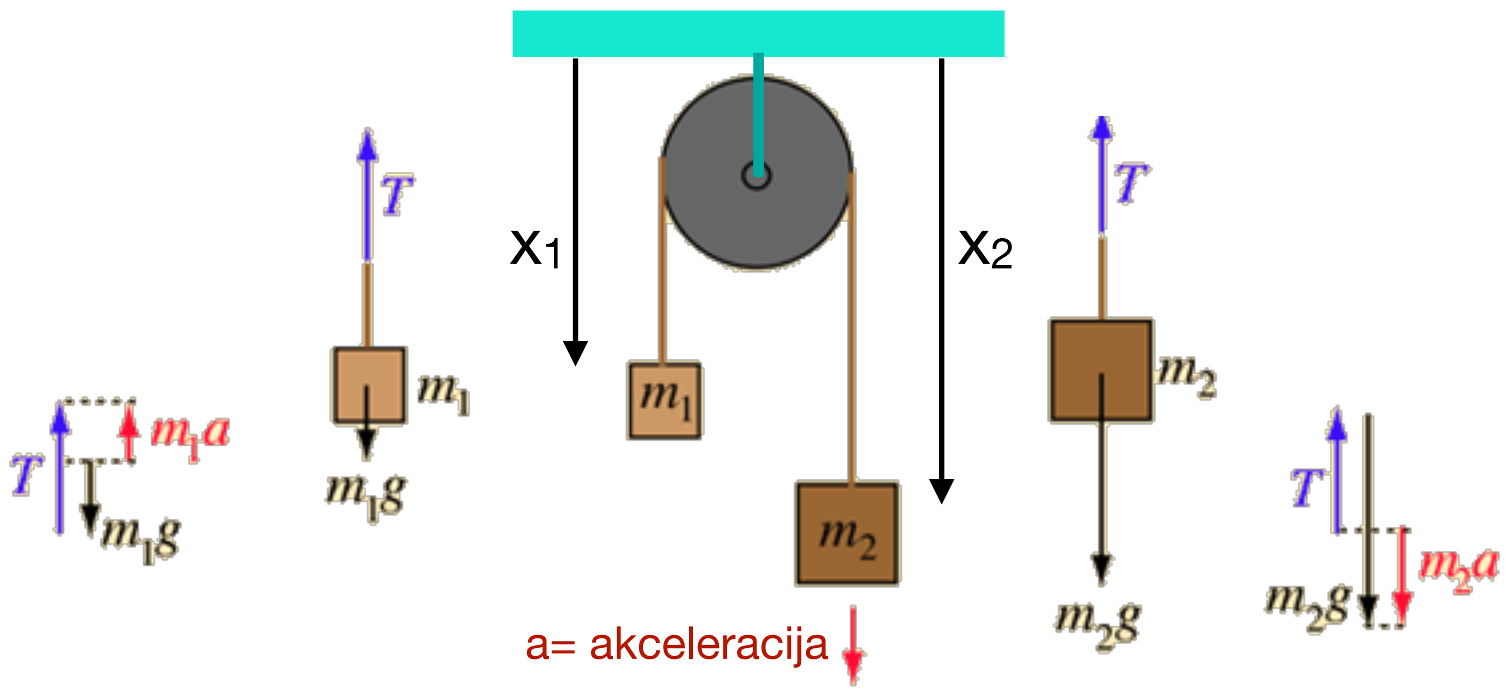
$$y(t) = -\frac{g}{2}t^2 - v_0t; \quad v(t) = -gt - v_0$$

Hitac prema gore:

$$y(t) = v_0t - \frac{g}{2}t^2; \quad v(t) = v_0 - gt$$

Zadatak: Atwoodov padostroj

- Utezi masa m_1 i m_2 su povezani nerastezljivim koncem koji je prebačen preko koloture po kojoj skliže bez trenja. Mjerenjem vremena spuštanja jednog od utega za poznatu visinu, može se izračunati akceleracija sile teže. Izračunajte: (a) napetost niti u koncu; (b) akceleraciju masa; (c) akceleraciju sile teže. Poznate su mase m_1 = 400 g, m_2 = 402 g i izmjereno je da se tijelo m_2 spusti za 50 cm u vremenu od 6.4 s.



$$-\hat{\imath}\cdot m_1\ddot{x}_1 = \hat{\imath}\cdot G_1 - \hat{\imath}T,$$
$$\hat{\imath}\cdot m_2\ddot{x}_2 = \hat{\imath}\cdot G_2 - \hat{\imath}T,$$
$$a = \ddot{x}_1 = \ddot{x}_2$$

