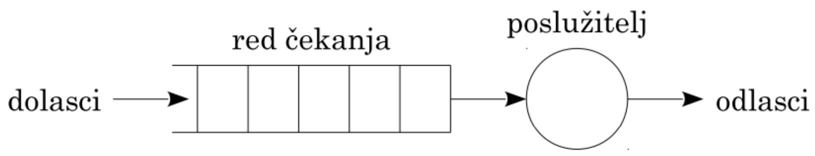
Poglavlje 7. – zadaci, formule

1. Deterministički sustavi



Slika 7.1. Model poslužitelja

- svi događaji su poznati ili predvidljivi
- neki posao se u sustavu pojavljuje u trenutku t_d a iz njega odlazi u t_n
- vrijeme zadržavanje posla u sustavu je:

$$T = t_n - t_d \tag{7.1.}$$

T_d = vrijeme dolaska zadatka u sustav

T_p = vrijeme posluživanja

- Poslovi periodički dolaze u sustav

αβρ

α = broj poslova koji dolaze u jedinici vremena

1/β = trajanje posluživanja

β = sposobnost poslužitelja da obavi određenu količinu posla u jedinici vremena

<u>FORMULE</u>

$$\rho = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\bar{n} = \alpha * \bar{T}$$

ρ - iskoristivost poslužitelja

$\bar{n}$ - prosječan broj poslova u sustavu

$\bar{T}$ – prosječno zadržavanje poslova u sustavu

Zadatak 7.3.

U nekom sustavu poslovi se javljaju periodički svakih 30 ms i to: P1 u 3. ms, P2 u 5., P3 u 6., P4 u 10., P5 u 20. i P6 u 23. milisekundi (gledano prema početku periode). Svi poslovi traju isto, po 4 ms. Odrediti prosječno zadržavanje poslova u sustavu i prosječan broj poslova u sustavu.

Rj:

R5																															
R4																															
R3																															
R2							3				4																				
R1						2	2	3	3	3	3	4	4	4	4									6							
P	--	--	--	1	1	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3	4	4	4	4	--	5	5	5	5	6	6	6	6	--	--	--
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
			P1		P2	P3				P4										P5			P6								

T = $t_n - t_d$

P	T_p	t_d	t_n	T			
P1	4	3	7	4		$\alpha = ?$	6/30ms = 200 z/s
P2	4	5	11	6		$\beta = ?$	$1/\bar{T}_P = 1/\bar{\beta}$ =1/4ms = 250 z/s
P3	4	6	15	9		$\rho = ?$	200/250 = 4/5 = 0,8
P4	4	10	19	9		$\bar{T} = ?$	(4+6+9+9+4+5)/6 = 37/6=6,167 ms = 0,006167 s
P5	4	20	24	4		$\bar{n} = \alpha \cdot \bar{T} = ?$	200 z/s * 37/6 ms = 1,233

2. Nedeterministički sustavi

FORMULE

Formule:

$\rho = \alpha/\beta$	$\bar{n} = \alpha \cdot \bar{T}$	$\bar{T} = 1/(\beta - \alpha)$	$p(i = N) = (1 - \rho)\rho^N$	$p(i > N) = \rho^{N+1}$

Pretpostavke:

- dolasci se podvrgavaju Poissonovoj razdiobi s parametrom (očekivanjem) α
  - α je *prosječan* broj dolazaka novih poslova u jedinici vremena
  - $\frac{1}{\alpha}$ je *prosječno* vrijeme između dolaska dva posla
- trajanje obrade podvrgava se eksponencijalnoj razdiobi s parametrom (očekivanjem) $\frac{1}{\beta}$
  - $\frac{1}{\beta}$ je *prosječno* trajanje obrade jednog posla
  - β je *prosječan* broj poslova poslova koje poslužitelj može obraditi u jedinici vremena

Zadatak 7.5.

Zahtjevi za obradu podliježu Poissonovoj razdiobi s $\alpha = 2s^{-1}$, a vrijeme obrade ima eksponencijalnu razdiobu. Mjerenjem je ustanovljeno prosječno vrijeme zadržavanja posla u sustavu $\overline{T} = 0,5s$. Kolika je vjerojatnost da se u sustavu nađe više od 5 poslova?

