

1. a) (1 bod) Definirajte skalarnu projekciju vektora \vec{b} na \vec{a}
- b) (3 boda) Napišite skalarnu projekciju vektora $\vec{b} = 3\vec{m} - 4\vec{n}$ na vektor $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n}$ ako je $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = 2$ i $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$.
2. a) (3 boda) Tačkom je pravac p u vektorskom obliku $\vec{r} = \vec{r}_0 + \lambda \vec{a}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, i tačka T_1 svojih vektorskom \vec{r}_1 . Napišite formulu za udaljenost Tačke T_1 od pravca p , te skicirajte sliku.
- b) (2 boda) Zadana je trokut $A(3, 0, 1)$, $B(5, 2, 3)$, $C(3, 5, 2)$. Odredite dužinu visine h_c iz vrha C .
3. Zadana je ploha $z = k(x^2 + y^2)$ gdje je k neki realan broj:
- a) (3 boda) Odredite ko tačkom da je presjek plohe $z = k(x^2 + y^2)$ s ravninom $z = 1$ kružnica radijusa 1. Imenujte i skicirajte tu plohu.
- b) (2 boda) Skicirajte nivo krivulje plohe pod a) za $C = 0, 2, 4$ te odredite nivo krivulje koja prolazi stacionarnom tačkom te plohe.
4. (4 boda) Visina pravilnog valjka se smanjuje brzinom od 3 mm/s dok se radijus povećava brzinom 2 mm/s. Kolika je brzina $\frac{dV}{dt}$ promjene volumena V u trenutku kada je radijus $r = 50$ mm, a visina $v = 100$ mm? Upota: Izvazite volumen V kao funkciju radijusa i visine.
5. a) (5 bodova) Napišite i ispitaite tačke lokalnih ekstrema funkcije $z = \arctg(x+y)$ uz uvjet $x^2 + y^2 = 8$.
- b) (2 boda) Neka je $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ diferencijabilna funkcija i neka je s $P(x, y) = 0$ zadana ploha. Dokazite da za Lagrangeovu funkciju $L(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda P(x, y)$ vrijedi:
- $$\frac{\partial^2 L}{\partial x \partial x}(T_0) dx + \frac{\partial^2 L}{\partial y \partial y}(T_0) dy = 0; \quad T_0 \text{ proizvodna tačka na plohi } P(x, y) = 0$$
6. a) Definirajte opslutnu konvergenciju reda brojeva $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. (1 bod)
- b) (2 boda) Koje su od slijedećih tvrdnji tačne, a koje nprav. (Dokazite protuprijetu F)
1. Ako je red konvergentan, onda je i opslutno konvergentan
 2. Ako je red opslutno konvergentan, onda je i konvergentan
- c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n + \sqrt{n}}$ Ispitati konvergenciju
7. a) (4 boda) Funkciju $f(x) = (3 + e^{-x})^2$ razvijte u Taylorov red oko $a = 0$ te odredite pripadni radijus konvergencije.
- b) (1 bod) Izračunajte koeficijent koji u Taylorovom razvoju funkcije f stoji uz potenciju x^3 .
8. (5 bodova) Napišite krivulju koja prolazi tačkom $(2, 1)$ i u svakoj tački (x_0, y_0) te krivulje njena normala ima koeficijent smjera jednak $\frac{2x_0 y_0}{y_0^2 - x_0^2}$.
9. Riješi: $2y'' + 4y' + 2y = e^x$ (5 bodova)

10. (1) a) Definirajte Wronskijon $W(y_1, y_2)(x)$ funkcija $y_1(x)$ i $y_2(x)$
- (1) b) Dokazite da $W(y_1, y_2)(x) \neq 0$ potvrdi da su y_1, y_2 linearne nezavisne funkcije
- (3) c) $y_1(x), y_2(x)$ l.u.r. $\rightarrow y'' + 9y = 0$ $g \in \mathbb{R}$ Napišite: y_1, y_2 za $g < 0, g = 0, g > 0$ i spoznajite $W(y_1, y_2)$ u svim slučajevima ne ovise o x