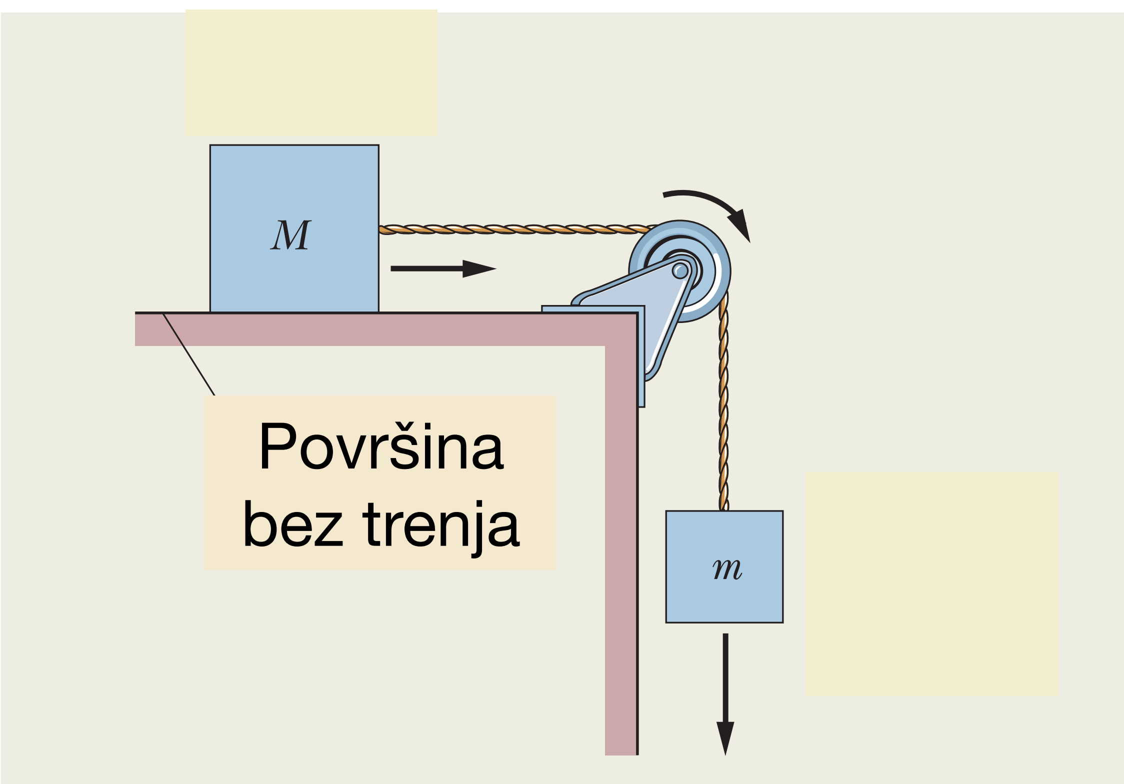
$$a = \frac{G_2 - G_1}{m_1 + m_2} = g\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}.$$

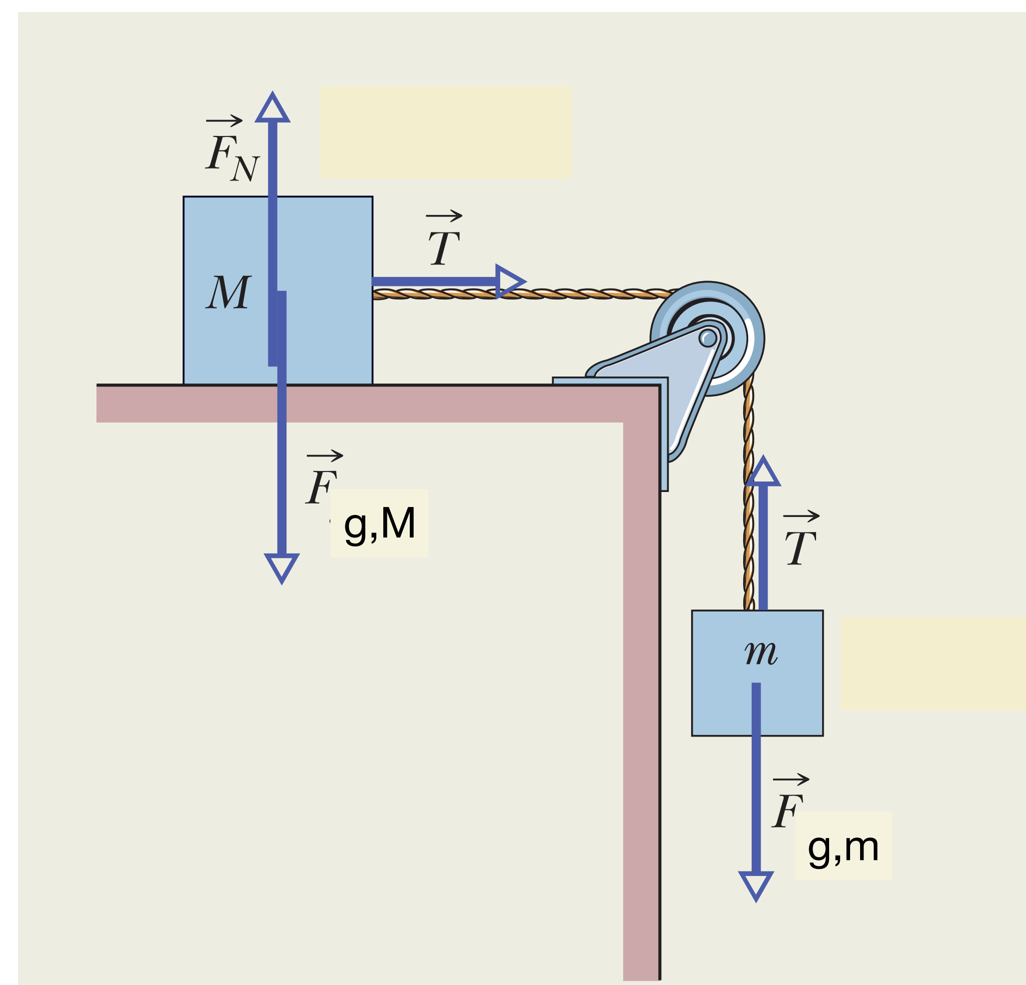
$$\Delta x = \frac{a}{2}t^2 \quad \text{pa je} \quad a = 2\frac{\Delta x}{t^2} = g\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} \quad \text{tj.}$$
$$g = \frac{2\Delta x}{t^2}\frac{m_1 + m_2}{m_2 - m_1} = 9,79\,\mathrm{m/s}^2.$$

