

Uvodne napomene:

U nastavku je dan jedan primjer postupaka rješenja zadatka završnog ispita iz 2019/2020 (inačica A). Treba naglasiti da su moguća i druga rješenja koja na kraju vode do istih rezultata. Dokument je neslužben, a preporučujemo da sve zadatke **prvo pokušate samostalno riješiti**.

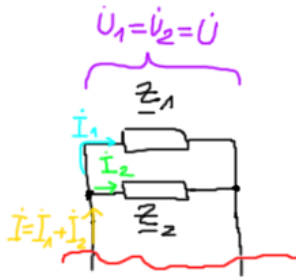
autor: *Frano Škopljanać-Mačina*

Računski zadaci (bodovi za točno/netočno/neodgovoreno): +2/−0,5/0 i +3/−1/0

1. Paralelno su spojene dvije impedancije $\underline{Z}_1 = 2 - j4 \Omega$ i $\underline{Z}_2 = 4 + j2 \Omega$. Radna snaga na \underline{Z}_2 je 20 kW. Izračunajte ukupnu prividnu snagu.

Npr. možemo ovako računati:

41%
11%
48%



$$P_2 = I_2^2 \cdot \operatorname{Re}\{\underline{Z}_2\} \rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{20000}{4}} = \sqrt{5000} \text{ A}$$

$$U = U_1 = U_2 = I_2 \cdot Z_2 = \sqrt{5000} \cdot \sqrt{16 + 4} = 100\sqrt{10} \text{ V}$$

$$Z = \left| \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} \right| = \frac{|2 - j4| \cdot |4 + j2|}{|6 - j2|} = \frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{20}}{\sqrt{40}} = \sqrt{10} \Omega$$

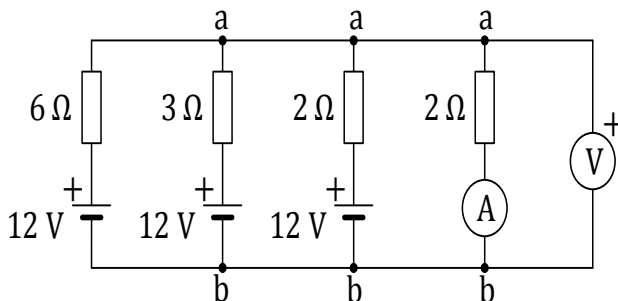
I na kraju računamo iznos ukupne prividne snage:

$$S = \frac{U^2}{Z} = 10000\sqrt{2} \approx \mathbf{31,6 \text{ kVA}}$$

2. Odredite pokazivanje idealnih instrumenata u mreži prema slici.

3 b.

54%
28%
18%



Millmanov teorem za napon idealnog voltmetra:

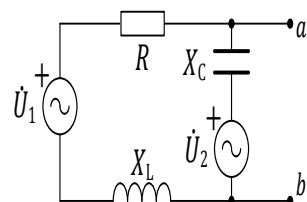
$$U_V = U_{ab} = \frac{\frac{12}{6} + \frac{12}{3} + \frac{12}{2}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{12}{\frac{3}{2}} = \mathbf{8 \text{ V}}$$

Idealni ampermetar mjeri po Ohmovom zakonu:

$$I_A = \frac{U_{ab}}{2} = \mathbf{4 \text{ A}}$$

3. Za mrežu prema slici odredite Theveninov napon gledano sa stezaljki a i b. Zadano je: $\dot{U}_1 = j10 \text{ V}$, $\dot{U}_2 = -10 \text{ V}$, $R = 30 \Omega$, $X_L = 30 \Omega$ i $X_C = 60 \Omega$.

42%
16%
42%

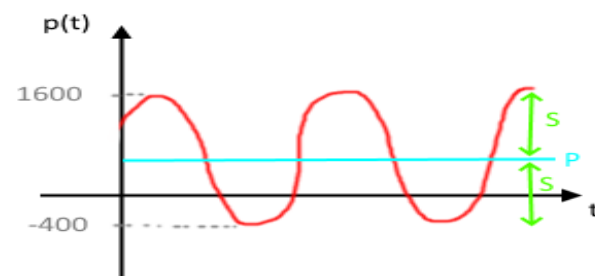


Millmanov teorem:

$$\dot{U}_{Th} = \dot{U}_{ab} = \frac{\frac{j10}{30 + j30} + \frac{-10}{-j60}}{\frac{1}{30 + j30} + \frac{1}{-j60}} = \frac{\frac{j10}{1 + j} + \frac{-10}{-j2}}{\frac{1}{1 + j} + \frac{1}{-j2}} = \frac{\frac{10 + j10}{1 + j} - j5}{\frac{1 - j}{1 + j} + j\frac{1}{2}} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = \mathbf{10 \angle 0^\circ \text{ V}}$$

4. Trenutna snaga $p(t)$ na trošilu doseže najveću vrijednost $p_{maks} = 1600 \text{ VA}$, a najmanju vrijednost $p_{min} = -400 \text{ VA}$. Koliko iznosi jalova snaga trošila?

