

Diskretni signali, diskretni sustavi

teknologija

Oblikovna informacija (FER-1) - Prva laboratorijska vježba

3.4. Frekvencijske karakteristike diskretnih sustava

zadatak 3.4-1 Diskretni sustav s konačnim impulsnim odzivom (FIR)

$$a_0 y[m] + a_1 y[m-1] + \dots + a_k y[m-k] = b_0 u[m] + b_1 u[m-1] + \dots + b_l u[m-l]$$

a) $y[m] = u[m+2] - u[m] + u[m-1]$

$$u[m] = \delta[m]$$

$$h[m] = \delta[m+2] - \delta[m] + \delta[m-1]$$

$$h[-1] = \delta[0] - \delta[-1] + \delta[-2] = 1 - 0 + 0 = 1$$

$$h[0] = \delta[1] - \delta[0] + \delta[-1] = 0 - 1 + 0 = -1$$

$$h[1] = \delta[2] - \delta[1] + \delta[0] = 0 - 0 + 1 = 1$$

$$h[2] = \delta[3] - \delta[2] + \delta[1] = 0 - 0 + 0 = 0$$

$$h[m] = \{1, -1, 1\}$$

b) Linearni vremenski stalni (LVS) sustav je memorijski ili kauzalni ako se ne odaziva prije nego što je pristigla pobuda. Matematički vijet kauzalnosti glasi $y(t) = 0$ za $t < t_0$, ako je $x(t) = 0$ za $t < t_0$. Za

LVS sustav slijedi $h(t) = 0$ za $t < 0$, odnosno impulsni odziv kauzalnog sustava jest kauzalni signal.

Za LVS sustav vrijedi $y(t) = F(t, u(-\infty, t])$, što znači da trenutna vrijednost izlaza iz sustava

u trenutku t ovisi o pobudi prije trenutka t , o pobudi u trenutku t , a ne o pobudi iza trenutka t .

Prvo dolazi uzrok, a onda posljedica, te je to svojstvo realnih sustava. Za kauzalne signale i sustave

izlazi za konvoluciju glase: $y(t) = \int_0^t u(\tau) h(t-\tau) d\tau$, $y[m] = \sum_{k=0}^m u[k] h[m-k]$.

Memorijski - prediktivan ili nekauzalni sustav je sustav koji u određenoj trenutne vrijednosti izlaza,

uz prethodne vrijednosti, anticipira i buduće vrijednosti ulaznog signala, i vrijedi $y(t) = F(u(-\infty, \infty), t)$.

za nekautalni sustav, odziv započinje prije nego je djelovao pobuda, dakle, sustav anticipira buduću pobudu (radi predikcije). Nekautalni vremenski sustavi su često rezultat potražbe sustava na temelju idealiziranih zahtjeva, i oni mogu biti realizirani u stvarnom vremenu. Nekautalne sustave možemo konstatirati u slučajevima kad je traženi odziv u rad su komatni signali potraženi / potražni u cijelom području definicije).

$$y[m+N] + a_N y[m+N-1] + \dots + a_{N-1} y[m+1] + a_N y[m] = b_{N-M} u[m+N] + b_{N-M+1} u[m+N-1] + \dots + b_{N-1} u[m+1] + b_N u[m]$$

za $M \leq N$ sustav je kautalan, jer bi u suprotnom odziv $y[m+N]$ u koraku $m+N$ masio o $u[m+M]$ koji je ulaz za kasniji korak $m+M$

naša jednačica diferencije je:

$$a_0 y[m] + a_1 y[m-1] + \dots + a_N y[m-N] = b_0 u[m] + b_1 u[m-1] + \dots + b_N u[m-N]$$

odnosno zadani nam je diskretni sustav:

$$y[m] = u[m+1] - u[m] + u[m-1]$$

pa zaključujemo da je $N=0$, i $M=1 \Rightarrow N < M$ i sustav nije kautalan

Da bi sustav bio kautalan (iz definicije) impulsni odziv u $t < 0$ treba biti 0, tj. $h(t) = 0$ za $t < 0$.

