$5, 9, 12, 9, 6, 3, 1\}$, $h[n] = \{1, 1, 1\}$

9. Signal je fenomen koji nosi neku informaciju. Obično je varijacija neke fizikalne veličine. Svojstva nezavisne varijable klasificiraju signale kao kontinuirane (D: neprekinut i neprebrojiv skup $D \subseteq \mathbb{R}$) ili diskretne (D: prebrojiv skup $D \subseteq \mathbb{Z}$). Ako je kodomena K prebrojiv skup, onda govorimo o kvantiziranom signalu. Diskretan i kvantiziran signal je digitalan signal. Kontinuiran i nekvantiziran signal je analogan signal. Kada mjerenu veličinu karakterizira skup signala, govori se o vektorskom signalu. Primjer kontinuiranog i nekvantiziranog signala može biti neka fizikalna veličina koju mjerimo u prirodi kao što su primjerice tlak, temperatura, vlažnost, itd. Primjer diskretnog i kvantiziranog signala može biti digitalni audio CD a vektorskog signala više kanalni audio (stereo), EKG, fotografija, video snimka itd.

13.c

$$X(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-j\omega n} = \mathrm{DTFT}[x[n]]$$

$$|X(\omega)| = \left| \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-j\omega n} \right| = \left| \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \cos(\omega n) - j \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \sin(\omega n) \right| = \left| Re[X(\omega)] + j\, Im[X(\omega)] \right|$$

$$|X(-\omega)| = \left| \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{j\omega n} \right| = \left| \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \cos(\omega n) + j \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] \sin(\omega n) \right| = \left| Re[X(\omega)] - j\, Im[X(\omega)] \right|$$

može biti digitalni audio CD, a vektorskog signala više kanalni audio (stereo), EKG, fotografija, video snimka itd.

13.c $X(w) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-jwn} = DTFT[x(n)]$

$$|X(w)| = \left|\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{-jwn}\right| = \left|\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\cos(wn) - j\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\sin(wn)\right| = \left|Re[X(w)] + j\,Im[X(w)]\right|$$

$$|X(-w)| = \left|\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n] e^{jwn}\right| = \left|\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\cos(wn) + j\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]\sin(wn)\right| = \left|Re[X(w)] - j\,Im[X(w)]\right|$$

$$|X(w)| = |X(-w)| = \sqrt{Re^2[X(w)] + Im^2[X(w)]}$$

14.b
$$x[n] = \begin{cases} 1, & n=0 \\ -1, & n=1 \\ 0, & \text{inače} \end{cases}$$

$$X(e^{jwn}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-jwn} = x[0]e^{-jw0} + x[1]e^{-jw1} = 1\cdot\cos 0 + 1\cdot j\sin 0 + (-1)\cdot\cos w - (-1)j\sin w$$
$$= 1 - \cos w + j\sin w$$