46%
25%
29%



Sa skice očitamo srednju vrijednost sinusoide trenutne snage – to je radna snaga P:

$$P = \frac{p_{maks} + p_{min}}{2} = \frac{1600 - 400}{2} = 600 \text{ W}$$

Prividna snaga je amplituda sinusoide trenutne snage koja titra oko P:

$$S = p_{maks} - P = 1600 - 600 = 1000 \text{ VA}$$

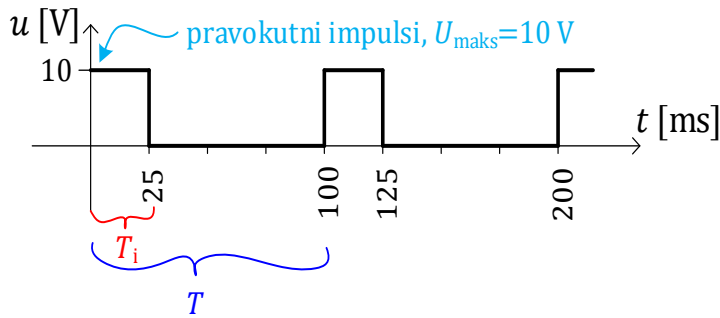
Iz trokuta snaga računamo iznos jalove snage Q:

$$S^2 = P^2 + Q^2 \rightarrow Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \mathbf{800 \text{ Var}}$$

5. Kolika se snaga razvije na otporniku $R = 10 \Omega$ ako je priključen na napon prikazan slikom?

2 b.

59%
12%
29%



Tražimo efektivni napon na otporniku R :

$$U = U_{\text{maks}} \sqrt{\frac{T_i}{T}} = 10 \sqrt{\frac{25 \text{ ms}}{100 \text{ ms}}} = 5 \text{ V}$$

I onda je snaga na otporniku R :

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{25}{10} = 2,5 \text{ W}$$

6. Struja u grani mreže prikazana je kompleksnim brojem $\dot{I} = (3 + j4)/(4 - j3)$ A. Koliko iznosi trenutna vrijednost te struje u trenutku $t = 0$ s?

2 b.

58%
35%
7%

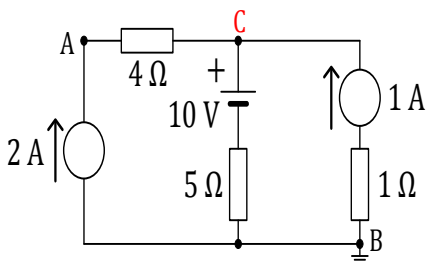
$$\dot{I} = \frac{3 + j4}{4 - j3} \cdot \frac{4 + j3}{4 + j3} = \frac{12 + j9 + j16 - 12}{16 + 9} = j1 \text{ A} = 1 \angle 90^\circ \text{ A} \rightarrow i(t) = 1 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow i(0) = \sqrt{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} \text{ A}$$

7. U mreži prema slici odredite napon U_{AB} .

3 b.

33%
20%
47%

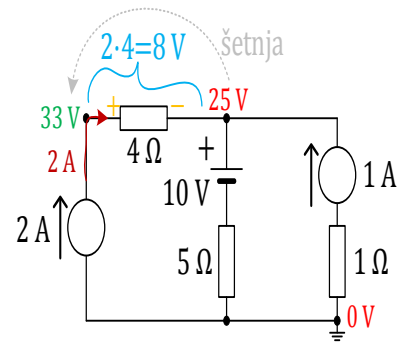


Millmanov teorem za određivanje φ_C :

$$U_{CB} = \varphi_C = \frac{2 + \frac{10}{5} + 1}{\frac{1}{\infty} + \frac{1}{5} + \frac{1}{\infty}} = 25 \text{ V}$$

Potom prođemo od C do A preko otpornika 4Ω da saznamo φ_A . Vidimo da kroz otpornik teče struja 2 A (ulazi u A):

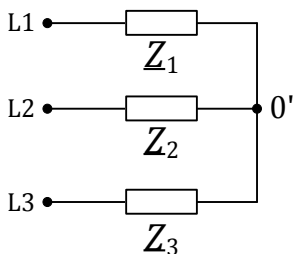
$$\varphi_A = \varphi_C + 2 \cdot 4 = 33 \text{ V}$$



8. Na simetrični trofazni generator linijskog napona $U_l = 200\sqrt{3}$ V spojeno je simetrično trošilo spojeno u zvijezdu $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3 = 10 + j10 \Omega$. Odredite ukupnu radnu snagu trošila.

3 b.

68%
9%
23%



Trošilo je u simetričnoj zvijezdi \rightarrow na svakoj fazi trošila je fazni napon:

$$U_f = \frac{U_l}{\sqrt{3}} = 200 \text{ V}$$

Modul struje kroz prvu fazu trošila (moduli sve tri fazne struje trošila su jednaki):

$$I_1 = \frac{U_f}{Z_1} = \frac{200}{|10 + j10|} = \frac{200}{10\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \text{ A}$$

Radna snaga prve faze trošila (ista kao i na 2. i 3. fazi trošila):

$$P = I_1^2 \cdot \text{Re}\{Z_1\} = 2000 \text{ W}$$

Ukupna radna snaga trošila:

$$P = \sum P_i = P_1 + P_2 + P_3 = 3P_1 = 6000 \text{ W}$$

9. Otpornik $R = 10 \Omega$ priključen je na napon $u(t) = 2 + 4 \sin(\omega t)$ [V]. Odredite iznos srednje snage na otporniku.

