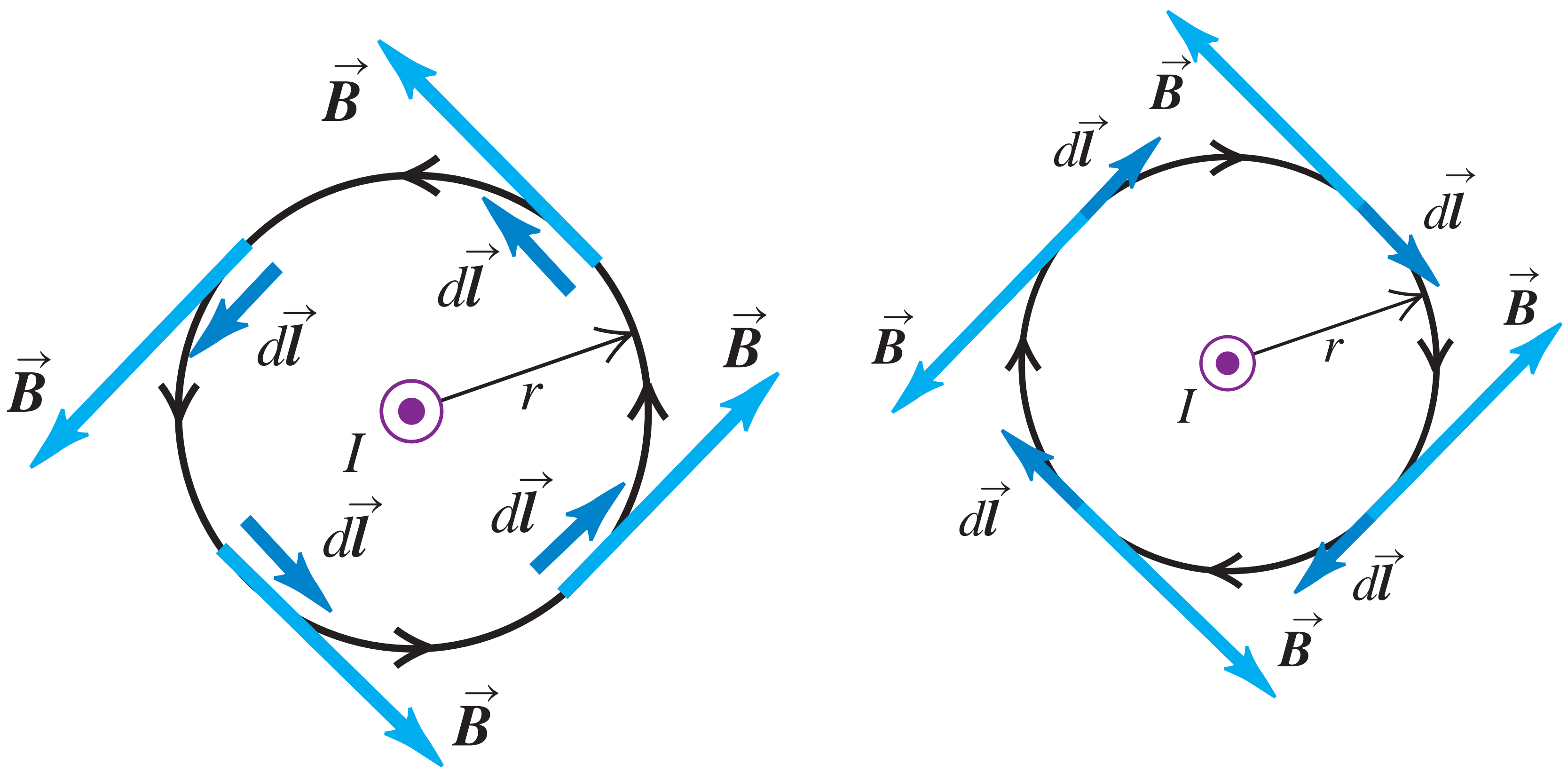
Ampèrov zakon

- do sada smo računali magnetsko polje zbog vodiča kojim teče struja preko dB (uzrokovano elementom struje), i sumirali smo po svim dB
- Gaussov zakon za magnetsko polje ne možemo koristiti da bi odredili magnetsko polje koje stvara određena distribucija struja (kao što možemo koristiti Gaussov zakon da bismo odredili električno polje)
- razmotrimo linijski integral po zatvorenom putu:

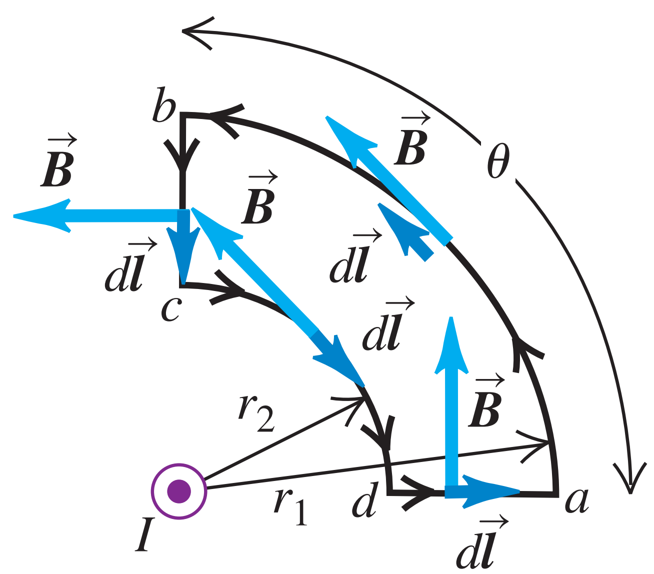


PRAVILO DESNE RUKE: prsti pokazuju smjer $\mathbf{d}\ell$,
a palac pokazuje smjer struje!

Young & Freedman University Physics

Ampèrov zakon

- do sada smo računali magnetsko polje zbog vodiča kojim teče struja preko dB (uzrokovano elementom struje), i sumirali smo po svim dB
- Gaussov zakon za magnetsko polje ne možemo koristiti da bi odredili magnetsko polje koje stvara određena distribucija struja (kao što možemo koristiti Gaussov zakon da bismo odredili električno polje)
- razmotrimo linijski integral po zatvorenom putu:

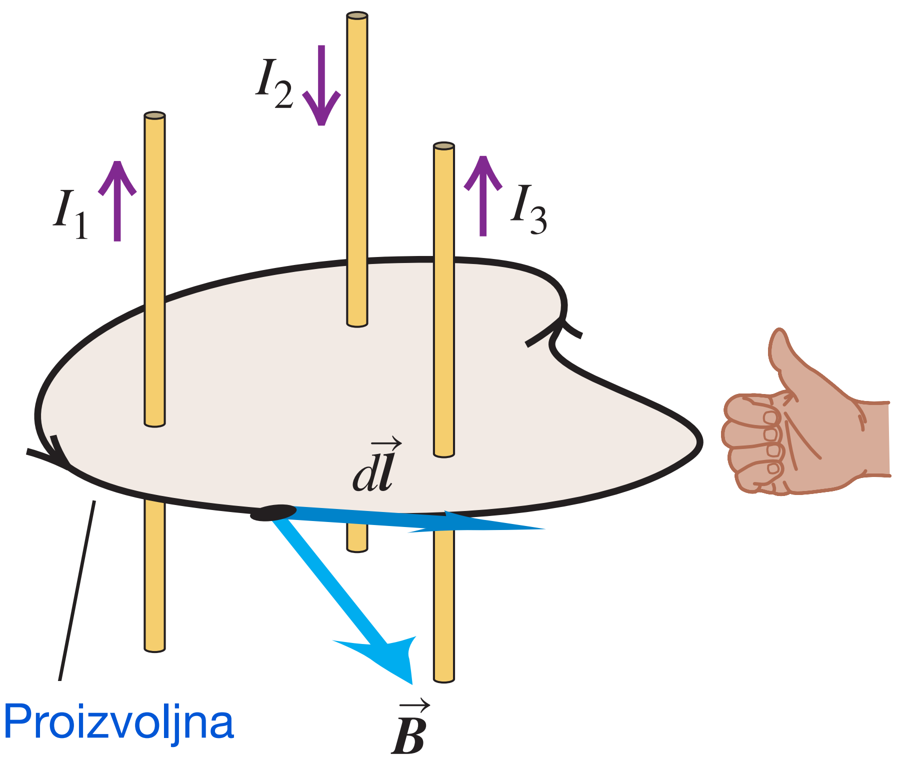


Young & Freedman University Physics

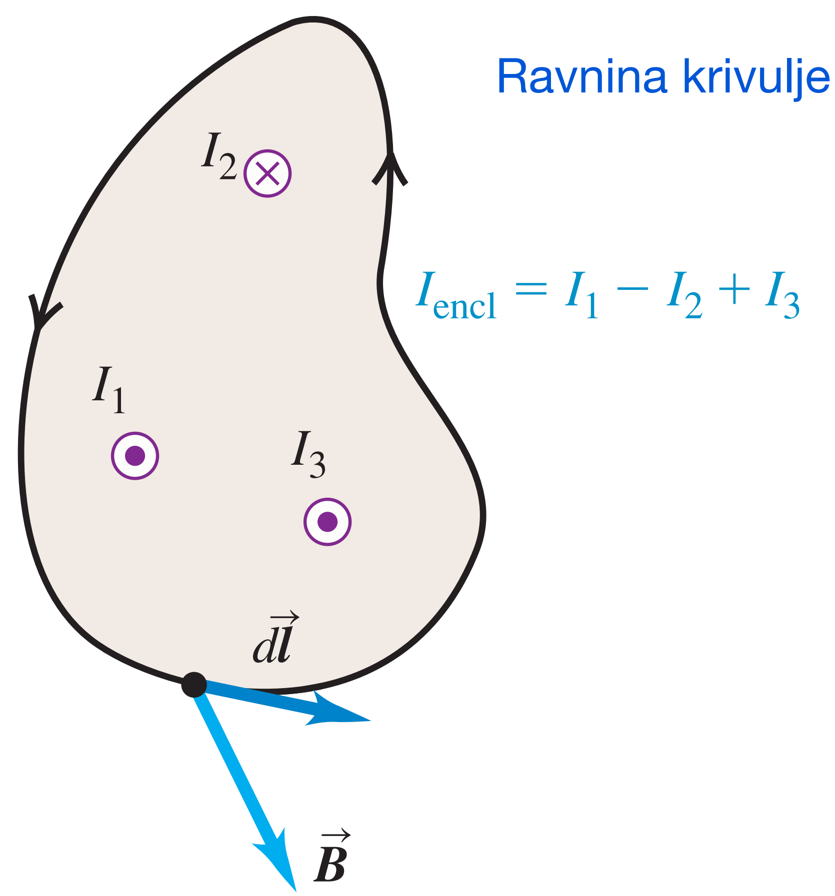
Ampèreov zakon

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

struja kroz površinu
zatvorenu krivuljom

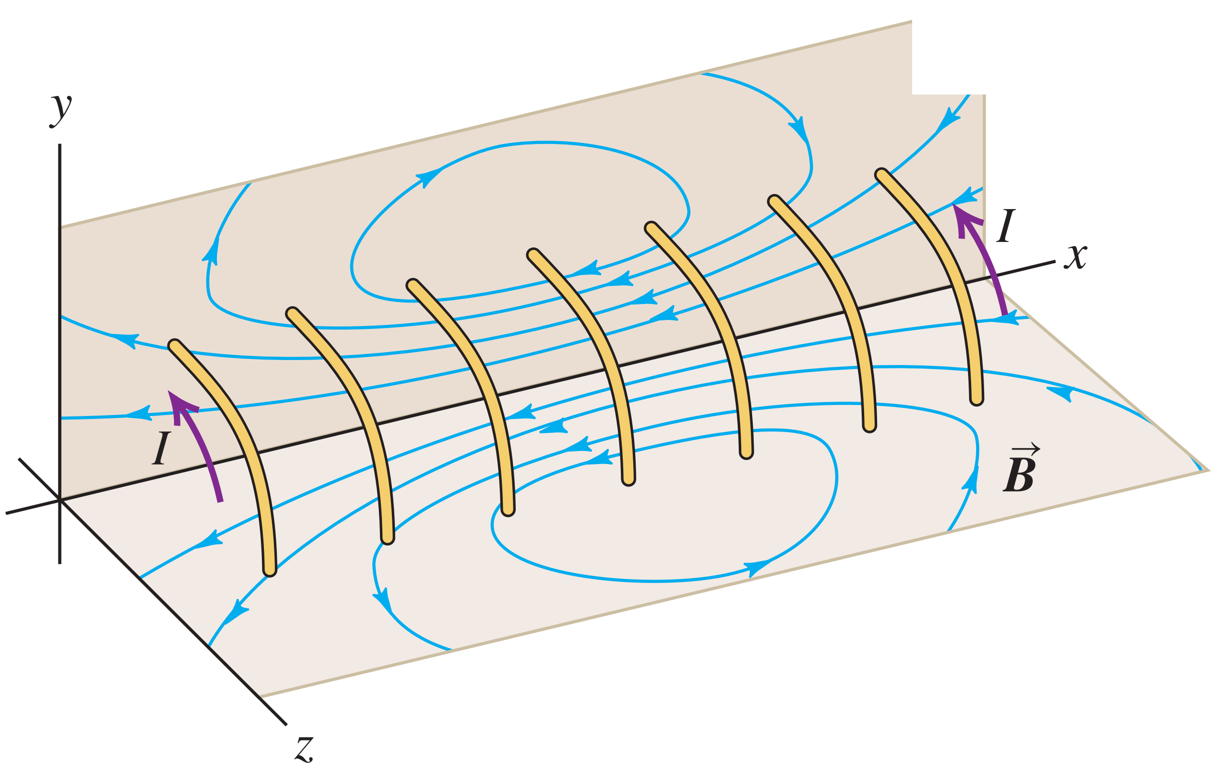


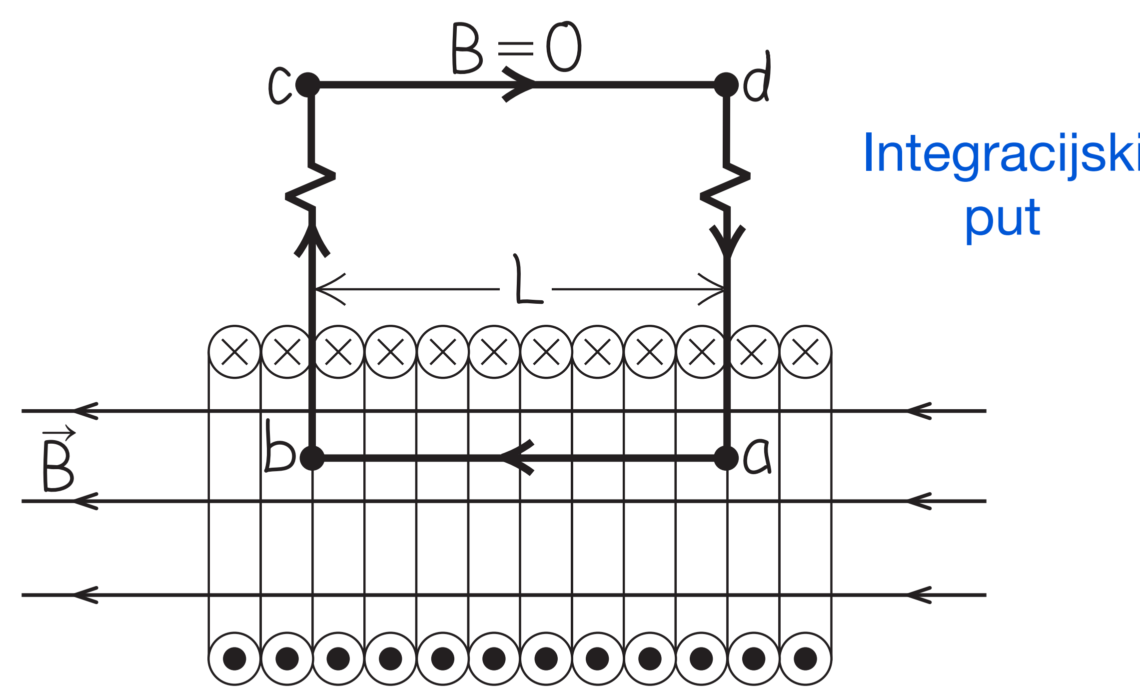
Proizvoljna
zatvorena krivulja
oko vodiča.



Primjer: magnetsko polje zavojnice

Zavojnica se sastoji od navoja žice na cilindar, cirkularnog poprečnog presjeka. Svi navoji nose jednaku struju I, te je magnetsko polje **B** jednako vektorskoj sumi svih polja individualnih navoja.
Ako je zavojnica dugačka u odnosu na svoj poprečni presjek i navoji su gusto namotani, polje unutar zavojnice je gotovo uniformno duž poprečnog presjeka i paralelno sa osi. *Vanjsko polje* je vrlo malo.
Upotrijebite Ampereov zakon da bi odredili polje blizu centra zavojnice ako zavojnica ima *n* navoja po jedinici duljine.



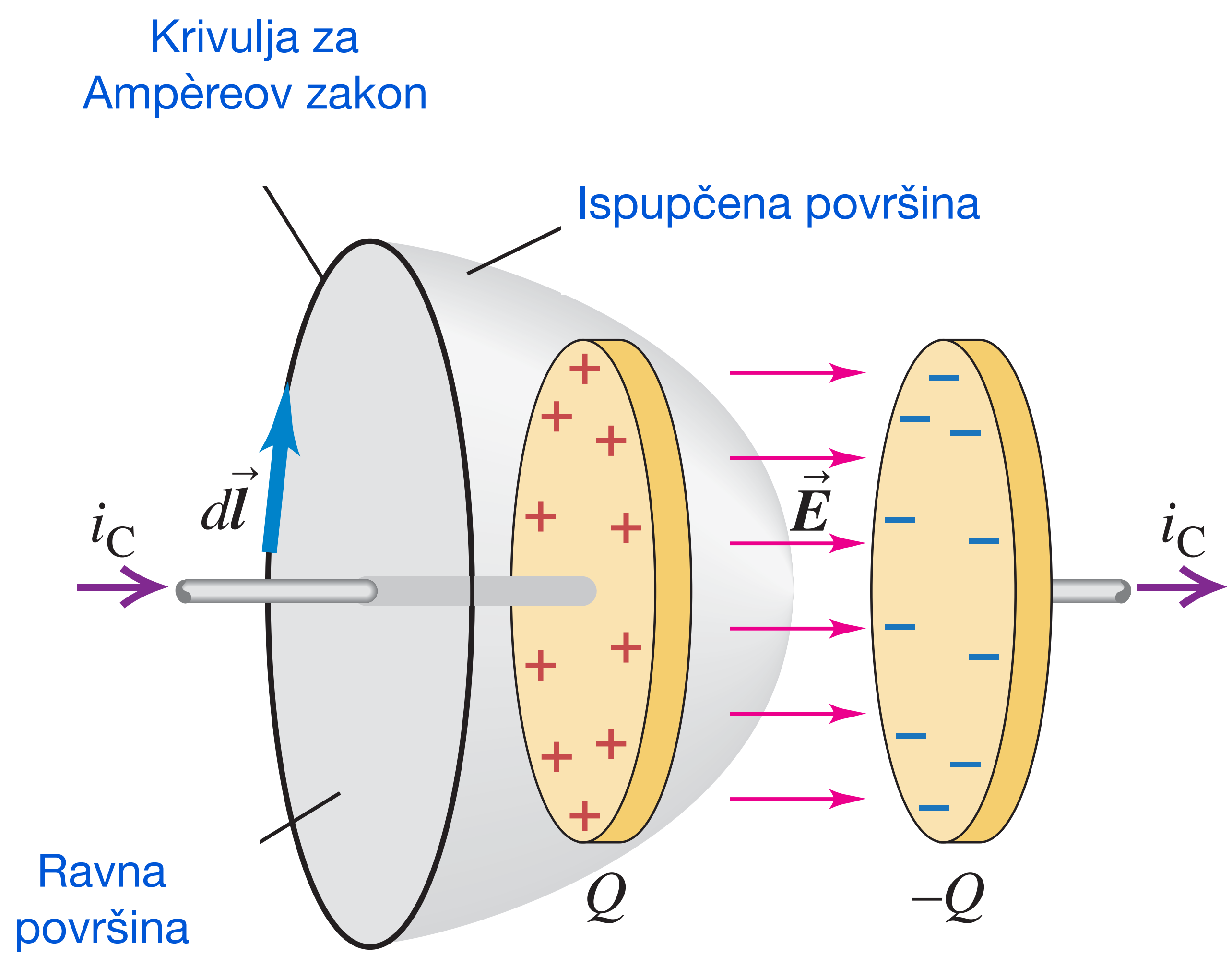


$$I_{\text{encl}} = nLI. \qquad BL = \mu_0 nLI,$$

$$B = \mu_0 nI$$

Ampère-Maxwellov zakon

* promotrimo proces nabijanja kondenzatora: vodič dovodi struju Ic na jednu ploču, i odvodi istu struju s druge ploče. Naboj Q se povećava, te također električno polje između ploča. Primijenimo Ampèrov zakon na nacrtanu kružnicu..



Young & Freedman University Physics

Razmotrimo dvije površine koje imaju istu zajedničku graničnu krivulju (vidi sliku).

Ravna površina:

I (kroz površinu zatvorenu krivuljom) = i_C

$$i_C = \frac{dq}{dt}$$

Ispupčena površina:

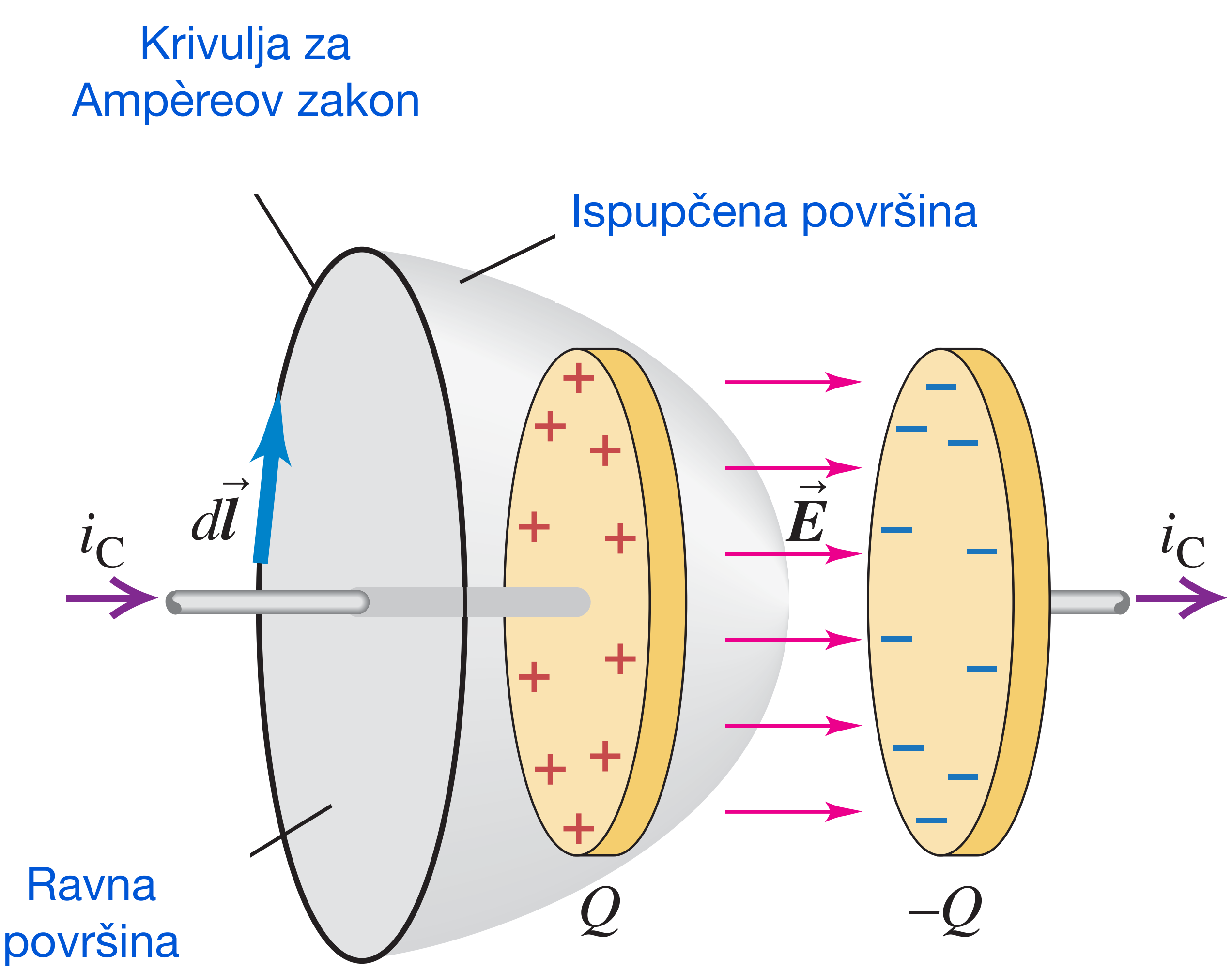
I (kroz površinu zatvorenu krivuljom) = 0 ?