$$T = \frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2}\cdot g.$$

Zadatak

- Na slici je prikazana masa M = 3.3 kg koja se kliže duž horizontalne površine. Masa M spojena je užetom preko koloture za drugu masu, m = 2.1 kg. Masa m koja visi pada prema dolje kako se masa M ubrzava udesno. Odredi (a) ubrzanje mase M, (b) ubrzanje mase m, (c) napetost u užetu.





M: $F_x = M a_x$ $T = Ma$

$F_y = M a_y = 0$ $F_N - F_{g,M} = 0$

m: $F_y = m a_y = T - F_{g,m} = T - mg$ $a_y = - a$

$-ma = Ma - mg$

$a (M + m) = mg$ $a = mg/(M+m)$

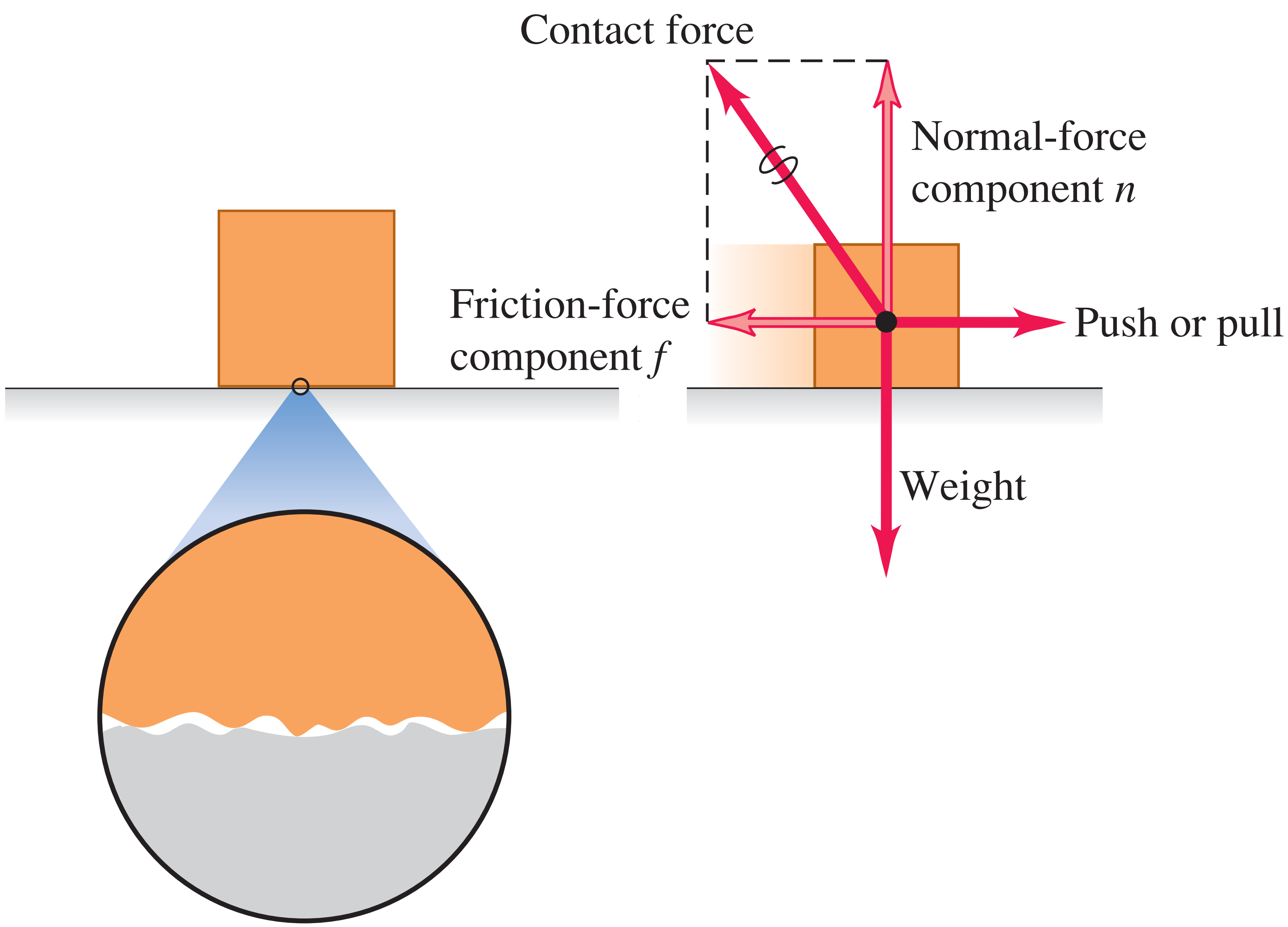
$T = Ma = Mmg/(M+m)$

$a= 2.1 * 9.8/(3.3+2.1) =3.8\ m/s^2$

$T = 3.3 * 2.1 * 9.8 / (3.3 + 2.1) = 13\ N$

Sila trenja

- Kada su dva tijela u dodiru i jedno se želi pokrenuti u odnosu na drugo, onda se javlja sila koja se "protivi" tom kretanju (*sila statičkog trenja*), a kada se tijelo pokrene i skliže po drugom tijelu, javlja se sila koja otežava to relativno gibanje (*sila dinamičkog trenja*)



