Sveučilište u Zagrebu
Fakultet elektrotehnike i računarstva
Zavod za elektroničke sustave i obradbu informacija

Dekonvolucija i inverzni sustav

Prva laboratorijska vježba iz Obradbe informacija (FER-2)

Tomislav Petković

1. Uvod

Laboratorijske vježbe iz Obradbe informacija se izvode na računalu. Za vježbe se koristi programski sustav MATLAB. Osim osnovnih mogućnosti programskog sustava MATLAB koristimo i modul Simulink koji je vizualni alat za simuliranje sustava. S MATLAB-om i Simulink-om ste se upoznali na LiV-u MATLAB.

2. Priprema

Prije svake vježbe potrebno se pripremiti za vježbu tako da ponovite teoriju s predavanja vezanu uz gradivo vježbe te tako da riješite sve pripremne zadatke.

Kako je ovo prva laboratorijska vježba ako niste upoznati s programskim sustavom MATLAB prisjetite se kako se pišu m-funkcije te kako se koristi Simulink. Kao podsjetnik vam osim materijala korištenih na LiV-u MATLAB može poslužiti i priručnik Kratke upute za korištenje MATLAB-a koji je dostupan na stranicama predmeta.

2.1. Pripremni zadaci

Prije dolaska na laboratorijsku vježbu pročitajte sve zadatke koje ćemo raditi. Primijetite da uz neke zadatke piše (PRIPREMA). To su zadaci koje morate riješiti prije dolaska na vježbu. Rješenja uredno napišite **rukom** na papiru. U zaglavlje svakog papira s pripremom napišete vaše ime i prezime te JMBAG.

Pripremni zadaci su: 3.1-1a), 3.2-1a), 3.2-1b), 3.2-2a), 3.2-3a), 3.2-3b), 3.2-3c).

2.2. Eliminacijska pitanja

Prilikom pripreme za vježbu morate usvojiti osnovne pojmove vezane uz temu vježbe. Tijekom laboratorijske vježbe nastavnik vam može postaviti neko od dolje navedenih eliminacijskih pitanja. Ukoliko ne znate odgovoriti na eliminacijsko pitanje vježba se boduje s nula bodova bez mogućnosti nadoknade.

Eliminacijska pitanja vezana uz prvu laboratorijsku vježbu su:

1) Definirajte kauzalni signal.
2) Definirajte antikauzalni signal.
3) Navedite izraz za konvoluciju dva vremenski diskretna signala $x[n]$ i $y[n]$.
4) Definirajte stabilnost sustava u BIBO smislu.
5) Navedite kriterij stabilnosti kauzalnog vremenski diskretnog sustava prema položaju polova i nula sustava.

Upute su dostupne putem internetski stranica http://www.fer.unizg.hr/predmet/obrinf/laboratorij.
Molimo da eventualne primjedbe i uočene pogreške šaljete e-poštom na adresu tomislav.petkovic.jr@fer.hr.

6) Navedite kriterij stabilnosti antikauzalnog vremenski diskretnog sustava prema položaju polova i nula sustava.

7) Definirajte amplitudnu frekvencijsku karakteristiku stabilnog kauzalnog vremenski diskretnog vremenski nepromjenjivog linearnog sustava.

8) Definirajte faznu frekvencijsku karakteristiku kauzalnog stabilnog vremenski diskretnog vremenski nepromjenjivog linearnog sustava.

9) Kada je vremenski diskretan vremenski nepromjenjiv linearan sustav minimalno fazni?

10) Kada je vremenski diskretan vremenski nepromjenjiv linearan sustav maksimalno fazni?

3. Rad u laboratoriju

Prije početka rada uključite dnevnik (naredba `diary`). Bez obzira na dnevnik također vam preporučamo da rješenje svakog zadatka spremite kao MATLAB m-skriptu ili Simulink model čije ime sadrži redni broj zadatka.

Bodove iz laboratorija stječete tijekom vježbi. Prva laboratorijska vježba nosi osam bodova. Točno napisana priprema vam donosi četiri boda, i to bod za svaki od pripremnih zadataka 3.1-1, 3.2-1, 3.2-2 i 3.2-3. Rad na vježbi donosi vam četiri boda na način da dobro uklonjena jeka u zadatku 3.2-1 donosi 1 bod, u 3.2-2 također 1 bod i u zadatak 3.2-3 dva boda.

Svaki student može samo jednom demonstrirati rješenje zadatka. Dakle ako je demonstrirano rješenje zadatka krivo ne dobivate bodove. NEMA popravnih zadataka!

Dio zadataka označen je kao (PRIPREMA), dok je dio označen kao (ZA ONE KOJI ŽELE ZNATI VIŠE). Zadatke za pripremu ste riješili prije vježbi, dok zadatke za one koji žele znati više ne trebate rješavati. Predlažemo da ih preskočite te se vratite na njih ako obavezne zadatke završite prije predviđenog vremena.

3.1. Kratko o vremenski diskretnim sustavima

Prvi dio ove laboratorijske vježbe se bavi vremenski diskretnim sustavima opisanim diferencijskom jednadžbom sa stalnim koeficijentima i namijenjen je ponavljaju te upoznavanju s MATLAB-om i Simulinkom.

