

Završni ispit iz Kvantnih računala (30. siječnja 2020.)

Ime, prezime i JMBAG:

Uputa:

- Ispit se sastoji od 10 zadataka u obliku pitanja s ponuđenim odgovorima.
- Odgovore koje smatrate točnima označite (zacrnite) na posebnom obrascu. Mogu se pojaviti zadaci u kojima je potrebno označiti više od jednog ponuđenog odgovora.
- U praznom prostoru pored zadatka ili na dodatnim papirima napišite obrazloženje ili računski postupak koji vas je doveo do rješenja koje smatrate točnim.
- Točno riješeni zadatak donosi 4 boda. Kazneni (negativni) bodovi se ne obračunavaju.

Notacija i terminologija:

- Vektori $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ i $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ čine ortonormiranu bazu u $\mathcal{H}^{(2)}$.
- Pri realizaciji qubita stanjima polarizacije fotona, vektori $|0\rangle = |x\rangle$ i $|1\rangle = |y\rangle$ odgovaraju stanjima linearne polarizacije u x -smjeru i u y -smjeru, bazu $\{|x\rangle, |y\rangle\}$ obilježavamo simbolom \oplus , a bazu $\{\frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle \pm |y\rangle)\}$ obilježavamo simbolom \otimes .
- Pri realizaciji qubita projekcijom spina čestice spinskog kvantnog broja $s = 1/2$ na z -os uzimamo da $|0\rangle$ i $|1\rangle$ odgovaraju projekcijama $\hbar/2$ i $-\hbar/2$.
- Računalnu bazu u prostoru stanja dvaju qubitova obilježavamo s $\{|ij\rangle = |i\rangle \otimes |j\rangle; i, j = 0, 1\}$.
- Gornji (najviši) qubit na grafičkom prikazu logičkog kruga jest lijevi (najlijeviji) qubit u prikazu stanja u računalnoj bazi.

1 Qubit se nalazi u stanju

$$|\phi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle.$$

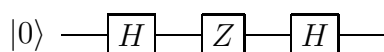
Želimo li taj qubit dovesti u stanje

$$|\phi'\rangle = \beta |0\rangle + \alpha |1\rangle,$$

u prikazu stanja na Blochovoj sferi moramo provesti

- (a) rotaciju za π oko x -osi. **točno**
- (b) rotaciju za π oko y -osi.
- (c) rotaciju za π oko z -osi.
- (d) rotaciju za $\pi/2$ oko z -osi.
- (e) — ništa od gore navedenog.

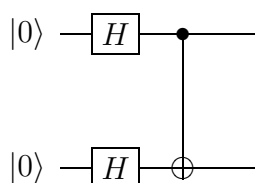
2 Na izlazu iz logičkog kruga



stanje qubita istovjetno je stanju

- (a) $|0\rangle$
- (b) $|1\rangle$ **točno**
- (c) $|+\rangle$
- (d) $|-\rangle$
- (e) nijednom od navedenih

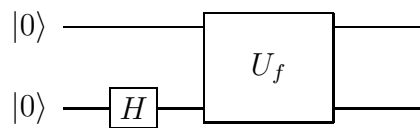
3 Na desnoj (izlaznoj) strani kvantnog logičkog kruga



dobivamo stanje

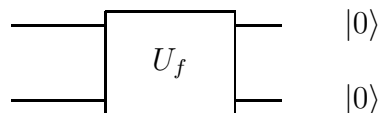
- (a) $\frac{1}{2}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$ **točno**
- (b) $\frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$
- (c) $\frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle)$
- (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$
- (e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$

- 4 U kvantnom logičkom krugu na slici vrata U_f predstavljaju implementaciju uravnotežene funkcije f .



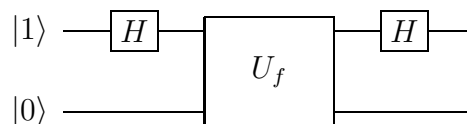
Stanje drugog (donjeg) qubita na izlaznoj (desnoj) strani je

- (a) $|0\rangle$
 - (b) $|1\rangle$
 - (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ **točno**
 - (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$
 - (e) nije moguće prikazati vektorom stanja
- 5 Ako vrata U_f predstavljaju implementaciju funkcije f sa svojstvom $f(0) = 1$, $f(1) = 1$, te ako na izlaznoj (desnoj) strani kvantnog logičkog kruga



imamo stanje $|00\rangle$, možemo zaključiti da na ulazu u krug imamo stanje

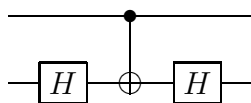
- (a) $|00\rangle$
 - (b) $|01\rangle$ **točno**
 - (c) $|10\rangle$
 - (d) $|11\rangle$
 - (e) — takva situacija nije moguća
- 6 U kvantnom logičkom krugu na slici vrata U_f su implementacija funkcije f za koju vrijedi $f(0) = f(1) = 1$.



Stanje sustava na izlaznoj (desnoj) strani kruga je

- (a) $|00\rangle$
- (b) $|01\rangle$
- (c) $|10\rangle$
- (d) $|11\rangle$ **točno**
- (e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$

7 Kvantni logički krug prikazan slikom



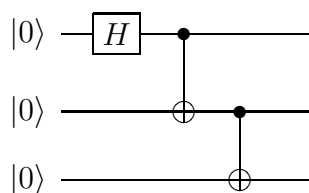
jest implementacija operatora

$$U_f |x\rangle = e^{i\phi} (-1)^{f[x]} |x\rangle, \quad \phi \in \mathbb{R}, \quad x = 00, 01, 10, 11,$$

gdje je $f[x] = 0$ za svaki x osim za $x = w$, za koji vrijedi $f[w] = 1$. Odredi w .

- (a) $w = 00$
- (b) $w = 01$
- (c) $w = 10$
- (d) $w = 11$ **točno**
- (e) Ništa od navedenog (nema rješenja).

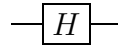
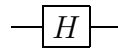
8 Na izlazu iz kvantnog logičkog kruga



stanje sustava je:

- (a) $|000\rangle$
- (b) $|111\rangle$
- (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |111\rangle)$ **točno**
- (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |100\rangle)$
- (e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |110\rangle)$

9 Matrični prikaz dvoqubitnog operatora



je

(a) $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ **točno**

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

(d) $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(e) $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

10 Za pohranu matričnog prikaza općenitog operatora 16-qubitnog kvantnog računala u memoriji klasičnog računala (npr. pri simulaciji izvođenja kvantnog algoritma) potrebno je približno (uzmite da je svaki skalar matrice kompleksan broj te da za pohranu jednog realnog broja koristimo osam (8) bajtova)

(a) 0.5 MB memorijskog prostora.

(b) 1 MB memorijskog prostora.

(c) 35 GB memorijskog prostora.

(d) 70 GB memorijskog prostora. **točno**

(e) — još (znatno) više od toga.

prazan papir 1

prazan papir 2

prazan papir 3