

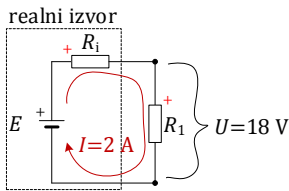
Uvodne napomene:

U nastavku je dan jedan primjer postupaka rješenja zadataka međuispita iz 2018/2019 (inačica A). Treba naglasiti da su moguća i druga rješenja koja na kraju vode do istih rezultata. Dokument je neslužben, a preporučujemo da sve zadatke **prvo pokušate samostalno riješiti**.

autor: Frano Škopljanač-Maćina

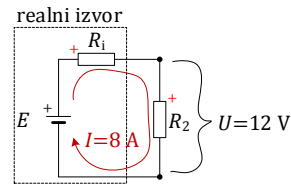
1.
2 boda

točnost:
89,5%



Prvi slučaj:

Postavimo KZN:
 $E = R_1 \cdot I + U$
 ili nakon sređivanja:
 $U = E - R_1 \cdot I$
I. jednažba:
 $18 = E - R_1 \cdot 2$



Drugi slučaj:

Postavimo KZN:
 $E = R_1 \cdot I + U$
 ili nakon sređivanja:
 $U = E - R_1 \cdot I$
II. jednažba:
 $12 = E - R_1 \cdot 8$

Iz sustava dvije jednažbe s dvije nepoznanice izračunamo parametre realnog izvora:

$E = 20 \text{ V}$ $R_1 = 1 \Omega$

2.
3 boda

točnost:
78,3%

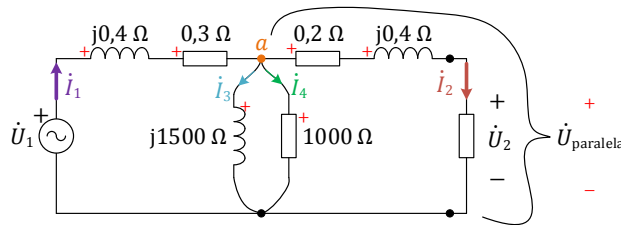
Amplituda sinusne funkcije je za $\sqrt{2}$ puta veća od modula (duljine = efektivne vrijednosti) fazora. Fazni kut sinusne funkcije odgovara argumentu (kutu) fazora (pazite da pritom stupnjeve prebacite u radijane!):

$I = 2\sqrt{2} \angle 30^\circ \text{ A} \Rightarrow i(t) = 4 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ A}$
 $i(0,015) = 4 \sin\left(2\pi \cdot 50 \cdot 0,015 + \frac{\pi}{6}\right) \approx \textbf{-3,46 A}$

3.
2 boda

točnost:
29,2%

bez:
64,7%!



Proizvoljno označimo referentne smjerove preostalih struja u krugu i odgovarajuće referentne polaritete na elementima R i L . Izračunamo napon paralele s tri grane preko krajnje desne grane:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\text{paralela}} &= \dot{I}_2 \cdot 0,2 + \dot{I}_2 \cdot j0,4 + \dot{U}_2 \\ &= \dot{I}_2 \cdot (0,2 + j0,4) + \dot{U}_2 \\ &= (10 \cos(-30^\circ) + j10 \sin(-30^\circ)) \cdot (0,2 + j0,4) + 1000 \cos(0^\circ) + j1000 \sin(0^\circ) \\ &= 1003,73205080757 + j2,46410161513776 \text{ V} \end{aligned}$$

Sada možemo izračunati struje \dot{I}_3 i \dot{I}_4 :

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= \frac{\dot{U}_{\text{paralela}}}{j1500} = 0,001642734410092 - j0,669154700538379 \text{ A} \\ \dot{I}_4 &= \frac{\dot{U}_{\text{paralela}}}{1000} = 1,00373205080757 + j0,002464101615138 \text{ A} \end{aligned}$$

Potom izračunamo po KZS (za čvor a) struju \dot{I}_1 :

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \dot{I}_4 = 9,66562882306206 - 5,66669059892324 \text{ A}$$

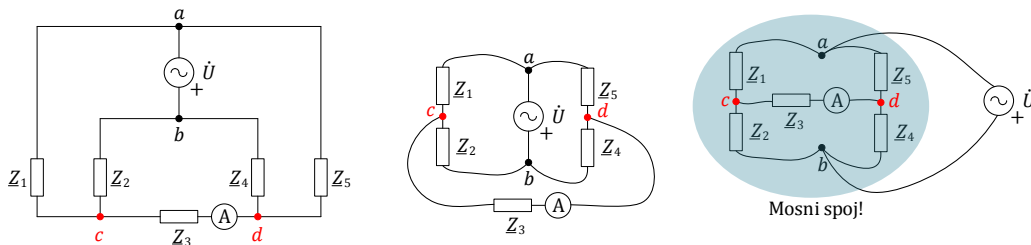
I na kraju izračunamo napon izvora \dot{U}_1 (postavimo KZN za lijevu konturu):

$$\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \cdot j0,4 + \dot{I}_1 \cdot 0,3 + \dot{U}_{\text{paralela}} \approx \textbf{1008,9 + 4,6 V}$$

4.
3 boda

točnost:
31,9%

bez:
59,5%!