Općenito kauzalan vremenski diskretan vremenski nepromjenjiv linearan sustav možemo opisati diferencijskom jednadžbom sa stalnim koeficijentima

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \cdots + a_k y[n-k] = b_0 u[n] + b_1 u[n-1] + \cdots + b_l u[n-l].$$

Ako su svi koeficijenti a_i osim a_0 jednaki nuli govorimo o sustavu s impulsnim odzivom konačnog trajanja ili FIR sustavu (od eng. *finite impulse response*).

Ako je barem jedan od koeficijenata od a_1 do a_k različit o nule govorimo o sustavu s impulsnim odzivom beskonačnog trajanja ili IIR sustavu (od eng. *infinite impulse response*).

15 minuta **Zadatak 3.1-1 Vremenski diskretni sustav s impulsnim odzivom konačnog trajanja (FIR)**

U ovom zadatku razmatramo vremenski diskretni sustav drugog reda opisan diferencijskom jednadžbom sa stalnim koeficijentima

$$y[n] = u[n+1] - 2u[n] + u[n-1]$$

a) (PRIPREMA) Je li zadani sustav kauzalan? Je li zadani sustav stabilan? Je li zadani sustav minimalno fazni? Je li zadani sustav maksimalno fazni?

Odziv vremenski diskretnog sustava s impulsnim odzivom konačnog trajanja na pobudu konačnog trajanja možemo odrediti računanjem konvolucijske sume impulsnog odziva i pobude korištenjem naredbe conv:

```
» h = [1 -2 1];                % definiramo impulsni odziv
» x = sin(pi/3*[0:31]);        % definiramo pobudu
» y = conv(x, h);              % računamo odziv sustava
» stem([-1:32], y);            % crtamo odziv, primijetite da smo morali
                               % pomaknuti vrijeme jer MATLAB ne zna u
                               % kojem koraku se nalazi prvi uzorak niza y
```

b) Korištenjem naredbe conv odredite i nacrtajte odziv sustava iz a) dijela zadatka na pobude:

1. $x_1[n] = \sin\left(\frac{\pi n}{3}\right)$
2. $x_2[n] = \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)$

Ograničite trajanje zadane pobude tako da možete koristiti naredbu conv i tako da odzivi imaju barem nekoliko stotina uzoraka. Objasnite odzive koje ste dobili. Kako bi izgledao odziv sustava na signal $x_1[n] + x_2[n]$?

Temeljem poznavanja impulsnog odziva sustava i odziva sustava na nepoznatu pobudu možemo odrediti nepoznatu pobudu postupkom koji se naziva dekonvolucija. Jedna moguća izvedba dekonvolucije jest polinomno dijeljenje za što se u MATLAB-u koristi naredba deconv. Dekonvolucija implementirana kao polinomno dijeljenje NE mora biti numerički stabilna! Kao i kod naredbe conv postupak je primjenjiv samo za sustave koji imaju impulsni odziv konačnog trajanja:

```
» h = [1 -2 1];                % definiramo impulsni odziv
» x = sin(pi/3*[0:300]);       % definiramo pobudu
» y = conv(x, h);              % računamo odziv sustava
» [xq, xr] = deconv(y, h);     % iz y i h računamo pobudu sustava
» stem(xq-x)                   % crtamo razliku stvarne i rekonstuirane
                               % pobude, obratite pažnju na veličinu greške
```

c) Korištenjem naredbe deconv iz rezultata podzadatka c) odredite i nacrtajte ulaz sustava za pobude $x_1[n]$ i $x_2[n]$. Što možete reći o numeričkoj stabilnosti dekonvolucije? Kako se ponaša pogreška kada se korak n povećava?

25 minuta

Zadatak 3.1-2 Vremenski diskretni sustav s impulsnim odzivom beskonačnog trajanja (IIR)

Kauzalni vremenski diskretni vremenski nepromjenjivi linearni sustavi drugog reda s impulsnim odzivom beskonačnog trajanja (IIR) mogu se opisati ulazno-izlaznom diferencijskom jednadžbom sa stalnim koeficijentima

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + a_2 y[n-2] = b_0 u[n] + b_1 u[n-1] + b_2 u[n-2]$$

kojoj je pridružena prijenosna funkcija

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}.$$

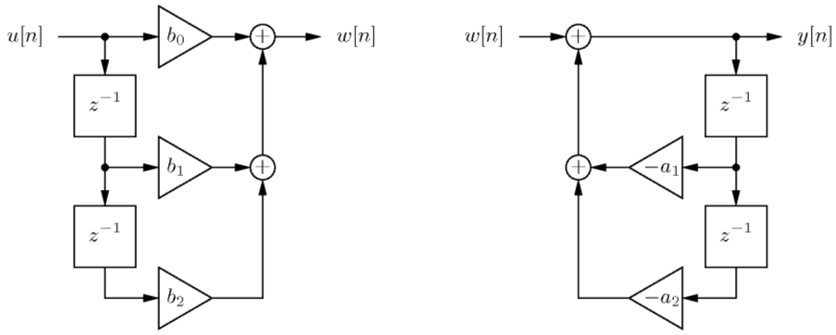
Ne smanjujući općenitost pretpostavimo da je prvi koeficijent $a_0 = 1$. Uvedemo li novi signal $w[n]$ možemo jednostavno realizirati sustave

$$y[n] + a_1 y[n-1] + a_2 y[n-2] = w[n]$$

i

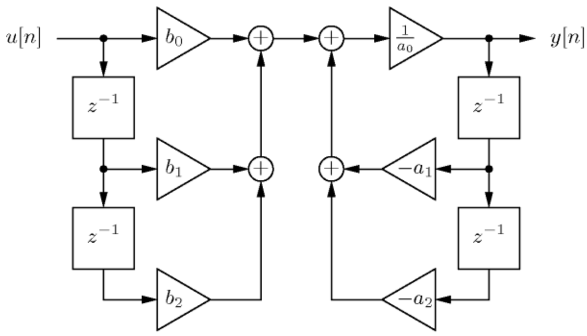
$$w[n] = b_0 u[n] + b_1 u[n-1] + b_2 u[n-2].$$

kako je prikazano slikom 1.