2 b.

58%
15%
27%

Efektivni napon (istosmjerna komponenta + sinusoida):

$$U = \sqrt{2^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{12} \text{ V}$$

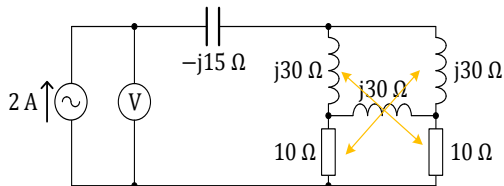
Srednja snaga (=radna snaga):

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{12}{10} = 1,2 \text{ W}$$

10. Odredite koliki napon mjeri idealni voltmetar u mreži prema slici.

3 b.

73%
7%
20%



Uočimo most u ravnoteži:

$$j30 \cdot 10 = 10 \cdot j30 \rightarrow j300 = j300 \quad \text{OK!}$$

Pa možemo kratkospojiti ili odspojiti zavojnicu u mosnoj grani - ovdje je npr. kratkospajamo.

Ukupna impedancija:

$$\underline{Z} = -j15 + j30 \parallel j30 + 10 \parallel 10$$

$$\underline{Z} = -j15 + \frac{j30 \cdot j30}{j30 + j30} + \frac{10 \cdot 10}{10 + 10}$$

$$\underline{Z} = -j15 + j15 + 5 = 5 \Omega$$

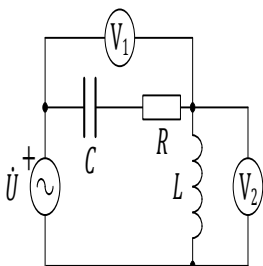
I idealni voltmetar mjeri napon na ukupnoj impedanciji \underline{Z} :

$$U_V = 2 \cdot |\underline{Z}| = \mathbf{10 \text{ V}}$$

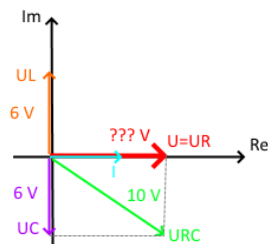
11. Spoj prema slici je u rezonanciji. Ako idealni voltmetri pokazuju $U_{V1} = 10 \text{ V}$ i $U_{V2} = 6 \text{ V}$ koliko iznosi napon izvora?

2 b.

31%
50%
19%
27%:
16 V



Skiciramo fazorski dijagram (rezonancija u seriji RLC: struja i napon izvora u fazi, modul napona na zavojnici jednak modulu napona na kondenzatoru, napon na otporniku jednak naponu izvora):



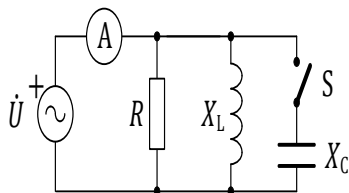
Znamo da u rezonanciji vrijedi $|\dot{U}_L| = |\dot{U}_C|$ pa onda iz pravokutnog trokuta $\dot{U}_{RC} - \dot{U}_C - \dot{U}_R$ računamo:

$$U = U_R = \sqrt{U_{RC}^2 - U_C^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \mathbf{8 \text{ V}}$$

12. U prikazanoj mreži i pri otvorenoj i zatvorenoj sklopki S idealni ampermetar pokazuje $I = 4 \text{ A}$. Odredite X_C ako je zadano $X_L = 10 \Omega$.

3 b.

24%
25%
51%



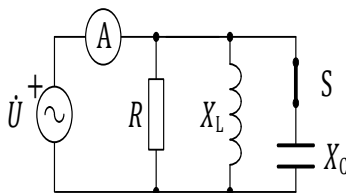
Prvi slučaj:

$$I_A = U \cdot Y$$

$$I_A = U \left| \frac{1}{R} - j \frac{1}{X_L} \right|$$

$$I_A = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}}$$

Drugi slučaj:



$$I_A = U \cdot Y$$

$$I_A = U \left| \frac{1}{R} + j \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right) \right|$$

$$I_A = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2}$$

Izjednačimo struju prije i poslije zatvaranja sklopke:

$$U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2}} = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2}$$

$$\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L^2} = \frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2$$

$$\frac{1}{X_L^2} = \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2$$

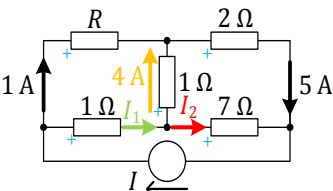
$$\frac{1}{X_L^2} = \frac{1}{X_C^2} - 2 \frac{1}{X_C X_L} + \frac{1}{X_L^2}$$

$$\frac{1}{X_C^2} = 2 \frac{1}{X_C X_L} \rightarrow X_C = \frac{X_L}{2} = \mathbf{5 \Omega}$$

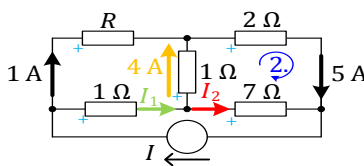
13. Uz poznate otpore i struje označene na slici, odredite koliki je otpor R!

3 b.

32%
13%
55%



Preko KZS odredimo struju kroz mosnu granu ($1 \text{ A} + 4 \text{ A} = 5 \text{ A}$). Pretpostavimo smjerove ostalih struja.