ALI: kako se kondenzator nabija, električno polje i električni tok kroz površinu se povećavaju.Trenutačni naboj q = CV, gdje je V trenutačna razlika potencijala, V = Ed:

$$q = Cv = \frac{\epsilon A}{d}(Ed) = \epsilon EA = \epsilon \Phi_E$$

Ampère-Maxwellov zakon

* promotrimo proces nabijanja kondenzatora: vodič dovodi struju Ic na jednu ploču, i odvodi istu struju s druge ploče. Naboj Q se povećava, te također električno polje između ploča. Primijenimo Ampèrov zakon na nacrtanu kružnicu..



Uvodimo struju pomaka:

$$i_D = \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Uključimo li ovu struju u Ampèreov zakon:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i_C + i_D)_{encl}$$

Gustoća struje pomaka:

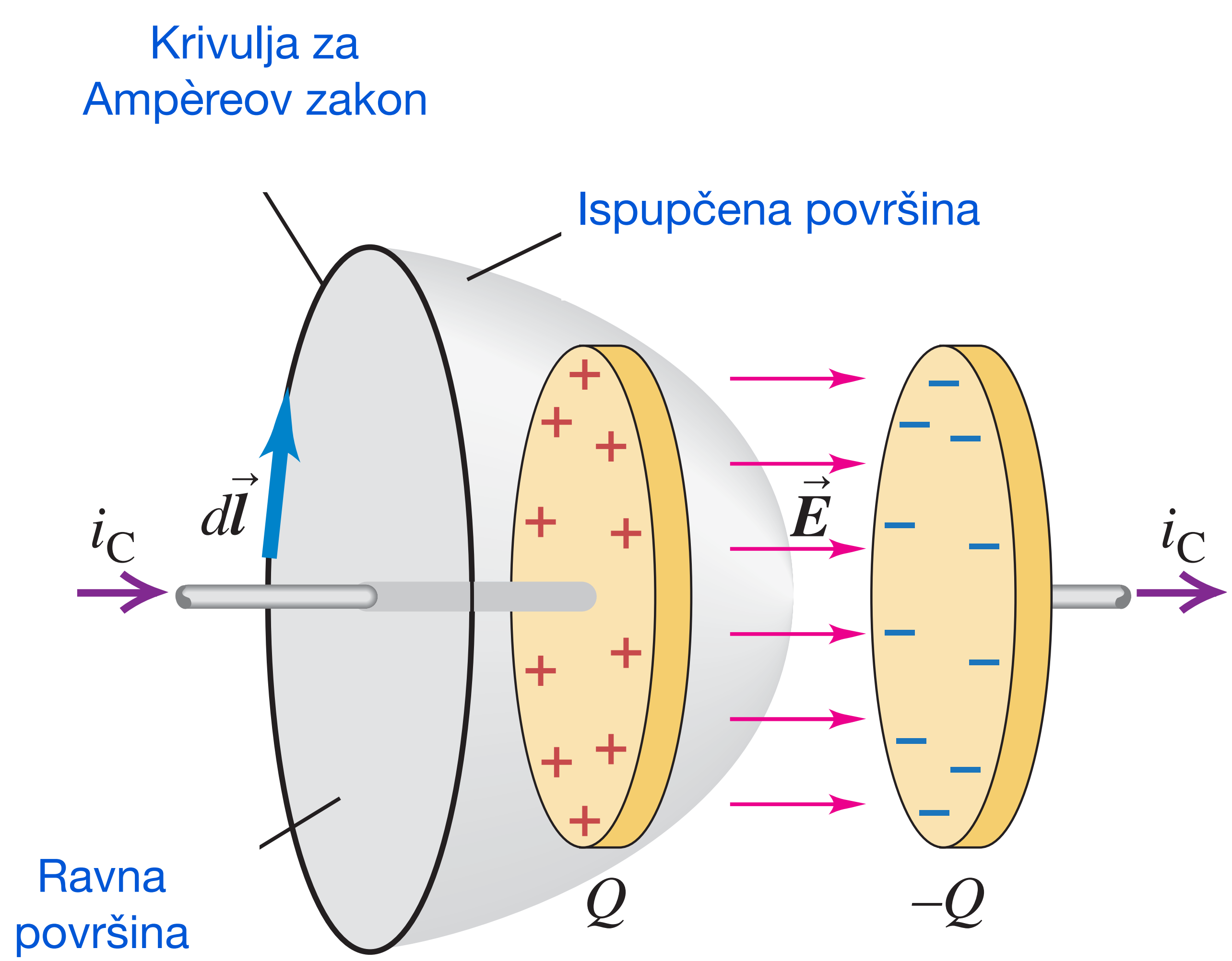
$j_D = i_D / A$; $\Phi_E = EA$

$$j_D = \epsilon \frac{dE}{dt}$$

Young & Freedman University Physics

Ampère-Maxwellov zakon

* promotrimo proces nabijanja kondenzatora: vodič dovodi struju Ic na jednu ploču, i odvodi istu struju s druge ploče. Naboj Q se povećava, te također električno polje između ploča. Primijenimo Ampèrov zakon na nacrtanu kružnicu..



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0\left(i_C + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}\right)_{\text{encl}}$$

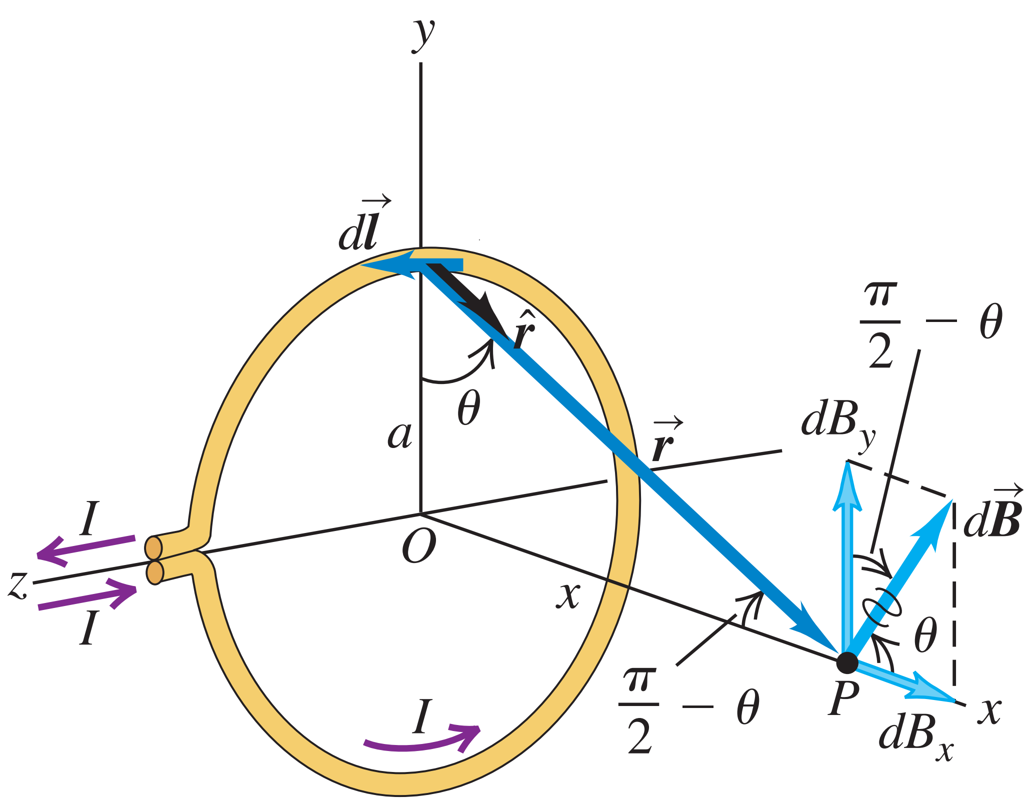
3. Maxwellova jednadžba u integralnom obliku

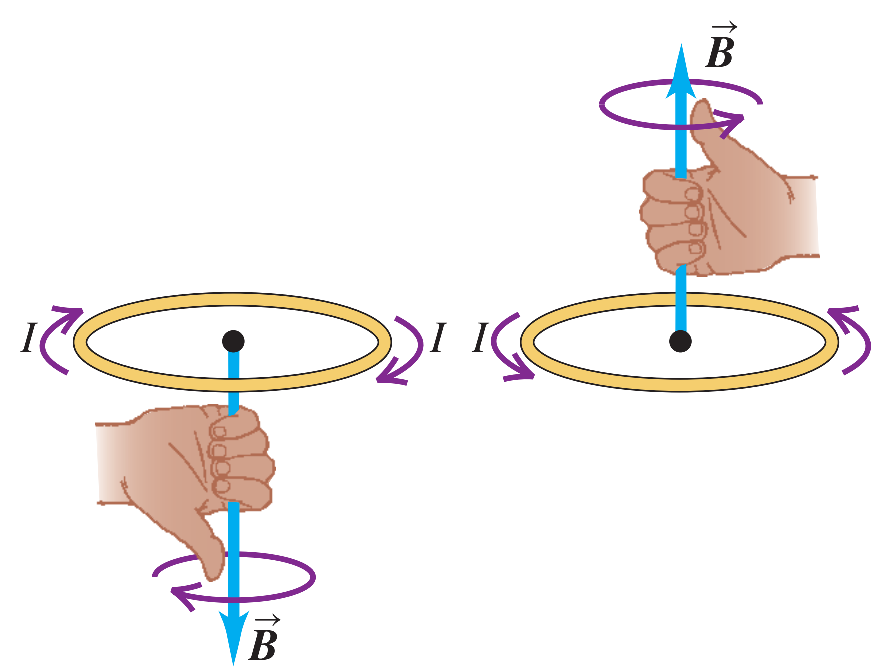
Ravna površina: $I_D = 0$, $I_C \neq 0$
Ispupčena površina: $I_D \neq 0$, $I_C = 0$

Young & Freedman University Physics

Primjer: magnetsko polje kružnog navoja struje

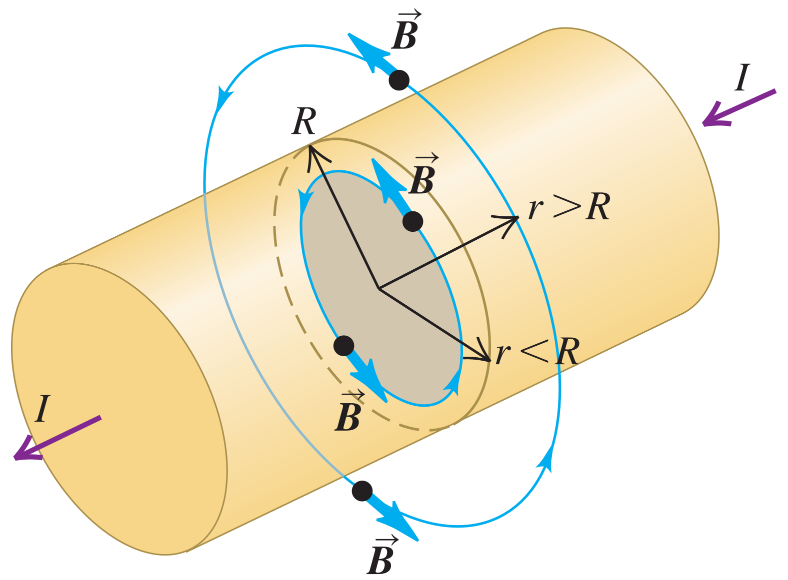
* promotrimo kružni vodič radijusa a. Struja I ulazi i izlazi iz kružnog dijela vodiča po žicama sastrane; struje u ovim ravnim žicama su suprotnog smjera i njihova magnetska polja se gotovo poništavaju. Upotrijebimo Biot-Savartov zakon da bismo odredili magnetsko polje u točki P na osi kružnice, na udaljenosti x od centra.