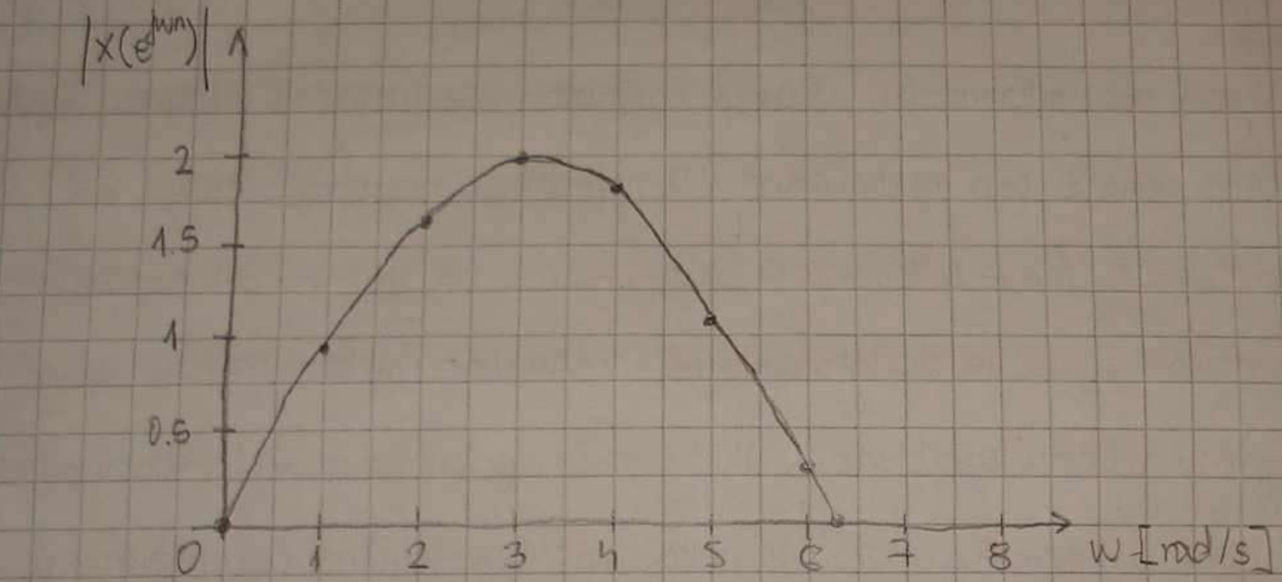
$$|X(e^{jwn})| = \sqrt{Re^2[X(w)] + Im^2[X(w)]} = \sqrt{(1-\cos w)^2 + \sin^2(w)} = \sqrt{1 - 2\cos(w) + \cos^2(w) + \sin^2(w)}$$
$$= \sqrt{2 - 2\cos(w)}$$

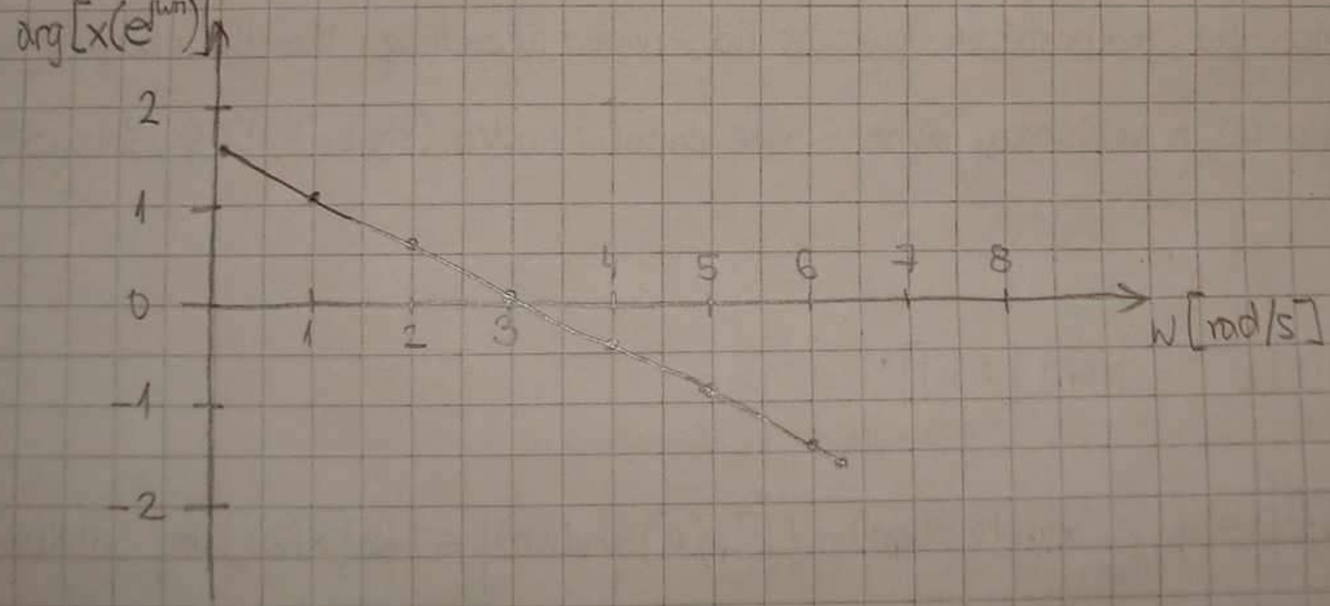
$$\arg[X(e^{jwn})] = \operatorname{arctg}\frac{Im[X(w)]}{Re[X(w)]} = \frac{\sin(w)}{1-\cos(w)}$$

