

# FIZIKA 1

## SKRIPTA ZA MEĐUISPIT

*Autor: Demidović*

*Travanj, 2018*

## Predgovor

Skripta je podijeljena na 7 cjelina: kinematika, dinamika, rad sile, zakon očuvanja energije, zakon očuvanja količine gibanja, mehanika krutog tijela i statika. Zadatci i konceptualna pitanja priključljena su iz ispita prošlih godina, od ak. godine 2011/2012 do ak. godine, a uključuje međuispite, ljetne rokove, jesenske rokove i dekanske rokove. Jesenski i dekanski rokovi u pravilu su značajno "teži" od kontinuiranih provjera i ljetnih rokova. Student koji želi riskirati sa manjim brojem rješenih zadataka neka se koncentrira na zadatke sa međuispita (MI) i ljetnih rokova (LJIR). Gradivo je povezano pa se npr. u pojedinim zadatcima cjeline Zakon očuvanja energije mora primjeniti i zakon očuvanja energije itd. Na kraju skripte nalaze se rješenja svih zadataka.

U tablici se nalaze zadatci s prošlih međuispita. U procesu učenja preporuča se podijeliti gradivo u 3 veće cjeline koje su u tablici označene različitima bojama.

	1. zad	2. zad	3. zad	4. zad
MI 2017	dinamika	zoe	zoi	rotacija
MI 2016	kinematika	statika	zoi	rotacija
MI 2015	dinamika	zoe	statika	rotacija
MI 2014	kinematika	rotacija	zoe	zoi
MI 2013	kinematika	zoe	zoi	rotacija
MI 2012	dinamika	rotacija	zoi	statika



\*zoi = zakon očuvanja impulse = zakon očuvanja količine gibanja

\*zoe = zakon očuvanja energije

\*rotacija = mehanika krutog tijela

## Sadržaj

1.	KINEMATIKA.....	4
2.	DINAMIKA .....	8
3.	RAD SILE .....	15
4.	ZAKON OČUVANJA ENERGIJE.....	19
5.	ZAKON OČUVANJA KOLIČINE GIBANJA .....	21
6.	MEHANIKA KRUTOG TIJELA.....	28
7.	STATIKA.....	42
	RJEŠENJA .....	44

## 1. KINEMATIKA

MI 2017

Akceleracija čestice koja se giba duž x-osi mijenja se po zakonu:

$$a_x = A \frac{\sin[\ln(\omega(t+t_0))]}{t+t_0} ,$$

gdje su  $A = 2 \text{ m/s}$ ,  $\omega = 2 \text{ rad/s}$ ,  $t_0 = 1/\omega$  zadane konstante, a  $t$  je vrijeme. Izračunajte brzinu čestice u trenutku  $t = 5 \text{ s}$  ako je brzina čestice u trenutku  $t = 0$   $v_x(0) = A$ .

MI 2014

Trenutno najbrži lift preveze putnike na visinsku razliku od 382,2 m u 39 s i pri tome postiže najveću brzinu 60,6 km/h. Pretpostavite da se lift može ubrzavati i usporavati samo s jednim iznosom akceleracije. Izračunajte tu akceleraciju.

MI 2013

Na rubu obale visine 2 m iznad površine jezera stoji čovjek i želi skočiti u jezero. Ispod mjesta na obali gdje stoji čovjek, na razini površine vode nalazi se stijena čiji je rub na horizontalnoj udaljenosti 3 m od čovjeka. Da bi preskočio ovu stijenu čovjek se odluči udaljiti od ruba obale i trčanjem dostići brzinu potrebnu da preskoči ovu stijenu. Čovjek stane mirno na nekoj udaljenosti od ruba obale i počne trčati prema rubu obale akceleracijom koja je proporcionalna s vremenom:

$$a(t) = 1 \text{ ms}^{-3} \cdot t$$

te kada dođe do ruba obale skoči u horizontalnom smjeru brzinom koju je postigao trčanjem. S kolike najmanje udaljenosti od ruba obale čovjek treba početi trčati da bi preskočio stijenu i sigurno uskočio u vodu? Zanemariti otpor zraka.

LJIR 2017

Sportski automobil miruje na semaforu čekajući zeleno svjetlo. U trenutku kada na semaforu zasvijetli zeleno, pokraj automobila projuri motocikl brzinom od  $v'_m = 8 \text{ m/s}$  i ubrzavajući konstantnim ubrzanjem od  $a_m(t) = 6 \text{ m/s}^2$ , a automobil se tada počne gibati ubrzanjem po zakonu  $a_a(t) = kt$ , gdje je  $k = 2 \text{ m/s}^3$ .

Odredite koliko je vremena potrebno automobilu da sustigne motocikl i koliku će tada brzinu imati.

LJIR 2013

Osobni automobil miruje na semaforu čekajući zeleno svjetlo. U trenutku kada na semaforu zasvijetli zeleno kraj automobila projuri motocikl gibajući se stalnom brzinom od 16 m/s, a automobil se tada počne gibati akceleracijom po zakonu  $a(t) = t^2$ . Odredite koliko treba vremena automobilu da sustigne motocikl, koliku će tada brzinu imati, te koliki je put što ga je automobil prevalio prije nego je sustigao motociklista?

JIR 2014

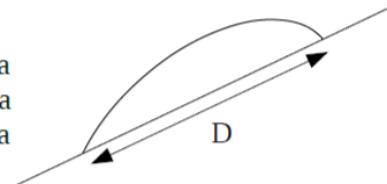
Gibajući se stalnom brzinom  $65 \text{ km/h}$  vozač automobila počinje kočiti. Nakon  $5 \text{ s}$  kočenja prijeđe upravo trostruki put od onog što ga je prošao u prvih  $1,5 \text{ s}$  kočenja. Kolika je akceleracija kočenja?

JIR 2012

Tijelo je izbačeno početnom brzinom  $v_0=20 \text{ m/s}$  pod kutom  $\alpha=60^\circ$  s balkona zgrade koji se nalazi na visini  $10 \text{ m}$  iznad tla. Koliko daleko od podnožja zgrade će tijelo udariti o tlo? Kolika je maksimalna visina na kojoj će se naći tijelo s obzirom na tlo?

DIR 2013

Iz točke na padini nagiba  $20^\circ$  prema horizontali ispaljena strelica početnom brzinom  $20 \text{ ms}^{-1}$  pod kutem  $40^\circ$  prema horizontali. Na kojoj udaljenosti od točke iz koje je ispaljena, strelica padne na padinu?



## KINEMATIKA – KONCEPTUALNA PITANJA

1.

Za vrijeme zadnjeg dijela pada padobranca, nakon što se padobran otvorio, iznos njegove brzine se smanjuje s  $48 \text{ m s}^{-1}$  na  $26 \text{ m s}^{-1}$ . Ako je  $y$ -os vertikalna i usmjerena uvis, koja je od sljedećih tvrdnji točna (**jedan** točan odgovor):

- (a)  $v_y > 0, a_y > 0$
- (b)  $v_y > 0, a_y < 0$
- (c)  $v_y < 0, a_y < 0$
- (d)  $v_y < 0, a_y > 0$

2.

Zaokružite netočnu tvrdnju:

- a) Pod uvjetima vakuma, sva tijela u polju Zemljine sile teže padaju jednako.
- b) Akceleracija slobodnog pada mjerena na predavanjima ovisi o geografskoj širini.
- c) Najveći domet kod idealnog kosog hica jest za  $\alpha = 45^\circ$ .
- d) U slobodnome padu s visine  $h$  iz mirovanja, brzina udara u tlo iznosi:  $v = h\sqrt{2g}$ .
- e) Kod realnog kosog hica balističko tjeme je bliže meti (cilju) nego početnoj točki izbačaja.

3.

Ana i Marko stoje na rubu litice. Marko baci loptu vertikalno uvis u istom trenutku kad Ana baci loptu vertikalno prema dolje i to brzinom istog početnog iznosa. Kojom brzinom će lopte udariti u tlo (**jedan** točan odgovor)?

- (a) Obje će lopte imati istu brzinu.
- (b) Markova će lopta imati veću brzinu.
- (c) Anina lopta će imati veću brzinu.
- (d) Nema dovoljno podataka.

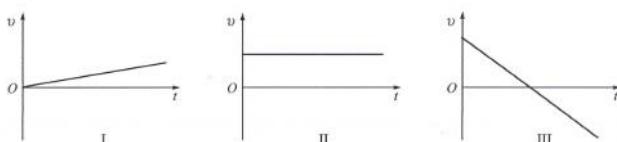
4.

Pri gibanju čestice stalnom akceleracijom vrijedi tvrdnja (**jedan** točan odgovor):

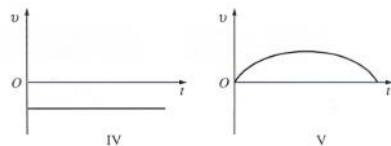
- (a) Čestica će se gibati duž pravca ako su njena akceleracija i njena početna brzina vektori istog ili suprotnog smjera.
- (b) Čestica se giba duž pravca jedino ako je njena početna brzina jednaka nuli.
- (c) Čestica će se gibati duž pravca ako su njena akceleracija i početna brzina međusobno okomiti vektori.
- (d) Čestica će se gibati duž pravca neovisno o smjeru njene početne brzine.
- (e) Putanja čestice će biti zakrivljena neovisno o smjeru njene početne brzine.

5.

Kamen je izbačen pod kutom od  $45^\circ$  u odnosu na pozitivan smjer  $x$ -osi. Otpor zraka je zanemariv. Koji od prikazanih  $v(t)$  grafova najbolje prikazuje ovisnost  $v_x(t)$  i  $v_y(t)$ ?



- $v_x(t)$   $v_y(t)$
- a) I IV
  - b) II I
  - c) II III
  - d) II V
  - e) IV V



6.

Kamen bacimo vertikalno uvis i on se vrati natrag na tlo. Kad se kamen nalazi u najvišoj točki svoje putanje, tada vrijeti (zaokružite točnu tvrdnju):

- a) Akceleracija kamena je nula.
- b) Akceleracija kamena je različita od nule i ima smjer prema gore.
- c) Akceleracija kamena je različita od nule i ima smjer prema dolje.
- d) Akceleracija kamena taman mijenja smjer od gore prema dolje.
- e) Akceleracija kamena taman mijenja smjer od dolje prema gore.

7.

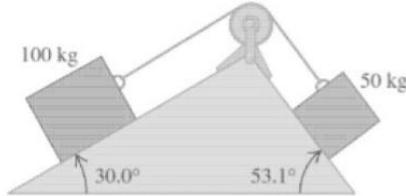
Od pet tvrdnji i formula u njima, samo je jedna netočna. Zaokružite netočnu tvrdnju:

- a) Ukupna relativna pogreška u mjerenuju  $g$  na predavanjima iznosila je manje od 1 %.
- b) U padu s visine  $h$  iz mirovanja, brzina udara  $v$  u tlo iznosi:  $v = 2gh$ .
- c) Pod uvjetima vakuuma, sva tijela jednako padaju u polju Zemljine sile teže.
- d) Najveći je domet kod kosog hica za  $\alpha = 45^\circ$ .
- e) Kod realnog kosog hica je balističko tjeme bliže meti (cilju) nego početnoj točki izbačaja.

## 2. DINAMIKA

MI 2015

Kosina ima dva dijela: lijevi dio ima nagib  $30^\circ$ , dok desni dio ima nagib  $53.1^\circ$ . Na levom dijelu se nalazi tijelo mase  $100 \text{ kg}$ , a na desnom tijelo mase  $50 \text{ kg}$ . Tijela su povezana užetom koje je prebačeno preko koloture zanemarive mase. Nema trenja između tijela i podloge, kao ni u koloturi. Kada se sustav otpusti iz mirovanja, kolika je napetost užeta? (6 bodova)



MI 2012

Na kosini kuta  $\beta=37^\circ$  nalaze se tijela mase  $m_1=2\text{kg}$  i  $m_2=4\text{kg}$  tako da se tijelo mase  $m_2$  naslanja na tijelo mase  $m_1$  ( $m_2$  je na kosini iznad  $m_1$ ). Faktori trenja između podloge i tijela su  $\mu_1=0,3$  i  $\mu_2=0,1$ .

- a) Kolika je akceleracija tijela mase  $m_1$  i  $m_2$  uz pretpostavku da u početnom trenutku tijela miruju?
- b) Kolika je sila međudjelovanja?
- c) Odredite najmanji kut  $\beta_0$  pri kojem dolazi do klizanja.

LJIR 2016

Čestica mase  $m$  se giba po putanji opisanoj vektorom položaja

$$\mathbf{r}[t] = ct \mathbf{i} + (-at^3 + bt^2) \mathbf{j},$$

gdje su  $a = 2 \text{ m s}^{-3}$ ,  $b = 3 \text{ m s}^{-2}$  i  $c = 2 \text{ m s}^{-1}$  konstante.