KZN za ucrtanu 2. konturu:

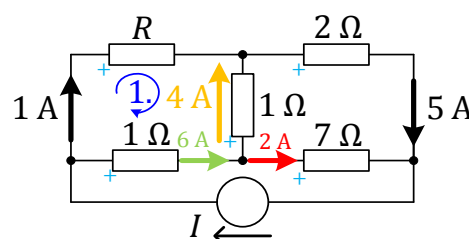
$$5 \cdot 2 - I_2 \cdot 7 + 4 \cdot 1 = 0$$

$$I_2 = \mathbf{2 \text{ A}}$$

Odredimo sada preko KZS:

$$I_1 = 4 + I_2 \rightarrow I_1 = \mathbf{6 \text{ A}}$$

(pogodili smo smjer obje struje)



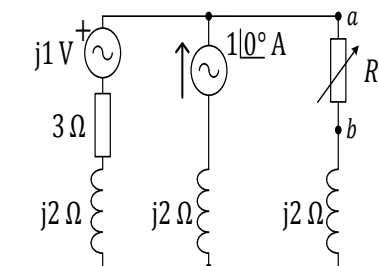
Iz KZN za ucrtanu 1. konturu odredimo R:

$$1 \cdot R - 4 \cdot 1 - 6 \cdot 1 = 0 \rightarrow R = \mathbf{10 \Omega}$$

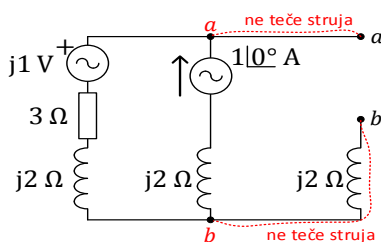
14. Odredi najveću moguću snagu na promjenjivom otporniku R priključenom na stezaljke a i b .

3 b.

20%
14%
66%

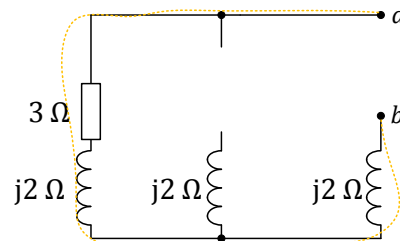


Vadimo otpornik R i nadomještamo ostatak kruga po Theveninu!



Theveninov napon preko *Millmana*:

$$\dot{U}_{ab} = \frac{\frac{j1}{3+j2} + 1}{\frac{1}{3+j2} + \frac{1}{\infty}} = \frac{\frac{3+j3}{3+j2}}{\frac{1}{3+j2}} = 3 + j3 \text{ V}$$



Theveninova impedancija:

$$\underline{Z}_{Th} = 3 + j2 + j2 = 3 + j4 \Omega$$

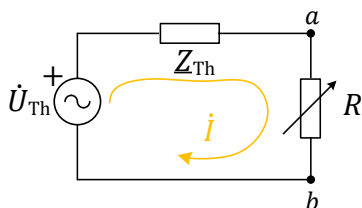
Nadomjesni Theveninov izvor (realni naponski izvor):

Uvjet za maksimalnu snagu na trošilu R :

$$R = |\underline{Z}_{Th}| = |3 + j4| = \sqrt{9 + 16} = 5 \Omega$$

Snaga na trošilu R :

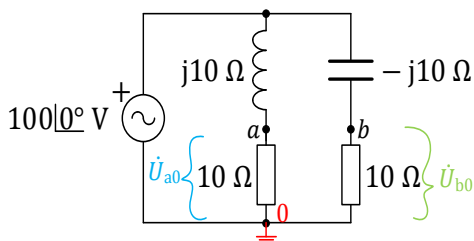
$$P = I^2 \cdot R = \left| \frac{\dot{U}_{Th}}{\underline{Z}_{Th} + R} \right|^2 \cdot R = \left| \frac{3 + j3}{8 + j4} \right|^2 \cdot 5 = \left(\frac{\sqrt{9+9}}{\sqrt{64+16}} \right)^2 \cdot 5 = \frac{18}{80} \cdot 5 = \frac{9}{8} = 1,125 \text{ W}$$



15. U mreži prema slici odredite fazor napona \dot{U}_{ab} .

3 b.

45%
27%
28%



Koristimo npr. naponsko djelilo:

$$\dot{\varphi}_a = \dot{U}_{a0} = 100 \frac{10}{10 + j10} = \frac{100}{\sqrt{2} \angle 45^\circ} = \frac{100}{\sqrt{2}} \angle -45^\circ \text{ V} = 50 - j50 \text{ V}$$

$$\dot{\varphi}_b = \dot{U}_{b0} = 100 \frac{10}{10 - j10} = \frac{100}{\sqrt{2} \angle -45^\circ} = \frac{100}{\sqrt{2}} \angle 45^\circ \text{ V} = 50 + j50 \text{ V}$$

$$\dot{U}_{ab} = \dot{\varphi}_a - \dot{\varphi}_b = 50 - j50 - (50 + j50) = -j100 \text{ V}$$

$$\dot{U}_{ab} = 100 \angle -90^\circ \text{ V}$$

16. Odredite modul $|\dot{U}|$ fazora napona $u(t) = U_m \sin(\omega t + \alpha)$ koji predstavlja zbroj napona $u(t) = u_1(t) + u_2(t)$, ako je $u_1(t) = 4 \sin(\omega t)$ [V] i $u_2(t) = 3 \sin(\omega t + \pi/2)$ [V].

