

Druga domaća zadaća iz Kvantnih računala (13. siječnja 2017.)

Ime i prezime:

Rok za predaju zadaće: na predavanju 20. siječnja. **Uputa:** Gledate li u elektronički dokument, otisnite ga. Odgovore *označite (zaokružite) na ovom papiru*. Osim toga, u praznom prostoru pored ponuđenih odgovora ili na dodatnim praznim papirima, za svaki zadatak *napišite kratko obrazloženje ili računski postupak*. Točno riješeni zadaci donose po jedan bod (nema “negativnih bodova”).

Notacija i terminologija: Uzimamo da vektori $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ i $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ čine ortonormiranu bazu u $\mathcal{H}^{(2)}$. Kad se radi o stanjima polarizacije fotona, koristimo $|0\rangle \rightarrow |x\rangle$, $|1\rangle \rightarrow |y\rangle$, bazu $\{|x\rangle, |y\rangle\}$ obilježavamo simbolom \oplus , a bazu $\{\frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle \pm |y\rangle)\}$ obilježavamo simbolom \otimes . Računalnu bazu u sustavu dvaju qubitova obilježavamo s $\{|ij\rangle = |i\rangle \otimes |j\rangle; i, j = 0, 1\}$, a u prikazu vektor-stupcem imamo npr. $|01\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Pojam *entanglement* prevodimo sa *spregnutost*.

Zadaci:

- 1 Neka su stanja $|0\rangle$ i $|1\rangle$ svojstvena stanja operatora energije (hamiltonijana) qubita pri čemu stanju $|0\rangle$ odgovara energija $\hbar\omega$, a stanju $|1\rangle$ odgovara energija 0. Ako se qubit početno nalazi u stanju $|0\rangle$, on će se u stanju $|1\rangle$ naći nakon vremena

- (a) $2\pi/\omega$
- (b) $\sqrt{2}\pi/\omega$
- (c) π/ω
- (d) $\pi/(2\omega)$
- (e) ∞ (neće se naći u tom stanju) **točno**

- 2 Koje od navedenih stanja sustava dvaju qubitova nije “normirano na jedinicu”?

- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$ **točno**
- (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$
- (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle)$
- (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$
- (e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$

- 3 U koja dva od pet navedenih stanja sustava dvaju qubitova se oni nalaze u spregnutom stanju?

- (a) $\frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$
- (b) $\frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$ **točno**
- (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |11\rangle)$
- (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$ **točno**
- (e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |01\rangle)$

4 Matrični prikaz operatora $\sigma_x \otimes \sigma_y$ koji djeluje u prostoru stanja dvaju qubitova je

(a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ **točno**

(b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(e) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

5 Sustav dvaju qubitova je realiziran projekcijama spinova dvaju čestica ($s = 1/2$) na z -os, a nalazi se u stanju

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle).$$

Očekivana vrijednost projekcije spina prve čestice na z -os iznosi

(a) $-\hbar$

(b) $-\hbar/2$

(c) 0 **točno**

(d) $+\hbar/2$

(e) $+\hbar$

- 6 Sustav dvaju qubitova je realiziran projekcijama spinova dvaju čestica ($s = 1/2$) na z -os, a nalazi se u stanju

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle).$$

Operator stanja prvog qubita glasi

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

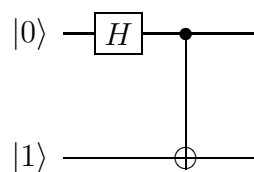
(b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

(d) $\begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}$ **točno**

(e) $\begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix}$

- 7 Stanje prvog (gornjeg) qubita na izlaznoj (desnoj) strani kvantnog logičkog kruga



je

(a) $|0\rangle$

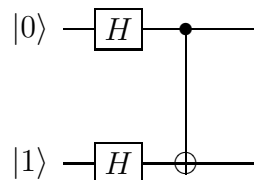
(b) $|1\rangle$

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$

(d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$

(e) nije moguće prikazati vektorom stanja **točno**

- 8 Na desnoj (izlaznoj) strani kvantnog logičkog kruga



dobivamo stanje

(a) $|01\rangle$

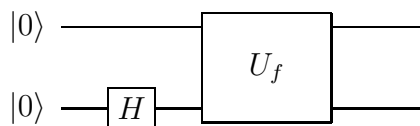
(b) $\frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$

(c) $\frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle)$ **točno**

(d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$

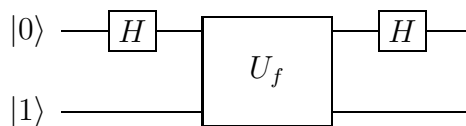
(e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$

- 9 U kvantnom logičkom krugu na slici vrata U_f predstavljaju implementaciju uravnotežene funkcije f .



Stanje drugog (donjeg) qubita na izlaznoj (desnoj) strani je

- (a) $|0\rangle$
 - (b) $|1\rangle$
 - (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ **točno**
 - (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$
 - (e) nije moguće prikazati vektorom stanja
- 10 U kvantnom logičkom krugu na slici vrata U_f su implementacija funkcije f za koju vrijedi $f(0) = 1$ i $f(1) = 1$.



Stanje sustava na izlaznoj (desnoj) strani kruga je

- (a) $|00\rangle$ **točno**
- (b) $|01\rangle$
- (c) $|10\rangle$
- (d) $|11\rangle$
- (e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$