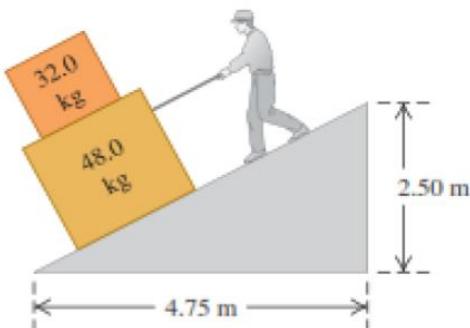
- (a) Izračunajte u kojem trenutku čestica ima maksimalan iznos brzine prije usporavanja i koliko ona iznosi.
- (b) Odredite vektor položaja čestice kad bi na nju u trenutku  $t = 0$  počela djelovati *dodatačna* stalna sila

$$\mathbf{F}_0 = F_0 \frac{\mathbf{i} + \mathbf{j}}{\sqrt{2}},$$

gdje je  $F_0 > 0$  konstanta.

### LJIR 2015

Dvije kutije složene tako da je manja kutija mase 32,0 kg položena na veću kutiju mase 48,0 kg spuštaju se pomoći užeta niz kosinu visine 2,50 m i horizontalne duljine 4,75 m (vidi sliku). Uža je paralelno sa površinom kosine. Kutije se spuštaju konstantnom brzinom. Koeficijent kinetičkog trenja između površine kosine i donje kutije je 0,444, a koeficijent statickog trenja između dvije kutije je 0,800. Kolika je sila napetosti užeta?

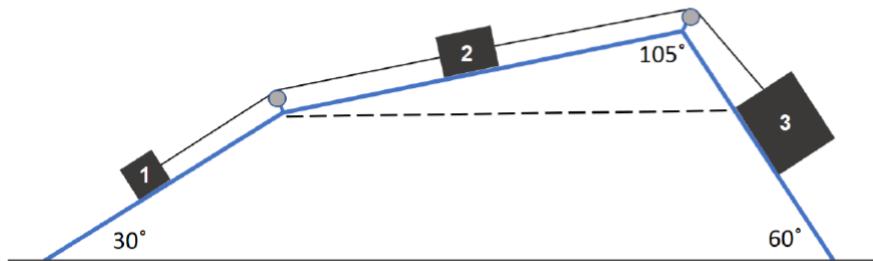


### LJIR 2012

Na mirno vozilo mase  $m=100$  kg u trenutku  $t_0=0$  s počne djelovati sila stalnog smjera i iznosa ovisnog o vremenu,  $F(t)=F_0 e^{At}$ , gdje su  $F_0=100$  N i  $A=0.1 \text{ m}^{-1}$  konstante. Sila prestane djelovati u trenutku  $t_1=10$  s. Odredite udaljenost koju će vozilo prevaliti od trenutka  $t_0$  do trenutka  $t_2=20$  s.

### JIR 2017

Tri tijela mase  $m_1 = 1$  kg,  $m_2 = 2$  kg, i  $m_3 = 3$  kg, povezana laganom nerastezljivom niti postavljena su na podlogu kao na slici. Koeficijenti trenja s podlogom za tijela 1, 2 i 3 iznose  $\mu_1 = 0.3$ ,  $\mu_2 = 0.2$ , i  $\mu_3 = 0.1$ . Izračunajte ubrzanje sustava i odredite smjer gibanja.



### JIR 2016

Tijelo mase  $M = 4$  kg se nalazi na kosini nagiba  $\theta = 30^\circ$  s kojom ima koeficijent trenja  $\mu = 0.6$ . Na tijelo djeluje sila iznosa  $F = 50$  N usmjereni uz kosinu. Odredite smjer i iznos akceleracije, ako tijelo u početnom trenutku miruje.

### JIR 2014

Na česticu mase  $m = 1\text{kg}$  djeluje sila

$$F = F_0 \left[ 5 - \left( \frac{t-T}{T} \right)^2 \right]$$

u vremenskom intervalu  $0 \leq t \leq T$ .  $F_0$  je  $2\text{N}$  i  $T = 1\text{s}$ . Potrebno je odrediti brzinu čestice na svršetku vremenskog intervala ako čestica u početku miruje.

### JIR 2013

Automobil mase  $m = 1500 \text{ kg}$  se giba brzinom  $v_0 = 200 \text{ km/h}$ , nakon čega se ugasi motor. Izračunajte za koliko se vremena automobil zaustavi ako pri zaustavljanju na njega djeluje stalna sila trenja  $F_{tr} = 150 \text{ N}$  i sila otpora zraka  $F_{otp} = SpC_d v^2$ , gdje je  $v$  brzina automobila, a  $S = 2,5 \text{ m}^2$ ,  $\rho = 1,15 \text{ kg/m}^3$ ,  $C_d = 0,25$ .

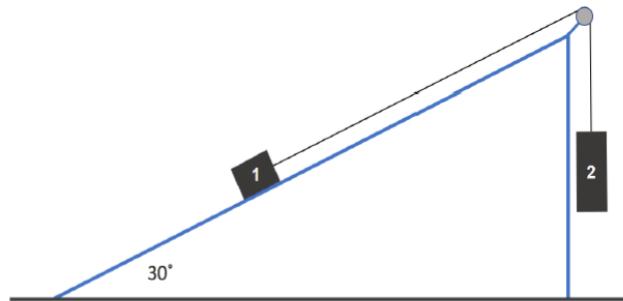
Naputak: Integral  $\int \frac{dx}{A+Bx^2} = \frac{1}{\sqrt{AB}} \arctan\left(\sqrt{\frac{B}{A}}x\right)$ .

### DIR 2017

Za sustav utega s koloturom kao na slici zadano je:  $M_1 = 1 \text{ kg}$ ,  $M_2 = 2 \text{ kg}$ ,  $\alpha=30^\circ$ . Kolika je brzina sustava u trenutku  $t = 3 \text{ s}$  od početka gibanja ako faktor trenja ovisi o brzini:  $\mu = \mu_0 Av$ , pri čemu je  $A = 0.5 \text{ s/m}$  i  $\mu_0 = 0.6$ .

Pri rješavanju zadatka može Vam poslužiti tablični integral oblika:

$$\int \frac{dx}{a+bx} = \frac{1}{b} \ln|a+bx| + C$$



### DIR 2015

U trenutku  $t = 0$ , tijelo mase  $m = 3 \text{ kg}$  nalazi se u ishodištu i miruje. Na njega djeluje sila čija je  $x$ -komponenta dana izrazom

$$F_x[t] = -F_0 + At,$$

gdje je  $t$  vrijeme, a  $F_0 = 30 \text{ N}$  i  $A = 36 \text{ Ns}^{-1}$  su konstante. Odredi najveću udaljenost od ishodišta koju će tijelo postići na negativnoj strani  $x$ -osi.

## DINAMIKA - KONCEPTUALNA PITANJA

1.

Kamion se vozi brzinom od 10 m/s. Paket ispadne iz kamiona. Zanemarujući otpor zraka, kad paket udari u tlo, njegova horizontalna brzina će biti (zaokružite točnu tvrdnju):

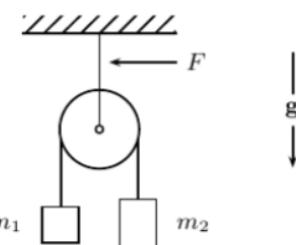
- a) 0 m/s.
- b) 10 m/s.
- c) 20 m/s.
- d) ovisna o visina kamiona.
- e) ovisna o težini paketa.

2.

Sustav na slici se slobodno giba pod utjecajem sile teže. Masa  $m_2$  je veća od mase  $m_1$ , a masa koloture i sile otpora su zanemarive

Označimo li s  $T$  napetost niti na kojoj visi kolotura, koja od sljedećih tvrdnji je istinita? (Zaokružite točnu tvrdnju):

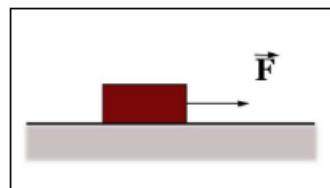
- a)  $T > (m_1+m_2)g$
- b)  $T = (m_1+m_2)g$
- c)  $T < (m_1+m_2)g$
- d)  $T = (m_2 - m_1)g$
- e)  $T$  ovisi o smjeru vrtnje koloture



3.

Na tijelo postavljeno na horizontalnu podlogu djeluje konstantna sila od 7 N (vidi sliku) Tijelo je nepomično. Kolika je sila trenja? Zaokružite točnu tvrdnju:

- a) 100 N.
- b) 7 N.
- c) 0,7 N.
- d) 0 N.
- e) Ne može se odrediti iz ovih podataka.



4.

Tijelo mase 2 kg miruje na podlozi dok na njega djelujemo horizontalnom silom 2 N. Koeficijent trenja između podloge i tijela iznosi 0.3. Zaključujemo da na tijelo djeluje statička sila trenja koja iznosi (**jedan** točan odgovor):

- (a) manje od 2 N,
- (b) točno 2 N,
- (c) malo više od 2 N,
- (d) 5.9 N.

## KRUŽNO GIBANJE – KONCEPTUALNA PITANJA

1.

Kada je sitno tijelo bačeno tako da opisuje kosi hitac, tada je (zaokružite točnu tvrdnju):

- a) njegova tangencijalna akceleracija uvijek jednaka nuli;
- b) njegova tangencijalna akceleracija uvijek jednaka akceleracijske sile teže;
- c) njegova tangencijalna akceleracija uvijek okomita na ukupnu akceleraciju;
- d) njegova radikalna (centripetalna) akceleracija uvijek u smjeru akceleracije sile teže;
- e) njegova radikalna (centripetalna) akceleracija samo u jednom trenutku jednaka akceleraciji sile teže.

2.

Sitno tijelo bačeno je koso uvis u točki  $A$  i postiglo je maksimalnu visinu u točki  $B$ . Tada je (zaokružite **jednu** točnu tvrdnju)

- (a) vektor centripetalne akceleracije  $\mathbf{a}_{cp}$  u točki  $A$  okomit na vektor  $\mathbf{g}$  akceleracije sile teže;
- (b) vektor  $\mathbf{a}_{cp}$  u točki  $B$  jednak vektoru  $\mathbf{g}$ ;
- (c) vektor  $\mathbf{a}_{cp}$  je jednak u  $A$  i  $B$  po iznosu ali ne i po smjeru;
- (d) vektor  $\mathbf{a}_{cp}$  se ne može ovako razmatrati bez poznavanja početne brzine i početnog kuta;
- (e) vektor  $\mathbf{a}_{cp}$  uvijek jednak nuli jer je putanja parabola, a ne kružnica.

3.

Tijelo je bačeno koso uvis tako da izvodi kosi hitac. Tada vrijedi (zaokružite točnu tvrdnju):

- a) ukupna akceleracija tijela jednak je vektorskem zbroju tangencijalne akceleracije, radikalne (centripetalne) akceleracije i akceleracije slobodnog pada;
- b) tangencijalna akceleracija uvijek je u smjeru akceleracije sile teže, a na njih je okomita radikalna akceleracija;
- c) tangencijalna akceleracija je uvijek jednak nuli jer vektor akceleracije sile teže pokazuje nadolje;
- d) akceleracija sile teže jednak je vektorskem zbroju radikalne i tangencijalne akceleracije;
- e) na pojedinom dijelu putanje radikalna akceleracija jednak je nuli.

4.

Pri kosom hodu materijalna točka se giba po paraboli. Pri tome vrijedi (zaokruži dvije istinite tvrdnje):

- (a) Vektor centripetalne akceleracije je u svakoj točki okomit na vektor ukupne akceleracije.
- (b) U najvišoj točki putanje centripetalna akceleracija je i po iznosu i po smjeru jednak akceleraciji slobodnog pada.
- (c) Vektori centripetalne i tangencijalne akceleracije uvijek su po iznosu različiti ali pokazuju u istom smjeru.
- (d) U trenutku udara o tlo tangencijalna akceleracija jednak je nuli.
- (e) Vektor tangencijalne akceleracije uvijek je okomit na vektor centripetalne akceleracije.

5.

Čestica se giba duž kružne putanje pri čemu se iznos njene brzine povećava. Akceleraciju te čestice rastavljamo na tangencijalnu i na centripetalnu akceleraciju. (Zaokruži jednu istinitu tvrdnju.)

- (a) Tangencijalna akceleracija čestice jednak je nuli.
- (b) Centripetalna akceleracija čestice jednak je nuli.
- (c) Tangencijalna akceleracija usmjerena je prema središtu kružnice.
- (d) Centripetalna akceleracija ima smjer suprotan smjeru brzine.
- (e) Tangencijalna akceleracija ima isti smjer kao i brzina čestice

6.

Pri jednolikom kružnom gibanju vrijedi (**dva** točna odgovora):

- (a) tangencijalna i radikalna (centripetalna) akceleracija jednake su po iznosu,
- (b) tangencijalna i radikalna (centripetalna) akceleracija se poništavaju,
- (c) tangencijalna akceleracija je jednak nuli,
- (d) radikalna (centripetalna) akceleracija je jednak nuli,
- (e) centripetalna sila je različita od nule.