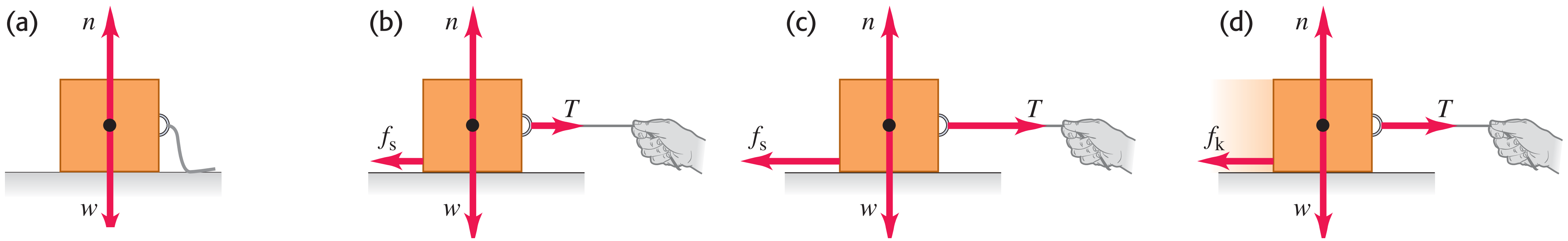
Materials	Coefficient of Static Friction, μ_s	Coefficient of Kinetic Friction, μ_k
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Copper on steel	0.53	0.36
Brass on steel	0.51	0.44
Zinc on cast iron	0.85	0.21
Copper on cast iron	1.05	0.29
Glass on glass	0.94	0.40
Copper on glass	0.68	0.53
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Teflon on steel	0.04	0.04
Rubber on concrete (dry)	1.0	0.8
Rubber on concrete (wet)	0.30	0.25

