ZADATAK 1:

DEFINICIJA POJMA SIGNAL

Signal je fenomen koji nosi neku informaciju.

FUNKCIJA u1.m

```
function y=u1(t)
for i=1:numel(t)
    y(i)=0;
    if (0<=t(i)) & (t(i)<=1)
        y(i)=1;
    end

    if (3<=t(i)) & (t(i)<=4)
        y(i)=1;
    end

end
```

FUNKCIJA U2.m

```
function y=u2(t)
for i=1 : numel (t)
    y(i)=0;
    if (-5<=t(i)) & (t(i) <=-4)
        y(i)= 1;
    end

    if (-2<=t(i)) & (t(i)<=-1)
        y(i) =-1;
    end

    if (1<=t(i)) & (t(i)<=2)
        y(i) = -2
    end
end
```

FUNKCIJA Y1.m

```
function y= y1(t)
for i=1:numel(t)
    y(i)=0;
    if (0<=t(i)) & (t(i) <=4)
        y(i)= -t(i)+3;
    end
end
```

DEFINICIJA POJMA SUSTAV

Sustav je cjelina sastavljena od međusobno vezanih objekata gdje svojstva objekata i njihova interakcija određuju vladanje i svojstva cjeline

ZADATAK 1. (II DIO)

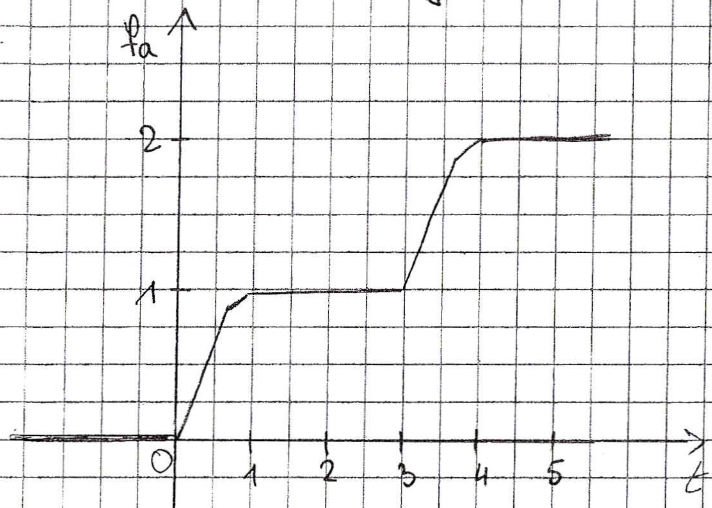
RAČUNANJE INTEGRALA

a)
$$\int_{-\infty}^{t} u_1(\tau)\,d\tau = \begin{cases} 0 & , \ t \in \langle -\infty, 0\rangle \\ \int_0^t 1\,d\tau = t & , \ t\in[0,1\rangle \\ \int_0^1 1\cdot d\tau + \int_1^3 0\cdot d\tau = 1 & , \ t\in[1,3\rangle \\ \int_0^1 1\cdot d\tau + \int_3^t 1\cdot d\tau = 1 + t - 3 = t-2 & , \ t\in[3,4\rangle \\ \int_0^1 1\cdot d\tau + \int_3^4 1\cdot d\tau = 1+1 = 2 & , \ t\in[4,\infty\rangle \end{cases}$$

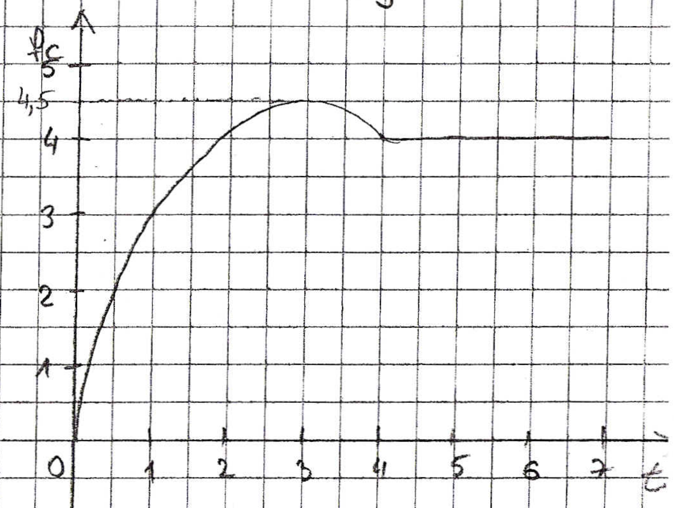
b)
$$\int_{-\infty}^{t} u_2(\tau)\,d\tau = \begin{cases} 0 & , \ t\in\langle -\infty,-5\rangle \\ \int_{-5}^{t} 1\,d\tau = t+5 & , \ t\in[-5,-4\rangle \\ \int_{-5}^{-4} 1\,d\tau + \int_{-4}^{t} 0\cdot d\tau = 1 & , \ t\in[-4,-2\rangle \\ \int_{-5}^{-4} 1\,d\tau + \int_{-2}^{t} -1\cdot d\tau = 1 + (-t-2) = -t-1 & , \ t\in[-2,-1\rangle \\ \int_{-5}^{-4} 1\cdot d\tau + \int_{-2}^{-1} -1\,d\tau + \int_{-1}^{t} 0\,d\tau = 1 + (-1) = 0 & , \ t\in[-1,1\rangle \\ \int_{-5}^{-4} 1\,d\tau + \int_{-2}^{-1} -1\,d\tau + \int_{1}^{t} (-2)\,d\tau = -2(t-1) & , \ t\in[1,2\rangle \\ \int_{1}^{2} (-2)\,d\tau = -2\cdot(2-1) = -2 & , \ t\in[2,\infty\rangle \end{cases}$$

c) $$\int_{-\infty}^{t} y_1(\tau)\,d\tau = \begin{cases} 0, & t \in \langle -\infty, 0\rangle \\ \int_0^t (-\tau+3)\,d\tau = -\frac{\tau^2}{2} + 3\tau \Big|_0^t = -\frac{t^2}{2} + 3t, & t \in [0, 4\rangle \\ \int_0^4 (-\tau+3)\,d\tau + \int_4^\infty 0\,d\tau = -\frac{\tau^2}{2} + 3\tau \Big|_0^4 = -8+12 = 4, & t \in [\ldots \end{cases}$$