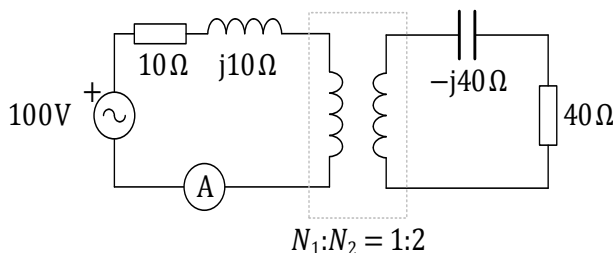
67%
21%
12%

$$|\dot{U}| = |\dot{U}_1 + \dot{U}_2| = \left| \frac{4}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ + \frac{3}{\sqrt{2}} \angle 90^\circ \right| = \left| \frac{4}{\sqrt{2}} + j \frac{3}{\sqrt{2}} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{16 + 9} = \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2,5\sqrt{2} \text{ V}$$

17. U mreži prema slici koliku struju pokazuje ampermetar?

3 b.

62%
9%
29%

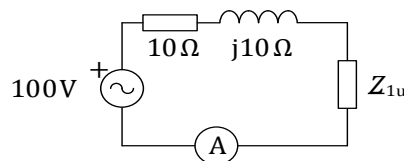


$$N_1:N_2 = 1:2$$

Ulazna impedancija transformatora:

$$\underline{Z}_{1u} = n^2 \cdot \underline{Z}_2 = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \cdot (40 - j40) = 10 - j10 \Omega$$

Nadomjesna shema:



Ukupna impedancija:

$$\underline{Z} = 10 + j10 + \underline{Z}_{1u} = 10 + j10 + 10 - j10 = 20 \Omega$$

(rezonancija: imaginarni dio = nula!)

Idealni ampermetar mjeri:

$$I_A = \frac{100}{|\underline{Z}|} = \frac{100}{20} = 5 \text{ A}$$

18. Kolika je struja I u spoju prema slici?

2 b.

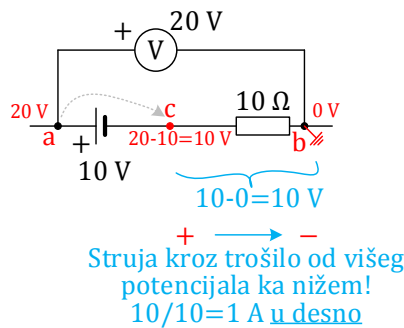
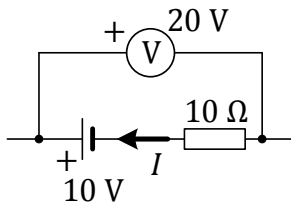
45%

47%

8%

34%:

1 A



Odredimo referentnu točku $\varphi_b = 0 \text{ V}$, onda je $\varphi_a = 20 \text{ V}$ kako pokazuje voltmetar (plus voltmetra na točki **a**, drugi kraj-masa na referentnoj točki). Idemo od točke **a** do **c** preko izvora: ulazimo na + izvora pa se spuštamo, $\varphi_c = 20 - 10 = 10 \text{ V}$. Otpornik je onda na $U_{cb} = \varphi_c - \varphi_b = 10 - 0 = 10 \text{ V}$. Struja kroz trošilo teče od višeg potencijala ka nižem, u desno (**c**→**b**), a iznos struje je $U_{cb}/10 = 10/10 = 1 \text{ A}$

Ali na početnoj shemi je zadan obrnut smjer struje, u lijevo (**b**→**c**) pa je rješenje: **-1 A**

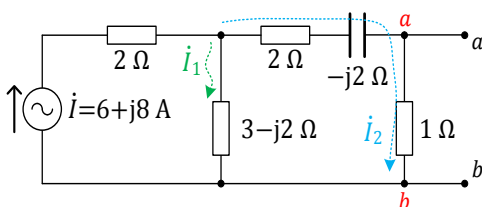
19. Izračunajte modul fazora napona \dot{U}_{ab} za mrežu prema slici.

3 b.

48%

10%

42%



Strujno djelilo za struju i_2 :

$$i_2 = i \frac{3 - j2}{3 - j2 + 2 - j2 + 1} = (6 + j8) \frac{3 - j2}{6 - j4} = (6 + j8) \frac{1}{2} = 3 + j4 \text{ A}$$

$$U_{ab} = 1 \cdot |i_2| = 1 \cdot \sqrt{9 + 16} = \mathbf{5 \text{ V}}$$

20. Odredite module Nortonove struje i Nortonove impedancije gledano s priključnica **a** i **b** ako je $X_L = 20 \Omega$, $X_C = 20 \Omega$ i $U = 20 \text{ V}$.

2 b.