7.

Tijelo je izbačeno u točki  $A$ , izvodi kosi hitac te dodirne tlo u točki  $B$ . Za trajanja leta vrijedi tvrdnja (**dva** točna odgovora):

- (a) Iznos brzine tijela je stalan, a smjer brzine se mijenja.
- (b) Iznos akceleracije tijela je stalan, a smjer akceleracije se mijenja.
- (c) Centripetalna akceleracija usmjerena je prema točki  $A$ , a mijenja svoj iznos.
- (d) Akceleracije tijela je zbroj njegove centripetalne i tangencijalne akceleracije.
- (e) Vektor centripetalne akceleracije se mijenja.

8.

Čestica se giba duž kružne putanje pri čemu se iznos njene brzine smanjuje. Akceleraciju te čestice rastavljamo na tangencijalnu i na centripetalnu akceleraciju.

- a) Smjer centripetalne akceleracije suprotan je smjeru brzine.
- b) Smjer tangencijalne akceleracije suprotan je smjeru brzine.
- c) Tangencijalna akceleracija usmjerena je prema središtu kružnice.
- d) Centripetalna akceleracija ima smjer suprotan smjeru brzine.
- e) Tangencijalna akceleracija ima isti smjer kao i brzina čestice.

9.

Nakon što izbacimo sitno tijelo pod kutom  $0 < \alpha < \pi/2$  u odnosu na vodoravnu ravninu (prema gore), radikalna (centripetalna) akceleracija tijela će biti:

(zaokružite jedan točan odgovor):

- (a) jednakog iznosa cijelo vrijeme staze.
- (b) jednakog smjera cijelo vrijeme staze.
- (c) najvećeg iznosa netom nakon što je tijelo izbačeno.
- (d) najmanjeg iznosa netom nakon što je tijelo izbačeno.
- (e) najvećeg iznosa u trenutku u kojem tijelo dosiže najveću visinu.
- (f) najmanjeg iznosa u trenutku u kojem tijelo dosiže najveću visinu.

10.

Kod jednolikog kružnog gibanja materijalne točke, iznos njene akceleracije je ( $a_t$  je iznos tangencijalne, a  $a_r$  radikalne, odnosno centripetalne, akceleracije):

(zaokružite jedan točan odgovor):

- (a)  $a = 0$
- (b)  $a = a_t \neq 0$
- (c)  $a = a_r \neq 0$
- (d)  $a_r = a_t$
- (e) Ništa od navedenog

### 3. RAD SILE

MI 2016 (kinematika)

Automobil se giba nizbrdo cestom koja s vodoravnom ravninom zatvara kut  $\theta = 10^\circ$ . U trenutku u kojem brzina automobila iznosi  $v_0 = 60 \text{ km h}^{-1}$  vozač pritisne kočnicu kako bi zaustavio automobil (kočnica "blokira" kotače). Odredite duljinu puta kočenja do zaustavljanja automobila te rad koji je pritom obavila sila trenja, ako koeficijent trenja između guma i ceste iznosi  $\mu = 0.6$ .

DIR 2013

U trenutku polijetanja, avion mora imati brzinu od 100 km/h. Masa aviona je 2 t, zaletna staza je duga 100 m, a koeficijent trenja je 0,3. Kolika mora biti minimalna snaga motora da bi avion poletio? Brzina gibanja tijekom zaleta je proporcionalna vremenu.

DIR 2012

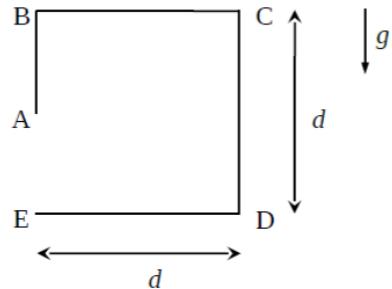
Čovjek gura kutiju silom koja opada s udaljenošću na sljedeći način:  $F(x) = A(D - x)^2$ , gdje je  $x$  udaljenost od početnog položaja izražena u metrima, a  $D = 5 \text{ m}$  i  $A = 100 \text{ N/m}^2$ . Koliki rad je obavio čovjek dok je gurao kutiju iz početnog položaja do  $x = D$ ?

## RAD SILE – KONCEPTUALNA PITANJA

1.

Osoba premješta uteg mase  $m$  iz točke A u točku E po putanji prikazanoj na slici (A-B-C-D-E). Koliki rad pritom izvrši gravitacijska sila na uteg? (Zaokružite točnu tvrdnju):

- a) 0
- b)  $-\frac{1}{2} mgd$
- c)  $\frac{1}{2} mgd$
- d)  $-\frac{3}{2} mgd$
- e)  $\frac{3}{2} mgd$



2.

Zaokružite istinitu tvrdnju:

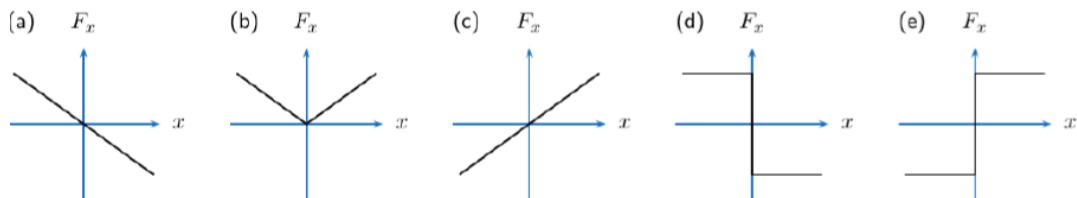
- a) Sila čiji je smjer suprotan pomaku ne može izvršiti rad.
- b) Samo komponenta sile paralelna pomaku vrši rad.
- c) Komponenta sile okomita na pomak vrši pozitivni rad.
- d) Samo rezultantna sila na tijelo može izvršiti bilo koji rad.

3.

Ako je potencijalna energija čestice koja se giba duž  $x$ -osi dana izrazom

$$U(x) = \alpha |x|,$$

gdje je  $\alpha > 0$ , koji od navedenih grafova najbolje prikazuje  $x$ -komponentu sile koja djeluje na česticu? (zaokružite točan graf):



4.

Dječji pištolj s oprugom izbacuje kuglicu brzinom 8 m/s. Kolika će biti brzina kuglice ako oprugu dva puta više sabijemo? (Zaokružite točnu tvrdnju.)

- a) 2 m/s
- b) 4 m/s
- c) 8 m/s
- d) 16 m/s
- e) 32 m/s

5.

Teorem o radu i kinetičkoj energiji glasi: "Rad koji sila  $\vec{F}$  obavi na čestici u nekom intervalu vremena jednak je promjeni kinetičke energije čestice." (Zaokruži jednu istinitu tvrdnju.)

- (a) Teorem vrijedi samo ako osim sile  $\vec{F}$  na česticu ne djeluju druge sile (odn. njihov zbroj je nula).
- (b) Teorem vrijedi neovisno o tome djeluju li na česticu i druge sile osim sile  $\vec{F}$  ili ne.
- (c) Teorem vrijedi samo ako je čestica početno mirovala.
- (d) Teorem vrijedi samo ako se radi o pravocrtnom gibanju čestice.
- (e) Teorem vrijedi samo za konstantnu силу ( силу stalnog smjera i iznosa).

6.

Prema teoremu o radu i kinetičkoj energiji, rad koji sila obavi djelujući na česticu jednak je (**jedan** točan odgovor):

- (a) konačnoj kinetičkoj energiji čestice,
- (b) konačnoj potencijalnoj energiji čestice,
- (c) promjeni kinetičke energije čestice,
- (d) promjeni potencijalne energije čestice,
- (e) razvijenoj toplini.

7.

Ako djelovanje vanjske sile  $\mathbf{F}$  omogućuje spuštanje nekog tijela u gravitacijskom polju stalnom brzinom, sila  $\mathbf{F}$  obavlja

- a) pozitivan rad jer  $\mathbf{F}$  djeluje u smjeru suprotnom od smjera gibanja.
- b) pozitivan rad jer  $\mathbf{F}$  djeluje u smjeru gibanja tijela.
- c) negativan rad jer  $\mathbf{F}$  djeluje u smjeru suprotnom od smjera gibanja.
- d) negativan rad jer  $\mathbf{F}$  djeluje u smjeru gibanja tijela.
- e) rad jednak nuli (ne obavlja rad) jer vrijedi  $\mathbf{F} = 0$  (tijelo se giba stalnom brzinom).

8.

Sitno tijelo mase  $m$  počne kliziti s vrha kosine visine  $h$  i duljine  $d$ , koja s horizontalnom podlogom zatvara kut  $\alpha$ . Trenje između tijela i kosine je zanemarivo. Koliki je rad gravitacijske sile za gibanje tijela od vrha do dna kosine?

- a) 0
- b)  $mgd$
- c)  $mgh$
- d)  $mgdcos\alpha$
- e)  $mghcos\alpha$

9.

U trenutku u kojem se bungee-skakač zaustavi u najnižoj točki svoje putanje vrijedi tvrdnja (**jedan** točan odgovor):

- (a) Napetost užeta jednaka je težini skakača.
- (b) Gravitacijska potencijalna energija skakača postigla je najveću vrijednost.
- (c) Akceleracija skakača jednaka je akceleraciji slobodnog pada.
- (d) Kinetička energija skakača jednaka je radu koji je od početka skoka obavila gravitacijska sila.
- (e) Ništa od gore ponuđenog nije istina.

10.

Kako bi se automobil gibao vodoravnom cestom brzinom stalnog iznosa  $v$ , njegov motor mora djelovati snagom  $P$ . Prepostavimo li da su sile otpora koja djeluje na taj automobil razmjerne kvadratu brzine, gibanje tog automobila brzinom iznosa  $v' = 2v$  zahtijeva snagu motora (**jedan** točan odgovor)

- (a)  $P' = P$  (nema promjene)
- (b)  $P' = \sqrt{2}P$
- (c)  $P' = 2P$
- (d)  $P' = 4P$
- (e)  $P' = 8P$

11.

Koja od sljedećih tvrdnji *ne vrijedi* ukoliko je sila koja djeluje na materijalnu točku konzervativna?  
(Zaokruži jednu tvrdnju.)

- (a) Rad po zatvorenom putu je nula.
- (b) Sila ovisi o položaju materijalne točke.
- (c) Rad na putanji materijalne točke od položaja 1 do položaja 2 jednak je razlici potencijalne energije materijalne točke u položaju 1 i potencijalne energije materijalne točke u položaju 2 ( $W_{12} = U_1 - U_2$ ).
- (d) Količina gibanja materijalne točke se ne mijenja.
- (e) Ukupna energija materijalne točke je sačuvana.

12.

Koja od sljedećih tvrdnji NE vrijedi za konzervativne sile:

- a) moguće je uvesti pojам potencijalne energije
- b) ukupan rad koji sila vrši na česticu koja se giba između dvije točke ne ovisi o putu
- c) elastična sila (Hookeov zakon) je konzervativna sila
- d) gravitacijska sila je konzervativna sila
- e) ukupan rad koji sila vrši na česticu koja se giba po zatvorenoj putanji proporcionalan je površini omeđenoj putanjom

13.

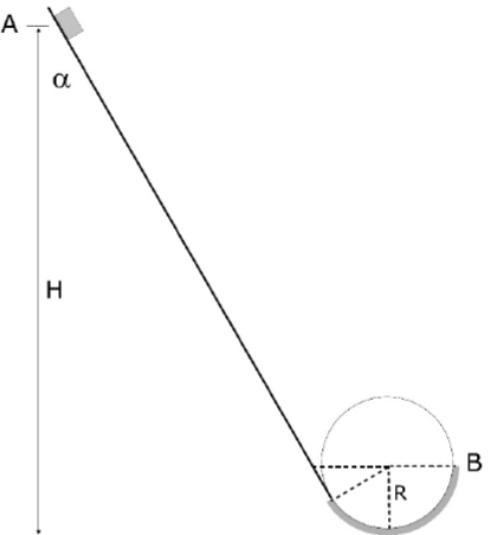
Za konzervativnu silu vrijedi tvrdnja (**tri** točna odgovora):

- (a) Rad sile duž zatvorene putanje jednak je nuli.
- (b) Silu možemo izvesti iz ukupne mehaničke energije tijela.
- (c) Rad sile ne ovisi o duljini puta duž kojeg je čestice stigla iz točke  $A$  u točku  $B$ .
- (d) Konzervativnu silu možemo izvesti iz kinetičke energije.
- (e) Konzervativnu silu možemo izvesti iz potencijalne energije tijela.
- (f) Kutna količina gibanja tijela je očuvana veličina.