$$\frac{1}{h[0]}\left(y[n] - \sum_{i=1}^{n} u[n-i]h[i]\right)$$

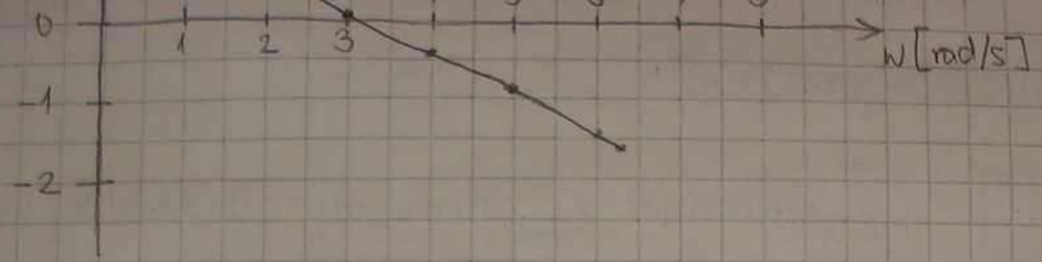
$[n] = \{1,1,1\}$

$= \{5,9,$





15.a) $h[n] = \{\underline{1},2,3,4\}$ $\quad H(e^{jw}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)\, e^{-jwk}$



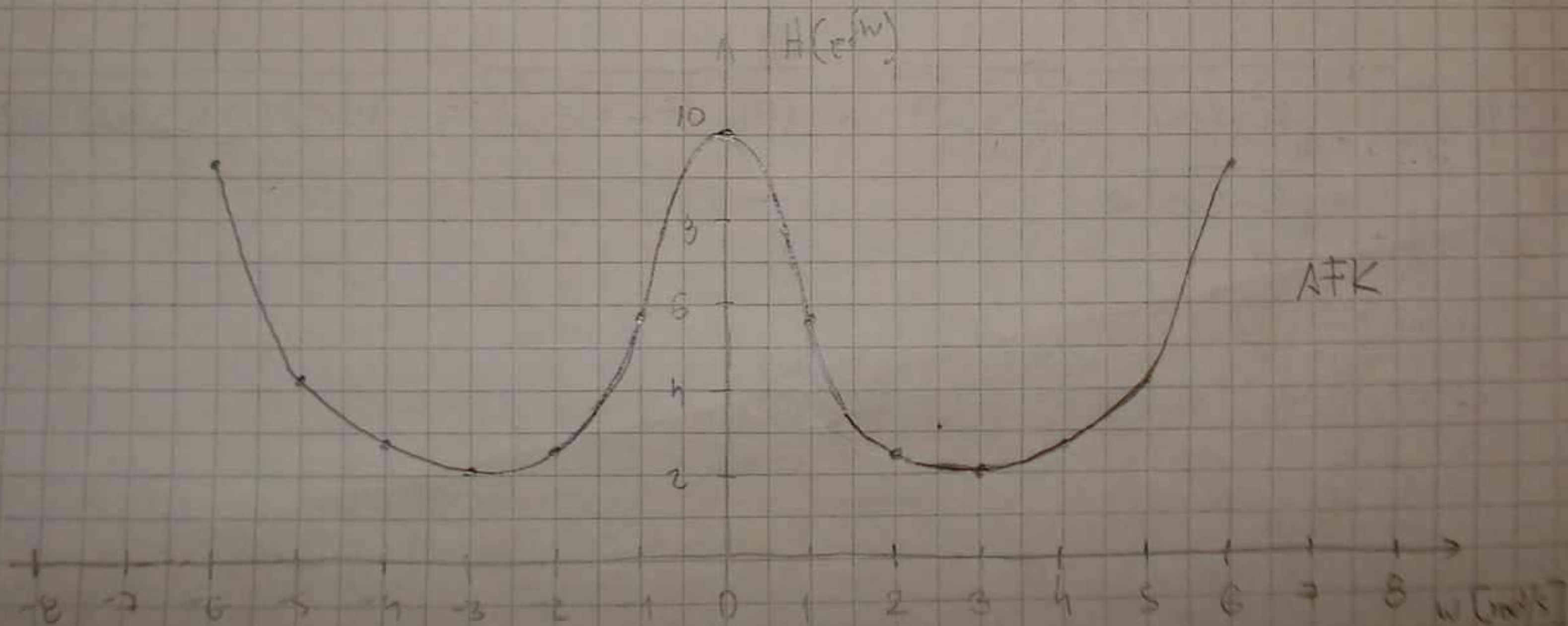
15.a $h[n] = \{\underline{1}, 2, 3, 4\}$ $\qquad H(e^{jw}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)\, e^{-jwk}$

