Obrada informacija
Ponovljeni završni ispit – 4. srpnja 2008.

1. Navedite izraze za računanje 4-udaljenosti $d_4(p,q)$ i 8-udaljenosti $d_8(p,q)$ za dvije točke p,q iz $\mathbb{Z}^2$. Neka je $K_8(d)$ skup svih točaka $q \in \mathbb{Z}^2$ za koje vrijedi $d_8(p,q) < d$ uz $p=(0,0)$ te neka je $K_4(d)$ skup svih točaka $q \in \mathbb{Z}^2$ za koje vrijedi $d_4(p,q) < d$. Skicirajte skupove $K_8(3)$ te $K_4(3)$. Je li skup $K_8(d)$ podskup od $K_4(d)$ za svaki d? Objasnite!

2. Izračunajte 2D Fourierovu transformaciju te skicirajte spektar signala $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ zadanog izrazom

$$f(x,y) = \frac{4}{(1+x^2)(1+y^2)}.$$

Napomena: 1D Fourierov par je $f(x) = \dfrac{a}{a^2+x^2} \circ\!\!-\!\!\bullet\ F(\omega) = \pi e^{-a|\omega|}$.

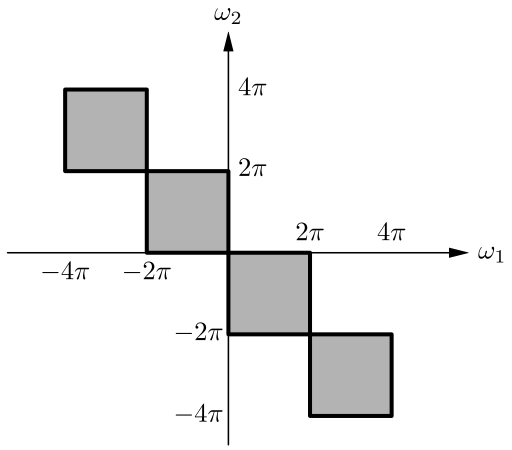
3. Promatramo 2D diskretni LSI sustav s impulsnim odzivom

$$h(x,y) = \begin{Bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & \underline{4} & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{Bmatrix}.$$

Je li zadani impulsni odziv separabilan? Izračunajte MTF (normiranu amplitudnu frekvencijsku karakteristiku) danog sustava. Izračunajte odziv dobivenog sustava na konstantnu pobudu $f(x,y)=3$.

4. Kontinuirani 2D signal ima spektar $F_k(\omega_1,\omega_2)$ koji je jednak jedinici za područje označeno slikom, dok je za sve ostale vrijednosti kontinuiranih kružnih frekvencija ω_1 i ω_2 spektar jednak nuli. Za koje vrijednosti razmaka uzorkovanja Δx i Δy neće doći do preklapanja spektra? Skicirajte pripadni spektar diskretnog signala za $\Delta x = \frac{1}{3}$ i $\Delta y = \frac{1}{3}$ ako znate da je spektar dobivenog diskretnog signala opisan izrazom

$$F_d(\Omega_1,\Omega_2) = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} F_k\Big(\frac{\Omega_1 + 2\pi i}{\Delta x}, \frac{\Omega_2 + 2\pi j}{\Delta y}\Big).$$



5. Definirajte dvodimenzionalnu Fourierovu transformaciju za sliku dimenzija $N_1 \times N_2$. Korištenjem izraza $\mathbf{W}_6 \mathbf{F} \mathbf{W}_3^T$ izračunajte dvodimenzionalnu diskretnu Fourierovu transformaciju slike

$$\mathbf{F}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$