$$F_{tr} = \mu_{S,D} F_N$$
$$\mu_S > \mu_D$$

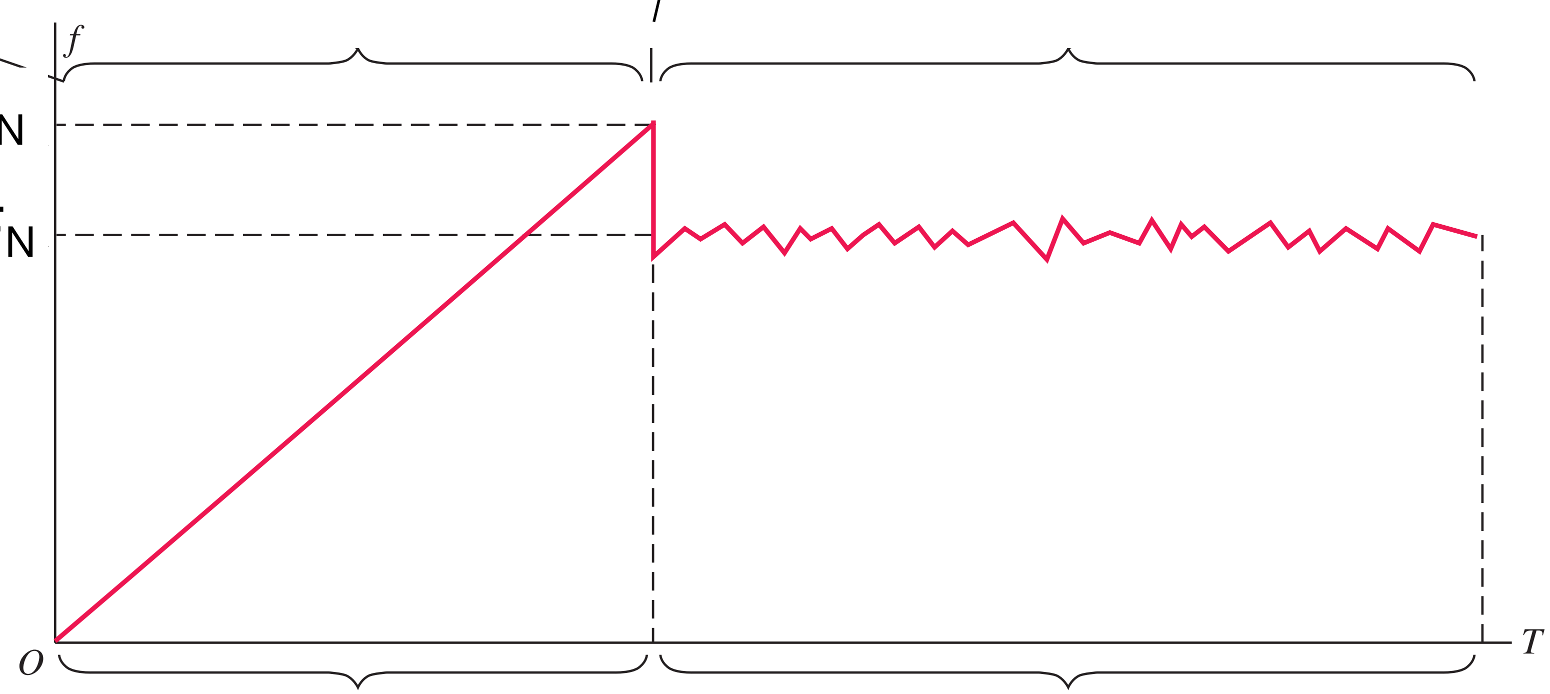
Young & Freedman University Physics

Sila trenja

- Sila trenja uvijek djeluje u protivnom smjeru od smjera gibanja



$F_{tr/S} = 0$



$F_{tr/S}\ (max) = \mu_S F_N$

$F_{tr/D} = \mu_D F_N$

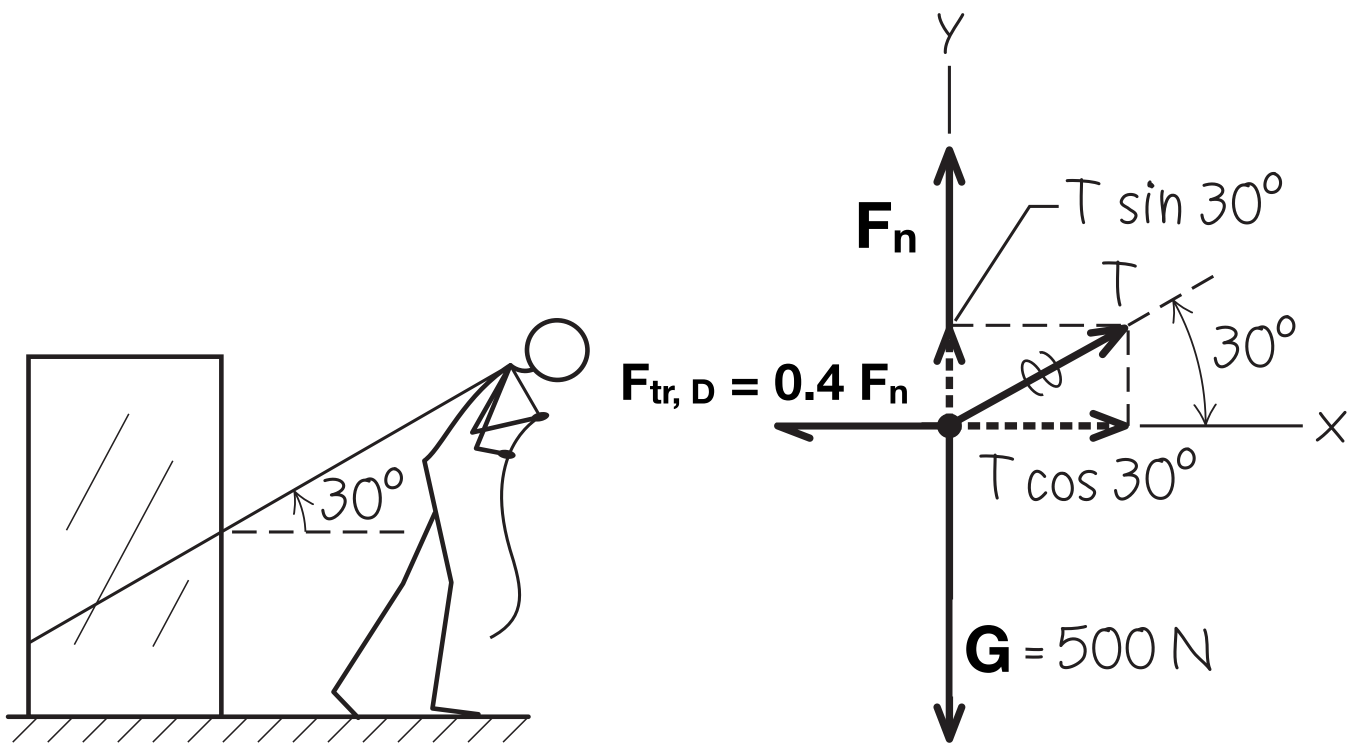
Kutija miruje. Statičko trenje jednako je primijenjenoj sili.

Kutija se giba. Dinamičko trenje je konstantno.

Young & Freedman University Physics

Zadatak

- Čovjek želi pomaknuti teret od 500 N uz pomoć užeta, pod kutem 30° u odnosu na horizontalu. Koliku silu mora primijeniti da bi vukao teret konstantnom brzinom? Pretpostavite $\mu_D = 0.4$.