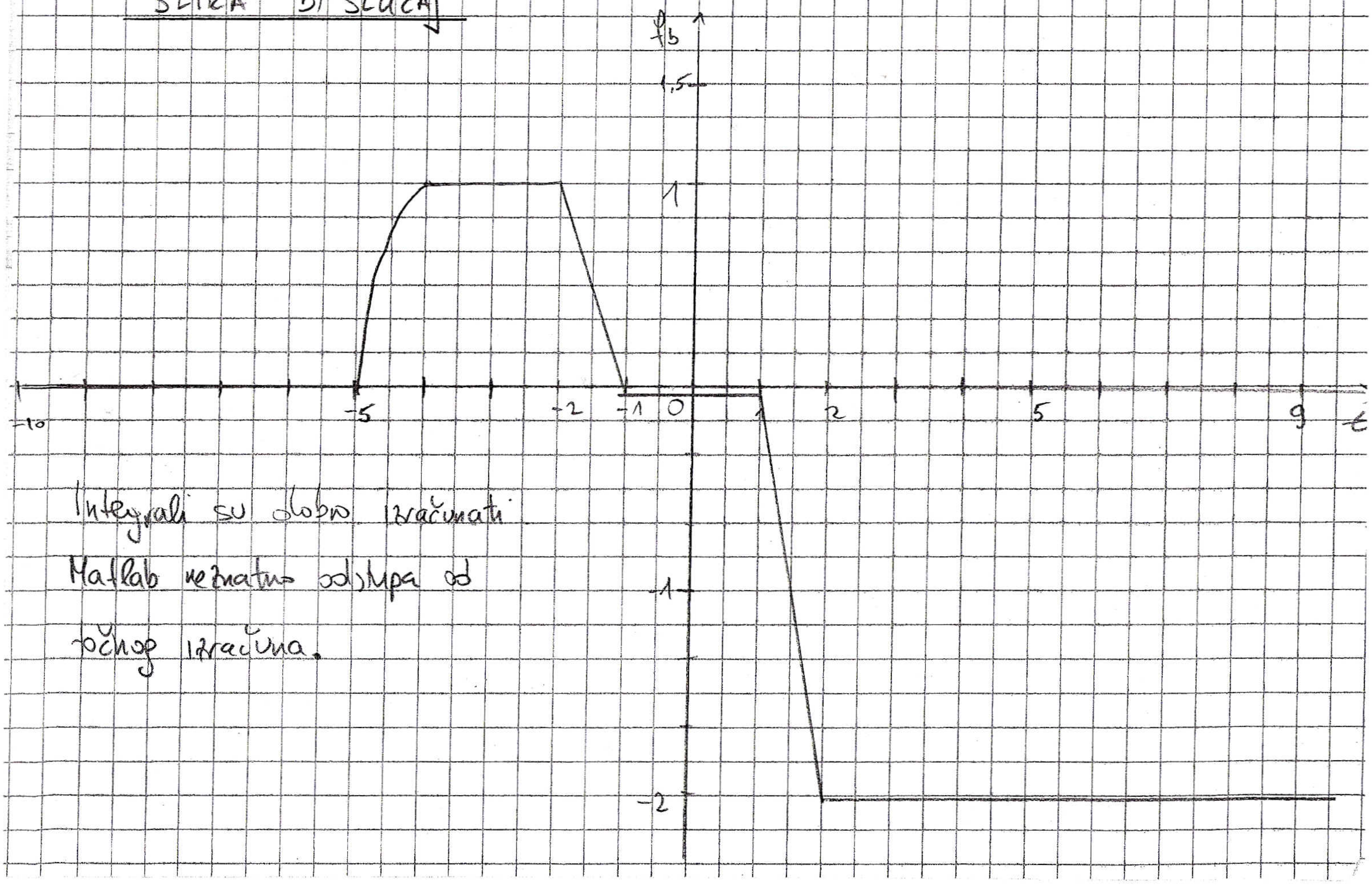
SLIKA a) SLUČAJ



SLIKA c) SLUČAJ



SLIKA b) SLUČAJ



Integrali su dobro izračunati.
Matlab neznatno odstupa od ručnog izračuna.

ZADATAK 2:

DEFINICIJA MEMORIJSKOG SUSTAVA

Memorijski sustavi su kauzalni sustavi s beskonačnom memorijom

$$\forall t \in \mathbb{R} \qquad y(t) = S(u_{(-\infty,t]})(t)$$

$$\forall n \in \mathbb{Z} \qquad y(n) = S(u_{(-\infty,n]})(n)$$

DEFINICIJA KAUZALNOG SUSTAVA

Kauzalni sustav je sustav gdje je trenutni odziv sustava posljedica trenutne i prošle vrijednosti ulaznog signala

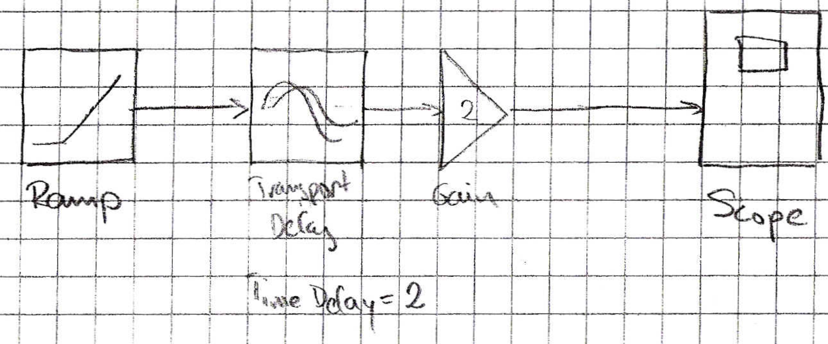
a) 1) $S_1(u(t)) = 5u(t)$ — sustav nije memorijski (S_1 ovisi samo o $u(t)$)
sustav je kauzalan (iz istog razloga)

2) $S_2(u(t)) = 2u(t-2)$ — sustav je memorijski (S_2 ovisi o prošlosti)
sustav je kauzalan (iz istog razloga)

3) $S_3(u(n)) = u(n-2)$ — sustav je memorijski (S_3 ovisi o prošlosti)
sustav je kauzalan (iz istog razloga)