45%

42%

13%

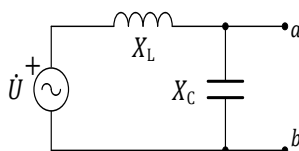
23%:

I_N

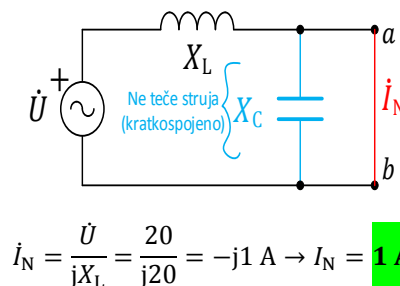
$= \infty$

Z_N

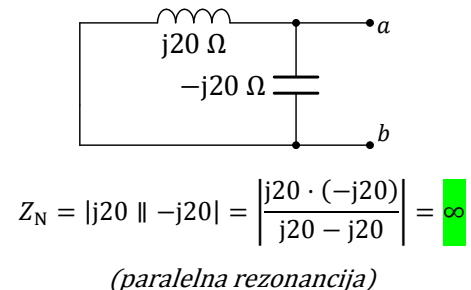
$= 0$



Nortonova struja:



Nortonova impedancija:



21. Koji od ponuđenih odgovora predstavlja jednadžbu napona čvorova za čvor C?

3 b.
$$-\varphi_A \frac{1}{R_1} - \varphi_B \frac{1}{R_2} + \varphi_C \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) = \frac{U_2}{R_4} - \frac{U_3}{R_1}$$

80% lijevo (gledamo za čvor C):

– uz φ_A : zbroj vodljivosti izravnih grana između A i C

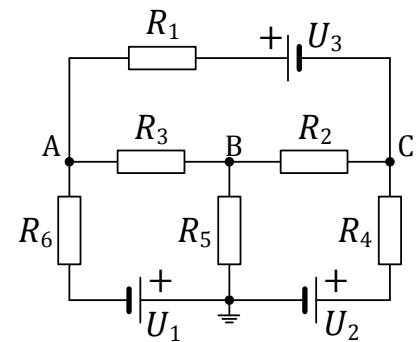
– uz φ_B : zbroj vodljivosti izravnih grana između B i C

+ uz φ_C : zbroj vodljivosti svih grana koje ulaze u C

desno (zbrajamo struje po granama koje ulaze u C):

+ izvora U_2 okrenut prema C \rightarrow predznak struje U_2/R_4 plus

+ izvora U_3 okrenut od C \rightarrow predznak struje U_3/R_1 minus



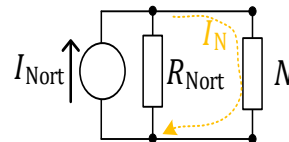
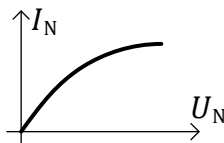
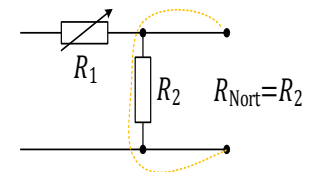
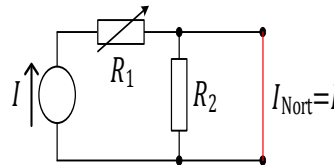
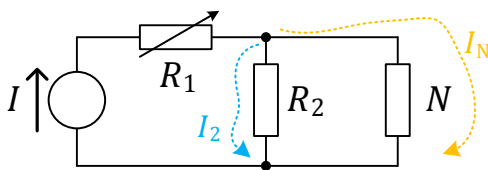
22. Što se događa sa strujom kroz nelinearni element ako otpor R_1 raste?

1 b.

Ulazna struja je uvijek I (strujni izvor) bez obzira na porast R_1 pa se onda struja I uvijek jednako dijeli na R_2 i N pa se struja kroz N ne mijenja!

Provjera preko Nortonovog teorema:

Izvadimo N i ostatak kruga nadomjestimo po Nortonu:



Iz nadomjesne sheme računa se struja kroz nelinearni element N :

$$I_N = I_{Nort} \frac{R_{Nort}}{R_{Nort} + R_N} = \frac{I \cdot R_2}{R_2 + R_N}$$

Struja se ne mijenja jer su sve vrijednosti konstantne.

23. Ako frekvencija izvora raste pokazivanje vatmetra:

1 b.

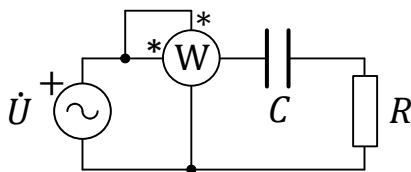
36%

49%

15%

41%:

isto



Vatmetar ovdje mjeri ukupnu radnu snagu (snagu na R):

$$P_W = I^2 R = \left| \frac{\dot{U}}{R - jX_C} \right|^2 R = \frac{U^2}{R^2 + X_C^2} R$$

Raste frekvencija, onda pada $X_C = \frac{1}{2\pi f C} \rightarrow$ pa pokazivanje vatmetra raste!

24. Kako se mijenja prividna snaga idealnog izmjeničnog naponskog izvora spojenog na serijski RLC

2 b. krug, ako mu mijenjamo frekvenciju u intervalu $\langle 0, \infty \rangle$?