Young & Freedman University Physics

$$f_k = \mu_k n$$

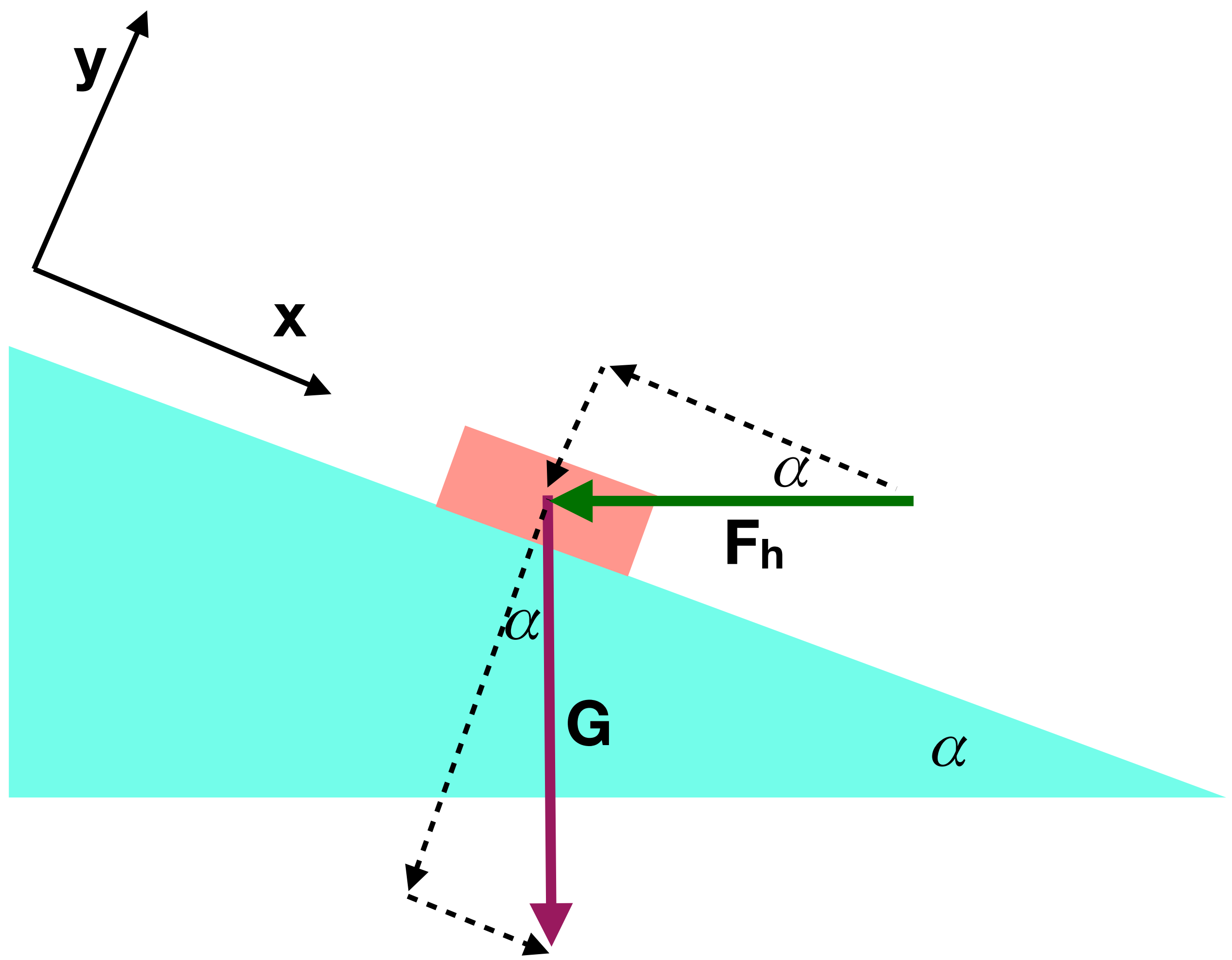
$$\sum F_x = T\cos 30^\circ + (-f_k) = 0 \qquad T\cos 30^\circ = \mu_k n$$
$$\sum F_y = T\sin 30^\circ + n + (-w) = 0 \qquad n = w - T\sin 30^\circ$$

$$T\cos 30^\circ = \mu_k(w - T\sin 30^\circ)$$
$$T = \frac{\mu_k w}{\cos 30^\circ + \mu_k \sin 30^\circ} = 188\ \text{N}$$

$$n = w - T\sin 30^\circ = (500\ \text{N}) - (188\ \text{N})\sin 30^\circ = 406\ \text{N}$$

Zadatak

- Opišite gibanje tijela koje se nalazi na kosini i na njega djeluje horizontalna sila iznosa 20 N, prema slici. Masa tijela je 1 kg, $\alpha = 30^o$ i neka su, zbog jednostavnosti, dinamički i statički koeficijent trenja jednaki: $\mu_D = \mu_S = \mu = 0.2$