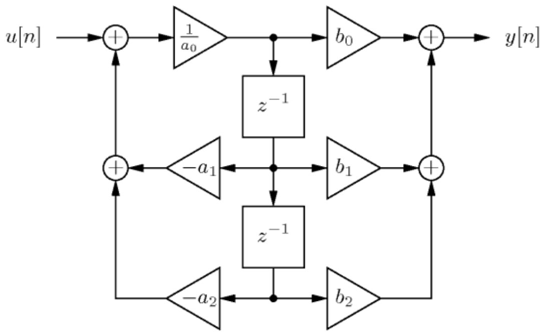


Slika 1. Sastavni elementi direktne realizacije

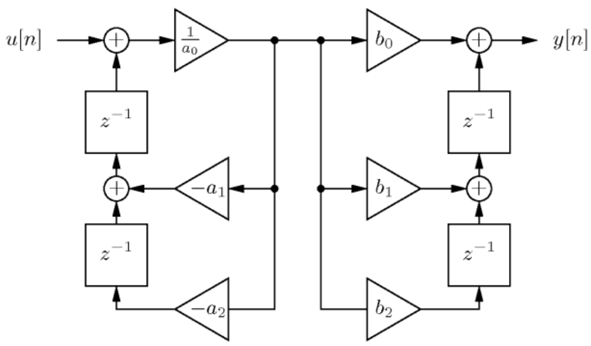
Spajanjem dobivenih podsustava sa slike 1. u kaskadu dobivamo razne oblike direktne realizacije polaznog sustava koji su prikazani na slici 2. Sve realizacije u kojima se izravno pojavljuju do na predznak neizmijenjeni koeficijenti diferencijske jednadžbe spadaju u direktne realizacije. Pri tome se uobičajeno koristi direktna II realizacija zbog dvostruko manjih zahtijeva za pohranom podataka.



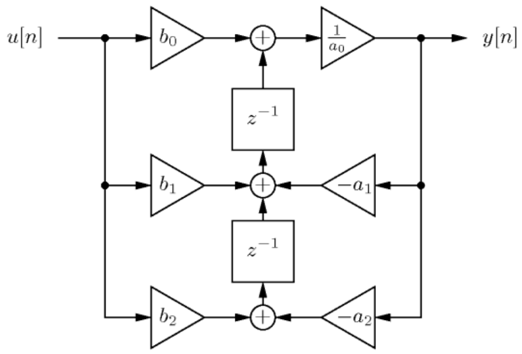
Direktna I realizacija



Direktna II realizacija



Transponirana direktna I realizacija



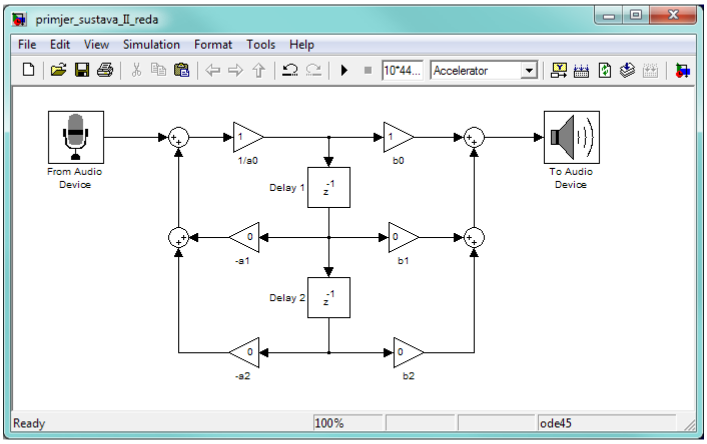
Transponirana direktna II realizacija

Slika 2. Razne direktne realizacije

Koristimo li Simulink za simuliranje sustava drugog reda obično crtamo direktnu II realizaciju (slika 3.).

Želimo li raditi obradbu signala u stvarnom vremenu korištenjem Simulinka poželjno je koristiti blokove iz skupine `Signal Processing Blockset` te zatim u `Simulation` izborniku odabrati `Accelerator` način simulacije kako bi ubrzali simulaciju. Ako korišteni blokovi to podržavaju `Accelerator` način simulacije temeljem nacrtanog modela generira C/C++ kod koji se zatim prevodi[1]. Takav način simulacije donosi značajno ubrzanje, no prilikom svake izmjene modela potrebno je pričekati na prevođenje.

Dodatno, u `Simulation` izborniku je moguće kroz stavku `Configuration Parameters` odabrati način rješavanja sustava kojeg smo nacrtali. Kako se na ovom predmetu bavimo isključivo vremenski diskretnim sustavima uz stalni period očitavanja poželjno je odabrati postupak rješavanja prilagođen vremenski diskretnim sustavima sa stalnim korakom odabirom parametara `Fixed-step` i `discrete (no continous states)` iz odgovarajućih padajućih izbornika.



