

KVANTNA RAČUNALNA
Završni ispit - 6. veljače 2018.

Ime i prezime:
Mat. br.:

Z1 U prostoru $\mathcal{H}^{(2)}$ su zadana dva operatora - kvantna vrata: S vrata Hadamarda

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$$

i Paulijeva X vrata. Definiran je operator

$$W = \frac{1}{\sqrt{2}}[S, X].$$

(a) Da li je operator W Hermitski? (b) Da li operator W može predstaviti kvantna vrata? Objasnite pozitivan ili negativan odgovor!

Z2 Zadana su " $\pi/8$ " ili T vrata ovako

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{pmatrix}.$$

Izračunajte djelovanje T na vektore koji čine Hadamardovu bazu. Izračunajte kako djeluje operator T^\dagger na qubit $|p\rangle$ dobijen ovako

$$|p\rangle = T|+\rangle$$

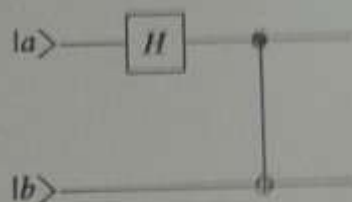
tj. dobiven djelovanjem T na jedan od vektora iz Hadamardove baze.

Z3 Dana su dvoqubitna stanja u prostoru $\mathcal{H}_1^{(2)} \otimes \mathcal{H}_2^{(2)}$

$$|\psi\rangle = \frac{|00\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}} \quad \text{ i } \quad |\phi\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}.$$

(Prepoznajte Bellova stanja!) Izračunajte $X \otimes I|\psi\rangle$ i $I \otimes Z|\phi\rangle$ gdje su X i Z Paulijeva vrata, a I je operator identiteta.

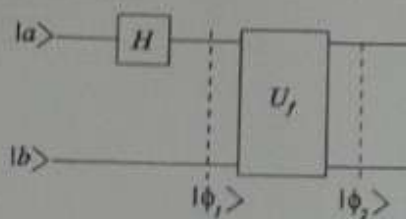
Z4 Kvantna mreža izgleda ovako



tj. ona je kombinacija Hadamardovih i CNOT vrata. Pronađi vrijednost stanja $|a\rangle$ da se dobije (jedno) Bellovo stanje. Bellova stanja dana su ovako

$$\begin{aligned} |b_1\rangle &= \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}} & |b_2\rangle &= \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}} \\ |b_3\rangle &= \frac{|00\rangle - |11\rangle}{\sqrt{2}} & |b_4\rangle &= \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Z5 Zadana je sljedeća kvantna mreža



Funkcija U_f definirana je ovako

$$U_f|x, y\rangle = |x, y \oplus f(x)\rangle.$$

Izračunajte $|\phi_2\rangle$ ako je $|a\rangle = |0\rangle$ i $|b\rangle = |0\rangle$.

Z6 Opišite kanonsku i Hadamardovu bazu i odgovarajuće operatore koji ih povezuju. Podsjetite se računa vlastitih vrijednosti Paulijevih vrata povezanih s jednom i drugom bazom.

Z7 Opišite ulogu kontrolnog bita u kvantnim i klasičnim vratima. Ilustrirajte njegovu ulogu u jednom konkretnom primjeru kvantnih vrata, npr. CH vrata gdje H predstavlja Hadamardova vrata.

Z8 Opišite ulogu projektora u mjerenju na kraju kvantne mreže ili algoritma. Uzmite primjer mjerenja na jednom od zadataka u ovom ispitu i pokažite kako se provodi proces mjerenja.

Z9 Opišite što pruža Deutsch-Jozsa algoritam.