Pomnožimo li impulsni odziv sa jediničnom step funkcijom $p(m)$, koja je 0 za $t < 0$, dobit ćemo kautalan sustav, $h(m)$ će imati vrijednosti samo za $t > 0$.

c) Zadani sustav je stabilan jer vidimo da će $h[m]$ nakon nekog vremena postati 0, i takav će ostati.

$$y[m] = y[m+1] - u[m] + u[m-1]$$

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] z^{-n}$$

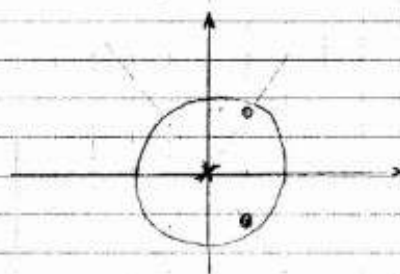
$$H(z) = h[-1] \cdot z^{-1} + h[0] \cdot z^0 + h[1] \cdot z^{-1} = z^{-1} - 1 + z^{-1}$$

$$H(z) = z^{-1} + \frac{1}{z} = \frac{z^2 - z + 1}{z}$$

$$\text{pole: } z^2 - z + 1 = 0$$

$$\text{polovi: } z = 0$$

$$z_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = 0,5 \pm 0,866j$$



Podani je sustav stabilan, nule i polovi se nalaze unutar jedinične kruga. Ili je konjan $|g| < 1$, sustav

je asimptotski stabilan, za $|g| = 1$ granice stabilan, a za $|g| > 1$ nestabilan.

Sustav s minimalnom fazom je definiran kao sustav s nulama unutar jedinične kruga. Noš sustav

1. sa nule i polovi unutar jedinične kruga, pa je to sustav s minimalnom fazom.

Zadatak 3-1-2 Diskretni LR: [1] Sustav drugog reda

$$a_0 y[m] + a_1 y[m-1] + a_2 y[m-2] = b_0 u[m] + b_1 u[m-1] + b_2 u[m-2]$$

a) 1. $y[m] - 0.98 y[m-1] + 0.99 y[m-2] = u[m]$

$$u[m] = \delta[m]$$

$$h[m] - 0.98 h[m-1] + 0.99 h[m-2] = \delta[m]$$

$$g^2 - 0.98g + 0.99 = 0$$

$$g_{1,2} = \frac{0.98 \pm \sqrt{2.6796}}{2} = 0.49 \pm 0.8185j$$

$$g_1 = 0.49 + 0.8185j = 0.954 e^{j \frac{\pi}{3}}$$

$$g_2 = 0.49 - 0.8185j = 0.954 e^{-j \frac{\pi}{3}}$$

$$h[m] = c_1 0.954^m e^{j \frac{\pi}{3} m} + c_2 0.954^m e^{-j \frac{\pi}{3} m}$$

$$h[m] = 0.954^m \left[c_1 \cos\left(\frac{\pi}{3} m\right) + c_2 \sin\left(\frac{\pi}{3} m\right) + c_3 \cos\left(\frac{\pi}{3} m\right) - c_4 \sin\left(\frac{\pi}{3} m\right) \right]$$

$$h[m] = 0.954^m \left[A \cos\left(\frac{\pi}{3} m\right) + B \sin\left(\frac{\pi}{3} m\right) \right]$$

$$h[m] - 0.98 h[m-1] + 0.99 h[m-2] = \delta[m]$$

$$h[0] - 0.98 h[-1] + 0.99 h[-2] = \delta[0]$$

$$h[0] = 1$$

$$h[1] - 0.98 h[0] + 0.99 h[-1] = 0$$

$$h[1] - 0.98 \cdot 1 = 0$$

$$h[1] = 0.98$$

$$h[m] = 0.954^m \left[\cos\left(\frac{\pi}{3} m\right) + 0.6688 \sin\left(\frac{\pi}{3} m\right) \right]$$

$$h[0] = A \cdot 1 + B \cdot 0 = A = 1$$

$$h[1] = 0.954 [0.5A + 0.866B] = 0.98 \Rightarrow 0.826164 B = 0.503$$

$$B = 0.6068 //$$

$$2. \quad y[m] - y[m-1] + y[m-2] = u[m]$$

$$u[m] = \delta[m]$$

$$h[m] - h[m-1] + h[m-2] = \delta[m]$$

$$q^2 - q + 1 = 0$$

$$q_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = 0,5 \pm 0,866j$$

$$q_1 = 0,5 + 0,866j = e^{j\frac{\pi}{3}}$$

$$q_2 = 0,5 - 0,866j = e^{-j\frac{\pi}{3}}$$

$$h[m] = c_1 e^{j\frac{\pi}{3}m} + c_2 e^{-j\frac{\pi}{3}m}$$

$$h[m] = c_1 \cos\left(\frac{\pi}{3}m\right) + c_1 j \sin\left(\frac{\pi}{3}m\right) + c_2 \cos\left(\frac{\pi}{3}m\right) - c_2 j \sin\left(\frac{\pi}{3}m\right) = A \cos\left(\frac{\pi}{3}m\right) + B \sin\left(\frac{\pi}{3}m\right)$$