Precrtamo mrežu i uočimo **mosni spoj**. Provjeravamo je li most u ravnoteži – jesu li umnošci impedancija *po dijagonalama* jednaki. Prema slici gore desno pišemo:

$$\begin{aligned} Z_1 \cdot Z_4 &= Z_2 \cdot Z_5 \\ j2 \cdot 3 &= (2 + j2) \cdot (1,5 + j1,5) \\ j6 &= 3 + j3 + j3 - 3 \\ j6 &= j6 \end{aligned}$$

DA, most je u ravnoteži!

Most je u ravnoteži pa su točke c i d na istom potencijalu i kroz mosnu granu cd ne teče struja pa ampermetar u toj grani mjeri **0 A**!

5.
2 boda

točnost:
56,7%

bez
29,7%

Izračunamo ukupnu impedanciju:

$$\underline{Z} = jX_L + R \parallel -jX_C = j3 + 2 \parallel -j2 = j3 + \frac{2 \cdot (-j2)}{2 - j2} = j3 + \frac{-j2}{1 - j} \cdot \frac{1 + j}{1 + j} = j3 + \frac{2 - j2}{2} = 1 + j2 \Omega = \sqrt{5} \angle 63,43495^\circ \Omega$$

Impedancija \underline{Z} je induktivna jer je kut impedancije pozitivan: $\varphi = 63,43495^\circ$.

Efektivna struja izvora je po Ohmovom zakonu:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{\sqrt{5}} \text{ A}$$

Ukupne radne i jalove snage izvora su potom:

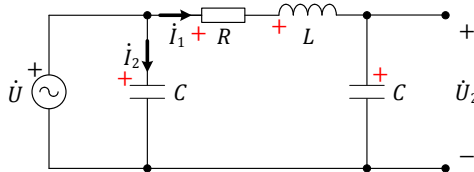
$$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) = \mathbf{2000 \text{ W}}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi) = +4000 \text{ VAr} = \mathbf{4000 \text{ VAr (ind.)}}$$

6.
3 boda

točnost:
29,3%

bez
62,4%



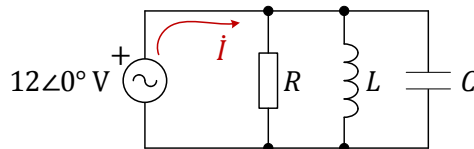
Ucrtamo referentne polaritete na elementima u skladu sa zadanim smjerovima struja. Ovo je paralela kondenzatora C i serije RLC spojena na naponski izvor \dot{U} . Napon obiju paralelnih grana je \dot{U} . Traži se omjer napona \dot{U}_2 i \dot{U} :

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}} = \frac{\dot{I}_1 \cdot (-jX_C)}{\dot{I}_1 \cdot (R + jX_L - jX_C)} = \frac{-jX_C}{R + j(X_L - X_C)} = \frac{-j \frac{1}{\omega C}}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{-j4}{2 + j(2 - 4)} = \frac{-j4}{2 - j2} \cdot \frac{2 + j2}{2 + j2} = \frac{-j8 + 8}{4 + 4} = \mathbf{1 - j}$$

7.
3 boda

točnost:
68,4%

bez
23,3%



Ukupna admitancija ima minimalni iznos pa će struja izvora $\underline{I} = \underline{Y} \cdot \dot{U}$ onda biti minimalna → **PARALELNA REZONANCIJA!** U rezonanciji je imaginarni dio admitancije jednak nuli, dakle preostaje samo:

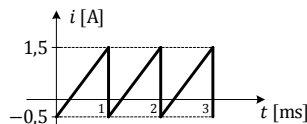
$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{R} + j\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right) = \frac{1}{R}$$

Struja izvora je:

$$I = |\underline{Y} \cdot \dot{U}| = \frac{U}{R} = \frac{12}{15} = \mathbf{0,8 \text{ A}}$$

8.
2 boda

točnost:
27,7%



Radi se o pilastom valnom obliku pomaknutom prema gore, s periodom $T = 1 \text{ ms}$.

bez
42,1%

1. način: Efektivnu vrijednost možete izračunati integriranjem po definiciji: $I_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$

Struja kroz prvi period odgovara jednadžbi pravca kroz točke (0 ms, -0,5 A) i (1 ms, 1,5 A):