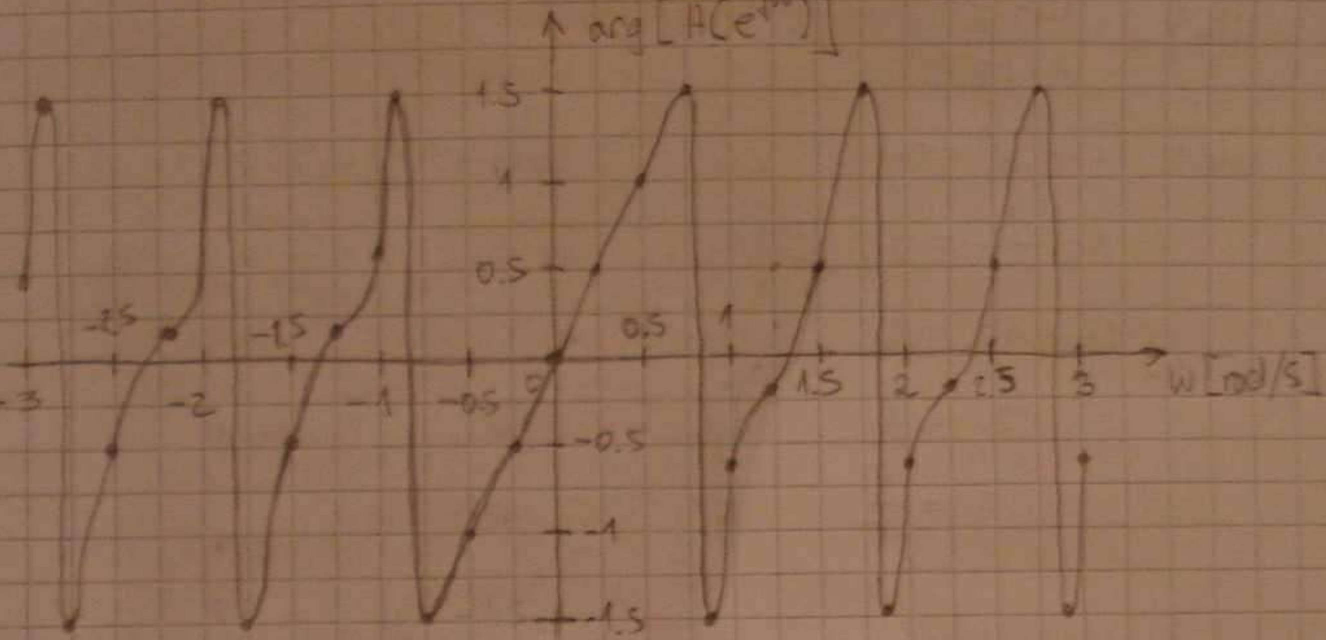
$$H(e^{jw}) = 1 \cdot e^{-jw0} + 2 \cdot e^{-jw1} + 3 \cdot e^{-jw2} + 4 \cdot e^{-jw3}$$

$$= 1 + 2\cos w + 3\cos 2w + 4\cos 3w - j(2\sin w + 3\sin 2w + 4\sin 3w)$$

$$|H(e^{jw})| = \sqrt{(1 + 2\cos w + 3\cos 2w + 4\cos 3w)^2 + (2\sin w + 3\sin 2w + 4\sin 3w)^2}$$

$$\arg[H(e^{jw})] = \operatorname{arctg} \frac{Im[H(e^{jw})]}{Re[H(e^{jw})]} = \operatorname{arctg} \frac{2\sin w + 3\sin 2w + 4\sin 3w}{1 + 2\cos w + 3\cos 2w + 4\cos 3w}$$