22%

37%

41%

$$S = UI = U \frac{U}{Z} = \frac{U^2}{|R + j(X_L - X_C)|} = \frac{U^2}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Pri $\omega = 0$ je $X_C = \infty$ i $X_L = 0$ pa $S = 0$, onda do rezonantne frekvencije $\langle 0, \omega_0 \rangle$ vrijedi $X_C > X_L$, nazivnik se smanjuje pa raste S , pri rezonantnoj je $X_C = X_L \rightarrow$ nazivnik je minimalan (R) pa je S maksimalan: $S = U^2/R$, a za $\langle \omega_0, \infty \rangle$ je $X_L > X_C$, nazivnik sada raste pa S pada, a za $\omega = \infty$ je $X_L = \infty$ i $X_C = 0$ pa je $S = 0$. Dakle prividna snaga raste pa pada.

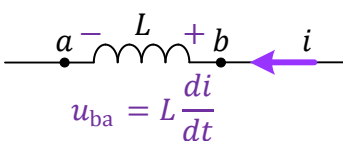
25. Ako se u zavojnici smještenoj između točaka a i b smanjuje magnetska energija, a struja ulazi na

2 b. točku b , napon u_{ab} je:

25%

26%

49%



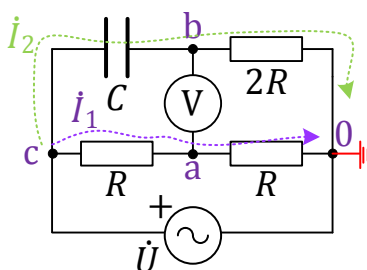
referentni polaritet napona samoindukcije: plus tamo gdje struja ulazi u zavojnicu (ovdje kod b): $u_{ba} = L \frac{di}{dt}$

Ako pada $W_L = \frac{LI^2}{2}$ onda zaključujemo da struja pada (L je konstantan) pa je derivacija struje $\frac{di}{dt}$ negativna! Dakle, u_{ba} je negativan, a $u_{ab} = -u_{ba} \rightarrow$ $u_{ab} > 0$!

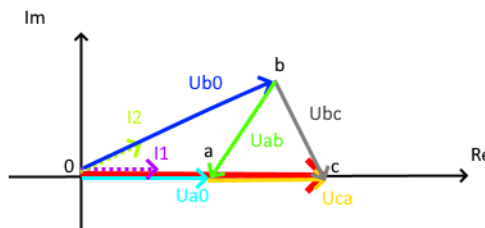
26. Ako u mreži prema slici povećavamo frekvenciju izvoru uz konstantnu amplitudu, pokazivanje 3 b. voltmetra će se:

19%
36%
45%

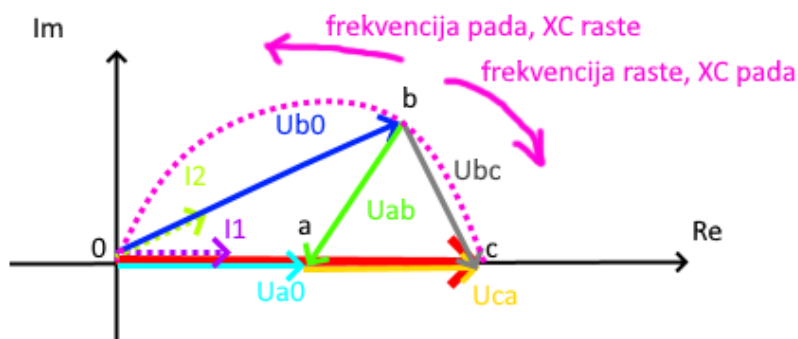
22%:
raste



Odaberemo referentnu točku, označimo točke i struje i skiciramo topografski dijagram. Obije paralelne grane su na naponu izvora \dot{U} , prva grana je radna (struja u fazi s naponom), a druga je kapacitivna \rightarrow struja prethodi naponu. Kod **b** je pravi kut, dok je **a** na polovici puta između **c** i **0** (jer je u prvoj grani $R = R$).



Dalje skiciramo mjesni dijagram – na topografskom mijenjamo frekvenciju i pratimo položaje točaka \rightarrow točka **b** se kreće po polukružnici radijusa $U \rightarrow$ modul $|\dot{U}_{ab}|$ se **ne mijenja** \rightarrow uvijek je jednak U (sjetite se labosa)!



27. Što se dogodi s energijom elektrostatskog polja unutar zračnog pločastog kondenzatora koji je 2 b. trajno priključen na izvor napona U nakon što razmak između njegovih ploča smanjimo na polovicu?

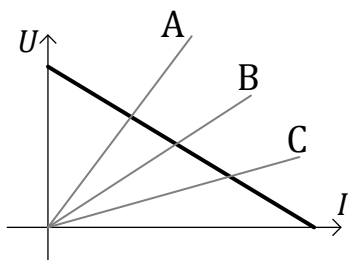
73%
16%
11%

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \frac{S}{d} U^2}{2} = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2d} \rightarrow W_{\text{prije}} = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2d} \quad W_{\text{poslije}} = \frac{\epsilon_0 S U^2}{2 \frac{d}{2}} = 2W_{\text{prije}}$$

Energija kondenzatora se **poveća dva puta**!

28. Realni strujni izvor prikazan je naponsko-strujnom karakteristikom. Na izvor priključujemo 2 b. otpornike prikazane njihovim naponsko-strujnim karakteristikama. Koji otpornik trebamo priključiti da bi stupanj korisnosti η bio najveći.