Slika 3. Model sustava II reda nacrtan u Simulinku

Sustavi drugog reda se mogu analizirati i bez korištenja Simulinka izravno u MATLAB-u. Za svaki sustav potrebno je definirati dva vektora od kojih jedan sadrži sve koeficijente nazivnika, a drugi sve koeficijente brojnika pripadne prijenosne funkcije sustava. Tada za kreiranje objekta koji opisuje sustav koristimo naredbu `tf`, za određivanje impulsnog odziva koristimo naredbu `impulse`, za određivanje odziva na jedinični skok naredbu `step`, za određivanje odziva na bilo koju pobudu naredbu `filter` itd. Pokažimo na primjeru kako možemo definirati sustav opisan diferencijskom jednadžbom sa stalnim koeficijentima

$$y[n+2] - 0{,}98y[n+1] + 0{,}91y[n] = u[n],$$

zatim kako možemo odrediti njegove karakteristike, izračunati odziv sustava na impuls i drugo:

```
» A = [1 -.98 .91];          % koeficijenti nazivnika prijenosne funkcije
» B = 1;                     % koeficijenti brojnika prijenosne funkcije
» s = tf(B, A, 1)            % definiramo sustav opisan jednadžbom
                             % y(n+2) - 0.98y(n+1) + 0.91y(n) = u(n)
Transfer function:           % treći argument je vrijeme očitavanja
         1                   % i moramo ga zadati kako bi MATLAB znao
-------------------          % da se radi o diskretnom sustavu
z^2 - 0.98 z + 0.91

Sampling time: 1
» impulse(s)                 % crtamo impulsni odziv sustava
» step(s)                    % crtamo odziv na jedinični skok
» pzmap(s)                   % crtamo korijene karakteristične jednadžbe
```

[1] Prije korištenja `Accelerator` načina simulacije potrebno je podesiti C/C++ prevodilac. To se postiže zadavanjem naredbe `mex -setup`.

```
» freqz(B, A)                    % crtamo frekvencijsku karakteristiku
» grpdelay(B, A)                 % crtamo grupno vrijeme kašnjenja
» u = cos(pi/4*[0:1:1000]);      % definiramo ulazni signal
» y = filter(B, A, u);           % računamo odziv sustava na pobudu u
```

a) (ZA ONE KOJI ŽELE ZNATI VIŠE) Za svaki od zadanih kauzalnih vremenski diskretnih LTI sustava ispitajte je li sustav stabilan, je li minimalno fazni i je li maksimalno fazni.

1. $8y[n] + 4y[n-1] + y[n-2] = 20u[n] + 8u[n-1] + u[n-2]$
2. $10y[n] - 6y[n-1] + y[n-2] = u[n] + 4u[n-1] + 8u[n-2]$
3. $y[n] - 2y[n-1] + 10y[n-2] = 13u[n] + 4u[n-1] + u[n-2]$
4. $y[n] - 4y[n-1] + 5y[n-2] = u[n] - 2u[n-1] + 50u[n-2]$

b) (ZA ONE KOJI ŽELE ZNATI VIŠE) Za svaki od sustava iz podzadatka a) odredite prijenosnu funkciju i njeno područje konvergencije.

c) (ZA ONE KOJI ŽELE ZNATI VIŠE) Korištenjem MATLAB-a ili Simulinka odredite impulsne odzive sustava iz podzadatka a).

d) (ZA ONE KOJI ŽELE ZNATI VIŠE) Korištenjem naredbe `pzmap` nacrtajte položaj polova i nula iz podzadatka a). Koji sustavi su stabilni? Koji sustavi su minimalno fazni? Koji sustavi su maksimalno fazni? Slaže li se vaš rezultat s rezultatom pripreme?

e) (ZA ONE KOJI ŽELE ZNATI VIŠE) Korištenjem naredbe `freqz` za stabilne sustave iz podzadatka a) nacrtajte amplitudnu i faznu frekvencijsku karakteristiku.

f) (ZA ONE KOJI ŽELE ZNATI VIŠE) Korištenjem naredbe `grpdelay` za stabilne sustave iz podzadatka a) nacrtajte grupno vrijeme kašnjenja.

3.2. Dekonvolucija i inverzni sustav

Drugi dio prve laboratorijske vježbe bavi se problemom dekonvolucije na primjerima iz obradbe audio signala. U tri zadatka u ovoj cjelini na temelju zadanih modela dodavanja odjeka ili jeke morate konstruirati sustave za uklanjanje iste, napraviti njihovu izvedbu u MATLAB-u ili Simulinku te ih zatim primijeniti na signale jeke koje ste dobili od nastavnika kako bi jeku uklonili.

Ako znamo izlaz $y[n]$ i impulsni odziv $h[n]$ kauzalnog vremenski diskretnog vremenski nepromjenjivog linearnog sustava nepoznati ulaz $u[n]$ možemo odrediti prema izrazu

$$u[n] = \frac{1}{h[0]}\left(y[n] - \sum_{i=1}^{n} u[n-i]h[i]\right).$$

Postupak je numerički stabilan samo ako je pripadni sustav opisan tom linearnom diferencijskom jednadžbom stabilan što je ispunjeno ako je polazni sustav s impulsnim odzivom $h[n]$ minimalno fazni.