## 4. ZAKON OČUVANJA ENERGIJE

MI 2017

U Alpama s visine od  $H = 7$  m odroni se stijena mase  $m = A$  3 kg i klizi niz snježnu kosinu pod kutem  $\alpha = 30^\circ$ , kao prikazano na slici. Faktor trenja stijene sa snježnom podlogom na kosini je  $\mu = 0.1$ . Na kosinu nastavlja se zaledena rampa u obliku kružnog luka radijusa  $R = 1$  m. Faktor trenja između stijene i leda na rampi je zanemariv. Vertikalnim izbačajem iz točke B stijena će dosegnuti visinu od 5.5 m (u odnosu na točku B). Izračunaj koliki je rad utrošen na savladavanje otpora zraka prilikom vertikalnog izbačaja.

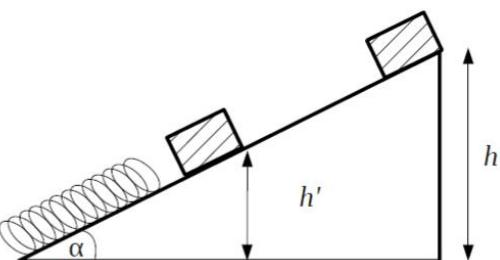


MI 2015

Tijelo kliže brzinom  $4.5 \text{ m s}^{-1}$  po horizontalnoj podlozi. U točki  $P$  blok najde na hrapavu površinu. Na hrapavoj površini koeficijent trenja se mijenja linearno tako da u točki  $P$  on ima vrijednost 0.1, a u točki udaljenoj 12.5 m od točke  $P$  on ima vrijednost 0.6. Koliku udaljenost će tijelo prijeći po hrapavom dijelu podloge do svog zaustavljanja?

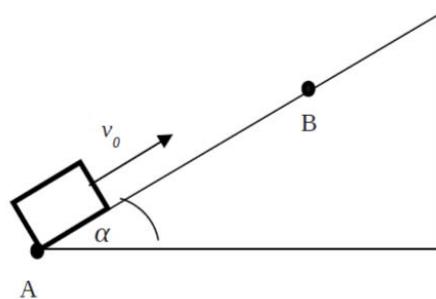
MI 2014

Na vrhu kosine visine  $h=1\text{m}$  i nagiba  $\alpha=30^\circ$  nalazi se predmet mase  $m=2\text{ kg}$ . Koeficijent trenja između predmeta i površine kosine je  $\mu=0.1$ . Nakon što tijelo niz kosinu prijeđe put od 70 cm nalijeće na nerastegnutu oprugu  $k=100 \text{ N/m}$  u ravnotežnom položaju. Koliko se maksimalno stisne opruga? Do koje se maksimalne visine  $h'$  (vidi sliku) tijelo vrati nakon što se opruga ponovno rastegne?



MI 2013

Predmet gurnemo iz podnožja kosine (točka A) brzinom  $v_0=5$  m/s duž kosine. Nagib kosine je  $\alpha = 30^\circ$ . Predmet duž kosine prijeđe put  $s = 1,6$  m (do točke B) gdje se zaustavi nakon čega se ponovno vraća niz kosinu. Ako je sila trenja konstantna, koliki je koeficijent trenja? Koju brzinu tijelo ima kad se ponovno nađe u podnožju kosine (točka A)?



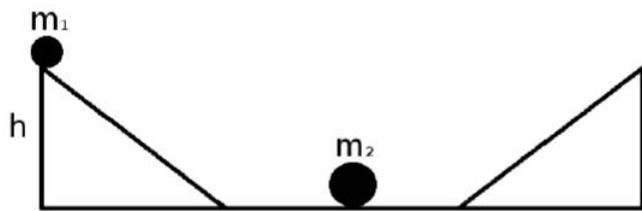
LJIR 2015

Saonice se spuštaju niz kosinu nagiba  $\alpha = 30^\circ$  tako da kreću iz mirovanja i nakon što po kosini pređu put  $s_1 = 10$  m nastavljaju s gibanjem u horizontalnoj ravnini. Koliki je faktor kinetičkog trenja između saonica i snijega ako se saonice zaustave nakon što su po horizontalnoj podlozi prešle put  $s_2 = 25$  m?

## 5. ZAKON OČUVANJA KOLIČINE GIBANJA

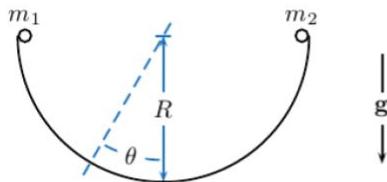
MI 2017

Tijelo mase  $m_1 = 1\text{kg}$  pustimo iz mirovanja s vrha prve kosine visoke  $5\text{m}$ . Nakon spuštanja s prve kosine, prvo tijelo se sudari s drugim mirujućim tijelom mase  $m_2 = 2\text{kg}$  na ravnom dijelu. Na koju visinu će se popeti tijelo  $m_1$  i tijelo  $m_2$  nakon sudara, ako se radi o savršeno elastičnom sudaru i ako nema trenja na podlogama?



MI 2016

Dva sitna tijela čije su mase  $m_1$  i  $m_2$  nalaze se na suprotnim stranama posude oblika polukugle polujmerra zakrivljenosti  $R$ . U istom trenutku pustimo tijela s vrha posude da klize niz posudu bez trenja. Na dnu posude tijela se savršeno neelastično sudare i slijepe. Koliki mora biti omjer  $m_2/m_1$  ako se sljepljene mase "popnu" do maksimalnog kuta  $\theta = 30^\circ$  u odnosu na okomicu na dno posude (vidi sliku)?



MI 2014

Njihalo koje se sastoji od kugle mase  $0,8\text{ kg}$  pričvršćene na nit otpušteno je iz mirovanja kada nit zatvara kut  $53^\circ$  s vertikalom. U najnižoj točki kugla se elastično sudari s blokom mase  $m$  koji miruje na horizontalnoj podlozi bez trenja. Nakon sudara, maksimalni kut koji nit zatvara s vertikalom je  $5,73^\circ$ . Kolika je masa bloka?

(Zadatak ima dva rješenja, u ovisnosti o tome na koju stranu se kugla otklonila.)

MI 2013

Dvije glinene kugle mase  $0,3\text{ kg}$  i  $0,2\text{ kg}$  ovješene su na nitima jednake duljine  $l$  i vise jedna tik do druge. Kugle su zatim otklonjene iz položaja ravnoteže tako da se teža kugla otkloni ulijevo za  $50^\circ$ , a lakša kugla se otkloni udesno za  $25^\circ$ . Kugle se zatim puste, tako da se savršeno neelastičan sraz dogodi točno u položaju ravnoteže. Nakon sudara pronađite maksimalni kut otklona tako slijepljениh kugli!

### MI 2012

Kuglica mase  $m_1=0,2$  kg nalijeće na kuglicu mase  $m_2=0,1$  kg koja miruje i nakon elastičnog sudara se obje gibaju u istom smjeru. Brzina prve kuglice nakon sudara je  $v'_1=2$  m/s. Izračunajte omjer kinetičkih energija druge kuglice nakon sudara i prve kuglice prije sudara?

### LJIR 2017

Drveni blok mase 3 kg miruje na podlozi. Koeficijent trenja bloka s podlogom je  $\mu=0.25$ . Na blok nalijeće metak mase 18 g koji se pri sudaru zabije u drveni blok. Pronađite ulaznu brzinu metka ako znate da se drveni blok nakon pogotka odskliže  $d = 1.5$  m.

### LJIR 2016

Čestica mase 0.20 kg se giba u pozitivnom smjeru  $x$ -osi brzinom iznosa  $2.2 \text{ m s}^{-1}$  i neelastično se sudari s mirnom česticom mase 0.30 kg. Nakon sudara prva čestica se giba brzinom iznosa  $1.2 \text{ m s}^{-1}$  pod kutom  $50^\circ$  u odnosu na pozitivan smjer  $x$ -osi. Koliki dio (postotak) ukupne kinetičke energije se u ovom sudaru pretvorio u druge oblike energije?

### LJIR 2015

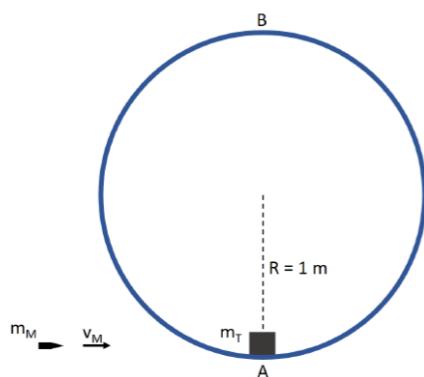
Hokejska pločica A udari brzinom  $v = 10 \text{ m/s}$  u hokejsku pločicu B koja miruje. Pločica B odbije se pod kutom  $\alpha = 36^\circ$  u odnosu na početni smjer pločice A i zaustavi se nakon što je prešla put  $s = 20 \text{ m}$ . Kolikom se brzinom odbila pločica A nakon sudara ako je faktor kinetičkog trenja između pločice B i podloge  $\mu_k = 0,05$ ? Prepostavite da su mase hokejskih pločica A i B jednake.

### LJIR 2014

Kugla mase  $m_2$  miruje, a s njom se centralno savršeno elastično sudari kugla manje mase  $m_1=1,3$  kg. Kugla  $m_1$  pri tome izgubi 19% kinetičke energije. Kolika je masa  $m_2$ ?

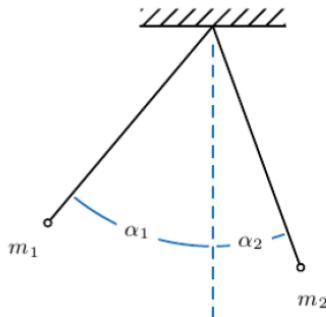
### JIR 2017

Sitno tijelo mase  $m_T = 1 \text{ kg}$  nalazi se na dnu kružne petlje polumjera  $R = 1 \text{ m}$ . U tijelo udari metak mase  $m_M = 10 \text{ g}$ . Kolika je minimalna brzina metka potrebna, da tijelo nakon sudara uspješno priđe petlju, bez da padne. Sudar metka i tijela je savršeno neelastičan, a trenje je zanemarivo.



JIR 2016

Dvije glinene kugle mase  $m_1 = 0.3 \text{ kg}$  i  $m_2 = 0.2 \text{ kg}$  obješene su na nitima jednake duljine. Kugle su otklonjene tako da niti s vertikalnim smjerom zatvaraju kutove  $\alpha_1 = 40^\circ$  i  $\alpha_2 = 20^\circ$  (vidi sliku). Nakon puštanja, kugle će se savršeno neelastično sraziti u najnižoj točki putanje. Koliki je kut otklona kugli nakon sraza?

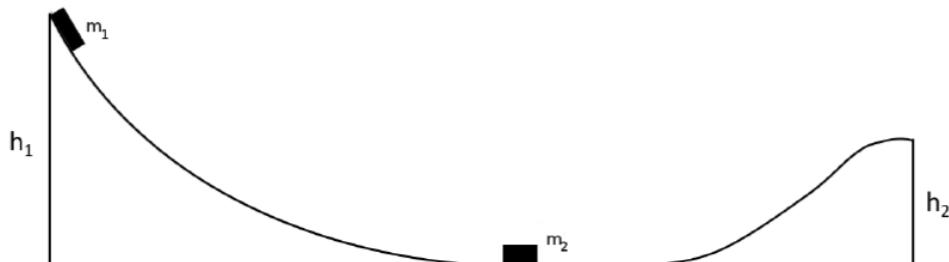


JIR 2013

Na glatkoj vodoravnoj površini leži kugla mase  $m_2=4,5 \text{ kg}$  spojena preko opruge konstante  $k=125 \text{ N/m}$  s čvrstim zidom. Metak mase  $m_1=10 \text{ g}$  i brzine  $v_1=2160 \text{ km/h}$  zabija se u kuglu i ostaje u njoj. Koliko se stisne opruga?

DIR 2017

Sitno tijelo mase  $m_1$  s visine  $h_1 = 5 \text{ m}$  pustimo iz mirovanja prema sitnom tijelu mase  $m_2$  (slika). Ako se tijela sudare savršeno elastično, a trenje je zanemarivo, izračunajte maksimalni omjer maza  $m_2/m_1$  koji dopušta da tijelo mase  $m_2$  prijeđe preko prepreke visine  $h_2 = 2 \text{ m}$ .



DIR 2015

Hokejska pločica mase  $0,025 \text{ kg}$  giba se uzduž  $x$ -osi brzinom  $5,5 \text{ ms}^{-1}$  i sudara se s hokejskom pločicom mase  $0,050 \text{ kg}$  koja miruje. Nakon sudara, prva pločica se giba pod kutom od  $65^\circ$  prema  $x$ -osi, a druga pločica se giba pod kutom  $37^\circ$  prema  $x$ -osi s druge strane  $x$ -osi. Koliki su iznosi brzina hokejskih pločica nakon sudara?

DIR 2014

Dvije se glinene kugle mase  $m_1 = 0.4 \text{ kg}$  i  $m_2 = 0.2 \text{ kg}$  gibajući se brzinama  $v_1 = 10 \text{ m/s}$  i  $v_2 = 8 \text{ m/s}$  savršeno neelastično sudare. Kut između brzina iznosi  $60^\circ$ . Odredite kolika je oslobođena toplina  $Q$  pri takvom sudaru.

