

Prva domaća zadaća iz kvantnih računalā (11. studenog 2016., v.2)

Ime i prezime:

Rok za predaju zadaće: na predavanju 18. studenog.

Uputa: Gledate li u elektronički dokument, otisnite ga. Odgovore *označite (zaokružite) na ovom papiru*. Osim toga, u praznom prostoru pored ponuđenih odgovora ili na dodatnim praznim papirima, za svaki zadatak napišite *kratko obrazloženje ili račnski postupak*. Točno riješeni zadaci donose po jedan bod (nema "negativnih bodova").

Notacija: Uzimamo da vektori $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ i $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ čine ortonormiranu bazu u $\mathcal{H}^{(2)}$. Kad se radi o stanjima polarizacije fotona, koristimo $|0\rangle \rightarrow |x\rangle$, $|1\rangle \rightarrow |y\rangle$, bazu $\{|x\rangle, |y\rangle\}$ obilježavamo simbolom \oplus , a bazu $\{\frac{1}{\sqrt{2}}(|x\rangle \pm |y\rangle)\}$ obilježavamo simbolom \otimes .

Zadaci:

1 Koji od navedenih vektora *nije* "normiran na jedinicu"?

(a) $|0\rangle - i|1\rangle$ **točno**

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$

(c) $\frac{1}{2}|0\rangle - \frac{\sqrt{3}}{2}i|1\rangle$

(d) $\frac{3}{5}|0\rangle + \frac{4}{5}|1\rangle$

(e) $\frac{5}{13}|0\rangle - \frac{12}{13}i|1\rangle$

2 Koja dva od pet navedenih vektora čine ortonormiranu bazu u $\mathcal{H}^{(2)}$?

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)$

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$

(c) $\frac{1}{2}|0\rangle + \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$ **točno**

(d) $\frac{1}{2}|0\rangle - \frac{\sqrt{3}}{2}|1\rangle$

(e) $\frac{\sqrt{3}}{2}|0\rangle - \frac{1}{2}|1\rangle$ **točno**

3 Qubit se nalazi u stanju $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)$. Amplituda vjerojatnosti nalaženja tog qubita u stanju $\frac{3}{5}i|0\rangle + \frac{4}{5}|1\rangle$ je

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i)$

(b) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\frac{3}{5}i + \frac{4}{5})$

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i)$

(d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\frac{3}{5}i - \frac{4}{5})$

(e) $-\frac{7}{5\sqrt{2}}i$ **točno**

- 4 Qubit se nalazi u stanju $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$. Vjerojatnost da taj qubit bude izmjeren u stanju $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)$ iznosi
- (a) 0
 - (b) $1/4$
 - (c) $1/2$ **točno**
 - (d) $1/\sqrt{2}$
 - (e) 1
- 5 Koja dva od pet navedenih vektora predstavljaju (na Blochovoj sferi) isto stanje qubita?
- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}(i|0\rangle + i|1\rangle)$
 - (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$
 - (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)$ **točno**
 - (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(i|0\rangle - |1\rangle)$
 - (e) $\frac{1}{\sqrt{2}}(i|0\rangle + |1\rangle)$ **točno**
- 6 Koja dva od pet navedenih operatora su hermitski operatori?
- (a) $|0\rangle\langle 0|$ **točno**
 - (b) $|0\rangle\langle 1|$
 - (c) $i|1\rangle\langle 1|$
 - (d) $|0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$ **točno**
 - (e) $|0\rangle\langle 0| + i|1\rangle\langle 1|$
- 7 Projekcija stanja qubita $\frac{3}{5}|0\rangle + \frac{4}{5}|1\rangle$ na stanje $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ je:
- (a) $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$
 - (b) $\frac{3}{5\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{4}{5\sqrt{2}}|0\rangle$
 - (c) $\frac{4}{5\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{3}{5\sqrt{2}}|0\rangle$
 - (d) $\frac{4}{5}|0\rangle + \frac{3}{5}|1\rangle$
 - (e) $\frac{7}{10}(|0\rangle + |1\rangle)$ **točno**

8 Matrični prikaz

$$\begin{pmatrix} 0 & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

odgovara operatoru:

- (a) $|0\rangle\langle 0|$
- (b) $|1\rangle\langle 0|$
- (c) $i|0\rangle\langle 1|$ **točno**
- (d) $|0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$
- (e) $|0\rangle\langle 0| + i|1\rangle\langle 1|$

9 Očekivana vrijednost operatora prikazanog Paulijevom matricom σ_3 u sustavu koji se nalazi u stanju $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)$ je:

- (a) 1
- (b) $1/\sqrt{2}$
- (c) 0 **točno**
- (d) $-1/\sqrt{2}$
- (e) -1

10 Tablica prikazuje uspostavljanje tajnog ključa protokolom BB84. Označite stupac u kojem možemo uočiti da je komunikacija bila prisluškivana.

Alice:	1	1	0	1	0	1	1	0	1	...
	\otimes	\otimes	\otimes	\oplus	\oplus	\otimes	\otimes	\oplus	\oplus	...
	\oslash	\oslash	\oslash	\ominus	\oplus	\oslash	\oslash	\oplus	\ominus	...
Bob:	\oplus	\oplus	\oplus	\oplus	\otimes	\otimes	\oplus	\oplus	\oplus	...
	1	0	1	1	1	0	0	0	1	...