

Završni ispit iz Kvantnih računala (7. veljače 2018.) v.2

Ime, prezime i JMBAG:

Uputa: Odgovore označite (zaokružite) *na ovom papiru*, a u praznom prostoru pored ponuđenih odgovora ili na dodatnim praznim papirima, za svaki zadatak napišite *kratko obrazloženje ili računski postupak*. Točno riješeni zadaci donose tri boda (nema “negativnih bodova”).

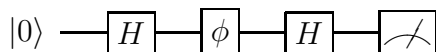
Notacija i terminologija: Vektori $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ i $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ čine ortonormiranu bazu u $\mathcal{H}^{(2)}$. Pri realizaciji qubita stanjima polarizacije fotona, vektori $|0\rangle = |x\rangle$ i $|1\rangle = |y\rangle$ odgovaraju stanjima linearne polarizacije u x -smjeru i u y -smjeru, bazu $\{|x\rangle, |y\rangle\}$ obilježavamo simbolom \oplus , a bazu $\{\frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle \pm |y\rangle)\}$ obilježavamo simbolom \otimes . Pri realizaciji qubita projekcijom spina čestice spinskog kvantnog broja $s = 1/2$ na z -os uzimamo da $|0\rangle$ i $|1\rangle$ odgovaraju projekcijama $\hbar/2$ i $-\hbar/2$. Računalnu bazu u prostoru stanja dvaju qubitova obilježavamo s $\{|ij\rangle = |i\rangle \otimes |j\rangle; i, j = 0, 1\}$.

Zadaci:

1 Hadamardov operator (zaokruži sve istinite tvrdnje)

- (a) je unitaran operator. **točno**
- (b) je Hermitski operator. **točno**
- (c) rotira stanje qubita Blochovoj sferi (BS) za π oko x -osi.
- (d) rotira stanje qubita na BS za $\pi/2$ oko z -osi.
- (e) rotira stanje qubita na BS za $\pi/4$ oko z -osi.

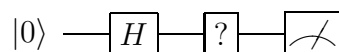
2 Razmatramo kvantni logički krug



gdje je operator ϕ definiran s $|0\rangle \rightarrow |0\rangle$ i $|1\rangle \rightarrow e^{i\phi} |1\rangle$ pri čemu je faza ϕ realan broj. Kolika je vjerojatnost da u mjerenju dobijemo vrijednost 0 tj. da qubit bude izmjeren u stanju $|0\rangle$? (Podsjetnik: $e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$)

- (a) 0
- (b) $\frac{1}{2}(1 - \cos \phi)$
- (c) $\frac{1}{2}(1 + \cos \phi)$ **točno**
- (d) $\cos \phi$
- (e) $\cos^2 \phi$

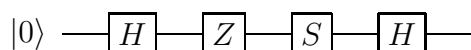
3 Mjerenjem stanja qubita na izlazu iz logičkog kruga



vrijednost 0 dobivamo u 50% slučajeva. Iz toga možemo zaključiti da operator označen upitnikom sigurno *nije* operator

- (a) X
- (b) Y
- (c) Z
- (d) H **točno**
- (e) S

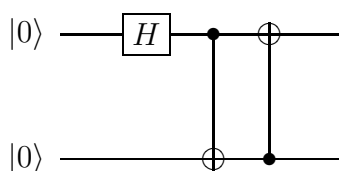
4 Na izlazu iz logičkog kruga



stanje qubita istovjetno je stanju

- (a) $|0\rangle$
- (b) $|1\rangle$
- (c) $|+\rangle$
- (d) $|-\rangle$
- (e) nijednom od navedenih **točno**

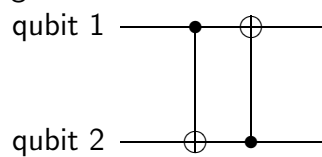
5 Stanje sustava na izlaznoj (desnoj) strani kvantnog logičkog kruga



je

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$
- (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle)$
- (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$
- (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$
- (e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |01\rangle)$ **točno**

