

Jesenski rok iz Matematike 2

09. rujna 2013.

1. a) Odredite konvergenciju i apsolutnu konvergenciju

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n t g \frac{2n+3}{n^2-1}$$

- b) Izrazite teorem koji povezuje konvergenciju i apsolutnu konvergenciju.

♦

2. a) Zadanu jednadžbu razviti u red oko $x_0=8$ i odrediti polumjer konvergencije

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 16x + 55}$$

- b) Koristeći razvoj pod a) izračunati sumu

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-2)^{2n+1}}{2n+1} \frac{1}{3^{2n+2}}$$

♦

3. a) Koliko iznosi kut između jediničnih vektora kojima je skalarni umnožak -1?

- b) Koje uvjete zadovoljavaju ne-nul vektori s vektorskim umnoškom \rightarrow_0

- c) Vrijede li pravila komutativnosti kod skalarnog i vektorskog umnoška?

- d) Postoje li x_1, \dots, x_n i y_1, \dots, y_n da vrijedi:

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = 2 \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2}$$

- e) Definirajte linearnu nezavisnost vektora.

♦

4. Odredite površinu trokuta razapetog sa tri pravca:

$$\frac{x}{1} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-4}{-2} \quad \frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+4}{-3} \quad \frac{x-5}{-1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+5}{1}$$

♦

5. Zadana je jednadžba:

$$F(\alpha) = \int_1^{e^2} \frac{\ln(\alpha x)}{\sqrt{x}} dx$$

Izračunajte $F'(2e-2)$.

♦

6. a) Neka je $z=f(x, y)$ i $T(x_0, y_0)$. Definirajte $(\frac{\partial f}{\partial x})_0$.

b) Pronađite $a \in \mathbb{R}$ takav da funkcije $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ i $z = a(x^2 + y^2) + \frac{5}{2}$ u jednoj od točaka imaju zajedničku tangencijalnu ravninu $3x + 4y - 5z = 0$. Pronađite i tu točku.

♦

7. Od svih pravokutnih paralelopipeda s jednakim volumenom V nađite onaj s najmanjim oplošjem O .

♦

8. Riješite diferencijalnu jednadžbu pronalaskom Eulerovog množitelja

$$xy^3 dx = (x^2 y + 2y) dy$$

♦

9. Riješite Cauchyjev problem

$$\begin{aligned} xyy' + y^2 &= 1 \\ y(1) &= 2 \end{aligned}$$

♦

10. a) Pokažite da uz rješenja diferencijalne jednadžbe $y_1 = e^x$ i $y_2 = e^{-x}$ postoji i rješenje $y = ch(x)$.

b) Napišite homogenu linearnu jednadžbu s konstantnim koeficijentima najmanjeg stupnja s rješenjima $1, e^x, xe^x, \sin(2x), \cos(2x)$.

♦