Problem dekonvolucije možemo rješavati i u domeni transformacije tako da ga svedemo na traženje sustava koji ima inverznu prijenosnu funkciju. Neka je $H(z)$ poznata prijenosna funkcija kauzalnog stabilnog vremenski diskretnog vremenski nepromjenjivog linearnog sustava s poznatim područjem konvergencije $|z| > |p_M|$, gdje je p_M pol s najvećim modulom. Označimo također s n_M nulu prijenosne funkcije $H(z)$ s najvećim modulom. Inverzna prijenosna funkcija je $H^{-1}(z)$. Za inverznu prijenosnu funkciju $H^{-1}(z)$ područje konvergencije možemo slobodno odabrati uz ograničenje da mora postojati preklapanje između područja konvergencija prijenosnih funkcija $H^{-1}(z)$ i $H(z)$.

Ako polazna prijenosna funkcija $H(z)$ pripada minimalno faznom sustavu, dakle ako vrijedi $|n_M| < 1$, onda uz odabir područja konvergencije $|z| > |n_M|$ za $H^{-1}(z)$ dobivamo kauzalan stabilan sustav.

Ako pak $H(z)$ ne pripada minimalno faznom sustavu tada ako za $H^{-1}(z)$ odaberemo područje konvergencije$|z| > |n_M|$ kao rješenje dobivamo kauzalan nestabilan sustav što nije prihvatljivo. Umjesto područja konvergencije $|z| > |n_M|$ možemo odabrati područje konvergencije koje obuhvaća jediničnu kružnicu tako da bude $|n_1| > |z| > |n_2|$, $|n_1| > 1$ i $1 > |n_2|$, gdje su n_1 i n_2 dvije nule sustava $H(z)$ takve da između jedinične kružnice i njih nema drugih nula. Primijetite da je zbog stabilnosti sustava $H(z)$ odabrano područje konvergencije ispravno jer vrijedi $1 > |p_M|$, odnosno postoji preklapanje područja konvergencije. Ovim odabirom područja konvergencije smo kao rješenje problema dekonvolucije odabrali sustav s prijenosnom funkcijom $H^{-1}(z)$ koji je stabilan i NEKAUZALAN. Dobiveni nekauzalan sustav nije moguće primijeniti na signal ako radimo obradbu u stvarnom vremenu već samo ako unaprijed znamo cijeli signal što je moguće ako radimo sa snimkama.

Ako moramo raditi obradbu signala u stvarnom vremenu i ako $H(z)$ nije prijenosna funkcija minimalno faznog sustava tada tražimo približno rješenje kojim ne možemo u potpunosti rekonstruirati nepoznati ulazni signal. Traženo rješenje obično biramo tako da pogreška bilo u amplitudi bilo u fazi spektra nepoznatog ulaznog signala bude minimalna. Opisati ćemo samo kako se dolazi do rješenja za minimalnu amplitudnu pogrešku jer je problem nalaženja približnog rješenja koje daje minimalnu faznu pogrešku značajno teži.

Do približnog rješenja koje daje minimalnu pogrešku amplitudnog spektra dolazimo tako da za zadanu $H(z)$ pronađemo prijenosnu funkciju $H_{\mathrm{mf}}(z)$ koja opisuje minimalno fazni sustav koji ima jednaku amplitudnu karakteristiku kao i polazni sustav. Fazna karakteristika je naravno različita. Tražena prijenosna funkcija $H_{\mathrm{mf}}(z)$ uvijek postoji i ima sve polove jednake kao i $H(z)$ dok nule moramo prilagoditi tako da sve nule prijenosne funkcije $H(z)$ koje se nalaze izvan jedinične kružnice zamijenimo s recipročnima koje se nalaze unutar jedinične kružnice. Neka je $H(z) = \frac{B_1(z)B_3(z)}{A(z)}$ pri čemu su svi korijeni polinoma $B_1(z)$ unutar jedinične kružnice i pri čemu su svi korijeni polinoma $B_2(z) = \sum_{i=0}^{N} b_{2i} z^{-i}$ izvan. Tada je $H_{\mathrm{mf}}(z) = \frac{B_1(z)B_3(z)}{A(z)}$, gdje polinom $B_3(z) = \sum_{i=0}^{N} b_{2i} z^{-N+i}$ ima reverzne koeficijente polinoma $B_2(z)$. Traženi inverzni sustav ima prijenosnu funkciju $H_{\mathrm{mf}}^{-1}(z) = \frac{A(z)}{B_1(z)B_3(z)}$ i u potpunosti rekonstruira amplitudni spektar ulaznog signala.