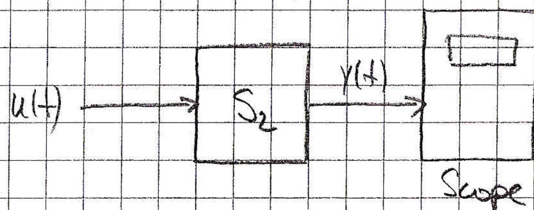
4) $S_4(u(n)) = u(n+2)$ — sustav je memorijski (S_4 ovisi o budućnosti
sustav nije kauzalan (jer ovisi o budućn

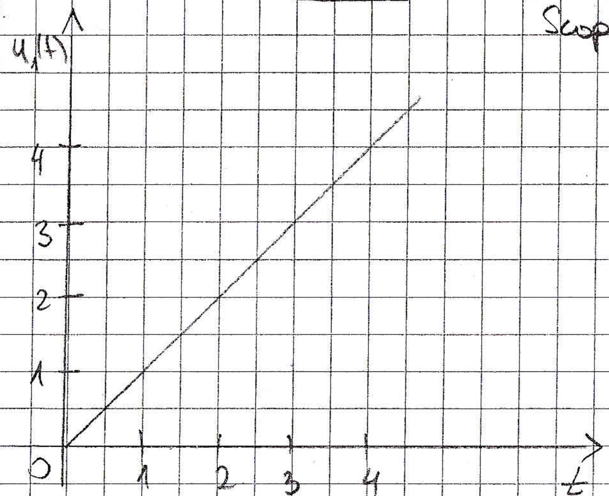
c) $S_2(u(t)) = 2\,u(t-2)$



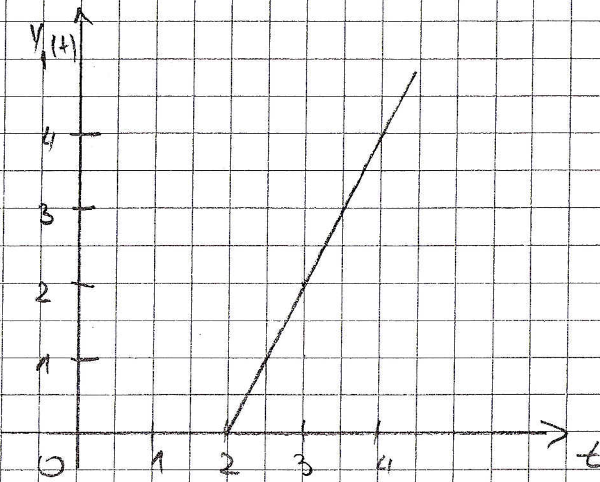
d) Korištenjem računala ne mogu ispitati da li je sustav bezmemorijski. Razlog tome je što za sve pobude mora vrijediti da je dotični sustav bezmemorijski što je nemoguće ispitati. Stoga je najlakše dokazati da neki sustav nije memorijski. Dovoljno je pronaći jedan protuprimjer i uspjeli smo dokazati da je sustav memorijski. Ukoliko za neki sustav probamo nekoliko pobuda i za sve vrijedi da je sustav bezmemorijski, svejedno ne možemo zaključiti ništa jer nismo pokušali za sve moguće pobude.
Ispitati ću da li sustav ima memoriju tako da ću propustiti signal kroz sustav i gledati da li izlaz ovisi o trenutnom, prošlom ili budućem stanju.

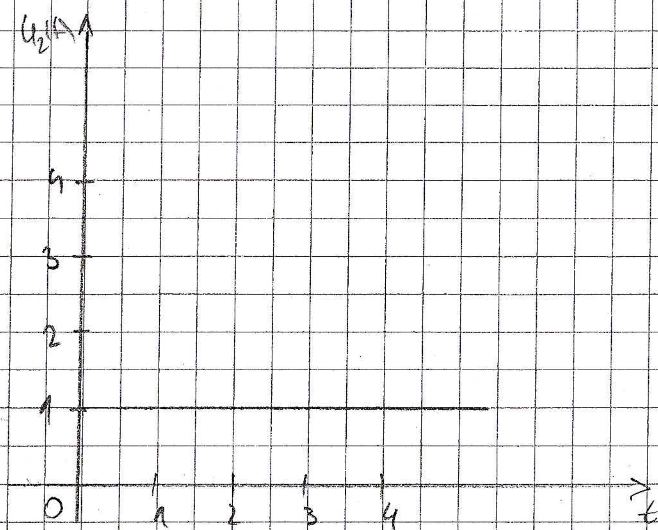
ZADATAK 2: (II DIO)



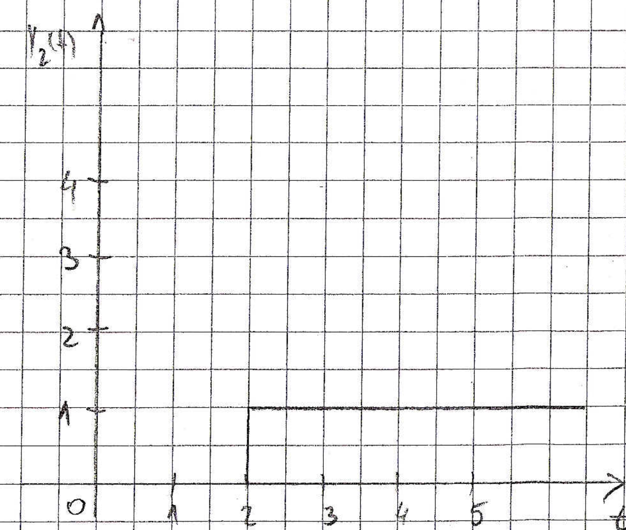


S_2 ⟹





S_2 ⟹



Sustav S_2 je memorijski jer vrijednosti izlaza ovise o prošlosti tj. o vrijednostima koji su se dogodile "2 koraka" ispred trenutnog

ZADATAK 3:

DEFINICIJA VREMENSKI STALNOG SUSTAVA

Sustav S je vremenski stalan, ako za bilo koju pobudu $u(n)$ daje odziv $y(n)$, a za zakašnjeli ulaz $E^{-uk}(u)(n)$ daje zakašnjeli odziv $E^{-uk}(y)(n)$

a) 1) $S_1(u(t)) = 5u(t)$

$$u_1(t) = u(t-M)$$

$$y_1(t) = 5u_1(t) = 5u(t-M)$$

$$y(t) = 5u(t)$$

$$y(t-M) = 5u(t-M) \qquad y_1(t) = y(t-M)$$

SUSTAV JE VREMENSKI NEPROMJENJIV

2) $S_2(u(t)) = \sin(t)\,u(t)$

$$u_1(t) = u(t-M)$$

$$y_1(t) = \sin(t)\,u_1(t) = \sin(t)\,u(t-M)$$

$$y(t) = \sin(t)\,u(t)$$

$$y(t-M) = \sin(t-M)\,u(t-M) \qquad y_1(t) \neq y(t-M)$$

SUSTAV JE VREMENSKI PROMJENJIV

3) $S_3(u(n)) = (-1)^n u(n)$

$$u_1(n) = u(n-M)$$

$$y_1(n) = (-1)^n u_1(n) = (-1)^n u(n-M)$$

$$y(n) = (-1)^n u(n)$$

$$y(n-M) = (-1)^{n-M} \cdot u(n-M) = (-1)^{-M} \cdot (-1)^n \cdot u(n-M)$$

$$y_1(n) \neq y(n-M)$$

SUSTAV JE VREMENSKI PROMJENJIV

4) $S_4(u(n)) = e^{j\pi n} u(n)$

$$u_1(n) = u(n-M)$$

$$y_1(n) = e^{j\pi n} u_1(n) = e^{j\pi n} u(n-M)$$

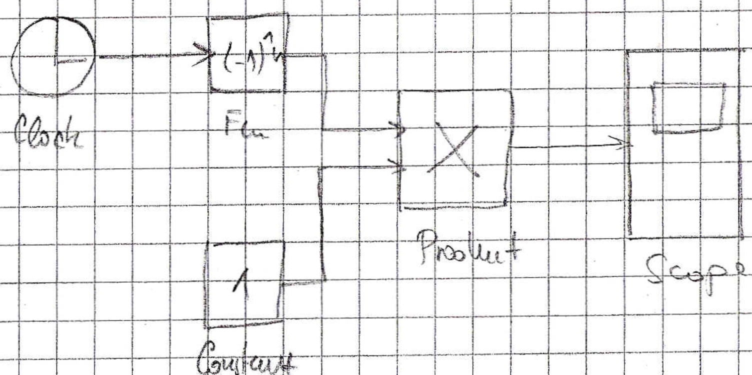
$$y(n) = e^{j\pi n} u(n)$$

$$y(n-M) = e^{j\pi(n-M)} u(n-M) = e^{-j\pi M} \cdot e^{j\pi n} u(n-M)$$

$$y_1(n) \neq y(n-M)$$

SUSTAV JE VREMENSKI PROMJENJIV

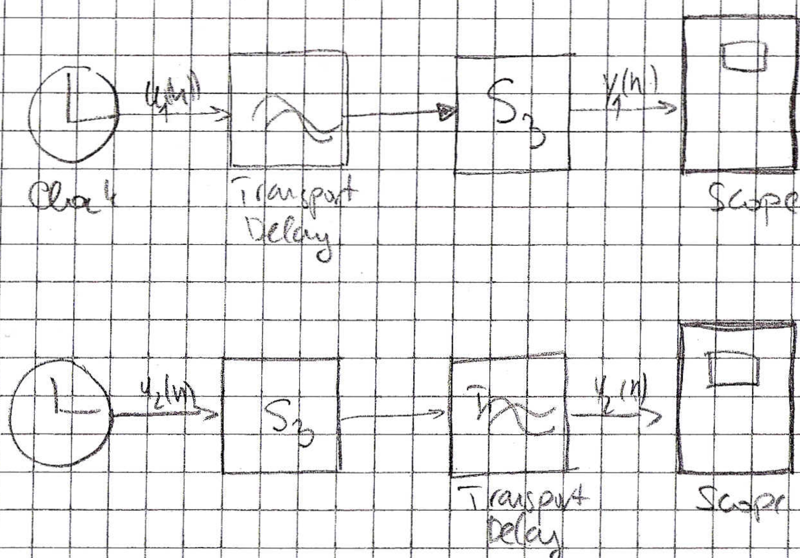
b) $S_3 = (-1)^n u(n)$

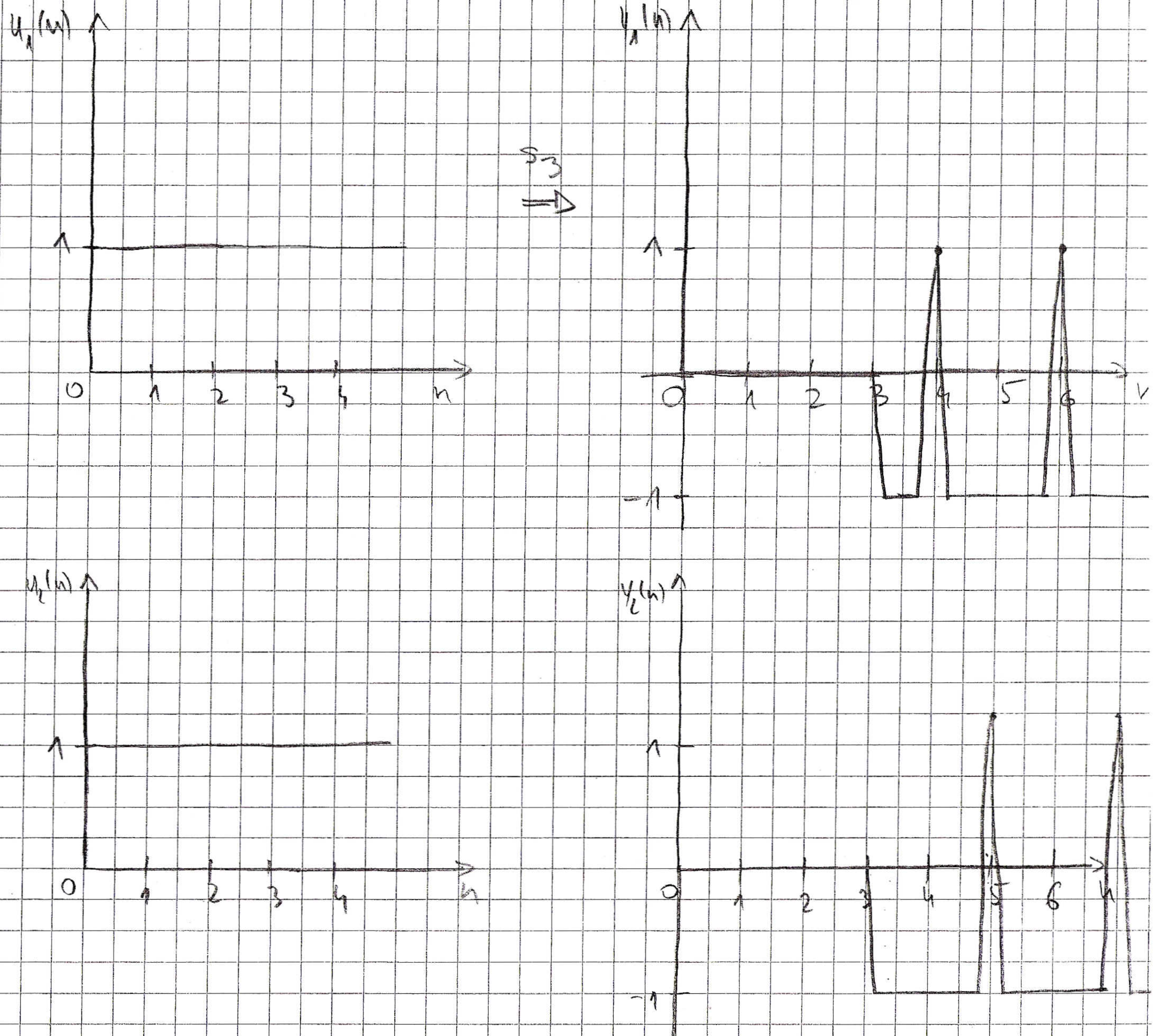


ZADATAK 3. (I. DIO)

c) Korišteći računalo ne mogu pokazati vremensku stalnost sustava. Razlog tome je što bih trebao ispitati sve moguće pobude i za sve njih bi trebao utvrditi stalnost što je nemoguće. Ali tako mogu pokazati vremensku promjenjivost tako da pronađem samo jedan protuprimjer tj. samo jednu pobudu za koju ne vrijedi vremenska stalnost.

Ispitati ću tako što ću u prvom slučaju propustiti kroz sustav zakašnjelu pobudu, a u drugom zakasniti izlaz. Ukoliko se Scope 1 i Scope 2 razlikuju tada je sustav vremenski promjenjiv, inače ne mogu 100 % tvrditi suprotno.





Izlaz $y_1 \neq y_2$ stoga zaključujem kako je sustav S_3 vremenski promjenjiv.