6 Shvatimo li kvantni logički krug



kao jedan operator, njegov matrični prikaz je

(a)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

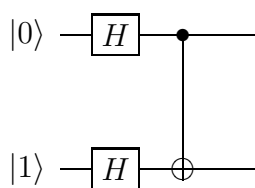
(c)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

točno

(d)
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(e)
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

7 Na desnoj (izlaznoj) strani kvantnog logičkog kruga



dobivamo stanje

(a) $|01\rangle$

(b) $\frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$

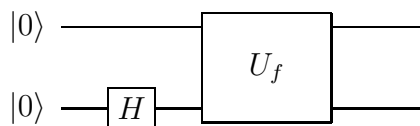
(c) $\frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle)$

točno

(d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$

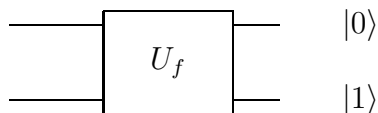
(e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$

- 8 U kvantnom logičkom krugu na slici vrata U_f predstavljaju implementaciju konstantne funkcije f .



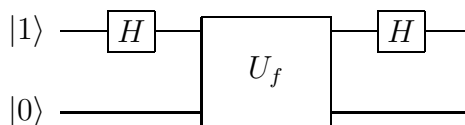
Stanje drugog (donjeg) qubita na izlaznoj (desnoj) strani je

- (a) $|0\rangle$
 - (b) $|1\rangle$
 - (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ **točno**
 - (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$
 - (e) nije moguće prikazati vektorom stanja
- 9 Ako vrata U_f predstavljaju implementaciju funkcije f sa svojstvom $f(0) = f(1) = 1$ te ako na izlaznoj (desnoj) strani kvantnog logičkog kruga



imamo stanje $|01\rangle$, možemo zaključiti da na ulazu u krug imamo stanje

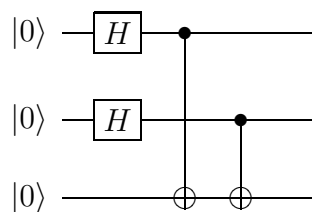
- (a) $|00\rangle$ **točno**
 - (b) $|01\rangle$
 - (c) $|10\rangle$
 - (d) $|11\rangle$
 - (e) situacija sa slike nije moguća
- 10 U kvantnom logičkom krugu na slici vrata U_f su implementacija funkcije f za koju vrijedi $f(0) = f(1) = 1$.



Stanje sustava na izlaznoj (desnoj) strani kruga je

- (a) $|00\rangle$
- (b) $|01\rangle$
- (c) $|10\rangle$
- (d) $|11\rangle$ **točno**
- (e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$

11 Na izlazu iz logičkog kruga



dobivamo stanje

(a) $\frac{1}{2}(|000\rangle + |100\rangle + |010\rangle + |001\rangle)$

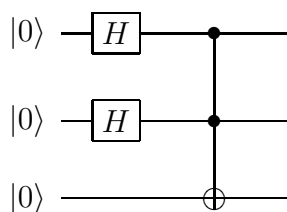
(b) $\frac{1}{2}(|000\rangle + |100\rangle + |010\rangle + |111\rangle)$

(c) $\frac{1}{2}(|000\rangle + |010\rangle + |100\rangle + |110\rangle)$

(d) $\frac{1}{2}(|000\rangle + |010\rangle + |101\rangle + |111\rangle)$

(e) $\frac{1}{2}(|000\rangle + |011\rangle + |101\rangle + |110\rangle)$ **točno**

12 Na izlazu iz logičkog kruga



stanje ciljnog bita je

(a) $|0\rangle$

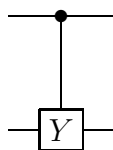
(b) $|1\rangle$

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$

(d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$

(e) nije moguće prikazati vektorom stanja **točno**

13 Matrični prikaz operatora



je

(a)
$$\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

(b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \end{pmatrix}$$

točno

(c)
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(d)
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(e)
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

14 Pretražujemo li bazu veličine 10^{10} Groverovim algoritmom potrebno nam je kvantno računalno s približno

(a) 10 qubita.

(b) 17 qubita.

(c) 34 qubita. **točno**

(d) 10^{10} qubita.

(e) $\sqrt{10^{10}}$ qubita.