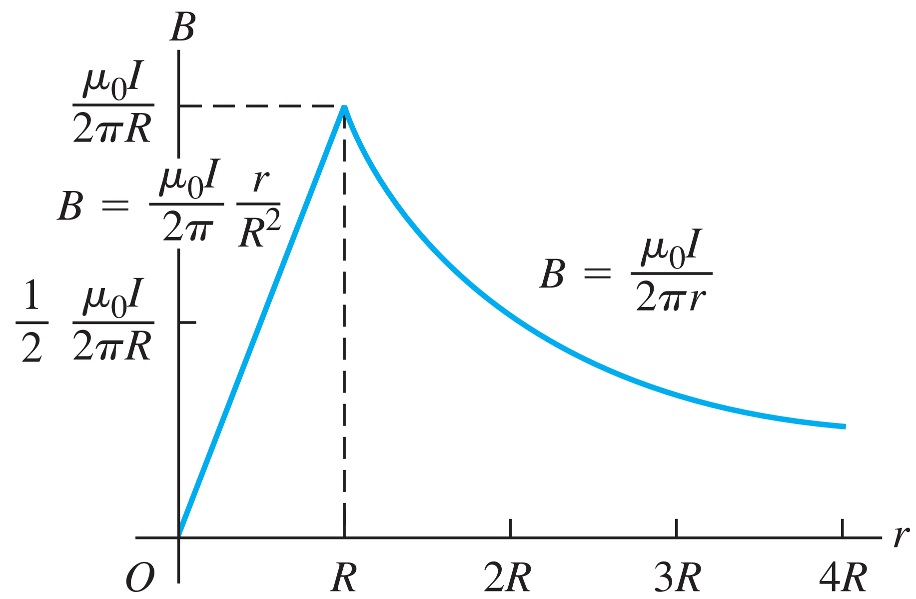




Primjer: magnetsko polje dugog cilindričnog vodiča

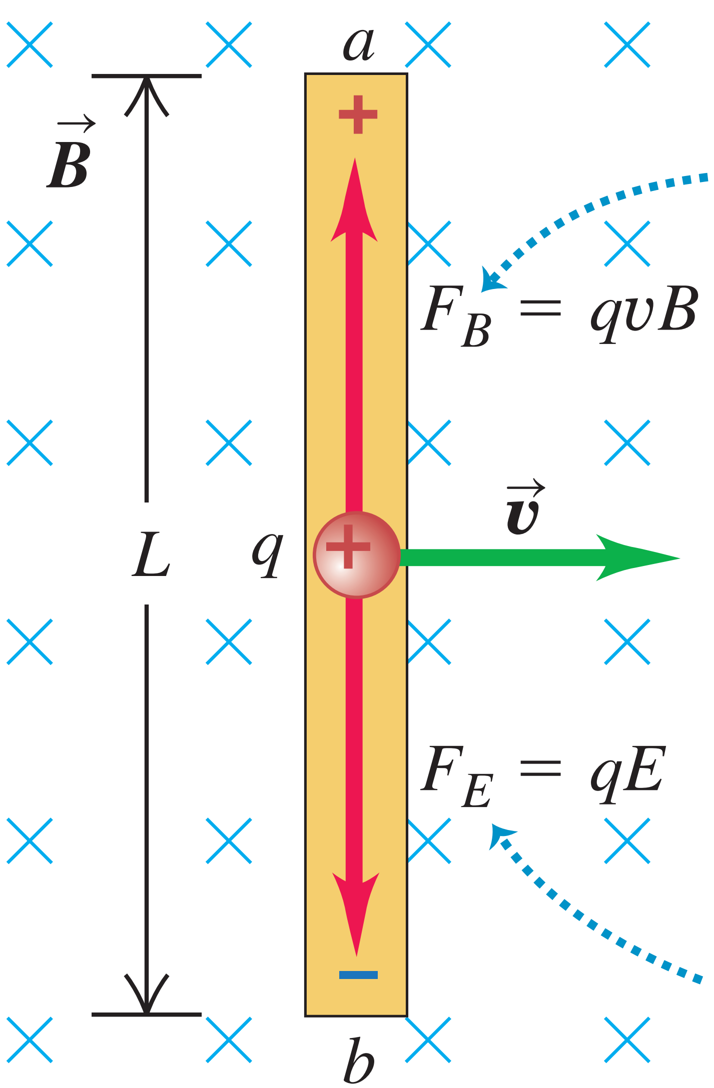
* cilindrični vodič radijusa R nosi struju I. Struja je uniformno distribuirana uzduž poprečnog presjeka vodiča. Odredite magnetsko polje kao funkciju udaljenosti r od osi vodiča za točke unutar(r < R) i izvan (r > R) vodiča.





Elektromagnetska indukcija

Pokus: ravni vodič se giba brzinom **v** u uniformnom magnetskom polju **B**



Na naboje u vodiču djeluje magnetska sila $\mathbf{F_B}$ …

..i rezultirajuća separacija naboja stvara električnu silu $\mathbf{F_E}$

U ravnoteži:

$$qE = qvB$$

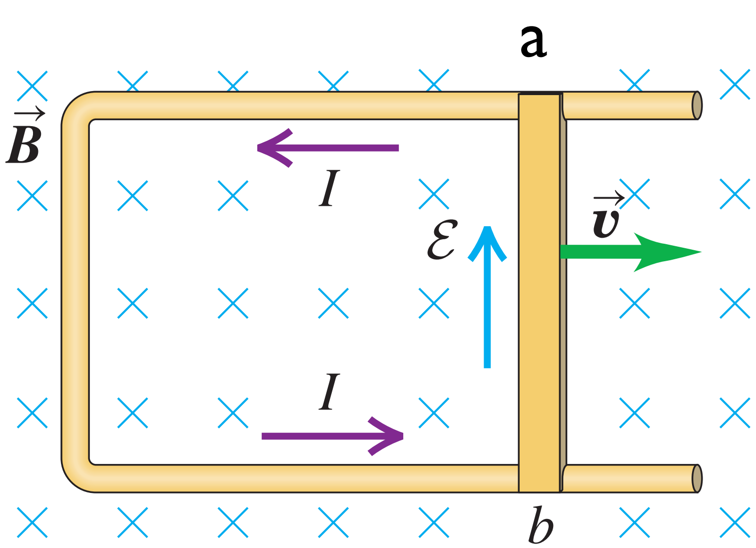
$$V_{ab} = EL = vBL$$

Young & Freedman University Physics

Elektromagnetska indukcija

Pokus: ravni vodič se giba brzinom **v** u uniformnom magnetskom polju **B**

Što ako se pokretni vodič giba duž stacionarnog vodiča u obliku slova U:



Magnetska sila ne djeluje na naboje u stacionarnom vodiču U-oblika, ali naboj koji je bio u točkama a i b će se raspodjeliti unutar stacionarnog vodiča, stvarajući električno polje. Polje uzrokuje struju u danom smjeru.

Vodič koji se giba postao je izvor elektromotorne sile (emf):

$$\mathcal{E} = vBL$$

Općeniti izraz:

$$d\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

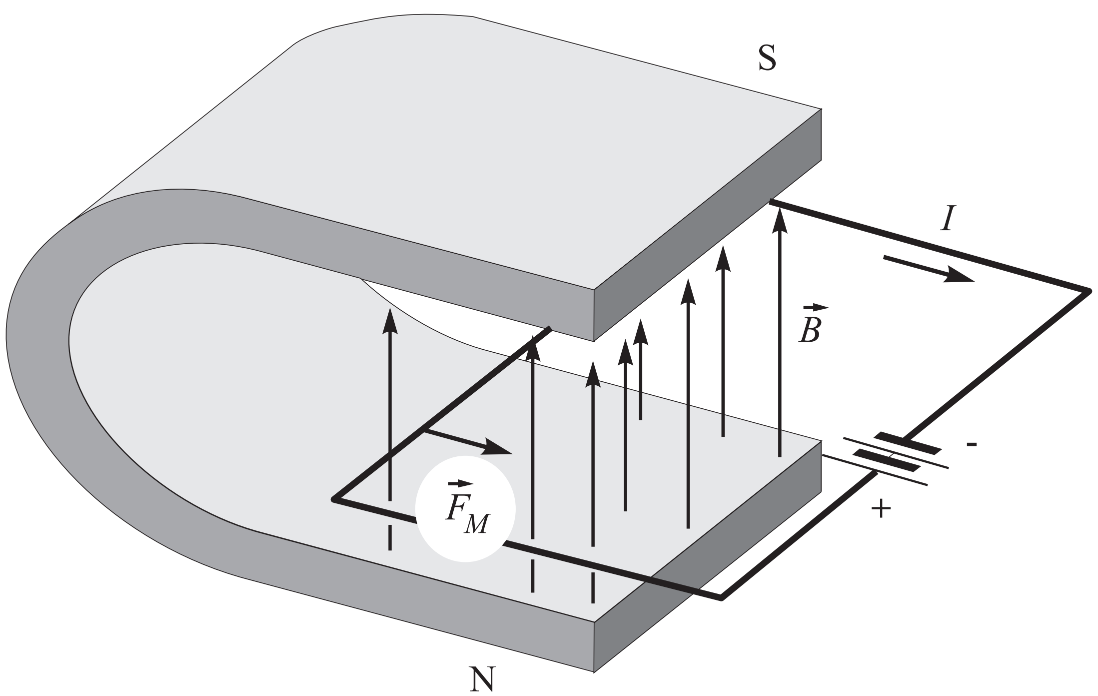
$$\mathcal{E} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$$

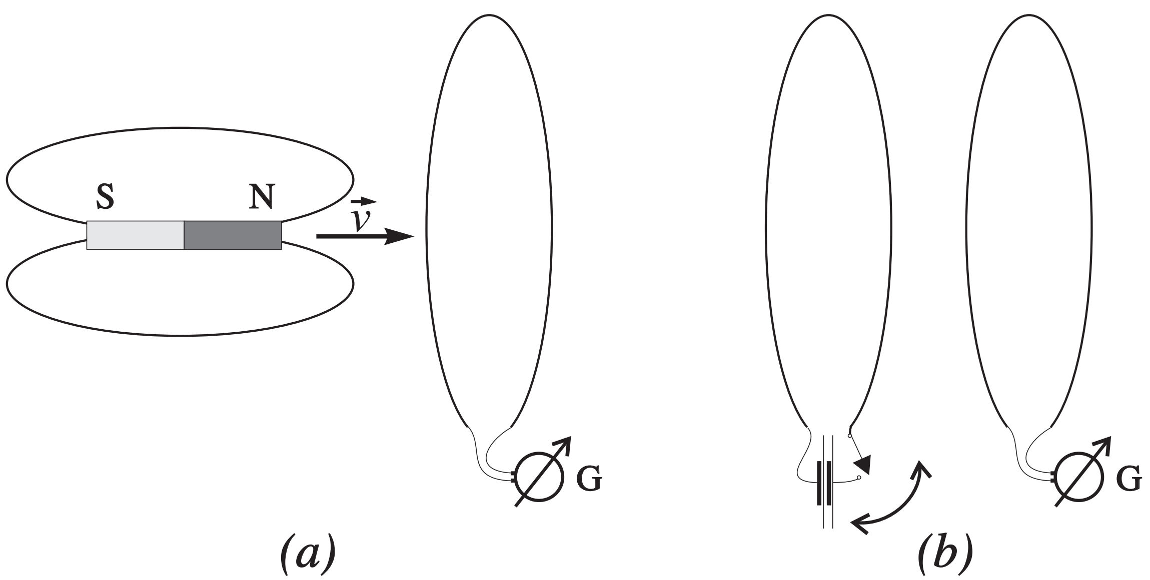
Young & Freedman University Physics

Elektromagnetska indukcija: Faradayev zakon

Faraday: elektromotorna sila je inducirana zbog **vremenske promjene magnetskog toka**

$$\mathcal{E}_i \propto \frac{d\phi_m}{dt}.$$





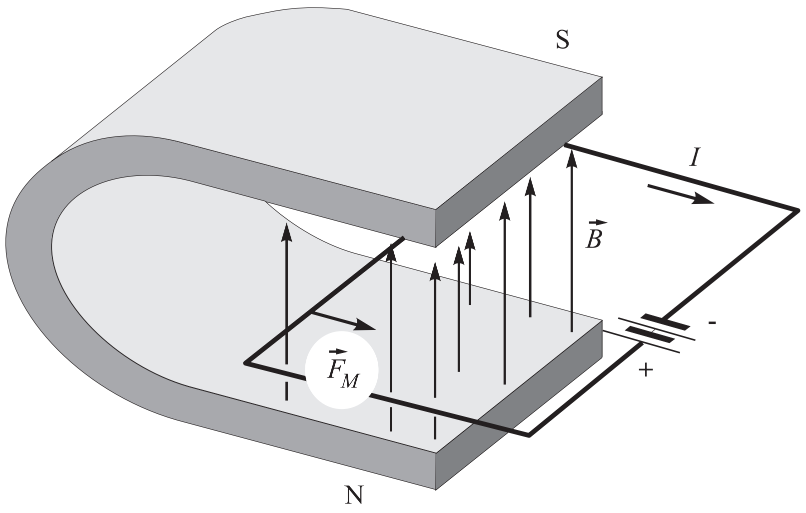
$$\vec{v} \times \vec{B} \parallel d\vec{\ell}$$