Rj:

Rješenje:

$$\alpha = 2s^{-1}$$
$$\overline{T} = 0,5s$$

$$p(i > N) = ?$$

$$p(i > N) = \rho^{N+1} \quad \Longrightarrow \text{treba nam } \rho$$

$$\rho = \frac{\alpha}{\beta} \quad \Longrightarrow \text{treba nam } \beta$$

$$\overline{T} = \frac{1}{\beta - \alpha} \quad \Longrightarrow \quad \beta = \alpha + \frac{1}{\overline{T}} = 2 + \frac{1}{2} = 4 \quad \Longrightarrow \quad \rho = 0,5$$

$$p(i > 5) = \rho^6 = 0,015625$$

DODATNO:

Dodatno:

a) Kolika je vjerojatnost da u sustavu bude bude između 2 i 4 (2, 3 ili 4) poslova?

$$p(2 \leq i \leq 4) = ?$$

$$p(2 \leq i \leq 4) = p(i = 2) + p(i = 3) + p(i = 4)$$
$$= (1 - \rho)\rho^2 + (1 - \rho)\rho^3 + (1 - \rho)\rho^4$$

b) Što ako se poslužitelj ubrza za 30%?

$$\beta' = 1,3\beta$$

Zadatak 7.10.
Poslužitelj koji je radio s prosječnim opterećenjem od 0.2 (20%) zamijenjen je drugim, dvostruko slabijim. Uz to dobiva još 50% istih poslova. Ako su dolasci novih poslova modelirani Poissonovom razdiobom, a obrada eksponencijalnom, koliko će biti opterećenje novog poslužitelja?

Rj:

Snaga posluzitelja = β

Prosječno opterećenje = ρ

$\rho_1=0,2$

$\beta_2=0,5\ \beta_1$
$\alpha_2=\alpha_1+0,5\alpha_1=1,5\alpha_1$
$\rho_2=?$
$\rho_2=\alpha_2/\beta_2 = (1,5\ \alpha_1) / (0,5\ \beta_1) = 3*\ \rho_1 = 3*0,2 = 0,6$

Zadatak 7.9.
U nekom sustavu imamo dva poslužitelja P_1 i P_2 i dva tipa poslova Z_1 i Z_2 koje oni obrađuju (P_1-Z_1, P_2-Z_2). Poslovi Z_1 prosječno dolaze s 30 poslova u minuti, dok poslovi Z_2 dolaze s 90 poslova u minuti. P_1 radi s 30% opterećenjem, a P_2 s 60%.
(ZAD) Kada bismo zamijenili poslužitelje, tj. kada bi P_1 obrađivao poslove Z_2 (umjesto Z_1), opterećenje bi mu iznosilo 80%. Koje bi bilo opterećenje poslužitelja P_2 ako bi on obrađivao poslove Z_1?

Rj:

- Odredit koji je procesor jači po tome koliko mu je opterećenje za dane zadatke, izračunat faktor za koji je taj procesor jači/slabiji i odredit nepoznanicu uz pomoć toga

P1 -- Z1 => $\rho_{1-1} = 0,3$

P2 -- Z2 => $\rho_{2-2} = 0,6$

P1 -- Z2 => $\rho_{1-2} = 0,8$ => P1 slabiji od P2 i to za faktor 0,8/0,6

P2 -- Z1 => $\rho_{2-1} = ?$ P2 jači od P1 za 0,8/0,6, =>
$\rho_{2-1} = \rho_{1-1} / (0,8/0,6) = 0,3 / (8/6) = 0,3*0,75 = 0,225$

Zadatak 7.8.

Za neki Web sustav s jednim poslužiteljem prosječan broj zahtjeva u sekundi je 100 (dolazak zahtjeva podliježe Poissonovoj razdiobi). Poslužitelj obrađuje tri tipa zahtjeva: Z_1, Z_2 i Z_3. Obrada zahtjeva podliježe eksponencijalnim razdiobama. Za zahtjeve tipa Z_1 obrada prosječno traje 5 ms, za Z_2 8 ms te za Z_3 10 ms. Ako je postotak zahtjeva za Z_1 30%, za Z_2 40% te za Z_3 30% odrediti prosječnu kvalitetu usluga koje poslužitelj pruža, tj. odrediti prosječno vrijeme zadržavanja zahtjeva u sustavu te vjerojatnost da se u sustavu nalazi više od 10 zahtjeva.