Utjecaj kašnjenja: $h_1[n] = \{\underline{0}, 1, 2, 3, 4\}$

$$H_1(e^{j\omega}) = 0\cdot e^{-j\omega 0} + 1e^{-j\omega 1} + 2e^{-j\omega 2} + 3e^{-j\omega 3} + 4e^{-j\omega 4}$$

$$= \left(1e^{-j\omega 0} + 2e^{-j\omega 1} + 3e^{-j\omega 2} + 4e^{-j\omega 3}\right) e^{-j\omega 1}$$

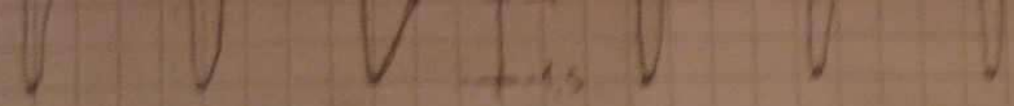
$$= H(e^{j\omega})\cdot e^{-j\omega}$$

$|H_1(e^{j\omega})| = |H(e^{j\omega})|$ i $\angle H_1(e^{j\omega}) = \angle H(e^{j\omega}) - \omega$

Kašnjenje ne utječe na amplitudu, a faza je uvećana za $-\omega$!!

$$\tau(\omega) = -\frac{d\theta(\omega)}{d\omega} = \frac{-d}{d\omega}\left(\operatorname{arctg}\frac{2\sin\omega+3\sin2\omega+4\sin3\omega}{1+2\cos\omega+3\cos2\omega+4\cos3\omega}\right)' = \qquad (\operatorname{arctg}x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$= -\frac{1}{1+\left(\frac{2\sin\omega+3\sin2\omega+4\sin3\omega}{\ldots}\right)^2} =$$



Utjecaj kašnjenja: $h_1[n] = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$$H_1(e^{jw}) = 0 \cdot e^{-jw0} + 1e^{-jw1} + 2e^{-jw2} + 3e^{-jw3} + 4e^{-jw4}$$

$$= \left(1e^{-jw0} + 2e^{-jw1} + 3e^{-jw2} + 4e^{-jw3}\right) e^{-jw1}$$

$$= H(e^{jw})\, e^{-jw}$$

$$|H_1(e^{jw})| = |H(e^{jw})| \quad ; \quad \angle H_1(e^{jw}) = \angle H(e^{jw}) - w$$

Kašnjenje ne utječe na amplitudu, a faza je uvećana za $-w$!!

$$\tau(w) = -\frac{d\theta(w)}{dw} = \frac{-d}{dw}\left(\mathrm{arctg}\,\frac{2\sin w + 3\sin 2w + 4\sin 3w}{1 + 2\cos w + 3\cos 2w + 4\cos 3w}\right)' = \qquad (\mathrm{arctg}\,x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

$$= -\frac{1}{1 + \left[\left(\frac{2\sin w + 3\sin 2w + 4\sin 3w}{1 + 2\cos w + 3\cos 2w + 4\cos 3w}\right)'\right]^2} =$$