ZADATAK 4:

DEFINICIJA LINEARNOSTI SUSTAVA

$$\alpha u_1 \rightarrow \boxed{S} \rightarrow \alpha y_1$$

$$\beta u_2 \rightarrow \boxed{S} \rightarrow \beta y_2$$

$$\alpha u_1 + \beta u_2 \rightarrow \boxed{S} \rightarrow \alpha y_1 + \beta y_2$$

Uz oznake na slici, sustav je linearan ako, za $\forall \alpha$ i $\forall \beta$ vrije

$$y_1 = S(u_1)$$
$$y_2 = S(u_2)$$

1) $\left.\begin{aligned} S(\alpha u_1) &= \alpha S(u_1) = \alpha y_1 \\ S(\beta u_2) &= \beta S(u_2) = \beta y_2 \end{aligned}\right\}$ HOMOGENOST

2) $S(\alpha u_1) + S(\beta u_2) = \alpha y_1 + \beta y_2$ ADITIVNOST

3) $S(\alpha u_1 + \beta u_2) = \alpha S(u_1) + \beta S(u_2)$ SUPERPOZICIJA

HOMOGENOST - konstanta pomnožena sa ulaznim signalom se ne mijenja tokom prolaza kroz sustav

ADITIVNOST - zbroj ulaznih signala pomnoženih konstantom koji su prošli kroz sustav ne ovise o konstantama s kojima su pomnoženi

a) 1) $S_1(u(t)) = 5u(t)$

$u(t) = \alpha u_1(t) + \beta u_2(t)$

$y(t) = 5\alpha u_1(t) + 5\beta u_2(t)$

$y_1(t) = 5u_1(t)$

$y_2(t) = 5u_2(t)$

$y_k(t) = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t) = \alpha 5 u_1(t) + \beta 5 u_2(t)$

$y(t) = y_k(t)$

SUSTAV JE LINEARAN

2) $S_2(u(t)) = t u(t) + 3$

$u(t) = \alpha u_1(t) + \beta u_2(t)$

$y(t) = t \cdot (\alpha u_1(t) + \beta u_2(t)) + 3$

$y_1(t) = t u_1(t) + 3$

$y_2(t) = t u_2(t) + 3$

$y_k(t) = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t) = t(\alpha u_1(t) + \beta u_2(t)) + 3(\alpha + \beta)$

$y \neq y_k$

SUSTAV NIJE LINEARAN

3) $S_3(u(n)) = u(n) + 2u(n-1)$

$u(n) = \alpha u_1(n) + \beta u_2(n)$

$y(n) = \alpha u_1(n) + \beta u_2(n) + 2 \cdot (\alpha u_1(n-1) + \beta u_2(n-1))$

$y_1(n) = u_1(n) + 2u_1(n-1)$

$y_2(n) = u_2(n) + 2u_2(n-1)$

$y_k(n) = \alpha y_1(n) + \beta y_2(n) = \alpha u_1(n) + 2\alpha u_1(n-1) + \beta u_2(n) + 2\beta u_2(n-1)$

$y = y_k$

SUSTAV JE LINEARAN

ZADATAK 4 (I DIO)