## DIR 2012

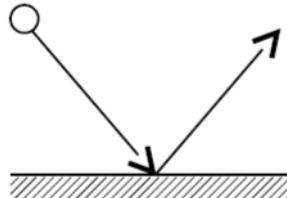
Top mase 125 kg napunjen je eksplozivom (zanemarive mase) i granatom mase 10 kg, te stavljen na tračnice bez trenja. Cijev topa čini kut  $15^\circ$  sa tlom. Nakon ispaljivanja granate, top se giba po tračnici brzinom  $v = 7 \text{ m/s}$ . Kolikom brzinom je ispaljena granata?

## ZAKON OČUVANJA KOLIČINE GIBANJA – KONCEPTUALNA PITANJA

1.

Loptica se odbije od poda kao što je prikazano na slici. Koji su smjer i orientacija promjene količine gibanja  $\Delta \vec{p}$ ? (Zaokružite točnu tvrdnju):

- a) ↑
- b) ↓
- c) →
- d) ←
- e) ↗



2.

Lagana kuglica mase  $m_1$  nalijeće brzinom  $\vec{v}_1$  na mirnu tešku kuglu mase  $m_2$ , pri čemu je  $m_1 << m_2$ . Nakon centralnog savršeno elastičnog sudara gibanje će biti sljedeće: (zaokružite jedan točan odgovor):

- (a) kuglica mase  $m_1$  će ostati mirovati, a kugla mase  $m_2$  će se nastaviti gibati brzinom  $\vec{v}_1$  u istom smjeru.
- (b) kuglica mase  $m_1$  će se gibati u smjeru suprotnom od  $\vec{v}_1$  brzinom gotovo nepromijenjena iznosa, a kugla mase  $m_2$  će se gibati brzinom vrlo malog iznosa u smjeru  $\vec{v}_1$ .
- (c) obje kugle će zajedno ostati mirovati.
- (d) kuglica mase  $m_1$  će se nastaviti gibati brzinom  $\vec{v}_1$  u istom smjeru i kugla mase  $m_2$  će se gibati gotovo dvostrukom brzinom  $2\vec{v}_1$  u istom smjeru.
- (e) kugle će se nastaviti gibati zajedno brzinom  $\vec{v}_1$  u istom smjeru.

3.

Pri sudaru u kojem tijelo 1 nalijeće na mirno tijelo 2,

- a) sva kinetička energija sustava dvaju tijela može prijeći u druge oblike energije.
- b) kinetička energija sustava dvaju tijela nakon sudara mora biti jednakaka kinetičkoj energiji prije sudara.
- c) količina gibanja sustava dvaju tijela nakon sudara može biti jednakaka nuli.
- d) količina gibanja sustava dvaju tijela nakon sudara može biti različita od količine gibanja istog sustava prije sudara.
- e) tijelo 1 se može, ovisno o omjeru masa tijela, odbiti unazad.

4.

Pri savršeno elastičnom (centralnom) sudaru dvije kuglice istih masa, može se dogoditi da se

- a) iznos relativne brzine kuglica poveća;
- b) obadvije kuglice nakon sudara zaustave;
- c) jedna kuglica zaustavi, a druga nastavi gibanje istom brzinom;
- d) kuglice spoje i nastave gibanje kao jedno tijelo;
- e) ne može ništa kazati o ishodima sudara bez poznavanja odnosa brzina i masa.

5.

Kugla mase  $m$  nalijeće brzinom iznosa  $v$  na mirnu kuglu mase  $M = 3m$  te dolazi do savršeno elastičnog centralnog sudara. Tada vrijede tvrdnje (**dva** točna odgovora):

- (a) Promjena kinetičke energije čestice mase  $m$  je po apsolutnoj vrijednosti jednaka promjeni kinetičke energije čestice mase  $M$ .
- (b) Iznos vektora promjene količine gibanja kugle mase  $m$  je tri puta veći od iznosa vektora promjene količine gibanja kugle mase  $M$ .
- (c) Iznos vektora promjene količine gibanja kugle mase  $m$  je tri puta manji od iznosa vektora promjene količine gibanja kugle mase  $M$ .
- (d) Iznos vektora promjene količine gibanja kugle mase  $m$  je jednak iznosu vektora promjene količine gibanja kugle mase  $M$ .

6.

Dva jednaka kvadra gibaju se bez trenja jedan prema drugom kao što je prikazano na slici. Tijekom sudara se zalijepi i nastave gibati zajedno. Kolika je njihova brzina nakon sudara?

- a)  $-v\hat{i}$
- b)  $(-v/2)\hat{i}$
- c) 0
- d)  $v/2\hat{i}$
- e)  $v\hat{i}$



7.

Koja od sljedećih tvrdnji *ne vrijedi* u teoriji sudara dvaju sitnih tijela (zaokružite jednu tvrdnju)?

- (a) Zanemaruju se vanjske sile za vrijeme sudara.
- (b) Djeluje vanjska električna ili magnetska sila za vrijeme trajanja sudara.
- (c) Nakon i daleko od mesta sudara, na sitno tijelo može djelovati električna ili magnetska sila (npr. u detektoru).
- (d) Tijekom sudara djeluju samo sile prema trećem Newtonovu aksiomu.
- (e) Promjena kinetičke energije u sudaru definira se kao  $Q = E'_{\text{kin.}} - E_{\text{kin.}}$ .

8.

Teretni kamion velike mase i Volkswagen Buba frontalno se sudare. Koje od vozila u tom sudaru „trpi“ veću silu, a koje veću akceleraciju?

- a) Buba - veću silu, veću akceleraciju.
- b) Kamion – veću silu, manju akceleraciju.
- c) Oba vozila – istu silu i istu akceleraciju.
- d) Oba vozila- istu silu, a Buba veću akceleraciju.
- e) Oba vozila – istu akceleraciju, a Buba veću silu.

9.

Čelična kuglica pada s visine  $H$  na vodoravnu podlogu od koje se odbija. Ako je najveća visina koju kuglica nakon toga postiže  $H' = \frac{1}{2}H$ , koeficijent restitucije iznosi (zaokruži jednu istinitu tvrdnju):

- (a)  $k = \frac{1}{4}$
- (b)  $k = \frac{1}{2}$
- (c)  $k = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- (d)  $k = 1$
- (e) ne može se odrediti.

10.

Čelična kuglica pada s visine  $H$  na vodoravnu podlogu od koje se odbija uvis. Ako je vrijednost koeficijenta restitucije brzine pri tom sudaru  $k = 2/3$  te zanemarimo li otpor zraka, visina  $H'$  koju će nakon sudara kuglica postići je (**jedan** točan odgovor)

- (a)  $H' = \frac{1}{3}H$
- (b)  $H' = \frac{2}{3}H$
- (c)  $H' = \frac{3}{4}H$
- (d)  $H' = \frac{4}{9}H$
- (e)  $H' = \frac{2}{9}H$

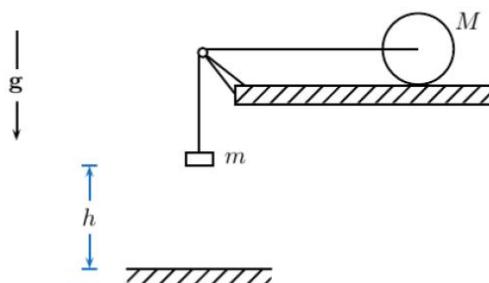
## 6. MEHANIKA KRUTOG TIJELA

MI 2017

Biljarska kuglica mase  $m$  i polumjera  $r$  udarena je štapom u horizontalnome smjeru početnom brzinom  $v_0$  tako da se translatorno giba ali ne i rotira (udarac je bio u pravcu kroz centar mase). Faktor trenja klizanja je  $\mu$ . Koliki put kuglica prijeđe prije prestanka klizanja?

MI 2016

Kotač oblika homogenog valjka čija je masa  $M = 5.4 \text{ kg}$  se nalazi na stolu po kojem se može kotrljati bez klizanja. Središte kotača je povezano s niti s utegom mase  $m = 4.3 \text{ kg}$  koji visi s ruba stola (preko sićušne koloture). Kotač i uteg početno miruju, a uteg se nalazi na visini  $h = 35 \text{ cm}$  iznad tla. Odredite brzinu utega kad on udari o tlo.



MI 2015

Na horizontalno položeni homogeni štap duljine  $\ell = 0.4 \text{ m}$  i mase  $m_1 = 1 \text{ kg}$  pričvršćene su na oba kraja dvije identične homogene kugle polumjera  $r = 0.05 \text{ m}$  i mase  $m_2 = 4 \text{ kg}$  tako da središta kugala leže na horizontalnoj osi simetrije štapa. Takav objekt može rotirati oko vertikalne osi koja prolazi kroz njegov centar mase. Za koliko vremena će se taj objekt zaustaviti ako u početnom trenutku rotira s 600 okretaja u minuti i ako moment sile koja zaustavlja taj objekt iznosi  $M = 1.5 \text{ N m}$ ?

MI 2014

Homogeni valjak momenta tromosti  $I$  počinje rotirati u fluidu pod utjecajem vanjskog zakretnog momenta  $M$ . Uz pretpostavku da je otporni moment sredstva proporcionalan kvadratu kutne brzine vrtnje  $M_{ot} = -A\omega^2$ , pronađite kako kutna brzina ovisi o vremenu.

(Naputak:  $\int dx/(a^2-x^2) = \frac{1}{a} \operatorname{Artanh}(x/a)$ , za  $|x| < a$ )

MI 2013

Homogeni valjak momenta tromosti  $I$  počinje rotirati u fluidu pod utjecajem stalnog vanjskog momenta sile  $M = aI$ . Prepostavite da je moment sile otpora sredstva proporcionalan kutnoj brzini vrtnje  $M_{ot} = -b\omega$ . Pronađite vremensku ovisnost kutne brzine  $\omega(t)$ . U limesu kada vrijeme ide u beskonačnost pronađite graničnu kutnu brzinu kojom se valjak jednolikovo vrti. Uzmite da je  $I = 1 \text{ kg m}^2$ ,  $a = 10 \text{ s}^{-2}$ ,  $b = 0.5 \text{ Nms}$ .

MI 2012

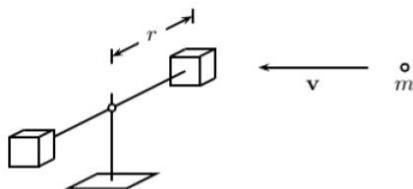
Dječak mase  $45 \text{ kg}$  trči brzinom  $5 \text{ m/s}$  i skoči tangencijalno na rub vrtuljka koji miruje. Vrtuljak je kružna ploča polumjera  $2 \text{ m}$  i ima trenje u osovinu vrtuljka koji stvara moment sile od  $2 \text{ Nm}$  suprotno od rotacije vrtuljka. Nakon koliko vremena će se vrtuljak sa dječakom zaustaviti?

LJIR 2017

Homogena kugla mase  $M = 6 \text{ kg}$  kotrlja se bez proklizavanja iz stanja mirovanja niz kosinu nagiba  $30^\circ$ . Izračunajte silu trenja koja djeluje na kuglu dok se kotrlja niz kosinu.

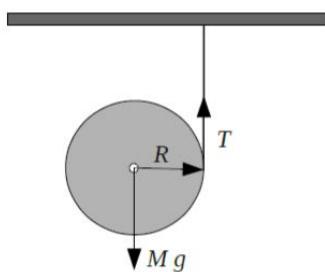
LJIR 2016

Dvije drvene kocke, svaka mase  $M = 0.8 \text{ kg}$  i duljine brida  $a = 10 \text{ cm}$ , nalaze se na krajevima štapa čiju masu možemo zanemariti. Središte svake kocke udaljeno je  $r = 0.12 \text{ m}$  od središta štapa, a čitav sustav se može slobodno vrtjeti oko uspravne osi koja prolazi središtem štapa (vidi sliku). Metak mase  $m = 0.02 \text{ kg}$  i brzine  $v = 240 \text{ m s}^{-1}$  se zaustavlja u središtu kocke. Kolika je kutna brzina vrtnje takvog sustava ako je sustav krenuo iz mirovanja i ako je brzina metka okomita na plohu kocke.



LJIR 2014

Oko okrugle ploče (diska) je namotana lagana nit. Jedan kraj niti je pričvršćen na oslonac, a okrugla je ploča iz mirovanja puštena da pada tako da se nit odmotava kako ploča pada (vidi sliku). Kolika je akceleracija središta mase ploče?



LJIR 2013

Homogeni štap mase  $m$  i duljine  $l$  je postavljen u horizontalan položaj s jednim krajem oslonjenim na rub stola, a drugi se kraj drži rukom. U jednom trenutku ruka otpusti kraj štapa koji je držala i štap počne rotirati oko kraja oslonjenog na stol. Kolika je akceleracija centra mase štapa te kolikom silom stol djeluje na kraj štapa koji se oslanja na stol u početnom trenutku?