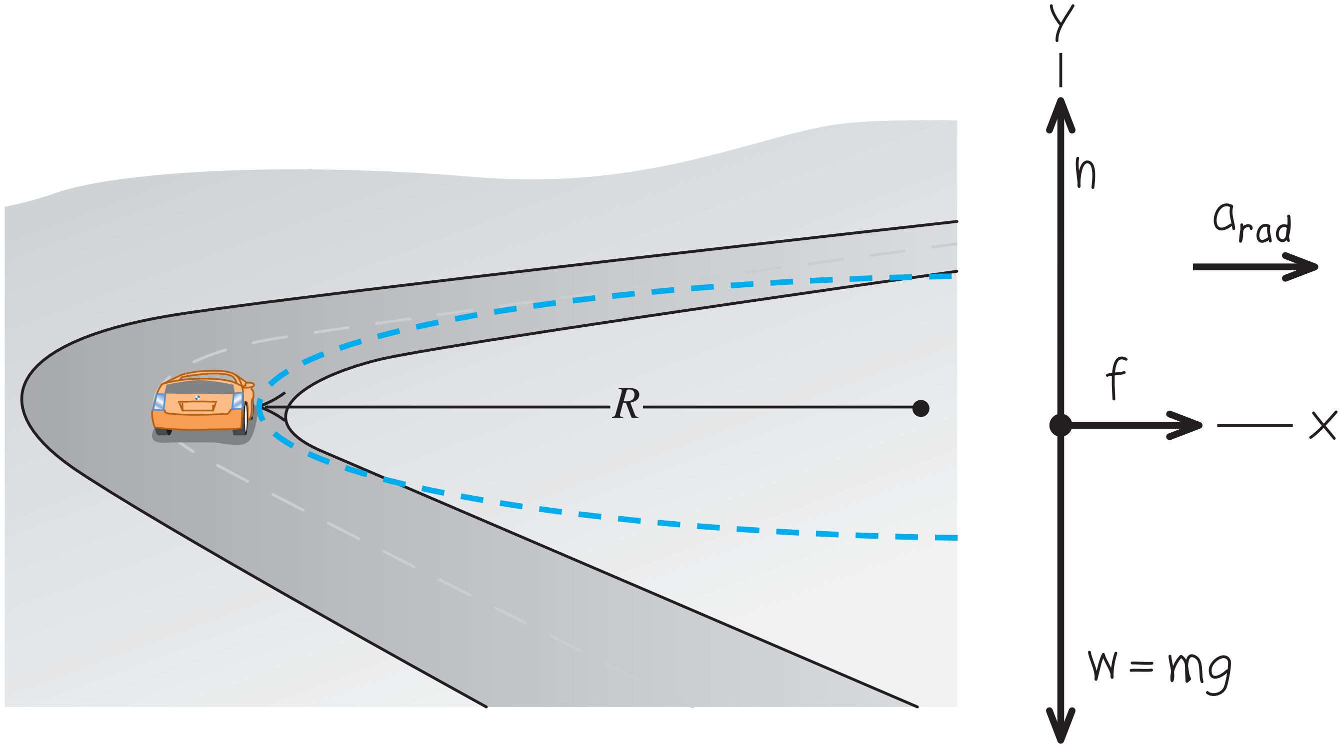


Primjer

- Automobil zakreće u zavoju radijusa R. Ako je koeficijent trenja između guma i ceste μ, koja je maksimalna brzina v_{max} kojom vozač može voziti bez proklizavanja?

$$\sum F_x = f = ma_{rad} = m\frac{v^2}{R}$$

$$\sum F_y = n + (-mg) = 0$$

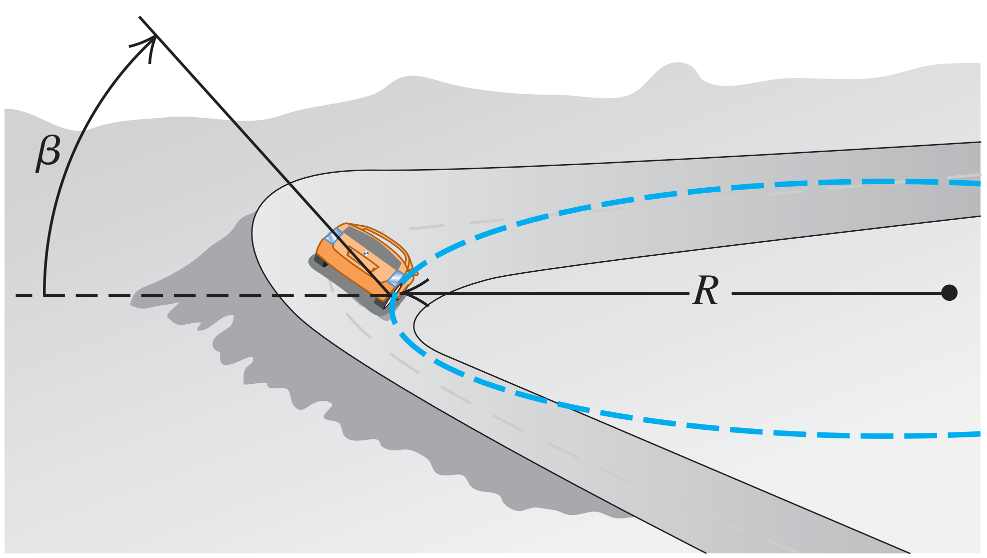


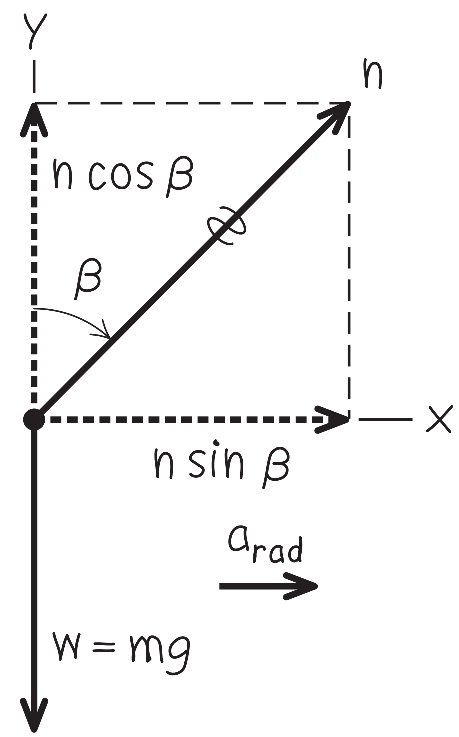
$$\mu_s mg = m\frac{v_{max}^2}{R} \qquad \text{so} \qquad v_{max} = \sqrt{\mu_s g R}$$