4) $S_4(u(n)) = \exp(u(n))$

$$u(n) = \alpha u_1(n) + \beta u_2(n)$$

$$y(n) = \exp(\alpha u_1(n) + \beta u_2(n))$$

$$y_1(n) = \exp(u_1(n))$$

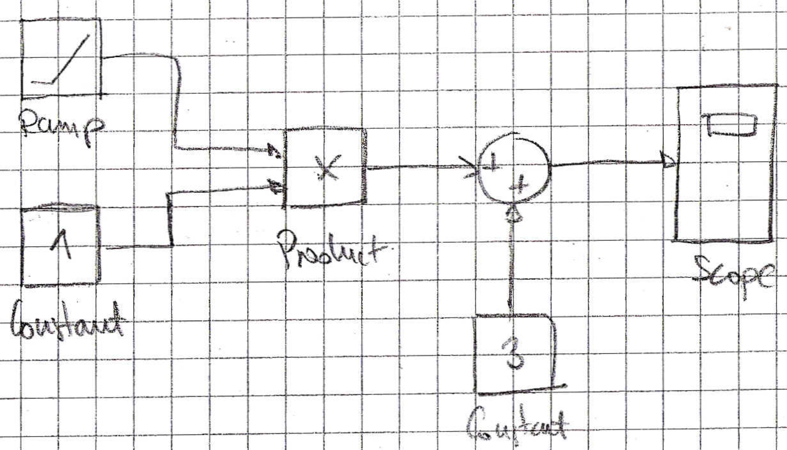
$$y_2(n) = \exp(u_2(n))$$

$$y_k = \alpha y_1(n) + \beta y_2(n) = \alpha \cdot \exp(u_1(n)) + \beta \cdot \exp(u_1(n))$$

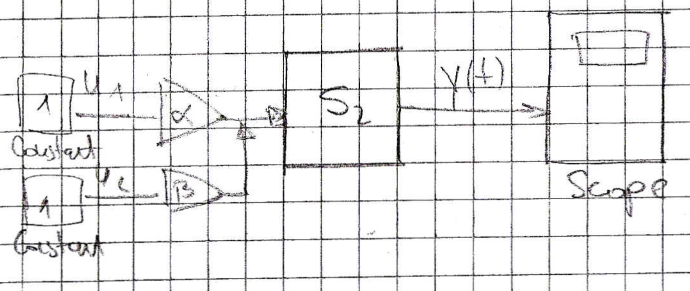
$$y \neq y_k$$

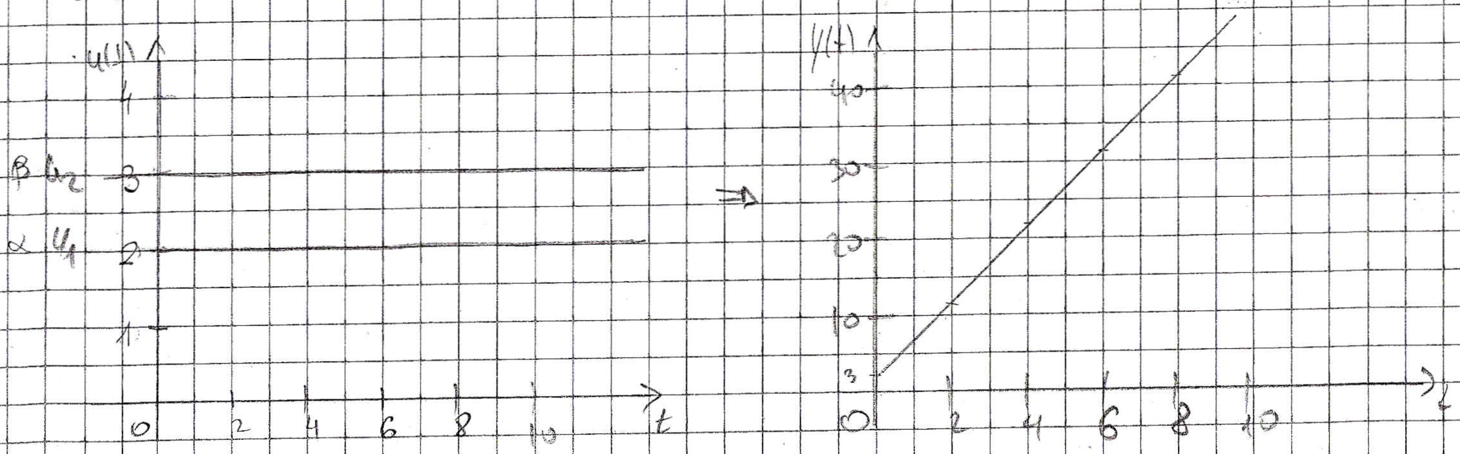
SUSTAV NIJE LINEARAN

b)

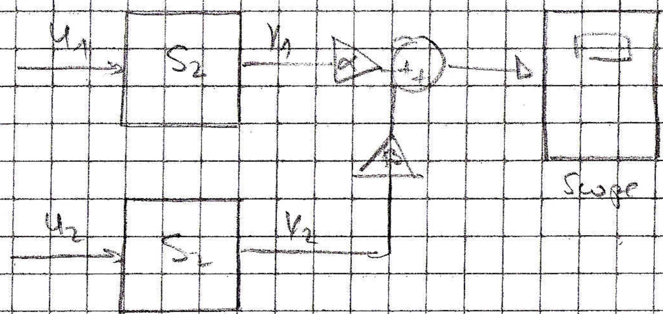


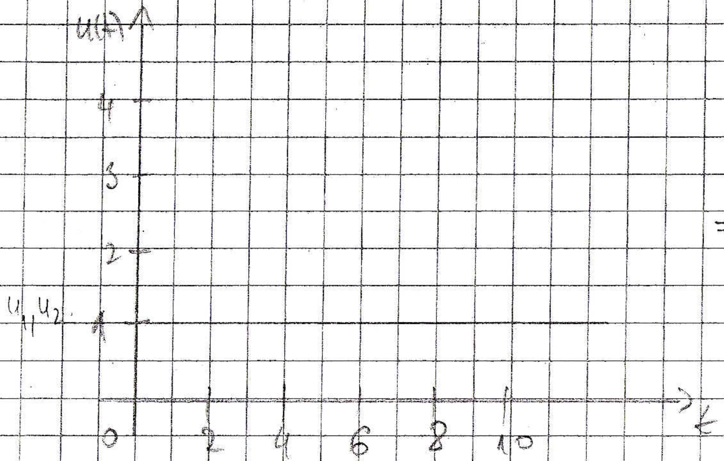
c) Korištenjem računala ne mogu pokazati da je sustav linearan jer je potrebno ispitati sve moguće α i β i pokazati da za sve njih linearnost vrijedi što je nemoguće i nema smisla. Stoga je najlakše pronaći protuprimjer koji obično je pronaći samo jedan α i jedan β koji će pokazati da linearnost ne vrijedi. Ukoliko za nekoliko različitih α i β se pokaže da vrijedi linearnost, na temelju toga se ne može zaključiti ništa. Pokušati ću ispitati (opovrgnuti) tako što ću napraviti usporedbu između slučaja 1 gdje ću kroz sustav propustiti zbroj dva signala pomnožena sa proizvoljnim α i β i slučaja 2 gdje ću ta ista dva signala pomnožiti sa α i β tek po izlasku iz sustava. Ako scope 1 i scope 2 ne pokažu isto onda je sustav nelinearan.