## LJIR 2012

U kuglani bacite loptu bez rotacije početnom brzinom 5 m/s. Koeficijent trenja između kugle i podloge je  $\mu = 0,1$ . Nakon koliko vremena će se kugla početi kotrljati bez proklizavanja?

## JIR 2017

Okrugla ploča polujmjera  $R = 30$  cm i mase  $m = 18$  kg okreće se 300 puta u minuti. Ako se na njen rub prisloni kočnica koja pritišće silom proporcionalnom korijenu vremena, tj.  $F(t) = A t^{1/2}$ , kolika mora biti konstanta  $A$  da bi se zamašnjak zaustavio za 30 s? Koeficijent trenja između kočnice i zamašnjaka je  $\mu = 0,3$ .

## JIR 2016

Štap duljine  $\ell$ , čija se linijska gustoća, krenuvši od jednog kraja ( $x = 0$ ) prema drugom kraju ( $x = \ell$ ), mijenja u skladu s izrazom  $\mu[x] = Cx$ , gdje je  $C$  konstanta, položen je u vodoravnom položaju na jedan jedini oslonac. Odredite udaljenost oslonca od lijevog kraja štapa ( $x = 0$ ), ako štap u tom položaju može trajno mirovati.

## JIR 2015

Lagano uže je omotano oko šupljeg valjka mase 4 kg koji može rotirati bez trenja oko horizontalne osi. Valjak je pričvršćen za os pomoću držača zanemarivog momenta tromosti i na početku miruje. Slobodni kraj užeta se povlači konstantnom silom i kad on prevali udaljenost 5,00 m, u tom času se giba brzinom  $6,00 \text{ ms}^{-1}$ . Ako se uže ne skliže po površini cilindra, koliko iznosi sila kojom povlačimo kraj užeta?

## JIR 2013

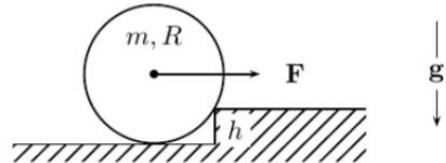
Puni valjak čiji se centar mase giba brzinom 1 m/s počinje se kotrljati bez klizanja uz kosinu nagiba  $30^\circ$ . Nakon koliko vremena će se valjak zaustaviti?

## JIR 2012

Dvije male lopte, svaka mase 0,50 kg , pričvršćene su na krajeve tankog štapa zanemarive mase, duljine 40 cm. Štap može rotirati (bez trenja) oko horizontalne osi koja prolazi kroz centar štapa i okomita je na štap. U početnom trenutku štap je u horizontalnom položaju i miruje kada komadić gline mase 13,0 g padne na jednu loptu pričvršćenu na kraj štapa brzinom  $2,40 \text{ ms}^{-1}$  i zalijepi se za nju. Za koji kut će štap biti otklonjen od horizontalnog smjera u trenutku kad se štap zaustavi nakon sudara?

### DIR 2017

Odredite najmanji iznos vodoravne sile  $F$  kojom treba djelovati u središtu kotača mase  $m = 1.5 \text{ kg}$  i polumjera  $R = 33 \text{ cm}$  kako bi se kotač odvojio od podloge i počeo se uspinjati na stepenicu visine  $h = 10 \text{ cm}$  (vidi sliku). Pretpostavite da je sila kojom stepenica djeluje na kotač okomita na obod kotača.



### DIR 2014

Vertikalni homogeni štap mase  $2 \text{ kg}$  i duljine  $1 \text{ m}$  može rotirati oko osi okomite na štap koja prolazi kroz gornji kraj štapa. Tane mase  $10 \text{ g}$  koje se giba u horizontalnom smjeru zabije se u donji kraj štapa. Koliku brzinu treba imati tane da bi se uslijed udarca štap sa zabijenim tanetom dosegnuo položaj u kojem je kraj s tanetom iznad kraja kroz koji prolazi os?

### DIR 2012

Mase  $m_1$  i  $m_2$  smještene su na krajevima štapa duljine  $1\text{m}$  i zanemarive mase. Štap rotira oko vertikalne osi koja je okomita na njega. Kroz koju točku na štapu mora prolaziti os rotacije da bi rad potreban da zarotiramo štap kutnom brzinom  $\omega_0$  bio minimalan? Pretpostavite da su dimenzije masa zanemarive u odnosu na duljinu štapa, te da vrijedi  $m_2/m_1 = 2$ .

## MEHANIKA KRUTOG TIJELA – KONCEPTUALNA PITANJA

1.

Kruto tijelo na koje u trima različitim točkama (hvatištima) djeluju vanjske sile nalazi se u stanju statičke ravnoteže. Možemo zaključiti sljedeće (zaokružite točnu tvrdnju):

- a) Opisana situacija nije moguća.
- b) Točke u kojima sile djeluju leže na istom pravcu.
- c) Sile su istog iznosa.
- d) Smjerovi sile su međusobno paralelni.
- e) Ništa od navedenog.

2.

Sila  $\vec{F} = (1\hat{i} + 3\hat{j}) N$  djeluje na tijelo u točki koja se nalazi na položaju  $\vec{r} = (5\hat{i}) m$ . Koliki je moment sile u odnosu na ishodište? (Zaokružite točnu tvrdnju.)

- a)  $(-15\hat{k}) Nm$
- b)  $(5\hat{i} + 15\hat{k}) Nm$
- c)  $(5\hat{i} + 3\hat{j}) Nm$
- d)  $(15\hat{k}) Nm$
- e)  $(6\hat{i} + 3\hat{j}) Nm$

3.

Dva diska jednakih masa, ali različitih polumjera ( $R_2 = 2 R_1$ ) zarotiraju se iz stanja mirovanja do jednakih kutnih brzina. Odnos radova potrebnih za rotaciju je (zaokružite točnu tvrdnju):

- a)  $W_1 = W_2$
- b)  $W_1 = 0,5 W_2$
- c)  $W_1 = 4 W_2$
- d)  $W_1 = 0,25 W_2$
- e) ne može se odrediti jer ima premalo podataka

4.

Pri razmatranju statičke ravnoteže krutog tijela, uvjet  $\sum_i \vec{M}_i = 0$  (  $\vec{M}_i$  su vanjski momenti sile) zahtijeva da se momenti (zaokružite točnu tvrdnju):

- a) računaju u odnosu na CM (centar mase) tijela;
- b) računaju u odnosu na proizvoljnu točku koja mora biti na tijelu čiju statiku razmatramo;
- c) računaju u odnosu na bilo koju točku na tijelu ili izvan njega;
- d) računaju u odnosu na točku u kojoj iščezavaju neki momenti sile;
- e) računaju u odnosu na hvatište rezultantne sile dobivene zbrajanjem svih sila koje djeluju na kruto tijelo.

5.

Rad u vrtnji krutog tijela oko nepomične osi obavlja (**jedan** točan odgovor):

- (a) moment unutrašnje sile u odnosu na os vrtnje;
- (b) vanjska sila bilo kojeg smjera koja djeluje na tijelo;
- (c) unutrašnje sile između čestica tijela koje djeluju jedna na drugu;
- (d) moment vanjske sile u odnosu na os vrtnje;
- (e) Ništa od navedenog nije točno.

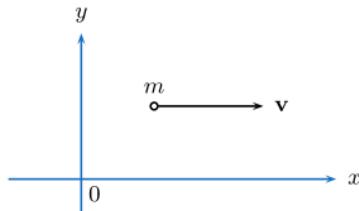
6.

Sitno tijelo vezano je niti (konusno njihalo) i vrti se oko vertikalne osi stalnom brzinom. Tada vrijedi (zaokružite točnu tvrdnju):

- a) napetost niti sama proizvodi centrifugalnu silu i tako omogućuje vrtnju tijela;
- b) centripetalna i centrifugalna sila zajedno s težinom proizvode jednoliku vrtnju;
- c) težina tijela i napetost niti rezultiraju centripetalnom silom koja vrti tijelo;
- d) težina tijela je jedina odgovorna za vrtnju tijela;
- e) centrifugalna sila proizvodi napetost niti te proizvodi vrtnju.

7.

Slika prikazuje česticu koja se giba stalnom brzinom u  $x, y$ -ravnini (jednolikopravocrtno gibanje).



Neka je  $\mathbf{L}$  vektor kutne količine gibanja čestice u odnosu na ishorište koordinatnog sustava. Zaokružite **dvije** istinite tvrdnje.

- (a) Vektor  $\mathbf{L}$  je nulvektor.
- (b)  $\mathbf{L}$  je usmjeren "iz papira".
- (c)  $\mathbf{L}$  je usmjeren "u papir".
- (d) Smjer  $\mathbf{L}$  se podudara sa smjerom brzine čestice.
- (e) Iznos  $L$  je stalan u vremenu.
- (f) Iznos  $L$  se s vremenom povećava.
- (g) Iznos  $L$  se s vremenom smanjuje.

8.

Homogeni valjak je "proboden" sa  $z$ -osi koja prolazi kroz središta njegovih baza te on može rotirati oko nje. Zaokružite **dvije** točne tvrdnje:

- (a) Vektor kutne količine gibanja (KKG) usmjeren je duž  $z$ -osi, bez obzira na način vrtnje (ubrzano, usporeno, jednoliko).
- (b) Vektor KKG se mijenja u vremenu po iznosu i po smjeru ako se valjak iz mirovanja počne ubrzano rotirati.
- (c) Vektor KKG može obrnuti smjer ako se (npr. pri ubrzanom ili suporenom gibanju) promijeni smjer vrtnje tijela.
- (d) Vektor KKG uvijek je istog iznosa i istog smjera jer je on očuvan pri općenitoj rotaciji.
- (e) Iznos vektora KKG se ne mijenja, ali se mijenja njegov smjer pri postepenoj promjeni vrtnje (usporavanje ili ubrzavanje).

9.

Tanki homogeni štap mase  $m$  i duljine  $d$  je smješten u pravokutni koordinatni sustav tako da je središte mase štapa u ishodištu, a štap leži na  $x$ -osi. Momenti tromosti štapa u vrtnji s obzirom na koordinatne osi iznose (**jedan** točan odgovor):

- (a)  $I_x = I_y = I_z = 0$
- (b)  $I_x = I_y = 0, I_z = \frac{md^2}{3}$
- (c)  $I_y = I_z = \frac{md^2}{3}, I_x = 0$
- (d)  $I_y = I_z = \frac{md^2}{12}, I_x = 0$
- (e)  $I_x = I_y = I_z = \frac{md^2}{12}$

10.

Tijela različitih oblika ali jednake mase kotrljaju se bez klizanja po vodoravnoj podlozi jednakim brzinama. Koje od tih tijela ima najveću kinetičku energiju (**jedan** točan odgovor)?

- (a) Kugla (puna, homogena)
- (b) Sfera (šuplja kugla)
- (c) Disk (homogeni, puni valjak)
- (d) Tanki prsten
- (e) Sva tijela imaju jednaku kinetičku energiju

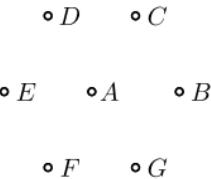
11.

Okruglo tijelo se bez klizanja dokotrlja niz kosinu s neke visine  $H$ . Tada je na dnu kosine (**dvije** točne tvrdnje):

- (a) brzina  $v_{cm}$  tijela manja od brzine materijalne točke kada bi se ona spustila s iste visine  $H$ ;
- (b) ukupna kinetička energija tijela zbog rotacije veća od kinetičke energije materijalne točke;
- (c) kinetička energija rotacije uvijek jednaka kinetičkoj energiji translacije tijela, a njihov je zbroj uvijek jednak kinetičkoj energiji materijalne točke;
- (d) nemoguće odrediti odnos kinetičke energije rotacije i translacije tijela bez poznavanja momenta tromosti;
- (e) kinetička energija translacije tijela jednaka kinetičkoj energiji materijalne točke.

12.

Kruto tijelo se sastoji od sedam čestica jednake mase koje su pravilno raspoređene u istoj ravnini u točkama  $A, \dots, G$  kao na slici. Uklonimo li neke od čestica, središte mase tijela će ostati gdje je i bilo, a moment tromosti tijela u odnosu na os koja okomito probada ravnicu kroz točku  $A$  će se smanjiti na jednu polovinu početne vrijednosti. Koje su to čestice (dva točna odgovora)?



- (a)  $B, D, F$  ili  $C, E, G$
- (b)  $E, A, B$  ili  $F, A, C$  ili  $G, A, D$
- (c)  $E, B$  ili  $F, C$  ili  $G, D$
- (d)  $A, B, D, F$  ili  $A, C, E, G$
- (e) Bilo koje tri čestice osim  $A$

13.