Young & Freedman University Physics

Primjer

- Za automobil određene brzine, moguće je nagnuti pistu pod točno određenim kutom tako da nije uopće potrebno trenje koje bi održalo automobil na putanji. Pod kojim kutom treba cesta u zavoju radijusa R = 230 m biti nagnuta za brzinu automobila v = 88 km/h?





$$\sum F_x = n \sin\beta = ma_{\text{rad}}$$

$$a_{\text{rad}} = v^2/R$$

$$\sum F_y = n\cos\beta + (-mg) = 0$$

$$n = mg/\cos\beta$$

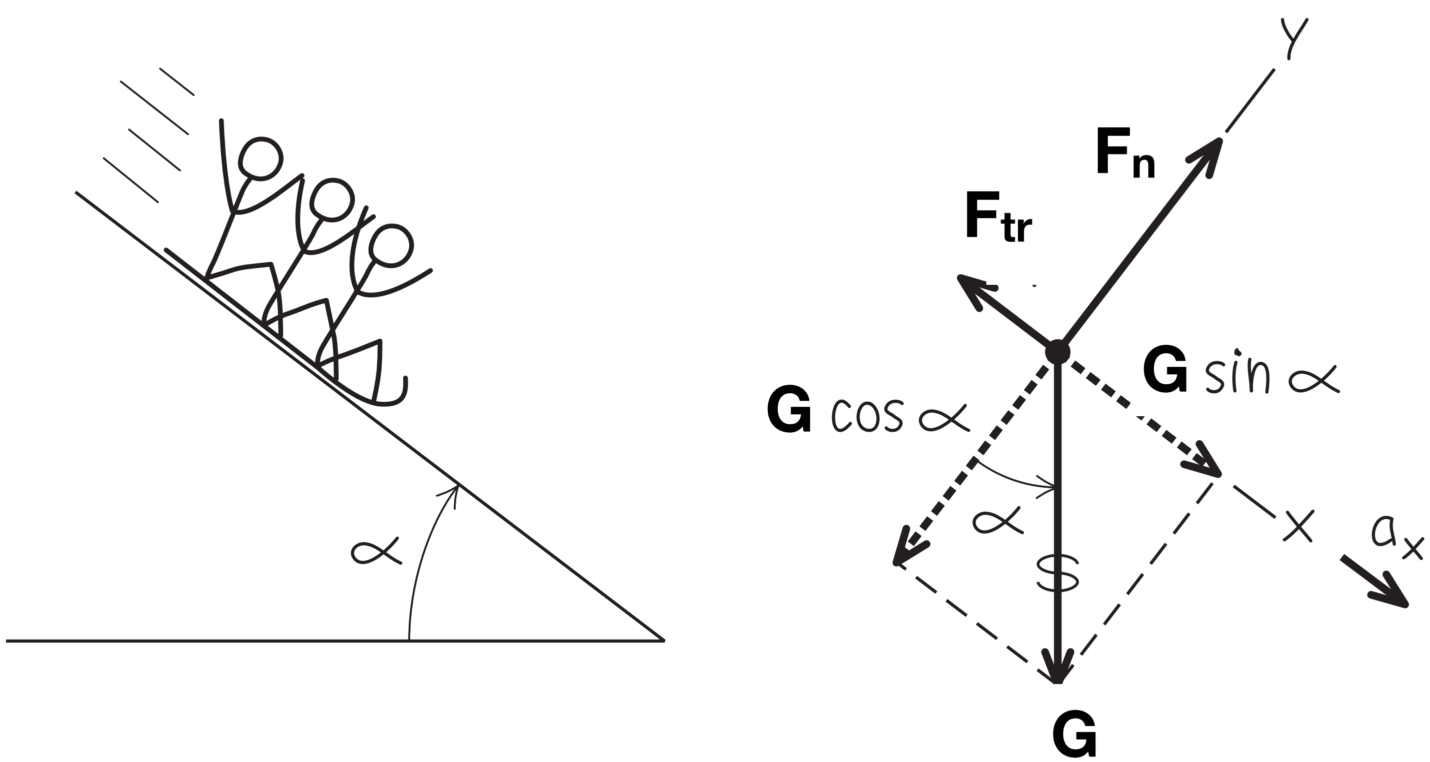
$$\tan\beta = \frac{a_{\text{rad}}}{g} = \frac{v^2}{gR}$$

$$\beta = \arctan\frac{v^2}{gR}$$

$$\beta = \arctan\frac{(25\ \text{m/s})^2}{(9.8\ \text{m/s}^2)(230\ \text{m})} = 15^\circ$$

Zadatak

- Sanjke se spuštaju niz brijeg nagiba α, pri čemu je koeficijent trenja između sanjki i brijega μ_D. Izvedi izraz za akcleraciju. Kako se mijenja ovaj izraz ako se sanjke gibaju uz brijeg?



gibanje niz brijeg

Young & Freedman University Physics

$$\sum F_x = mg\sin\alpha + (-f_\mathrm{k}) = ma_x$$
$$\sum F_y = n + (-mg\cos\alpha) = 0$$

$$n = mg\cos\alpha$$
$$f_\mathrm{k} = \mu_\mathrm{k} n = \mu_\mathrm{k} mg\cos\alpha$$

$$mg\sin\alpha + (-\mu_\mathrm{k} mg\cos\alpha) = ma_x$$
$$a_x = g(\sin\alpha - \mu_\mathrm{k}\cos\alpha)$$