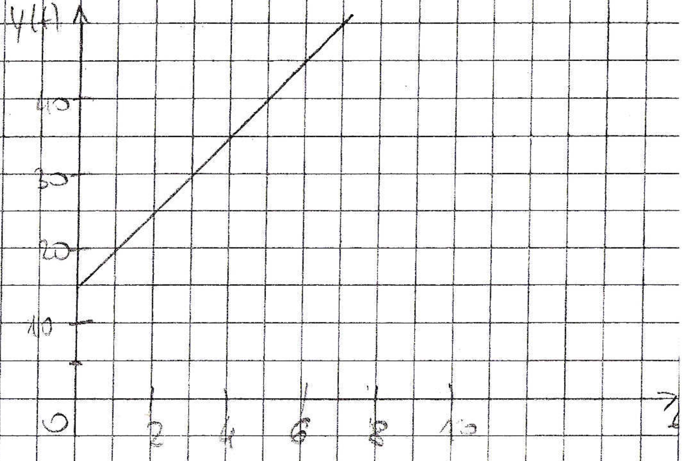




ZADATAK 4 (III dio)







Sustav S_2 nije linearan jer se scope slučaja 1 i scope slučaja 2 ne podudaraju

ZADATAK 5:

a)

$$u_2(t) = u_1(t+5) - 2u_1(t+2)$$

$$y_1(t) = (3-t)\cdot\big(\mu(t) - \mu(t-4)\big)$$

$$u_1(t) \longrightarrow \boxed{S} \longrightarrow y_1(t)$$

$$u_2(t) \longrightarrow \boxed{S} \longrightarrow y_2(t) = ?$$

$$u_1(t+5) \longrightarrow \boxed{S} \longrightarrow y_1(t+5) = -(t+2)\big(\mu(t+5) - \mu(t+1)\big)$$

$$u_1(t+2) \longrightarrow \boxed{S} \longrightarrow y_1(t+2) = (1-t)\big(\mu(t+2) - \mu(t-2)\big)$$

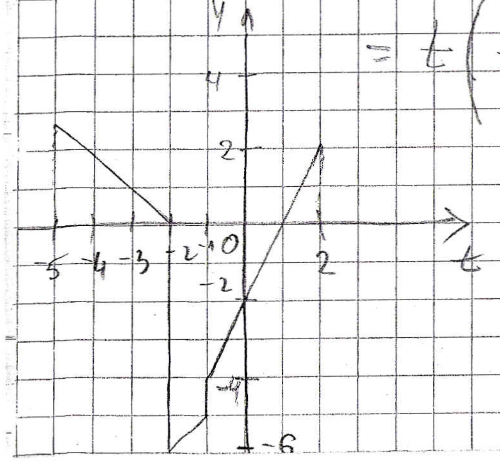
$$y_2(t) = -(t+2)\big(\mu(t+5) - \mu(t+1)\big) - 2(1-t)\big(\mu(t+2) - \mu(t-2)\big)$$

$$= -t\big(\mu(t+5) - \mu(t+1)\big) - 2\big(\mu(t+5) - \mu(t+1)\big) - 2\big(\mu(t+2) - \mu(t$$

$$+ 2t\big(\mu(t+2) - \mu(t-2)\big)$$

$$= t\big(-\mu(t+5) + \mu(t+1) + 2\mu(t+2) - 2\mu(t-2)\big) +$$

$$-2\big(\mu(t+5) - \mu(t+1) + \mu(t+2) - \mu(t-2)\big)$$

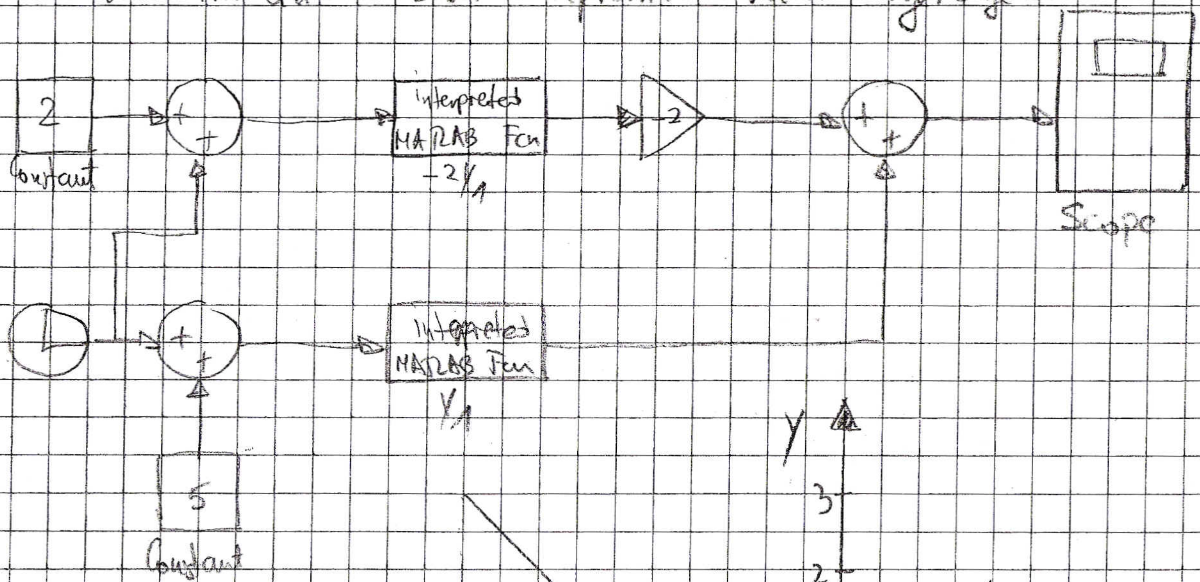


b)