Zaokružite točnu tvrdnju:

- a) Nužni i dovoljni uvjet za ravnotežu krutog tijela (mehanizma) iznosi:  $\vec{R} = 0$ .
- b) Pravac nosilac vektora kutne količine gibanja zvraka  $\vec{L}$  u njegovoj slobodnoj vrtnji, podudara se s glavnom osi simetrije zvraka i osi vrtnje  $\vec{\omega}$ .
- c) Za sustav na koji djeluje vanjski moment sile vrijedi  $\vec{L} = \text{konst.}$
- d) Moment tromosti ( $I_{CM}$ ) kroz centar mase uvijek je veći od onog kroz bilo koju drugu paralelnu os ( $I_{os}$ ).
- e) Moment tromosti ( $I_{CM}$ ) kroz centar mase uvijek je jednak onom kroz bilo koju drugu paralelnu os ( $I_{os}$ ).

14.

Kada je rezultanta vanjskih sila na sustav čestica jednaka nuli, tada centar mase sustava čestica (zaokružite dvije točne tvrdnje):

- a) Miruje ili se giba stalnom brzinom po pravcu.
- b) Mijenja položaj približavajući se većoj čestici.
- c) Mijenja položaj približavajući se manjoj čestici.
- d) Uvijek miruje.
- e) Uvijek se giba jednoliko po pravcu.

15.

Čestica mase  $m$  giba se brzinom stalnog iznosa v duž kružnice polumjera  $R$ . Neka je  $\vec{L}$  vektor kutne količine gibanja čestice u odnosu na točku koja se nalazi na osi kružnice na udaljenosti  $R$  od njena središta. (Os kružnice je pravac okomit na ravninu kružnice koji prolazi njenim središtem.) Zaokružite točnu tvrdnju:

- a) Iznos kutne količine gibanja  $\vec{L}$  mijenja se u vremenu, a njen je smjer stalan.
- b) Iznos kutne količine gibanja  $\vec{L}$  je  $Rmv$ , a njen je smjer stalan.
- c) Iznos kutne količine gibanja  $\vec{L}$  je  $\sqrt{2}Rmv$ , a smjer se mijenja u vremenu.
- d) Iznos kutne količine gibanja  $\vec{L}$  je  $Rmv$ , a njen smjer se mijenja u vremenu.
- e) Iznos kutne količine gibanja  $\vec{L}$  je  $\sqrt{2}Rmv$ , a smjer je stalan.

16.

Moment sile trenja pri kotrljanju krutog tijela (zaokružite točnu tvrdnju):

- a) Uzrokuje vrtnju (rotaciju) oko centra mase (CM) i usporava translaciju CM.
- b) Usporava rotaciju oko CM i ubrzava translaciju CM.
- c) Uzrokuje rotaciju oko CM.
- d) Usporava translaciju CM.
- e) Ubrzava translaciju CM i uzrokuje rotaciju oko CM.

17.

Kako bi se kugla kotrljala uz ili niz kosinu bez proklizavanja mora biti prisutna sila trenja između kugle i kosine. Sila trenja koja djeluje na kuglu usmjerena je (zaokružite dvije istinite tvrdnje):

- a) Uz kosinu kada se kugla giba uz kosinu.
- b) Uz kosinu kada se kugla giba niz kosinu.
- c) Niz kosinu kada se kugla giba uz kosinu.
- d) Niz kosinu kada se kugla giba niz kosinu.
- e) Okomito na kosinu, prema dolje.

18.

Zaokružite točnu tvrdnju:

- a) Nužni i dovoljni uvjet za ravnotežu krutog tijela (mehanizma, sustava) iznosi:  $\vec{M}_{u(os)} = 0$ .
- b) U neelastičnom sudaru ne vrijedi zakon očuvanja količine gibanja, zbog gubitka energije ( $Q$ ) u sudaru.
- c) Za sustav na koji djeluje vanjski moment sile vrijedi  $\vec{L} = \text{konst.}$
- d) Kutna količina gibanja (zamah) slobodnog zvrka  $\vec{L}$  okomit je na glavnu os (osovinu) simetrije zvrka u njegovoj slobodnoj vrtnji.
- e) Moment tromosti ( $I_{CM}$ ) kroz centar mase uvijek je manji od onog kroz bilo koju drugu paralelnu os ( $I_{os}$ ).

19.

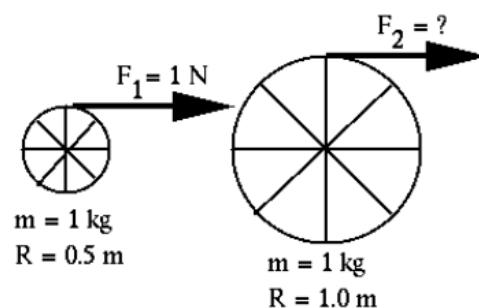
Puna kugla mase  $M$  i polumjera  $R$  i kuglina ljska mase  $M$  i polumjera  $R$  zarotirane su oko čvrste osi do (kutne) brzine  $\omega_0$ . Zaokružite točne tvrdnje:

- a) Kinetičke energije rotacije prve i druge kugle su jednake.
- b) Ako isti moment sile usporava prvu i drugu kugle, tada će se prije zaustaviti puna kugla.
- c) Ako je isti moment sile ubrzavao kugle, šuplja kugla prije se ubrzala do kutne brzine  $\omega_0$ .
- d) Ako oslobođimo osi, kugle će precesirati (kao zvirkovi). Kutna brzina precesije pune kugle bit će veća.

20.

Dva kotača s nepomičnim osima, svaki mase 1 kg, kreću iz mirovanja. Primjenjene sile su prikazane na slici. Ako zanemarite mase žbica i središta, za svakog vrijedi da je  $I = mR^2$ . Da bi oba kotača imala istu kutnu akceleraciju,  $F_2$  mora biti jednak (zaokružite točan odgovor):

- a) 0,5 N.
- b) 1,0 N.
- c) 2,0 N.
- d) 4,0 N.



21.

Dva kotača, koja početno miruju, prijeđu istu udaljenost kotrljajući se bez klizanja niz kosinu. Kotač B ima dvostruko veći polumjer od kotača A. Mase su im jednake. Cijela masa je koncentrirana u njihovim obručima pa su im onda momenti tromosti dani izrazom  $I = mR^2$ . Zaokružite točan odgovor:

- a) Kotač A ima veću translacijsku kinetičku energiju kad dođe u podnožje kosine.
- b) Kotač B ima veću translacijsku kinetičku energiju kad dođe u podnožje kosine.
- c) Njihove translacijske kinetičke energije su jednake.
- d) Potrebno je imati više informacija da bi se mogao dati odgovor.

22.

Dječak i djevojčica vrte se na vrtuljku. Dječak se u odnosu na djevojčicu nalazi na dvostruko većoj udaljenosti od centra rotacije vrtuljka. Ako su dječak i djevojčica identičnih masa, moment tromosti dječaka prema osi rotacije je:

(zaokružite jedan točan odgovor):

- (a) četiri puta veći od momenta tromosti djevojčice.
- (b) dvostruko veći od momenta tromosti djevojčice.
- (c) isti za oboje.
- (d) dječak ima veći moment tromosti ali je nemoguće reći koliko je veći.
- (e) nijedan od ponuđenih odgovora nije točan.

23.

Čestice A i B imaju jednake mase. Čestica A miruje, a čestica se B od nje udaljava pravocrtno brzinom  $v$ . Što vrijedi za centar mase tog sustava čestica? (Zaokružite točnu tvrdnju.)

- a) Ne giba se.
- b) Giba se prema čestici A brzinom  $v$ .
- c) Giba se prema čestici A brzinom  $v/2$ .
- d) Giba se od čestice A brzinom  $v$ .
- e) Giba se od čestice A brzinom  $v/2$ .

24.

Neka je  $I_0$  moment tromosti homogene kugle polumjera  $R$  u odnosu na os koja prolazi njenim središtem. Na kojoj udaljenosti od središta te kugle prolazi os u odnosu na koju kugla ima dvostruko veći moment tromosti,  $I=2I_0$ . (Zaokružite točnu tvrdnju.)

- a)  $R / 2$
- b)  $R / \sqrt{2}$
- c)  $R \sqrt{2/5}$
- d)  $R \sqrt{2/3}$
- e)  $R$

25.

Ukupni stalni moment sile djeluje na kruto tijelo koje rotira. Koja od navedenih veličina sigurno **nije** konstanta pri tom djelovanju?

- a) kutna akceleracija
- b) kutna brzina
- c) moment tromosti
- d) centar mase tijela
- e) ništa od navedenog

26.

Na kruto tijelo u dvjema različitim točkama djeluju sile čiji je zbroj jednak nuli. Zbroj momenata tih sila (zaokružite točnu tvrdnju):

- a) je jednak nuli.
- b) je jednak nuli ako su sile medusobno okomite.
- c) je jednak nuli kad momente sila računamo u odnosu na središte mase tijela.
- d) je jednak nuli ako sile leže na istom pravcu.
- e) ne može biti jednak nuli.

27.

Pri djelovanju sile na kruto tijelo, vektor momenta sile se općenito neće promijeniti (**jedan** točan odgovor)

- (a) pomaknemo li hvatište sile duž pravca djelovanja sile,
- (b) pomaknemo li hvatište sile u bilo kojem smjeru,
- (c) pomaknemo li hvatište sile u ravnini okomitoj na pravac djelovanja sile,
- (d) udaljimo li pravac djelovanja od točke u odnosu na koju računamo moment sile,
- (e) promijenimo li odabir točke u odnosu na koju računamo moment sile.

28.

Disk (okrugla ploča) momenta tromosti  $I_1$  se vrti kutnom brzinom  $\omega_1$  oko osi koja prolazi njegovim središtem. Na njega je s male visine ispušten disk momenta tromosti  $I_2 = 3I_1$  bez rotacije. Kojom kutnom brzinom  $\omega'$  nakon toga rotira sustav od dva "slijepljena" diska? (**jedan** točan odgovor)

- (a)  $\omega' = \omega_1/2$ ,
- (b)  $\omega' = \omega_1/3$ ,
- (c)  $\omega' = \omega_1/4$ ,
- (d)  $\omega' > \omega_1/2$ .

29.

Pri vrtnji demonstratora na Prandtlovome stoliću, s istim utezima (2 kg) u svakoj ruci, vrijedi (**dva** točna odgovora):

- (a) Kutna količina gibanja je stalna bez obzira na to jesu li ruke raširene ili skupljene,
- (b) Moment tromosti  $I_{z2}$  (raširene ruke) =  $I_{z1}$  (skupljene ruke),
- (c)  $I_{z2}$  (raširene ruke) >  $I_{z1}$  (skupljene ruke),
- (d)  $I_{z2}$  (raširene ruke) <  $I_{z1}$  (skupljene ruke),
- (e)  $I_{z2} = I_{z1} = 0$ .

30.

Tijelo kružnog presjeka poznatog momenta tromosti kotrlja se po podlozi poznatom stalnom brzinom  $v_{cm}$  (centra mase). Tada vrijedi (**jedan** točan odgovor):

- (a) Ukupna kinetička energija uvijek se može izračunati iz  $v_{cm}$  jer se zna moment tromosti tijela;
- (b) Poznavanje kinetičke energije translacije dovoljno je da se iz nje izračuna kinetička energija rotacije;
- (c) Za račun ukupne kinetičke energije valja znati odnos između  $v_{cm}$  i kutne brzine;
- (d) Za račun kinetičke energije rotacije valja znati odnos između  $v_{cm}$  i kinetičke energije translacije.

31.

Kotač se kotrlja bez klizanja niz kosinu. Pritom vrijedi tvrdnja (**jedan** točan odgovor):

- (a) Na kotač djeluje sila trenja usmjerena "uz kosinu".
- (b) Na kotač djeluje sila trenja usmjerena "niz kosinu".
- (c) Sila trenja nije prisutna.
- (d) Iznos brzine središta mase kotača je stalan.
- (e) Iznos kutne brzine vrtnje kotača je stalan.

32.

Pri razmatranju statike krutog tijela javlja se uvjet koji uključuje momente sila. U tom uvjetu momente sila

- a) mora se računati s obzirom na točku dodira tijela i podloge;
- b) mora se računati s obzirom na zajedničko hватиште svih sila koje djeluju na tijelo
- c) može se računati s obzirom na bilo koju točku koja, međutim, mora ležati na tijelu;
- d) može se računati s obzirom na bilo koju točku (na tijelu ili izvan tijela);
- e) mora se računati s obzirom na točku oko koje tijelo može rotirati.

33.

Student se vrti na stolcu stalnom brzinom, pri čemu je trenje zanemarivo. Što će se dogoditi ako student raširi ruke?

- a) Njegova kutna brzina će se povećati.
- b) Njegova kutna brzina će ostati jednaka.
- c) Njegov moment inercije će se smanjiti.
- d) Njegova kinetička energija će se povećati.
- e) Njegova kutna količina gibanja će ostati jednaka.

34.

Očuvanje kutne količine gibanja materijalne točke (u odnosu na središte sile) posljedica je

- a) zakona očuvanja ukupne mehaničke energije pri rotaciji;
- b) ravnoteže sila koje djeluju na tijelo i proizvode jednoliku rotaciju;
- c) djelovanja centralne sile;
- d) zakona očuvanja količine gibanja i očuvanja kinetičke energije;
- e) jednakosti tangencijalne i radikalne (centripetalne) akceleracije.