40 minuta

Zadatak 3.2-1 Uklanjanje odjeka (dekonvolucija za FIR sustav)

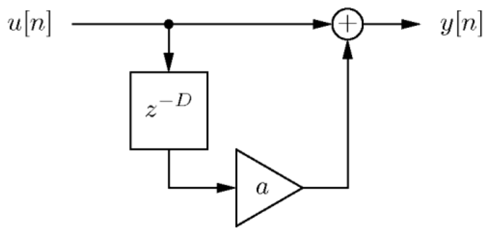
Jedan od jednostavnijih zvučnih efekata jest dodavanje jednog odjeka. U zvučni signal se dodaje zakašnjela prigušena kopija signala. Prijenosna funkcija sustava koji dodaje odjek je

$$H(z) = 1 + az^{-D},\ |z| \neq 0,$$

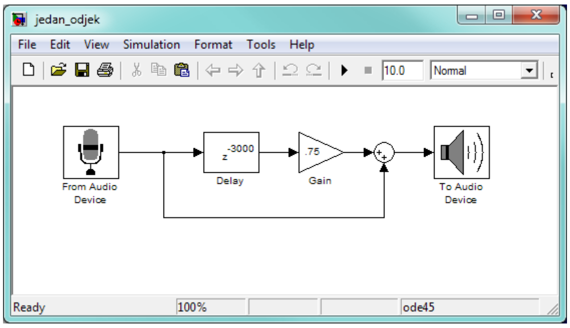
gdje je a realna konstanta i gdje je D cijeli broj. Blokovski dijagram sustava prikazan je na slici 4., dok je jedan mogući model izveden u Simulinku prikazan na slici 5.

a) (PRIPREMA) Za koje vrijednosti parametra a i D je zadani sustav minimalno fazni? Uz pretpostavku da a i D zadovoljavaju te uvjete odredite prijenosnu funkciju inverznog sustava i nađite njeno područje konvergnecije. Nacrtajte blokovski dijagram dobivene prijenosne funkcije inverznog sustava.

b) (PRIPREMA) Za koje vrijednosti parametara a i D zadani sustav NIJE minimalno-fazni? Uz pretpostavku da a i D zadovoljavaju te uvjete odredite prijenosnu funkciju minimalno faznog sustava kojemu je amplitudna karakteristika jednaka polaznom sustavu pa zatim odredite njezin inverz. Nacrtajte blokovski dijagram dobivene prijenosne funkcije inverznog minimalno-faznog sustava.



Slika 4. Blokovski dijagram jednostavnog sustava za dodavanje jednog odjeka



Slika 5. Model jednostavnog sustava za dodavanje jednog odjeka

c) (ZA ONE KOJI ŽELE ZNATI VIŠE) U Simulinku sastavite model prema slici 5. Za vrijednosti parametara uzmite $a = 0{,}75$ i $D = 9000$. Postavite frekvenciju očitavanja na 44100 Hz. Isprobajte sustav. Što čujete?

d) Koristeći rezultat vaše pripreme sastavite model u Simulinku ili napišite kod u MATLAB-u kojim se izvodi sustav za uklanjanje odjeka.

e) Od nastavnika ćete tijekom vježbe dobiti upute gdje se nalaze snimke govornog signala s dodanom jekom za razne vrijednosti parametara a i D koje su indicirane u imenu datoteke. Na ulaz sustava za uklanjanje jeke dovedite svaki od tih signala i pohranite rezultate u **.wav** datoteke. Je li jeka uspješno uklonjena?

f) (ZA ONE KOJI ŽELE ZNATI VIŠE) Odaberite parametar a za koji je sustav za dodavanje jeke neminimalno fazni. Korištenjem modela iz podzadatka c) generirajte signal s jekom. Zatim ponovite zadatke d) i e) te pokušajte ukloniti šum korištenjem sustava iz pripremnog zadatka b). Što čujete? Je li jeka uspješno uklonjena?

40 minuta

Zadatak 3.2-2 Uklanjanje jeke (dekonvolucija za IIR sustav)

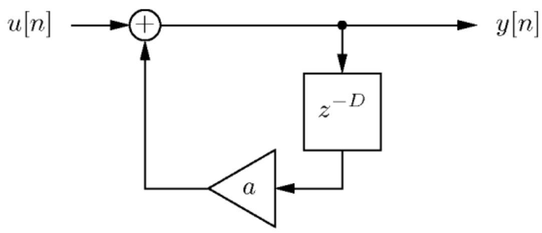
Nešto složeniji postupak dodavanja jeke od pribrajanja jednog odjeka jest reverberacija (eng. *reverb*), odnosno dodavanje višestrukih odjeka koji se javljaju kada zvučni signal naiđe na više prepreka u prostoru. U zatvorenim prostorima se tipično radi o zidovima. Najjednostavniji sustav koji modelira reverberaciju može se opisati prijenosnom funkcijom

$$H(z) = \frac{1}{1+az^{-D}}, \; |z| > \sqrt[D]{a}$$

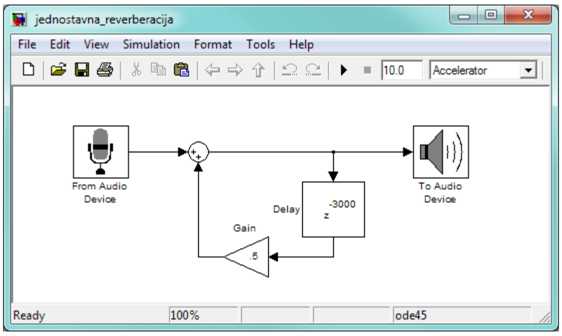
i pripadnom jednadžbom diferencija sa stalnim koeficijentima

$$y[n] = ay[n-D] + u[n],$$

gdje je a pozitivna realna konstanta koju odabiremo tako da sustav bude stabilan i gdje je D cijeli broj koji određuje vrijeme potrebno da se odjek vrati. Blokovski dijagram takvog sustava prikazan je na slici 6., dok je jedan mogući model izveden u Simulinku prikazan na slici 7.