Rj:

$\alpha = 100$ 1/s
$1/\beta1 = 5$ ms
$1/\beta2 = 8$ ms
$1/\beta3 = 10$ ms
$\alpha1 = 30$ 1/s
$\alpha2 = 40$ 1/s
$\alpha3 = 30$ 1/s
$T = ? = 1/(\beta-\alpha)$
$p(i>10) = ? = \rho^{i+1}$

$\rho1=\alpha1/\beta1 = 30 * 5/1000 = 0{,}15$
$\rho2=\alpha2/\beta2 = 40 * 8/1000 = 0{,}32$
$\rho3=\alpha3/\beta3 = 30 * 10/1000 = 0{,}3$
$\rho = \rho1+\rho2+\rho3 = 0{,}15+0{,}32+0{,}3 = 0{,}77$
$\beta = \alpha/\rho = 100/0{,}77 = 129{,}87$

$p(i>10) = 0{,}77^{11} = 0{,}056 = 5{,}6$ %
$T = 1/(129{,}87-100) = 0{,}0335$ s = 33,5 ms

Drugo rj:

drugo rješenje

$1/\beta = 1/\beta1 * \alpha1/(\alpha1+\alpha2+\alpha3) + 1/\beta2 * \alpha2/(\alpha1+\alpha2+\alpha3) + 1/\beta3 * \alpha3/(\alpha1+\alpha2+\alpha3)$
$= 5 * 0{,}3 + 8 * 0{,}4 + 10 * 0{,}3 = 1{,}5 + 3{,}2 + 3 = 7{,}7$ ms
$\beta = 1/0{,}0077 = 129{,}87$

Zadatak 7.6.
Za neki Web sustav s jednim poslužiteljem prosječan broj zahtjeva u minuti je 100, dok je snaga poslužitelja znatno veća, on ih može obraditi 300 u minuti (prosječno). Koliki se najveći postotak poslužiteljskog vremena može rezervirati za druge usluge, a da klijenti i dalje ne čekaju više od dvije sekunde na svoje zahtjeve (prosječno)? (Pretpostaviti da to neće utjecati na razdiobe. Npr. da će se vrijeme za te druge poslove dati u vrlo kratkim intervalima.)

Rj:

$\alpha = 100$ z/min $= 100/60 = 5/3$ z/s

$\beta = 300$ z/min $= 300/60 = 5$ z/s

$T_2 = 2$ s

$T = 1/(\beta - \alpha) = 1/(5-5/3) = 1/(10/3) = 3/10 = 0,3$ s

$\beta 2 = ?$ $T2?$

$\alpha 2 = \alpha$

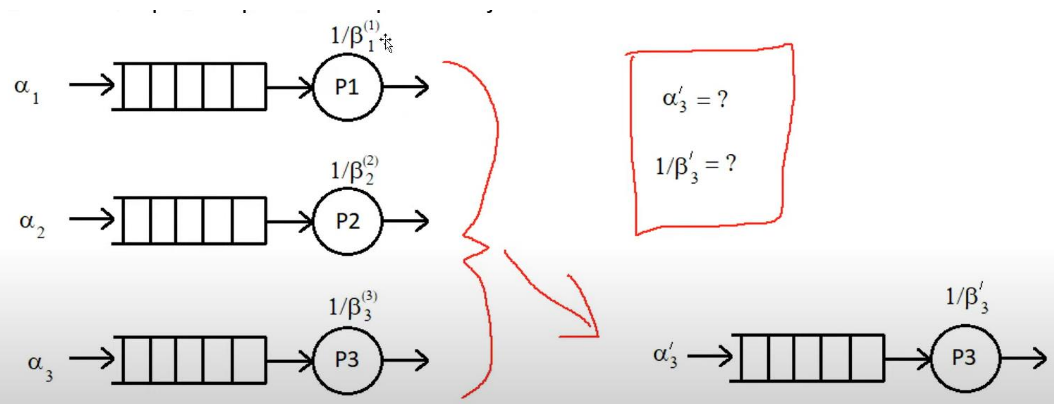
$\beta 2 = \alpha 2 + 1/T2 = 5/3 + 1/2 = (10+3)/6 = 13/6 = 2,167$ z/s

za ove poslove treba mi: $\beta 2/\beta = 13/6 \, / \, 5 = 13/30 = 0,434$

ostaje za nešto drugo: $1 - \beta 2/\beta = 1 - 13/30 = 17/30 = 0,566 = 56,6\ \%$