35.

Ako neko kruto tijelo miruje, možemo zaključiti sljedeće (**dva** točna odgovora):

- (a) Na tijelo ne djeluju vanjske sile.
- (b) Na tijelo ne djeluju momenti vanjskih sila.
- (c) Zbroj vanjskih sila koje djeluju na tijelo je jednak nuli.
- (d) Moment svake vanjske sile u odnosu na središte mase tijela je jednak nuli.
- (e) Zbroj momenata vanjskih sila u odnosu na bilo koju točku koje djeluju na tijelo je jednak nuli.

36.

Moment sile iznosa  $M$  koji je paralelan osi rotacije djeluje na kotač polumjera  $R$ . Kada pod djelovanjem tog momenta sile kotač napravi jedan krug, moment sile je obavio rad (**jedan** točan odgovor):

- (a)  $M \cdot R$
- (b)  $M \cdot 2\pi$
- (c)  $M \cdot 2R\pi$
- (d)  $M \cdot 2\pi/R$

37.

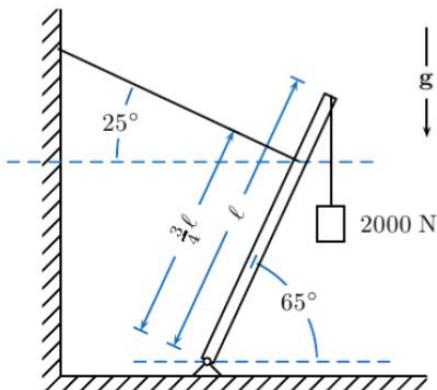
Čovjek je iz središta platforme koja rotira oko učvršćene osi (koja prolazi kroz središte platforme) prešao na njen rub. Kako se pritom promijenila kinetička energija sustava?

- a) povećala se
- b) smanjila se
- c) ostala je jednaka
- d) može se povećati ili smanjiti ovisno o putu koji prelazi čovjek od središta prema rubu
- e) može se povećati ili smanjiti ovisno o masama čovjeka i platforme

## 7. STATIKA

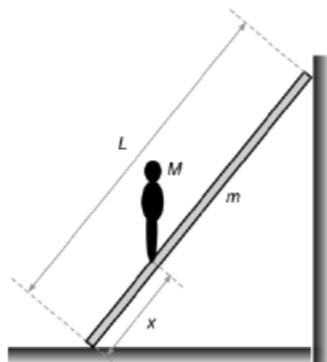
MI 2016

Homogeni štap težine 1200 N je užetom pričvršćen za zid, a na svom donjem kraju je zglobom pričvršćen za tlo (vidi sliku). Tijelo težine 2000 N visi s njegova vrha. Odredite silu napetosti užeta.



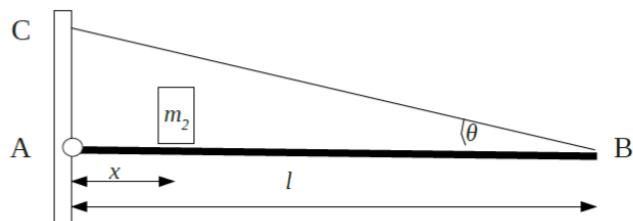
MI 2015

Homogene ljestve mase  $m$  i duljine  $L$  naslonjene su na tlo i na zid, tako da čine kut od  $75^\circ$  sa tlom. Koeficijent trenja između tla i ljestava iznosi 0.2, a između zida i ljestava trenje je zanemarivo. Na koji dio duljine ljestava  $x/L$  se čovjek mase  $M = 3m$  može popeti prije nego što ljestve počnu proklizavati?



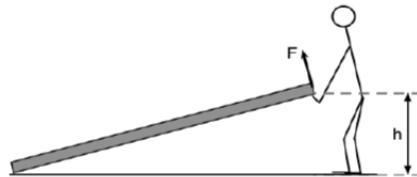
MI 2012

Horizontalni, homogeni štap mase  $m_1=16 \text{ kg}$  i duljine  $l=3\text{m}$  je pričvršćen za vertikalni zid u točki A, s pomoću zgloba. U točki B na drugom kraju štapa, tankom žicom koja zatvara kut  $\theta=35^\circ$  sa horizontalom, pričvršćen je za zid u točki C. Masa  $m_2=24 \text{ kg}$  se može staviti na štap u bilo koju točku štapa. Udaljenost točke štapa gdje se nalazi masa  $m_2$  od zida je  $x$ . (a) Nađite napetost žice kao funkciju od  $x$ . (b) Žica može podnijeti maksimalnu napetost  $440\text{N}$ . Koliki je maksimalni  $x$ ?



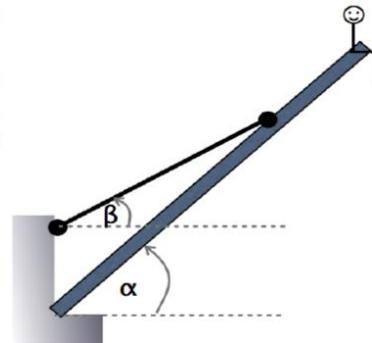
LJIR 2014

Čovjek podržava homogenu gredu djelujući silom na jedan njezin kraj. Sila je okomita na gredu (vidi sliku). Kraj greda se nalazi na visini  $1 \text{ m}$  iznad tla. Greda je dugačka  $3 \text{ m}$ . Koliki je najmanji statički koeficijent trenja između grede i tla potreban, a da greda ne proklizne?



DIR 2013

Tunera (na slici) u Bakarskom zaljevu ima masu  $m_t = 600 \text{ kg}$  i čini kut  $\alpha = 45^\circ$  s horizontalnom ravninom. Uzmite da na vrhu sjedi čovjek mase  $m_c = 100 \text{ kg}$  i da konop čini kut  $\beta = 10^\circ$  s horizontalnom ravninom. Ako je konop pričvršćen na udaljenosti  $1/4$  duljine tunere od njenog vrha, kolika je sila napetosti konopa?



## RJEŠENJA

### KINEMATIKA – zadatci

MI 2017       $v = 5.47 \text{ m/s}$

MI 2014       $a = 1.003 \text{ m/s}^2$

MI 2013       $d = 4.8 \text{ m}$

UJIR 2017       $t = 11.15 \text{ s}; v = 124.4 \text{ m/s}$

UJIR 2013       $t = 5.7 \text{ s}; v = 61 \text{ m/s}; s = 88 \text{ m}$

JIR 2014       $a = -1 \text{ m/s}^2$

JIR 2012       $d = 39.5 \text{ m}; H_{max} = 24.8 \text{ m}$

DIR 2013       $D = 24.197 \text{ m}$

### KINEMATIKA – konceptualna pitanja

1. D
2. D
3. A
4. A
5. C
6. C
7. B

**DINAMIKA - zadatci**

- MI 2015       $T = 425 \text{ N}$
- MI 2012       $a = 4.598 \text{ m/s}^2; F_{12} = 2.0892 \text{ N}; \beta_0 = 9.46^\circ$
- LJIR 2016       $t = \frac{1}{3} \frac{b}{a}; v = 2.5 \text{ m/s}; x(t) = ct + \frac{F_0}{2\sqrt{2}m} t^2; y(t) = -at^3 + \left(b + \frac{F_0}{2\sqrt{2}m}\right) t^2$
- LJIR 2015       $T = 57.1 \text{ N}$
- LJIR 2012       $s = 244 \text{ m}$
- JIR 2017       $a = 1.275 \text{ m/s}^2$  desno
- JIR 2016       $a = 2.5 \text{ m/s}^2$  uz kosinu
- JIR 2014       $v = 9.3 \text{ m/s}$
- JIR 2013       $t = 190.17 \text{ s}$
- DIR 2017       $v = 5.32 \text{ m/s}$
- DIR 2015       $s = 4.62 \text{ m}$

**DINAMIKA – konceptualna pitanja**

1. B
2. C
3. B
4. B

**KRUŽNO GIBANJE – konceptualna pitanja**

1. E
2. B
3. D
4. B, E
5. E
6. C, E
7. D, E
8. B
9. E
10. C

**RAD SILE – zadatci**

MI 2016       $s = 33,93 \text{ m}$      $W = -m\mu * v_0^2 / [2(\mu - \tan \theta)]$

DIR 2013       $P = 377.8 \text{ kW}$

DIR 2012       $W = 4167 \text{ J}$

**RAD SILE – konceptualna pitanja**

1. C
2. B
3. D
4. D
5. A
6. C
7. C
8. C
9. E
10. E
11. D
12. E
13. A, C, E

**ZAKON OČUVANJA ENERGIJE – zadatci**

MI 2017       $W = 3.67 J$

MI 2015       $x = 5.11 m$

MI 2014       $y = 0.8 m; h' = 0.83 m$

MI 2013       $\mu = 0.34; v_3 = 2.55 m/s$

LJIR 2015       $\mu = 0.15$

**ZAKON OČUVANJA KOLIČINE GIBANJA - Zadatci**MI 2017       $h_1 = 0.556 \text{ m}$     $h_2 = 2.222 \text{ m}$ MI 2016       $\frac{m_2}{m_1} = 0.464$  ili  $\frac{m_2}{m_1} = 2.15$ MI 2014       $m = 0.639 \text{ kg}$  ili  $m = 1.002 \text{ kg}$ MI 2013       $\alpha = 18.9^\circ$ MI 2012       $\frac{E'_2}{E_1} = \frac{8}{9}$ LJIR 2017       $v_0 = 454.8 \text{ m/s}$ 

LJIR 2016      30.5 %

LJIR 2015       $v_1 = 6.92 \text{ m/s}$ LJIR 2014       $m_2 = 24.7 \text{ kg}$ JIR 2017       $v_M = 707 \text{ m/s}$ JIR 2016       $\alpha = 15.6^\circ$ JIR 2013       $x = 0.253 \text{ m}$ DIR 2017       $\frac{m_2}{m_1} = 2.16$ DIR 2015       $v'_A = 3.384 \text{ m/s}$     $v'_B = 2.548 \text{ m/s}$ DIR 2014       $Q = 5.6 \text{ J}$ DIR 2012       $v_{granata} = 90.6 \text{ m/s}$ **ZAKON OČUVANJA KOLIČINE GIBANJA – Konceptualna pitanja**

1. A
2. B
3. E
4. C
5. A, D
6. B
7. B
8. D
9. C
10. D

**MEHANIKA KRUTOG TIJELA – Zadatci**

- MI 2017         $s = 12v_0^2/(49\mu g)$
- MI 2016         $v = 1.543 \text{ m/s}$
- MI 2015         $t = 21.84 \text{ s}$
- MI 2014         $\omega = \sqrt{M/A} \operatorname{Tanh}(\sqrt{AM} t/I)$
- MI 2013         $\omega = 20 \text{ s}^{-1}$
- MI 2012         $t = 225 \text{ s}$
- LJIR 2017       $F_{tr} = 8.4 \text{ N}$
- LJIR 2016       $\omega = 22.16 \text{ rad/s}$
- LJIR 2014       $a = \frac{2}{3}g$
- LJIR 2013       $a_{CM} = \frac{3}{4}g \quad N = \frac{mg}{4}$
- LJIR 2012       $t = 1.46 \text{ s}$
- JIR 2017         $A = 2.58 \text{ N/s}^{0.5}$
- JIR 2016         $x = \frac{2}{3}l$
- JIR 2015         $F = 14.4 \text{ N}$
- JIR 2013         $t = 0.1 \text{ s}$
- JIR 2012         $\theta = 1.079^\circ$
- DIR 2017         $F = 15.1 \text{ N}$
- DIR 2014         $v = 517.9 \text{ m/s}$
- DIR 2012         $r_1 = \frac{2}{3}m \quad r_2 = \frac{1}{3}m$

**MEHANIKA KRUTOG TIJELA – Konceptualna pitanja**

1. E
2. D
3. D
4. C
5. D
6. C
7. C, E
8. A, C
9. D
10. D
11. A, D
12. A,D

13. B  
 14. A, B  
 15. C  
 16. C  
 17. B, C  
 18. E  
 19. B, D  
 20. C  
 21. C  
 22. A  
 23. E  
 24. C  
 25. B  
 26. D  
 27. A  
 28. C  
 29. A, C  
 30. C  
 31. A  
 32. D  
 33. E  
 34. C  
 35. C, E  
 36. B  
 37. B

### **STATIKA – Zadatci**

$$\text{MI 2016} \quad T = 1465 \text{ N}$$

$$\text{MI 2015} \quad x/L = 0.828$$

$$\text{MI 2012} \quad x = \frac{l}{m_2} \left( \frac{F_N \sin \theta}{g} - \frac{m_1}{2} \right); \quad x = 2,216 \text{ m}$$

$$\text{LJIR 2014} \quad \mu = 0.28$$

$$\text{DIR 2013} \quad T = 6476 \text{ N}$$