Vektor površine **S** definiran je smjerom obilaska struje: $BS = -\vec{B} \cdot \vec{S}.$

Elektromagnetska indukcija: Faradayev zakon

Faraday: elektromotorna sila je inducirana zbog **vremenske promjene magnetskog toka**

$$\vec{E} = \frac{1}{q} q(\vec{v} \times \vec{B})$$



$$\mathcal{E}_i = \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \oint \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{\ell}.$$

$$\vec{v} \times \vec{B} \parallel d\vec{\ell}$$

$$B\ell \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(B\ell x) = \frac{d}{dt} BS.$$

Vektor površine **S** definiran je smjerom obilaska struje: $BS = -\vec{B} \cdot \vec{S}.$

$$\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}}$$

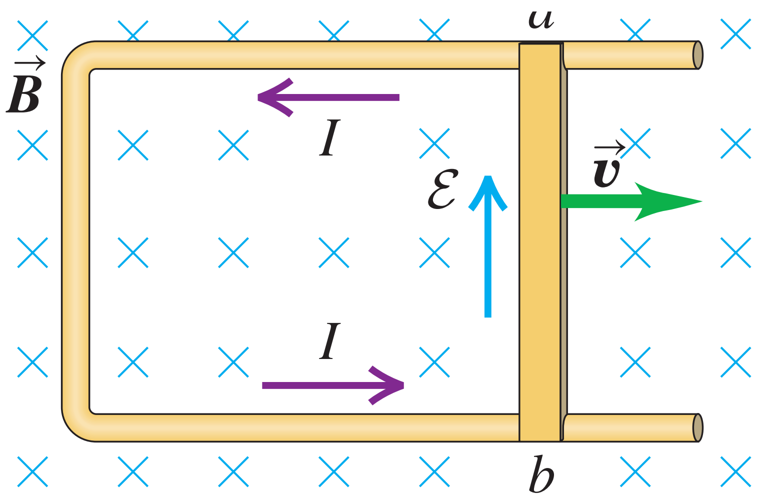
4. Maxwellova jednadžba u integralnom obliku

Elektromagnetska indukcija: Faradayev zakon

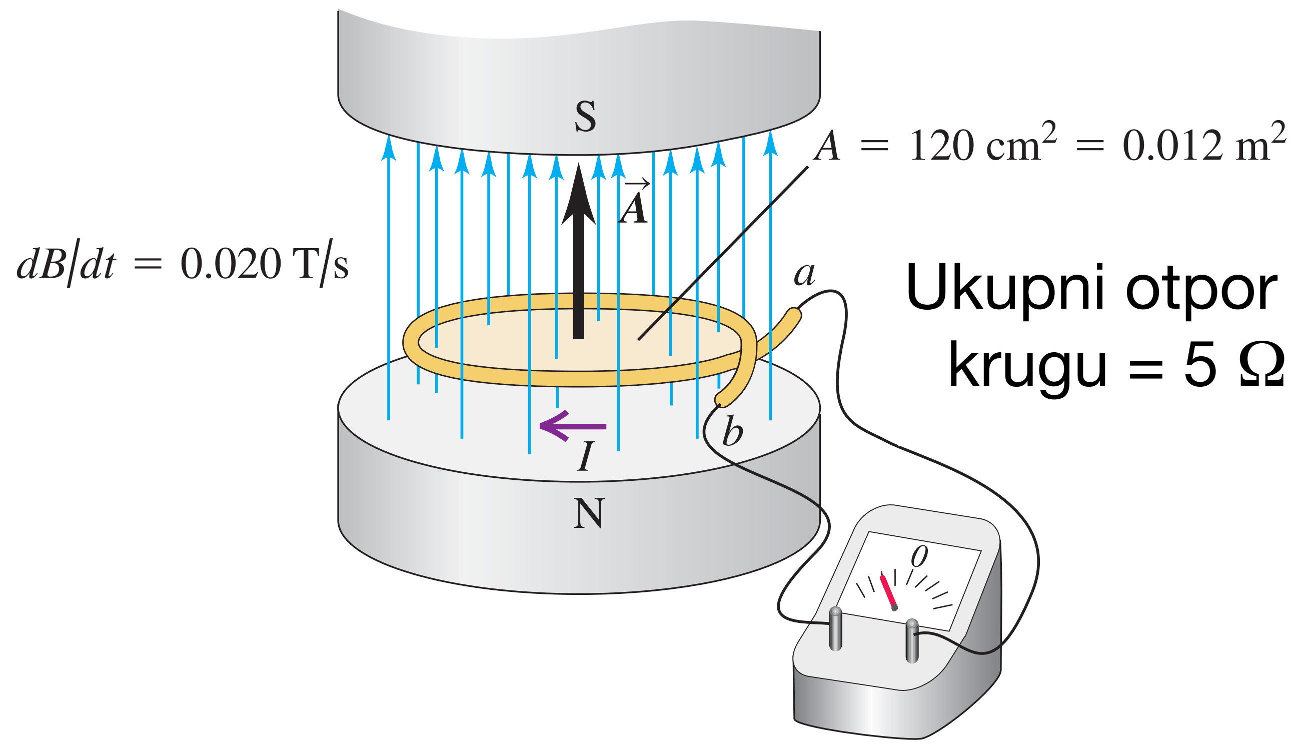
Faraday: elektromotorna sila je inducirana zbog vremenske promjene magnetskog toka

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$



Primjer: Kolika je inducirana elektromotorna sila i inducirana struja u krugu?



Ukupni otpor u krugu = 5 Ω

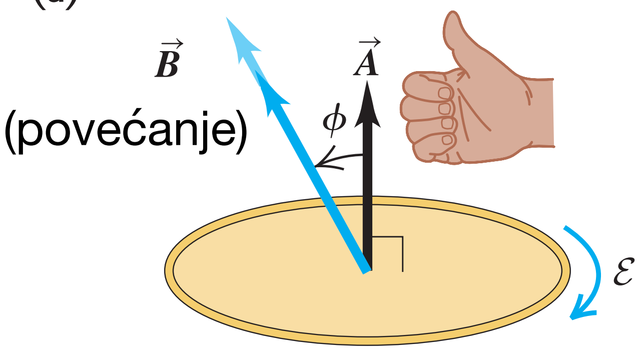
Young & Freedman University Physics

Lenzovo pravilo

Ako je jedan (elektromagnetski) efekt E_1 proizveo efekt E_2, onda će E_2 proizvesti efekt E_3 koji će se suprotstaviti (originalnom) efektu E_1.

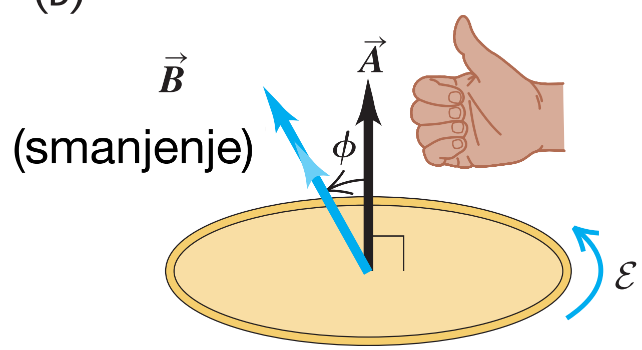
Palac desne ruke pokazuje duž smjera **A.** Ako je inducirana emf u krugu pozitivna, podudara se sa smjerom prstiju desne ruke. Ako je inducirana emf negativna, usmjerena je u suprotnom smjeru od prstiju.

(a)



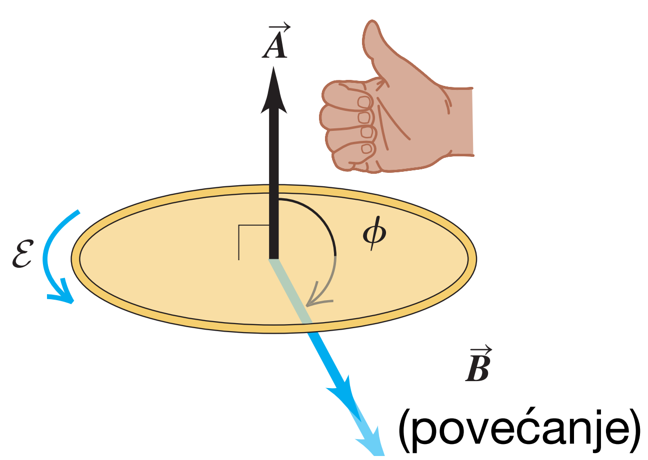
$$\Phi_B > 0,\ d\Phi_B/dt > 0$$
$$\varepsilon < 0$$

(b)



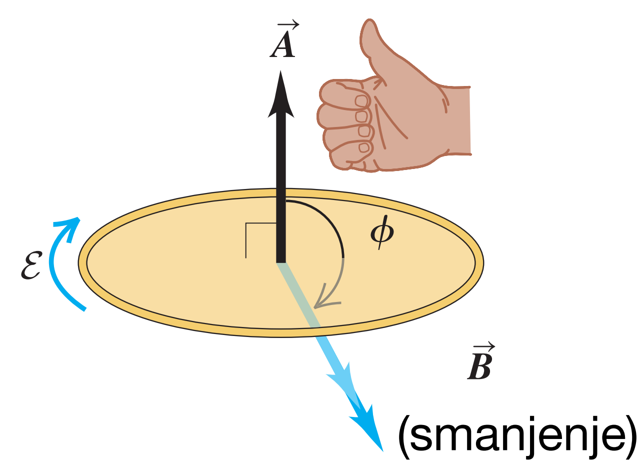
$$\Phi_B > 0,\ d\Phi_B/dt < 0$$
$$\varepsilon > 0$$

(c)



$$\Phi_B < 0,\ d\Phi_B/dt < 0$$
$$\varepsilon > 0$$

(d)



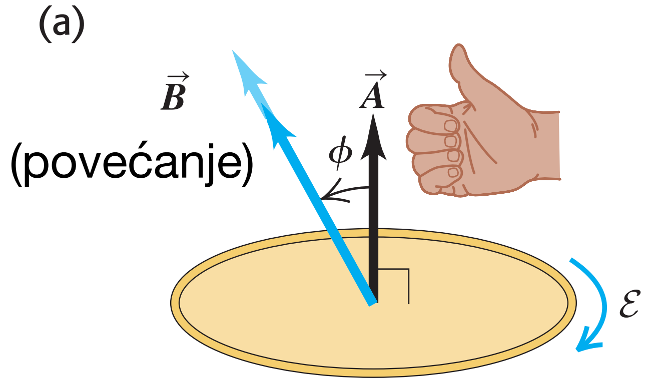
$$\Phi_B < 0,\ d\Phi_B/dt > 0$$
$$\varepsilon < 0$$