Slika 6. Blokovski dijagram jednostavnog sustava za reverberaciju



Slika 7. Model sustava za reverberaciju

a) (PRIPREMA) Za koje vrijednosti parametra a i D je zadani sustav za jednostavnu reverberaciju minimalno fazni? Uz pretpostavku da su ti uvjeti zadovoljeni odredite prijenosnu funkciju inverznog sustava i nađite njeno područje konvergnecije.

b) (ZA ONE KOJI ŽELE ZNATI VIŠE) U Simulinku sastavite model za jednostavnu reverberaciju prema slici 7. Za vrijednosti parametara uzmite $a = 0{,}75$ i $D = 6000$. Postavite frekvenciju očitavanja na 44100 Hz. Isprobajte sustav. Što čujete?

c) Koristeći rezultat vaše pripreme sastavite model u Simulinku ili napišite kod u MATLAB-u kojim se izvodi sustav za uklanjanje reverberacije.

d) Od nastavnika ćete tijekom vježbe dobiti upute gdje se nalaze snimke govornog signala s dodanom reverberacijom za razne vrijednosti parametara a i D koje su indicirane u imenu datoteke. Na ulaz sustava za uklanjanje reverberacije dovedite svaki od tih signala i pohranite rezultate u .wav datoteke. Je li jeka uspješno uklonjena?

e) (ZA ONE KOJI ŽELE ZNATI JOŠ VIŠE) Kako u svakoj prostoriji očekujemo barem četiri zida najjednostavniji komercijalni sustavi za reverberaciju sastoje se od paralelne kombinacije četiri jednostavna reverberacijska sustava. Izlazi tih sustava se zbrajaju i zatim propuštaju kroz svepropusni fazni korektor. Taj postupak se naziva Schroederova reverberacija. Ponovite sve podzadatke za Schroederovu reverberaciju u kojoj je ispušten fazni korektor, dakle sustav kojeg promatramo se sastoji od paralelnog spoja četiri jednostavne reverberacije.

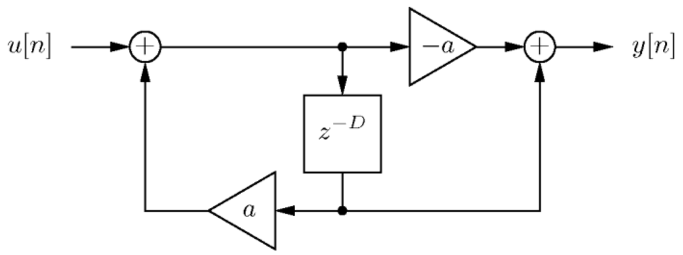
40 minuta

Zadatak 3.2-3 Dekonvolucija i neminimalno fazni sustav

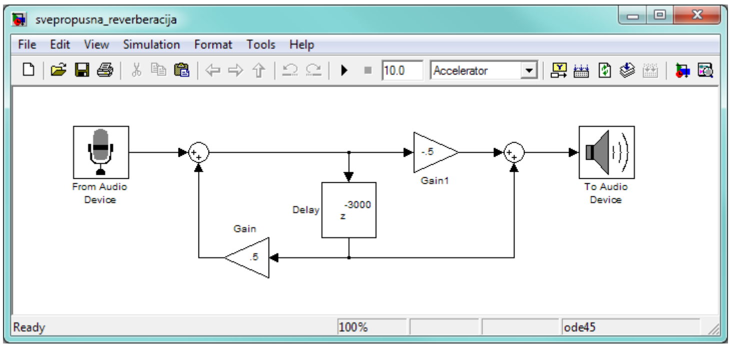
Nešto složeniji model za dodavanje jeke jest neminimalno fazni model reverberacije (svepropusna reverberacija) koju možemo opisati prijenosnom funkcijom

$$H(z) = \frac{-a+z^{-D}}{1-az^{-D}}, \ |z| > \sqrt[D]{a},$$

gdje je a realna konstanta koju odabiremo tako da sustav bude stabilan i gdje je D cijeli broj koji određuje vrijeme potrebno da se jeka vrati. Blokovski dijagram sustava prikazan je na slici 8., dok je model izveden u Simulinku prikazan na slici 9.



Slika 8. Blokovski dijagram svepropusnog sustava za reverberaciju



Slika 9. Model svepropusnog sustava za reverberaciju

a) (PRIPREMA) Za koje vrijednosti parametra a i D je zadani sustav za svepropusnu reverberaciju minimalno fazni? Za koje vrijednosti je stabilan? Može li zadani sustav biti istodobno i minimalno-fazni i stabilan?

b) (PRIPREMA) Odredite prijenosnu funkciju inverznog sustava i nađite njeno područje konvergencije ako je jedini zahtjev stabilnost inverznog sustava (dakle, inverzni sustav može biti nekauzalan).

c) (PRIPREMA) Odredite prijenosnu funkciju pripadnog minimalno faznog sustava kojemu je amplitudna karakteristika jednaka karakteristici sustava za svepropusnu reverberaciju. Što možete reći o dobivenom minimalno-faznom sustavu? Možemo li njegov inverz koristiti za uklanjanje svepropusne reverberacije?

d) (ZA ONE KOJI ŽELE ZNATI VIŠE) U Simulinku sastavite model za svepropusnu reverberaciju prema slici 9. Za vrijednosti parametara uzmite $a = 0{,}75$ i $D = 6000$. Postavite frekvenciju očitavanja na $44100\ \mathrm{Hz}$. Isprobajte sustav. Što čujete?

e) Koristeći rezultat vaše pripreme i uputu koja slijedi sastavite model sustava za uklanjanje svepropusne reverberacije.