43%
29%
28%



Stupanj korisnosti **realnog strujnog izvora**:

$$\eta = \frac{R_i}{R_i + R}$$

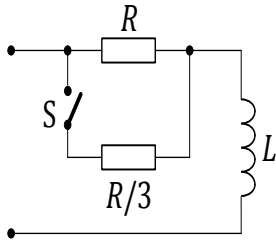
Iz grafa se vidi da je otpor R_A ($R = \frac{U}{I}$) najveći (najveći napon se dijeli s najmanjom strujom), a R_C najmanji (najmanji napon se dijeli s najvećom strujom). Nazivnik u izrazu za η će biti najmanji kada je $R = R_C$ pa je tada η najveći.

Dakle, treba odabrati **otpornik C** kao trošilo R .

29. Hoće li se i kako promijeniti vremenska konstanta τ ovog spoja nakon zatvaranja sklopke S?

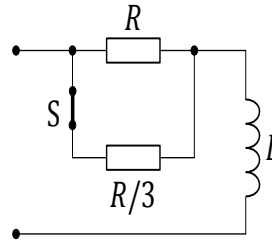
2 b.

75%
14%
11%



prije zatvaranja sklopke:

$$\tau = \frac{L}{R}$$



nakon zatvaranja sklopke:

$$\tau = \frac{L}{\frac{R \cdot \frac{R}{3}}{R + \frac{R}{3}}} = \frac{L}{\frac{R}{4}} = 4 \frac{L}{R}$$

τ poraste četiri puta

30. Paralelni spoj otpornika, zavojnice i kondenzatora čini dvopol. Karakter impedancije tog dvopola na frekvenciji iznad rezonantne jest:

Ukupna admitancija paralele RLC:

29%
49%
22%

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} + \frac{1}{jX_L} + \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{R} + j\left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right) = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

Za frekvencije iznad rezonantne imaginarni dio \underline{Y} je veći od nule pa je kut admitancije $\phi > 0$. Za kut impedancije $\underline{Z} = 1/\underline{Y}$ vrijedi $\phi = -\phi$ pa zaključujemo da je kut impedancije ϕ **negativan**. Dakle, karakter impedancije paralele RLC za frekvencije iznad rezonantne je **kapacitivan**.

31. Serijski RLC krug priključen je na naponski izvor. U kojem je odnosu struja izvora prema naponu izvora za frekvencije f više od rezonantne frekvencije f_0 ($f_0 < f < \infty$)?

45%

$$\underline{i} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U \angle \alpha_U}{Z \angle \varphi} = \frac{U}{Z} \angle \alpha_U - \varphi$$

Za frekvencije više od rezonantne je $X_L > X_C$ pa je φ (kut impedancije $\underline{Z} = R + j[X_L - X_C]$) pozitivan (induktivan karakter). Dakle, onda **struja kasni za naponom za α , $0^\circ < \alpha < 90^\circ$** .

32. Nelinearni element ima naponsko-strujnu karakteristiku koja se aproksimira funkcijom 2 b. $I = kU^2$. Kako se mijenja dinamički otpor s porastom napona?

51%

25%
24%

dinamička vodljivost: $g_d = \frac{di}{du} = 2kU \rightarrow r_d = \frac{1}{g_d} = \frac{1}{2kU} \rightarrow$ ako napon raste onda **dinamički otpor pada**

33. Faktor snage nekog induktivnog trošila priključenog na idealni naponski izvor je manji od 1. Kako se taj faktor može povećati, a da radna snaga ostane ista?

43%

27%
30%

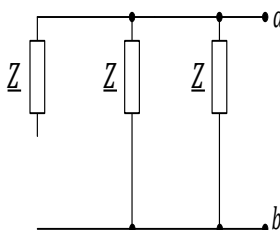
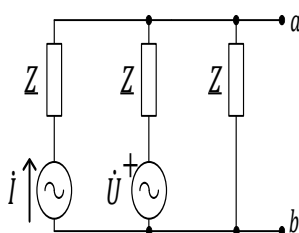
Paralelnim spajanjem kondenzatora. Ako je trošilo induktivno onda njegovu induktivnu reaktivnu jalovu snagu poništavamo s kapacitivnom jalovom snagom kondenzatora u paraleli. Spajanjem u paralelu na trošilu i na kondenzatoru je napon izvora pa radna snaga trošila ostaje ista.

34. Za prikazani spoj odredite Theveninovu impedanciju sa stezaljki a i b.

1 b.

Kod određivanja Theveninove impedancije strujni izvor odspojimo, a naponski nadomjestimo s kratkim spojem pa ostaje samo paralela $\underline{Z} \parallel \underline{Z}$:

66%
25%
9%



$$\underline{Z}_{Th} = \frac{\underline{Z} \cdot \underline{Z}}{\underline{Z} + \underline{Z}} = \frac{\underline{Z}}{2}$$

Završni komentar:

Ispitanika je bilo 564. Prosječan broj bodova: **30,86** (od 76).

Uz svaki zadatak naveden je i postotak studenata s **točnim** i **netočnim** odgovorom kao i **bez odgovora**.

Navedeni su i pojedinačni krivi odgovori ako ih je zaokružilo **više od 20%** studenata.