Young & Freedman University Physics

Lenzovo pravilo

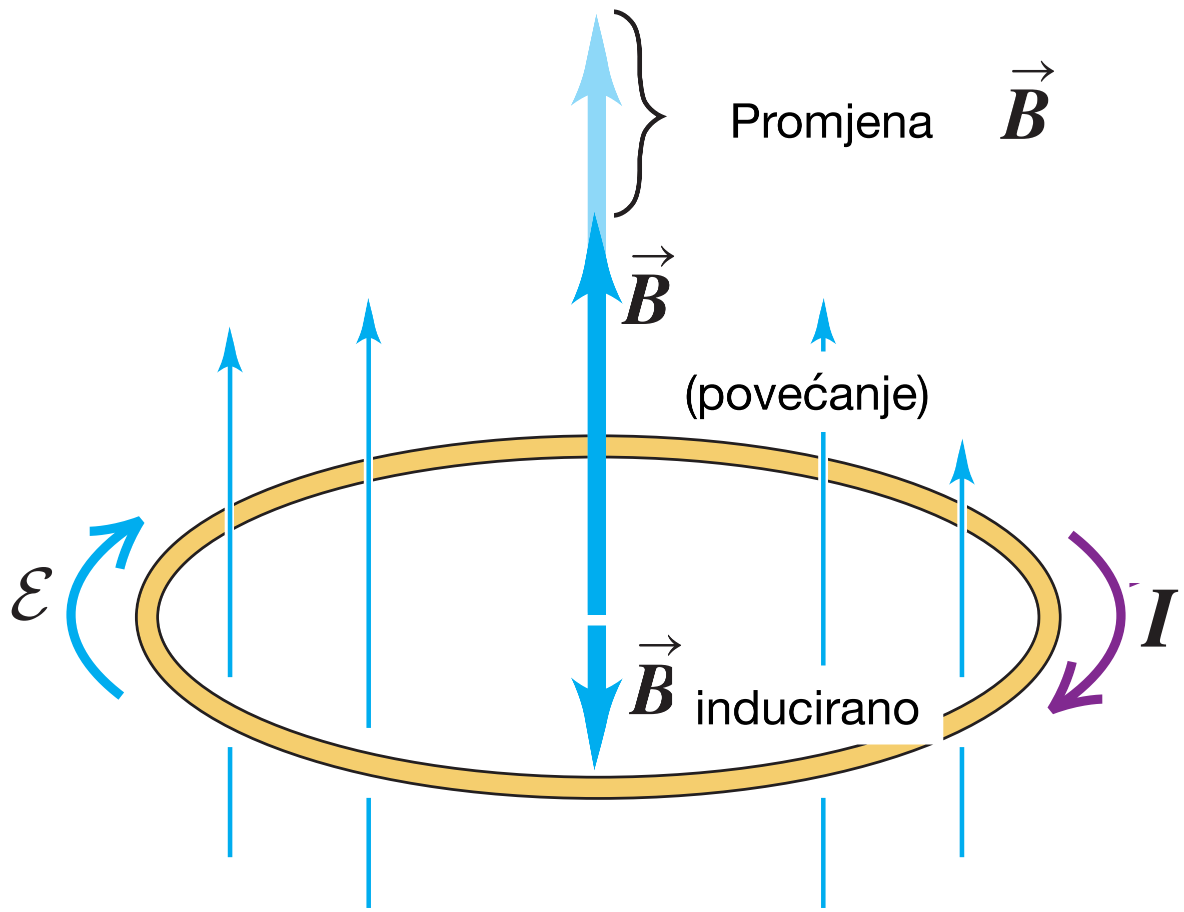
Ako je jedan (elektromagnetski) efekt E_1 proizveo efekt E_2, onda će E_2 proizvesti efekt E_3 koji će se suprotstaviti (originalnom) efektu E_1.

Palac desne ruke pokazuje duž smjera **A.** Ako je inducirana emf u krugu pozitivna, podudara se sa smjerom prstiju desne ruke. Ako je inducirana emf negativna, usmjerena je u suprotnom smjeru od prstiju.



$d\Phi_B/dt > 0$

$\varepsilon < 0$



Elektromagnetska indukcija

Vodljiva krivulja sastoji se od polukruga radijusa r = 0.2 m i pravokutnog dijela (vidi sliku). Polukrug leži u uniformnom magnetskom polju **B.** Veličina polja dana je sa

$B = 4.0\, t^2 + 2.0\, t + 3.0$

gdje je B izraženo u Teslima i t u sekundama.

Idealna baterija sa emf ε = 2.0 V je spojena na krivulju. Otpor krivulje je 2.0 Ω.

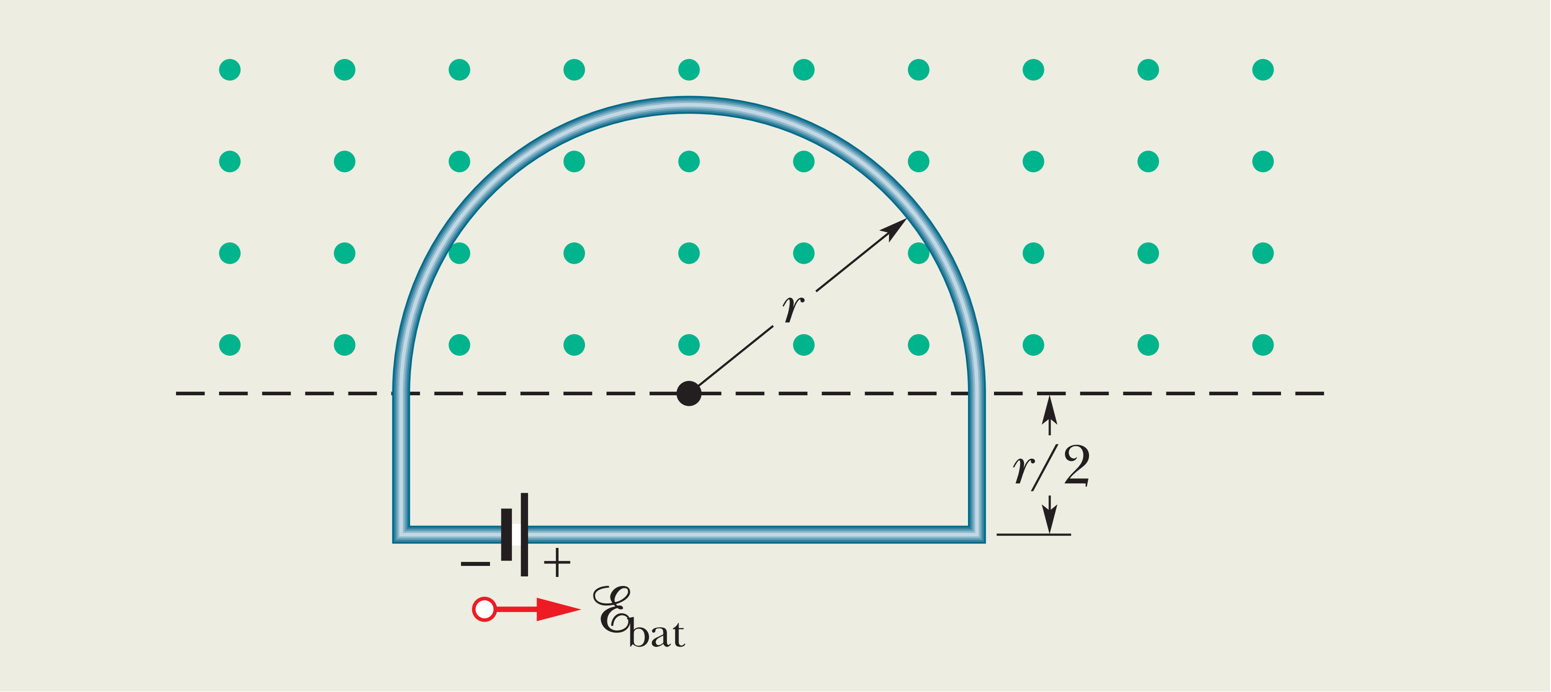
(a) Koliki su veličina i smjer inducirane emf u krivulji uslijed polja **B,** u trenutku t=10 s?

(b) Kolika je struja u trenutku t = 10 s?

$$\mathscr{E}_{\text{ind}} = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{d(BA)}{dt} = A\frac{dB}{dt}.$$

$$\mathscr{E}_{\text{ind}} = A\frac{dB}{dt} = \frac{\pi r^2}{2}\frac{d}{dt}(4.0t^2 + 2.0t + 3.0)$$

$$= \frac{\pi r^2}{2}(8.0t + 2.0).$$



Halliday Resnick Walker Fundamentals of Physics

Elektromagnetska indukcija

Vodljiva krivulja sastoji se od polukruga radijusa r = 0.2 m i pravokutnog dijela (vidi sliku). Polukrug leži u uniformnom magnetskom polju **B.** Veličina polja dana je sa
$B = 4.0\ t^2 + 2.0\ t + 3.0$
gdje je B izraženo u Teslima i t u sekundama.
Idealna baterija sa emf ε = 2.0 V je spojena na krivulju. Otpor krivulje je 2.0 Ω.
(a) Koliki su veličina i smjer inducirane emf u krivulji uslijed polja **B,** u trenutku t=10 s?
(b) Kolika je struja u trenutku t = 10 s?

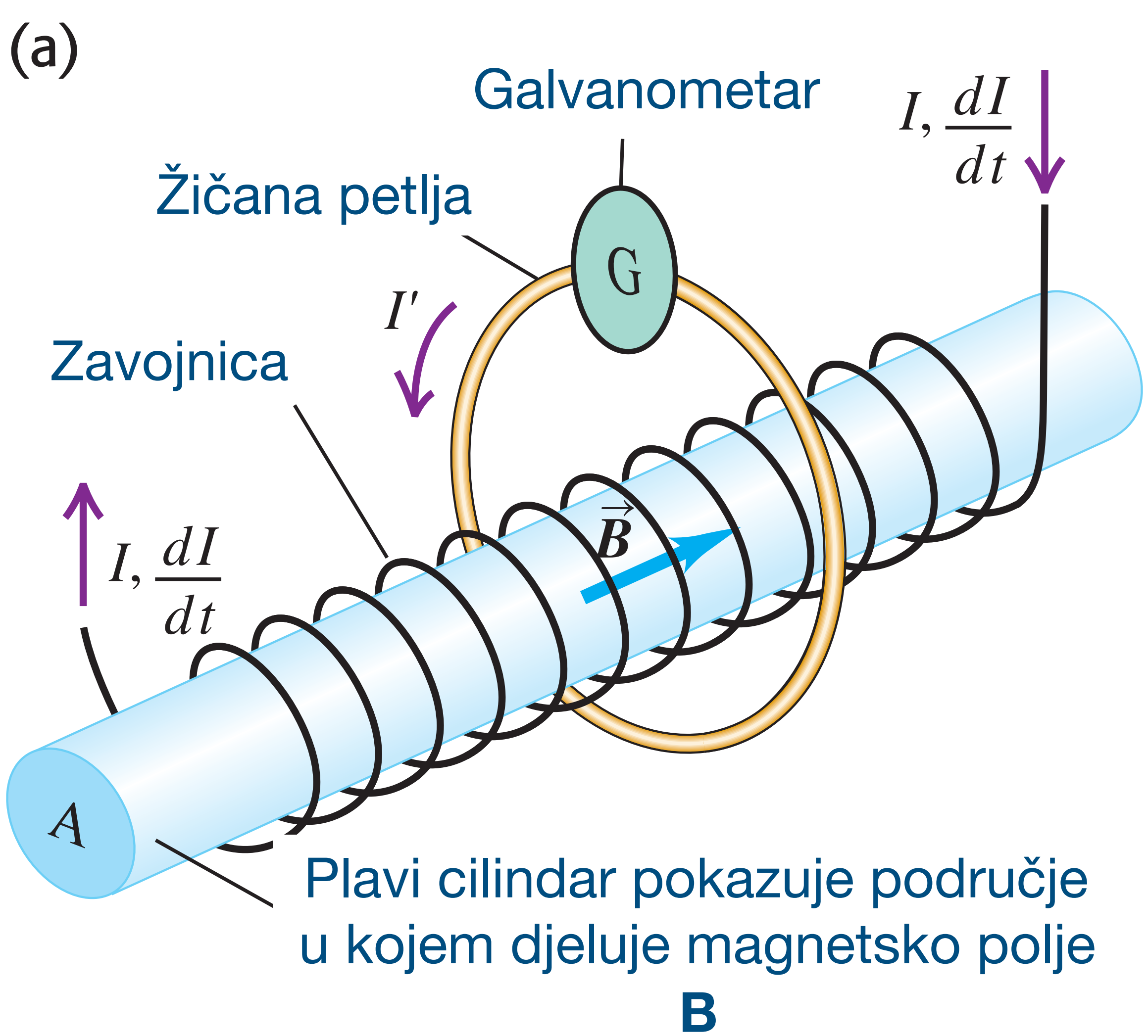
$$\mathscr{E}_{\text{ind}} = \frac{\pi (0.20\ \text{m})^2}{2}[8.0(10) + 2.0] = 5.152\ \text{V} \approx 5.2\ \text{V}.$$

Struja je u smjeru kazaljke na satu.