Za rješavanje ovog podzadatka morate koristiti sustav iz pozdataka b), odnosno morate propustiti signal s dodanom jekom kroz NEKAUZALAN sustav opisan prijenosnom funkcijom

$$G(z) = H^{-1}(z) = \frac{1-az^{-D}}{-a+z^{-D}}, \left|\frac{1}{z}\right| > \sqrt[D]{a}.$$

U ovom slučaju je ipak moguće nekauzalno filtrirati signal jer radimo sa snimkom konačnog trajanja. Pri tome je opisani postupak ispravan samo ako sva područja konvergencije sadrže jediničnu kružnicu.

Kod postupka propuštanja signala kroz nekauzalni sustav prvo je potrebno zadanu prijenosnu funkciju rastaviti na kauzalni i antikauzalni dio. Pri tome kauzalni dio sadrži samo polove unutar jedinične kružnice, dok antikauzalni dio sadrži samo polove izvan jedinične kružnice. Nule možete rasporediti po volji u bilo koji od ta dva dijela. Neka je dakle $G(z) = G_{\text{KAUZALNI}}(z)G_{\text{ANTIKAUZALNI}}(z)$. Za pobudu $U(z)$ odziv sustava je produkt $G_{\text{KAUZALNI}}(z)G_{\text{ANTIKAUZALNI}}(z)U(z)$. Pri tome nam zadnji dio produkta $G_{\text{ANTIKAUZALNI}}(z)U(z)$ predstavlja problem. Da bi izračunali taj produkt problem svodimo na kauzalni korištenjem inverzije u vremenu gdje koristimo svojstvo da invertiranjem antikauzalni signal postaje kauzalni, odnosno invertiranjem impulsnog odziva pridruženog dijelu $G_{\text{ANTIKAUZALNI}}(z)$ dobivamo kauzalni sustav. Invertiranje u vremenu u domeni transformacije odgovara zamjeni varijable z s $1/z$.

Za zadanu prijenosnu funkciju $G(z) = \frac{1-az^{-D}}{-a+z^{-D}}, \left|\frac{1}{z}\right| > \sqrt[D]{a}$, je $G(z) = G_{\text{ANTIKAUZALNI}}(z)$ pa je postupak kako slijedi: (1) zadani signal s jekom invertiramo u vremenu, (2) impulsni odziv zadanog antikauzalnog sustava invertiramo u vremenu, (3) izračunamo odziv klasičnim postupkom jer smo invertiranjem dobili kauzalan sustav, (4) invertiramo dobiveno rješenje u vremenu. Vezano uz korak (2) invertiranje impulsnog odziva sustava u vremenskoj domeni odgovara zamijeni varijable z s $1/z$ u domeni transformacije. Stoga umjesto invertiranja impulsnog odziva u koraku (2) odmah iz prijenosne funkcije antikauzalnog sustava $G(z) = \frac{1-az^{-D}}{-a+z^{-D}}, \left|\frac{1}{z}\right| > \sqrt[D]{a}$ određujemo potrebnu prijenosnu funkciju kauzalnog sustava zamjenom z s $1/z$,

$$G\left(\frac{1}{z}\right) = \frac{1-az^{D}}{-a+z^{D}} = \frac{z^{-D}-a}{-az^{-D}+1}, |z| > \sqrt[D]{a}.$$

Invertiranje snimljenog audio signala s dodanom jekom se jednostavno izvodi u MATLAB-u:

```
» [x,fs] = wavread('snimka.wav');          % učitavamo signal
» xi = x(end:-1:1);                        % invertiramo ga
» wavwrite(xi, fs, 16, 'invertirana.wav'); % snimamo invertirani signal
```

e) Od nastavnika ćete tijekom vježbe dobiti upute gdje se nalaze snimke govornog signala s dodanom jekom za razne vrijednosti parametara a i D koje su indicirane u imenu datoteke. Na ulaz sustava za uklanjanje jeke dovedite svaki od tih signala i pohranite rezultate u `.wav` datoteke. Je li jeka uspješno uklonjena?

4. Literatura

1. Sophocles J. Orfanidis, ADSP-2181 Experiments, Rutgers University, 2003., http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ezkitl/ezkitl.html
2. H. Babić, *Signali i sustavi (zavodska skripta)*, FER, Zagreb 1996., http://sis.zesoi.fer.hr/predavanja/pdf/sis_2001_skripta.pdf
3. T. Petković, *Kratke upute za korištenje MATLAB-a*, FER, Zagreb, travanj 2005., http://www.fer.unizg.hr/_download/repository/matlab_upute.pdf

4. MATLAB Technical Documentation, The MathWorks, http://www.mathworks.com/help/techdoc/
5. Simulink Technical Documentation, The MathWorks, http://www.mathworks.com/help/toolbox/simulink/
6. Signal Processing Toolbox Technical Documentation, The MathWorks, http://www.mathworks.com/help/toolbox/signal/