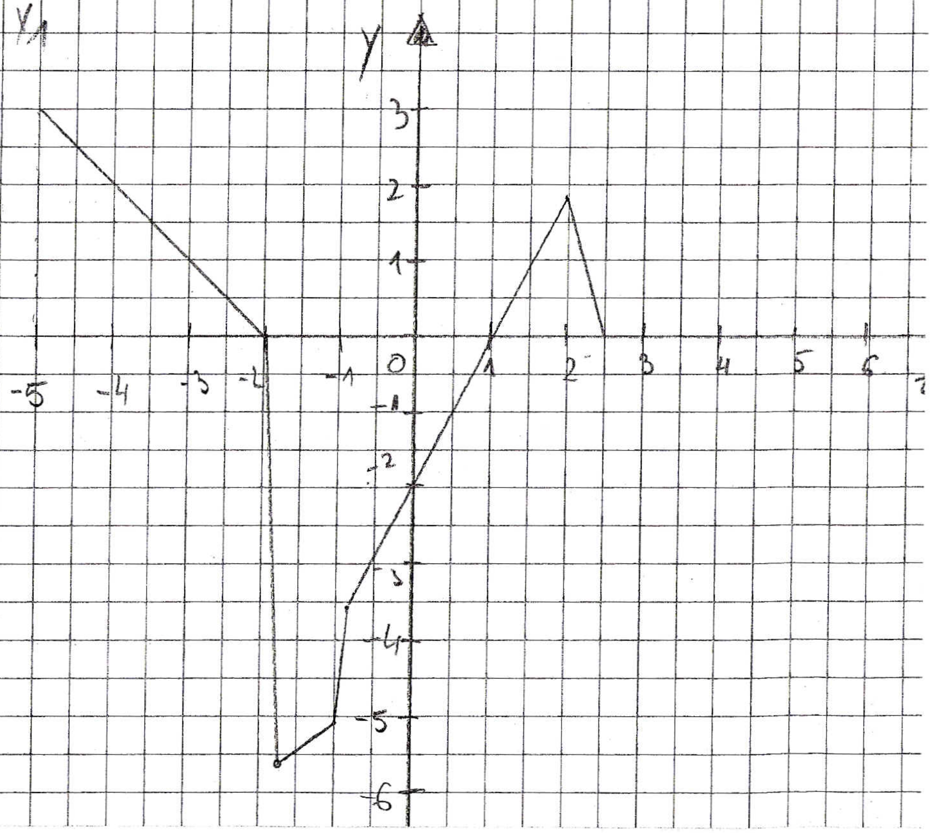
```
t=[-6:0.01:6];
plot(t,u1(t));
y=u1(t+5)-2*u1(t+2);
plot(t,y);
y2=y1(t+5)-2*y1(t+2);
plot(t,y2);
```

Odziv sam pronašao istim načinom razmišljanja kao i u računskom dijelu samo sam to pretvorio u MATLAB kod.

U Simulinku sam napravio ovakvo rješenje:



Scope Simulink =>



ZADATAK 6

DEFINICIJA VANJSKE (BIBO) STABILNOSTI SUSTAVA

Sustav je BIBO stabilan ako je za svaki omeđeni ulaz njegov odziv također omeđen tj. vrijedi

$$|u(t)| \leq M_u < \infty \Rightarrow |y(t)| \leq M_y < \infty \quad , \forall t \in \mathbb{R} \text{, za V.K.S}$$

odnosno $|u(n)| \leq M_u < \infty \Rightarrow |y(n)| \leq M_y < \infty \quad , \forall n \in \mathbb{Z} \text{, za V.D.S}$

BIBO = Bounded-Input Bounded-Output

(Omeđen ulaz Omeđen izlaz)

a) 1) $S_1(u(t)) = \int_0^t u(t) e^{-2t} dt$

npr. $u(t) = \mu(t)$

$$\int_0^t e^{-2t} dt = \frac{e^{-2t}}{-2} \Big|_0^t = -\frac{1}{2} e^{-2t} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\left(1 - e^{-2t}\right)$$

BIBO STABILAN.

2) $S_2(u(t)) = \int_0^t u(t)\, dt$

npr. $u(t) = \mu(t)$

$\int_0^t dt = t$ NIJE BIBO STABILAN

3) $S_3(u(n)) = \sum_{k=0}^{n} u(k) 2^k$

npr. $u(n) = \mu(n)$ $\sum_{k=0}^{n} 2^k = \infty$ NIJE BIBO STABILAN

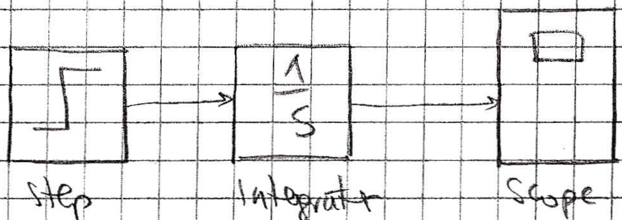
4) $S_4(u(n)) = \sum_{k=0}^{n} u(k)\, 2^{-k}$

npr. $u(n) = \mu(n)$

$$\sum_{k=0}^{\infty} 2^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{k} = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$$

BIBO STABILAN

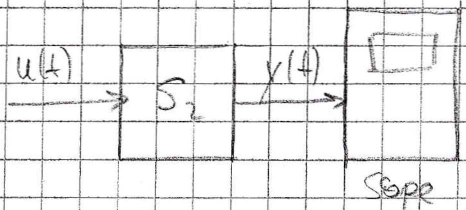
b)



c)

Korištenjem računala ne mogu pokazati da je sustav BIBO stabilan. Mogu dokazati da nije stabilan ako pronađem pravu pobudu koja će pobiti tezu o stabilnosti. Sve dok to ne uspijem ne mogu 100% tvrditi da je BIBO stabilan. Jedini način je kroz sustav propustim sve moguće pobude što naravno nije moguće, niti ima smisla.

Propustiti npr. $\mu(t)$ step i gledati da li je izlaz ograničen, ako nije onda je BIBO NESTABILAN inače ne mogu tvrditi ništa.



Sustav S2 nije BIBO stabilan jer na ograničenu pobudu ne daje ograničen izlaz. Dovoljan je 1 protuprimjer (kao ovaj) da se to pokaže.