$$= \ldots = ??$$ neki složeni izraz

$u[n] = \frac{1}{h[0]}\left(y[n] - \sum_{i=1} \ldots\right)$

$y[n] = \{$

17.a $\quad H(z) = \dfrac{1 - r^{-1} z^{-1}}{1 - r z^{-1}}, \quad 0 < r < 1$

nule: $1 - r^{-1} z^{-1} = 0$

$$1 - \frac{1}{rz} = 0 \;/\cdot rz$$

$$rz - 1 = 0$$

$$rz = 1$$

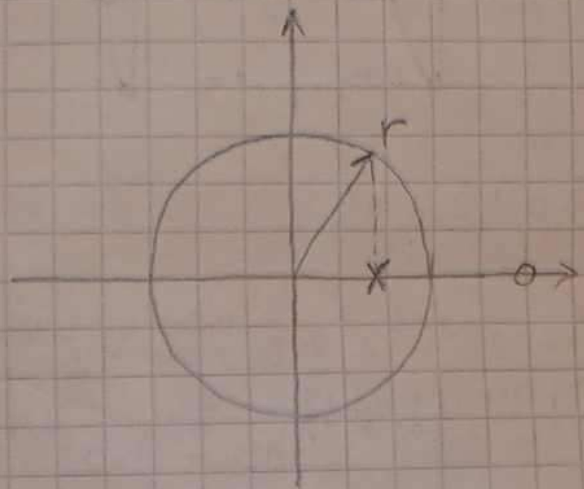
$$z = \frac{1}{r}$$

polovi: $1 - r z^{-1} = 0$

$$1 - \frac{r}{z} = 0 \;/\cdot z$$

$$z - r = 0$$

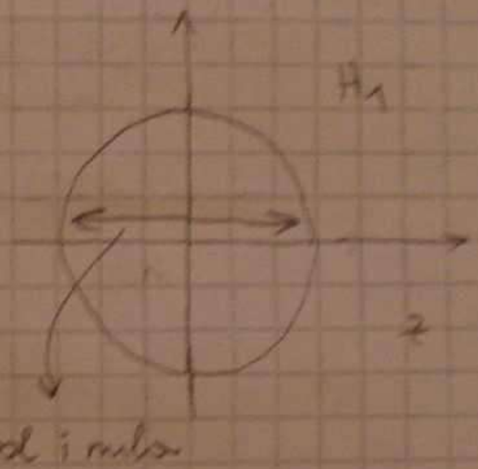
$$z = r$$



Pol je uvijek unutar jedinične kružnice. Kako r raste i pol i nula se približavaju jediničnoj kružnici, a u graničnom slučaju se poništavaju. Sustav je uvijek stabilan. Nula je inverzna polu s obzirom na jediničnu kružnicu. Sustav s nulama unutar jedinične kružnice je sustav s minimalnom fazom. Takav parametar r ne postoji budući je $0 < r < 1$

Pol je uvijek unutar jedinične kružnice. Kako r raste, pol i nula se približavaju jediničnoj kružnici, a u graničnom slučaju se poništavaju. Sustav je uvijek stabilan. Nula je inverzna polu s obzirom na jediničnu kružnicu. Sustav s nulama unutar jedinične kružnice je sustav s minimalnom fazom. Taj parametar r ne postoji budući je $0 < r < 1$

(16) $|a| < 1, \ |b| < 1 \ ; \ a, b \in \mathbb{R} \ ; \ H_1(z) = \frac{z+b}{z+a} \ ; \ H_2(z) = \frac{bz+1}{z+a}$



Sustav H_1:

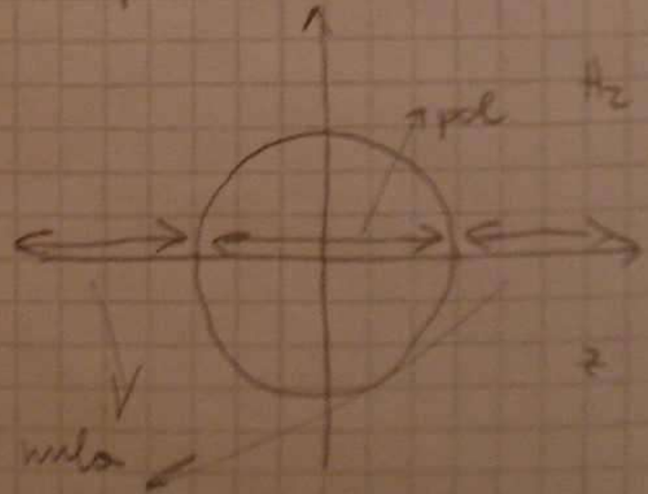
$z+b=0 \Rightarrow z=-b \Rightarrow n=-b \rightarrow$ nule

$z+a=0 \Rightarrow z=-a \Rightarrow p=-a \rightarrow$ polovi

Sustav H_2:

$bz+1=0 \Rightarrow z=-\frac{1}{b} \Rightarrow n=-\frac{1}{b} \rightarrow$ nule

$z+a=0 \Rightarrow z=-a \Rightarrow p=-a \rightarrow$ polovi



H_1 je minimalno fazni, a H_2 nije.

Trebalo bi biti $|b| > 1$ za H_2 da bi nule bile unutar kružnice!!