

Kvantna računala, međuispit, 29. studenog 2021.

Ime, prezime i JMBAG:

Uputa:

- Ispit se sastoji od 10 zadataka u obliku pitanja s ponuđenim odgovorima.
- Odgovore koje smatrate točnima označite (zacrnite) na posebnom obrascu. Mogu se pojaviti zadaci u kojima je potrebno označiti više od jednog ponuđenog odgovora.
- U praznom prostoru pored zadatka ili na dodatnim papirima napišite obrazloženje ili računski postupak koji vas je doveo do rješenja koje smatrate točnim.
- Točno riješeni zadatak donosi 4 boda. Kazneni (negativni) bodovi se ne obračunavaju.

Notacija i terminologija:

- Vektori $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ i $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ čine ortonormiranu bazu u $\mathcal{H}^{(2)}$.
- Pri realizaciji kvantnog bita projekcijom spina čestice spinskog kvantnog broja $s = 1/2$ na os z uzimamo da $|0\rangle$ i $|1\rangle$ odgovarju projekcijama $\hbar/2$ i $-\hbar/2$.
- Računalnu bazu u prostoru stanja dvaju qubitova obilježavamo s $\{|ij\rangle = |i\rangle \otimes |j\rangle; i, j = 0, 1\}$.

1 Koji od navedenih vektora su normirani? // Which of the following vectors are normalized?

(a) $\sqrt{\frac{2}{3}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{3}}|1\rangle$ **točno**

(b) $\frac{1}{\sqrt{3}}|0\rangle + \frac{2}{\sqrt{3}}|1\rangle$

(c) $\frac{2}{\sqrt{5}}|0\rangle + \frac{i}{\sqrt{5}}|1\rangle$ **točno**

(d) $\frac{3}{5}|0\rangle - i\frac{2}{5}|1\rangle$

(e) $\frac{3}{\sqrt{25}}|0\rangle + \frac{4}{\sqrt{25}}|1\rangle$ **točno**

2 Koja dva od navedenih vektora čine ortonormiranu bazu u $\mathcal{H}^{(2)}$? // Which two of the following vectors comprise an orthonormal basis in $\mathcal{H}^{(2)}$?

(a) $\frac{4}{5}|0\rangle + \frac{3i}{5}|1\rangle$

(b) $\frac{\sqrt{3}}{2}|0\rangle - \frac{1}{2}|1\rangle$ **točno**

(c) $\frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ **točno**

(d) $\frac{4}{5}|0\rangle - \frac{3}{5}|1\rangle$

(e) $\frac{3}{5}|0\rangle - \frac{4}{5}|1\rangle$

3 Koji (dva ili više) od navedenih vektora predstavljaju isto stanje kvantnog bita? // Which (two or more) of the following kets represent the same qubit state?

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ **točno**

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}(i|0\rangle + i|1\rangle)$ **točno**

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(-|0\rangle - |1\rangle)$ **točno**

(d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)$

(e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)$

4 Kvantni bit nalazi se u stanju // The state of the qubit is

$$\frac{\sqrt{3}}{2}|0\rangle - \frac{i}{2}|1\rangle.$$

Vjerojatnost mjerenja tog kvantnog bita u stanju // Probability of measuring this qubit in the state

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\phi}|1\rangle)$$

najmanja je za // is smallest for

- (a) $\phi = +\pi$.
- (b) $\phi = +\pi/2$. **točno**
- (c) $\phi = 0$.
- (d) $\phi = -\pi/2$.
- (e) $\phi = -\pi$.

5 Alice i Bob uspostavljaju tajni ključ protokolom BB84, a Eve prisluškuje komunikaciju. Ako Alice za neki bit ključa odabere vrijednost 0 i bazu \oplus te Bob također odabere bazu \oplus , kolika je vjerojatnost da će Bob za vrijednost tog bita dobiti vrijednost 1? // *Alice and Bob are establishing a secret encryption key using the BB84 protocol with Eve eavesdropping their communication. If Alice chooses value 0 and base \oplus for certain qubit, and Bob chooses the same base \oplus , what is the probability that Bob measures bit value 1?*

- (a) 0
- (b) $1/4$ **točno**
- (c) $1/2$
- (d) $3/4$
- (e) 1

6 Očekivana vrijednost operatora // *The expectation value of the operator*

$$|0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0|$$

u sustavu koji se nalazi u stanju // *in a system which is in the state*

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)$$

je: // *is:*

- (a) 1
- (b) $1/\sqrt{2}$
- (c) 0 **točno**
- (d) $-1/\sqrt{2}$
- (e) -1

7 Ako je hamiltonijan kvantnog bita // *If the Hamiltonian of a qubit is*

$$H = \frac{\hbar\omega}{2} |0\rangle\langle 0| - \frac{\hbar\omega}{2} |1\rangle\langle 1| \quad (\omega > 0)$$

te ako je početno stanje kvantnog bita // *and if the initial state of the qubit is*

$$\frac{1}{\sqrt{5}}(2|0\rangle + |1\rangle),$$

taj će se kvantni bit naći u stanju // *that qubit will find itself in the state*

$$\frac{1}{\sqrt{5}}(2|0\rangle - |1\rangle)$$

nakon vremena // *after the time*

(a) $\frac{\pi}{2\omega}$

(b) $\frac{\pi}{\omega}$ **točno**

(c) $\frac{3\pi}{2\omega}$

(d) $\frac{2\pi}{\omega}$

(e) — to se neće dogoditi. // — *that will not happen.*

8 U kojima od navedenih stanja sustava dvaju kvantnih bitova su stanja kvantnih bitova spregnuta? // *In which of the following two-qubit states are the states of the qubits entangled?*

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |01\rangle)$

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + i|11\rangle)$ **točno**

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + i|10\rangle)$ **točno**

(d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ **točno**

(e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |11\rangle)$

9 Matrica // *The matrix*

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

odgovara tenzorskom produktu // *corresponds to the tensor product*

(a) $\sigma_1 \otimes \sigma_1$

(b) $\sigma_1 \otimes \sigma_2$

(c) $\sigma_2 \otimes \sigma_2$

(d) $\sigma_2 \otimes \sigma_3$ **točno**

(e) $\sigma_3 \otimes \sigma_3$

- 10 Sustav dvaju kvantnih bitova realiziran je projekcijama spinova dviju čestica ($s = 1/2$) na os z . Sustav se nalazi u stanju // *The system of two qubits is realized by projections of spins ($s = 1/2$) onto the z -axis. The state of the system is*

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle).$$

Očekivana vrijednost zbroja projekcija spinova čestica na z -os iznosi // *The expectation value of the sum of the projections of the spins of the particles onto the z -axis is*

- (a) $-\hbar$
- (b) $-\hbar/2$
- (c) 0 **točno**
- (d) $+\hbar/2$
- (e) $+\hbar$