

Ispitni rok iz Matematike 2

18. rujna 2013.

1. a) Iskažite i dokažite Leibnizov kriterij za konvergenciju alternirajućih redova.
b) Odredite običnu i apsolutnu konvergenciju reda

$$\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^3-n}.$$

◇

2. Zadana je funkcija

$$f(x) = \ln(3x^2 + 2).$$

Razvijte tu funkciju u Maclaurinov red. Nadite radijus konvergencije tog reda i ispitajte ponašanje tog reda u rubovima intervala konvergencije.

◇

3. a) Neka je $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 3$ i $\angle(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{6}$. Odredite vektore stranica \vec{a} i \vec{b} paralelograma čije su dijagonale dane vektorima $\vec{d}_1 = 2\vec{m} + \vec{n}$ i $\vec{d}_2 = 3\vec{m} - 2\vec{n}$.
b) Izračunajte iznos površine tog paralelograma.
c) Izračunajte volumen paralelepipeda razapetog vektorima \vec{a} , \vec{b} i $\vec{a} \times \vec{b}$.

◇

4. Odredite pravac p koji je sadržan u xOy -ravnini, prolazi ishodištem i okomit je na pravac određen ravninama

$$3x + y = 1 \quad \text{i} \quad y + 2z = 3.$$

◇

5. Primjenom deriviranja integrala po parametru α izračunajte integral

$$I(\alpha) = \int_0^{\infty} \frac{1 - e^{-\alpha x}}{xe^x} dx, \quad \alpha \geq 0.$$

Vrijeme pisanja je **150min**. Nije dozvoljena uporaba računala niti priručnika. Svaki zadatak nosi 5 bodova.
Na drugoj stranici su preostali zadaci.

6. a) Iskažite i dokažite nuždan uvjet za lokalni ekstrem funkcije $f(x, y)$ dvije varijable.
b) Nađite i karakterizirajte lokalne ekstreme funkcije

$$f(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2).$$

◇

7. Pronađite sve točke na elipsi

$$x^2 + 3y^2 = 9$$

najbliže točki $(1, 0)$. Dokažite da se radi o minimumima.

Uputa: Minimizirajte kvadrat udaljenosti.

◇

8. Odredite sve krivulje za koje je suma odsječaka tangente na koordinatnim osima konstanta i jednaka 4.

me mora biti pozitivan

◇

9. Metodom snižavanja reda nađite opće rješenje diferencijalne jednačine

$$y'' + y'^2 = e^{-y}.$$

$$y'' + y'^2 = e^{-y}$$

◇

10. Riješite linearnu diferencijalnu jednačinu

$$y^{IV} - y'' = e^x \sin x.$$

Vrijeme pisanja je **150min**. Nije dozvoljena uporaba računala niti priručnika. Svaki zadatak nosi 5 bodova.
Na drugoj stranici su preostali zadaci.