$$i = \frac{\mathscr{E}_{\text{net}}}{R} = \frac{\mathscr{E}_{\text{ind}} - \mathscr{E}_{\text{bat}}}{R} = \frac{5.152\ \text{V} - 2.0\ \text{V}}{2.0\ \Omega} = 1.58\ \text{A} \approx 1.6\ \text{A}.$$

Elektromagnetska indukcija: primjer

Dugačka zavojnica ima presjek A i *n* navoja po jedinici duljine.
Galvanometar G mjeri struju u petlji.
Struja I u navojima zavojnice stvara magnetsko polje **B** duž osi zavojnice, B = μ_0 n I . Struja I se povećava u vremenu. Ems se inducira u zičanoj petlji, rezultirajući sa induciranom strujom I’ :



$$\Phi_B = BA = \mu_0 n I A$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\mu_0 n A \frac{dI}{dt}$$

$$I' = \mathcal{E}/R$$

Elektromagnetska indukcija: primjer

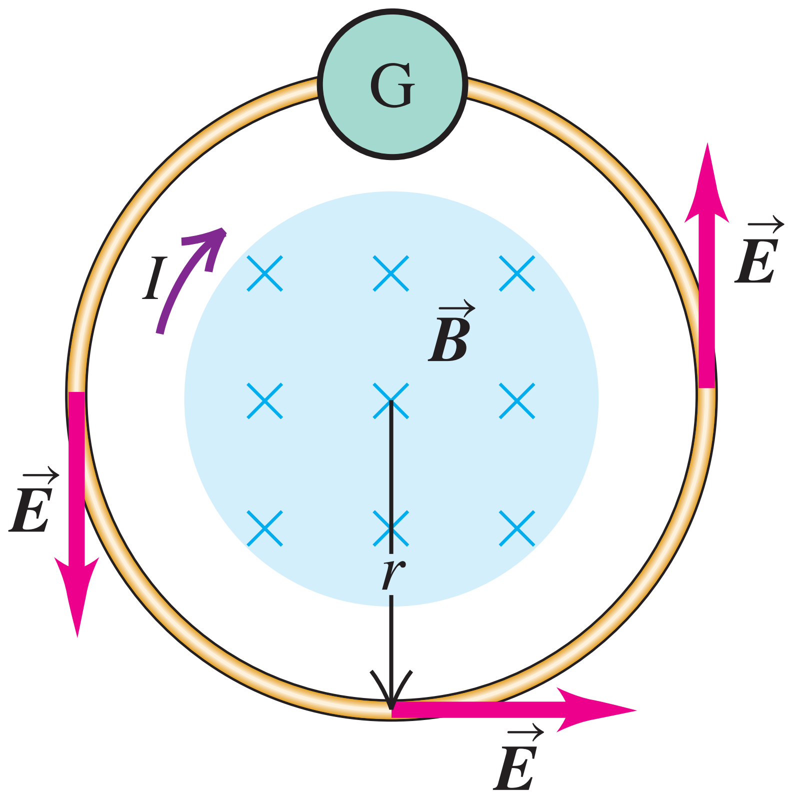
Koja sila uzrokuje gibanje naboja u vodiču?

Ne može biti magnetska sila, jer se petlja ne nalazi u magnetskom polju.

Mora postojati inducirano električno polje u vodiču koje je uzrokovano promjenjivim magnetskim tokom. Ovo električno polje *nije konzervativno:*

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \mathcal{E}$$

Za razliku od ovog el. polja, elektrostatsko polje je uvijek konzervativno.



Young & Freedman University Physics

Elektromagnetska indukcija

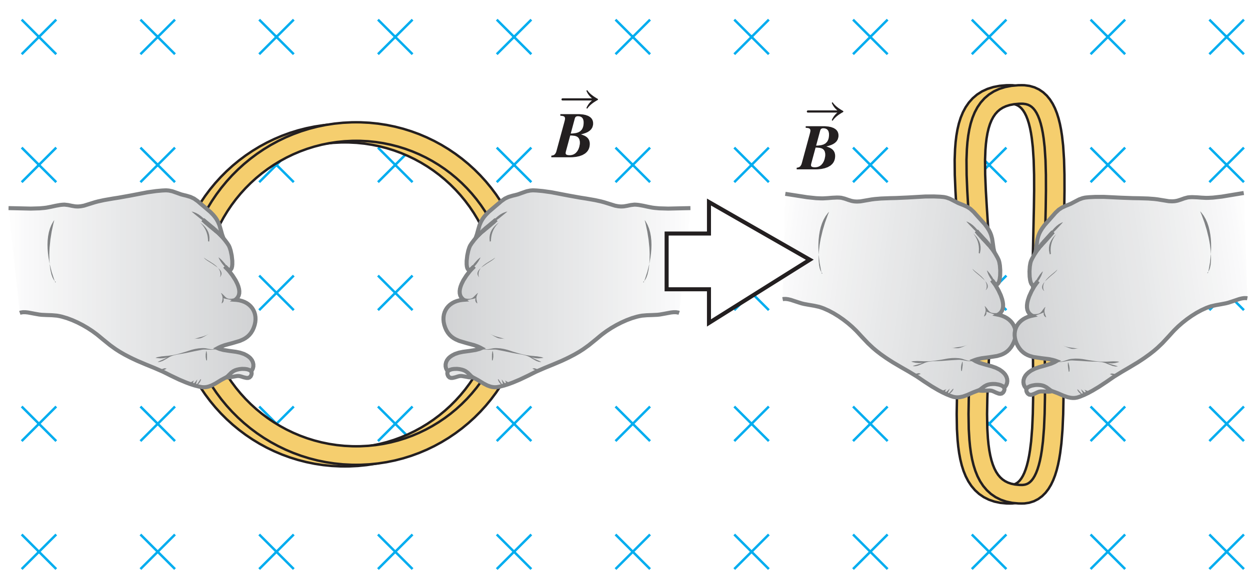
Slika prikazuje navoj žice koji je stisnut u uniformnom magnetskom polju. Kada se navoj stisne, da li je inducirana elektromagnetska sila u petlji

(a) u smjeru kazaljke na satu

(b) u smjeru suprotnom od kazaljke na satu

(c) nula?

Točan odgovor: a

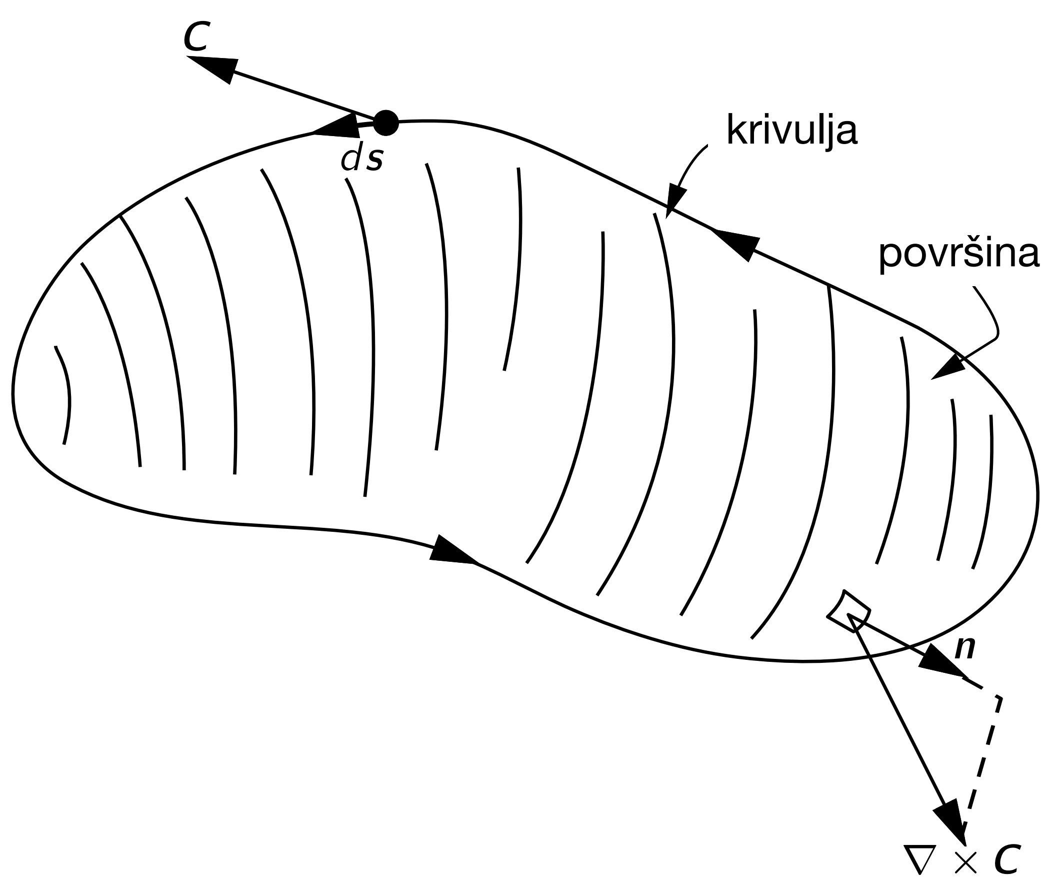


Rotacija vektorskog polja

- https://www.youtube.com/watch?v=eEwZeY51mT0
- https://www.youtube.com/watch?v=rB83DpBJQsE (od 4.35)

Rotacija vektorskog polja: Stokesov teorem

- https://www.youtube.com/watch?v=eEwZeY51mT0
- https://www.youtube.com/watch?v=rB83DpBJQsE od 7:50
- Razmotrimo komponentu vektorskog polja C uzduz krivulje i napravimo integral po zatvorenoj krivulji. Općenito (**n** je jedinični vektor, okomit na element površine *da*):



$$\oint_{\text{krivulja}} \boldsymbol{C} \cdot d\boldsymbol{s} = \int_{\text{površina}} (\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{C})_n \, da,$$

Stokesov teorem

Rotacija vektorskog polja

Diferencijalni zapis Maxwellove 3. i 4. jednadžbe:

$$\boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 \int \vec{J} \cdot d\vec{S} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \int \vec{E} \cdot d\vec{S}.}$$

$$\oint_\ell \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_S \nabla \times \vec{B} \, d\vec{S}$$

$$\boxed{\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}.}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{S}.$$

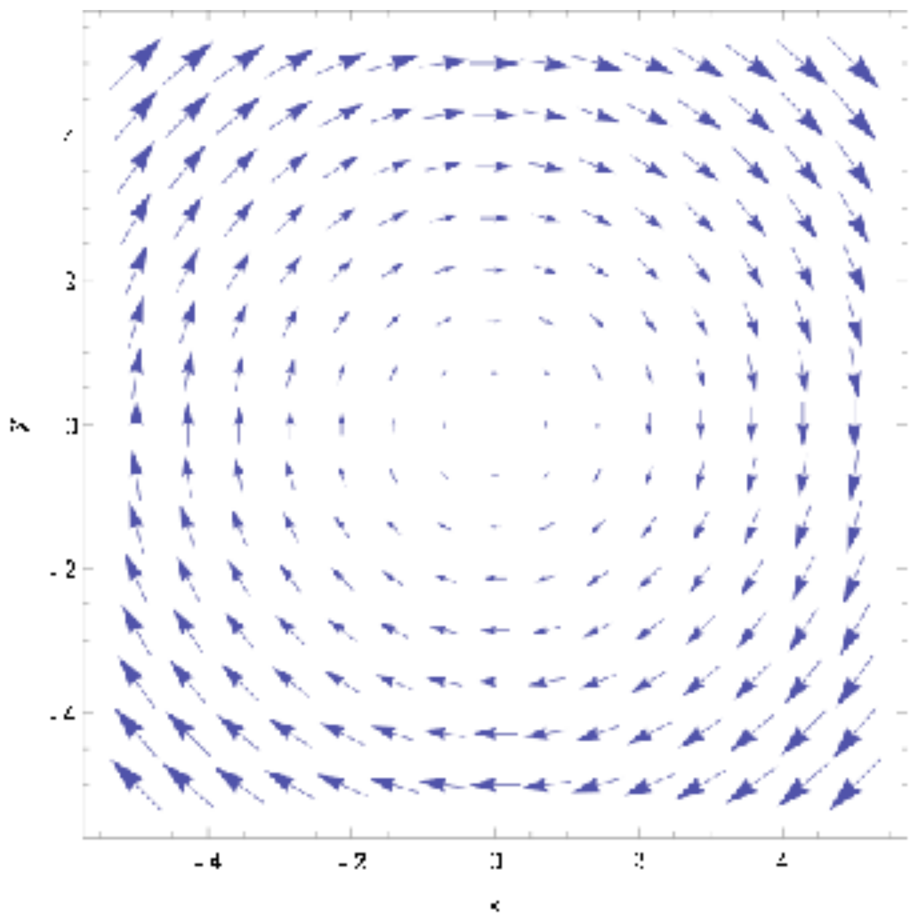
$$\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} \cdot d\vec{S}}$$