$$h[m] - h[m-1] + h[m-2] = \delta[m]$$

$$h[0] - h[-1] + h[-2] = \delta[0]$$

$$h[0] = 1$$

$$h[1] - h[0] + h[-1] = \delta[1]$$

$$h[1] - 1 = 0$$

$$h[1] = 1$$

$$h[0] = A \cdot 1 + B \cdot 0 = 1 \Rightarrow A = 1$$

$$h[1] = A \cdot 0,5 + B \cdot 0,866 = 1 \Rightarrow 0,866 B = 1 - 0,5$$

$$B = 0,577$$

$$h[m] = \cos\left(\frac{\pi}{3}m\right) + 0,577 \sin\left(\frac{\pi}{3}m\right) //$$

$$3. \quad y[m] - 2y[m-1] + y[m-2] = u[m]$$

$$u[m] = \delta[m]$$

$$h[m] - 2h[m-1] + h[m-2] = \delta[m] \quad \Rightarrow \quad h[0] - 2h[-1] + h[-2] = \delta[0]$$

$$g^2 - 2g + 1 = 0$$

$$h[0] = 1$$

$$(g-1)^2 = 0$$

$$h[1] - 2h[0] + h[-1] = \delta[1]$$

$$g_1 = g_2 = 1$$

$$h[1] - 2 \cdot 1 = 0$$

$$h[m] = A + Bm$$

$$h[1] = 2$$

$$h[0] = A + B \cdot 0 = 1 \Rightarrow A = 1$$

$$h[1] = A + B = 2 \Rightarrow B = 1$$

$$h[m] = 1 + m //$$

$$4. \quad y[m] - 1.38y[m-1] + 1.42y[m-2] = u[m]$$

$$u[m] = \delta[m]$$

$$h[m] - 1.38h[m-1] + 1.42h[m-2] = \delta[m]$$

$$g^2 - 1.38g + 1.42 = 0$$

$$g_{1/2} = \frac{1.38 \pm \sqrt{1.9044 - 5.68}}{2} = 0.69 \pm 0.9795j$$

$$g_1 = 0.69 + 0.9795j = 1.0916 e^{j(54^\circ 37' 2'')}$$

$$g_2 = 0.69 - 0.9795j = 1.0916 e^{-j(54^\circ 37' 2'')}$$

$$h[m] = 1.0916^m c_1 e^{j(54^\circ 37' 2'')m} + 1.0916^m c_2 e^{-j(54^\circ 37' 2'')m}$$

$$= 1.0916^m [c_1 \cos(xm) + c_1 j \sin(xm) + c_2 \cos(xm) - c_2 j \sin(xm)]$$

$$= 1.0916^m [A \cos(xm) + B \sin(xm)]$$

$$h[m] - 1.38h[m-1] + 1.42h[m-2] = \delta[m]$$

$$h[0] - 1.38h[-1] + 1.42h[-2] = \delta[0]$$

$$h[0] = 1$$

$$h[1] - 1.38h[0] + 1.42h[-1] = \delta[1]$$

$$h[1] - 1.38 \cdot 1 = 0$$

$$h[1] = 1.38$$

$$h(0) = 1,1916^\circ [A \cos(0) + B \sin(0)] = 1 \Rightarrow 1 \cdot [A \cdot 1 + B \cdot 0] = 1 \Rightarrow A = 1$$

$$h(1) = 1,1916^\circ [A \cdot 0,519 + B \cdot 0,8453] = 1,38$$

$$0,6899A + 0,9745B = 1,38$$

$$0,9745B = 0,6904$$

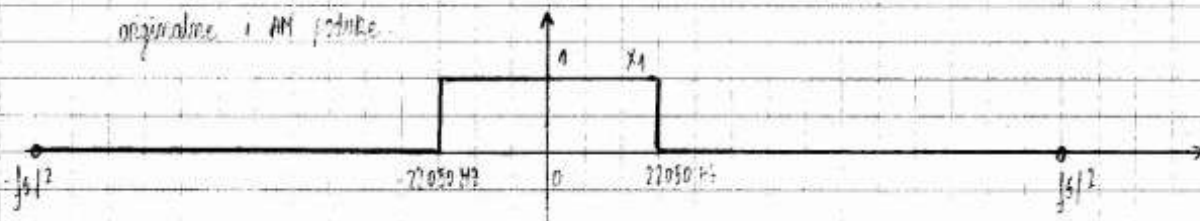
$$B = 0,71034 //$$

$$h(m) = 1,1916^\circ [\cos(54^\circ 37' 2'' m) + 0,71034 \sin(54^\circ 37' 2'' m)]$$