Zadatak 7.7.
U nekom je poslužiteljskom centru napravljena analiza rada poslužitelja. Ustanovljeno je da tri poslužitelja rade s prilično malim opterećenjem. Poslužitelj P1 prosječno dobiva 70 zahtjeva u minuti i njegova prosječna iskoristivost je 20 %, poslužitelj P2 dobiva 200 zahtjeva u minuti s prosječnim opterećenjem od 30 %, dok poslužitelj P3 s prosječno 150 zahtjeva u minuti radi tek s 10 % opterećenja. Poslužitelj P3 je procesorski najjači, 50 % jači od P1 te 100 % jači od P2. Izračunati kvalitetu usluge (prosječno vrijeme zadržavanja zahtjeva u sustavu) ako bi se svi poslovi preselili na poslužitelj P3.

Skica:



Zanima nas koliko će dugo poslove s drugih poslužitelja obavljat poslužitelj br. 3.

Zadano:

Zadano: α_i , ρ_i i omjeri snaga poslužitelja (a što je to?)

α_1= 70 z/min=7/6 z/s	ρ_1= 0,2	β_1= (7/6)/0,2 = 35/6 z/s = $\beta_1^{(1)}$	$\beta_1^{(3)}$=?
α_2= 200 z/min = 20/6 z/s	ρ_2= 0,3	β_2= (20/6)/0,3 = 100/9 z/s = $\beta_2^{(2)}$	$\beta_2^{(3)}$=?
α_3= 150 z/min = 15/6 z/s	ρ_3= 0,1	β_3= (15/6)/0,1 = 150/6 z/s = $\beta_3^{(3)}$	

Koliki su novi parametri (kad prijeđu zahtjevi) ->

Alfa:

suma: $\alpha_3' = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \frac{7}{6} + \frac{20}{6} + \frac{15}{6} = \frac{42}{6} = 7$ z/s

Beta:

$\beta_3' = ?$ (malo teže!)

1. način (teži, ali „razumljiviji"?)

$\beta_1^{(3)} = \beta_1^{(1)} \cdot$ nešto1 (P3 je 50 % jači od P1) $\beta_1^{(3)} = \beta_1^{(1)} \cdot 1{,}5$ = 35/6*1,5 = 35/6*3/2=35/4

$\beta_2^{(3)} = \beta_2^{(2)} \cdot$ nešto2 (P3 je 100 % jači od P1) $\beta_2^{(3)} = \beta_2^{(2)} \cdot 2$ = 100/9*2 = 200/9

Kako sada izračunati β_3' ?

Miks:

P3 obrađuje sva tri tipa poslova i to:

- α_1 poslova tipa 1, kojih može obraditi $\beta_1^{(3)}$ u jedinici vremena
- α_2 poslova tipa 2, kojih može obraditi $\beta_2^{(3)}$ u jedinici vremena
- α_3 poslova tipa 3, kojih može obraditi $\beta_3^{(3)}$ u jedinici vremena

Kako iz tog „miksa" izračunati β_3' ? Teško!

Ali možemo $1/\beta_3'$ što predstavlja **prosječno trajanje obrade** tog skupa poslova:

$$\frac{1}{\beta_3'} = \frac{\alpha_1}{\alpha_3'} \cdot \frac{1}{\beta_1^{(3)}} + \frac{\alpha_2}{\alpha_3'} \cdot \frac{1}{\beta_2^{(3)}} + \frac{\alpha_3}{\alpha_3'} \cdot \frac{1}{\beta_3^{(3)}}$$

Zapamti formulu!!

$$\frac{1}{\beta_3'} = \frac{\frac{7}{6}}{7} \cdot \frac{1}{\frac{35}{4}} + \frac{\frac{20}{6}}{7} \cdot \frac{1}{\frac{200}{9}} + \frac{\frac{15}{6}}{7} \cdot \frac{1}{\frac{150}{6}} = \frac{2}{105} + \frac{3}{140} + \frac{1}{70} = 0{,}05476$$