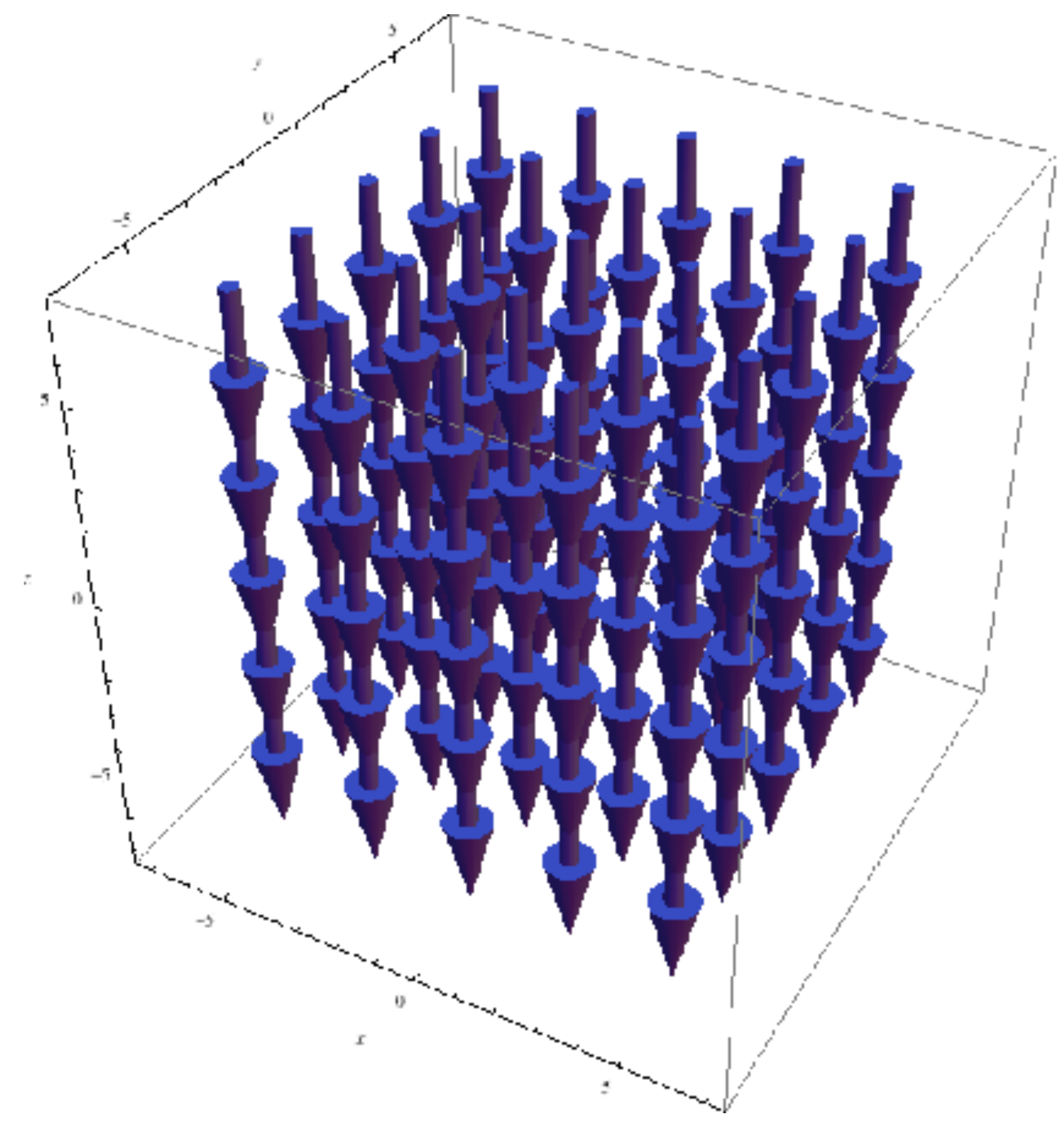
$$\boxed{\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}.}$$

Rotacija vektorskog polja

- https://www.youtube.com/watch?v=eEwZeY51mT0
- https://www.youtube.com/watch?v=rB83DpBJQsE od 7:50

1. primjer

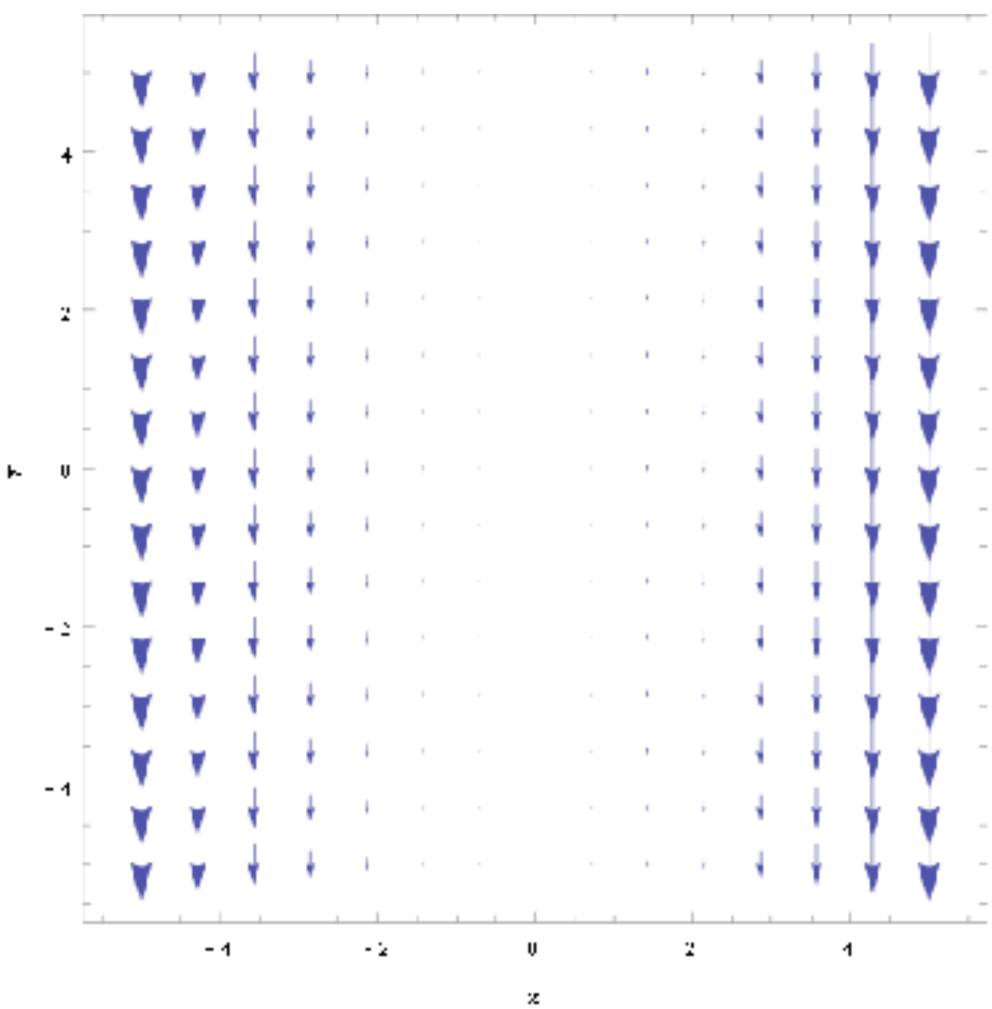


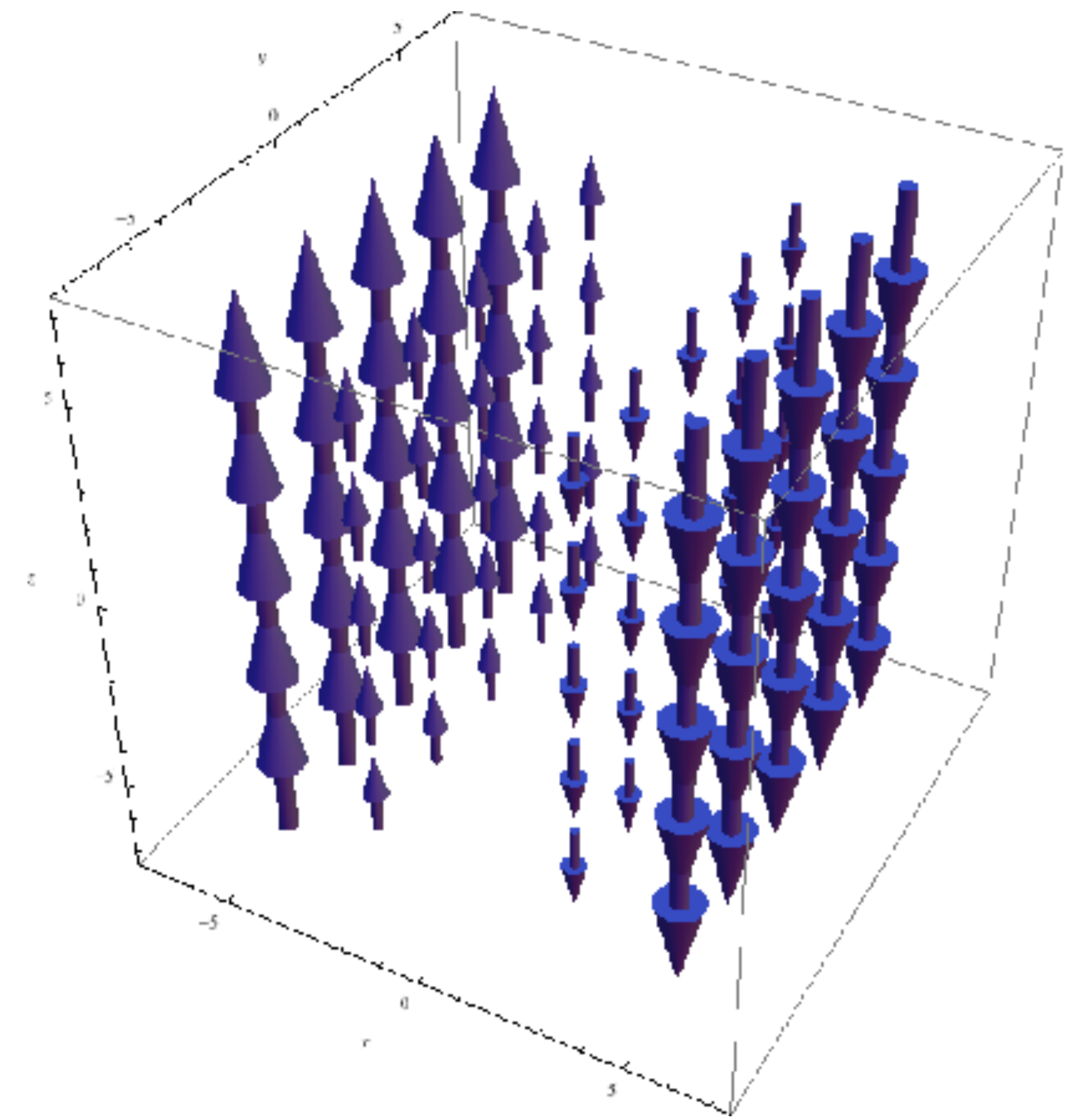


Rotacija vektorskog polja

- https://www.youtube.com/watch?v=eEwZeY51mT0

2. primjer





Elektromagnetizam: Maxwellove jednadžbe

1.Gaussov zakon za elektricitet
(povezuje ukupan električni tok sa ukupnim nabojem)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = q_{\text{enc}}/\varepsilon_0$$

2.Gausov zakon za magnetizam

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

3. Faradayev zakon
(povezuje inducirano električno polje sa promjenama magnetskog toka)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

4. Ampere-Maxwellov zakon
(povezuje inducirano magnetsko polje za promjenama električnog toka i strujom)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0\varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} + \mu_0 i_{\text{enc}}$$

Prijelaz iz integralnog u diferencijalni oblik: Gaussov teorem & Stokesov teorem →

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$