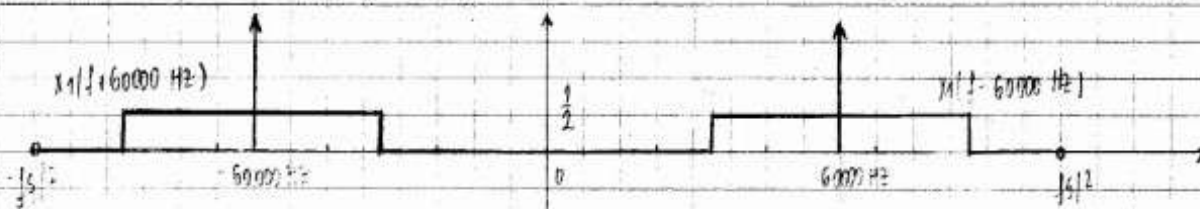
3.2. Amplitudna modulacija i skenirana poruka

3.2.1. Amplitudna modulacija i skenirana poruka

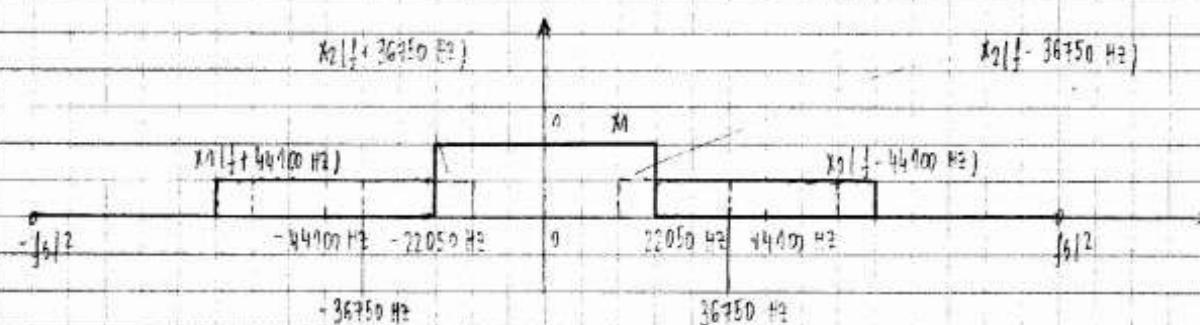
- a) Iz slike spektra poznatije dva signala $x_1(m)$ i $x_2(m)$ odmah se vidi preklapanje spektara, pa moramo biti pažljivi interpretirajući iz gorenavenih poruka $x_1(m)$ i $x_2(m)$. Najveća frekvencija u oba govorna signala je 22050 Hz, $f_s = 44100$ Hz (kod 2 spektra x_1 i x_2 ne preklapaju), a da bi izbjegli preklapanje dolazi ako se frekvencija nosioca smanji ili povećaju 44100 Hz pa tada dolazi do preklapanja spektara originalne i AM poruke.



originalni spektri govornog signala odspiranog frekvencijom 44100 Hz



spektri AM signala su: frekvencija nosioca od 60000 Hz



Apa je partikel Higgs boson? Massa 125 GeV - 12500 MeV didapatkan dalam eksperimen partikelnya.
dan didapat se ilmu fisika ini diasing negara di spektrum fisika.

3.3. Dekomposition

தேதிக 3-3-80 பித்திரபித்திரி, 1 கண்காணிப்பு 12345 6789

$$H(z) = \frac{0}{1 - 0.2z^{-1}}$$

a) Sustant s minimalnom težinom je sustant sa malom unomi jedinice kružnice. Naž. zadani sustant nema mala jedinice kružnice, ali samu polovinu / križane razvika, i sadržavajuće da nije nije sustant sa minimalnom težinom.

polari: $1 - 0.5^{-0.5} = 0$

A number line from 0 to 1 with tick marks at 0, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, and 1. The segment between $\frac{1}{4}$ and $\frac{1}{2}$ is shaded.

$$1^{-0} = \frac{1}{0} \mu$$

$$G(z) = 4 \cdot |z| = 4 \cdot |z|^0 = 7 \text{ polarni polarnog, sustava } H(z), \text{ postavu male } G(z)$$

$$1 - 0.2^{-0} = 0$$

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

No. 10	3.3-2	Bekasannya : memunculkan gas sulfur
--------	-------	-------------------------------------

$$H(z) = \frac{-z + 2}{1 - z^2}, \quad z \in \mathbb{C}, |z| < 2$$

2) null: $-a + 2^{-0} = 0$

$$q = 0$$

$$\frac{1}{20} = 0.05$$

$$z^0 = \frac{1}{2} \left| \sqrt{2} \right|$$

$$\frac{1}{0} \rightarrow \frac{1}{0} \quad \text{and} \quad \frac{1}{0} \rightarrow \frac{1}{0}$$