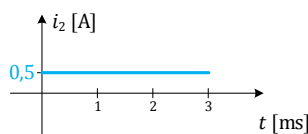
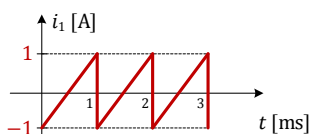
$$i - (-0,5) = \frac{1,5 - (-0,5)}{0,001 - 0} (t - 0) \rightarrow i(t) = 2000t - 0,5$$

$$I_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{0,001} \int_0^{0,001} (2000t - 0,5)^2 dt} = \sqrt{1000 \left(\int_0^{0,001} 4000000t^2 dt - \int_0^{0,001} 2000t dt + \int_0^{0,001} 0,25 dt \right)}$$

$$= \sqrt{1000 \left(4000000 \frac{t^3}{3} \Big|_0^{0,001} - 2000 \frac{t^2}{2} \Big|_0^{0,001} + 0,25t \Big|_0^{0,001} \right)} = \sqrt{1000 \left(\frac{1}{750} - \frac{1}{1000} + \frac{1}{4000} \right)} = \sqrt{\frac{7}{12}} \approx \mathbf{0,76 \text{ A}}$$

2. način: Rastavimo složeni valni oblik na komponente:

izmjenični pilasti oblik ($I_{\text{ef}} = \frac{I_{\text{maks}}}{\sqrt{3}}$) i istosmjerna komponenta ($I_{\text{ef}} = I_{\text{maks}}$)



$$I_{\text{ef1}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ A}$$

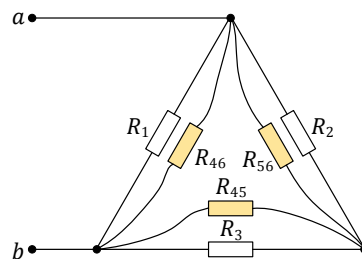
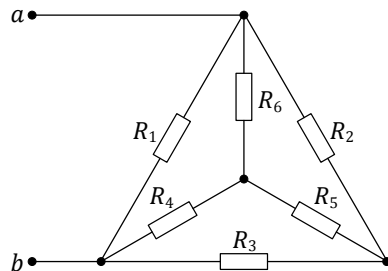
$$I_{\text{ef2}} = 0,5 \text{ A}$$

$$I_{\text{ef}} = \sqrt{I_{\text{ef1}}^2 + I_{\text{ef2}}^2} = \sqrt{\frac{7}{12}} \approx \mathbf{0,76 \text{ A}}$$

9. 3 boda Zvijezdu $R_4 - R_5 - R_6$ transformiramo u trokut $R_{46} - R_{45} - R_{56}$:

točnost:
50,4%

bez
32,7%



$$R_{46} = R_4 + R_6 + \frac{R_4 \cdot R_6}{R_5} = \frac{74}{5} \Omega$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 + \frac{R_4 \cdot R_5}{R_6} = \frac{37}{3} \Omega$$

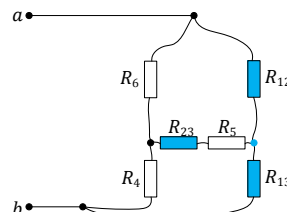
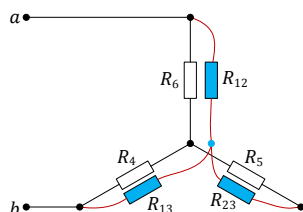
$$R_{56} = R_5 + R_6 + \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4} = \frac{37}{2} \Omega$$

Potom izračunamo mješovitu kombinaciju otpornika R_{ab} :

$$R_{ab} = R_1 \parallel R_{46} \parallel (R_3 \parallel R_{45} + R_2 \parallel R_{56}) = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{46}} + \frac{1}{R_3 \parallel R_{45} + R_2 \parallel R_{56}}} =$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{5}{74} + \frac{1}{\frac{3 \cdot \frac{37}{3}}{3 + \frac{37}{3}} + \frac{2 \cdot \frac{37}{2}}{2 + \frac{37}{2}}}} = \frac{1}{\frac{79}{74} + \frac{1}{\frac{111}{46} + \frac{74}{41}}} = \frac{1}{\frac{79}{74} + \frac{1886}{7955}} = \frac{588670}{768009} \approx 0,77 \Omega$$

***Pazite!** Nemojte transformirati trokut $R_1 - R_2 - R_3$ u zvijezdu jer ćete dobiti složeniji (mosni) spoj → dvije zvijezde s različitim zvjezdastima (nisu nužno na istom potencijalu)! U ovom slučaju treba više posla (dodatna transformacija trokut → zvijezda) kako bi se došlo do otpora R_{ab} .



10. 3 boda Dinamički otpor računamo kao $r_d = \frac{dU}{dI}$ (može i grafički → nagib tangente na $U - I$ karakteristiku u zadanoj točki):

točnost:
45,9%

$$I = 0,1U^2 \rightarrow U = \sqrt{10I} \rightarrow r_d = \frac{dU}{dI} = \sqrt{10} \cdot \frac{1}{2} I^{-\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{I}}$$

$$r_d (I=2,5 \text{ A}) = \frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{2,5}} = 1 \Omega$$

bez
19%

Završni komentar:

Ispitanika je bilo 617. Prosječan broj bodova je ispodprosječnih **11,24** (od 26).
Uz svaki zadatak naveden je i postotak ispitanika koji su dali točan odgovor.

© F. Škopljanc-Mačina, 2019.